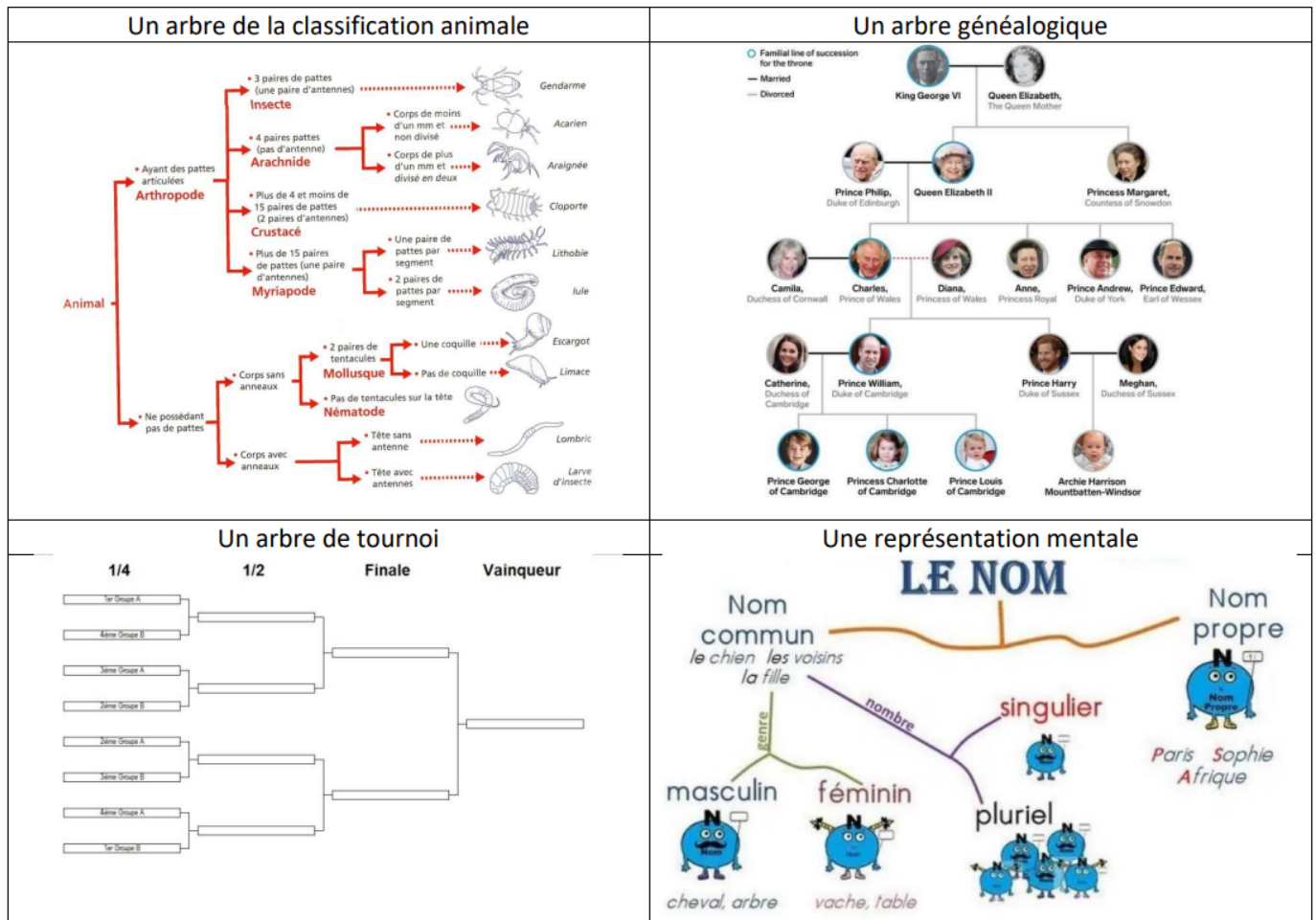


# Chapitre A.4 - Les arbres binaires

## I. Qu'est ce qu'un arbre ?

### A. Introduction

Vous avez déjà rencontré des données représentées sous la forme d'arbres par exemple :



En informatique les arbres sont des types abstraits très utilisés, notamment lorsque l'on a besoin de représentée des données ayant une structure hiérarchique.

Par exemple, représenter chaque fichier et chaque répertoire d'un ordinateur serait difficile sans une structure d'arbre.

### B. Vocabulaires

#### Définitions :

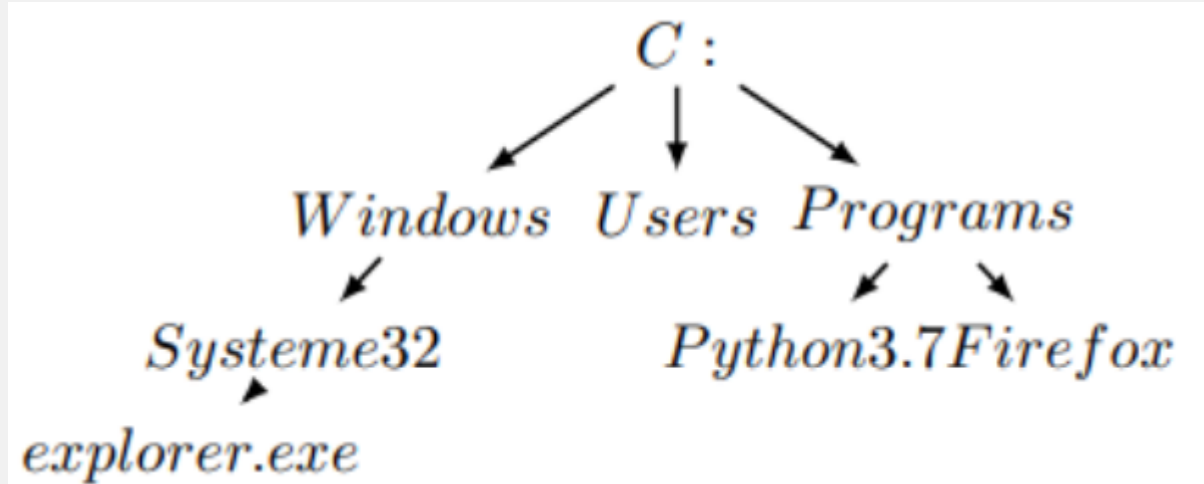
- Un arbre est un ensemble organisé de nœuds qui ont chacun un seul et unique père sauf un unique nœud qui n'en possède pas. Celui-ci est appelé racine.
- Un arbre dont tous les nœuds sont nommées est dit étiqueté. L'étiquette représente la valeur d'un nœud.
- Un nœud n'ayant pas de fils est appelé une feuille.
- Les nœuds sont reliés par des branches (ou arêtes).

### Remarques :

Un arbre dont tous les nœuds n'ont qu'un seul fils est semblable à une liste.



### Exercice 1

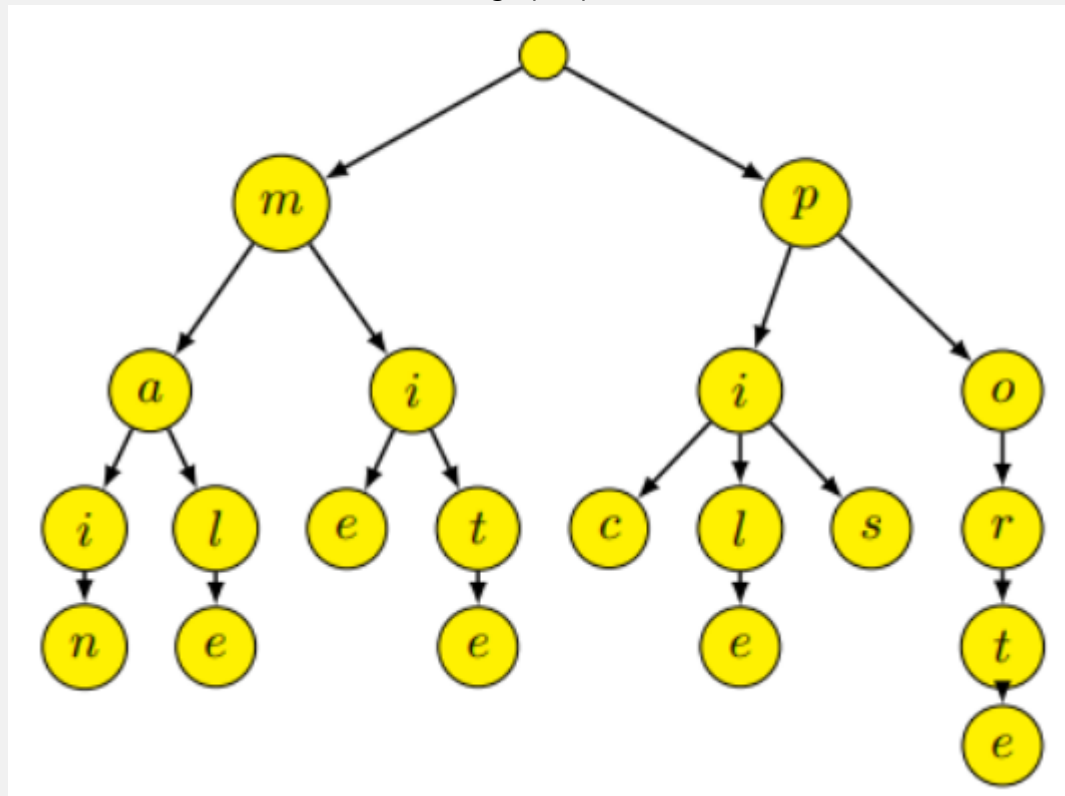


On considère l'arbre suivant :

1. Quelle est la valeur du nœud racine ?
2. Quelle est le père du nœud **Firefox** ?
3. Entourer les feuilles de l'arbre.

### Exercice 2

On considère l'arbre est un arbre lexicographique :



1. Entourer la racine de l'arbre
2. Combien de nœuds possède cet arbre ?
3. Combien de branches possède cet arbre ?

4. Combien de feuille possède cet arbre ?

5. Ajouter les mots « maison », « portail » et « arbre » dans cette arbre lexicographique.

### Définitions :

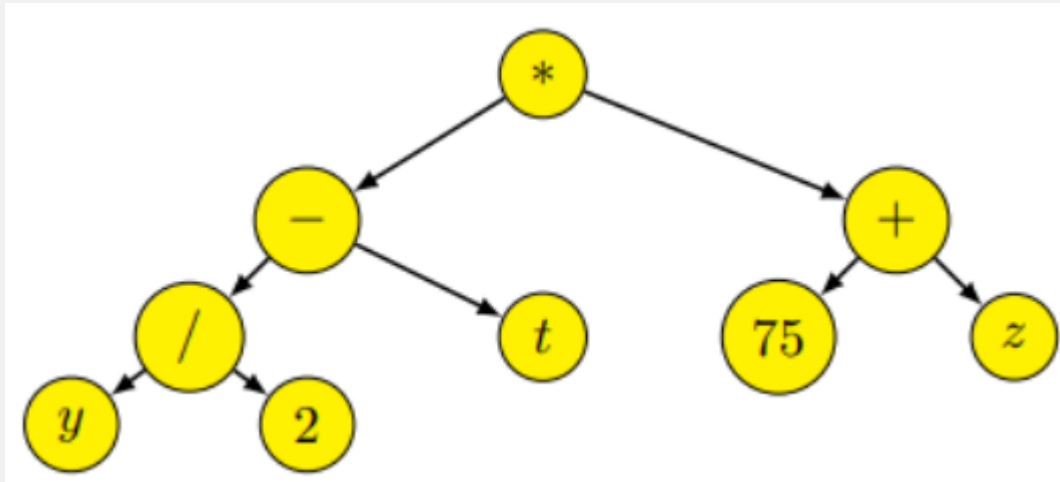
- La **hauteur** (ou **profondeur**) d'un nœud est égale au nombre d'arêtes qu'il faut pour parcourir à partir de la racine pour aller jusqu'à ce nœud.

**Attention la définition de la hauteur peut varier d'un ouvrage à l'autre. La définition utilisée sera toujours rappelée lors d'une épreuve.**

- La **hauteur** (ou **profondeur**) d'un arbre est égale à la profondeur du nœud le plus profond.

-La **taille** d'un arbre correspond au nombre de nœuds d'un arbre.

### Exercice 3

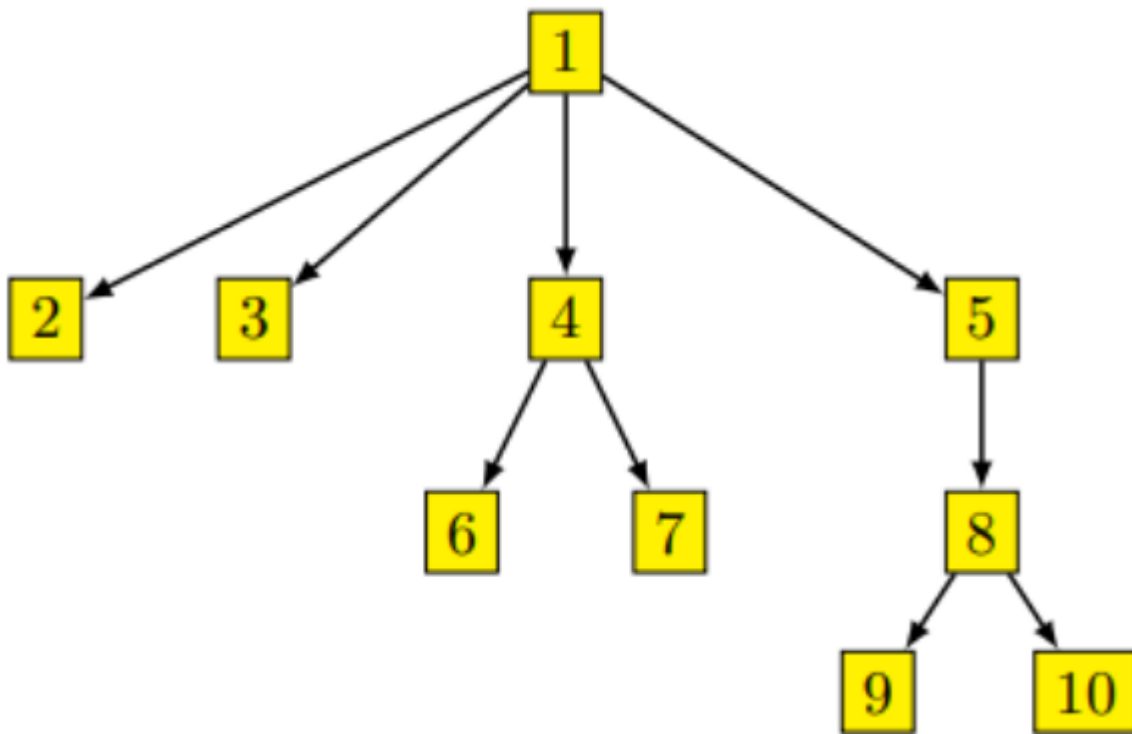


1. Quelle est la hauteur du nœud **y** ?
2. Quelle est la hauteur du nœud **75** ?
3. Quelle est la taille de l'arbre ? 4 Quelle est la hauteur de l'arbre ?

### Définitions :

- Le vocabulaire de lien entre les nœuds de différents niveaux et emprunté au domaine de la généalogie (parents, enfants, frères, ascendant, descendant)
- Le degré d'un nœud est égal au nombre de descendant de ce nœud.
- Le degré d'un arbre est égal au degré maximum de ses nœuds.

### Exercice 4 :



1. Quel est le degré du nœud 1 ?
2. Quel est le degré de l'arbre ?
3. 8 est le ... .. de 9 et de 10.
4. 6 est un ... .. de 4.
5. 5 est un ... .. de 9.
6. 6 et 7 sont des ... .. .
7. 10 est un ... .. de 8.

## II. Les arbres binaires

### A. Qu'est-ce qu'un arbre binaire ?

#### Définition :

- Un arbre binaire est un arbre de degré 2.
- Chaque nœud dans un arbre binaire a donc \_\_\_\_\_ fils.
- Les enfants d'un nœud sont appelés \_\_\_\_\_ et \_\_\_\_\_.

#### Définition récursive : Un arbre binaire est :

- \_\_\_\_\_

ou

- -
  - \_\_\_\_\_
  - \_\_\_\_\_
  - \_\_\_\_\_

#### Exercice 5 Compléter le tableau suivant :

(1, (8, Δ, Δ), Δ)    (3, (1, Δ, (4, (1, Δ, (5, Δ, Δ), Δ)), Δ))

Dessin			
--------	--	--	--

(1, (8, Δ, Δ), Δ) (3, (1, Δ, (4, (1, Δ, (5, Δ, Δ), Δ)), Δ))

Taille			
Hauteur			
Nombre de feuilles			

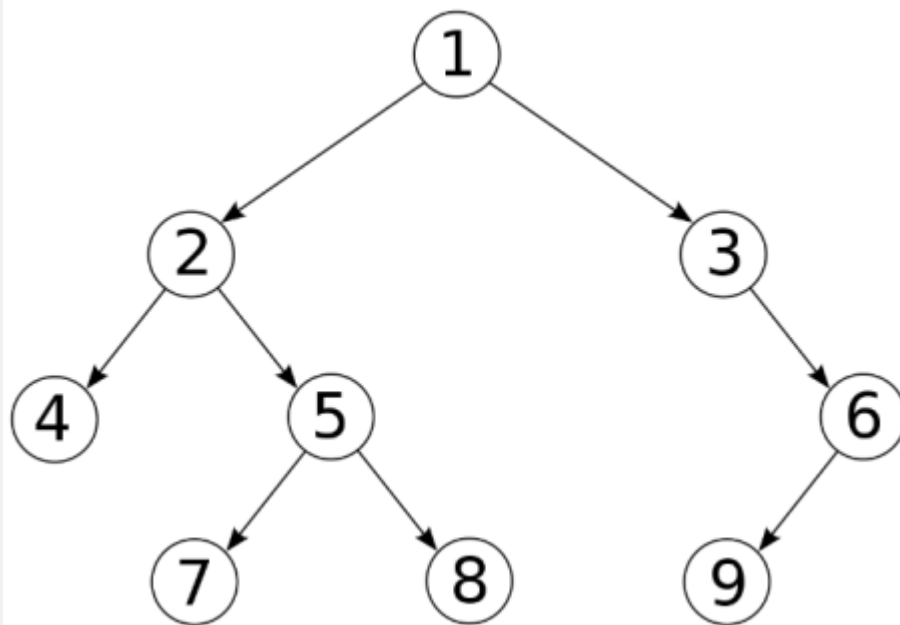
## B. Implémentation

**Exercice 6 :** L'idée est de représenter l'arbre en utilisant :

- Un tableau vide si l'arbre est vide
- Un tableau contenant trois éléments : la valeur du nœud racine, le sous-arbre gauche et le sous-arbre droit, sinon.

1. Quel arbre représente le tableau suivant : `[]`, `[]`, `['b', [], []]` ?

2. Comment représenter l'arbre suivant dans un tableau python ?



3. Écrire une fonction qui prend un arbre en paramètre et qui renvoie vrai s'il est vide.
4. Écrire une fonction qui prend un arbre non vide et qui renvoie le sous-arbre gauche de l'arbre. (Lève une exception si l'arbre est vide)
5. Écrire une fonction qui prend un arbre non vide et qui renvoie le sous-arbre gauche de l'arbre. (Lève une exception si l'arbre est vide)