

## Opgave 4

### 4a: Bestem en parameterfremstilling for den rette linje $l$

#### Metode

Vi ved at linjen  $l$  går igennem punkterne  $A$  og  $B$ .

For at bestemme en parameterfremstilling for linjen  $l$  bestemmer jeg vektoren der går fra  $A$  til  $B$  og stedvektoren til  $A$ .

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \vec{A} + t \cdot \overrightarrow{AB}$$

$\vec{A}$  angiver placeringen i det tredimensionelle kartesiske koordinatsystem. Mens  $\overrightarrow{AB}$  angiver retningen og  $t$  sørger for at vi rammer alle punkter.

#### Beregning

$$A := \langle 2|5|3 \rangle = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 3 \end{pmatrix}$$

$$B := \langle 3|7|-1 \rangle = \begin{pmatrix} 3 & 7 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AB} := B^{\%T} - A^{\%T} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = A^{\%T} + t \cdot \overrightarrow{AB}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -4 \end{pmatrix}$$

#### Konklusion

Parameterfremstillingen for linjen  $l$  kan skrives ved:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -4 \end{pmatrix}$$

**4b: Bestem en ligning for planen  $\pi$** **Metode**

Vi har bestemt en retningsvektor for linjen  $l$ , der også er en normalvektor for planen.

Vi kender et fast punkt  $C = (3; 4; 8)$ , der ligger i planen  $\pi$ .

For at finde planens ligning prikker vi normalvektoren  $\vec{n}$  med  $\overrightarrow{P_0P}$ .

$$\vec{n} \bullet \overrightarrow{P_0P} = 0$$

Så får vi planens ligning.

**Beregning**

Vi ved at linjen  $l$  står vinkelret på en plan  $\pi$ , der indeholder punktet  $C (3 \ 4 \ 8)$ .

$$C := \langle 3|4|8 \rangle = (3 \ 4 \ 8)$$

$$\overrightarrow{P_0P} := \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} - C^{\%T} = \begin{pmatrix} x-3 \\ y-4 \\ z-8 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AB} \bullet \overrightarrow{P_0P} = 0$$

$$x + 2y - 4z + 21 = 0$$

**Konklusion**

Planen  $\pi$ 's ligning kan skrives ved:

$$x + 2y - 4z + 21 = 0$$

**4c: Bestem koordinaterne til skæringspunktet mellem linjen  $l$  og planen  $\pi$** **Metode**

Vi har allerede bestemt en parameterfremstilling for linjen  $l$  og planens ligning.

Vi opstiller 4 ligninger med 4 ubekendte, hvor vi bruger planens ligning og parameterfremstillingen for  $l$ .

**Beregning**

$$eq1 := x = A[1] + t \cdot \overrightarrow{AB}[1] :$$

$$eq2 := y = A[2] + t \cdot \overrightarrow{AB}[2] :$$

$$eq3 := z = A[3] + t \cdot \overrightarrow{AB}[3] :$$

$$eq4 := \overrightarrow{AB} \bullet \overrightarrow{P_0P} = 0 :$$

$$\text{solve}(\{eq1, eq2, eq3, eq4\}, \{t, x, y, z\})$$

$$t = -1, x = 1, y = 3, z = 7$$

**Konklusion**

Skæringspunktet mellem linjen  $l$  og planen  $\pi$  er i punktet  $(1 \ 3 \ 7)$ .