Poder estadístico

Fill In Your Name

14-09-2021

¿Qué es el poder estadístico?

Cálculos analíticos de poder

Cálculo del poder basado en simulación

Poder con ajuste de covariables

Poder para la aleatorización por conglomerados

Estática comparada

¿Qué es el poder estadístico?

¿Qué es el poder estadístico?

- Queremos separar la señal del ruido.
- Poder = probabilidad de rechazar la hipótesis nula, dado un efecto real $\neq 0$.
- En otras palabras, es la habilidad de detectar un efecto en caso que el efecto exista.
- Formalmente: (1 - Type II) tasa de error.
- Por lo tanto, el poder está $\in (0, 1)$.
- Márgenes estándar: 0.8 or 0.9.

Puntos de partida para el análisis de poder

- El análisis de poder es algo que hacemos *antes* de realizar un estudio
  - Nos ayuda a definir el tamaño de la muestra que se requiere para detectar un efecto de un tamaño dado.
  - O también nos ayuda a encontrar cuál es el efecto detectable mínimo para un tamaño de muestra fijo.
  - Esta información nos puede ayudar a decidir si vale la pena hacer el estudio o no.
- No se puede aprender mucho de un estudio con hallazgos nulos y poco poder.
  - ¿Hay en realidad un efecto, pero no pudimos detectarlo? ¿O en realidad no hay efecto? No podemos diferenciar.

Poder

- Supongamos que el tratamiento sí produce un efecto y que realizamos el experimento muchas veces. ¿Qué tan frecuentemente obtendríamos resultados estadísticamente significativos?
- Algunas cantidades estimadas que nos pueden pueden ayudar a resolver esta pregunta:
  - ¿Qué tan grande es el efecto?
  - ¿Cuántas unidades fueron tratadas? ¿Para cuántas se tomaron datos?
  - ¿Qué tanto ruido hay en las mediciones de su variable de resultado?

Métodos para calcular el poder estádistico

- Cálculos analíticos de poder
- Simulaciones

Herramientas para el calculo del poder

- Interactivas
  - EGAP calculadora de poder
  - rpsychologist
- Paquetes de R
  - pwr
  - DeclareDesign, see also https://declaredesign.org/

Cálculos analíticos de poder

Cálculos analíticos de poder

- Fórmula:

$$\text{Poder} = \Phi\left(\frac{|\tau|\sqrt{N}}{2\sigma} - \Phi^{-1}(1 - \frac{\alpha}{2})\right)$$

- Componentes:
  - ϕ: la función acumulada de probabilidad (CDF) de la normal estándar crece monotónicamente
  - τ: el tamaño del efecto
  - N: el tamaño de la muestra
  - σ: la desviación estándar de la variable dependiente
  - α: el nivel de significancia (normalmente 0.05)

Ejemplo: Cálculos analíticos de poder

```r
# Poder para un estudio con 80 obs y
# un tamaño del efecto de 0.25
library(pwr)
pwr.t.test(
  n = 40, d = 0.25, sig.level = 0.05,
  power = NULL, type = c(
    "two.sample",
    "one.sample", "paired"
  )
)
```

```
     Two-sample t test power calculation

              n = 40
              d = 0.25
      sig.level = 0.05
          power = 0.1972
    alternative = two.sided

NOTE: n is number in *each* group
```

Limitaciones del cálculo analítico del poder

- Sólo se puede derivar para algunos estadísticos de prueba (diferencia de medias)
- Implica supuestos específicos acerca del proceso de generación de datos
- Incompatible con diseños más complejos

Cálculo del poder basado en simulación

Cálculo del poder basado en la simulación

- Debemos crear datos artificiales y simular el diseño de la investigación
- También es necesario hacer supuestos para simular, pero estos los definen ustedes mismos.
- Para ver cómo se hace esto en DeclareDesign, vea https://declaredesign.org/

Pasos

- Definir la muestra y las funciones de los resultados potenciales.
- Definir el procedimiento de asignación a tratamientos.
- Crear datos artificiales
- Asignar el tratamiento y luego estimar el efecto
- Repetir estos pasos muchas veces

Ejemplos

- Aleatorizaciçon completa
- Con covariables
- Con aleatorización por conglomerados

Ejemplo: Poder basado en simulaciones con aleatorización completa

```r
# install.packages("randomizr")
library(randomizr)
library(estimatr)

## Y0 es fijo en la mayoría  de experimentos .
## Entonces sólo hace falta generarlo una vez:
make_Y0 <- function(N) {
  rnorm(n = N)
}
repeat_experiment_and_test <- function(N, Y0, tau) {
  Y1 <- Y0 + tau
  Z <- complete_ra(N = N)
  Yobs <- Z * Y1 + (1 - Z) * Y0
  estimator <- lm_robust(Yobs ~ Z)
  pval <- estimator$p.value[2]
  return(pval)
}
```

Ejemplo: Poder basado en simulaciones con aleatorización completa

```
power_sim <- function(N, tau, sims) {
  Y0 <- make_Y0(N)
  pvals <- replicate(
    n = sims,
    repeat_experiment_and_test(N = N, Y0 = Y0, tau = tau)
  )
  pow <- sum(pvals < .05) / sims
  return(pow)
}

set.seed(12345)
power_sim(N = 80, tau = .25, sims = 100)
```

```
[1] 0.15
```

```
power_sim(N = 80, tau = .25, sims = 100)
```

```
[1] 0.21
```

Ejemplo: Usando DeclareDesign I

```
library(DeclareDesign)
library(tidyverse)
P0 <- declare_population(N, u0 = rnorm(N))
# declarar Y(Z=1) y Y(Z=0)
O0 <- declare_potential_outcomes(Y_Z_0 = 5 + u0, Y_Z_1 = Y_Z_0 + tau)
#  assigar m unidades al tratamiento
# A0 <- declare_assignment(m=round(N/2))
A0 <- declare_assignment(Z = conduct_ra(N = N, m = round(N / 2)))
# inquiry es la diferencia promedio entreY(Z=1) y Y(Z=0)
estimand_ate <- declare_inquiry(ATE = mean(Y_Z_1 - Y_Z_0))
R0 <- declare_reveal(Y, Z)
design0_base <- P0 + A0 + O0 + R0

## Por ejemplo:
design0_N100_tau25 <- redesign(design0_base, N = 100, tau = .25)
dat0_N100_tau25 <- draw_data(design0_N100_tau25)
head(dat0_N100_tau25)
```

Ejemplo: Usando DeclareDesign II

```
   ID      u0 Z Y_Z_0 Y_Z_1     Y
1 001 -0.2060 0 4.794 5.044 4.794
2 002 -0.5875 0 4.413 4.663 4.413
3 003 -0.2908 1 4.709 4.959 4.959
4 004 -2.5649 0 2.435 2.685 2.435
5 005 -1.8967 0 3.103 3.353 3.103
6 006 -1.6401 1 3.360 3.610 3.610
```

```
with(dat0_N100_tau25, mean(Y_Z_1 - Y_Z_0)) #  ATE real
```

```
[1] 0.25
```

```
with(dat0_N100_tau25, mean(Y[Z == 1]) - mean(Y[Z == 0])) # estimado
```

```
[1] 0.5569
```

```
lm_robust(Y ~ Z, data = dat0_N100_tau25)$coef # estimate
```

```
(Intercept)           Z
     4.8458      0.5569
```

Ejemplo: Usando DeclareDesign III

```
E0 <- declare_estimator(Y ~ Z,
  model = lm_robust, label = "t test 1",
  inquiry = "ATE"
)
t_test <- function(data) {
  test <- with(data, t.test(x = Y[Z == 1], y = Y[Z == 0]))
  data.frame(statistic = test$statistic, p.value = test$p.value)
}
T0 <- declare_test(handler = label_test(t_test), label = "t test 2")
design0_plus_tests <- design0_base + E0 + T0

design0_N100_tau25_plus <- redesign(design0_plus_tests, N = 100, tau = .25)
## Sólo repetimos la asignación aleatoria, no generamos de nuevo Y0. Ignoren la
names(design0_N100_tau25_plus)
```

```
[1] "P0"       "A0"       "O0"       "R0"       "t test 1" "t test 2"
```

```
design0_N100_tau25_sims <- simulate_design(design0_N100_tau25_plus,
  sims = c(1, 100, 1, 1, 1, 1)
) # only repeat the random assignment
```

```
Warning: We recommend you choose a higher number of simulations than 1 for the
```

Ejemplo: Usando DeclareDesign IV

```
# design0_N100_tau25_sims tiene 200 filas (2 pruebas * 100 asignaciones aleatori
# veámos las primeras 6 filas
head(design0_N100_tau25_sims)
```

```
                   design   N  tau sim_ID estimator term estimate std.error sta
1 design0_N100_tau25_plus 100 0.25      1  t test 1    Z   0.1108    0.2150
2 design0_N100_tau25_plus 100 0.25      1  t test 2 <NA>       NA        NA
3 design0_N100_tau25_plus 100 0.25      2  t test 1    Z   0.2458    0.2154
4 design0_N100_tau25_plus 100 0.25      2  t test 2 <NA>       NA        NA
5 design0_N100_tau25_plus 100 0.25      3  t test 1    Z   0.5463    0.2133
6 design0_N100_tau25_plus 100 0.25      3  t test 2 <NA>       NA        NA
  step_1_draw step_2_draw
1           1           1
2           1           1
3           1           2
4           1           2
5           1           3
6           1           3
```

```
# para cada estimador, poder = proporción de las simulaciones con p.value < 0.5
design0_N100_tau25_sims %>%
  group_by(estimator) %>%
  summarize(pow = mean(p.value < .05), .groups = "drop")
```

Ejemplo: Usando DeclareDesign V

```
# A tibble: 2 x 2
  estimator   pow
  <chr>     <dbl>
1 t test 1    0.2
2 t test 2    0.2
```

Poder con ajuste de covariables

Ajuste de covariables y poder

- El ajuste de covariables puede mejorar el poder porque absorbe la variación de la variable de resultado.
  - Sí es para pronóstico, el ajuste de covariables puede reducir la varianza significativamente. Una menor varianza se traduce en más poder.
  - Sí no es para pronóstico, las ganancias en poder son mínimas.
- Todas las variables tienen que ser pre-tratamiento. No eliminen observaciones a cuenta de datos faltantes.
  - Ver el módulo de amenazas a la validez interna y las 10 cosas que debe saber sobre el ajuste de covariables.
- El sesgo de Freedman a medida que el n muestral disminuye y el número de covariables aumenta.

Bloques

- Bloques: asignar el tratamiento al azar dentro de los bloques
  - Ajuste de covariables “ex-ante”
  - Más precisión/eficiencia significa más poder
  - Reducir “el sesgo condicional”: relación entre el tratamiento y los resultados potenciales
  - Beneficios de usar bloques en vez de ajuste de covariables más evidente para experimentos pequeños.

Ejemplo: Poder basado en simulaciones con una covariable I

```r
## Y0 es fijo en la mayoría de experimentos. Solo lo generamos una vez
make_Y0_cov <- function(N) {
  u0 <- rnorm(n = N)
  x <- rpois(n = N, lambda = 2)
  Y0 <- .5 * sd(u0) * x + u0
  return(data.frame(Y0 = Y0, x = x))
}
##  X  predice Y0 moderadamente
test_dat <- make_Y0_cov(100)
test_lm <- lm_robust(Y0 ~ x, data = test_dat)
summary(test_lm)
```

```
Call:
lm_robust(formula = Y0 ~ x, data = test_dat)

Standard error type:  HC2

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value    Pr(>|t|) CI Lower CI Upper DF
(Intercept)     0.11     0.1880   0.585 0.559753653   -0.263    0.483 98
x               0.44     0.0814   5.413 0.000000441    0.279    0.602 98
```

Ejemplo: Poder basado en simulaciones con una covariable II

```
Multiple R-squared:  0.231 ,    Adjusted R-squared:  0.223
F-statistic: 29.3 on 1 and 98 DF,  p-value: 0.000000441
```

Ejemplo: Poder basado en simulaciones con una covariable III

```r
## ahora la simulación
repeat_experiment_and_test_cov <- function(N, tau, Y0, x) {
  Y1 <- Y0 + tau
  Z <- complete_ra(N = N)
  Yobs <- Z * Y1 + (1 - Z) * Y0
  estimator <- lm_robust(Yobs ~ Z + x, data = data.frame(Y0, Z, x))
  pval <- estimator$p.value[2]
  return(pval)
}

## crear los datos una vez, asigna aleatoriamente el tratamiento sims veces
## reporta qué proporción tiene p <0.05
power_sim_cov <- function(N, tau, sims) {
  dat <- make_Y0_cov(N)
  pvals <- replicate(n = sims, repeat_experiment_and_test_cov(
    N = N,
    tau = tau, Y0 = dat$Y0, x = dat$x
  ))
  pow <- sum(pvals < .05) / sims
  return(pow)
}
```

Ejemplo: Poder basado en simulaciones con una covariable IV

```
set.seed(12345)
power_sim_cov(N = 80, tau = .25, sims = 100)
```

```
[1] 0.13
```

```
power_sim_cov(N = 80, tau = .25, sims = 100)
```

```
[1] 0.19
```

Poder para la aleatorización por conglomerados

Poder y diseños de conglomerados

- Recordemos el módulo de aleatorización.
- Dado un N fijo, un diseño de conglomerados tiene menos poder que un diseño sin conglomerados
  - La diferencia suele ser sustancial.
- Tenemos que estimar la varianza correctamente:
  - Errores estándar para conglomerados (lo habitual)
  - Inferencia basada en la aleatorización (Randomization inference)
- Para aumentar el poder:
  - Es mejor aumentar el número de conglomerados que el número de unidades por conglomerados.
  - Cuánto reducen el poder los conglomerados depende fundamentalmente de la correlación intra-clase (la relación entre la varianza dentro de los conglomerados y la varianza total).

Una nota sobre los conglomerados en la investigación observacional

- A menudo se pasa por alto lo que conduce (posiblemente) a una incertidumbre altamente subestimada.
  - Inferencia frecuentista basada en la proporción $\hat{\beta}/\hat{se}$
  - Si subestimamos $\hat{se}$, es mucho más probable que rechacemos H_0. (La tasa de error de tipo I es demasiado alta).
- Muchos diseños de observación tienen mucha menos poder de lo que pensamos.

Ejemplo: Poder basado en la simulación para la aleatorización por conglomerados I

```r
## Y0 es fijo en la mayoría de experimentos. Solo lo generamos una vez
make_Y0_clus <- function(n_indivs, n_clus) {
  # n_indivs  número de personas por conglomerados
  # n_clus número de conglomerados
  clus_id <- gl(n_clus, n_indivs)
  N <- n_clus * n_indivs
  u0 <- fabricatr::draw_normal_icc(N = N, clusters = clus_id, ICC = .1)
  Y0 <- u0
  return(data.frame(Y0 = Y0, clus_id = clus_id))
}

test_dat <- make_Y0_clus(n_indivs = 10, n_clus = 100)
```

Ejemplo: Poder basado en la simulación para la aleatorización por conglomerados I

```
# confirma que hay 10 personas en cada uno de los 100 conglomerados
table(test_dat$clus_id)
```

```
 1  2  3  4  5  6  7  8  9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20
10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10

21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40
10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10

41 42 43 44 45 46 47 48 49 50 51 52 53 54 55 56 57 58 59 60
10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10

61 62 63 64 65 66 67 68 69 70 71 72 73 74 75 76 77 78 79 80
10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10

81 82 83 84 85 86 87 88 89 90 91 92 93 94 95 96 97 98 99
10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10

100
 10
```

Ejemplo: Poder basado en la simulación para la aleatorización por conglomerados I

```
# confirm ICC
ICC::ICCbare(y = Y0, x = clus_id, data = test_dat)
```

```
[1] 0.09655
```

Ejemplo: Poder basado en la simulación para la aleatorización por conglomerados II

```r
repeat_experiment_and_test_clus <- function(N, tau, Y0, clus_id) {
  Y1 <- Y0 + tau
  #  aqui aleatorizamos al nivel del conglomerados
  Z <- cluster_ra(clusters = clus_id)
  Yobs <- Z * Y1 + (1 - Z) * Y0
  estimator <- lm_robust(Yobs ~ Z,
    clusters = clus_id,
    data = data.frame(Y0, Z, clus_id), se_type = "CR2"
  )
  pval <- estimator$p.value[2]
  return(pval)
}
power_sim_clus <- function(n_indivs, n_clus, tau, sims) {
  dat <- make_Y0_clus(n_indivs, n_clus)
  N <- n_indivs * n_clus
  pvals <- replicate(
    n = sims,
    repeat_experiment_and_test_clus(
      N = N, tau = tau,
      Y0 = dat$Y0, clus_id = dat$clus_id
    )
  )
  pow <- sum(pvals < .05) / sims
  return(pow)
```

Ejemplo: Poder basado en la simulación para la aleatorización por conglomerados (DeclareDesign) I

```
P1 <- declare_population(
  N = n_clus * n_indivs,
  clusters = gl(n_clus, n_indivs),
  u0 = draw_normal_icc(N = N, clusters = clusters, ICC = .2)
)
O1 <- declare_potential_outcomes(Y_Z_0 = 5 + u0, Y_Z_1 = Y_Z_0 + tau)
A1 <- declare_assignment(Z = conduct_ra(N = N, clusters = clusters))
estimand_ate <- declare_inquiry(ATE = mean(Y_Z_1 - Y_Z_0))
R1 <- declare_reveal(Y, Z)
design1_base <- P1 + A1 + O1 + R1 + estimand_ate

## Por ejemplo:
design1_test <- redesign(design1_base,
  n_clus = 10,
  n_indivs = 100, tau = .25
)
test_d1 <- draw_data(design1_test)
# confirma que todos los individuos en los conglomerados fueron
# asignados al mismo tratamiento
with(test_d1, table(Z, clusters))
```

Ejemplo: Poder basado en la simulación para la aleatorización por conglomerados (DeclareDesign) II

```
   clusters
Z     1   2   3   4   5   6   7   8   9  10
  0 100   0 100 100 100   0   0 100   0   0
  1   0 100   0   0   0 100 100   0 100 100
```

Ejemplo: Poder basado en la simulación para la aleatorización por conglomerados (DeclareDesign) III

```
# tres estimadores, se diferencias en se_type:
E1a <- declare_estimator(Y ~ Z,
  model = lm_robust, clusters = clusters,
  se_type = "CR2", label = "CR2 cluster t test",
  inquiry = "ATE"
)
E1b <- declare_estimator(Y ~ Z,
  model = lm_robust, clusters = clusters,
  se_type = "CR0", label = "CR0 cluster t test",
  inquiry = "ATE"
)
E1c <- declare_estimator(Y ~ Z,
  model = lm_robust, clusters = clusters,
  se_type = "stata", label = "stata RCSE t test",
  inquiry = "ATE"
)

design1_plus <- design1_base + E1a + E1b + E1c

design1_plus_tosim <- redesign(design1_plus,
  n_clus = 10,
  n_indivs = 100, tau = .25
)
```

```
# repite la asignación aleatoria, no la creación de Y0.
```

Estática comparada

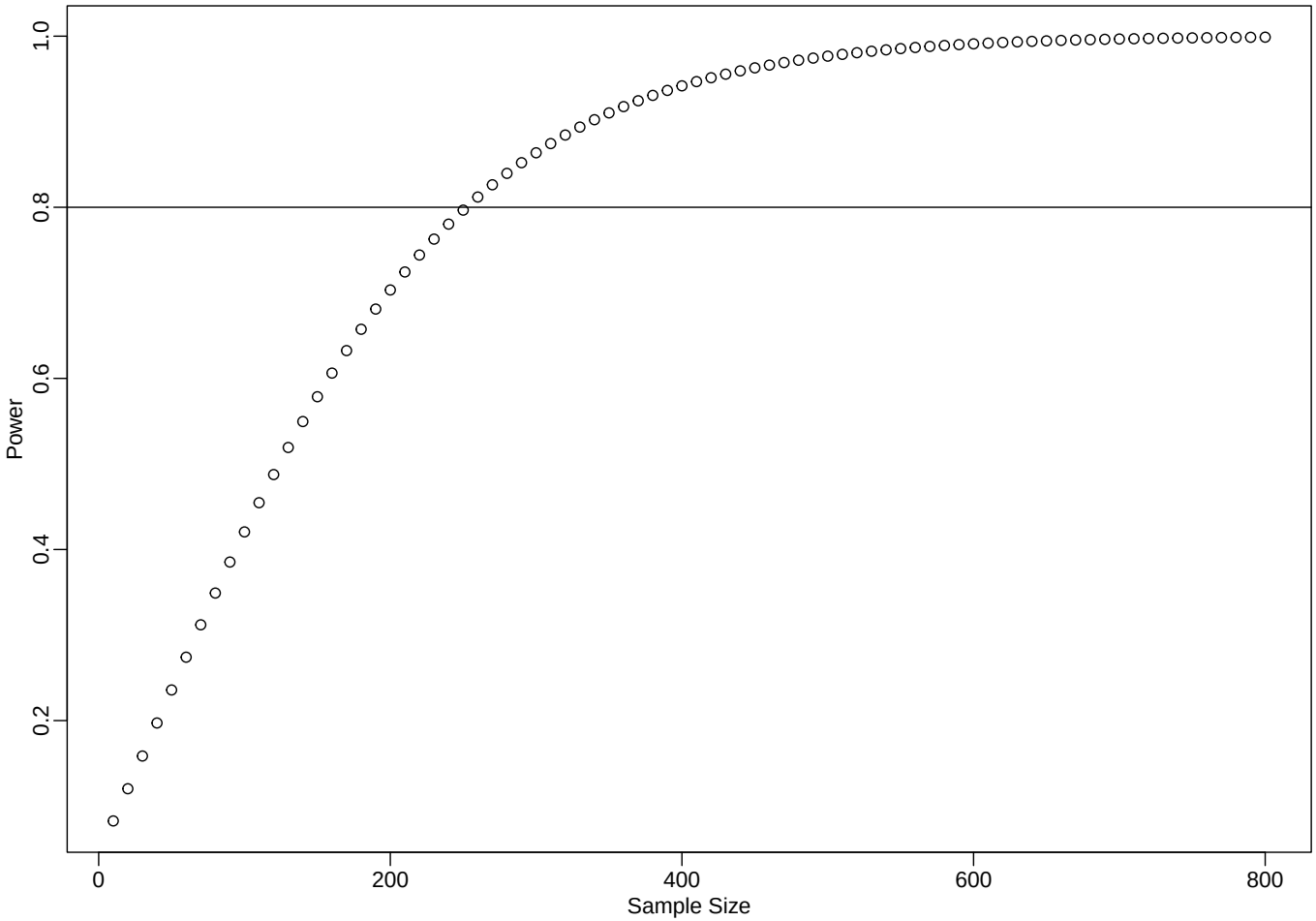
Estática comparada

- El poder:
  - Crece en función N
  - Crece en función $|\tau|$
  - Decrece en función σ

Poder segun el tamaño de la muestra I

```
some_ns <- seq(10, 800, by = 10)
pow_by_n <- sapply(some_ns, function(then) {
  pwr.t.test(n = then, d = 0.25, sig.level = 0.05)$power
})
plot(some_ns, pow_by_n,
  xlab = "Sample Size",
  ylab = "Power"
)
abline(h = .8)
```

Poder segun el tamaño de la muestra II



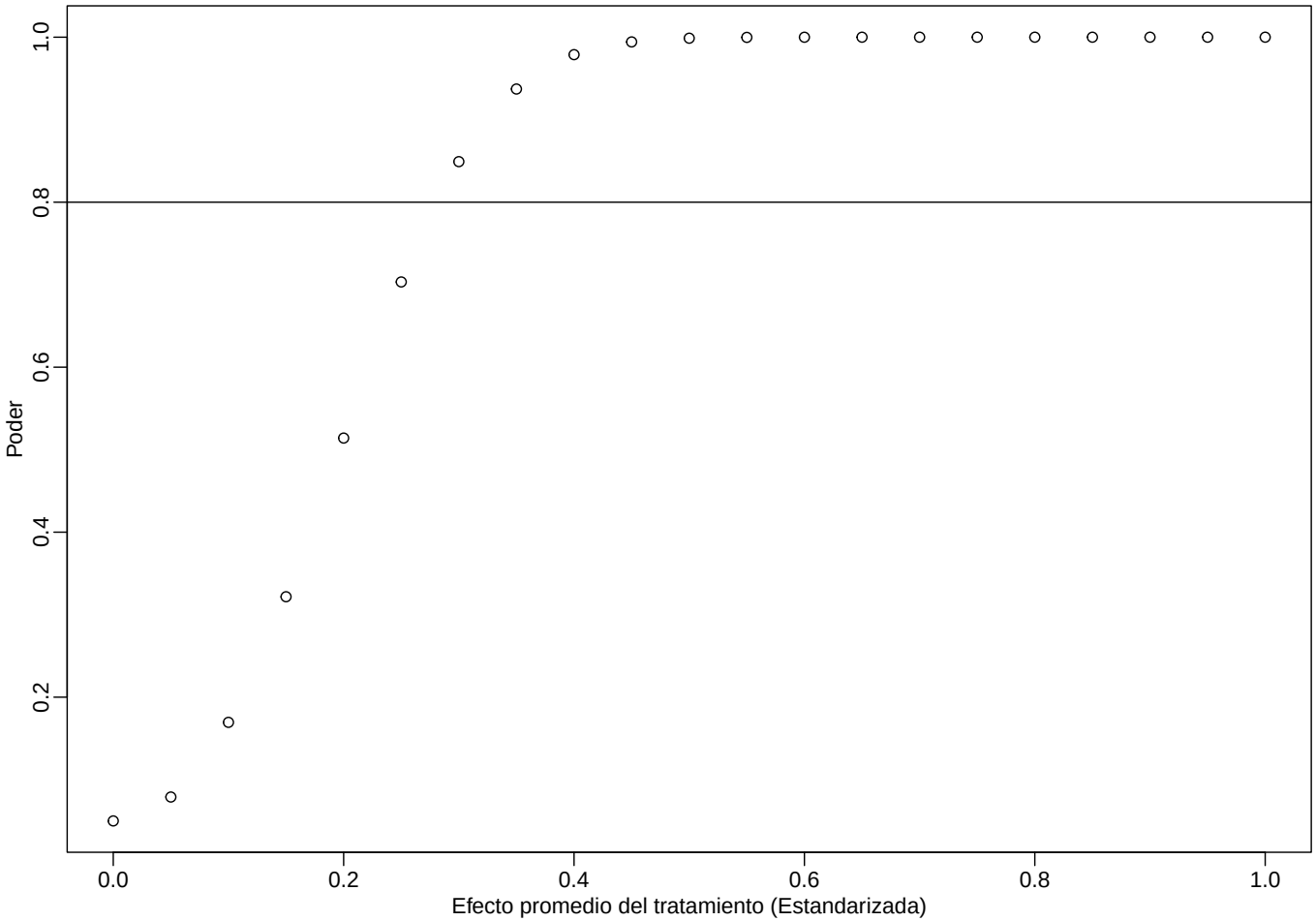
Poder segun el tamaño de la muestra III

```
## Vea:
## https://cran.r-project.org/web/packages/pwr/vignettes/pwr-vignette.html
## para mejores gráficas
## ptest <-  pwr.t.test(n = NULL, d = 0.25, sig.level = 0.05, power = .8)
## plot(ptest)
```

Poder segun el tamaño de la muestra I

```
some_taus <- seq(0, 1, by = .05)
pow_by_tau <- sapply(some_taus, function(thetau) {
  pwr.t.test(n = 200, d = thetau, sig.level = 0.05)$power
})
plot(some_taus, pow_by_tau,
  xlab = "Efecto promedio del tratamiento (Estandarizada)",
  ylab = "Poder"
)
abline(h = .8)
```

Poder segun el tamaño de la muestra II



Calculadora de Poder de EGAP

- Pueden usar la calculadora aquí: https://egap.shinyapps.io/power-app/
- Para diseños por conglomerados puede probar ajustando:
  - El número de conglomerados
  - El número de unidades por conglomerados
  - Correlación Intra-clase
  - Efecto del tratamiento

Comments

- Deben conocer bien la variable de resultado
- ¿Cuáles son los efectos que esperan del tratamiento?
- ¿Cuál es el rango de variación posible que puede tener la variable de resultado?
  - Un diseño en el que la variable de resultado tenga variación limitada puede tener poco poder

Conclusión: Cómo mejorar el poder

1. Aumenten el tamaño de la muestra, N
   - Si hay conglomerados, aumenten el número de conglomerados de ser posible
2. Intensifiquen el tratamiento
3. Mejoren la precisión
   - Ajuste de covariables
   - Bloques
4. Midan la variable de resultado correctamente