

LỜI GIẢI ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 NĂM HỌC 2025 - 2026

Trịnh Tài Anh - Đỗ Minh Tùng - Nguyễn Minh Khôi
- Nguyễn Thị Anh Thư - Cao Bảo Ngọc

Ngày 08 tháng 06 năm 2025

Môn thi: Toán chung

Câu I (1,5 điểm)

1) Kết quả khảo sát 300 học sinh lớp 9 về thời gian tự học của mỗi bạn trong một tuần (đơn vị: giờ) được cho trong bảng tần số ghép nhóm sau đây:

Thời gian tự học (giờ)	[0; 4)	[4; 8)	[8; 12)	[12; 16)	[16; 20)
Số học sinh	17	72	94	75	42

Xác định tần số và tần số tương đối của nhóm [12; 16).

2) Một hộp có 8 chiếc thẻ cùng loại, mỗi thẻ được ghi một trong các số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8; hai thẻ khác nhau được ghi hai số khác nhau. Rút ngẫu nhiên một thẻ trong hộp. Tính xác suất của biến cố A : "Số ghi trên thẻ rút được là một số chia hết cho 3".

Lời giải. 1) +) Dựa vào bảng số liệu ta được tần số của nhóm [12; 16) là: 75.

+) Ta có kích thước của mẫu số liệu là: $17 + 72 + 94 + 75 + 42 = 300$. Vậy tần số tương đối của nhóm [12; 16) là:

$$f = \frac{75}{300} \cdot 100\% = 25\%$$

2) Ta bốc ngẫu nhiên 1 thẻ trong số 8 thẻ đã cho nên số phần tử của tập không gian mẫu là 8.

Trong 8 số đã cho có 2 số chia hết cho 3 là: 3, 6 nên số phần tử của tập A là: 2. Vậy xác suất của biến cố A là:

$$P(A) = \frac{2}{8} = \frac{1}{4} = 0,25$$

□

Câu II (1,5 điểm)

Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2}$ và $B = \frac{x+\sqrt{x}-4}{x-2\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}-2}$ với $x > 0, x \neq 4$.

1) Tính giá trị biểu thức A khi $x = 9$.

2) Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}}$.

3) Tìm số nguyên dương x lớn nhất để $\frac{A}{B} < \frac{1}{2}$.

Lời giải. 1) Thay $x = 9$ (thỏa mãn điều kiện xác định) vào biểu thức A , ta có:

$$A = \frac{\sqrt{9}+2}{\sqrt{9}-2} = 5$$

Vậy $A = 5$ khi $x = 9$.

2) Ta có:

$$B = \frac{x + \sqrt{x} - 4}{x - 2\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x} - 2} = \frac{x + \sqrt{x} - 4 - \sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 2)} = \frac{x - 4}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 2)} = \frac{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 2)} = \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x}}$$

Vậy ta có điều phải chứng minh.

3) Ta có:

$$\frac{A}{B} < \frac{1}{2} \Leftrightarrow \left(\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2} \right) : \left(\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}} \right) < \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} < \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}+2}{2(\sqrt{x}-2)} < 0$$

Mà $\sqrt{x} + 2 > 0 \quad \forall x > 0, x \neq 4$ nên ta cần: $\sqrt{x} - 2 < 0 \Leftrightarrow 0 < x < 4$.

Do ta cần x là số nguyên dương lớn nhất thỏa mãn yêu cầu đề bài nên: $x = 3$. □

Câu III (2,5 điểm)

1) Một ô tô đi từ Hà Nội đến Hải Phòng với vận tốc trung bình 60 km/h. Khi từ Hải Phòng về Hà Nội trên cùng quãng đường đó, do điều kiện thời tiết xấu nên ô tô đi với vận tốc trung bình 40 km/h. Biết thời gian ô tô đi từ Hà Nội đến Hải Phòng ít hơn thời gian ô tô đi từ Hải Phòng về Hà Nội là 1 giờ, tính độ dài quãng đường ô tô đã đi từ Hà Nội đến Hải Phòng.

2) Để chuẩn bị cho năm học mới, bạn Quốc đến cửa hàng máy tính mua một chiếc ba lô và một chiếc máy tính cầm tay với tổng giá tiền niêm yết là 885 nghìn đồng. Hiện tại, cửa hàng đó đang triển khai chương trình giảm giá cho học sinh, sinh viên nên giá tiền của một chiếc ba lô được giảm 20% và giá tiền của một chiếc máy tính cầm tay giảm 25% so với giá tiền niêm yết. Vì vậy, bạn Quốc chỉ phải trả 682 nghìn đồng khi mua hai sản phẩm này. Hỏi giá tiền niêm yết của một chiếc ba lô và giá tiền niêm yết của một chiếc máy tính cầm tay là bao nhiêu?

3) Biết phương trình bậc hai $x^2 + 8x - 6 = 0$ có hai nghiệm x_1 và x_2 , tìm tất cả các giá trị của m thỏa mãn:

$$\frac{70 - mx_1^2}{x_2} = x_1 + mx_2$$

Lời giải. 1) Gọi x là độ dài quãng đường ô tô đã đi từ Hà Nội đến Hải Phòng là ($x > 0$), km).

+) Do vận tốc trung bình ô tô đó đi từ Hà Nội đến Hải Phòng là 60 km/h nên thời gian ô tô đi từ Hà Nội đến Hải Phòng là $\frac{x}{60}$ (giờ).

+) Do vận tốc trung bình ô tô đi từ Hải Phòng đến Hà Nội là 40 km/h nên thời gian ô tô đi từ Hải Phòng đến Hà Nội là $\frac{x}{40}$ (giờ).

+) Do thời gian ô tô đi từ Hà Nội đến Hải Phòng ít hơn thời gian ô tô đi từ Hải Phòng về Hà Nội là 1 giờ nên ta thu được phương trình sau:

$$\begin{aligned} \frac{x}{40} - \frac{x}{60} &= 1 \\ \Leftrightarrow \frac{3}{2}x - x &= 60 \\ \Leftrightarrow x &= 120 \end{aligned}$$

Ta thấy kết quả thỏa mãn nên do đó độ dài quãng đường ô tô đi từ Hà Nội đến Hải Phòng là 120 km.

2) Gọi a, b lần lượt là giá niêm yết của một chiếc ba lô và một chiếc máy tính cầm tay ($a, b \geq 0$, nghìn đồng).

+) Ta có tổng giá tiền niêm yết của hai vật này là 885 nghìn đồng nên ta có phương trình sau:

$$a + b = 885 \quad (1)$$

+) Do giá tiền của một chiếc ba lô được giảm 20% và giá tiền của một chiếc máy tính cầm tay được giảm 25% so với giá niêm yết nên trên thực tế giá tiền của một chiếc ba lô là $\frac{4a}{5}$ nghìn đồng và một chiếc máy tính cầm tay là $\frac{3a}{4}$.

+) Vì bạn Quốc chỉ phải trả 682 nghìn đồng khi mua hai sản phẩm này nên ta có phương trình:

$$\frac{4a}{5} + \frac{3a}{4} = 682 \quad (2)$$

Từ (1) và (2), ta thu được hệ phương trình:

$$\begin{cases} a + b = 885 \\ \frac{4a}{5} + \frac{3a}{4} = 682 \end{cases}$$

Suy ra: $a = 365, b = 520$ (Thỏa mãn).

Vậy giá tiền niêm yết của một chiếc ba lô là 365 nghìn đồng, giá tiền niêm yết của một chiếc máy tính cầm tay là 520 nghìn đồng.

3) +) Ta có $x^2 + 8x - 6 = 0$ là phương trình bậc hai có hai nghiệm x_1 và x_2 , do đó theo định lý Vieta ta được:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -8 \\ x_1 x_2 = -6 \end{cases}$$

+) Lại có:

$$\frac{70 - mx_1^2}{x_2} = x_1 + mx_2 \Leftrightarrow 70 - mx_1^2 = x_1 x_2 + mx_2^2 \Leftrightarrow m[(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2] + x_1 x_2 = 70$$

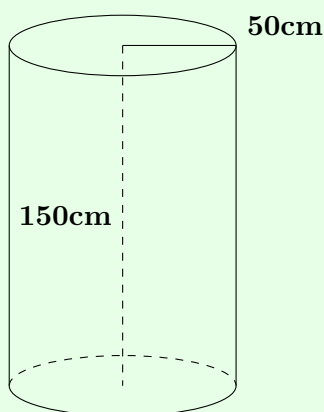
Thay $x_1 + x_2 = -8$ và $x_1 x_2 = -6$ vào đẳng thức trên, ta được: $76m - 6 = 70 \Leftrightarrow m = 1$.
Thử lại ta thấy thỏa mãn. Vậy $m = 1$. \square

Câu IV (4,0 điểm)

1) Gia đình bạn Khánh đang sử dụng một thùng đựng nước dạng hình trụ với bán kính đáy bằng 50 cm và chiều cao bằng 150 cm. Thùng đựng nước được đặt thẳng đứng trên mặt sàn như hình minh họa bên. (Lấy $\pi \approx 3,14$ và coi chiều dày của thùng không đáng kể).

a) Tính diện tích xung quanh của thùng đựng nước.

b) Sau một thời gian gia đình bạn Khánh sử dụng nước trong thùng thì mực nước còn lại đã thấp hơn 40 cm so với mực nước ban đầu. Tính thể tích nước trong thùng mà gia đình bạn Khánh đã sử dụng trong khoảng thời gian đó.



2) Cho tam giác ABC có ba góc nhọn ($AB < AC$), nội tiếp đường tròn (O) . Đường cao AD của tam giác ABC cắt đường tròn (O) tại điểm E (E khác A). Gọi K là chân đường vuông góc kẻ từ điểm E đến đường thẳng AB .

a) Chứng minh bốn điểm E, D, B, K cùng thuộc một đường tròn.

b) Đường thẳng AO cắt đường thẳng BC tại S . Chứng minh EA là tia phân giác của góc CEK và $ABAC = AEAS$.

c) Gọi H là trực tâm của tam giác ABC và I là trung điểm của đoạn thẳng AB . Chứng minh đường thẳng SI vuông góc với đường thẳng HK .

Lời giải. 1) a) Đổi: $50\text{cm} = 0,5\text{m}$; $150\text{cm} = 1,5\text{m}$.

Do thùng đựng nước có dạng hình trụ nên diện tích xung quanh của thùng là:

$$S_{xq} = 2\pi rh = 2\pi \cdot 0,5 \cdot 1,5 \approx 4,71\text{m}^2$$

b) Đổi: $40\text{cm} = 0,4\text{m}$.

Lượng nước trong thùng mà gia đình bạn Khánh đã sử dụng trong khoảng thời gian đó là:

$$V = \pi \cdot 0,5^2 \cdot 0,4 \approx 0,314\text{m}^3$$

2) a) Ta có $\angle EDB = 90^\circ$ (Do $AE \perp BC$ tại D theo giả thiết) và $\angle EKB = 90^\circ$ (Do $EK \perp AB$ tại K theo giả thiết) nên: $\angle EDB + \angle EKB = 180^\circ$. Suy ra tứ giác $EDBK$ nội tiếp và bốn điểm E, D, B, K đồng viên.

b) +) Xét đường tròn (O) có: $A, B, E, C \in (O)$ (giả thiết) nên tứ giác $ABEC$ nội tiếp, suy ra: $\angle ABC = \angle AEC \Rightarrow \angle AEC = 180^\circ - \angle DBK = \angle DEK$ (Do tứ giác $EDBK$ nội tiếp).

Hay $\angle AEK = \angle AEC$, suy ra EA là tia phân giác của $\angle CEK$

Câu V (0,5 điểm)

Một công ty kinh doanh trong lĩnh vực vận tải đang vận hành một đội gồm 35 xe chở hàng cùng loại, với lợi nhuận trung bình của mỗi xe là 1 triệu đồng một ngày. Để mở rộng mô hình kinh doanh, công ty dự định bổ sung thêm một số xe chở hàng cùng loại với xe đang vận hành. Công ty đã tiến hành khảo sát và phân tích thị trường, kết quả cho thấy: cứ bổ sung một xe chở hàng cùng loại vào hoạt động thì lợi nhuận trung bình của mỗi xe trong cả đội lại giảm đi 20 nghìn đồng một ngày. Hỏi công ty nên bổ sung bao nhiêu xe chở hàng cùng loại để lợi nhuận trung bình mỗi ngày của đội xe là lớn nhất?

Lời giải. Gọi x là số xe chở hàng cùng loại mà công ty kinh doanh bổ sung thêm ($x \in \mathbb{N}$).

Khi đó số xe chở hàng sẽ là $35 + x$ xe; lợi nhuận trung bình của mỗi xe trong đội là $1000 - 20x$ nghìn đồng.

Do đó lợi nhuận trung bình mỗi ngày của đội xe, tính theo đơn vị nghìn đồng là: $(35 + x)(1000 - 20x)$ nghìn đồng.

Ta có:

$$(35 + x)(1000 - 20x) = -20x^2 + 300x + 35000 = -20 \left(x - \frac{15}{2} \right)^2 + 36125 \leq 36125 \quad \forall x \in \mathbb{N}$$

Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow x = 7.5$.

Do $x \in \mathbb{N}$ nên ta sẽ lấy 2 giá trị gần với đỉnh Parabol nhất là: $x = 7$ và $x = 8$. Với $x = 7$ và $x = 8$ ta đều được: $(35 + x)(1000 - 20x) = 36120$.

Vậy công ty nên bổ sung 7 hoặc 8 xe chở hàng cùng loại để lợi nhuận trung bình mỗi ngày của đội xe là lớn nhất. \square