

## Opgave 2

### 2a: Bestem en parameterfremstilling for den rette linje $l$ .

#### Metode

Vi ved at linjen  $l$  går igennem punkterne  $A$  og  $D$ .

For at bestemme en parameterfremstilling for linjen  $l$  bestemmer jeg vektoren der går fra  $A$  til  $D$  og stedvektoren til  $A$ .

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \vec{A} + t \cdot \overrightarrow{AD}$$

$\vec{A}$  angiver placeringen i det tredimensionelle kartesiske koordinatsystem. Mens  $\overrightarrow{AD}$  angiver retningen og  $t$  sørger for at vi rammer alle punkter.

#### Beregning

$$A := \langle 1|2|0 \rangle$$

$$B := \langle 3|4|0 \rangle$$

$$C := \langle 2|6|0 \rangle$$

$$D := \langle 2|5|7 \rangle$$

$$\overrightarrow{AD} := D^{\%T} - A^{\%T} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 7 \end{pmatrix}$$

$$\langle x, y, z \rangle = A^{\%T} + t \cdot \overrightarrow{AD}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+t \\ 2+3t \\ 7t \end{pmatrix}$$

#### Konklusion

Parameterfremstillingen for linjen  $l$  kan skrives ved:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 7 \end{pmatrix}$$

**2b: Bestem en ligning for den plan  $\pi$ , der indeholder punkterne  $A$ ,  $B$  og  $D$ .**

**Metode**

Først bestemmes vektor  $\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{AD}$  bestemte vi i forrige opgave, vektorerne udspænder da en plan  $\pi$  der går gennem  $A$ ,  $B$ , og  $D$ .

Vi krydser  $\overrightarrow{AB}$  og  $\overrightarrow{AD}$  for at bestemme en normalvektor til planen.

Dernest prikker vi normalvektoren med en vilkårlig vektor i planen.

$$\vec{n} \bullet \left( \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{pmatrix} \right) = 0$$

Vi får planens ligning.

**Beregning**

$$\overrightarrow{AB} := B^{\%T} - A^{\%T} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{n} := \overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AD} = \begin{pmatrix} 14 \\ -14 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$\vec{n} \bullet \left( \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} - A^{\%T} \right) = 0$$

$$14x - 14y + 4z + 14 = 0$$

**Konklusion**

Ligningen for planen  $\pi$  kan skrives ved:

$$14x - 14y + 4z + 14 = 0$$

**2c: Bestem afstanden mellem punktet  $M$  og linjen  $l$ .****Metode**

Vi ved at distancen mellem et punkt og en linje i rummet er givet ved:

$$\text{dist}(P, l) = \frac{\|\vec{r} \times \overrightarrow{P_0P}\|}{\|\vec{r}\|}$$

hvor  $\vec{r}$  er en retningsvektor for linjen og  $\overrightarrow{P_0P}$  er vektoren fra  $P_0$  til  $P$ .

**Beregning**

Da punktet  $M$  er midtpunkt på linjestykket  $CD$ .

- $C \begin{pmatrix} 2 & 6 & 0 \end{pmatrix}$
- $D \begin{pmatrix} 2 & 5 & 7 \end{pmatrix}$

Må punktet  $M$  have koordinaterne  $\begin{pmatrix} 2 & 5.5 & 3.5 \end{pmatrix}$ .

$$M := \langle 2|5.5|3.5 \rangle$$

$$\overrightarrow{DM} := M^{\%T} - D^{\%T} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0.5 \\ -3.5 \end{pmatrix}$$

$$\text{dist}(M, l) = \frac{\|\overrightarrow{AD} \times \overrightarrow{DM}\|}{\|\overrightarrow{AD}\|} = 1.88$$

**Konklusion**

Afstanden mellem punktet  $M$  og linjen  $l$  er 1.88.