

# Estimer les estimandes avec des estimateurs

Mettre votre nom

27-10-2021

Points clés

Revue

Estimandes, estimateurs et moyennes

Randomisation par bloc

Randomisation par grappe

Résultats binaires

Autres sujets liés à l'estimation

## Conclusion

Effets causaux qui diffèrent selon les groupes ou covariables

Effets causaux quand on ne contrôle pas la dose

## Points clés

# Points clés sur l'estimation I

- ▶ Un effet causal,  $\tau_i$ , est une comparaison des résultats potentiels non observés pour chaque unité  $i$  : exemples  $\tau_i = Y_i(T_i = 1) - Y_i(T_i = 0)$  ou  $\tau_i = \frac{Y_i(T_i=1)}{Y_i(T_i=0)}$ .
- ▶ Pour en savoir plus sur  $\tau_i$ , nous pouvons traiter  $\tau_i$  comme un **estimande** ou une quantité cible à estimer (discutée ici) ou comme quantité cible hypothétique (session sur les tests d'hypothèses).
- ▶ Beaucoup se concentrent sur l'**effet moyen du traitement (average treatment effect, ATE)**,  $\bar{\tau} = \sum_{i=1}^n \tau_i$ , en partie parce qu'il permet une **estimation** facile.

## Points clés sur l'estimation II

- ▶ La clé de l'estimation pour l'inférence causale consiste à choisir un estimande qui vous aide à en savoir plus sur votre question théorique ou politique. Ainsi, on pourrait utiliser l'ATE mais aussi d'autres estimandes courantes telles que l'effet d'intention de traiter (intent to treat effect, ITT), l'effet moyen local du traitement (local average treatment effect, LATE), l'effet causal moyen pour ceux qui se conforment au traitement (complier average causal effect, CACE), l'effet moyen du traitement sur les traités (average treatment effect on the treated, ATT) ou l'ATE pour certains sous-groupes.
- ▶ Un **estimateur** est une recette pour calculer approximativement la valeur d'un estimande. Par exemple, la différence des moyennes observées pour  $m$  unités traitées est un estimateur de  $\bar{\tau}$ : 
$$\hat{\tau} = \frac{\sum_{i=1}^n (T_i Y_i)}{m} - \frac{\sum_{i=1}^n ((1-T_i) Y_i)}{(n-m)}.$$

## Points clés sur l'estimation III

- ▶ L'**erreur standard (erreur type)** d'un estimateur dans une expérience aléatoire résume comment les estimations varieraient si l'expérience était répétée.
- ▶ Nous utilisons l'**erreur standard** pour produire des **intervalles de confiance** et les **p-valeurs** afin que de commencer par un estimateur et terminer par un test d'hypothèse.
- ▶ Différentes randomisations produiront différentes valeurs du même estimateur ciblant le même estimande. L'**erreur standard** résume la variabilité de cet estimateur.
- ▶ Un **intervalle de confiance** de  $100(1 - \alpha)\%$  est un ensemble d'hypothèses qui ne peuvent être rejetées au niveau  $\alpha$ . Nous avons tendance à rapporter des intervalles de confiance contenant des hypothèses sur les valeurs de notre estimande et à utiliser notre estimateur comme une statistique de test.

# Points clés sur l'estimation IV

- ▶ Les estimateurs doivent :
  - ▶ éviter l'erreur systématique dans leur approximation de l'estimande (i.e. être sans biais)
  - ▶ peu varier d'une expérience à l'autre (être précis ou efficace)
  - ▶ peut-être idéalement converger vers l'estimande quand ils utilisent de plus en plus d'informations (être cohérent).



# Points clés sur l'estimation V

- ▶ **Analyser au fur et à mesure de la randomisation** dans le contexte de l'estimation signifie que (1) nos erreurs-types doivent mesurer la variabilité à partir de la randomisation et (2) nos estimateurs doivent cibler des estimandes définis en termes de résultats potentiels.
- ▶ Nous ne **contrôlons pas** les covariables lorsque nous analysons les données d'expériences aléatoires. Mais les covariables peuvent rendre notre estimation plus **précise**. C'est ce qu'on appelle **l'ajustement de covariance** (ou ajustement de covariable). **L'ajustement de covariance** dans les expériences aléatoires diffère du contrôle dans les études observationnelles.

# Revue

# Revue : effet causal

L'inférence causale fait référence à la comparaison de résultats potentiels non observés, fixes.

Par exemple :

- ▶ le résultat potentiel de l'unité  $i$  lorsqu'elle est assignée au traitement,  $T_i = 1$  est  $Y_i(T_i = 1)$ .
- ▶ le résultat potentiel de l'unité  $i$  lorsqu'elle est assignée au contrôle,  $T_i = 0$  est  $Y_i(T_i = 0)$ .

L'assignation de traitement,  $T_i$ , a un effet causal sur l'unité  $i$ , que nous appelons  $\tau_i$ , si  $Y_i(T_i = 1) - Y_i(T_i = 0) \neq 0$  ou  $Y_i(T_i = 1) \neq Y_i(T_i = 0)$ .

## Estimandes, estimateurs et moyennes

# Comment en savoir plus sur les effets causaux à partir des données observées ?

1. Rappel : nous pouvons **tester les hypothèses** sur la paire de résultats potentiels  $\{Y_i(T_i = 1), Y_i(T_i = 0)\}$ .
2. Nous pouvons **définir les estimandes** en termes de  $\{Y_i(T_i = 1), Y_i(T_i = 0)\}$  ou  $\tau_i$ , **développer des estimateurs** pour ces estimandes, puis calculer les valeurs et les erreurs standard pour ces estimateurs.

# Un estimande et un estimateur usuels : l'effet moyen du traitement et la différence des moyennes

Soit  $\bar{\tau} = \sum_{i=1}^n \tau_i$ , l'effet moyen du traitement. Quel serait un bon estimateur ?

Deux candidats :

1. La différence des moyennes :  $\hat{\tau} = \frac{\sum_{i=1}^n (T_i Y_i)}{m} - \frac{\sum_{i=1}^n ((1-T_i) Y_i)}{n-m}$ .
2. La différence des moyennes avec plafonnement de l'observation  $Y_i$  la plus haute (une sorte de moyenne "winsorisée" pour éviter que les valeurs extrêmes n'exercent trop d'influence sur notre estimateur — pour augmenter la *précision*).

Comment saurons-nous quel estimateur convient le mieux à notre design de recherche ?

Simulons-le !

## Étape 1 de la simulation : créer des données avec un ATE connu

Notez que nous devons *connaître* les résultats potentiels et l'assignation de traitement afin de savoir si notre estimateur performe bien.

Z	y0	y1
0	0	10
0	0	30
0	0	200
0	1	91
1	1	11
1	3	23
0	4	34
0	5	45
1	190	280
1	200	220

Le vrai ATE est 54

En réalité, nous n'observerions qu'un seul des résultats potentiels.

Notez que chaque unité a son propre effet de traitement.

# Commencez par créer de fausses données

Le tableau de la slide précédente a été généré en R avec :

```
# Nous avons dix unités
N <- 10
# y0 est le résultat potentiel du contrôle
y0 <- c(0, 0, 0, 1, 1, 3, 4, 5, 190, 200)
# Chaque unité a son propre effet de traitement
tau <- c(10, 30, 200, 90, 10, 20, 30, 40, 90, 20)
# y1 est le résultat potentiel du traitement
y1 <- y0 + tau
# 2 blocs, a et b
block <- c("a", "a", "a", "a", "a", "a", "b", "b", "b", "b")
# Z est l'assignation de traitement (notez que nous utilisons Z au lieu de T)
Z <- c(0, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1)
# Y est le résultat observé
Y <- Z * y1 + (1 - Z) * y0
# Les données
dat <- data.frame(Z = Z, y0 = y0, y1 = y1, tau = tau, b = block, Y = Y)
set.seed(12345)
```



# Avec DeclareDesign

DeclareDesign représente les designs de recherche en quelques étapes illustrées ci-dessous :

```
# prendre uniquement les résultats potentiels du traitement  
# et du contrôle à partir de nos fausses données  
small_dat <- dat[, c("y0", "y1")]  
  
# DeclareDesign vous demande d'abord de déclarer votre population  
pop <- declare_population(small_dat)  
N <- nrow(small_dat)  
  
# 5 unités assignées au traitement ; la valeur par défaut  
# est l'assignation aléatoire simple avec une probabilité de 0,5  
trt_assign <- declare_assignment(Z = conduct_ra(N = N, m = 2), legacy = FALSE)  
  
# Y observé est y1 si Z=1 et y0 si Z=0  
pot_out <- declare_potential_outcomes(Y ~ Z * y1 + (1 - Z) * y0)  
  
# spécifier les variables de résultat et d'assignation  
reveal <- declare_reveal(Y, Z)  
  
# l'objet de design de recherche basique comprend ces quatre objets  
base_design <- pop + trt_assign + pot_out + reveal
```

# Avec DeclareDesign : créer de fausses données

DeclareDesign renomme par défaut y0 et y1 : Y\_Z\_0 et Y\_Z\_1 :

```
## Une simulation est une assignation de traitement aléatoire  
sim_dat1 <- draw_data(base_design)
```

```
## Données simulées (seulement les 6 premières lignes)  
head(sim_dat1)
```

	y0	y1	Z	Y_Z_0	Y_Z_1	Y
1	0	10	0	0	10	0
2	0	30	1	0	30	30
3	0	200	0	0	200	0
4	1	91	0	1	91	1
5	1	11	0	1	11	1
6	3	23	1	3	23	23

# Avec DeclareDesign : définir l'estimande et les estimateurs

Pas de sortie ici. Il suffit de définir fonctions et estimateurs ainsi qu'un estimande.

```
## L'estimande
estimandATE <- declare_inquiry(ATE = mean(Y_Z_1 - Y_Z_0))

## Le premier estimateur est la différence des moyennes
diff_means <- declare_estimator(Y ~ Z,
  inquiry = estimandATE,
  model = lm_robust, se_type = "classical", label = "Diff des moyennes/MCO"
)
```

# Avec DeclareDesign : définir l'estimande et les estimateurs

```
## Le deuxième estimateur est la différence des moyennes winsorisées
diff_means_topcoded_fn <- function(data) {
  data$rankY <- rank(data$Y)
  ## Remplacer la valeur maximale de Y par la seconde valeur maximale de Y
  data$newY <- with(
    data,
    ifelse(rankY == max(rankY), Y[rankY == (max(rankY) - 1)], Y)
  )
  obj <- lm_robust(newY ~ Z, data = data, se_type = "classical")
  res <- tidy(obj) %>% filter(term == "Z")
  return(res)
}
diff_means_topcoded <- declare_estimator(
  handler = label_estimator(diff_means_topcoded_fn),
  inquiry = estimandATE, label = "Diff des moyennes winsorisée"
)
```

# Avec DeclareDesign : définir l'estimande et les estimateurs

Nous montrons ici comment fonctionnent les estimateurs avec la méthode des doubles différences en utilisant nos données simulées.

```
## Démontrer que l'estimande fonctionne :  
estimandATE(sim_dat1)
```

```
inquiry estimand  
1      ATE      54
```

```
## Démontrer que les estimateurs estiment correctement  
## Estimateur 1 (différence des moyennes)  
diff_means(sim_dat1)[-c(1, 2, 10, 11)]
```

```
estimate std.error statistic p.value conf.low conf.high df  
1  -23.62    66.18    -0.357  0.7304   -176.2    129  8
```

```
## Estimateur 2 (différence des moyennes winsorisée)  
diff_means_topcoded(sim_dat1)[-c(1, 2, 10, 11)]
```

```
estimate std.error statistic p.value conf.low conf.high df  
1  -22.37    64.44   -0.3472  0.7374    -171    126.2  8
```

# Puis simuler avec une randomisation

Rappelons le vrai ATE :

```
trueATE <- with(sim_dat1, mean(y1 - y0))  
with(sim_dat1, mean(Y_Z_1 - Y_Z_0))
```

```
[1] 54
```

Dans une expérience (une simulation des données), voici les estimations simples :

```
## Deux façons de calculer l'estimateur de la différence des moyennes  
est_diff_means_1 <- with(sim_dat1, mean(Y[Z == 1]) - mean(Y[Z == 0]))  
est_diff_means_2 <- coef(lm_robust(Y ~ Z,  
  data = sim_dat1,  
  se = "classical"  
))["Z"]  
c(est_diff_means_1, est_diff_means_2)
```

```
[1] -23.62 -23.62
```

# Puis simuler avec une randomisation

Dans une expérience (une simulation des données), voici les estimations après winsorisation :

```
## 2 façons de calculer l'estimateur de la différence des moyennes winsorisées
sim_dat1$rankY <- rank(sim_dat1$Y)
sim_dat1$Y_tc <- with(sim_dat1, ifelse(rankY == max(rankY),
  Y[rankY == (max(rankY) - 1)], Y
))
est_topcoded_1 <- with(sim_dat1, mean(Y_tc[Z == 1]) - mean(Y_tc[Z == 0]))
est_topcoded_2 <- coef(lm_robust(Y_tc ~ Z,
  data = sim_dat1,
  se = "classical"
))["Z"]
c(est_topcoded_1, est_topcoded_2)
```

```
[1] -22.38 -22.37
```

## Ensuite simuler une randomisation différente et estimer l'ATE avec les mêmes estimateurs

Calculez maintenant votre estimation avec les mêmes estimateurs en utilisant une randomisation **différente**. Notez que les réponses diffèrent. Les estimateurs estiment la *même estimation* mais ils travaillent maintenant avec une randomisation différente.

```
# faire une autre assignation aléatoire de traitement dans DeclareDesign
# cela produit un nouveau jeu de données simulées
# avec une assignation aléatoire différente
sim_dat2 <- draw_data(base_design)
# le premier estimateur (différence des moyennes simples)
coef(lm_robust(Y ~ Z, data = sim_dat2, se = "classical"))[["Z"]]
```

```
[1] -18
```

```
# le second estimateur (différence des moyennes winsorisées)
sim_dat2$rankY <- rank(sim_dat2$Y)
sim_dat2$Y_tc <- with(sim_dat2, ifelse(rankY == max(rankY),
  Y[rankY == (max(rankY) - 1)], Y
))
coef(lm_robust(Y_tc ~ Z, data = sim_dat2, se = "classical"))[["Z"]]
```



# Comment nos estimateurs se comportent-ils en général pour ce design ?

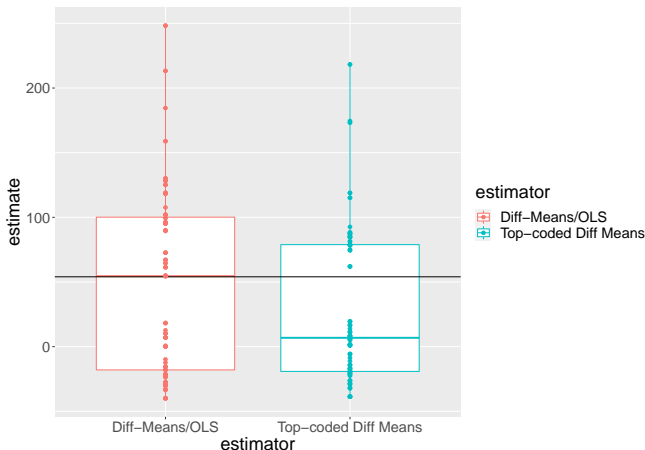
Nos estimations varient selon la randomisation. Nos deux estimateurs varient-ils de la même façon ?

```
## Combiner dans un seul objet DeclareDesign
## Cela a le design de base, l'estimande, puis nos deux estimateurs
design_plus_ests <- base_design + estimandATE + diff_means + diff_means_topcode
## Exécuter 100 simulations (réassignations de traitement) et
## appliquer les deux estimateurs
diagnosis1 <- diagnose_design(design_plus_ests,
  bootstrap_sims = 0, sims = 100
)
sims1 <- get_simulations(diagnosis1)
head(sims1[, -c(1:6)])
```

	estimate	std.error	statistic	p.value	conf.low	conf.high	df	outcome
1	-18.00	66.23	-0.27179	0.7927	-170.7	134.7	8	Y
2	-16.75	64.49	-0.25974	0.8016	-165.5	132.0	8	newY
3	0.75	67.98	0.01103	0.9915	-156.0	157.5	8	Y
4	2.00	66.29	0.03017	0.9767	-150.9	154.9	8	newY
5	54.50	75.93	0.71775	0.4933	-120.6	229.6	8	Y
6	-19.14	75.85	-0.25237	0.8092	-204.7	166.5	6	newY

# Comment nos estimateurs se comportent-ils en général pour ce design ?

Nos estimations varient selon la randomisation. Nos deux estimateurs varient-ils de la même façon ? Comment interpréter cette courbe ?



## Quel estimateur est le plus proche de la vérité ?

Une façon de choisir parmi les estimateurs est de choisir celui qui est **proche de la vérité** chaque fois que nous l'utilisons — quelle que soit la randomisation choisie.

Un estimateur “sans biais” est un estimateur pour lequel la **moyenne des estimations pour des designs répétés** est la même que la vérité (ou  $E_R(\hat{\tau}) = \bar{\tau}$ ). Un estimateur sans biais n'a “pas d'erreur systématique” mais ne garantit pas la proximité avec la vérité.

Une autre mesure de proximité est la **racine de l'erreur quadratique moyenne** (REQM) qui agrège les distances au carré entre la vérité et les estimations individuelles.

Quel estimateur est le meilleur ? (L'un est plus proche de la vérité en moyenne (REQM) et il est plus précis. L'autre n'a pas d'erreur systématique — il est non-biaisé.)

Estimator	Bias	RMSE	SD Estimate	Mean Se	Power
Diff-Means/OLS	-5.70	71.23	71.36	66.54	0.09
Model-based Diff Means	-25.50	64.86	59.94	64.53	0.03

# Estimateurs biaisés et non-biaisés

## Résumé :

- ▶ Nous avons un *choix* d'estimandes et d'estimateurs
- ▶ Un bon estimateur performe bien quelle que soit la randomisation particulière d'un design donné. Et *bien performer* peut signifier “être impartial” et/ou “avoir une faible erreur quadratique moyenne” ou “être cohérent” — ce qui signifie être de plus en plus proche de la vérité à mesure que la taille de l'échantillon augmente.
- ▶ Nous pouvons apprendre comment un estimateur donné se comporte dans une étude donnée en utilisant la simulation.

## Randomisation par bloc

# Les expériences aléatoires par bloc sont une collection de mini-expériences

Quel est l'**effet moyen du traitement** dans une expérience aléatoire par bloc ?

Si nous considérons l'ATE au niveau de l'unité comme :  $(1/N) \sum_{i=1}^N y_{i,1} - y_{i,0}$  alors nous pourrions réexprimer cela de manière équivalente en sachant que l'ATE par bloc  $j$  est  $ATE_j$  comme suit :

$$ATE = \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^{N_j} \frac{y_{i,1} - y_{i,0}}{N_j} = \sum_{j=1}^J \frac{N_j}{N} ATE_j$$

Et il serait naturel d'*estimer* cette quantité en y introduisant ce que l'on peut calculer :  $\widehat{ATE} = \sum_{j=1}^J \frac{N_j}{N} \widehat{ATE}_j$

# Les expériences aléatoires par bloc sont une collection de mini-expériences

Et nous pourrions *définir* l'erreur standard de l'estimateur en faisant la moyenne intra-bloc des erreurs standard (si nos blocs sont suffisamment grands) :

$$SE(\widehat{ATE}) = \sqrt{\sum_{j=1}^J (\frac{N_j}{N})^2 SE^2(\widehat{ATE}_j)}$$

# Estimer l'ATE dans les expériences aléatoires par bloc

Une approche de l'estimation remplace simplement  $ATE_j$  par  $\widehat{ATE}$  ci-dessus :

```
with(dat, table(b, Z))
```

	Z	
b	0	1
a	4	2
b	2	2

Nous avons 6 unités dans le bloc a, dont 2 sont assignées au traitement et 4 unités dans le bloc b, dont 2 sont assignées au traitement.



# Estimer l'ATE dans les expériences aléatoires par bloc

Une approche de l'estimation remplace simplement  $ATE_j$  par  $\widehat{ATE}$  ci-dessus :

```
datb <- dat %>%  
  group_by(b) %>%  
  summarize(  
    nb = n(), pb = mean(Z), estateb = mean(Y[Z == 1]) - mean(Y[Z == 0]),  
    ateb = mean(y1 - y0), .groups = "drop"  
  )  
datb
```

```
# A tibble: 2 x 5  
  b      nb    pb estateb ateb  
  <chr> <int> <dbl>   <dbl> <dbl>  
1 a         6 0.333    16.8    60  
2 b         4 0.5     246.    45
```

```
## le vrai ATE par bloc :  
with(dat, mean(y1 - y0))
```

```
[1] 54
```

```
## Une autre façon de calculer le vrai ATE  
with(datb, sum(ateb * (nb / sum(nb))))
```

# Estimer l'ATE dans les expériences aléatoires par bloc

Une approche consiste à estimer l'ATE global pondéré par la taille de bloc :

```
## Montrer que la difference des moyennes est pondérée par la taille du bloc.  
e1 <- difference_in_means(Y ~ Z, blocks = b, data = dat)  
e2 <- with(datb, sum(estateb * (nb / sum(nb))))  
c(coef(e1)["Z"], e2)
```

```
[1] 108.2 108.2
```

# Estimer l'ATE dans les expériences aléatoires par bloc

Notez que ce n'est **pas** la même chose que les deux éléments suivants :

```
## En ignorant les blocs  
e3 <- lm(Y ~ Z, data = dat)  
coef(e3)[["Z"]]
```

```
[1] 131.8
```

```
## Avec les effets de blocs fixes  
e4 <- lm(Y ~ Z + block, data = dat)  
coef(e4)[["Z"]]
```

```
[1] 114.8
```

En quoi diffèrent-ils ? (Le premier ATE ignore les blocs. Le second ATE utilise un ensemble différent de poids créés à l'aide d'indicateurs, de variables muettes ou de variables à “effets fixes.”)

## Quel estimateur doit-on utiliser ?

Nous avons maintenant 3 estimateurs, chacun avec une estimation différente (en imaginant qu'ils ciblent tous le même estimande) :

```
c(coef(e1)[["Z"]], coef(e3)[["Z"]], coef(e4)[["Z"]])
```

```
[1] 108.2 131.8 114.8
```

Quel estimateur doit-on utiliser pour ce design ? Simulons avec DeclareDesign pour le savoir.

```
## déclarer un nouveau design de base qui inclut l'indicateur de bloc b
base_design_blocks <-
  declare_population(dat[, c("b", "y0", "y1")]) +
  # dire à la méthode des doubles différences que b signifie bloc
  # et assigner 2 unités du traitement dans chaque bloc
  declare_assignment(
    Z = conduct_ra(N = N, m = 2, blocks = b),
    Z_cond_prob =
      obtain_condition_probabilities(assignment = Z, m = 2)
  ) +
  # relation entre les résultats potentiels et les résultats observés
  declare_potential_outcomes(Y ~ Z * y1 + (1 - Z) * y0) +
  # résultat observé et assignation de traitement
  are_reveal(Y, Z)
```

# Quel estimateur doit-on utiliser ?

```
# L'estimande est l'effet moyen du traitement
estimandATEb <- declare_inquiry(ATE = mean(Y_Z_1 - Y_Z_0))

# 3 estimateurs différents
est1 <- declare_estimator(Y ~ Z,
  inquiry = estimandATEb, model = lm_robust,
  label = "Ignores Blocks"
)
est2 <- declare_estimator(Y ~ Z,
  inquiry = estimandATEb, model = difference_in_means, blocks = b,
  label = "DiM: Block-Size Weights"
)
est3 <- declare_estimator(Y ~ Z,
  inquiry = estimandATEb, model = lm_robust,
  weights = (Z / Z_cond_prob) + ((1 - Z) / (Z_cond_prob)),
  label = "LM: Block Size Weights"
)
```

## Quel estimateur doit-on utiliser ?

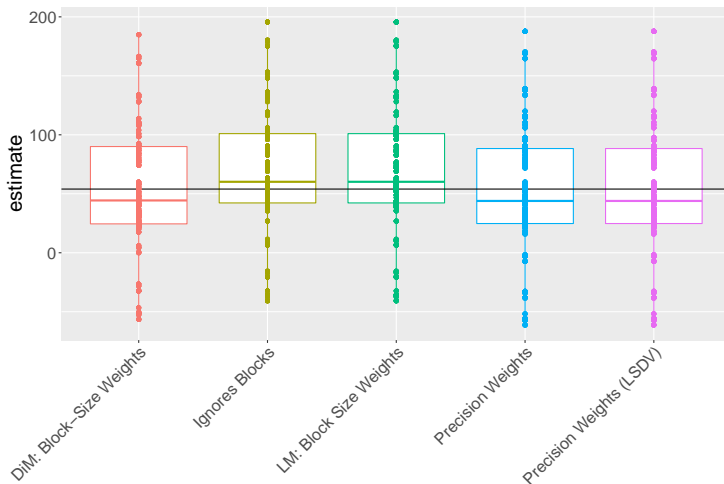
```
# deux autres estimateurs
est4 <- declare_estimator(Y ~ Z,
  inquiry = estimandATEb,
  model = lm_robust, fixed_effects = ~b, label = "Precision Weights"
)
est5 <- declare_estimator(Y ~ Z + b,
  inquiry = estimandATEb,
  model = lm_robust, label = "Precision Weights (LSDV)"
)

## le nouveau design a le design de base, l'estimande et cinq estimateurs
design_blocks <- base_design_blocks + estimandATEb +
  est1 + est2 + est3 + est4 + est5
```

Ensuite, nous allons exécuter 10 000 simulations (réassigner le traitement 10 000 fois) et résumer les estimations produites par chacun de ces cinq estimateurs.

# Quel estimateur doit-on utiliser ?

Comment interpréter cette courbe ?



## Quel estimateur est le plus proche de la vérité ?

Quel estimateur fonctionne le mieux pour ce design et ces données ?

Estimator	Bias	RMSE	SD Est	Mean SE	Power	Coverage
DiM: Block-Size Weights	-0.63	53.08	53.11	51.90	0.22	0.77
Ignores Blocks	14.48	55.23	53.33	60.79	0.10	0.97
LM: Block Size Weights	14.48	55.23	53.33	60.79	0.10	0.97
Precision Weights	-1.02	55.39	55.40	56.96	0.11	0.92
Precision Weights (LSDV)	-1.02	55.39	55.40	56.96	0.11	0.92

Notez que la couverture n'est pas toujours à 95 % dans tous les cas. Nous avons simulé 10 000 fois, donc l'erreur de simulation est d'environ  $\pm 2\sqrt{p(1-p)/10000}$  ou, disons, pour une couverture calculée à 0,93, une simulation différente aurait pu facilement produire 0.9249 ou 0.9351 (ou aurait rarement produit des numéros de couverture en dehors de cette plage juste par hasard).



## Randomisation par grappe

## Dans les expériences aléatoires par grappe, les unités sont randomisées en grappe (cluster) pour le traitement I

- ▶ **Exemple 1** : une intervention est randomisée entre les quartiers, donc **tous** les ménages d'un quartier seront assignés à la même condition de traitement, mais différents quartiers seront assignés à des traitements différents.
- ▶ **Exemple 2** : une intervention est randomisée sur plusieurs personnes et chaque personne est mesurée quatre fois après le traitement. Nos données contiennent donc quatre lignes par personne.
- ▶ **Pas un exemple 1** : Les quartiers sont choisis pour l'étude. Dans chaque quartier, environ la moitié des personnes sont assignées au traitement et l'autre moitié au contrôle. (De quel type d'étude s'agit-il ? Ce n'est pas une étude randomisée par grappe.)

## Dans les expériences aléatoires par grappe, les unités sont randomisées en grappe (cluster) pour le traitement II

- ▶ **Pas un exemple 2** : une intervention est randomisée à certains quartiers et pas à d'autres, les résultats incluent des mesures de la confiance au niveau du quartier envers le gouvernement et la superficie totale du quartier consacrée aux jardins. (Parfois, une expérience randomisée par grappe peut être transformée en une expérience randomisée simple. Ou elle peut contenir plus d'une approche possible d'analyse et d'interprétation.)

En quoi la distribution des statistiques de test et des estimateurs peut-elle différer d'une expérience où des unités individuelles (et non des grappes) sont randomisées ?

# Estimation de l'ATE dans des expériences aléatoires par grappe

Problèmes de biais dans les expériences aléatoires par grappe :

- ▶ Lorsque les grappes ont la même taille, l'estimateur habituel de différences des moyennes est sans biais.
- ▶ Mais soyez prudent lorsque les grappes ont des tailles différentes ou que vous avez très peu de grappes car les effets de traitement peuvent être corrélés avec la taille des grappes.
- ▶ Lorsque la taille de la grappe est liée aux résultats potentiels, l'estimateur habituel de différences des moyennes est biaisé.

<https://declaredesign.org/blog/bias-cluster-randomized-trials.html>

# Estimation de l'erreur standard pour l'ATE dans des expériences aléatoires par grappe I

- ▶ **Inférences statistiques trompeuses** : L'erreur standard par défaut sous-estimera généralement la précision dans de tels designs et produira ainsi des tests avec des taux de faux positifs trop élevés (ou, de manière équivalente, des taux de couverture pour les intervalles de confiance trop faibles).
- ▶ “L'erreur standard robuste pour grappe” implémentée dans les logiciels courants fonctionnent bien **lorsque le nombre de grappes est important** (plus de 50 grappes dans certaines études de simulation).
- ▶ L'erreur standard par défaut adaptée aux grappes dans `lm_robust` (l'erreur standard CR2) fonctionne mieux que l'approche basique en Stata (à ce jour).

# Estimation de l'erreur standard pour l'ATE dans des expériences aléatoires par grappe II

- ▶ Le “wild bootstrap” aide à contrôler les taux d'erreur mais abandonne beaucoup plus de puissance statistique qu'il n'est peut-être nécessaire dans une étude aléatoire par grappe où l'inférence de randomisation directe est possible.
- ▶ En cas de doute, on peut produire des  $p$ -valeurs par simulation directe (inférence de randomisation directe) pour voir si elles sont en accord avec l'une des approches robustes pour grappe (cluster).

Globalement, cela vaut la peine de simuler pour étudier les performances de vos estimateurs, tests et intervalles de confiance si vous avez des inquiétudes ou des doutes.

# Un exemple d'estimation

Imaginez que nous ayons des données de 10 grappes avec soit 100 personnes (pour 2 grappes) soit 10 personnes par grappe (pour 8 grappes). La taille totale des données est 280.

```
# A tibble: 6 x 10
# Groups:   clus_id [2]
  clus_id cl_size cl_sizeF effect indiv      u Y_Z_0 Y_Z_1      Z      Y
  <chr>      <dbl> <fct>      <dbl> <chr> <dbl> <dbl> <dbl> <int> <dbl>
1 01          100 100          0.1 010    4.51  4.51  4.61      0  4.51
2 01          100 100          0.1 035    4.63  4.63  4.73      0  4.63
3 01          100 100          0.1 068    4.76  4.76  4.86      0  4.76
4 03           10 10           1   205    3.13  3.13  4.13      1  4.13
5 03           10 10           1   206    2.41  2.41  3.41      1  3.41
6 03           10 10           1   208    2.95  2.95  3.95      1  3.95
```

# Un exemple d'estimation

Quel estimateur doit-on utiliser ? Quel test doit-on utiliser ? Sur quelle base choisir parmi ces approches ?

```
lmc1 <- lm_robust(Y ~ Z, data = dat1)
lmc2 <- lm_robust(Y ~ Z, clusters = clus_id, data = dat1)
lmc3 <- lm_robust(Y ~ Z + cl_sizeF, clusters = clus_id, data = dat1)
tidy(lmc1)[2, ]
```

	term	estimate	std.error	statistic	p.value	conf.low	conf.high	df	outcome
2	Z	0.3024	0.1207	2.504	0.01284	0.06471	0.5401	278	Y

```
tidy(lmc2)[2, ]
```

	term	estimate	std.error	statistic	p.value	conf.low	conf.high	df	outcome
2	Z	0.3024	1.079	0.2804	0.796	-2.969	3.574	3.282	Y

```
tidy(lmc3)[2, ]
```

	term	estimate	std.error	statistic	p.value	conf.low	conf.high	df	outcome
2	Z	0.3024	0.306	0.9882	0.4386	-1.194	1.799	1.769	Y



## Simuler pour évaluer les estimateurs et les tests

Si vous regardez le code des slides, vous verrez que nous simulons le design 5000 fois, en calculant à chaque fois une estimation et un intervalle de confiance pour différents estimateurs de l'ATE.

Que devons-nous apprendre de ce tableau ? (Couverture ? `sd_estimate` vs. `mean_se`).

Table 1: Performances de l'estimateur et des tests pour 5000 simulations du design randomisé par grappe pour différents estimateurs et intervalles de confiance

estimator	coverage	sd_estimate	mean_se
$Y \sim Z * I(\text{clus\_size} - \text{mean}(\text{clus\_size})), \text{CR2}$	0.75	1.61	0.06
$Y \sim Z, \text{cl\_size fe}, \text{CR2}$	0.56	1.07	0.72
$Y \sim Z, \text{fixed\_effects} = \sim \text{clus\_size\_fixed\_effects}, \text{CR2}$	0.75	0.35	0.30
$Y \sim Z, \text{HC2}$	0.56	1.07	0.13
$Y \sim Z, \text{IID}$	0.56	1.07	0.12
$Y \sim Z * I(\text{cl\_size} - \text{mean}(\text{cl\_size})), \text{CR2}$	0.56	1.22	0.84
$Y \sim Z + \text{cl\_sizeF}, \text{CR2}$	0.75	0.35	0.30

# Simuler pour évaluer les estimateurs et les tests

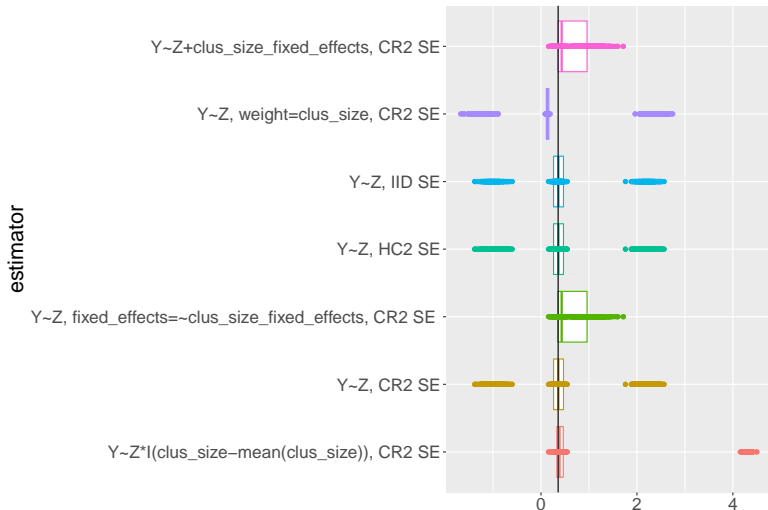
Que devons-nous apprendre de ce tableau ? (Biais ? Proximité avec la vérité ?)

Table 2: Performances de l'estimateur et des tests pour 5000 simulations du design randomisé par grappe pour différents estimateurs et intervalles de confiance

estimator	bias	rmse
$Y \sim Z * I(\text{clus\_size} - \text{mean}(\text{clus\_size})), \text{CR2}$	0.836	1.814
$Y \sim Z, \text{cl\_size fe}, \text{CR2}$	0.132	1.079
$Y \sim Z, \text{fixed\_effects} = \sim \text{clus\_size\_fixed\_effects}, \text{CR2}$	0.278	0.448
$Y \sim Z, \text{HC2}$	0.132	1.079
$Y \sim Z, \text{IID}$	0.132	1.079
$Y \sim Z * I(\text{cl\_size} - \text{mean}(\text{cl\_size})), \text{CR2}$	-0.014	1.224
$Y \sim Z + \text{cl\_sizeF}, \text{CR2}$	0.278	0.448

# Simuler pour évaluer les estimateurs et les tests

Comment interpréter cette courbe ?



# Résumé de l'estimation et des tests dans les essais aléatoires par grappe

- ▶ Les essais aléatoires par grappe posent des problèmes particuliers pour les approches standard d'estimation et de test.
- ▶ Si la randomisation est au niveau de la grappe, alors l'incertitude provient de la randomisation au niveau de la grappe.
- ▶ Si nous avons suffisamment de grappes, alors "l'erreur standard robuste pour grappe" peut nous aider à produire des intervalles de confiance avec une couverture correcte.

**L'erreur standard robuste pour grappe nécessite de nombreux grappes.**

- ▶ Si la taille de la grappe (ou caractéristique) est liée à la taille de l'effet, alors nous pouvons avoir un biais (et nous devons ajuster d'une manière ou d'une autre).

## Résultats binaires

## Résultats binaires : configurons nos données pour simuler avec DeclareDesign

```
# taille de la population
N <- 20
# déclarer la population
thepop_bin <- declare_population(
  N = N, x1 = draw_binary(prob = .5, N = N),
  x2 = rnorm(N)
)
# déclarer les résultats potentiels
thepo_bin <- declare_potential_outcomes(Y ~ rbinom(
  n = N, size = 1,
  prob = 0.5 + 0.05 * Z + x1 * .05
))
# deux cibles possibles : différences des moyennes
# et différence logit (i.e. différence log-odds)
thetarget_ate <- declare_inquiry(ate = mean(Y_Z_1 - Y_Z_0))
thetarget_logodds <- declare_inquiry(
  logodds = log(mean(Y_Z_1) / (1 - mean(Y_Z_1))) -
    log(mean(Y_Z_0) / (1 - mean(Y_Z_0)))
)
```

## Résultats binaires : configurons nos données pour simuler avec DeclareDesign

```
# déclarer comment le traitement est assigné
# m unités sont assignées aux niveaux de traitement Z
theassign_bin <- declare_assignment(Z = conduct_ra(N = N, m = floor(N / 3)))
# déclarer quelles valeurs de résultat sont révélées
# pour les valeurs possibles de Z
thereveal_bin <- declare_reveal(Y, Z)
# combiner population, résultats potentiels, assignation
# et valeurs de résultat liées à Z
des_bin <- thepop_bin + thepo_bin + theassign_bin + thereveal_bin
# puis faire un tirage (randomiser le traitement une fois)
set.seed(12345)
dat2 <- draw_data(des_bin)
```

# Résultats binaires : estimandes I

Comment interpréterions-nous les vraies quantités ou estimandes suivants ?  $Y_{Z\_1}$ ,  $Y_{Z\_0}$  sont des résultats potentiels,  $Y$  est l'observation,  $x_1$ ,  $x_2$  sont des covariables,  $Z$  est l'assignation de traitement.  $N=20$ .

```
## Voici les 6 premières observations seulement :  
head(dat2[, -7])
```

	ID	x1	x2	$Y_{Z\_0}$	$Y_{Z\_1}$	Z
1	01	1	-0.1162	0	1	0
2	02	1	1.8173	0	1	1
3	03	1	0.3706	0	1	0
4	04	1	0.5202	1	1	0
5	05	0	-0.7505	1	0	1
6	06	0	0.8169	0	1	0



## Résultats binaires : estimandes II

Comment interpréterions-nous les vraies quantités ou estimandes suivants ?  $Y_{Z_1}$ ,  $Y_{Z_0}$  sont des résultats potentiels,  $Y$  est l'observation,  $x_1$ ,  $x_2$  sont des covariables,  $Z$  est l'assignation de traitement.  $N=20$ .

```
ate_bin <- with(dat2, mean(Y_Z_1 - Y_Z_0))
bary1 <- mean(dat2$Y_Z_1)
bary0 <- mean(dat2$Y_Z_0)
diff_log_odds_bin <- with(
  dat2,
  log(bary1 / (1 - bary1)) - log(bary0 / (1 - bary0))
)
c(
  bary1 = bary1, bary0 = bary0, true_ate = ate_bin,
  true_diff_log_odds = diff_log_odds_bin
)
```

bary1  
0.55

bary0  
0.55

true\_ate true\_diff\_log\_odds  
0.00 0.00

## Résultats binaires : estimandes III

Voulez-vous estimer la différence logit ?

$$\delta = \log \frac{\bar{y}_1}{1 - \bar{y}_1} - \log \frac{\bar{y}_0}{1 - \bar{y}_0} \quad (1)$$

Ou la différence de proportions ?

$$\bar{\tau} = \bar{y}_1 - \bar{y}_0 \quad (2)$$

Rappelons que  $\bar{y}_1$  est la *proportion* de  $y_1 = 1$  dans les données.

**Freedman (2008b)** montre que l'estimateur du coefficient logit est un estimateur biaisé de la différence de l'estimande log-odds. Il montre également un estimateur sans biais de cet estimande.

Nous savons que la différence de proportions dans l'échantillon devrait être un estimateur sans biais de la différence de proportions.

# Un exemple d'estimation I

Comment interpréter les estimations suivantes ? Que requiert l'estimateur de la différence des moyennes en termes d'hypothèses ? Que requiert l'estimateur de régression logistique en termes d'hypothèses ?

```
lmbin1 <- lm_robust(Y ~ Z, data = dat2)
glmbin1 <- glm(Y ~ Z, data = dat2, family = binomial(link = "logit"))
tidy(lmbin1)[2, ]
```

	term	estimate	std.error	statistic	p.value	conf.low	conf.high	df	outcome
2	Z	-0.4048	0.2159	-1.875	0.07716	-0.8584	0.04884	18	Y

```
tidy(glmbin1)[2, ]
```

```
# A tibble: 1 x 5
  term estimate std.error statistic p.value
<chr>   <dbl>     <dbl>     <dbl>   <dbl>
1 Z      -1.90      1.22     -1.55   0.120
```

# Un exemple d'estimation II

Quid des covariables ? Pourquoi utiliser des covariables ?

```
lmbin2 <- lm_robust(Y ~ Z + x1, data = dat2)
glmbin2 <- glm(Y ~ Z + x1, data = dat2, family = binomial(link = "logit"))
tidy(lmbin2)[2, ]
```

	term	estimate	std.error	statistic	p.value	conf.low	conf.high	df	outcome
2	Z	-0.4058	0.2179	-1.862	0.07996	-0.8656	0.05398	17	Y

```
tidy(glmbin2)[2, ]
```

```
# A tibble: 1 x 5
```

	term	estimate	std.error	statistic	p.value
	<chr>	<dbl>	<dbl>	<dbl>	<dbl>
1	Z	-1.90	1.22	-1.55	0.120

# Un exemple d'estimation III

Comparons nos estimations

```
c(  
  dim = coef(lmbin1)[["Z"]],  
  dim_x1 = coef(lmbin2)[["Z"]],  
  glm = coef(glmbin1)[["Z"]],  
  glm_x1 = coef(glmbin2)[["Z"]]  
)
```

dim	dim_x1	glm	glm_x1
-0.4048	-0.4058	-1.8971	-1.9025

# Un exemple d'estimation : les estimateurs de plugin Freedman I

Sans covariable :

```
freedman_plugin_estfn1 <- function(data) {  
  glmbin <- glm(Y ~ Z, data = dat2, family = binomial(link = "logit"))  
  preddat <- data.frame(Z = rep(c(0, 1), nrow(dat2)))  
  preddat$yhat <- predict(glmbin, newdata = preddat, type = "response")  
  bary1 <- mean(preddat$yhat[preddat$Z == 1])  
  bary0 <- mean(preddat$yhat[preddat$Z == 0])  
  diff_log_odds <- log(bary1 / (1 - bary1)) - log(bary0 / (1 - bary0))  
  return(data.frame(estimate = diff_log_odds))  
}
```

# Un exemple d'estimation : les estimateurs de plugin Freedman II

Avec covariable :

```
freedman_plugin_estfn2 <- function(data) {  
  N <- nrow(data)  
  glmbin <- glm(Y ~ Z + x1, data = data, family = binomial(link = "logit"))  
  preddat <- data.frame(Z = rep(c(0, 1), each = N))  
  preddat$x1 <- rep(data$x1, 2)  
  preddat$yhat <- predict(glmbin, newdata = preddat, type = "response")  
  bary1 <- mean(preddat$yhat[preddat$Z == 1])  
  bary0 <- mean(preddat$yhat[preddat$Z == 0])  
  diff_log_odds <- log(bary1 / (1 - bary1)) - log(bary0 / (1 - bary0))  
  return(data.frame(estimate = diff_log_odds))  
}
```

Comparons nos estimations à partir des six estimateurs différents

dim	dim_x1	glm	glm_x1	freedman	freeman_x1
-0.4048	-0.4058	-1.8971	-1.9025	-1.8971	-1.9020

# Un exemple avec DeclareDesign pour évaluer nos estimateurs I

```
# déclarer 4 estimateurs pour DeclareDesign
# premier estimateur : régression linéaire avec l'ATE comme cible
estb1 <- declare_estimator(Y ~ Z,
  model = lm_robust, label = "lm1:Z",
  inquiry = thetarget_ate
)
# deuxième estimateur : régression linéaire avec covariable,
# avec l'ATE comme cible
estb2 <- declare_estimator(Y ~ Z + x1,
  model = lm_robust, label = "lm1:Z,x1",
  inquiry = thetarget_ate
)
# troisième estimateur : régression logistique, avec log odds comme cible
estb3 <- declare_estimator(Y ~ Z,
  model = glm, family = binomial(link = "logit"),
  label = "glm1:Z", inquiry = thetarget_logodds
)
# quatrième estimateur : régression logistique avec covariable,
# avec log odds comme cible
estb4 <- declare_estimator(Y ~ Z + x1,
  model = glm, family = binomial(link = "logit"),
  label = "glm1:Z,x1", inquiry = thetarget_logodds
),
```

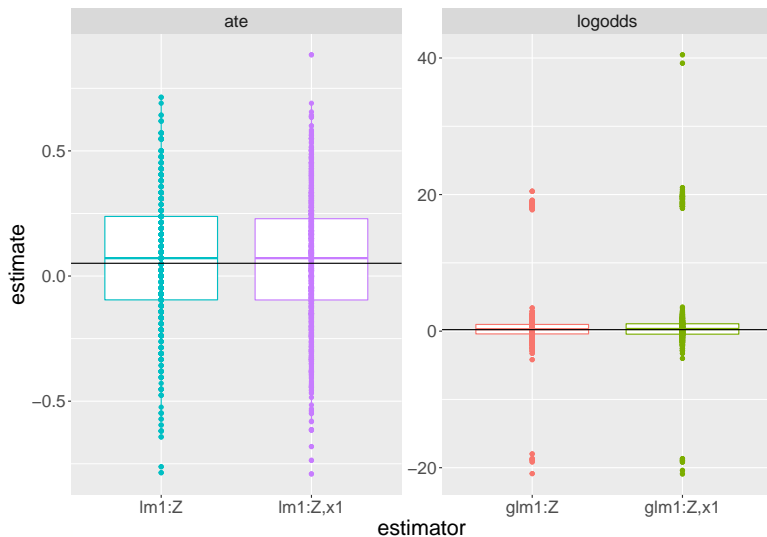


# Un exemple avec DeclareDesign pour évaluer nos estimateurs II

```
# des_bin combine population, résultats potentiels,  
# assignation, des_bin et valeurs de résultat liées à Z  
# On ajoute les deux cibles et les quatre estimateurs.  
des_bin_plus_est <- des_bin + thetarget_ate + thetarget_logodds +  
  estb1 + estb2 + estb3 + estb4
```

# Simuler pour évaluer nos estimateurs

Comment interpréter cette courbe ? (Les différences d'échelle rendent la tâche difficile.)



## Quel estimateur est le plus proche de la vérité ?

Quel estimateur fonctionne le mieux pour ce design et ces données ?

Table 3: Estimator and Test Performance in 5000 simulations of the different estimators and confidence intervals for a binary outcome and completely randomized design.

est	estimand	bias	rmse	power	coverage	sd_est	mean_se
glm1:Z	logodds	0.691	4.099	0.023	0.995	4.226	154.088
glm1:Z,x1	logodds	0.850	4.815	0.016	0.993	4.934	249.506
lm1:Z	ate	0.007	0.182	0.084	0.970	0.239	0.239
lm1:Z,x1	ate	0.010	0.189	0.082	0.970	0.245	0.247

## Autres sujets liés à l'estimation

# L'ajustement de covariable : l'estimande

En général, le simple fait de “contrôler pour” produit un estimateur biaisé de l'estimande ATE **ou** ITT. Voir par exemple **Lin (2013)** et **Freedman (2008a)**. **Lin (2013)** montre comment réduire ce biais et, surtout, que ce biais a tendance à être faible à mesure que la taille de l'échantillon augmente.

# Conclusion

# Réflexions finales sur l'estimation

- ▶ Les estimandes causales contrefactuelles sont des fonctions non observées des résultats potentiels.
- ▶ Les estimateurs sont des recettes ou des formules de calcul qui utilisent des données observées pour en savoir plus sur un estimande.
- ▶ Les bons estimateurs produisent des estimations proches du vrai estimande.
- ▶ (Liant l'estimation aux tests) l'erreur standard des estimateurs nous permet de calculer les intervalles de confiance et les  $p$ -valeurs. Certains estimateurs ont une erreur standard plus grande ou plus petite (ou plus ou moins correcte).
- ▶ Vous pouvez évaluer l'utilité d'un estimateur choisi pour un estimande choisi par simulation.

Effets causaux qui diffèrent selon les groupes ou covariables



# Effets différents selon les groupes I

Si notre théorie suggère que les effets devraient différer selon le groupe, comment pouvons-nous évaluer les preuves pour ou contre une telle affirmation ?

- ▶ Nous pouvons **concevoir** une évaluation de cette théorie en créant une étude aléatoire par bloc — avec des blocs définis par des groupes théoriquement pertinents.
- ▶ Nous pouvons **planifier** une telle évaluation en (1) **pré-enregistrant des analyses de sous-groupes spécifiques** (que nous retenons ou non ce groupe dans la phase de design) et en (2) veillant à mesurer l'appartenance au groupe pendant la collecte des données de base pré-traitement

## Effets différents selon les groupes II

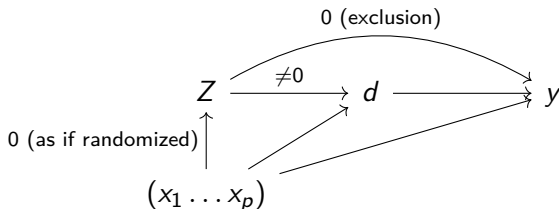
- ▶ Si on ne l'a pas prévu en avance, les analyses par sous-groupes peuvent être utiles pour explorer mais pas pour confirmer: elles peuvent trop facilement apporter trop d'hypothèses de test et donc gonfler le taux de faux positifs.
- ▶ Nous **ne devrions pas utiliser des groupes formés par traitement**. (Il s'agit soit d'une "analyse de médiation" soit d'un "conditionnement sur les variables post-traitement" et mérite son propre module).

Effets causaux quand on ne contrôle pas la dose

# Définir l'effet causal I

Imaginez une expérience de porte-à-porte où certaines maisons sont assignées de manière aléatoire pour recevoir une visite. Notez que nous utilisons maintenant  $Z$  et  $d$  au lieu de  $T$ .

- ▶  $Z_i$  est l'assignation aléatoire d'une visite ( $Z_i = 1$ ) ou non ( $Z_i = 0$ ).
- ▶  $d_{i,Z_i=1} = 1$  signifie que la personne  $i$  ouvrirait la porte pour avoir une conversation lors d'une visite.
- ▶  $d_{i,Z_i=1} = 0$  signifie que la personne  $i$  n'ouvrirait pas la porte pour avoir une conversation lors d'une visite.
- ▶ L'ouverture de la porte est un résultat du traitement.



## Définir l'effet causal II

- ▶  $y_{i,Z_i=1,d_{i,Z_i=1}=1}$  est le résultat potentiel pour les personnes qui ont reçu une visite et qui ont ouvert la porte. (“Conformistes” ou “Toujours preneurs”)
- ▶  $y_{i,1,d_{i,Z_i=1}=0}$  est le résultat potentiel pour les personnes qui ont reçu une visite et qui n'ont pas ouvert la porte. (“Jamais preneurs” ou “Non-conformistes”)
- ▶  $y_{i,0,d_{i,0}=1}$  est le résultat potentiel pour les personnes qui n'ont pas reçu de visite et qui ont ouvert la porte. (“Non-conformistes” ou “Toujours preneurs”)
- ▶  $y_{i,0,d_{i,0}=0}$  est le résultat potentiel pour les personnes qui n'ont pas reçu de visite et qui n'auraient pas ouvert la porte. (“Conformistes” ou “Jamais preneurs”)

## Définir l'effet causal III

On pourrait aussi écrire  $y_{i,Z_i=0,d_{i,Z_i=1}=1}$  pour les personnes qui n'avaient pas reçu de visite mais qui auraient ouvert la porte si une visite leur avait été assignée, etc.

Dans ce cas, nous pouvons simplifier nos résultats potentiels:

- ▶  $y_{i,0,d_{i,1}=1} = y_{i,0,d_{i,1}=0} = y_{i,0,d_{i,0}=0}$  parce que votre résultat est le même quelle que soit la façon dont vous n'ouvrez pas la porte.

## Définir l'effet causal IV

Nous pouvons simplifier les façons dont les gens reçoivent une dose du traitement comme ceci: (où  $d$  est en minuscule reflétant l'idée que le fait d'ouvrir ou non la porte est un attribut fixe comme un résultat potentiel).

- ▶  $Y$  : le résultat ( $y_{i,Z}$  ou  $y_{i,Z_i=1}$  pour le résultat potentiel du traitement pour la personne  $i$ , fixe)
- ▶  $X$  : covariable/variable de référence
- ▶  $Z$  : assignation de traitement ( $Z_i = 1$  si assigné à une visite,  $Z_i = 0$  si non assigné à une visite)
- ▶  $D$  : traitement reçu ( $D_i = 1$  si a répondu,  $D_i = 0$  si la personne  $i$  n'a pas répondu) (en utilisant  $D$  ici car  $D_i = d_{i,1}Z_i + d_{i,0}(1 - Z_i)$ )

# Définir l'effet causal V

Nous avons deux effets causaux de  $Z$  :  $Z \rightarrow Y$  ( $\delta$ , ITT,  $ITT_Y$ ) et  $Z \rightarrow D$  (GG appelle cela  $ITT_D$ ).

Et différents types de personnes peuvent réagir différemment à la tentative de déplacer la dose avec l'instrument.

		$Z = 1$	
		$D = 0$	$D = 1$
$Z = 0$	$D = 0$	Jamais preneur	Conformiste
	$D = 1$	Non conformiste	Toujours preneur



## Définir l'effet causal VI

$$ITT = ITT_Y = \delta = \bar{y}_{Z=1} - \bar{y}_{Z=0}$$

Mais, dans ce design,  $\bar{y}_{Z=1} = \bar{y}_1$  est divisé en morceaux : le résultat de ceux qui ont répondu à la porte (conformistes et toujours-preneurs et non-conformistes). Écrivez  $p_C$  pour la proportion de conformistes dans cette étude.

$$\bar{y}_1 = (\bar{y}_1|C)p_C + (\bar{y}_1|A)p_A + (\bar{y}_1|N)p_N + (\bar{y}_1|D)p_D. \quad (3)$$

Et  $\bar{y}_0$  est divisé en morceaux:

$$\bar{y}_0 = (\bar{y}_0|C)p_C + (\bar{y}_0|A)p_A + (\bar{y}_0|N)p_N + (\bar{y}_0|D)p_D. \quad (4)$$

## Définir l'effet causal VII

Ainsi, l'ITT lui-même est une combinaison des effets de  $Z$  sur  $Y$  au sein de ces différents groupes (imaginez une substitution puis réorganisation de sorte que nous ayons un ensemble d'ITT, un pour chaque type de sujet). Mais, nous pouvons toujours l'estimer car nous avons des estimateurs sans biais de  $\bar{y}_1$  et  $\bar{y}_0$  au sein de chaque type.

# Comprendre l'ITT I

Tout d'abord, découvrons l'effet de la politique elle-même. Pour écrire l'ITT, nous n'avons pas besoin de considérer tous les types ci-dessus. Nous n'avons pas de non-conformistes ( $p_D = 0$ ) et nous savons que l'ITT pour les toujours-preneurs et les jamais-preneurs est de 0.

$$\bar{y}_1 = (\bar{y}_1|C)p_C + (\bar{y}_1|A)p_A + (\bar{y}_1|N)p_N \quad (5)$$

$$\bar{y}_0 = (\bar{y}_0|C)p_C + (\bar{y}_0|A)p_A + (\bar{y}_0|N)p_N \quad (6)$$

## Comprendre l'ITT II

Tout d'abord, découvrons l'effet de la politique elle-même. Pour écrire l'ITT, nous n'avons pas besoin de considérer tous les types ci-dessus. Nous n'avons pas de non-conformistes ( $p_D = 0$ ) et nous savons que l'ITT pour les toujours-preneurs et les jamais-preneurs est de 0.

$$ITT = \bar{y}_1 - \bar{y}_0 \quad (7)$$

$$= ((\bar{y}_1|C)p_C + (\bar{y}_1|A)p_A + (\bar{y}_1|N)p_N) - \quad (8)$$

$$((\bar{y}_0|C)p_C + (\bar{y}_0|A)p_A + (\bar{y}_0|N)p_N) \quad (9)$$

en collectant ensemble chaque type — pour avoir un ITT pour chaque type

$$= ((\bar{y}_1|C)p_C - (\bar{y}_0|C)p_C) + ((\bar{y}_1|A)p_A - (\bar{y}_1|A)p_A) + \quad (10)$$

$$((\bar{y}_1|N)p_N - (\bar{y}_0|N)p_N) \quad (11)$$

$$= ((\bar{y}_1|C) - (\bar{y}_0|C)) p_C + \quad (12)$$

$$((\bar{y}_1|A) - (\bar{y}_0|A)) p_A + ((\bar{y}_1|N) - (\bar{y}_0|N)) p_N \quad (13)$$

# Comprendre l'III

$$ITT = \bar{y}_1 - \bar{y}_0 \quad (14)$$

$$= ((\bar{y}_1|C)p_C + (\bar{y}_1|A)p_A + (\bar{y}_1|N)p_N) - \quad (15)$$

$$((\bar{y}_0|C)p_C + (\bar{y}_0|A)p_A + (\bar{y}_0|N)p_N) \quad (16)$$

$$= ((\bar{y}_1|C)p_C - (\bar{y}_0|C)p_C) + ((\bar{y}_1|A)p_A - (\bar{y}_1|A)p_A) + \quad (17)$$

$$((\bar{y}_1|N)p_N - (\bar{y}_0|N)p_N) \quad (18)$$

$$= ((\bar{y}_1|C) - (\bar{y}_0|C))p_C + ((\bar{y}_1|A) - (\bar{y}_0|A))p_A + \quad (19)$$

$$((\bar{y}_1|N) - (\bar{y}_0|N))p_N \quad (20)$$

## Comprendre l'ITT IV

Et, si l'effet de la dose ne peut se produire que pour ceux qui ouvrent la porte, et que vous ne pouvez ouvrir la porte que lorsque vous est assigné, alors:

$$((\bar{y}_1|A) - (\bar{y}_0|A))p_A = 0 \text{ and } ((\bar{y}_1|N) - (\bar{y}_0|N))p_N = 0 \quad (21)$$

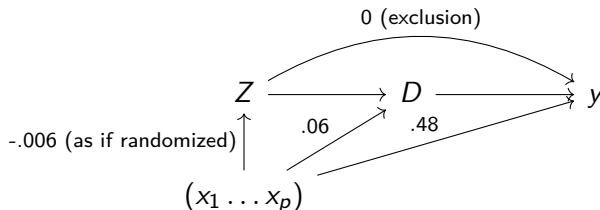
Et

$$ITT = ((\bar{y}_1|C) - (\bar{y}_0|C))p_C = (CACE)p_C. \quad (22)$$

# L'effet causal moyen pour ceux qui se conforment au traitement I

Nous aimerions également en savoir plus sur l'effet causal d'ouvrir la porte et d'avoir la conversation, un effet théoriquement intéressant.

Mais cette comparaison est mise à mal par  $x$  : une simple comparaison  $\bar{Y}|D=1 - \bar{Y}|D=0$  nous renseigne sur les différences de résultat dues à  $x$  en plus de la différence causée par  $D$ . (Voir les chiffres ci-dessous à partir de certaines données simulées)



# L'effet causal moyen pour ceux qui se conforment au traitement II

```
with(dat, cor(Y, x)) ## peut être quelconque  
with(dat, cor(d, x)) ## peut être quelconque  
with(dat, cor(Z, x)) ## devrait être proche de 0
```

Mais nous venons de voir que, dans ce design et avec ces hypothèses (y compris l'hypothèse SUTVA) que  $ITT = ((\bar{y}_1|C) - (\bar{y}_0|C))p_C = (CACE)p_C$ , on peut donc définir  $CACE = ITT/p_C$ .



# Comment calculer l'ITT et CACE/LATE I

Quelques exemples de données (où nous connaissons tous les résultats potentiels):

X	u	type	Z	pZ	DZ1	YD0Z0	YD1Z0	YD0Z1	YD1Z1	D
4	1.95	Conformiste	0	0	1	1.95	2.52	1.95	2.52	0
2	0.05	Conformiste	1	0	1	0.05	0.63	0.05	0.63	1

# Comment calculer l'ITT et CACE/LATE II

## L'ITT et le CACE

```
itt_y <- difference_in_means(Y ~ Z, data = dat0)
itt_y
```

Design: Standard

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t )	CI Lower	CI Upper	DF
Z	0.08725	0.233	0.3745	0.7089	-0.3752	0.5497	97.97

```
itt_d <- difference_in_means(D ~ Z, data = dat0)
itt_d
```

Design: Standard

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t )	CI Lower	CI Upper	DF
Z	0.68	0.07307	9.307	8.454e-15	0.5348	0.8252	89.31

# Comment calculer l'ITT et CACE/LATE III

Tous ensemble<sup>1</sup>

```
cace_est <- iv_robust(Y ~ D | Z, data = dat0)
cace_est
```

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t )	CI Lower	CI Upper	DF
(Intercept)	0.3347	0.1912	1.7502	0.08321	-0.04479	0.7142	98
D	0.1283	0.3404	0.3769	0.70705	-0.54727	0.8039	98

```
## Remarquez que c'est identique ci-dessous:
coef(itt_y)[["Z"]] / coef(itt_d)[["Z"]]
```

```
[1] 0.1283
```

---

<sup>1</sup>fonctionne quand  $Z \rightarrow D$  n'est pas faible ; voir **Imbens and Rosenbaum (2005)** pour les précautions d'usage

## Résumé des designs incitatifs / conformistes / par dose:

- ▶ Analysez au fur et à mesure de la randomisation, même lorsque vous ne contrôlez pas la dose
- ▶ Le danger de l'analyse par protocole.

# Références

- Freedman, David A. 2008a. "On regression adjustments to experimental data." *Advances in Applied Mathematics* 40 (2): 180–93.
- . 2008b. "Randomization Does Not Justify Logistic Regression." *Statistical Science* 23 (2): 237–49.
- Imbens, Guido W., and Paul R. Rosenbaum. 2005. "Robust, Accurate Confidence Intervals with a Weak Instrument: Quarter of Birth and Education." *Journal of the Royal Statistical Society Series A* 168 (1): 109–26.
- Lin, Winston. 2013. "Agnostic Notes on Regression Adjustments to Experimental Data: Reexamining Freedman's Critique." *The Annals of Applied Statistics* 7 (1): 295–318.