

Relazione di Statistica Economica

Corso di laurea in Statistica a.a. 2024/2025

Boni Cecilia 7115032 & D'Agostino Federica 7115999

2025-02-19

1 Indice dei prezzi al consumo per i consumatori urbani (U.S.A.)

1.1 Introduzione

L'**Indice dei Prezzi al Consumo per Tutti i Consumatori Urbani** (CPIAUCSL) misura le variazioni dei prezzi di un paniere di beni e servizi acquistati dai consumatori urbani negli USA. L'indice si basa sui prezzi di alimenti, abbigliamento, abitazioni, carburanti, tariffe di trasporto e tasse, raccolti mensilmente in 87 aree urbane. Viene utilizzato per identificare periodi di **inflazione** o **deflazione**, ma le sue oscillazioni possono essere influenzate dalla **volatilità di beni** come cibo e petrolio. I dati provengono dal Bureau of Labor Statistics (BLS) degli Stati Uniti. Sono 480 osservazioni raccolte il primo di ogni mese da Gennaio 1985 a Dicembre 2024 con valori normalizzati rispetto alla media dell'indice nel periodo 1982-1984.

1.2 Analisi Preliminare

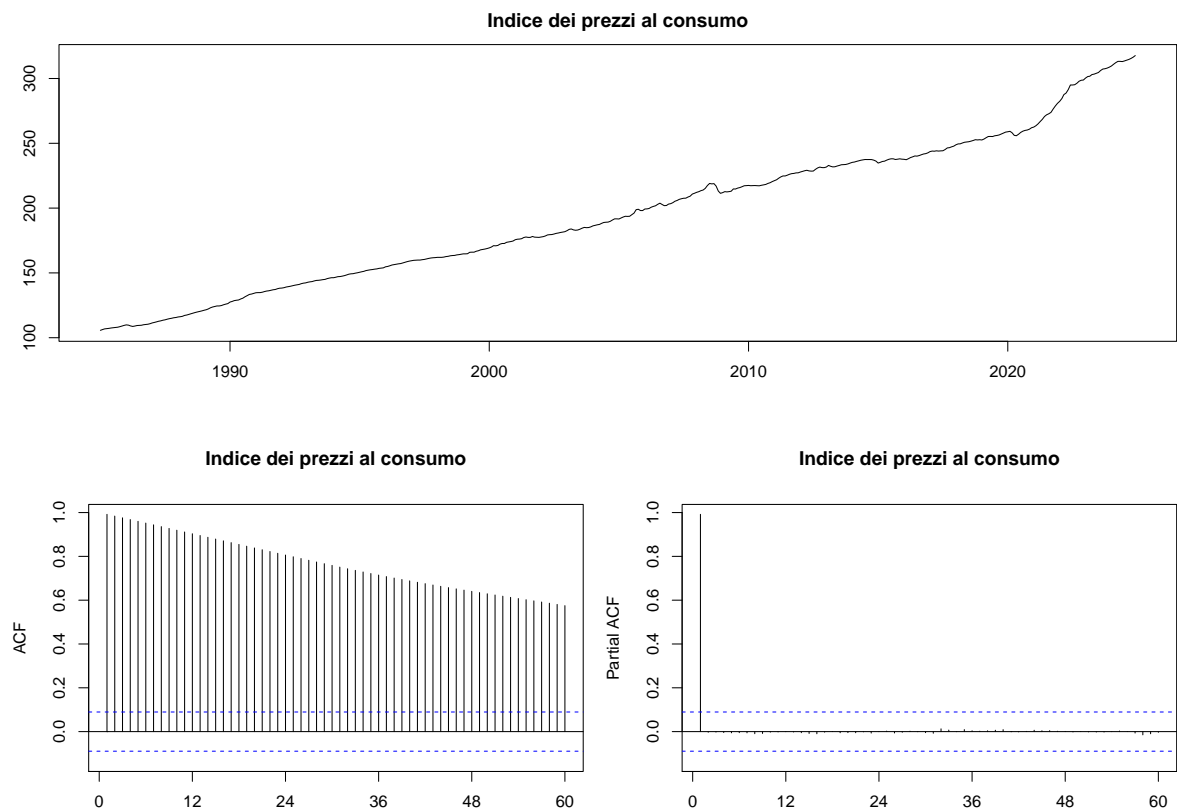


Figure 1: Grafico, ACF e PACF dati non differenziati

La time series del **Consumer Price Index** in figura 1 mostra una crescita nel lungo periodo. Sia l'ACF che la PACF, suggeriscono la presenza di almeno una radice unitaria.

Eseguiamo **test Augmented Dickey-Fuller** seguendo la procedura di Fonzo-Lisi con $H_0 : \gamma = 0$ e $H_1 : \gamma < 0$.

	statistic	1pct	5pct	10pct
tau3	-2.836008	-3.98	-3.42	-3.13
phi2	6.714907	6.15	4.71	4.05
phi3	4.189717	8.34	6.30	5.36

	statistic	1pct	5pct	10pct
tau2	-0.9037386	-3.44	-2.87	-2.57
phi1	6.2043340	6.47	4.61	3.79

	statistic	1pct	5pct	10pct
tau1	3.286862	-2.58	-1.95	-1.62

La serie risulta comunque **non-stazionaria**, anche senza considerare la costante o il trend.

La non-stazionarietà può essere dovuta a un **trend** o a una **stagionalità**, per trarre una conclusione si osserva il grafico della time series (in figura 1): si nota chiaramente una componente di **trend crescente** regolare e persistente nel tempo e al contrario **non** si osservano **oscillazioni stagionali evidenti**.

Riteniamo più adatta la **differenziazione** di ordine 1 ($d = 1$)

	statistic	1pct	5pct	10pct
tau2	-12.87516	-3.44	-2.87	-2.57
phi1	82.88512	6.47	4.61	3.79

Dopo la differenziazione di ordine 1, la serie è diventata **stazionaria**, come si evince dalla figura 2.

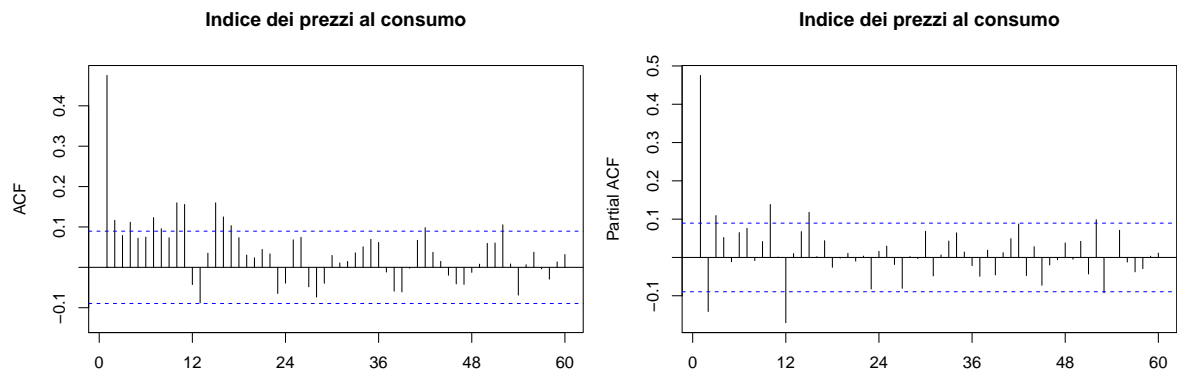


Figure 2: ACF e PACF dati differenziati

1.3 Modellazione ARIMA

1.3.1 Stima del modello:

Il modello ARIMA selezionato è un $ARIMA(1, 1, 2) \times (0, 0, 1)_{12} + Drift$, con criteri di informazione pari a $AIC=-4457.96$ e $BIC=-4432.93$. Non consideriamo gli effetti di calendario e non sono presenti outliers significativi.

	ar1	ma1	ma2	sma1	drift
	0.9532	-0.4326	-0.4056	-0.1504	0.0023
s.e.	0.0307	0.0535	0.0456	0.0474	0.0003

1.3.2 Diagnostica

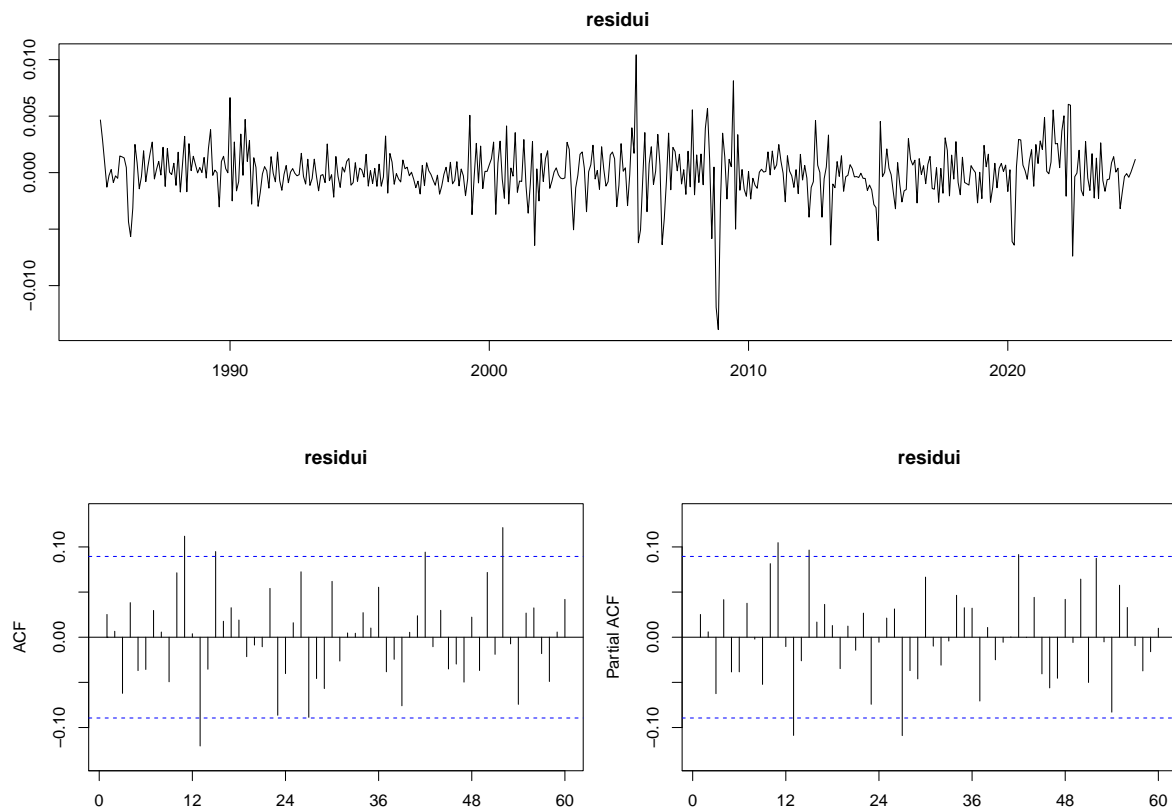


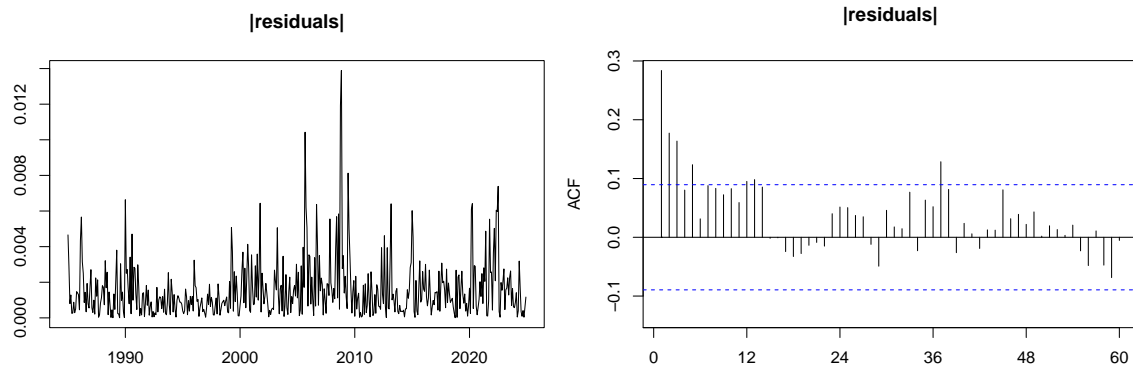
Figure 3: Grafico, ACF e PACF dei residui

I residui oscillano attorno a zero e non mostrano evidenza di correlazione seriale.

LJUNG-BOX DEI RESIDUI

	[,1]	[,2]	[,3]	[,4]	[,5]	[,6]
lag	1	2	5	10	15	20
statistic	0.3069732	0.3279316	3.578652	8.350151	26.82147	27.96251
parameter	1	2	5	10	15	20
p.value	0.5795435	0.8487711	0.6115215	0.5946757	0.03022504	0.1102899

Il Ljung-Box dei residui conferma la sostanziale assenza di correlazione seriale.



A seguito del test ARCH l'ipotesi nulla di omoschedasticità viene rifiutata; c'è quindi evidenza di **eteroschedasticità**.

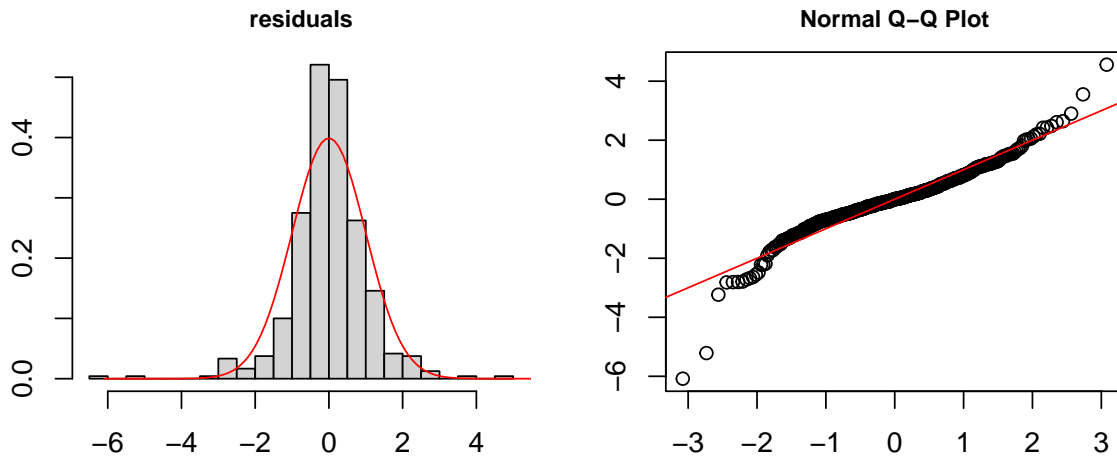


Figure 4: Distribuzione incondizionata dei residui standardizzati: istogramma e Q-Q plot.

Il Test di Shapiro-Wilk presenta un p-value significativo indicando che i residui **non seguono una distribuzione normale**.

1.4 Previsioni

1.4.1 Previsioni Ex-post

Controlliamo con le previsioni ex-post la bontà predittiva del modello stimato.

	model	ME	MAE	RMSE	ScMAE	ScRMSE
em1	ARIMA	-0.03261296	0.2681543	0.3840946	0.3461917	0.4400379
emn	Naive	0.74525000	0.7745833	0.8728671	1.0000000	1.0000000

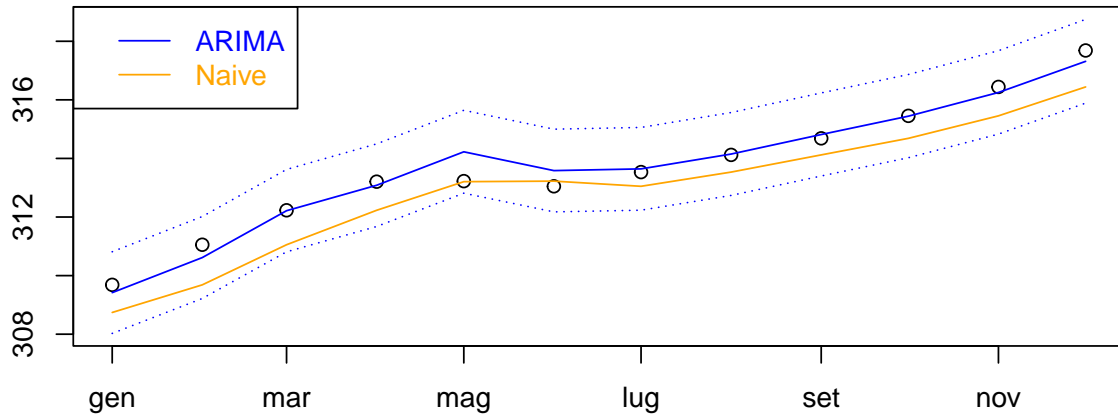


Figure 5: Previsioni ex-post

L'orizzonte h è fissato a 1, l'origine t è Gennaio 2024 e “scorre” per i successivi 12 mesi.

Confrontando le misure di errore di previsione dei modelli ARIMA e NAIVE emerge che l'ARIMA presenta valori decisamente migliori.

1.4.2 Ex-ante

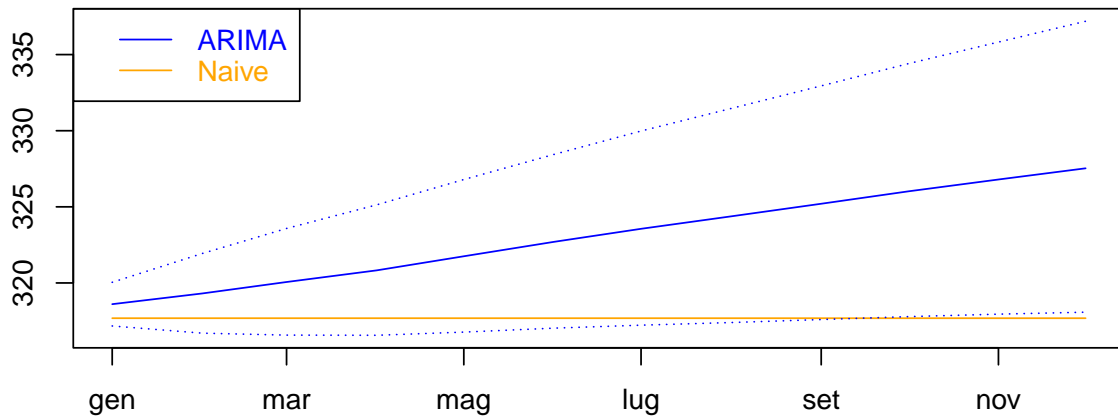


Figure 6: Previsioni ex-ante

L'origine T è Gennaio 2025 e l'orizzonte va da 1 a 12 mesi. La figura 6 mostra che con lo scorrere del tempo le previsioni effettuate dai due modelli sono sempre più distanti e le bande di previsione si allargano.

2 Amazon (AMZN)

2.1 Introduzione

Amazon **AMZN** è un'azienda multinazionale di commercio elettronico con sede principale a Seattle nello Stato di Washington. Dal punto di vista finanziario rappresenta uno dei benchmark del settore tecnologico e un punto di riferimento per investitori e analisti. L'obiettivo è modellare la dinamica di AMZN basandoci sui prezzi dal 2016-01-05 al 2025-01-16 al fine di prevederne la volatilità dal 2025-01-17 al 2025-01-26 .

2.2 Analisi preliminare

2.2.1 Analisi dei prezzi

La figura 7 riporta l'evoluzione del prezzo di chiusura aggiustato del titolo **Amazon** nel tempo, sia in scala lineare che logaritmica

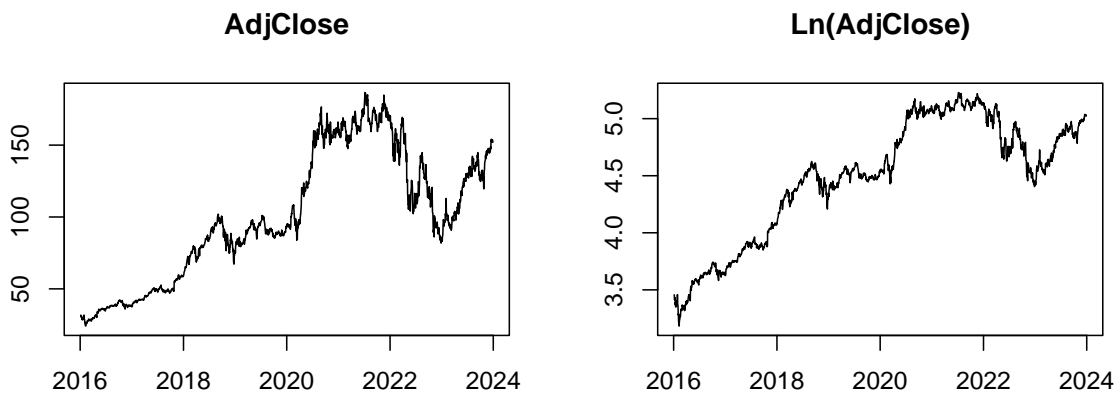


Figure 7: Time series plots dei prezzi e log-prezzi.

La figura 7 mostra una crescita significativa dal 2016, con un aumento marcato fino al 2021, coincidente con il periodo della pandemia da Covid. Ciò è dovuto all'aumento di utenti che per necessità scelgono di comprare online. Il periodo successivo è caratterizzato da una fase di maggiore volatilità.

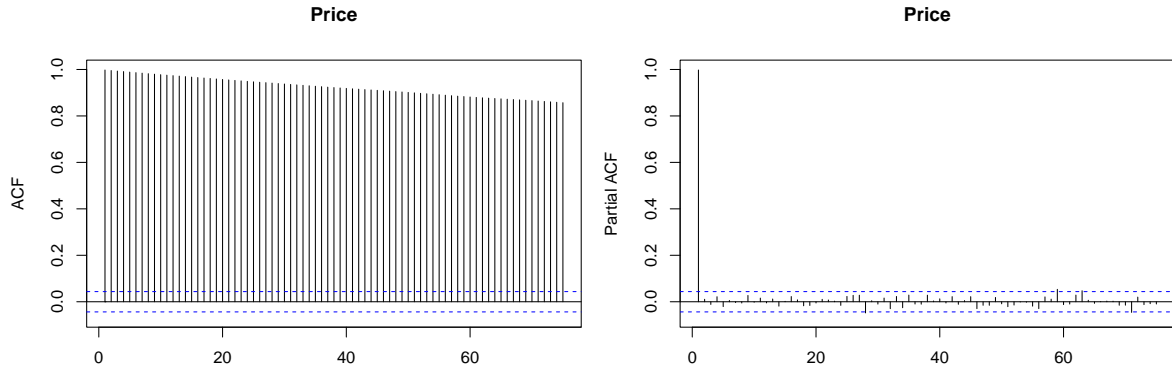


Figure 8: ACF e PACF dei prezzi.

La combinazione di **ACF con decrescita lineare** e **PACF con un solo picco significativo** (figura 8) è indicativa di una serie con radice unitaria.

2.2.2 Analisi dei rendimenti

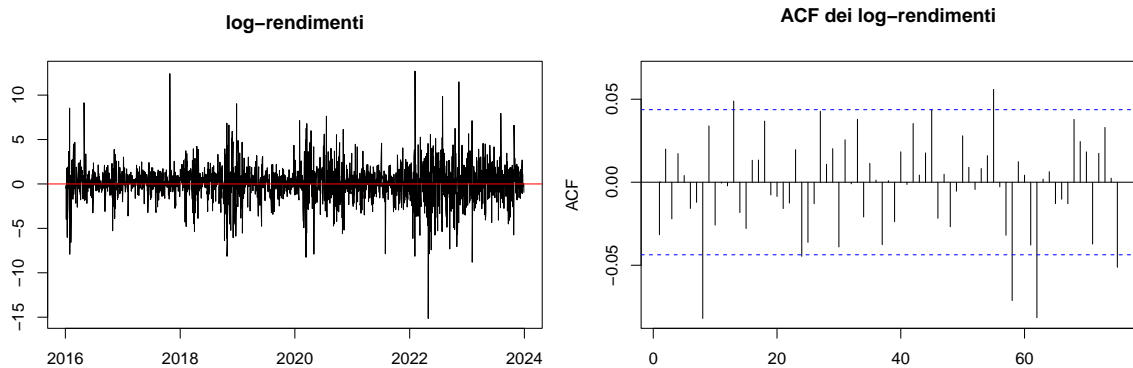


Figure 9: Log-rendimenti e ACF dei log-rendimenti.

I log-rendimenti in figura 9 oscillano attorno alla media (linea rossa), con una volatilità relativamente più elevata nel periodo successivo alla pandemia COVID-19.

La maggior parte delle autocorrelazioni rimange entro la regione di accettazione segnalando **scarsa correlazione seriale**. Ciò è confermato anche dai risultati del Test di Pormanteau, con statistica test di **Ljung Box**.

	[,1]	[,2]	[,3]	[,4]
lag	4	8	12	16
statistic	88.41005	102.7838	121.5811	128.449
parameter	4	8	12	16
p.value	2.865424e-18	1.150518e-18	2.989506e-20	1.28339e-19

	[,1]	[,2]	[,3]	[,4]
lag	4	8	12	16
statistic	74.85541	82.52427	98.44281	102.3308
parameter	4	8	12	16
p.value	2.137957e-15	1.515398e-14	1.123228e-15	1.264629e-14

I risultati dei test ARCH, sui rendimenti logaritmici e sui valori assoluti, mostrano p-values < 0.01, indicando **eteroschedasticità**. Questo comportamento è coerente con il “volatility clustering”, tipico delle serie finanziarie.

2.3 Modellazione ARCH/GARCH

2.3.1 Constant + simple-GARCH(1,1)

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
mu	0.1373556	0.02914773	4.712394	2.448231e-06
omega	0.0857603	0.04168705	2.057241	3.966306e-02
alpha1	0.1273834	0.04035060	3.156915	1.594476e-03
beta1	0.8634437	0.04177647	20.668182	0.000000e+00
shape	4.8263651	0.58777638	8.211227	2.220446e-16

Criteri: Akaike 3.987109, Bayes 4.001049

Dal test di Nyblom emerge che l'ipotesi di stabilità dei parametri è rigettata.

Il Sign test restituisce p-values maggiori di 0.05, indicando che il modello s-GARCH(1,1) **non presenta effetti di asimmetria** significativi nella risposta agli shock positivi o negativi.

Poiché però il test è poco potente si prosegue con GJR-GARCH(1,1).

2.3.2 Constant + GJR-GARCH(1,1)

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
mu	0.11459173	0.03066290	3.737146	0.0001861208
omega	0.08416941	0.04483980	1.877114	0.0605025050
alpha1	0.05353355	0.04008774	1.335409	0.1817423727
beta1	0.87628250	0.04663945	18.788440	0.0000000000
gamma1	0.11476612	0.04847308	2.367626	0.0179026211
shape	4.90022956	0.58598560	8.362372	0.0000000000

Criteri: Akaike 3.980546, Bayes 3.997273

Il parametro γ_1 è significativo.

La statistica congiunta del test di Nyblom suggerisce che l'ipotesi di stabilità dei parametri è rigettata.

Il Sign test non è significativo.

2.3.3 Constant + T-GARCH(1,1)

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
mu	0.11105609	0.02633055	4.217765	2.467353e-05
omega	0.04569295	0.01620221	2.820168	4.799854e-03
alpha1	0.07458347	0.02433409	3.064979	2.176853e-03
beta1	0.89017751	0.02268101	39.247707	0.000000e+00
gamma1	0.08524658	0.02638920	3.230359	1.236347e-03
shape	5.05787964	0.58647687	8.624176	0.000000e+00

Criteri: Akaike 3.968460, Bayes 3.985187

La significatività del parametro γ_1 conferma che l'effetto leverage è rilevante nei dati analizzati.

La statistica congiunta del test di Nyblom suggerisce che l'ipotesi di stabilità dei parametri è rigettata.

Il Sign test non è significativo.

2.3.4 News Impact Curve (NIC)

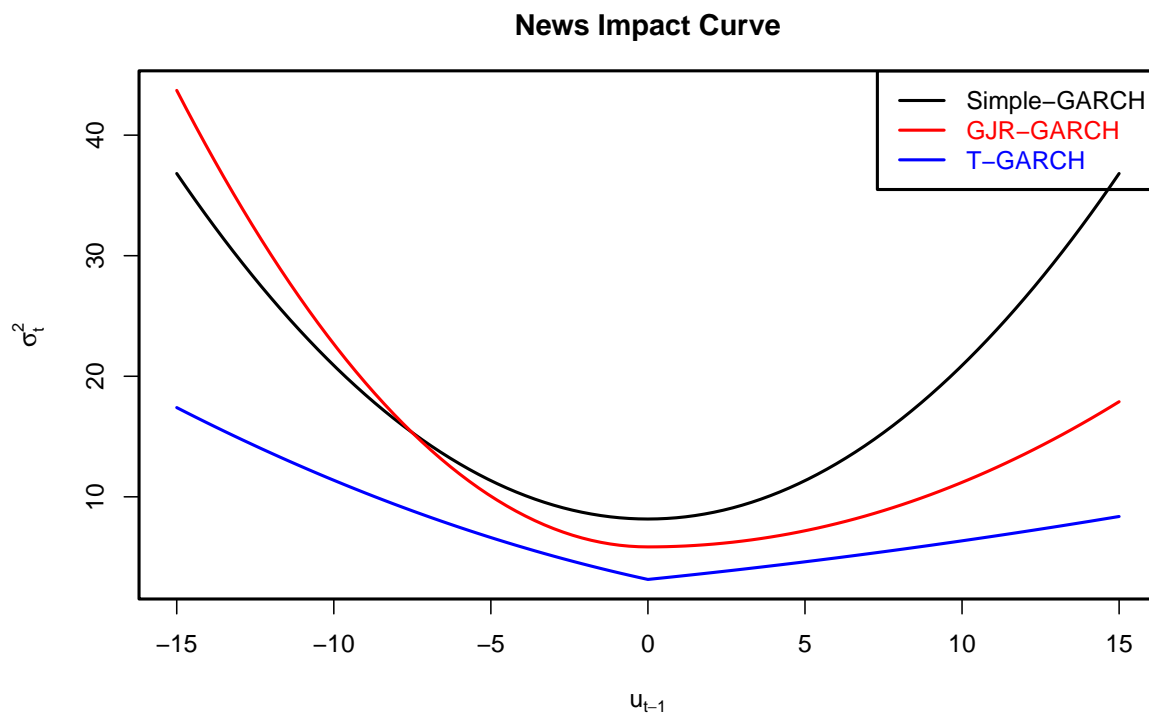


Figure 10: NIC s-GARCH, GJR-GARCH e T-GARCH

La NIC per il s-GARCH è **simmetrica** rispetto a $u_{t-1} = 0$.

La NIC per il GJR-GARCH è **asimmetrica**, con una pendenza più accentuata per $u_{t-1} < 0$. Gli shock negativi hanno un impatto maggiore sulla volatilità rispetto a quelli positivi.

Anche il modello T-GARCH mostra **asimmetria**, ma in modo meno accentuato.

2.3.5 Constant + IGARCH(1,1)

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
mu	0.13736859	0.03148742	4.362649	1.284968e-05
omega	0.07674571	0.03740801	2.051585	4.021005e-02
alpha1	0.13586049	0.03767514	3.606105	3.108278e-04
beta1	0.86413951	NA	NA	NA
shape	4.61778021	0.47692818	9.682339	0.000000e+00

Criteri: Akaike 3.986430, Bayes 3.99758

2.4 Previsioni Ex-Post

Si procede confrontando le stime della volatilità generate dal modello con la volatilità di Garman-Klass (**benchmark esterno**, misura di volatilità ricavabile dai dati giornalieri).

2.4.1 Volatilità di Garman-Klass vs valori stimati

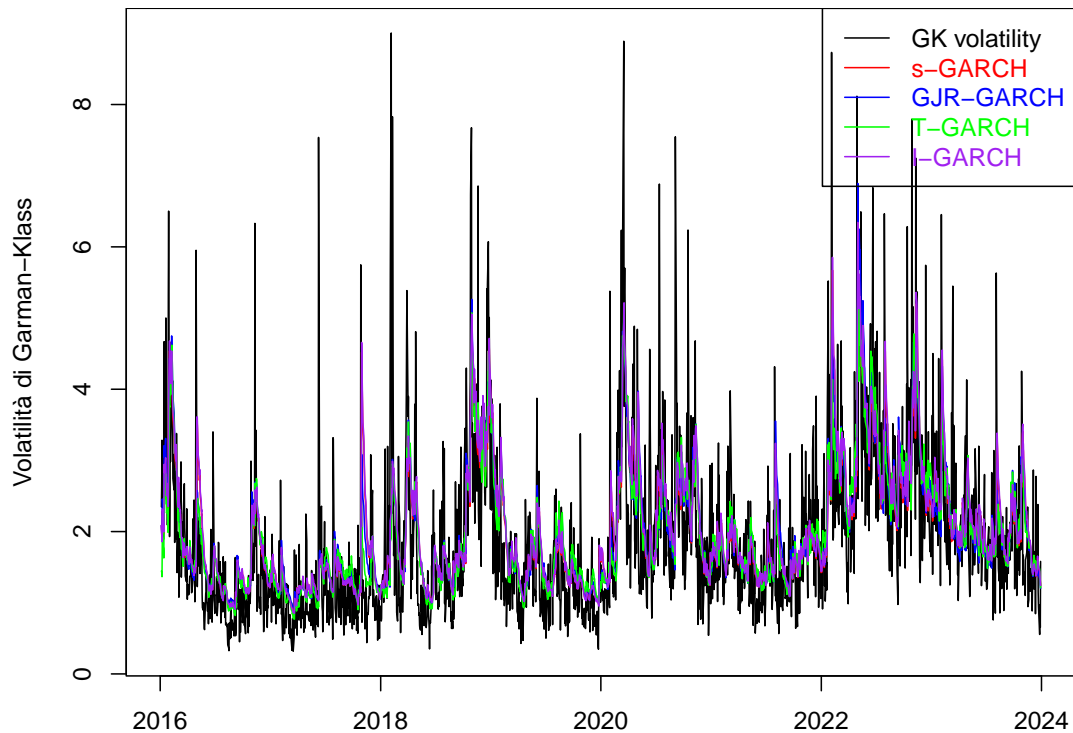


Figure 11: Volatilità di Garman-Klass vs valori stimati.

In figura 11 le stime di tutti i modelli seguono bene il profilo della volatilità di Garman-Klass.

2.4.2 Diagnostica di Mincer-Zarnowitz

model	name	estimate	HAC.s.e.	HAC.stat	HAC.pvalue
s-GARCH	(Intercept)	1.0719982	0.3935839	2.723684	0.006893260
s-GARCH	fit	-0.6214055	0.2444963	-2.541575	0.011616839
s-GARCH	Ftest	NA	NA	4.517986	0.011781195
GJR-GARCH	(Intercept)	0.9342404	0.3757022	2.486651	0.013523290
GJR-GARCH	fit	-0.5395621	0.2370685	-2.275976	0.023661143
GJR-GARCH	Ftest	NA	NA	4.334100	0.014074098

T-GARCH (Intercept)	0.6480233	0.4586910	1.412767	0.158920257
T-GARCH fit	-0.3793903	0.2832050	-1.339631	0.181535022
T-GARCH Ftest	NA	NA	1.231822	0.293457584
I-GARCH (Intercept)	1.0942564	0.3802081	2.878046	0.004333949
I-GARCH fit	-0.6403365	0.2328201	-2.750348	0.006371288
I-GARCH Ftest	NA	NA	4.453187	0.012542745

Non si rifiutano le ipotesi nulle sui parametri $H_0 : \beta_0 = 0$ e $H_0 : \beta_1 = 0$ solo per il T-GARCH. Anche la statistica F relativa al test congiunto $H_0 : \beta_0 = \beta_1 = 0$ risulta significativa per s-GARCH, GJR-GARCH e I-GARCH, ma non per T-GARCH. Quest'ultimo tende quindi a fornire previsioni non distorte.

2.4.3 Misure di errore di previsione

measure	model	ME	MAE	RMSE	MPE	MAPE
Volatility	s-GARCH	-0.04944622	0.5964320	0.8368379	-0.1731566	0.3760265
Volatility	GJR-GARCH	-0.02784897	0.5733793	0.8154102	-0.1546487	0.3573898
Volatility	T-GARCH	-0.02884134	0.5468691	0.7828399	-0.1564186	0.3447967
Volatility	I-GARCH	-0.08255037	0.6096676	0.8477173	-0.1944118	0.3886943
Volatility	naive	-0.33035572	0.6601478	0.8689173	-0.3684533	0.4585651
RMSPE	MLLE	ScMAE	ScRMSE			
0.5426233	0.08430801	0.9034825	0.9630812			
0.5219240	0.07964752	0.8685620	0.9384210			
0.4856094	0.07494494	0.8284040	0.9009372			
0.5635627	0.08552012	0.9235320	0.9756019			
0.6178176	0.08973608	1.0000000	1.0000000			

Il T-GARCH risulta essere il modello migliore in termini di precisione previsionale sulla volatilità, presentando i valori più bassi per ogni misura di errore.

2.4.4 Test di Diebold-Mariano

measure	model	horizon	loss	statistic	p_value
Volatility	T-GARCH - s-GARCH	1	SE	-3.44552310	5.699552e-04
Volatility	T-GARCH - s-GARCH	1	AE	-4.23002805	2.336622e-05
Volatility	T-GARCH - s-GARCH	1	LLE	-3.81793651	1.345725e-04
Volatility	T-GARCH - GJR-GARCH	1	SE	-1.59307175	1.111441e-01
Volatility	T-GARCH - GJR-GARCH	1	AE	-2.41163421	1.588121e-02
Volatility	T-GARCH - GJR-GARCH	1	LLE	-2.19780914	2.796271e-02
Volatility	T-GARCH - I-GARCH	1	SE	-3.66272229	2.495490e-04
Volatility	T-GARCH - I-GARCH	1	AE	-4.93610925	7.969648e-07
Volatility	T-GARCH - I-GARCH	1	LLE	-4.21500792	2.497694e-05
Variance	T-GARCH - s-GARCH	1	SE	-1.05091778	2.932964e-01
Variance	T-GARCH - s-GARCH	1	AE	-4.35067330	1.357201e-05

Variance	T-GARCH - s-GARCH	1	LLE	-3.24149318	1.189053e-03
Variance	T-GARCH - GJR-GARCH	1	SE	-0.09998692	9.203547e-01
Variance	T-GARCH - GJR-GARCH	1	AE	-2.49217191	1.269646e-02
Variance	T-GARCH - GJR-GARCH	1	LLE	-1.99982421	4.551925e-02
Variance	T-GARCH - I-GARCH	1	SE	-0.95667808	3.387298e-01
Variance	T-GARCH - I-GARCH	1	AE	-4.96988508	6.699259e-07
Variance	T-GARCH - I-GARCH	1	LLE	-3.40564199	6.600868e-04

Il test risulta sempre significativo, indicando che il modello T-GARCH produce previsioni significativamente migliori di tutti gli altri modelli considerati.

Per minimizzare gli errori nella previsione della volatilità o della varianza, T-GARCH è la scelta più robusta tra i modelli considerati.

2.5 Previsioni Ex-Ante

Usiamo il modello T-GARCH per le previsioni ex-ante, con origine T il 17/01/25 e con orizzonte della previsione da 1 a 10 (dal 17/01/25 al 26/01/25).

Il modello prevede una media che si avvicina a 0, coerente con l'ipotesi che i rendimenti siano stazionari attorno alla media.

Le bande di confidenza catturano una certa variabilità nei futuri rendimenti.

Per quanto riguarda le previsioni per la volatilità il modello T-GARCH prevede che all'aumentare di h si avvicini all'unconditional volatility.

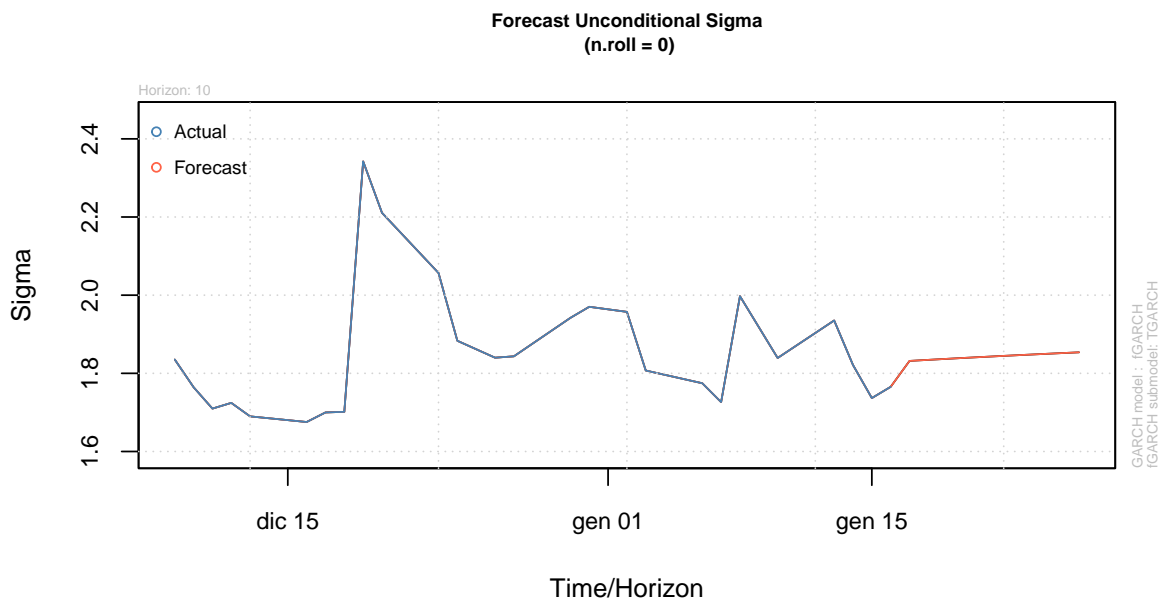
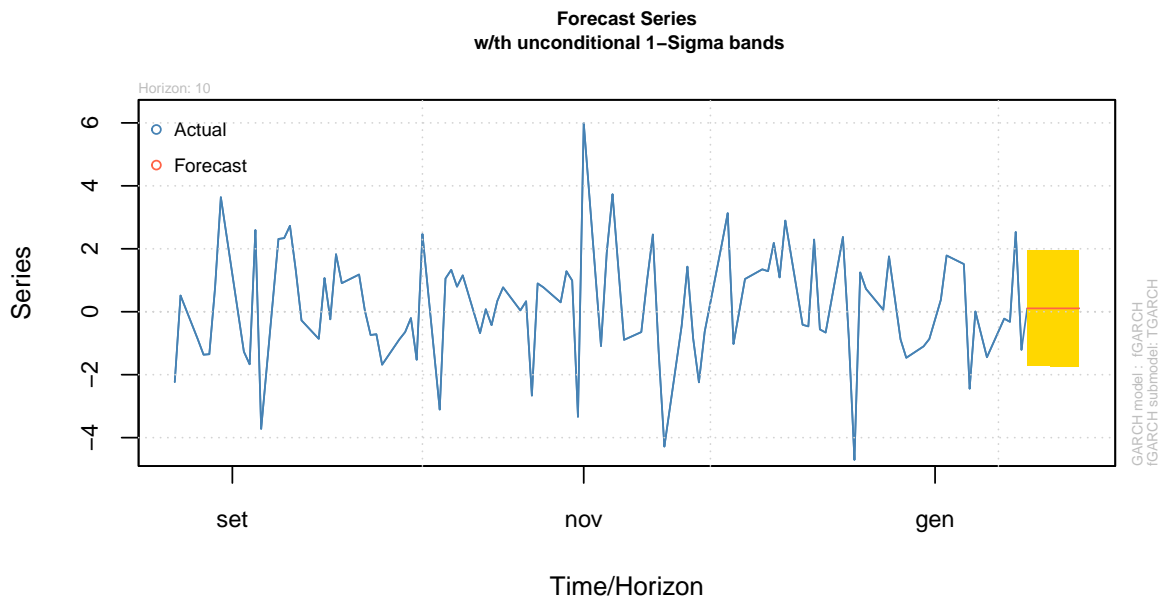


Figure 12: Previsioni ex-ante T-GARCH.