

Opgave 6

6a: Bestem længden af linjestykket DE

Metode

Vi bestemmer vektor \overrightarrow{DE} og beregner størrelsen af vektoren.

Beregning

$$D := \langle 0|0|2 \rangle$$

$$E := \langle 4|4|1.6 \rangle$$

$$\overrightarrow{DE} := E^{\%T} - D^{\%T} = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ -0.4 \end{pmatrix}$$

$$\left\| \overrightarrow{DE} \right\| = 5.670978752$$

Konklusion

Længden af linjestykket DE er 5.67 enheder.

6b: Bestem en parameterfremstilling for den rette linje l , der går gennem punkt A og punkt C

Metode

Vi ved at linjen l går igennem punkterne A og C .

For at bestemme en parameterfremstilling for linjen l bestemmer vi vektoren der går fra A til C og stedvektoren til A .

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \vec{A} + t \cdot \vec{AC}$$

\vec{A} angiver placeringen i det tredimensionelle kartesiske koordinatsystem. Mens \vec{AC} angiver retningen og t sørger for at vi rammer alle punkter.

Beregning

$$A := \langle 0|0|0 \rangle$$

$$C := \langle 5|5|2 \rangle$$

$$\vec{AC} := C^{\%T} - A^{\%T} = \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = A^{\%T} + t \cdot \vec{AC}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = t \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Konklusion

Parameterfremstillingen for den rette linje l kan skrives ved:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = t \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}$$

6c: Bestem vinklen mellem linje m og linje l .**Metode**

Først bestemmer vi en retningsvektor for linje l og m .

Derefter benytter vi sammenhængen med prikproduktet af to vektorer og vinklen imellem dem:

$$\vec{a} \bullet \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(v)$$

Vi isolerer v .

Beregning

Vektor \overrightarrow{DE} er en retningsvektor for linjen m .

Vektor \overrightarrow{AC} er en retningsvektor for linjen l .

$$v = \text{solve} \left(\overrightarrow{DE} \bullet \overrightarrow{AC} = \left\| \overrightarrow{DE} \right\| \cdot \left\| \overrightarrow{AC} \right\| \cdot \cos(v) \right) \cdot \frac{360}{2\pi} = 19.83786034$$

Konklusion

Vinklen mellem linje m og l er ca. 19.84° .

6d: Bestem arealet af trekanten ABC **Metode**

Vi bestemmer arealet af trekanten ABC ved:

$$A_{\Delta} = \frac{1}{2} \cdot \left\| \overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} \right\|$$

Netop da det er gældende at $\left| \vec{a} \times \vec{b} \right| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin(v)$, det vi genkender som $h \cdot g$.

Beregning

$$B := \langle 3|0|0 \rangle = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AB} := B^{\%T} - A^{\%T} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$A = \frac{1}{2} \cdot \left\| \overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} \right\| = 8.077747210$$

Konklusion

Arealet af trekanten ABC er ca. 8.08 enh^2 .