Opgave 1

1a

Højden h kan bestemmes ved at indsætte $t = 0$ i vektorfunktionen.
Afstanden x_{max} kan bestemmes ved at løse ligningen $50 - 5t^2 = 0$ for $t \geq 0$, da højden ved tårnet fod er 0.

1b

Vinklen mellem positionsvektoren $\vec{r}(t)$ og hastighedsvektoren $\vec{v}(t)$ for $t = 2$ kan bestemmes ved:

$$v = \arccos\left(\frac{\vec{r}(2) \bullet \vec{v}(2)}{|\vec{r}(2)| \cdot |\vec{v}(2)|}\right)$$

1c

Korteste afstand til tårnets fod kan bestemmes ved hjælp af en distancefunktion. Afstanden fra et givent punkt til tårnets fod kan skrives ved:

$$\text{dist}(t) = \sqrt{(8t)^2 + (50 - 5t^2)^2}$$

t-værdien for korteste afstand må være løsningen til ligningen:

$$\text{dist}'(t) = 0$$

Den korteste afstand findes ved at indsætte t i distancefunktionen.

Opgave 2

2a

Banekurven for M skærer x-aksen netop når y-værdien er 0.
Man løser ligningen:

$$1.5 - t^2 = 0$$

Derefter indsættes t i $0.5 \cdot t$, dette er x-koordinaten for banekurvens skæringspunkt med x-aksen.

2b

Farten for vogn M når $t = 0.5$ kan regnes ved:

$$\text{fart}(t) = |\overrightarrow{v}(t)| = \sqrt{x'(t)^2 + y'(t)^2}$$

Vær opmærksom på at enheden bliver i km/min. Konverter dette til km/t.

2c

For at vognene kan støde sammen må der findes et tidspunkt de har samme koordinatsæt.
Man kan løse to ligninger med 2 ubekendte:

$$0.5t = t \cdot \cos(60) \tag{1}$$
$$1.5 - t^2 = t \cdot \sin(60) \tag{2}$$

Dette er tiden for sammenstødet. Hvis der ingen løsning er for ligningssystemet støder de aldrig sammen.

Opgave 3

3a

En vektor $\vec{c}$ kan bestemmes ved:

$$\overrightarrow{c} = \overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b_1}$$

3b

t-værdierne kan findes ved at løse ligningen:

$$\left|\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}\right| = 30$$

Opgave 4

4a

4b

4c

Opgave 5

5a

5b

5c

Opgave 6

6a

6b

- John siger, at det er lettest at benytte implicit differentiation.