Opgave 1

1a

Højden h kan bestemmes ved at indsætte $t = 0$ i vektorfunktionen.
Afstanden $x_{\max}$ kan bestemmes ved at løse ligningen $50 - 5t^2 = 0$ for $t \geq 0$, da højden ved tårnets fod er 0.

1b

Vinklen mellem positionsvektoren $\vec{r}(t)$ og hastighedsvektoren $\vec{v}(t)$ for $t = 2$ kan bestemmes ved:

$$v = \arccos\left(\frac{\vec{r}(2) \bullet \vec{v}(2)}{|\vec{r}(2)| \cdot |\vec{v}(2)|}\right)$$

1c

Korteste afstand til tårnets fod kan bestemmes ved hjælp af en distancefunktion. Afstanden fra et givent punkt til tårnets fod kan skrives ved:

$$\text{dist}(t) = \sqrt{(8t)^2 + (50 - 5t^2)^2}$$

t-værdien for korteste afstand må være løsningen til ligningen:

$$\text{dist}'(t) = 0$$

Den korteste afstand findes ved at indsætte t i distancefunktionen.

Opgave 2

2a

Banekurven for M skærer x-aksen netop når y-værdien er 0.
Man løser ligningen:

$$1.5 - t^2 = 0$$

Derefter indsættes t i $0.5 \cdot t$, dette er x-koordinaten for banekurvens skæringspunkt med x-aksen.

2b

Farten for vogn M når $t = 0.5$ kan regnes ved:

$$\text{fart}(t) = |\overrightarrow{v}(t)| = \sqrt{x'(t)^2 + y'(t)^2}$$

Vær opmærksom på at enheden bliver i km/min. Konverter dette til km/t.

2c

For at vognene kan støde sammen, må der findes et tidspunkt de har samme koordinatsæt. Man kan løse to ligninger med 2 ubekendte:

$$0.5t = t \cdot \cos(60°) \tag{1}$$
$$1.5 - t^2 = t \cdot \sin(60°) \tag{2}$$

Dette er tiden for sammenstødet. Hvis der ingen løsning er for ligningssystemet støder de aldrig sammen.

Opgave 3

3a

En vektor $\vec{c}$ kan bestemmes ved:

$$\overrightarrow{c} = \overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b_1}$$

3b

t-værdierne kan findes ved at løse ligningen:

$$\left| \overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b} \right| = 30$$

Opgave 4

4a

Løs ligningen $y(t) = 0$ og sortér i outputtet. Korrekt t-værdi indsættes i $x(t)$.
Svar angives i meter.

4b

Først bestemmes tidspunktet, hvor kassen kommer højest op. Det gør man ved at løse ligningen $y(t)' = 0$.
En hastighedsvektor bergnes ved:

$$\vec{v}(t) = \vec{r}\,'(t) = \begin{pmatrix} x'(t) \\ y'(t) \end{pmatrix}$$

Den fundne tid t indsættes.

4c

$t = 0$
Accelerationsvektoren kan bestemmes ved:

$$\vec{a}(t) = \vec{v}\,'(t) = \vec{r}\,''(t) = \begin{pmatrix} x''(t) \\ y''(t) \end{pmatrix}$$

Koordinaterne omdannes til en retningsvinkel.
Størrelsen af accelerationsvektoren beregnes ved:

$$acc(t) = |\vec{a}(t)| = \sqrt{x''(t)^2 + y''(t)^2}$$

Opgave 5

5a

Løs ligningen $y(t) = 0$, t-værdierne er tidspunkterne, hvor banekurven skærer x-aksen.

5b

En hastighedsvektor bestemmes ved:

$$\vec{a}(t) = \vec{v}\,'(t) = \vec{r}\,''(t) = \begin{pmatrix} x''(t) \\ y''(t) \end{pmatrix}$$

5c

$t = 10$
Længden af accelerationsvektoren bestemmes ved:

$$acc(t) = |\vec{a}(t)| = \sqrt{x''(t)^2 + y''(t)^2}$$

Opgave 6

6a

Man indsætter x- og y-koordinat på x og y's plads i ligningen og tjekker om der er lighed.

6b

Tagentens ligning skrives ved:

$$y = f'(x_0) \cdot (x - x_0) + f(x_0)$$

For at finde hældningskoefficienten benyttes implicit differentiation og indsættes på $f'(x_0)$'s plads.
Vi kender allerede resten: $x_0 = 2 \quad f(x_0) = -1$