

Opgave 1
1a
Ved at betragte figuren og udnytte at alle sider står vinkelret på hinanden, kan vi ræsonnere os frem til koordinaterne til C , D , F og G .
1b
Først bestemmes vektor \overrightarrow{BH} og \overrightarrow{BD} , de udspænder da et plan α der går gennem B , D , og H . Vi krydser \overrightarrow{BH} og \overrightarrow{BD} for at bestemme en normalvektor til planen. Dernest prikker vi normalvektoren med en vilkårlig vektor i planen. $\vec{n} \bullet \left(\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{pmatrix} \right) = 0$ Vi får planens ligning.
1c
Først bestemmer jeg en parameterfremstilling for linjen l . Dernæst udnytter jeg at vi allerede har bestemt planens ligning. Vi opstiller 4 ligninger med 4 ubekendte, hvor vi bruger planens ligning og parameterfremstillingen for l .

Opgave 2**2a**

Vi ved at linjen l går igennem punkterne A og D .

For at bestemme en parameterfremstilling for linjen l bestemmer jeg vektoren der går fra A til D og stedvektoren til A .

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \vec{A} + t \cdot \vec{AD}$$

\vec{A} angiver placeringen i det tredimensionelle kartesiske koordinatsystem. Mens \vec{AD} angiver retningen og t sørger for at vi rammer alle punkter.

2b

Først bestemmes vektor \vec{AB} og \vec{AD} , de udspænder da et plan π der går gennem A , B , og D .

Vi krydser \vec{AB} og \vec{AD} for at bestemme en normalvektor til planen.

Dernest prikker vi normalvektoren med en vilkårlig vektor i planen.

$$\vec{n} \cdot \left(\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{pmatrix} \right) = 0$$

Vi får planens ligning.

2c

Vi ved at distancen mellem et punkt og en linje i rummet er givet ved:

$$\text{dist}(P, l) = \frac{|\vec{r} \times \vec{P_0P}|}{|\vec{r}|}$$

hvor \vec{r} er en retningsvektor for linjen og $\vec{P_0P}$ er vektoren fra P_0 til P .

Opgave 3**3a**

Vi integrerer $f(x)$ fra π til 3π .

3b

Vi ved at volumen for at omdrejningslegeme, der er drejet om andenaksen er givet ved:

$$V_y = 2\pi \cdot \int_a^b x \cdot f(x) \, dx$$

Vi ved at grafen for funktionen f er givet ved:

$$f(x) = \cos(x) + 1, \quad x \in [\pi; 3\pi]$$

Derfor kan bassinet rumme:

$$2\pi \int_0^{2\pi} x \cdot f(2\pi) \, dx - 2\pi \int_{\pi}^{2\pi} x \cdot f(x) \, dx$$

Omregn fra kubikmeter til liter.

Opgave 4**4a**

Vi ved at linjen l går igennem punkterne A og B .

For at bestemme en parameterfremstilling for linjen l bestemmer jeg vektoren der går fra A til B og stedvektoren til A .

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \vec{A} + t \cdot \vec{AB}$$

\vec{A} angiver placeringen i det tredimensionelle kartesiske koordinatsystem. Mens \vec{AB} angiver retningen og t sørger for at vi rammer alle punkter.

4b

Jeg bestemmer en retningsvektor for linjen l :

$$\vec{r} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$$

Vi kender et fast punkt $C = (x_0; y_0; z_0) = (3; 4; 8)$, der ligger i planen π .

Vi indsætter i planens ligning og ganger ud:

$$a(x - x_0) + b(y - y_0) + c(z - z_0) = 0$$

4c

Vi har allerede bestemt en parameterfremstilling for linjen l og planens ligning.

Vi opstiller 4 ligninger med 4 ubekendte, hvor vi bruger planens ligning og parameterfremstillingen for l .

Opgave 5**5a**

Jeg bestemmer først f 's skæring med x-aksen ved at løse ligningen:

$$0 = 17 \cdot \cos(0.0628 \cdot x)$$

Her får jeg radius, den ganger jeg med 2 for at få diameteren.

5b

Vi kan bestemme volumen af hallen ved:

$$V_y = 2\pi \int_0^r x \cdot f(x) dx + 8\pi r^2$$

Resultatet bliver i kubikmeter, for at udregne det maksimale antal tilskuere skal man blot dividere det med 20 m^3 .

Opgave 6
6a
Brug pythagoras sætning af 2 omgange.
6b
<p>Vi ved at linjen l går igennem punkterne A og C. For at bestemme en parameterfremstilling for linjen l bestemmer jeg vektoren der går fra A til C og stedvektoren til A.</p> $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \vec{A} + t \cdot \vec{AC}$ <p>\vec{A} angiver placeringen i det tredimensionelle kartesiske koordinatsystem. Mens \vec{AC} angiver retningen og t sørger for at vi rammer alle punkter.</p>
6c
<p>Først bestemmer jeg en retningsvektor for linje l og m. Derefter benytter jeg sammenhængen med prikproduktet af to vektorer og vinklen imellem dem:</p> $\vec{a} \bullet \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{b} \cdot \cos(v)$ <p>Jeg isolerer v.</p>
6d
<p>Vi bestemmer arealet af trekanten ABC ved:</p> $A_{\triangle} = \frac{1}{2} \cdot \left \vec{AB} \times \vec{AC} \right $ <p>Netop da det er gældende at $\left \vec{a} \times \vec{b} \right = \vec{a} \cdot \vec{b} \cdot \sin(v)$, det vi genkender som $h \cdot g$.</p>