Poder Estadístico

Fill In Your Name

30-08-2021

¿Qué es el poder estadístico?

¿Qué es el poder estadístico?

- Queremos separarar a la señal del ruido.
- Poder $=$ probabilidad de rechazar la hipótesis nula, dado un efecto real $\neq 0$.
- Es otras palabras, es la habilidad de detectar un efecto en el caso de que tal efecto exista.
- Formalmente: (1 - Type II) tasa de error.
- Por lo tanto, el poder está $\in (0, 1)$.
- Márgenes estándar: 0.8 or 0.9.

Puntos de partida para el análisis de poder

- El análisis de poder es algo que hacemos *antes* de realizar un estudio
  - Nos ayuda a definir la muestra que se requere para detectar un efecto de un tamaño dado.
  - O nos ayuda a encontrar cuál es la diferencia detectable mínima dado un tamaño de muestra fijo.
  - Nos puede ayudar a decidir si hacer el estudio o no.
- No se puede aprender mucho de un estudio de hallazgos nulos y con poco poder.
  - ¿ Hay en realidad un efecto, pero no pudimos detectarlo? ¿O en realidad no hay efecto? No podemos diferenciar.

Poder

- Supongamos que el tratamiento sí produce un efecto y que realizamos el experimento muchas veces. ¿Qué tan frecuentemente obtendríamos resultados estadísticamente significativos?
- Cantidades estimadas que nos pueden pueden ayudar a resolver esta pregunta:
  - How big is your treatment effect?
  - How many units are treated, measured?
  - How much noise is there in the measurement of your outcome?

Métodos para calcular el poder estádistico

- Cálculos analíticos de poder
- Simulaciones

Herramientas para el calculo del poder

- Interactivas
  - EGAP Calculadora de Poder
  - rpsychologist
- Paquetes de R
  - pwr
  - DeclareDesign, see also https://declaredesign.org/

Cálculos analíticos de poder

Cálculos analíticos de poder

- Formula:

$$\text{Poder} = \Phi\left(\frac{|\tau|\sqrt{N}}{2\sigma} - \Phi^{-1}(1 - \frac{\alpha}{2})\right)$$

- Componentes:
  - ϕ: la función acumlada de probabilidad (CDF) de la normal estándar crece monotónicamente
  - τ: el tamaño del efecto
  - N: el tamaño de la muestra
  - σ: la desviación estándar de la variable de interés
  - α: el nivel de significancia (normalmente 0.05)

Ejemplo: Cálculos analíticos de poder

```r
# Poder para un estudio con 80 obs y
# un tamaño del efecto de 0.25
library(pwr)
pwr.t.test(
  n = 40, d = 0.25, sig.level = 0.05,
  power = NULL, type = c(
    "two.sample",
    "one.sample", "paired"
  )
)
```

```
     Two-sample t test power calculation 

              n = 40
              d = 0.25
      sig.level = 0.05
          power = 0.1972
    alternative = two.sided

NOTE: n is number in *each* group
```

Limitaciones del cálculo analítico del poder

- Sólo se puede derivar para algunos estadísticos de prueba (diferencia de medias)
- Implica supuestos específicos acerca del proceso de generación de datos
- Incompatible con diseños más complejos

Cálculo del Poder basado en la Simulación

Cálculo del poder basado en la simulación

- Fabricar datos y simular el diseño de la investigación
- También es necesario hacer supuestos para simular, pero estos los definen ustedes mismos.
- Para ver cómo se hace esto en DeclareDesign, vea https://declaredesign.org/

Pasos

- Definir la muestra y las funciones de las salidas potenciales.
- Definir el procedimiento de asignación a tratamientos.
- Fabricar datos.
- Asignar el tratamiento y luego estimar el efecto
- Repetir estos pasos muchas veces

Examples

- Aleatorizaciçon completa
- Con covariables
- Con aleatorización por conglomerados

Ejemplo: Poder basado en simulaciones con aleatorización completa

```r
# install.packages("randomizr")
library(randomizr)
library(estimatr)

## Y0 es fijo en la mayoría  de experimentos .
## Entonces sólo hace falta generarlo una vez:
make_Y0 <- function(N) {
  rnorm(n = N)
}
repeat_experiment_and_test <- function(N, Y0, tau) {
  Y1 <- Y0 + tau
  Z <- complete_ra(N = N)
  Yobs <- Z * Y1 + (1 - Z) * Y0
  estimator <- lm_robust(Yobs ~ Z)
  pval <- estimator$p.value[2]
  return(pval)
}
```

Ejemplo: Poder basado en simulaciones con aleatorización completa

```
power_sim <- function(N, tau, sims) {
  Y0 <- make_Y0(N)
  pvals <- replicate(
    n = sims,
    repeat_experiment_and_test(N = N, Y0 = Y0, tau = tau)
  )
  pow <- sum(pvals < .05) / sims
  return(pow)
}

set.seed(12345)
power_sim(N = 80, tau = .25, sims = 100)
```

```
[1] 0.15
```

```
power_sim(N = 80, tau = .25, sims = 100)
```

```
[1] 0.21
```

Ejemplo: Usando DeclareDesign I

```
library(DeclareDesign)
library(tidyverse)
P0 <- declare_population(N, u0 = rnorm(N))
# declarar Y(Z=1) y Y(Z=0)
O0 <- declare_potential_outcomes(Y_Z_0 = 5 + u0, Y_Z_1 = Y_Z_0 + tau)
#  assigar m unidades al tratamiento
# A0 <- declare_assignment(m=round(N/2))
A0 <- declare_assignment(Z = conduct_ra(N = N, m = round(N / 2)))
# inquiry es la diferencia promedio entreY(Z=1) y Y(Z=0)
estimand_ate <- declare_inquiry(ATE = mean(Y_Z_1 - Y_Z_0))
R0 <- declare_reveal(Y, Z)
design0_base <- P0 + A0 + O0 + R0

## For example:
design0_N100_tau25 <- redesign(design0_base, N = 100, tau = .25)
dat0_N100_tau25 <- draw_data(design0_N100_tau25)
head(dat0_N100_tau25)
```

Ejemplo: Usando DeclareDesign II

```
   ID      u0 Z Y_Z_0 Y_Z_1     Y
1 001 -0.2060 0 4.794 5.044 4.794
2 002 -0.5875 0 4.413 4.663 4.413
3 003 -0.2908 1 4.709 4.959 4.959
4 004 -2.5649 0 2.435 2.685 2.435
5 005 -1.8967 0 3.103 3.353 3.103
6 006 -1.6401 1 3.360 3.610 3.610
```

```
with(dat0_N100_tau25, mean(Y_Z_1 - Y_Z_0)) #  ATE real
```

```
[1] 0.25
```

```
with(dat0_N100_tau25, mean(Y[Z == 1]) - mean(Y[Z == 0])) # estimado
```

```
[1] 0.5569
```

```
lm_robust(Y ~ Z, data = dat0_N100_tau25)$coef # estimate
```

```
(Intercept)           Z
     4.8458      0.5569
```

Ejemplo: Usando DeclareDesign III

```
E0 <- declare_estimator(Y ~ Z,
  model = lm_robust, label = "t test 1",
  inquiry = "ATE"
)
t_test <- function(data) {
  test <- with(data, t.test(x = Y[Z == 1], y = Y[Z == 0]))
  data.frame(statistic = test$statistic, p.value = test$p.value)
}
T0 <- declare_test(handler = label_test(t_test), label = "t test 2")
design0_plus_tests <- design0_base + E0 + T0

design0_N100_tau25_plus <- redesign(design0_plus_tests, N = 100, tau = .25)
## Sólo repetimos la asignación aleatoria, no generamos de nuevo Y0. Ignoren la
names(design0_N100_tau25_plus)
```

```
[1] "P0"        "A0"        "O0"        "R0"        "t test 1" "t test 2"
```

```
design0_N100_tau25_sims <- simulate_design(design0_N100_tau25_plus,
  sims = c(1, 100, 1, 1, 1, 1)
) # only repeat the random assignment
```

```
Warning: We recommend you choose a higher number of simulations than 1 for the
```

Ejemplo: Usando DeclareDesign IV

```
# design0_N100_tau25_sims tiene 200 filas (2 pruebas * 100 asignaciones aleatori
# veámos las primeras 6 filas
head(design0_N100_tau25_sims)
```

```
                     design   N  tau sim_ID estimator term estimate std.error sta
1 design0_N100_tau25_plus 100 0.25      1  t test 1    Z   0.1108    0.2150
2 design0_N100_tau25_plus 100 0.25      1  t test 2 <NA>       NA        NA
3 design0_N100_tau25_plus 100 0.25      2  t test 1    Z   0.2458    0.2154
4 design0_N100_tau25_plus 100 0.25      2  t test 2 <NA>       NA        NA
5 design0_N100_tau25_plus 100 0.25      3  t test 1    Z   0.5463    0.2133
6 design0_N100_tau25_plus 100 0.25      3  t test 2 <NA>       NA        NA
  step_1_draw step_2_draw
1           1           1
2           1           1
3           1           2
4           1           2
5           1           3
6           1           3
```

```
# para cada estimador, poder = proporción de las simulaciones con p.value < 0.5
design0_N100_tau25_sims %>%
  group_by(estimator) %>%
  summarize(pow = mean(p.value < .05), .groups = "drop")
```

Ejemplo: Usando DeclareDesign V

```
# A tibble: 2 x 2
  estimator   pow
  <chr>     <dbl>
1 t test 1    0.2
2 t test 2    0.2
```

Poder con Ajuste de Covariables

EVIDENCE IN GOVERNANCE AND POLITICS

Ajuste de Covariables y Poder

- El ajuste de covariables puede mejorar el poder porque absorbe la variación de la variable de interés.
  - Sí es para pronóstico, el ajuste de covariables puede reducir la varianza significativamente. Una menor varianza se traduce en más poder.
  - Sí no es para pronóstico, las ganancias en poder son mínimas.
- Todas las variables tienen que ser pre-tratamiento. No eliminen observaciones a cuenta de datos faltantes.
  - Ver el módulo de amenazas a la validez interna y las 10 cosas que debe saber sobre el ajuste de covariables.
- El sesgo de Freedman a medida que las n observaciones disminuyen y el número de covariables aumenta.

Bloques

- Bloques: asignar el tratamiento al azar dentro de los bloques
  - Ajuste de covariables "Ex-ante"
  - Más precisión/eficiencia significa más poder
  - Reducir "el sesgo condicional": relación entre el tratamiento y las salidas potenciales
  - Beneficios de usar bloques en vez de ajuste de covariables más evidente para experimentos pequeños.

Ejemplo: Poder basado en simulaciones con una covariable I

```r
## Y0 es fijo en la mayoría de experimentos. Solo lo generamos una vez
make_Y0_cov <- function(N) {
  u0 <- rnorm(n = N)
  x <- rpois(n = N, lambda = 2)
  Y0 <- .5 * sd(u0) * x + u0
  return(data.frame(Y0 = Y0, x = x))
}
##  X  predice Y0 moderadamente
test_dat <- make_Y0_cov(100)
test_lm <- lm_robust(Y0 ~ x, data = test_dat)
summary(test_lm)
```

```
Call:
lm_robust(formula = Y0 ~ x, data = test_dat)

Standard error type:  HC2

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value    Pr(>|t|) CI Lower CI Upper DF
(Intercept)     0.11     0.1880   0.585 0.559753653   -0.263    0.483 98
x               0.44     0.0814   5.413 0.000000441    0.279    0.602 98
```

Ejemplo: Poder basado en simulaciones con una covariable II

```
Multiple R-squared:  0.231 ,    Adjusted R-squared:  0.223
F-statistic: 29.3 on 1 and 98 DF,  p-value: 0.000000441
```

Ejemplo: Poder basado en simulaciones con una covariable III

```
## ahora la simulación
repeat_experiment_and_test_cov <- function(N, tau, Y0, x) {
  Y1 <- Y0 + tau
  Z <- complete_ra(N = N)
  Yobs <- Z * Y1 + (1 - Z) * Y0
  estimator <- lm_robust(Yobs ~ Z + x, data = data.frame(Y0, Z, x))
  pval <- estimator$p.value[2]
  return(pval)
}

## crear los datos una vez, asigna aleatoriamente el tratamiento sims veces
## reporta qué proporción tiene p <0.05
power_sim_cov <- function(N, tau, sims) {
  dat <- make_Y0_cov(N)
  pvals <- replicate(n = sims, repeat_experiment_and_test_cov(
    N = N,
    tau = tau, Y0 = dat$Y0, x = dat$x
  ))
  pow <- sum(pvals < .05) / sims
  return(pow)
}
```

Ejemplo: Poder basado en simulaciones con una covariable IV

```r
set.seed(12345)
power_sim_cov(N = 80, tau = .25, sims = 100)
```

```
[1] 0.13
```

```r
power_sim_cov(N = 80, tau = .25, sims = 100)
```

```
[1] 0.19
```

Poder para la Aleatorización por Conglomerados

Poder y diseños de conglomerados

- Recordemos el módulo de aleatorización.
- Dado un N fijo, un diseño de conglomerados tiene menos poder que un diseño sin conglomerados
  - La diferencia suele ser sustancial.
- Tenemos que estimar la varianza correctamente:
  - Errores estándar para conglomerados (lo habitual)
  - Inferencia basada en la aleatorización
- Para aumentar el poder:
  - Es mejor aumentar el número de conglomerados que el número de unidades por conglomerados.
  - Cuánto reducen el poder los conglomerados depende fundamentalmente de la correlación intragrupo (la relación entre la varianza dentro de los conglomerados y la varianza total).

Una nota sobre los conglomerados en la investigación observacional

- A menudo se pasa por alto lo que conduce (posiblemente) a una incertidumbre altamente subestimada.
  - Inferencia frecuentista basada en la proporción $\hat{\beta}/\hat{se}$
  - Si subestimamos $\hat{se}$, es mucho más probable que rechacemos H_0. (La tasa de error de tipo I es demasiado alta).
- Muchos diseños de observación tienen mucha menos poder de lo que pensamos.

Ejemplo: Poder basado en la simulación para la aleatorización por conglomerados I

```r
## Y0 es fijo en la mayoría de experimentos. Solo lo generamos una vez
make_Y0_clus <- function(n_indivs, n_clus) {
  # n_indivs  número de personas por conglomerados
  # n_clus número de conglomerados
  clus_id <- gl(n_clus, n_indivs)
  N <- n_clus * n_indivs
  u0 <- fabricatr::draw_normal_icc(N = N, clusters = clus_id, ICC = .1)
  Y0 <- u0
  return(data.frame(Y0 = Y0, clus_id = clus_id))
}

test_dat <- make_Y0_clus(n_indivs = 10, n_clus = 100)
# confirma que hay 10 personas en cada uno de los 100 conglomerados
table(test_dat$clus_id)
```

Ejemplo: Poder basado en la simulación para la aleatorización por conglomerados II

```
  1   2   3   4   5   6   7   8   9  10  11  12  13  14  15  16  17  18  19  20
 10  10  10  10  10  10  10  10  10  10  10  10  10  10  10  10  10  10  10  10
 34  35  36  37  38  39  40  41  42  43  44  45  46  47  48  49  50  51  52  53
 10  10  10  10  10  10  10  10  10  10  10  10  10  10  10  10  10  10  10  10
 67  68  69  70  71  72  73  74  75  76  77  78  79  80  81  82  83  84  85  86
 10  10  10  10  10  10  10  10  10  10  10  10  10  10  10  10  10  10  10  10
100
 10
```

```
# confirm ICC
ICC::ICCbare(y = Y0, x = clus_id, data = test_dat)
```

```
[1] 0.09655
```

egap EVIDENCE IN GOVERNANCE AND POLITICS

Ejemplo: Poder basado en la simulación para la aleatorización por conglomerados III

```r
repeat_experiment_and_test_clus <- function(N, tau, Y0, clus_id) {
  Y1 <- Y0 + tau
  #  aqui aleatorizamos al nivel del conglomerados
  Z <- cluster_ra(clusters = clus_id)
  Yobs <- Z * Y1 + (1 - Z) * Y0
  estimator <- lm_robust(Yobs ~ Z,
    clusters = clus_id,
    data = data.frame(Y0, Z, clus_id), se_type = "CR2"
  )
  pval <- estimator$p.value[2]
  return(pval)
}
power_sim_clus <- function(n_indivs, n_clus, tau, sims) {
  dat <- make_Y0_clus(n_indivs, n_clus)
  N <- n_indivs * n_clus
  # asignar el tratamiento al azar sims veces
  pvals <- replicate(
    n = sims,
    repeat_experiment_and_test_clus(
      N = N, tau = tau,
      Y0 = dat$Y0, clus_id = dat$clus_id
    )
  )
      <- sum(pvals < .05) / sims
  return(pow)
```

Ejemplo: Poder basado en la simulación para la aleatorización por conglomerados (DeclareDesign) I

```
P1 <- declare_population(
  N = n_clus * n_indivs,
  clusters = gl(n_clus, n_indivs),
  u0 = draw_normal_icc(N = N, clusters = clusters, ICC = .2)
)
O1 <- declare_potential_outcomes(Y_Z_0 = 5 + u0, Y_Z_1 = Y_Z_0 + tau)
A1 <- declare_assignment(Z = conduct_ra(N = N, clusters = clusters))
estimand_ate <- declare_inquiry(ATE = mean(Y_Z_1 - Y_Z_0))
R1 <- declare_reveal(Y, Z)
design1_base <- P1 + A1 + O1 + R1 + estimand_ate

## Por ejemplo:
design1_test <- redesign(design1_base, n_clus = 10, n_indivs = 100, tau = .25)
test_d1 <- draw_data(design1_test)
# confirma que todos los individuos en los conglomerados fueron asignados al mis
with(test_d1, table(Z, clusters))
```

```
   clusters
Z     1   2   3   4   5   6   7   8   9  10
  0 100   0 100 100 100   0   0 100   0   0
  1   0 100   0   0   0 100 100   0 100 100
```

Ejemplo: Poder basado en la simulación para la aleatorización por conglomerados (DeclareDesign) II

```
# tres estimadores, se diferencias en se_type:
E1a <- declare_estimator(Y ~ Z,
  model = lm_robust, clusters = clusters,
  se_type = "CR2", label = "CR2 cluster t test",
  inquiry = "ATE"
)
E1b <- declare_estimator(Y ~ Z,
  model = lm_robust, clusters = clusters,
  se_type = "CR0", label = "CR0 cluster t test",
  inquiry = "ATE"
)
E1c <- declare_estimator(Y ~ Z,
  model = lm_robust, clusters = clusters,
  se_type = "stata", label = "stata RCSE t test",
  inquiry = "ATE"
)

design1_plus <- design1_base + E1a + E1b + E1c

design1_plus_tosim <- redesign(design1_plus, n_clus = 10, n_indivs = 100, tau =
```

Ejemplo: Poder basado en la simulación para la aleatorización por conglomerados (DeclareDesign) III

```
## Solo repite la asignación aleatoria, no la creación de Y0. Ignorar la adverte
## Querríamos más simulaciones en la práctica.
set.seed(12355)
design1_sims <- simulate_design(design1_plus_tosim,
  sims = c(1, 1000, rep(1, length(design1_plus_tosim) - 2))
)
```

```
Warning: We recommend you choose a higher number of simulations than 1 for the
```

```
design1_sims %>%
  group_by(estimator) %>%
  summarize(
    pow = mean(p.value < .05),
    coverage = mean(estimand <= conf.high & estimand >= conf.low),
    .groups = "drop"
  )
```

Ejemplo: Poder basado en la simulación para la aleatorización por conglomerados (DeclareDesign) IV

```
# A tibble: 3 x 3
  estimator                pow coverage
  <chr>                  <dbl>    <dbl>
1 CR0 cluster t test 0.155    0.911
2 CR2 cluster t test 0.105    0.936
3 stata RCSE t test  0.131    0.918
```

```
library(DesignLibrary)
## Puede que esto sea más simple que lo anterior
d1 <- block_cluster_two_arm_designer(
  N_blocks = 1,
  N_clusters_in_block = 10,
  N_i_in_cluster = 100,
  sd_block = 0,
  sd_cluster = .3,
  ate = .25
)
d1_plus <- d1 + E1b + E1c
d1_sims <- simulate_design(d1_plus, sims = c(1, 1, 1000, 1, 1, 1, 1, 1))
```

```
Warning: We recommend you choose a higher number of simulations than 1 for the
```

Ejemplo: Poder basado en la simulación para la aleatorización por conglomerados (DeclareDesign) V

```
d1_sims %>%
  group_by(estimator) %>%
  summarize(
    pow = mean(p.value < .05),
    coverage = mean(estimand <= conf.high & estimand >= conf.low),
    .groups = "drop"
  )
```

```
# A tibble: 3 x 3
  estimator              pow coverage
  <chr>                <dbl>    <dbl>
1 CR0 cluster t test 0.209    0.914
2 estimator          0.143    0.941
3 stata RCSE t test  0.194    0.925
```

Estática Comparada

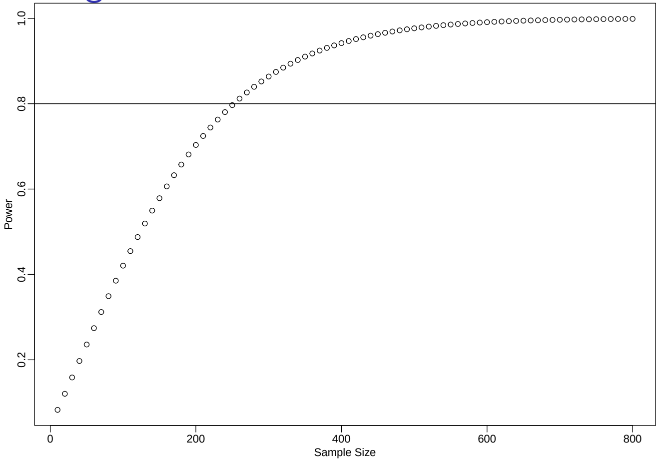
Estática comparada

- El poder:
  - Crece con N
  - Crece con $|\tau|$
  - Decrece con σ

Poder segun el tamaño de la muestra I

```r
some_ns <- seq(10, 800, by = 10)
pow_by_n <- sapply(some_ns, function(then) {
  pwr.t.test(n = then, d = 0.25, sig.level = 0.05)$power
})
plot(some_ns, pow_by_n,
  xlab = "Sample Size",
  ylab = "Power"
)
abline(h = .8)
```

Poder segun el tamaño de la muestra II

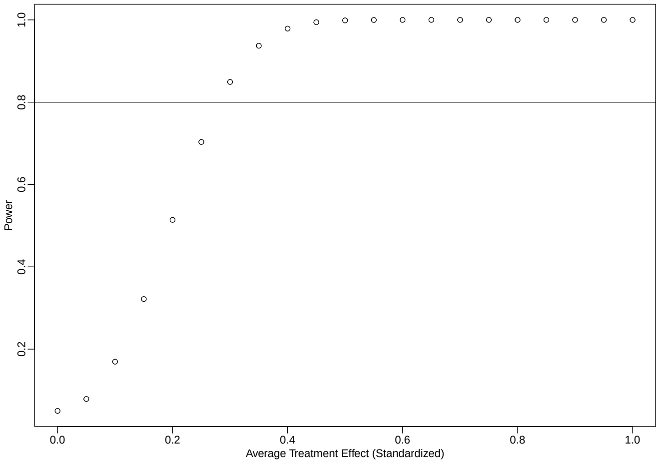



```
## Vea https://cran.r-project.org/web/packages/pwr/vignettes/pwr-vignette.html
## para mejores gráficas
## ptest <-  pwr.t.test(n = NULL, d = 0.25, sig.level = 0.05, power = .8)
## plot(ptest)
```

Poder segun el tamaño de la muestra I

```
some_taus <- seq(0, 1, by = .05)
pow_by_tau <- sapply(some_taus, function(thetau) {
  pwr.t.test(n = 200, d = thetau, sig.level = 0.05)$power
})
plot(some_taus, pow_by_tau,
  xlab = "Average Treatment Effect (Standardized)",
  ylab = "Power"
)
abline(h = .8)
```

Poder segun el tamaño de la muestra II



Calculadora de Poder de EGAP

- Pueden usar la calculadora aquí: https://egap.shinyapps.io/power-app/
- Para diseños por conglomerados puede probar ajustando:
  - El número de conglomerados
  - El número de unidades por conglomerados
  - Correlación Intra-cluster correlation
  - Efecto del tratamiento

Comments

- Deben conocer bien la variable de interés
- ¿Cuáles son los efectos que verdaderamente esperan del tratamiento?
- ¿Cuál es el rango de variación posible que puede tener la variable de interés?
  - Un diseño en el que la variable de interés tenga variación limitada puede tener poco poder

Conclusión: Cómo mejorar el poder

1. Hagan a N más grande
   - Si hay conglomerados, aumenten el número de conglomerados de ser posibles
2. Intensifiquen el tratamiento
3. Mejoren la precisión
   - Ajuste de covariables
   - Bloques
4. Midan la variable de interés correctamente