LỜI GIẢI ĐỀ CƯƠNG ÔN TẬP HỌC KÌ II MÔN TOÁN 10 - THPT VIỆT ĐỨC

Băng đản Đê bún

Ngày 10 tháng 04 năm 2025

1 ĐỀ SỐ 1

1.1 Trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Cho tam thức bậc hai $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ có $\Delta < 0$. Giá trị của a để tam thức luôn dương là:

A. $a = 1$ **B.** $a = -1$ **C.** $a = -10$ **D.** $a = -2$

Lời giải. Ta có: $\Delta < 0$ nên $f(x)$ cùng dấu với hệ số a với mọi $x \in \mathbb{R}$. Vậy để $f(x)$ luôn dương thì $a > 0$, hay $a = 1$.
Vậy đáp án đúng là **A.** □

Câu 2. Tìm giá trị của tham số a để tam thức $y = x^2 - ax + 1$ có hai nghiệm dương phân biệt?

A. $a \leq 2$ **B.** $a < 2$ **C.** $a > 2$ **D.** $a \geq 2$

Lời giải. Để tam thức bậc hai $y = ax^2 + bx + c$ có 2 nghiệm dương phân biệt thì ta cần thỏa mãn các điều kiện sau:

$$\begin{cases} \Delta > 0 \\ \frac{-b}{a} > 0 \\ \frac{c}{a} > 0 \end{cases}$$

Áp dụng cho tam thức $y = x^2 - ax + 1$, ta cần:

$$\begin{cases} a^2 - 4 > 0 \\ a > 0 \\ 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a < -2 \text{ hoặc } a > 2 \\ a > 0 \end{cases}$$

Suy ra: $a > 2$.
Vậy đáp án đúng là **C.** □

Câu 3. Bình phương cả hai vế của phương trình $\sqrt{x+2}=\sqrt{3x+1}$ rồi biến đổi, thu gọn ta được phương trình nào sau đây?

A. $3x-1=0$ **B.** $2x+1=0$ **C.** $2x-1=0$ **D.** $2x+3=0$

Lời giải. Điều kiện xác định: $x \geq \frac{-1}{3}$. Bình phương 2 vế của phương trình ban đầu ta được:

$$x+2=3x+1 \Leftrightarrow 2x-1=0$$

Vậy đáp án đúng là **C.** □

Câu 4. Trong mặt phẳng Oxy, góc giữa hai đường thẳng $\Delta_1 : \begin{cases} x=2+3t \\ y=4-2t \end{cases}$ và $\Delta_2 : \begin{cases} x=-3+2t \\ y=1+3t \end{cases}$ bằng

A. 90° **B.** 45° **C.** 60° **D.** 30°

Lời giải. Từ giả thiết ta xác định được vector chỉ phương của hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 lần lượt là: $\vec{u_1}(3;-2)$ và $\vec{u_2}(2;3)$. Suy ra vector pháp tuyến của 2 đường thẳng trên lần lượt là: $\vec{n_1}(2;3)$ và $\vec{u_2}(-3;2)$. Từ đó ta tính được góc giữa Δ_1 và Δ_2 được xác định qua:

$$\cos(\Delta_1,\Delta_2)=\cos(\vec{n_1},\vec{n_2})=\frac{|2.(-3)+3.2|}{\sqrt{2^2+(-3)^2}.\sqrt{3^2+2^2}}=0$$

Suy ra góc giữa Δ_1 và Δ_2 là 90° Vậy đáp án đúng là **A.** □

Câu 5. Trong mặt phẳng Oxy, cho điểm $M(-2;1)$ và đường thẳng $\Delta : x-3y+6=0$. Khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng Δ bằng

A. $\frac{\sqrt{10}}{10}$ **B.** $2\sqrt{10}$ **C.** $\frac{10}{5}$ **D.** $\frac{2}{\sqrt{10}}$

Lời giải. Áp dụng công thức tính khoảng cách, ta tính được khoảng cách từ điểm M tới đường thẳng Δ là:

$$d(M;\Delta)=\frac{|1.(-2)+(-3).1+6|}{\sqrt{1^2+(-3)^2}}=\frac{1}{\sqrt{10}}=\frac{\sqrt{10}}{10}$$

Vậy đáp án đúng là **A.** □

Câu 6. Viết phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua điểm $I(-1;2)$ và vuông góc với đường thẳng có phương trình $2x-y+4=0$.

A. $x+2y=0$ **B.** $x+2y-3=0$ **C.** $x+2y+3=0$ **D.** $x-2y+5=0$

Lời giải. Ta có đường thẳng vuông góc với $2x - y + 4 = 0$ có dạng $x + 2y + m = 0$, mà đường thẳng này đi qua điểm $I(-1; 2)$ nên suy ra $-1 + 2.2 + m = 0 \Leftrightarrow m = -3$. Do đó đường thẳng cần tìm có phương trình tổng quát là: $x + 2y - 3 = 0$.
Vậy đáp án đúng là **B.** □

Câu 7. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^2 + y^2 - 2(m + 2)x + 4my + 19m - 6 = 0$ là phương trình đường tròn.

A. $1 < m < 2$
B. $m < -2$ hoặc $m > -1$
C. $m < -2$ hoặc $m > 1$
D. $m < 1$ hoặc $m > 2$

Lời giải. Để phương trình trên là phương trình đường tròn thì: $R > 0 \Leftrightarrow (m + 2)^2 + (-2m)^2 - 19m + 6 > 0 \Leftrightarrow 5(m^2 - 3m + 2) > 0 \Leftrightarrow m > 2$ hoặc $m < 1$
Vậy đáp án đúng là **D.** □

Câu 8. Gọi d là tiếp tuyến của đường tròn $(C) : x^2 + y^2 - 4x + 2y - 4 = 0$ biết d song song đường thẳng $\Delta : 3x + 4y - 17 = 0$ nên phương trình tiếp tuyến d là

A. $3x + 4y - 13 = 0$
B. $3x + 4y + 13 = 0$
C. $4x - 3y + 13 = 0$
D. $4x - 3y - 13 = 0$

Lời giải. +) Do đường thẳng d song song với Δ nên nó có dạng: $3x + 4y + m = 0$ $(m \neq -17)$.
+) Đường tròn (C) có tâm $I(2; -1)$ và bán kính $R = 3$. Ta có d là tiếp tuyến của đường tròn (C) khi và chỉ khi:

$$d(I; d) = R \Leftrightarrow \frac{|3.2 + 4.(-1) + m|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 3 \Leftrightarrow |m + 2| = 15 \Leftrightarrow m = -17 \text{ hoặc } m = 13$$

Mà $m \neq -17$ nên: $m = 13$. Suy ra phương trình tiếp tuyến d là: $3x + 4y + 13 = 0$.
Vậy đáp án đúng là **B.** □

Câu 9. Tủ lạnh nhà bạn An có 20 hộp sữa và 15 cái bánh quy, trong đó có 12 hộp sữa có hương dâu và 8 hộp sữa socola, 8 cái bánh quy hương socola và 7 cái bánh quy hương dâu. Bạn An đang cần lựa 1 món bánh socola và 1 hộp sữa dâu để ăn bữa chiều. Hỏi ban jAn có bao nhiêu cách chọn?

A. 96 **B.** 84 **C.** 15 **D.** 35

Lời giải. +) Số cách chọn 1 món bánh socola là: C_8^1 cách.
+) Số cách chọn 1 hộp sữa dâu là: C_{12}^1 cách.
Theo quy tắc nhân, bạn An có: $C_8^1.C_{12}^1 = 96$ cách.
Vậy đáp án đúng là **A.** □

Câu 10. Cho đa giác đều n đỉnh, $n \in \mathbb{N}$ và $n \geq 3$. Tìm n biết rằng đa giác đã cho có 170 đường chéo.

A. $n = 15$ **B.** $n = 27$ **C.** $n = 8$ **D.** $n = 20$

Lời giải. Sử dụng công thức tính đường chéo của đa giác có n đỉnh n là: $\frac{n(n-3)}{2}$. Áp dụng cho đa giác đã cho, ta được:

$$\frac{n(n-3)}{2} = 170 \Leftrightarrow (n-20)(n+17) = 0 \Leftrightarrow n = 20 \text{ hoặc } n = -17$$

Mà $n \geq 3$ nên: $n = 20$.
Vậy đáp án đúng là **D.** □

Câu 11. Xác định số hạng chứa x^3 trong khai triển biêu thức $(x-1)^5$.

A. $-C_5^3x^3$ **B.** $C_5^3x^3$ **C.** C_5^3 **D.** $-C_5^3$

Lời giải. Sử dụng định lý nhị thức:

$$(x+y)^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k x^n y^{n-k}$$

Áp dụng ta được:

$$(x-1)^5 = C_5^0x^5.(-1)^0 + C_5^1.x^4.(-1)^1 + C_5^2x^3.(-1)^2 + C_5^3x^2.(-1)^3 + C_5^4.x.(-1)^4 + C_5^5.x^0.(-1)^5$$

Mà $C_5^2 = C_5^3 \Rightarrow$ Số hạng chứa x^3 trong khai triển biểu thức trên là: $C_5^3x^3$.
Vậy đáp án đúng là **B.** □

Câu 12. Một hộp chứa 11 quả cầu trong đó có 5 quả màu xanh và 6 quả màu đỏ. Lấy ngẫu nhiên lần lượt 2 quả cầu từ hộp đó. Tính xác suất để 2 lần đều lấy được quả màu xanh.

A. $\frac{1}{11}$ **B.** $\frac{9}{55}$ **C.** $\frac{2}{11}$ **D.** $\frac{4}{11}$

Lời giải. +) Số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega) = C_{11}^2$
+) Gọi S là biến cố để 2 lần đều lấy được quả màu xanh, khi đó số phần tử của S là: $n(S) = C_5^2$
Vậy xác suất để 2 lần đều lấy được quả màu xanh là:

$$P(S) = \frac{n(S)}{n(\Omega)} = \frac{C_5^2}{C_{11}^2} = \frac{2}{11}$$

Vậy đáp án đúng là **C.** □

1.2 Trắc nghiệm đúng sai

Câu 13. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường tròn $(C) : (x+2)^2+(y-1)^2 = 9$ và hai điểm $A(-4; 3), B(2; -1)$.
A. Phương trình tổng quát của đường thẳng $AB : 2x + 3y + 1 = 0$.
B. Phương trình đường thẳng d đi qua điểm A sao cho khoảng cách từ tâm đường tròn đến đường thẳng d là lớn nhất có dạng: $x - y - 1 = 0$.
C. Điểm B nằm ngoài đường tròn (C).
D. Giá trị lớn nhất của BM với M là điểm chuyển động trên đường tròn (C) là 9.

Lời giải. **A.** Từ tọa độ 2 điểm A, B ta được vector chỉ phương của đường thẳng AB là: $\vec{u}(6; -4)$ hay vector pháp tuyến của AB là: $\vec{n}(4; 6)$. Từ đó ta cũng có: $\vec{n_x}(2; 3)$ là vector pháp tuyến của AB.
Suy ra phương trình tổng quát của đường thẳng AB là:

$$2(x + 4) + 3(y - 3) = 0 \Leftrightarrow 2x + 3y - 1 = 0$$

Vậy ý **A.** là sai.
B. Giả sử phương trình đường thẳng d có dạng: $x-y-1 = 0$. Do $A \in d$ nên: $-4-3-1 = 0 \Leftrightarrow -7 = 0$ (Mâu thuẫn).
Vậy ý **B.** là sai.
C. Thay tọa độ điểm B vào phương trình đường tròn (C), ta được: $(2+2)^2+(-1-1)^2 = 20$. Do $20 > 9$ nên điểm B nằm ngoài đường tròn (C).
Vậy ý **C.** là đúng.
D. Gọi IB cắt (C) tại 2 điểm phân biệt K, L.
Sử dụng bất đẳng thức tam giác, ta có:

$$IB - IM \leq MB \leq IB + IM \Rightarrow IB - IK \leq MB \leq IB + IL \Rightarrow BK \leq BM \leq BL$$

Mà $BL = IB + IL = 2\sqrt{5} + 3$ nên BM đạt giá trị lớn nhất tại $2\sqrt{5} + 3$.
Vậy ý **D.** là sai. □

Câu 14. Xét phép thử gieo con xúc xắc 6 mặt hai lần. Khi đó:
A. $n(\Omega) = 36$
B. Gọi A là biến cố: "Số chấm xuất hiện ở cả hai lần gieo giống nhau". Khi đó: $n(A) = 6$.
C. Gọi B là biến cố: "Tổng số chấm xuất hiện ở hai lần gieo chia hết cho 3". Khi đó: $P(B) = \frac{1}{3}$.
D. Gọi C là biến cố: "Số chấm xuất hiện ở lần một lớn hơn số chấm xuất hiện ở lần hai". Khi đó: $P(C) = \frac{1}{3}$.

Lời giải. **A.** Do mỗi lần gieo có thể ra 1 trong 6 mặt nên theo quy tắc nhân sau hai lần gieo thì số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega) = 6.6 = 36$.
Vậy ý **A.** là đúng.
B. Số chấm xuất hiện ở cả hai lần gieo giống nhau có thể xảy ra các trường hợp sau:

$$(1; 1), (2; 2), (3; 3), (4; 4), (5; 5), (6; 6)$$

Suy ra số phần tử của biến cố A là: $n(A) = 6$.
Vậy ý **B.** là đúng.
C. Tổng số chấm xuất hiện ở hai lần gieo chia hết cho 3 có thể xảy ra các trường hợp sau:

$$(1;2),(1;5),(2;1),(2;4),(3;3),(3;6),(4;2),(4;5),(5;1),(5;4),(6;3),(6;6)$$

Suy ra xác suất của biến cố B là:

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{1}{3}$$

Vậy ý **C.** là đúng.
D. Các kết quả sao cho số chấm xuất hiện ở lần một lớn hơn số chấm xuất hiện ở lần hai ta có thể xét dưới dạng $(a;b)$. Khi đó với a,b là các số tự nhiên từ 1 đến 6 thỏa mãn $2 \leq b+1 \leq a \leq 6$. Hay đơn giản hơn khi ta xét a bất kì trong phạm vi đã cho thì kết quả sẽ là: $a-1$ cách chọn. Suy ra số phần tử của biến cố C là: $1+2+3+4+5 = 15$, từ đó ta tính được xác suất của biến cố C là:

$$P(C) = \frac{n(C)}{n(\Omega)} = \frac{15}{36}$$

Vậy ý **D.** là sai. □

1.3 Trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 15. Cho $\triangle ABC$ có điểm $M(2;0)$ là trung điểm của cạnh AB. Đường trung tuyến và đường cao kẻ từ A lần lượt có phương trình là $7x-2y-3=0, 6x-y-4=0$. Phương trình của đường thẳng AB có dạng: $ax+by-4=0$ $(a,b\in\mathbb{N})$. Tính $a+b$.

Lời giải. Gọi tọa độ của 2 điểm A, B là: $A(x_A;y_A), B(x_B;y_B)$.
+) Do đường trung tuyến và đường cao được kẻ từ A nên điểm A thuộc cả 2 đường trên. Khi đó ta có:

$$\begin{cases} 7x_A - 2y_A - 3 = 0 \\ 6x_A - y_A - 4 = 0 \end{cases}$$

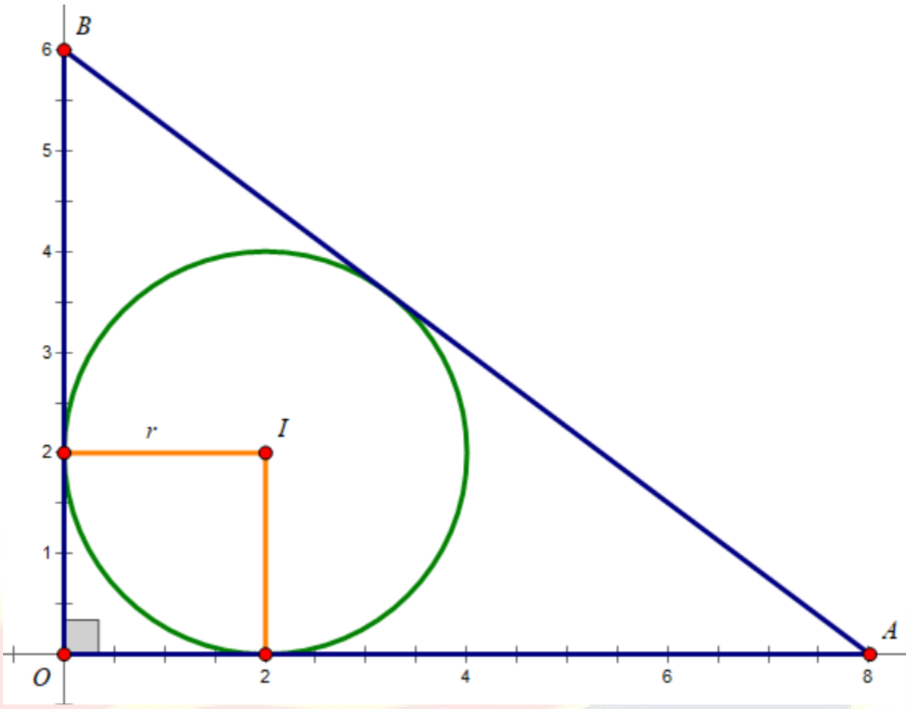
Từ hệ phương trình trên ta suy ra được: $x_A = 1; y_A = 2$.
+) Ta có: $A(1;2)$ và $M(2;0)$. Mà M là trung điểm của cạnh AB nên:

$$\frac{1+x_B}{2} = 2 \text{ và } \frac{2+y_B}{2} = 0$$

Suy ra: $x_B = 3$ và $y_B = -2$.
+) Lại có: $A(1;2)$ và $B(3;-2)$ nên suy ra vector chỉ phương của đường thẳng AB là: $\vec{u}(2;-4)$. Từ đó ta được vector pháp tuyến của đường thẳng AB là $\vec{n}(4;2)$. Thay vào phương trình tổng quát của đường thẳng AB ta được:

$$4(x-1)+2(y-2) = 0 \Leftrightarrow 2x+y-4 = 0$$

Suy ra $a=2, b=1 \Rightarrow a+b=3$. Vậy $a+b=3$. □



Câu 16. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai điểm $A(8;0), B(0;6)$. Viết phương trình đường tròn nội tiếp tam giác OAB.

Lời giải. +) Ta có: $OA = 8, OA = 6, AB = \sqrt{(0-8)^2 + (6-0)^2} = 10$.
Mà $\frac{1}{2}.OA.OB = pr$ với $2p = OA + OB + AB$ nên:

$$r = \frac{OA.OB}{OA + OB + AB} = 2$$

+) Lại có tâm của đường tròn nội tiếp $\triangle OAB$ thuộc góc phần tư thứ nhất và tiếp xúc với hai trục tọa độ nên tâm của đường tròn có tọa độ là: $I(2;2)$.
Vậy phương trình đường tròn nội tiếp $\triangle OAB$ là: $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 4$. □

Câu 17. Một nhóm học sinh gồm 7 nam và 5 nữ. Người ta muốn chọn từ nhóm ra 5 người để lập thành một đội cờ đỏ sao cho phải có 1 đội trưởng nam, 1 đội phó nam và có ít nhất 1 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách lập đội cờ đỏ?

Lời giải. Ta xét các trường hợp sau:
TH1. Trong đội có 1 nữ và 4 nam. Khi đó số cách chọn 1 nữ là: C_5^1; số cách chọn 2 nam làm đội trưởng và đội phó là: A_7^2 và số nam còn lại: C_5^2. Theo quy tắc nhân ta có: $C_5^1.A_7^2.C_5^2$ cách.
TH2. Trong đội có 2 nữ và 3 nam. Khi đó số cách chọn 2 nữ là: C_5^2; số cách chọn 2 nam làm đội trưởng và đội phó là: A_7^2 và số nam còn lại: C_5^1. Theo quy tắc nhân ta có: $C_5^2.A_7^2.C_5^1$ cách.
TH3. Trong đội có 3 nữ và 2 nam. Khi đó số cách chọn 3 nữ là: C_5^3; số cách chọn 2 nam làm đội trưởng và đội phó là: A_7^2.Theo quy tắc nhân ta có: $C_5^3.A_7^2$ cách.
Vậy tổng cộng ta có số cách lập đội cờ đỏ là: $C_5^1.A_7^2.C_5^2 + C_5^2.A_7^2.C_5^1 + C_5^3.A_7^2 = 4620$ cách.
□

Câu 18. Gieo ngẫu nhiên đồng thời bốn đồng xu cân đối đồng chất. Tính xác suất để ít nhất hai đồng xu lật ngửa.

Lời giải. Gọi A là biến cố: Trong 4 đồng xu cân đối đồng nhất được gieo có ít nhất hai đồng xu lật ngửa.
$\Rightarrow$ Biến cố đối của A là $\overline{A}$: Trong 4 đồng xu cân đối đồng chất được gieo có nhiều nhất 1 đồng xu lật ngửa.
+) Ta có: 1 đồng xu có 2 mặt sấp và ngửa. Mà ta tung 4 đồng xu nên số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega) = 2^4 = 16$.
+) Số phần tử của biến cố $\overline{A}$ là: $n(\overline{A}) = 1.1.1.1 + 4.1.1.1.1 = 5$.
Vậy xác suất của biến cố A là:

$$P(A) = 1 - P\left(\overline{A}\right) = 1 - \frac{5}{16} = \frac{11}{16}$$

□

1.4 Tự luận

Câu 19. Cho ba điểm $A(2;0), B(3;4)$ và $P(1;1)$. Viết phương trình đường thẳng đi qua P đồng thời cách đều A và B.

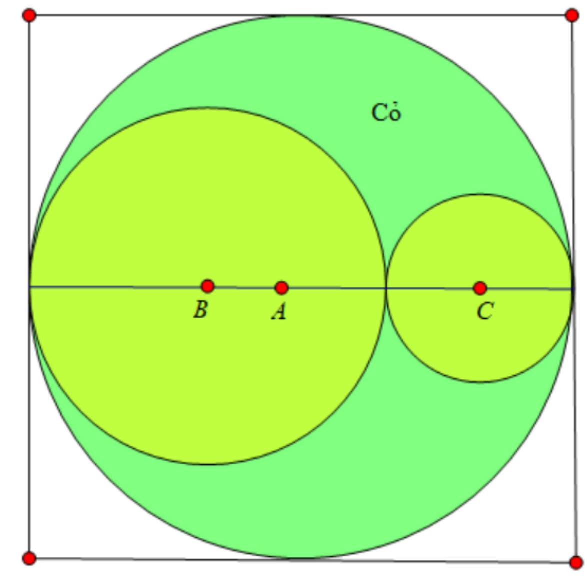
Lời giải. Gọi đường thẳng Δ thỏa mãn yêu cầu đề bài có dạng: $a(x-1) + b(y-1) = 0 \quad (a^2 + b^2 \neq 0)$
Tương đương với phương trình: $ax + by + (-a - b) = 0$. Do đường thẳng Δ cách đều 2 điểm $A(2;0)$ và $B(3;4)$ nên: $d(A;\Delta) = d(B;\Delta)$

$$\Leftrightarrow \frac{|a.2 + 0.b + (-a-b)|}{\sqrt{a^2+b^2}} = \frac{|a.3 + 4.b + (-a-b)|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

$$\Leftrightarrow |a - b| = |2a + 3b|$$

Tới đây có 2 trường hợp:
TH1: $a - b = 2a + 3b$. Tương đương với: $a = -4b$. Chọn cặp $(a;b)$ thỏa mãn tính chất trên, ví dụ ta chọn: $a = 4; b = -1$. Khi đó phương trình đường thẳng Δ là: $4x - y - 3 = 0$.
TH2: $b - a = 2a + 3b$. Tương tự như vậy, ta chọn cặp $(a;b)$ thỏa mãn, ví dụ: $a = 2, b = -3$, suy ra phương trình đường thẳng Δ có dạng: $2x - 3y + 1 = 0$.
Vậy phương trình đường thẳng Δ thỏa mãn yêu cầu đề bài là: $4x - y - 3 = 0$ hoặc $2x - 3y + 1 = 0$. □

Câu 20. Ông Hà có một khu vườn hình vuông diện tích $100m^2$. Ông muốn chia làm ba phần, phần hai đường tròn tâm B và C dùng trồng hoa, phần tô đậm dùng để trồng cỏ, phần còn lại lát gạch như hình vẽ minh họa. Biết mỗi mét vuông trồng cỏ chi phí 100 nghìn đồng, mỗi mét vuông trồng hoa chi phí 1 triệu đồng, mỗi mét vuông lát gạch chi phí 300 nghìn đồng. Khi diện tích phần trồng hoa là nhỏ nhất thì tổng chi phí thi công vườn hết bao nhiêu triệu đồng ***(kết quả làm tròn đến phần mười)***.



Lời giải. Do khu vườn hình vuông có diện tích $100m^2$ nên ta được các cạnh hình vuông có độ dài $10m$. Do phần trồng cỏ là hình tròn nội tiếp khu vườn hình vuông nên bán kính của hình tròn màu xanh lá bằng một nửa cạnh hình vuông là: $R = \frac{10}{2} = 5$. Theo giả thiết, ta có chi phí phải trả cho các phần ở trong khu vườn là:
+) Phần dùng để trồng hoa (Hai đường tròn tâm B và C): $1000\pi(r_B^2 + r_C^2)$ (nghìn đồng) với r_B, r_C là các bán kính của đường tròn tâm B, C.
+) Phần lát gạch: $300(100 - 5.5.\pi)$ (nghìn đồng)
+) Phần trồng cỏ: $100\left[5.5\pi - \pi(r_B^2 + r_C^2)\right]$
Vậy tổng chi phí thi công vườn là: $1000\pi(r_B^2+r_C^2)+300(100-5.5.\pi)+100\left[5.5\pi - \pi(r_B^2 + r_C^2)\right]$.
Tương đương với: $900\pi(r_B^2 + r_C^2) - 5000\pi + 30000$.
Sử dụng bất đẳng thức sau (Có thể dễ dàng chứng minh bằng biến đổi tương đương):

$$a^2 + b^2 \geq \frac{(a+b)^2}{2} \quad (a, b \in \mathbb{R})$$

Suy ra:

$$r_B^2 + r_C^2 \geq \frac{(r_B + r_C)^2}{2} = \frac{(2r_B + 2r_C)^2}{8} = \frac{10^2}{8}$$

Từ đó:

$$900\pi(r_B^2 + r_C^2) - 5000\pi + 30000 \geq 900\pi.\frac{10^2}{8} - 5000\pi + 30000 \approx 49635$$

Tương đương với $49,6$ triệu đồng. Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $r_B = r_C$.
Vậy khi diện tích phần trồn hoa là nhỏ nhất thì tổng chi phí thi công vườn hết: $49,6$ triệu đồng. □

Câu 21. Gieo một con xúc xắc cân đối và đồng chất. Giả sử con xúc xắc xuất hiện ở mặt b chấm. Tính xác suất sao cho phương trình $x^2 - bx + b - 1 = 0$ (x là ẩn số) có nghiệm lớn hơn 3.

Lời giải. Khi gieo con xúc xắc cân đối và đồng chất thì kết quả có thể được các chấm từ 1 đến 6, nên không gian mẫu của nó là: $n(\Omega) = 6$.
Gọi E là biến cố xuất hiện mặt b chấm. Xét phương trình $x^2 - bx + b - 1 = 0$. Phân tích nhân tử ta được: $(x-1)(x-b+1) = 0$. Vậy có 2 trường hợp:
TH1. $x = 1$. Loại do $x > 3$.
TH2. $x = b - 1$. Do $x > 3$ nên: $b + 1 > 3$, tương đương với $b > 4 \Leftrightarrow b \in \{5; 6\}$.
Vậy xác suất thỏa mãn yêu cầu đề bài là:

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(\Omega)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

□

2 ĐỀ SỐ 2

2.1 Trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Cho tam thức bậc hai $f(x) = ax^2 + bx + c$ $(a \neq 0)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?
A. Nếu $\Delta > 0$ thì $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a, với mọi $x \in \mathbb{R}$.
B. Nếu $\Delta < 0$ thì $f(x)$ luôn trái dấu với hệ số a, với mọi $x \in \mathbb{R}$.
C. Nếu $\Delta = 0$ thì $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a, với mọi $x \in \mathbb{R}/\left\{-\frac{b}{2a}\right\}$.
D. Nếu $\Delta < 0$ thì $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số b, với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Lời giải. Theo lí thuyết, trong trường hợp $\Delta = 0$ thì f(x) luôn cùng dấu với hệ số a, với mọi $x \in \mathbb{R}/\left\{-\frac{b}{2a}\right\}$.
Vậy đáp án đúng là **C.** □

Câu 2. Biểu thức $(3x^2 - 10x + 3)(4x - 5)$ âm khi và chỉ khi

A. $x \in \left(-\infty; \frac{5}{4}\right)$
C. Nếu $x \in \left(\frac{1}{3}; \frac{5}{4}\right) \cup (3; +\infty)$
B. $x \in \left(-\infty; \frac{1}{3}\right) \cup \left(\frac{5}{4}; 3\right)$.
D. Nếu $x \in \left(\frac{1}{3}; 3\right)$

Lời giải. Đặt $A = (3x^2 - 10x + 3)(4x - 5)$. Dễ thấy $3x^2 - 10x + 3 = (x - 3)(3x - 1)$ có 2 nghiệm là $3; \frac{1}{3}$ và $4x - 5 = 0$ có nghiệm là $\frac{5}{4}$.
Lập bảng xét dấu:

x	$-\infty$	$\frac{1}{3}$	$\frac{5}{4}$	3	$+\infty$
$3x^2 - 10x + 3$	$+$	0	$-$	0	$+$
$4x - 5$	$-$	0	$-$	$+$	$+$
$f(x) = (3x^2 - 10x + 3)(4x - 5)$	$-$	0	$+$	0	$+$

Dựa vào đó, ta thấy $f(x) < 0$. Suy ra: $x \in \left(-\infty; \frac{1}{3}\right) \cup \left(\frac{5}{4}; 3\right)$.
Vậy đáp án đúng là **C.** □

Câu 3. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2 - 3x + 2} = \sqrt{x + 2}$ là:

A. 3 **B.** 4. **C.** -1 **D.** -3

Lời giải. Điều kiện xác định: $x \geq -2$.
Ta có:

$$\sqrt{x^2 - 3x + 2} = \sqrt{x + 2} \Rightarrow x^2 - 3x + 2 = x + 2 \Leftrightarrow x^2 - 4x = 0 \Leftrightarrow x(x - 4) = 0$$

Suy ra $x = 0$ hoặc $x = 4$ (thỏa mãn), hay tổng tất cả các nghiệm của phương trình là: $0 + 4 = 4$.
Vậy đáp án đúng là **B.** □

Câu 4. Trong mặt phẳng hệ tọa độ Oxy, cho đường thẳng d : $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 3t \end{cases}$ $(t \in \mathbb{R})$. Vector nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d:

A. $\vec{u_1} = (1; 2)$ **B.** $\vec{u_2} = (-3; 2)$. **C.** $\vec{u_3} = (2; 3)$ **D.** $\vec{u_4} = (-2; 1)$

Lời giải. Phương trình đã cho là phương trình tham số nên ta suy ra 1 trong các vector chỉ phương của d là: $\vec{u_3} = (2; 3)$.
Vậy đáp án đúng là **C.** □

Câu 5. Trong mặt phẳng hệ tọa độ Oxy, cho điểm $A(1; 2)$ và đường thẳng d : $x + 2y - 3 = 0$. Phương trình đường thẳng Δ qua A và song song với d là

A. $x+2y-5 = 0$ **B.** $2x - y = 0$ **C.** $2x-y-5 = 0$ **D.** $x+2y-1 = 0$

Lời giải. +) Do $\Delta \parallel d$ nên phương trình đường thẳng Δ có dạng: $x + 2y + m = 0$ $(m \neq -3)$.
+) Ta có: $A(1; 2) \in \Delta$ nên suy ra: $1 + 4 + m = 0$, hay $m = -5$ (Thỏa mãn). Từ đó ta được phương trình đường thẳng Δ là: $x + 2y - 5 = 0$.
Vậy đáp án đúng là **A.** □

Câu 6. Trong mặt phẳng hệ tọa độ Oxy, cho điểm $A(0; 1)$ và đường thẳng d : $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 3 + t \end{cases}$ $(t \in \mathbb{R})$. Tìm tọa độ điểm $M \in d$ sao cho khoảng cách từ M đến A bằng 5.

A. $M\left(\frac{24}{5}; -\frac{2}{5}\right)$ **B.** $M(-4; 4)$. **C.** $M(4; -4)$ **D.** $M\left(-\frac{24}{5}; -\frac{2}{5}\right)$

Lời giải. +) Do $M \in d$ nên tọa độ của điểm M có dạng: $M(2 + 2a; 3 + a)$.
+) Ta có:

$$AM = 5 \Leftrightarrow \sqrt{[(2+2a)^2 - 0^2] + [(3+a)^2 - 1^2]} = 5 \Leftrightarrow 5a^2+12a-17 = 0 \Leftrightarrow (a-1)(5a+17) = 0$$

Suy ra điểm M có tọa độ là: $M(4; 4)$ hoặc $M\left(-\frac{24}{5}; -\frac{2}{5}\right)$.
Vậy đáp án đúng là **D.** □

Câu 7. Phương trình đường tròn (C) có tâm $I(2; -4)$ và đi qua điểm $A(1; 3)$ là

A. $(x + 2)^2 + (y - 4)^2 = 50$ **C.** $(x - 2)^2 + (y + 4)^2 = 50$

B. $(x - 2)^2 + (y + 4)^2 = 25$ **D.** $(x + 2)^2 + (y - 4)^2 = 25$

Lời giải. Do đường tròn (C) có tâm $I(2; -4)$ nên phương trình đường tròn (C) có dạng: $(x-2)^2+(y+4)^2 = m$ $(m > 0)$. Mà $A(1; 3) \in (C)$ nên suy ra: $m = (1-2)^2+(3+4)^2 = 50$.
Vậy đáp án đúng là **C.** □

Câu 8. Giống câu 7 đề I

Câu 9. Lớp 10C có 20 học sinh nam và 25 học sinh nữ. Thầy giáo có bao nhiêu cách chọn ra một học sinh làm lớp trưởng ?

A. 20 **B.** 25 **C.** 500 **D.** 45

Lời giải. Tổng số học sinh trong lớp là 45 bạn nên số cách để thầy giáo chọn 1 học sinh làm lớp trưởng là: $C_{45}^1 = 45$ cách.
Vậy đáp án đúng là **D.** □

Câu 10. Một lớp có 7 học sinh giỏi Toán, 5 học sinh giỏi Văn, 6 học sinh giỏi Anh. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 1 nhóm gồm 2 học sinh giỏi khác nhau ?

A. 107 **B.** 106 **C.** 105 **D.** 104

Lời giải. +) Số cách chọn 2 học sinh gồm 1 học sinh giỏi Toán và 1 học sinh giỏi Văn là $C_7^1.C_5^1 = 35$ (cách)
+) Số cách chọn 2 học sinh gồm 1 học sinh giỏi Toán và 1 học sinh giỏi Anh là $C_7^1.C_6^1 = 42$ (cách)
+) Số cách chọn 2 học sinh gồm 1 học sinh giỏi Văn và 1 học sinh giỏi Anh là $C_5^1.C_6^1 = 30$ (cách)
Suy ra tổng số cách chọn ra 1 nhóm gồm 2 học sinh giỏi khác nhau là: $35 + 42 + 30 = 107$ (cách)
Vậy đáp án đúng là **A.** □

Câu 11. Số hạng tử tổng khai triển $(2x + y)^6$ bằng

A. 7 **B.** 6 **C.** 5 **D.** 4

Lời giải. Số lượng hạng tử của $(2x + y)^6$ tương ứng với số lượng các C_n^k từ C_6^0 đến C_6^6.
Suy ra có 7 hạng tử trong $(2x + y)^6$.
Vậy đáp án đúng là **A.** □

Câu 12. Gieo một con xúc xắc. Xác suất để mặt chấm chẵn xuất hiện là

A. $0,2$ **B.** $0,3$ **C.** $0,4$ **D.** $0,5$

Lời giải. +) Số phần tử của không gian mẫu là: 6
+) Gọi A là biến cố để mặt chấm chẵn xuất hiện. Do trong 6 mặt của xúc xắc có 3 số chẵn nên số phần tử của biến cố A là: 3.
Suy ra xác suất thỏa mãn yêu cầu đề bài là: $0,5$.
Vậy đáp án đúng là **D.** □

2.2 Trắc nghiệm đúng sai

Câu 13. Cho tập hợp $A = \{1; 2; 3; 4; 5\}$. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có ít nhất 3 chữ số, các chữ số đôi một khác nhau được lập thành từ các chữ số thuộc tập hợp A.
a) Có thể lập được 125 số có 3 chữ số đôi một khác nhau từ tập hợp A.
b) Có thể lập được 25 số có 2 chữ số từ tập hợp A.
c) Gọi B là tập hợp số có 2 chữ số được lập thành từ tập hợp A, xác suất để số có hai chữ số được chọn là số chẵn là $\frac{2}{5}$.
d) Chọn ngẫu nhiên 1 số từ S, xác suất để số được chọn có tổng các chữ số bằng 10 là $\frac{4}{25}$.

Lời giải. a) Gọi số có 3 chữ số đôi một khác nhau là: $\overline{abc}$ $(a, b, c \in A; a \neq b \neq c)$.
Khi đó: a có 5 cách chọn, b có 4 cách chọn và c có 3 cách chọn. Theo quy tắc nhân thì ta có thể lập được số các số có 3 chữ số đôi một khác nhau là: $5.4.3 = 60$ (số).
Vậy ý **A.** là sai.
b) Gọi số có 2 chữ số là: $\overline{xy}$ $(x, y \in A)$.
Khi đó: x có 5 cách chọn và y có 5 cách chọn. Theo quy tắc nhân ta có thể lập được số các số có 2 chữ số la: $5.5 = 25$ (số).
Vậy ý **B.** là đúng.
c) Từ câu b ta có được số phần tử của tập hợp B là: $n(B) = 25$ hay $n(\Omega) = 25$.
Gọi E là biến cố thỏa mãn yêu cầu đề bài. Để số có hai chữ số là số chẵn thì chữ số hàng đơn vị có thể là: 2 hoặc 4. Mà chữ số hàng chục có 5 cách chọn nên theo quy tắc nhân ta có: $2.5 = 10$ số có hai chữ số là số chẵn được lập từ tập hợp A.
Suy ra xác suất của biến cố E là:

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(\Omega)} = \frac{10}{25} = \frac{2}{5}$$

Vậy ý **C.** là đúng.
d) Do tập A có 5 phần tử nên các phần tử của tập hợp S sẽ có dạng 3 chữ số, 4 chữ số và 5 chữ số đôi một khác nhau. Từ đó ta tính được số phần tử của tập hợp S là: $A_5^3 + A_5^4 + A_5^5 = 300$ (số).
+) Do ta chọn ngẫu nhiên 1 số từ S nên số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega) = C_{300}^1$.
+) Gọi K là biến cố thỏa mãn yêu cầu đề bài. Ta xét các trường hợp sau:
TH1. Các phần tử có 3 chữ số. Khi đó để tổng các chữ số bằng 10 ta có:

$$(1; 4; 5), (2; 3; 5)$$

Với mỗi bộ số ta có thể suy ra được $3.2.1 = 6$ số. Từ đó ta có $6.2 = 12$ số có 3 chữ số sao thỏa mãn yêu cầu đề bài.
TH2. Các phần tử có 4 chữ số. Tương tự như TH1, ta có bộ số thỏa mãn: $(1; 2; 3; 4)$. Suy ra ta có $4.3.2.1 = 24$ số thỏa mãn.
TH3. Các phần tử có 5 chữ số. Do $1 + 2 + 3 + 4 + 5 \neq 10$ nên không có bộ số nào thỏa mãn ở trường hợp này.
$\Rightarrow$ Số phần tử của tập K là: $n(K) = 12 + 24 = 36$.
Từ đó ta tính được xác suất của biến cố K là:

$$P(K) = \frac{n(K)}{n(\Omega)} = \frac{36}{300} = \frac{3}{25}$$

Vậy ý **D.** là sai. □

Câu 14. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $(d): x - y + 1 = 0$ và đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$.
a) Đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$ có tâm $I(1; -2)$ và $R = 3$.
b) Khoảng cách từ điểm $I(1; -2)$ đến đường thẳng $(d): x - y + 1 = 0$ bằng $3\sqrt{2}$.
c) Phương trình đường thẳng $\Delta: x - y - 7 = 0$ đi qua điểm $A(4; -3)$ và song song với đường thẳng $(d): x - y - 1 = 0$.
d) Từ điểm $M\left(\frac{3}{2}; -\frac{1}{2}\right) \in d$ kẻ được hai tiếp tuyến MA, MB thỏa mãn khoảng cách từ $N\left(0; \frac{1}{2}\right)$ đến đường thẳng AB là lớn nhất.

Lời giải. **a)** Ta có:

$$(C): x^2 + y^2 - 2.1.x - 2.(-2).y - 4 = 0$$

Suy ra đường tròn (C) có tâm $I(1; -2)$ và bán kính $R = \sqrt{1^2 + (-2)^2 + 4} = 3$.
Vậy ý **A.** là đúng.
b) Ta có:

$$d(I; \Delta) = \frac{|1.1 + (-1)(-2) + 1|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = 2\sqrt{2}$$

Vậy ý **B.** là sai.
c) +) Ta có: $4 + 3 - 7 = 0$ nên $A(4; -3) \in \Delta$.
+) Do $1 = 1; -1 = -1$ và $-7 \neq -1$ nên đường thẳng $\Delta: x - y - 7 = 0$ song song với đường thẳng $(d): x - y - 1 = 0$.
Vậy ý **C.** là đúng.
d) Ta có: $\frac{3}{2} + \frac{1}{2} - 1 \neq 0$ nên $M\left(\frac{3}{2}; \frac{-1}{2}\right) \notin d$.
Vậy ý **D.** là sai. □

2.3 Trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 15. Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng $d: x + 2y + 6 = 0$ và 2 điểm $A(-1; -3), B(7; 5)$. Biết $M(a; b) \in d$ thỏa mãn $\left|3\vec{MA} + \vec{MB}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tìm $a + b$.

Lời giải. +) Dựng điểm I sao cho $3\vec{IA} + \vec{IB} = \vec{0}$. Khi đó:

$$3\vec{MA} + \vec{MB} = 3\left(\vec{MI} + \vec{IA}\right) + \left(\vec{MI} + \vec{IB}\right) = 4\vec{MI}$$

$\Rightarrow 3\vec{OA} + \vec{OB} = 4\vec{OI}$. Mà tọa độ của các điểm trên là: $O(0; 0), A(-1; -3), B(7; 5)$ nên suy ra tọa độ của điểm I là: $I(1; -1)$.
+) Để đạt giá trị nhỏ nhất thì I phải thuộc đường thẳng Δ vuông góc với d, kết hợp với tọa độ của điểm I ta suy ra được phương trình của đường thẳng Δ là: $2x - y - 3 = 0$.
+) Gọi $K(x_K; y_K)$ là giao điểm của đường thẳng Δ và d. Suy ra: $\begin{cases} x_K + 2y_k - 6 = 0 \\ 2x_K - y_k - 3 = 0 \end{cases} \Rightarrow$ $x_K = y_K = 3$.
Hay giá trị nhỏ nhất của $\left|3\vec{MA} + \vec{MB}\right|$ là $4\left|\vec{MI}\right|$ khi và chỉ khi $M \equiv K \Leftrightarrow M(3; 3)$.
Vậy $a + b = 6$. □

Câu 16. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng tròn $(C) : (x+1)^2 + (y-2)^2 = 2$ và đường thẳng $d : 3x + 4y - m + 2 = 0$. Tìm tổng giá trị m để trên đường thẳng d có duy nhất 1 điểm P mà từ đó kẻ được 2 tiếp tuyến vuông góc với nhau tới đường tròn (C).

Lời giải. +) Từ giả thiết ta được tâm và bán kính của đường tròn (C) lần lượt là: $I(-1; 2)$ và $R = \sqrt{2}$.
+) Do PA, PB là tiếp tuyến của (C) với A, B là tiếp điểm và $\angle APB = 90°$ nên tứ giác $IAPB$ là hình vuông. Suy ra: $IP = R\sqrt{2} = 2$.
+) Do P là điểm duy nhất mà từ đó kẻ được 2 tiếp tuyến vuông góc với nhau tới đường tròn (C) nên: (C) tiếp xúc với d tại P. Khi đó:

$$d(I; d) = IP = 2 \Leftrightarrow \frac{3.(-1) + 4.2 - m + 2}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 2 \Leftrightarrow |7 - m| = 10 \Leftrightarrow m = -3 \text{ hoặc } m = 17$$

Vậy tổng các giá trị của m là: $-3 + 17 = 14$. □

Câu 17. Một nhóm có 8 bạn học sinh mua vé vào rạp chiếu phim. Các bạn mua 8 vé gồm 4 vé mang ghế số chẵn, 4 ghế mang ghế số lẻ và không có 2 vé nào cùng số. Trong 8 bạn có 2 bạn muốn ngồi bên chẵn, 3 bạn muốn ngồi bên lẻ, 3 bạn còn lại không yêu cầu gì. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp để thỏa mãn các yêu cầu của tất cả các bạn đó.

Lời giải. +) Số cách sắp xếp cho 2 bạn ngồi muốn ngồi ghế chẵn là: A_4^2 cách.
+) Số cách sắp xếp cho 3 bạn muốn ngồi bên lẻ là: A_4^3 cách.
+) Số cách sắp xếp cho những người còn lại là: P_3 cách.
Theo quy tắc cộng thì số cách sắp xếp để thỏa mãn các yêu cầu của tất cả các bạn đó là: $A_4^2.A_4^3.P_3 = 1728$ cách. □

Câu 18. Chọn ngẫu nhiên 3 số tự nhiên từ tập hợp $A = \{1, 2, 3, \ldots 2025\}$. Tính xác suất để trong 3 số tự nhiên được chọn không có 2 số tự nhiên liên tiếp.

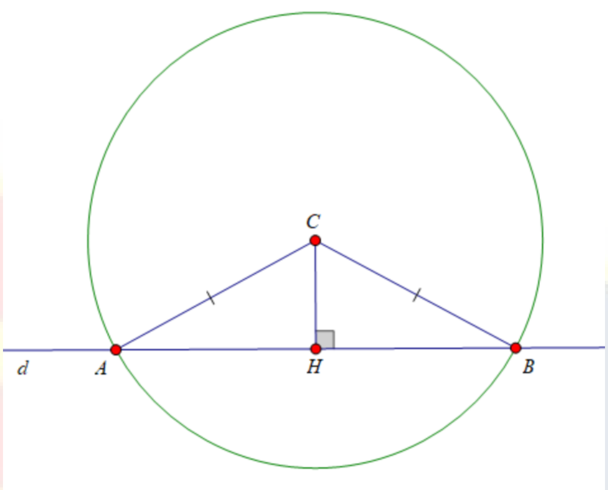
Lời giải. +) Số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega) = C_{2025}^3$.
+) Gọi T là biến cố: *Trong 3 số tự nhiên được chọn không có 2 số tự nhiên liên tiếp.*
$\Rightarrow$ Biến cố đối của T là $\overline{T}$: *Trong 3 số tự nhiên được chọn luôn có 2 số tự nhiên liên tiếp.*
Khi đó ta được: $n\left(\overline{T}\right) = 2024.2023 - 2023 = 2023^2$. Vậy xác suất của biến cố T là:

$$P(T) = 1 - P\left(\overline{T}\right) = 1 - \frac{2023^2}{C_{2025}^3} \approx 0,997$$

□

2.4 Tự luận

Câu 19. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn $(P) : x^2+y^2-4x-4y-8 = 0$ và đường thẳng $d : x + my + 2m + 3 = 0$ cắt nhau. Tính tổng giá trị của m tại 2 điểm phân biệt A, B thỏa mãn diện tích tam giác ABC đạt giá trị lớn nhất (Với C là tâm đường tròn (P)).



Lời giải. Ta có phương trình đường tròn $(P) : x^2 + y^2 - 4x - 4y - 8 = 0$. Suy ra được tọa độ của tâm đường tròn và bán kính là: $C(2; 2)$ và $R = 4$.
Ta có:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2}.CA.CB.\sin\angle ACB = 8.\sin\angle ACB$$

Mà $\sin\angle ACB \in [-1; 1]$. Suy ra: $S_{ABC} \le 8$.
Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $\angle ACB = 90^\circ \Leftrightarrow \Delta ABC$ vuông cân tại C; $\Delta HAC, \Delta HBC$ vuông cân tại H. Vậy ta có thể suy ra $CH = HA = HB = \frac{AB}{2} = \frac{R\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$.
Sử dụng công thức tính khoảng cách, ta có:

$$CH = d(C, d) = \frac{|1.2 + m.2 + (2m + 3)|}{\sqrt{1^2 + m^2}}$$

Tương đương với:

$$|4m - 1| = 2\sqrt{2(m^2 + 1)}$$
$$\Leftrightarrow 16m^2 - 8m + 1 = 8m^2 + 8$$
$$\Leftrightarrow 8m^2 - 8m - 7 = 0$$

Giải ra ta được 2 nghiệm là: $\frac{2+3\sqrt{2}}{4}$ và $\frac{2-3\sqrt{2}}{4}$. Tổng của các nghiệm là: 1.
Vậy tổng giá trị của m tại 2 điểm phân biệt A, B thỏa mãn diện tích tam giác ABC đạt giá trị lớn nhất là: 1. □

Câu 20. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $d : x + y - 4 = 0$. Tìm phương trình tổng quát của đường thẳng Δ đi qua $A(-3; 5)$ tạo với d 1 góc 45°.

Lời giải. Gọi phương trình tổng quát của đường thẳng Δ là: $a(x+3)+b(y-5)=0$ với vector pháp tuyến $\vec{n_1}=(a;b)$ Tương đương với: $\Delta: ax+by+(3a-5b)=0$. Mà ta có vector pháp tuyến của đường thẳng d là: $\vec{n_2}=(1;1)$ và $\cos(\vec{n_1},\vec{n_2})=\cos 45^\circ$ nên:

$$\cos(\vec{n_1},\vec{n_2})=\frac{|1.a+1.b|}{\sqrt{a^2+b^2}.\sqrt{1^2+1^2}}=\frac{|a+b|}{\sqrt{2(a^2+b^2)}}$$

$$\Leftrightarrow |a+b|=\sqrt{a^2+b^2}\Leftrightarrow a^2+2ab+b^2=a^2+b^2\Leftrightarrow ab=0$$

Xét 2 trường hợp:
TH1. $a=0$. Chọn $b=1$, suy ra: $\Delta: y-5=0$.
TH2. $b=0$. Chọn $a=1$, suy ra: $\Delta: x+3=0$
Vậy phương trình tổng quát của đường thẳng Δ đi qua $A(-3;5)$ tạo với d 1 góc 45° có thể là: $y-5=0$ hoặc $x+3=0$. □

Câu 21. Một hộp đựng 10 thẻ được đánh số từ 1 đến 10. Phải rút ra ít nhất k thẻ để xác suất có ít nhất 1 thẻ ghi số chia hết cho 4 và lớn hơn $\frac{13}{15}$. Tìm giá trị của k.

Lời giải. Bài toán này có 2 hướng đi.
Cách 1. Do rút ngẫu nhiên k tấm thẻ trong 10 thẻ đã cho nên không gian mẫu là: $n(\Omega)=C_{10}^k$.
Giả sử biến cố E là: "Lấy k tấm thẻ trong đó có ít nhất có một tấm thẻ chia hết cho 4". Suy ra biến cố đối của biến cố E là $\overline{E}$: "Lấy k tấm thẻ trong đó không có tấm thẻ nào chia hết cho 4". Do từ 1 đến 10 chỉ có số 4, 8 là chia hết cho 4 nên theo biến cố đối ta chỉ cần lấy ngẫu nhiên k trong 8 tấm thẻ còn lại. Tức: $n(\overline{E})=C_8^k$. Vậy xác suất của biến cố E là:

$$P(E)=1-P(\overline{E})=1-\frac{n(\overline{E})}{n(\Omega)}=1-\frac{C_8^k}{C_{10}^k}$$

Mà $P(E)>\frac{13}{15}$, suy ra:

$$\frac{C_8^k}{C_{10}^k}<\frac{2}{15}\Leftrightarrow\frac{8!}{k!.(8-k)!}.\frac{k!.(10-k)!}{10!}<\frac{2}{15}\Leftrightarrow\frac{(10-k)(9-k)}{90}<\frac{2}{15}$$

Rút gọn ta được: $k^2-19k+78<0\Leftrightarrow(k-6)(k-13)<0$. Mà $k\in[1;10]$ nên ta được: $6<k<13$. Ta lấy k nhỏ nhất nên suy ra $k=7$
Vậy $k=7$.
Cách 2. Thay vì làm gián tiếp, ta làm trực tiếp. Ta có 2 tấm thẻ chia hết cho 4 là 4 và 8. Vậy nên:
TH1. Có ít nhất 1 thẻ chia hết cho 4, khi đó có: $C_2^1.C_8^{k-1}$ (cách).
TH2. Có cả 2 thẻ đều chia hết cho 4, khi đó có: $C_2^2.C_8^{k-2}$ (cách).
Theo quy tắc cộng ta có: $n(E)=C_2^1.C_8^{k-1}+C_2^2.C_8^{k-2}$, Vậy xác suất thỏa mãn yêu cầu đề bài là:

$$P(E)<\frac{13}{15}\Leftrightarrow\frac{C_2^1.C_8^{k-1}+C_2^2.C_8^{k-2}}{C_{10}^k}<\frac{13}{15}$$

Biến đổi tương đương, ta sẽ ra tương tự như cách 1. □

3 ĐỀ SỐ 3

3.1 Trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Cho $f(x) = ax^2 + bx + c$ $(a \neq 0)$. Điều kiện để $f(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ là

A. $\begin{cases} a > 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} a > 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} a > 0 \\ \Delta \geq 0 \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$

Lời giải. Đáp án đúng là **B.** □

Câu 2. Cho bất phương trình $x^2 - 8x + 7 \geq 0$. Trong các tập hợp sau đây, tập nào có chứa phần tử **không phải** là nghiệm của bất phương trình.

A. $(-\infty; 0]$ **B.** $[8; +\infty)$ **C.** $(-\infty; 1]$ **D.** $[6; +\infty)$

Lời giải. Ta có: $x^2 - 8x + 7 \geq 0 \Leftrightarrow (x-1)(x-7) \geq 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; 1] \cup [7; +\infty)$.
Đáp án đúng là **D.** □

Câu 3. Số nghiệm nguyên dương của phương trình $\sqrt{x-1} = x - 3$ là

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

Lời giải. Điều kiện xác định: $x \geq 3$.
Ta có:

$$\sqrt{x-1} = x - 3 \Rightarrow x - 1 = x^2 - 6x + 9 \Leftrightarrow x^2 - 7x + 10 = 0 \Leftrightarrow x = 2 \text{ hoặc } x = 5$$

Thử lại ta thấy $x = 5$ là nghiệm thỏa mãn, còn $x = 2$ không thỏa mãn.
Đáp án đúng là **B.** □

Câu 4. Viết phương trình tổng quát của đường thẳng d đi qua điểm $M(-2; -5)$ và song song với đường phân giác góc phần tư thứ nhất

A. $x + y + 7 = 0$ **B.** $x - y - 3 = 0$ **C.** $x - y = 0$ **D.** $2x - y - 1 = 0$

Lời giải. +) Do đường thẳng d song song với đường phân giác góc phần tư thứ nhất nên d có dạng: $x - y + m = 0$.
+) Ta có $M(-2; -5) \in d$ nên: $-2 + 5 + m = 0 \Leftrightarrow m = -3$. Suy ra phương trình tổng quát của đường thẳng d là: $x - y - 3 = 0$.
Đáp án đúng là **B.** □

Câu 5. Tìm tọa độ giao điểm của hai đường thẳng: $d_1 : \begin{cases} x = -3 + 4t \\ y = 2 + 5t \end{cases}$ và $d_2 : \begin{cases} x = 1 + 4t' \\ y = 7 - 5t' \end{cases}$

A. $(1; 7)$ **B.** $(-3; 2)$ **C.** $(2; -3)$ **D.** $(5; 1)$

Lời giải. Gọi tọa độ của điểm cần tìm là: $M(x_0; y_0)$.
Do M là giao điểm của 2 đường thẳng d_1 và d_2 nên:

$$\begin{cases} x_0 = -3 + 4t_M = 1 + 4t'_M \\ y_0 = 2 + 5t_M = 7 - 5t'_M \end{cases}$$

Từ đó ta được:

$$\begin{cases} t_M - t'_M = 1 \\ t_M + t'_M = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t_M = 1 \\ t'_M = 0 \end{cases}$$

Suy ra $x_0 = -3 + 4.1 = 1$ và $y_0 = 2 + 5.1 = 7$. Thử lại tương tự với $t'_M = 0$.
Đáp án đúng là **A.** □

Câu 6. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường thẳng $\Delta : ax + by + c = 0$ và hai điểm $M(x_M; y_M), N(x_N; y_N)$ không thuộc Δ. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:
A. M, N khác phía so với Δ khi $(ax_M + by_M + c)(ax_N + by_N + c) > 0$.
B. M, N cùng phía so với Δ khi $(ax_M + by_M + c)(ax_N + by_N + c) \geq 0$.
C. M, N khác phía so với Δ khi $(ax_M + by_M + c)(ax_N + by_N + c) \leq 0$.
D. M, N cùng phía so với Δ khi $(ax_M + by_M + c)(ax_N + by_N + c) > 0$.

Lời giải. Do $M, N \notin \Delta$ nên: $\begin{cases} ax_M + by_M + c \neq 0 \\ ax_N + by_N + c \neq 0 \end{cases}$. Ta xét các trường hợp sau:
TH1. M, N nằm cùng phía: $ax_M + by_M + c$ và $ax_N + by_N + c$ cùng dấu, suy ra: $(ax_M + by_M + c)(ax_N + by_N + c) > 0$.
TH2. M, N nằm khác phía: $ax_M + by_M + c$ và $ax_N + by_N + c$ trái dấu, suy ra: $(ax_M + by_M + c)(ax_N + by_N + c) < 0$.
Đáp án đúng là **D.** □

Câu 7. Đường tròn $(C) : x^2 + y^2 - 6x + 2y + 6 = 0$ có tâm I và bán kính R lần lượt là

A. $I(3; -1), R = 4$ **C.** $I(3; -1), R = 2$
B. $I(-3; 1), R = 4$ **D.** $I(-3; 1), R = 2$

Lời giải. Ta có phương trình đường tròn (C) là:

$$x^2 + y^2 - 2.3.x - 2.(-1).y + 6 = 0$$

Suy ra tâm của (C) là: $I(3; -1)$ và $R = \sqrt{3^2 + (-1)^2 - 6} = 2$.
Đáp án đúng là **C.** □

Câu 8. Đường tròn (C) có tâm I thuộc đường thẳng $d : x + 5y - 12 = 0$ và tiếp xúc với hai trục tọa độ có phương trình là:
A. $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 4$
B. $(x + 3)^2 + (y - 3)^2 = 9$
C. $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 4$ hoặc $(x - 3)^2 + (y + 3)^2 = 9$
D. $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 4$ hoặc $(x + 3)^2 + (y - 3)^2 = 9$

Lời giải. Gọi $I(a; b)$ và R lần lượt là tâm và bán kính của đường tròn (C).
+) Có $I \in d$ nên $a + 5b - 12 = 0$
+) Do (C) tiếp xúc với hai trục tọa độ nên: $R = |a| = |b|$. Từ đó ta xét 2 trường hợp sau:
TH1. $a = b \Rightarrow a = b = 2 \Rightarrow R = 2$. Suy ra phương trình đường tròn (C) là:

$$(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 4$$

TH2. $a = -b \Rightarrow a = -3, b = 3 \Rightarrow R = 3$. Suy ra phương trình đường tròn (C) là:

$$(x + 3)^2 + (y - 3)^2 = 9$$

Đáp án đúng là **D.** □

Câu 9. Sắp xếp năm bạn học sinh An, Bình, Chi, Dũng, Lệ vào một chiếc ghế dài có 5 chỗ ngồi. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp sao cho bạn An và bạn Dũng luôn ngồi ở hai đầu ghế?

A. 120 **B.** 16 **C.** 12 **D.** 24

Lời giải. +) Để An và Dũng luôn ngồi ở hai ghế đầu có: 2 cách.
+) Sắp xếp Bình, Chi, Lệ vào 3 chỗ ngồi còn lại có: $A_3 = 6$ cách.
Theo quy tắc nhân số cách sắp xếp thỏa mãn yêu cầu đề bài là: $2.6 = 12$ cách.
Đáp án đúng là **C.** □

Câu 10. Giả sử có bảy bông hoa khác nhau và ba lọ hoa khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách cắm ba bông hoa vào ba lọ đã cho (mội lọ cắm một bông)?

A. 35 **B.** 30240 **C.** 210 **D.** 21

Lời giải. Lọ thứ nhất có 7 cách chọn bông hoa; lọ thứ hai có 6 cách chọn bông hoa (Khác với bông ở lọ 1) và lọ thứ ba có 5 cách chọn bông hoa (Khác với bôn g ở lọ 1 và 2).
Theo quy tắc nhân ta có số cách cắm ba bông hoa vào 3 lọ đã cho (Với mỗi lọ 1 bông) là: $7.6.5 = 210$ cách.
Đáp án đúng là **C.** □

Câu 11. Tìm hệ số của x^2y^2 trong khai triển nhị thức Newton của $(x+2y)^4$

A. 32 **B.** 8 **C.** 24 **D.** 16

Lời giải. Theo khai triển nhị thức Newton, ta được:

$$(x+2y)^4 = C_4^0 x^0 (2y)^4 + C_4^1 x^1.(2y)^3 + C_4^2.x^2(2y)^2 + \dots$$

Mà $C_4^2 x^2 (2y)^2 = 24x^2y^2$ nên hệ số của x^2y^2 là: 24.
Đáp án đúng là **C.** □

Câu 12. Trên giá sách có 4 quyển sách Toán, 3 quyển sách Vật lý, 2 quyển sách Hoá học. Lấy ngẫu nhiên 3 quyển sách trên kệ sách ấy. Tính xác suất để 3 quyển được lấy ra đều là sách Toán.

A. $\frac{2}{7}$ **B.** $\frac{1}{21}$ **C.** $\frac{37}{42}$ **D.** $\frac{5}{42}$

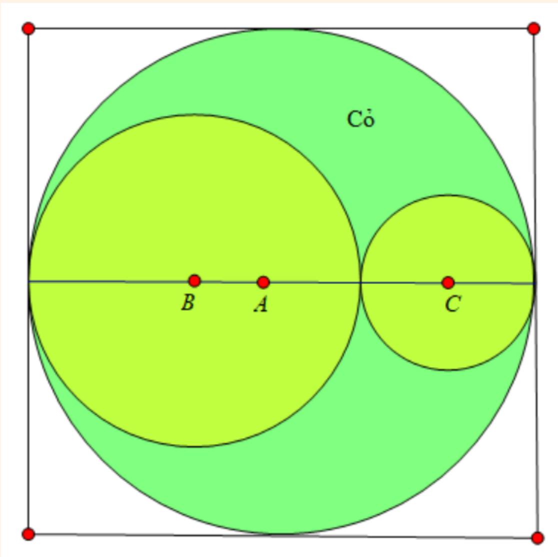
Lời giải. +) Số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega) = C_{4+3+2}^3 = C_9^3$.
+) Gọi A là biến cố để 3 quển được lấy ra đều là sách Toán. Khi đó số phần tử của biến cố A là: C_4^3.
Vậy xác suất của biến cố A là:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_4^3}{C_9^3} = \frac{1}{21}$$

Đáp án đúng là **B.** □

3.2 Trắc nghiệm đúng sai

Câu 13.
a) Trong mặt phẳng toạ độ, cho hai đường thẳng $\Delta : 3x - 4y - 12 = 0$ và Δ' : $\begin{cases} x = 2t \\ y = 2 + 3t \end{cases}$ và hai điểm $N(4; -5), M(2; -1)$. Khi đó, ta có $d(M, \Delta) = \frac{3}{5}$ và $d(N, \Delta') = 2\sqrt{13}$.
b) Cho hai đường thẳng $d_1 : 3x - 4y - 1 = 0$ và $d_2 : mx + (m-1)y - 2 = 0$. Các giá trị của m để góc giữa hai đường thẳng d_1 và d_2 là $45°$ có tổng bằng $\frac{17}{24}$.
c) Chuyển động của một vật thể trong khoảng thời gian 180 phút được thể hiện trong mặt phẳng tọa độ. Theo đó, tại thời điểm t $(0 \leq t \leq 180)$ vật thể ở vị trí có tọa độ $(2 + \sin t°; 4 + \cos t°)$ Quỹ đạo chuyển động của vật thể có phương trình là $(C) : (x-2)^2 + (y-4)^2 = 1$.
d) Một khu vườn hạnh phúc được thiết kế dưới dạng một hình vuông có độ dài cạnh $10m$.



Phần được tô đậm dùng để trồng cỏ, phần còn lại được lát gạch. Gọi x, y lần lượt là bán kính của phần lát gạch hình tròn. Mỗi mét vuông trồng cỏ chi phí 100.000 đồng, mỗi mét vuông lát gạch chi phí 300.000 đồng. Khi đó, để diện tích phần lát gạch nhỏ nhất thì chi phí để thi công khu vườn bằng 22.000.000 đồng.

Lời giải. **a)** Ta có:

$$d(M, \Delta) = \frac{|3.2 + (-4).(-1) - 12|}{3^2 + (-4)^2} = \frac{2}{5}$$

Vậy ý **A.** là sai.
b) Từ giả thiết ta có vector pháp tuyến của 2 đường thẳng $d_1; d_2$ lần lượt là: $\vec{n_1}(3; -4)$ và $\vec{n_2}(m; m-1)$. Khi đó ta được:

$$\cos 45° = \frac{|3.m + (-4).(m-1)|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}.\sqrt{m^2 + (m-1)^2}} = \frac{|4 - m|}{5\sqrt{2m^2 - 2m + 1}}$$

Tương đương với:

$$\frac{|4-m|}{5\sqrt{2m^2-2m+1}}=\frac{\sqrt{2}}{2}\Leftrightarrow 2|4-m|=5\sqrt{4m^2-4m+2}\Rightarrow 4(4-m)^2=25(4m^2-4m+2)$$

Thu gọn lại ta được:

$$2(m^2-8m+16)=25(2m^2-2m+1)\Leftrightarrow 48m^2-34m-7=0\Leftrightarrow (8m-7)(6m+1)=0$$

Suy ra $m\in\left\{\frac{7}{8};\frac{-1}{6}\right\}$, từ đó ta tính được tổng các giá trị của m là: $\frac{17}{24}$.
Vậy ý **B.** là đúng.
c) Giả sử phương trình đường tròn (C) là: $(x-2)^2+(y-4)^2=1$.
Ta có:

$$(2+\sin t^\circ-2)^2+(4+\cos t^\circ-4)^2=\sin^2 t^\circ+\cos^2 t^\circ=1$$

Vậy ý **C.** là đúng.
d) Gọi S là diện tích phần lát gạch; x,y là độ dài 2 bán kính $(S,x,y\geq 0)$.
+) Ta có: $S=100+\pi(x^2+y^2-25)\Leftrightarrow x^2+y^2=\frac{S+25\pi-100}{\pi}$.
Gọi (C) là đường tròn: $x^2+y^2=\frac{S+25\pi-100}{\pi}$ có tâm I và bán kính R và đường thẳng $\Delta: x+y-5=0$. Khi đó: $R\geq d(I,\Delta)\Leftrightarrow\sqrt{\frac{S+25\pi-100}{\pi}}\geq\frac{5\sqrt{2}}{2}\Leftrightarrow S\geq 100-\frac{25\pi}{2}$. Vậy diện tích nhỏ nhất là: $S_{min}=100-\frac{25\pi}{2}$. Suy ra chi phi thi công vườn nhỏ nhất là:

$$100(100-S_{min})+300.S_{min}=22.146.000 \text{ đồng}$$

Vậy ý **D.** là sai. □

Câu 14.
a) Một hộp đựng 5 viên bi trắng, 3 viên bi xanh. Số cách chọn ra 3 viên bi có đủ 2 màu là 45.
b) Trong một hộp bánh có 6 loại bánh nhân thịt và 4 loại bánh nhân đậu xanh. Có 120 cách chọn ra 6 loại bánh sao cho số loại bánh nhân thịt nhiều hơn loại bánh nhân đậu xanh.
c) Một bình đựng 4 quả cầu xanh và 6 quả cầu trắng. Chọn ngẫu nhiên 3 quả cầu. Xác suất để trong 3 quả cầu lấy được có ít nhất 1 quả màu trắng bằng: $\frac{19}{30}$.
d) Một nhóm học sinh gồm 5 nam và 5 bạn nữ được xếp thành một hàng dọc. Xác suất để 2 người đứng đầu hàng và cuối hàng là nữ bằng: $\frac{1}{9}$

Lời giải. **a)** Ta xét 2 trường hợp sau:
TH1. Có 2 bi trắng và 1 bi xanh. Theo quy tắc nhân ta có: $C_5^2.C_3^1$ cách.
TH2. Có 1 bi trắng và 2 bi xanh. Theo quy tắc nhân ta có: $C_5^1.C_3^2$ cách.
Suy ra ta có: $C_5^2.C_3^1+C_5^1.C_3^2=45$ cách.
Vậy ý **A.** là đúng.
b) Gọi x,y lần lượt là số loại bánh nhân thịt và bánh nhân đậu xanh được chọn $(x\in\mathbb{N};y\in\mathbb{N}^*)$. Ta có: $x+y=6$ và $x>y$ nên ta có thể xét các tường hợp sau:

$$(x;y)=(4;2),(5;1),(6;0)$$

Giả sử T là biến cố thỏa mãn yêu cầu đề bài. Khi đó số phần tử của biến cố T là: $C_6^4.C_4^2+C_6^5.C_4^1+C_6^6=115$ cách.

Vậy ý **B.** là sai.
c) +) Số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega) = C_{4+6}^3 = C_{10}^3$.
+) Gọi S là biến cố thỏa mãn yêu cầu đề bài. Khi đó biến cố đối của biến cố S là $\overline{S}$: *"Trong 3 quả cầu lấy được không có quả màu trắng nào.*
Khi đó số phần tử của biến cố đối của T là: $n\left(\overline{T}\right) = C_4^3$.
Suy ra xác suất của biến cố T là:

$$P(T) = 1 - P\left(\overline{T}\right) = 1 - \frac{C_4^3}{C_{10}^3} = \frac{29}{30}$$

Vậy ý **C.** là sai.
d) Gọi H là biến cố thỏa mãn yêu cầu của đề bài. Khi đó:
+) Số cách chọn 2 bạn nữ ở đầu hàng và cuối hàng là: A_5^2 cách.
+) Số cách sắp xếp những người còn lại là: 8! cách.
Theo quy tắc nhân ta có tất cả: $A_5^2.8!$ cách. Suy ra xác suất của biến cố H là:

$$P(H) = \frac{n(H)}{n(\Omega)} = \frac{A_5^2.8!}{10!} = \frac{2}{9}$$

Vậy ý **D.** là sai. □

3.3 Trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 15. Trong mặt phẳng Oxy, cho ba đường thẳng $d_1 : 3x - 4y + 15 = 0, d_2 : 5x + 2y - 1 = 0$ và $d_3 : mx - (2m-1)y + 9m - 13 = 0$. Tính tổng tất cả các giá trị của tham số m để ba đường thẳng đã cho cùng đi qua một điểm.

Lời giải. Giả sử cả 3 đường thẳng đồng quy tại điểm $N(x_0; y_0)$. Khi đó ta được:

$$\begin{cases} 3x_0 - 4y_0 + 15 = 0 & (1) \\ 5x_0 + 2y_0 - 1 = 0 & (2) \\ mx_0 - (2m-1)y_0 + 9m - 13 = 0 & (3) \end{cases}$$

Từ phương trình (1) và (2) ta suy ra được: $x_0 = -1$ và $y_0 = 3$. Thay vào phương trình (3), ta có:

$$-m - 3(2m-1) + 9m - 13 = 0 \Leftrightarrow m = 5$$

Vậy $m = 5$. □

Câu 16. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $\Delta : 3x - 4y + m = 0$ và đường tròn $(C) : x^2 + y^2 - 2x - 2y - 2 = 0$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên âm của tham số m sao cho đường thẳng (Δ) và đường tròn (C) có điểm chung. Số phần tử của tập S là bao nhiêu?

Lời giải. Từ phương trình đường tròn (C) ta suy ra được tâm và bán kính của (C) lần lượt là: $I(1;1)$ và $R = 2$.
Để đường thẳng (Δ) và (C) có điểm chung thì:

$$d(I;\Delta) \leq R \Leftrightarrow \frac{|3.1 - 4.1 + m|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} \leq 2 \Leftrightarrow |m-1| \leq 10 \Leftrightarrow -9 \leq m \leq 11$$

Vậy $-9 \leq m \leq 11$. □

Câu 17. Có bao nhiêu số tự nhiên có 7 chữ số khác nhau từng đôi một, trong đó chữ số 5 đứng liền giữa hai chữ số 4 và 6.

Lời giải. Gọi số cần tìm có dạng là: $\overline{abcdefg}$ $(a, b, c, d, e, f, g \in \mathbb{N}; 0 \leq a, b, c, d, e, f, g \leq 9)$.
+) Ta coi bộ số $(4, 5, 6)$ là 1 "chữ số" trong $\overline{abcdefg}$. Vậy khi đó có 2 cách sắp xếp thứ tự của số này trong đó chữ số 5 đứng liền giữa hai chữ số 4 và 6.
+) Khi ta coi $(4, 5, 6)$ là 1 "chữ số" thì lúc này số cần tìm sẽ có 5 chữ số. Ta xét 2 trường hợp sau:
TH1. $a = 0$: Khi này thì "chữ số" ta nói trên sẽ có thể ứng trong các bộ: $\overline{bcd}, \overline{cde}, \overline{def}, \overline{efg}$. Giả sử "chữ số" nằm ở vị trí $\overline{bcd}$. Ta có: a có 1 cách chọn $(a = 0)$; chữ số $\overline{bcd}$ có 2 cách chọn (Chứng minh trên); e có 6 cách chọn $(e \neq a, b, c, d)$; f có 5 cách chọn và g có 4 cách chọn. Theo quy tắc nhân ta có: $1.2.6.5.4 = 240$ (cách).
Tương tự với các trường hợp còn lại, ta được: $240.4 = 960$ (cách).
TH2. $0 \leq a \leq 9$. Có nghĩa là a tùy ý. Lúc này vị trí của "chữ số" ta nói trên có thể ở cả vị trí $\overline{abc}$. Giả sử nó nằm ở vị trí $\overline{abc}$, khi đó thì d có 7 cách chọn $(d \neq a, b, c)$; e có 6 cách chọn; f có 5 cách chọn và g có 4 cách chọn. Theo quy tắc nhân ta có tất cả: $2.7.6.5.4 = 1680$ (cách).
Tương tự với các trường hợp còn lại, ta được: $1680.5 = 8400$.
Vậy ta có tất cả: $8400 - 960 = 7440$ (số tự nhiên). □

Câu 18. Có 3 bó hoa. Bó thứ nhất có 8 hoa hồng, bó thứ hai có 7 bông hoa ly, bó thứ ba có 6 bông hoa huệ. Chọn ngẫu nhiên 7 hoa từ ba bó hoa trên để cắm vào lọ hoa, tính xác suất để trong 7 hoa được chọn có số hoa hồng bằng số hoa ly. *(làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất)*

Lời giải. +) Ta chọn ngẫu nhiên 7 bông hoa từ 3 bó hoa trên nên số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega) = C_{8+7+6}^{7} = C_{21}^{7}$.
+) Gọi A là biến cố: *"Trong 7 bông được chọn thì số bông hoa hồng bằng số hoa ly"*
Ta có: $1 + 1; 2 + 2; 3 + 3 < 7$ nên sẽ có 3 khả năng để số bông hoa hồng bằng số hoa ly (Không thể không lấy bông nào từ 2 lọ trên vì chỉ có 6 bông hoa huệ).
TH1. Số bông hồng là 1. Khi đó số cách chọn bông hồng là: C_8^1 cách; số cách chọn bông hoa ly là: C_7^1 cách và số cách chọn bông hoa huệ là: C_6^5 cách. Theo quy tắc nhân ta có: $C_8^1.C_7^1.C_6^5$ cách.
TH2. Số bông hồng là 2. Khi đó số cách chọn bông hồng là: C_8^2 cách; số cách chọn bông hoa ly là: C_7^2 cách và số cách chọn bông hoa huệ là: C_6^3 cách. Theo quy tắc nhân ta có: $C_8^2.C_7^2.C_6^3$ cách.
TH3. Số bông hồng là 3. Khi đó số cách chọn bông hồng là: C_8^3 cách; số cách chọn bông hoa ly là: C_7^3 cách và số cách chọn bông hoa huệ là: C_6^1 cách. Theo quy tắc nhân ta có: $C_8^3.C_7^3.C_6^1$ cách.
$\Rightarrow$ Số phần tử của biến cố A là: $C_8^1.C_7^1.C_6^5 + C_8^2.C_7^2.C_6^3 + C_8^3.C_7^3.C_6^1 = 23856$ (cách).
Vậy xác suất của biến cố A là:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{23856}{C_{21}^{7}} = \frac{994}{4845}$$

□

3.4 Tự luận

Câu 19. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(1;2), B(0;3)$ và $C(4;0)$. Tính diện tích tam giác ABC?

Lời giải. Bài toán này cũng có 2 cách.
Cách 1. Kẻ AH vuông góc với BC tại H.
Từ tọa độ các điểm A, B, C ta tính được:
+) $BC = \sqrt{(4-0)^2 + (0-3)^2} = 5$
+) Vector chỉ phương của đường thẳng BC là: $\vec{v} = (4;-3)$, suy ra vector pháp tuyến của đường thẳng BC là: $\vec{n} = (3;4)$. Vậy phương trình tổng quát của đường thẳng BC có dạng: $3(x-0) + 4(y-3) = 0 \Leftrightarrow 3x + 4y - 12 = 0$.
Áp dụng công thức tính khoảng cách, suy ra:

$$AH = d(A;BC) = \frac{|3.1 + 4.2 - 12|}{\sqrt{3^2+4^2}} = \frac{1}{5}$$

Vậy diện tích của tam giác ABC là:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2}.AH.BC = \frac{1}{2}.\frac{1}{5}.5 = \frac{1}{2}$$

Cách 2. Từ tọa độ các điểm, ta tính được:
+) $AB = \sqrt{(0-1)^2 + (3-2)^2} = \sqrt{2}$
+) $BC = \sqrt{(4-0)^2 + (0-3)^2} = 5$
+) $CA = \sqrt{(4-1)^2 + (0-2)^2} = \sqrt{13}$
Theo định lí cosin, ta có:

$$\cos\angle BAC = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2AB.AC} = \frac{-5\sqrt{26}}{26}$$

Suy ra:

$$\sin\angle BAC = \sqrt{1-\cos^2\angle BAC} = \frac{\sqrt{26}}{26}$$

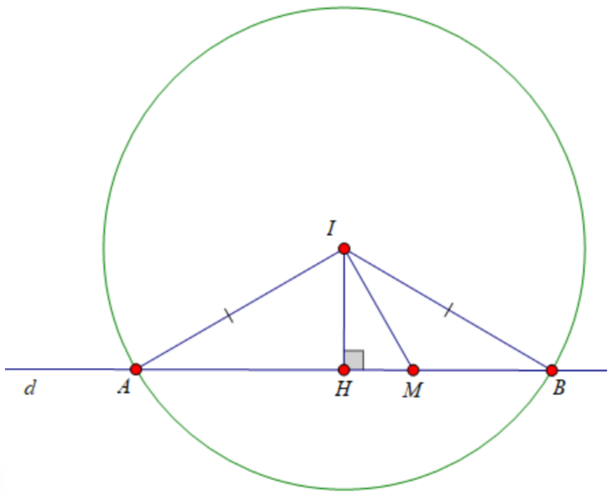
Vậy diện tích tam giác ABC là:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2}.AB.AC.\sin\angle BAC = \frac{1}{2}.\sqrt{2}.\sqrt{13}.\frac{\sqrt{26}}{26} = \frac{1}{2}$$

□

Câu 20. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho điểm $M(2;1)$ và đường tròn (C) : $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$. Phương trình đường thẳng (d) qua điểm M và cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho độ dài AB ngắn nhất là $(d) : ax + by + 1 = 0$. Tính $a^2 + b^2$.

Lời giải. Từ phương trình đường tròn $(C) : (x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$ ta được tâm $I(1;2)$ và bán kính $R = 2$.



Do $I(1;2)$ và $M(2;1)$ nên: $IM = \sqrt{(2-1)^2+(1-2)^2} = \sqrt{2} < 2 = R$ nên: M nằm trong đường tròn (C). Như vậy cát tuyến AMB luôn thỏa mãn.
Gọi H là hình chiếu của I trên AB. Khi đó H là trung điểm của đoạn AB. Theo định lý Pytago:

$$AB = 2AH = 2\sqrt{R^2 - IH^2} \geq 2\sqrt{R^2 - IM^2} = 2\sqrt{2}$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $M \equiv H$. Xét M trùng H:
Ta có phương trình tổng quát của đường thẳng (d) là: $ax + by + 1 = 0$. Do $IM \perp d$ nên $\vec{IM}$ là vector pháp tuyến của đường thẳng d. Mà $\vec{IM} = (1;-1)$ và đi qua điểm $M(2;1)$ nên phương trình tổng quát của d cũng có dạng:

$$1.(x-2) + (-1)(y-1) = 0$$

$$\Leftrightarrow x - y - 1 = 0 \Leftrightarrow -x + y + 1 = 0$$

Khi đó: $a = -1$ và $b = 1$ để độ dài đoạn AB là ngắn nhất.
Vậy $a^2 + b^2 = (-1)^2 + 1^2 = 2$ □

Câu 21. Có 7 học sinh nam và 3 học sinh nữ được xếp ngẫu nhiên thành một hàng ngang. Tính xác suất để khi xếp ngẫu nhiên 10 học sinh đó sao cho không có 2 học sinh nữ nào đứng cạnh nhau?

Lời giải. Do xếp ngẫu nhiên các học sinh thành 1 hàng ngang nên không gian mẫu là: $n(\Omega) = P_{10}$.
Gọi biến cố E là: "Xếp các học sinh vào hàng sao cho không có 2 học sinh nữ nào đứng cạnh nhau".
Một cách xếp thỏa mãn yêu cầu của đề bài sẽ được hình thành sau 2 bước:
+) Dầu tiên, xếp 7 bạn nam thành 1 hàng, có 7! cách
+) Giữa 7 bạn nam trên có 8 khoảng trống, ta xếp 3 bạn nữ vào các khoảng trống trên, có A_8^3 cách.
Theo quy tắc nhân: $n(E) = 7!.A_8^3$ (cách). Vậy xác suất để khi xếp ngẫu nhiên 10 học sinh đó sao cho không có 2 học sinh nữ nào đứng cạnh nhau là:

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(\Omega)} = \frac{7!.A_8^3}{10!} = \frac{7}{15}$$

□