

# Poder Estadístico

Fill In Your Name

03-09-2021

¿Qué es el poder estadístico?

Cálculos analíticos de poder

Cálculo del Poder basado en la Simulación

Poder con Ajuste de Covariables

Poder para la Aleatorización por Conglomerados

Estática Comparada

¿Qué es el poder estadístico?

# ¿Qué es el poder estadístico?

- ▶ Queremos separar a la señal del ruido.
- ▶ Poder = probabilidad de rechazar la hipótesis nula, dado un efecto real  $\neq 0$ .
- ▶ Es otras palabras, es la habilidad de detectar un efecto en el caso de que tal efecto exista.
- ▶ Formalmente:  $(1 - \text{Type II})$  tasa de error.
- ▶ Por lo tanto, el poder está  $\in (0, 1)$ .
- ▶ Márgenes estándar: 0.8 or 0.9.

# Puntos de partida para el análisis de poder

- ▶ El análisis de poder es algo que hacemos *antes* de realizar un estudio
  - ▶ Nos ayuda a definir la muestra que se requiere para detectar un efecto de un tamaño dado.
  - ▶ O nos ayuda a encontrar cuál es la diferencia detectable mínima dado un tamaño de muestra fijo.
  - ▶ Nos puede ayudar a decidir si hacer el estudio o no.
- ▶ No se puede aprender mucho de un estudio de hallazgos nulos y con poco poder.
  - ▶ ¿ Hay en realidad un efecto, pero no pudimos detectarlo? ¿O en realidad no hay efecto? No podemos diferenciar.

- ▶ Supongamos que el tratamiento sí produce un efecto y que realizamos el experimento muchas veces. ¿Qué tan frecuentemente obtendríamos resultados estadísticamente significativos?
- ▶ Cantidades estimadas que nos pueden ayudar a resolver esta pregunta:
  - ▶ How big is your treatment effect?
  - ▶ How many units are treated, measured?
  - ▶ How much noise is there in the measurement of your outcome?

# Métodos para calcular el poder estadístico

- ▶ Cálculos analíticos de poder
- ▶ Simulaciones

# Herramientas para el calculo del poder

- ▶ Interactivas
  - ▶ EGAP Calculadora de Poder
  - ▶ rpsychologist
- ▶ Paquetes de R
  - ▶ pwr
  - ▶ DeclareDesign, see also <https://declaredesign.org/>



## Cálculos analíticos de poder

# Cálculos analíticos de poder

- ▶ Formula:

$$\text{Poder} = \Phi \left( \frac{|\tau|\sqrt{N}}{2\sigma} - \Phi^{-1}\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right) \right)$$

- ▶ Componentes:

- ▶  $\phi$ : la función acumlada de probabilidad (CDF) de la normal estándar crece monotónicamente
- ▶  $\tau$ : el tamaño del efecto
- ▶  $N$ : el tamaño de la muestra
- ▶  $\sigma$ : la desviación estándar de la variable de interés
- ▶  $\alpha$ : el nivel de significancia (normalmente 0.05)

# Ejemplo: Cálculos analíticos de poder

```
# Poder para un estudio con 80 obs y  
# un tamaño del efecto de 0.25  
library(pwr)  
pwr.t.test(  
  n = 40, d = 0.25, sig.level = 0.05,  
  power = NULL, type = c(  
    "two.sample",  
    "one.sample", "paired"  
  )  
)
```

Two-sample t test power calculation

```
      n = 40  
      d = 0.25  
sig.level = 0.05  
  power = 0.1972  
alternative = two.sided
```

NOTE: n is number in *each* group

# Limitaciones del cálculo analítico del poder

- ▶ Sólo se puede derivar para algunos estadísticos de prueba (diferencia de medias)
- ▶ Implica supuestos específicos acerca del proceso de generación de datos
- ▶ Incompatible con diseños más complejos

## Cálculo del Poder basado en la Simulación

# Cálculo del poder basado en la simulación

- ▶ Fabricar datos y simular el diseño de la investigación
- ▶ También es necesario hacer supuestos para simular, pero estos los definen ustedes mismos.
- ▶ Para ver cómo se hace esto en DeclareDesign, vea <https://declaredesign.org/>

# Pasos

- ▶ Definir la muestra y las funciones de las salidas potenciales.
- ▶ Definir el procedimiento de asignación a tratamientos.
- ▶ Fabricar datos.
- ▶ Asignar el tratamiento y luego estimar el efecto
- ▶ Repetir estos pasos muchas veces

# Examples

- ▶ Aleatorización completa
- ▶ Con covariables
- ▶ Con aleatorización por conglomerados



## Ejemplo: Poder basado en simulaciones con aleatorización completa

```
# install.packages("randomizr")
library(randomizr)
library(estimatr)

## Y0 es fijo en la mayoría de experimentos .
## Entonces sólo hace falta generarlo una vez:
make_Y0 <- function(N) {
  rnorm(n = N)
}

repeat_experiment_and_test <- function(N, Y0, tau) {
  Y1 <- Y0 + tau
  Z <- complete_ra(N = N)
  Yobs <- Z * Y1 + (1 - Z) * Y0
  estimator <- lm_robust(Yobs ~ Z)
  pval <- estimator$p.value[2]
  return(pval)
}
```

# Ejemplo: Poder basado en simulaciones con aleatorización completa

```
power_sim <- function(N, tau, sims) {  
  Y0 <- make_Y0(N)  
  pvals <- replicate(  
    n = sims,  
    repeat_experiment_and_test(N = N, Y0 = Y0, tau = tau)  
  )  
  pow <- sum(pvals < .05) / sims  
  return(pow)  
}
```

```
set.seed(12345)  
power_sim(N = 80, tau = .25, sims = 100)
```

```
[1] 0.15
```

```
power_sim(N = 80, tau = .25, sims = 100)
```

```
[1] 0.21
```

# Ejemplo: Usando DeclareDesign I

```
library(DeclareDesign)
library(tidyverse)
P0 <- declare_population(N, u0 = rnorm(N))
# declarar Y(Z=1) y Y(Z=0)
O0 <- declare_potential_outcomes(Y_Z_0 = 5 + u0, Y_Z_1 = Y_Z_0 + tau)
# asignar m unidades al tratamiento
# A0 <- declare_assignment(m=round(N/2))
A0 <- declare_assignment(Z = conduct_ra(N = N, m = round(N / 2)))
# inquiry es la diferencia promedio entre Y(Z=1) y Y(Z=0)
estimand_ate <- declare_inquiry(ATE = mean(Y_Z_1 - Y_Z_0))
R0 <- declare_reveal(Y, Z)
design0_base <- P0 + A0 + O0 + R0

## For example:
design0_N100_tau25 <- redesign(design0_base, N = 100, tau = .25)
dat0_N100_tau25 <- draw_data(design0_N100_tau25)
head(dat0_N100_tau25)
```

## Ejemplo: Usando DeclareDesign II

	ID	u0	Z	Y_Z_0	Y_Z_1	Y
1	001	-0.2060	0	4.794	5.044	4.794
2	002	-0.5875	0	4.413	4.663	4.413
3	003	-0.2908	1	4.709	4.959	4.959
4	004	-2.5649	0	2.435	2.685	2.435
5	005	-1.8967	0	3.103	3.353	3.103
6	006	-1.6401	1	3.360	3.610	3.610

```
with(dat0_N100_tau25, mean(Y_Z_1 - Y_Z_0)) # ATE real
```

```
[1] 0.25
```

```
with(dat0_N100_tau25, mean(Y[Z == 1]) - mean(Y[Z == 0])) # estimado
```

```
[1] 0.5569
```

```
lm_robust(Y ~ Z, data = dat0_N100_tau25)$coef # estimate
```

(Intercept)	Z
4.8458	0.5569

## Ejemplo: Usando DeclareDesign III

```
E0 <- declare_estimator(Y ~ Z,  
  model = lm_robust, label = "t test 1",  
  inquiry = "ATE"  
)  
t_test <- function(data) {  
  test <- with(data, t.test(x = Y[Z == 1], y = Y[Z == 0]))  
  data.frame(statistic = test$statistic, p.value = test$p.value)  
}  
T0 <- declare_test(handler = label_test(t_test), label = "t test 2")  
design0_plus_tests <- design0_base + E0 + T0  
  
design0_N100_tau25_plus <- redesign(design0_plus_tests, N = 100, tau = .25)  
## Sólo repetimos la asignación aleatoria, no generamos de nuevo Y0. Ignoren la  
names(design0_N100_tau25_plus)
```

```
[1] "P0"      "A0"      "00"      "R0"      "t test 1" "t test 2"
```

```
design0_N100_tau25_sims <- simulate_design(design0_N100_tau25_plus,  
  sims = c(1, 100, 1, 1, 1, 1)  
) # only repeat the random assignment
```

Warning: We recommend you choose a higher number of simulations than 1 for the

# Ejemplo: Usando DeclareDesign IV

```
# design0_N100_tau25_sims tiene 200 filas (2 pruebas * 100 asignaciones aleatorias)
# veámos las primeras 6 filas
head(design0_N100_tau25_sims)
```

	design	N	tau	sim_ID	estimator	term	estimate	std.error	std.error
1	design0_N100_tau25_plus	100	0.25	1	t test 1	Z	0.1108	0.2150	
2	design0_N100_tau25_plus	100	0.25	1	t test 2	<NA>	NA	NA	
3	design0_N100_tau25_plus	100	0.25	2	t test 1	Z	0.2458	0.2154	
4	design0_N100_tau25_plus	100	0.25	2	t test 2	<NA>	NA	NA	
5	design0_N100_tau25_plus	100	0.25	3	t test 1	Z	0.5463	0.2133	
6	design0_N100_tau25_plus	100	0.25	3	t test 2	<NA>	NA	NA	
	step_1_draw		step_2_draw						
1	1		1						
2	1		1						
3	1		2						
4	1		2						
5	1		3						
6	1		3						

```
# para cada estimador, poder = proporción de las simulaciones con p.value < 0.5
design0_N100_tau25_sims %>%
  group_by(estimator) %>%
  summarize(pow = mean(p.value < .05), .groups = "drop")
```

# Ejemplo: Usando DeclareDesign V

```
# A tibble: 2 x 2
  estimator    pow
  <chr>      <dbl>
1 t test 1    0.2
2 t test 2    0.2
```

## Poder con Ajuste de Covariables



# Ajuste de Covariables y Poder

- ▶ El ajuste de covariables puede mejorar el poder porque absorbe la variación de la variable de interés.
  - ▶ Sí es para pronóstico, el ajuste de covariables puede reducir la varianza significativamente. Una menor varianza se traduce en más poder.
  - ▶ Sí no es para pronóstico, las ganancias en poder son mínimas.
- ▶ Todas las variables tienen que ser pre-tratamiento. No eliminen observaciones a cuenta de datos faltantes.
  - ▶ Ver el módulo de amenazas a la validez interna y las 10 cosas que debe saber sobre el ajuste de covariables.
- ▶ El sesgo de Freedman a medida que las  $n$  observaciones disminuyen y el número de covariables aumenta.

# Bloques

- ▶ Bloques: asignar el tratamiento al azar dentro de los bloques
  - ▶ Ajuste de covariables “Ex-ante”
  - ▶ Más precisión/eficiencia significa más poder
  - ▶ Reducir “el sesgo condicional”: relación entre el tratamiento y las salidas potenciales
  - ▶ Beneficios de usar bloques en vez de ajuste de covariables más evidente para experimentos pequeños.

# Ejemplo: Poder basado en simulaciones con una covariable I

```
## Y0 es fijo en la mayoría de experimentos. Solo lo generamos una vez
make_Y0_cov <- function(N) {
  u0 <- rnorm(n = N)
  x <- rpois(n = N, lambda = 2)
  Y0 <- .5 * sd(u0) * x + u0
  return(data.frame(Y0 = Y0, x = x))
}
## X predice Y0 moderadamente
test_dat <- make_Y0_cov(100)
test_lm <- lm_robust(Y0 ~ x, data = test_dat)
summary(test_lm)
```

Call:

```
lm_robust(formula = Y0 ~ x, data = test_dat)
```

Standard error type: HC2

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t )	CI Lower	CI Upper	DF
(Intercept)	0.11	0.1880	0.585	0.559753653	-0.263	0.483	98
x	0.44	0.0814	5.413	0.000000441	0.279	0.602	98

Multiple R-squared: 0.231 , Adjusted R-squared: 0.223

# Ejemplo: Poder basado en simulaciones con una covariable II

F-statistic: 29.3 on 1 and 98 DF, p-value: 0.000000441

# Ejemplo: Poder basado en simulaciones con una covariable

## III

```
## ahora la simulación
repeat_experiment_and_test_cov <- function(N, tau, Y0, x) {
  Y1 <- Y0 + tau
  Z <- complete_ra(N = N)
  Yobs <- Z * Y1 + (1 - Z) * Y0
  estimator <- lm_robust(Yobs ~ Z + x, data = data.frame(Y0, Z, x))
  pval <- estimator$p.value[2]
  return(pval)
}

## crear los datos una vez, asigna aleatoriamente el tratamiento sims veces
## reporta qué proporción tiene p < 0.05
power_sim_cov <- function(N, tau, sims) {
  dat <- make_Y0_cov(N)
  pvals <- replicate(n = sims, repeat_experiment_and_test_cov(
    N = N,
    tau = tau, Y0 = dat$Y0, x = dat$x
  ))
  pow <- sum(pvals < .05) / sims
  return(pow)
}

set.seed(12345)
sim_cov(N = 80, tau = .25, sims = 100)
```

# Poder para la Aleatorización por Conglomerados

# Poder y diseños de conglomerados

- ▶ Recordemos el módulo de aleatorización.
- ▶ Dado un  $N$  fijo, un diseño de conglomerados tiene menos poder que un diseño sin conglomerados
  - ▶ La diferencia suele ser sustancial.
- ▶ Tenemos que estimar la varianza correctamente:
  - ▶ Errores estándar para conglomerados (lo habitual)
  - ▶ Inferencia basada en la aleatorización
- ▶ Para aumentar el poder:
  - ▶ Es mejor aumentar el número de conglomerados que el número de unidades por conglomerados.
  - ▶ Cuánto reducen el poder los conglomerados depende fundamentalmente de la correlación intragrupo (la relación entre la varianza dentro de los conglomerados y la varianza total).

# Una nota sobre los conglomerados en la investigación observacional

- ▶ A menudo se pasa por alto lo que conduce (posiblemente) a una incertidumbre altamente subestimada.
  - ▶ Inferencia frecuentista basada en la proporción  $\hat{\beta}/\hat{se}$
  - ▶ Si subestimamos  $\hat{se}$ , es mucho más probable que rechacemos  $H_0$ . (La tasa de error de tipo I es demasiado alta).
- ▶ Muchos diseños de observación tienen mucha menos poder de lo que pensamos.



## Ejemplo: Poder basado en la simulación para la aleatorización por conglomerados I

```
## Y0 es fijo en la mayoría de experimentos. Solo lo generamos una vez
make_Y0_clus <- function(n_indivs, n_clus) {
  # n_indivs número de personas por conglomerados
  # n_clus número de conglomerados
  clus_id <- gl(n_clus, n_indivs)
  N <- n_clus * n_indivs
  u0 <- fabricatr::draw_normal_icc(N = N, clusters = clus_id, ICC = .1)
  Y0 <- u0
  return(data.frame(Y0 = Y0, clus_id = clus_id))
}

test_dat <- make_Y0_clus(n_indivs = 10, n_clus = 100)
# confirma que hay 10 personas en cada uno de los 100 conglomerados
table(test_dat$clus_id)
```

## Ejemplo: Poder basado en la simulación para la aleatorización por conglomerados II

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53
10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86
10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
100																			
10																			

```
# confirm ICC
```

```
ICC::ICCbare(y = Y0, x = clus_id, data = test_dat)
```

```
[1] 0.09655
```

## Ejemplo: Poder basado en la simulación para la aleatorización por conglomerados III

```
repeat_experiment_and_test_clus <- function(N, tau, Y0, clus_id) {  
  Y1 <- Y0 + tau  
  # aqui aleatorizamos al nivel del conglomerados  
  Z <- cluster_ra(clusters = clus_id)  
  Yobs <- Z * Y1 + (1 - Z) * Y0  
  estimator <- lm_robust(Yobs ~ Z,  
    clusters = clus_id,  
    data = data.frame(Y0, Z, clus_id), se_type = "CR2"  
  )  
  pval <- estimator$p.value[2]  
  return(pval)  
}  
  
power_sim_clus <- function(n_indivs, n_clus, tau, sims) {  
  dat <- make_Y0_clus(n_indivs, n_clus)  
  N <- n_indivs * n_clus  
  # asignar el tratamiento al azar sims veces  
  pvals <- replicate(  
    n = sims,  
    repeat_experiment_and_test_clus(  
      N = N, tau = tau,  
      Y0 = dat$Y0, clus_id = dat$clus_id  
    )  
  )  
  sum(pvals < .05) / sims
```

## Ejemplo: Poder basado en la simulación para la aleatorización por conglomerados (DeclareDesign) I

```
P1 <- declare_population(  
  N = n_clus * n_indivs,  
  clusters = gl(n_clus, n_indivs),  
  u0 = draw_normal_icc(N = N, clusters = clusters, ICC = .2)  
)  
O1 <- declare_potential_outcomes(Y_Z_0 = 5 + u0, Y_Z_1 = Y_Z_0 + tau)  
A1 <- declare_assignment(Z = conduct_ra(N = N, clusters = clusters))  
estimand_ate <- declare_inquiry(ATE = mean(Y_Z_1 - Y_Z_0))  
R1 <- declare_reveal(Y, Z)  
design1_base <- P1 + A1 + O1 + R1 + estimand_ate
```

*## Por ejemplo:*

```
design1_test <- redesign(design1_base, n_clus = 10, n_indivs = 100, tau = .25)  
test_d1 <- draw_data(design1_test)  
# confirma que todos los individuos en los conglomerados fueron asignados al mis  
with(test_d1, table(Z, clusters))
```

	clusters									
Z	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	100	0	100	100	100	0	0	100	0	0
1	0	100	0	0	0	100	100	0	100	100

## Ejemplo: Poder basado en la simulación para la aleatorización por conglomerados (DeclareDesign) II

```
# tres estimadores, se diferencias en se_type:
```

```
E1a <- declare_estimator(Y ~ Z,  
  model = lm_robust, clusters = clusters,  
  se_type = "CR2", label = "CR2 cluster t test",  
  inquiry = "ATE"
```

```
)
```

```
E1b <- declare_estimator(Y ~ Z,  
  model = lm_robust, clusters = clusters,  
  se_type = "CRO", label = "CRO cluster t test",  
  inquiry = "ATE"
```

```
)
```

```
E1c <- declare_estimator(Y ~ Z,  
  model = lm_robust, clusters = clusters,  
  se_type = "stata", label = "stata RCSE t test",  
  inquiry = "ATE"
```

```
)
```

```
design1_plus <- design1_base + E1a + E1b + E1c
```

```
design1_plus_tosim <- redesign(design1_plus, n_clus = 10, n_indivs = 100, tau =
```

## Ejemplo: Poder basado en la simulación para la aleatorización por conglomerados (DeclareDesign) III

```
## Solo repite la asignación aleatoria, no la creación de Y0. Ignorar la advertencia
## Querríamos más simulaciones en la práctica.
set.seed(12355)
design1_sims <- simulate_design(design1_plus_tosim,
  sims = c(1, 1000, rep(1, length(design1_plus_tosim) - 2))
)
```

Warning: We recommend you choose a higher number of simulations than 1 for the

```
design1_sims %>%
  group_by(estimator) %>%
  summarize(
    pow = mean(p.value < .05),
    coverage = mean(estimand <= conf.high & estimand >= conf.low),
    .groups = "drop"
  )
```

## Ejemplo: Poder basado en la simulación para la aleatorización por conglomerados (DeclareDesign) IV

```
# A tibble: 3 x 3
  estimator      pow coverage
  <chr>          <dbl>    <dbl>
1 CR0 cluster t test 0.155    0.911
2 CR2 cluster t test 0.105    0.936
3 stata RCSE t test  0.131    0.918

library(DesignLibrary)
## Puede que esto sea más simple que lo anterior
d1 <- block_cluster_two_arm_designer(
  N_blocks = 1,
  N_clusters_in_block = 10,
  N_i_in_cluster = 100,
  sd_block = 0,
  sd_cluster = .3,
  ate = .25
)
d1_plus <- d1 + E1b + E1c
d1_sims <- simulate_design(d1_plus, sims = c(1, 1, 1000, 1, 1, 1, 1, 1))
```

Warning: We recommend you choose a higher number of simulations than 1 for the

## Ejemplo: Poder basado en la simulación para la aleatorización por conglomerados (DeclareDesign) V

```
d1_sims %>%  
  group_by(estimator) %>%  
  summarize(  
    pow = mean(p.value < .05),  
    coverage = mean(estimand <= conf.high & estimand >= conf.low),  
    .groups = "drop"  
  )
```

# A tibble: 3 x 3

estimator <chr>	pow <dbl>	coverage <dbl>
1 CR0 cluster t test	0.209	0.914
2 estimator	0.143	0.941
3 stata RCSE t test	0.194	0.925



# Estática Comparada

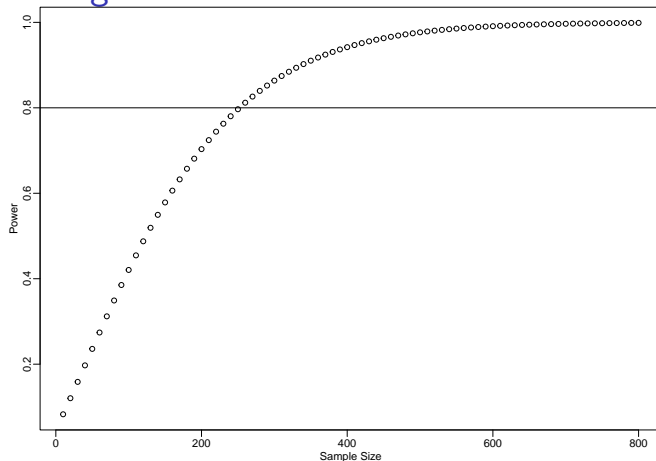
# Estática comparada

- ▶ El poder:
  - ▶ Crece con  $N$
  - ▶ Crece con  $|\tau|$
  - ▶ Decrece con  $\sigma$

# Poder segun el tamaño de la muestra I

```
some_ns <- seq(10, 800, by = 10)
pow_by_n <- sapply(some_ns, function(then) {
  pwr.t.test(n = then, d = 0.25, sig.level = 0.05)$power
})
plot(some_ns, pow_by_n,
     xlab = "Sample Size",
     ylab = "Power"
)
abline(h = .8)
```

# Poder segun el tamaño de la muestra II

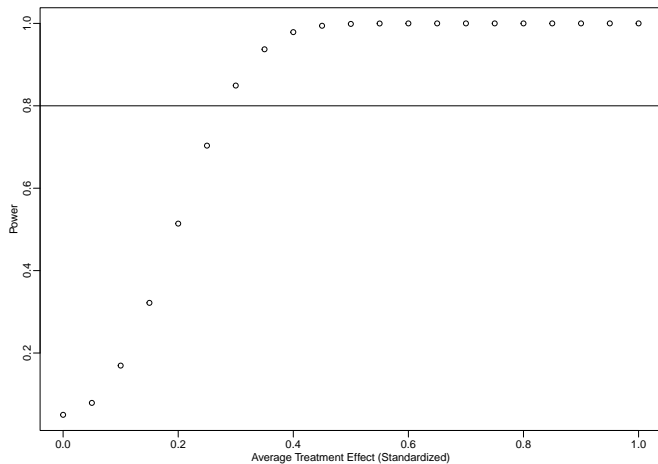


```
## Vea https://cran.r-project.org/web/packages/pwr/vignettes/pwr-vignette.html  
## para mejores gráficas  
## ptest <- pwr.t.test(n = NULL, d = 0.25, sig.level = 0.05, power = .8)  
## plot(ptest)
```

# Poder segun el tamaño de la muestra I

```
some_taus <- seq(0, 1, by = .05)
pow_by_tau <- sapply(some_taus, function(theta) {
  pwr.t.test(n = 200, d = theta, sig.level = 0.05)$power
})
plot(some_taus, pow_by_tau,
     xlab = "Average Treatment Effect (Standardized)",
     ylab = "Power"
)
abline(h = .8)
```

# Poder segun el tamaño de la muestra II



# Calculadora de Poder de EGAP

- ▶ Pueden usar la calculadora aquí:  
<https://egap.shinyapps.io/power-app/>
- ▶ Para diseños por conglomerados puede probar ajustando:
  - ▶ El número de conglomerados
  - ▶ El número de unidades por conglomerados
  - ▶ Correlación Intra-cluster correlation
  - ▶ Efecto del tratamiento

# Comments

- ▶ Deben conocer bien la variable de interés
- ▶ ¿Cuáles son los efectos que verdaderamente esperan del tratamiento?
- ▶ ¿Cuál es el rango de variación posible que puede tener la variable de interés?
  - ▶ Un diseño en el que la variable de interés tenga variación limitada puede tener poco poder



# Conclusión: Cómo mejorar el poder

1. Hagan a  $N$  más grande
  - ▶ Si hay conglomerados, aumenten el número de conglomerados de ser posibles
2. Intensifiquen el tratamiento
3. Mejoren la precisión
  - ▶ Ajuste de covariables
  - ▶ Bloques
4. Midan la variable de interés correctamente