Praktikum Numerische Methoden für Ingenieure

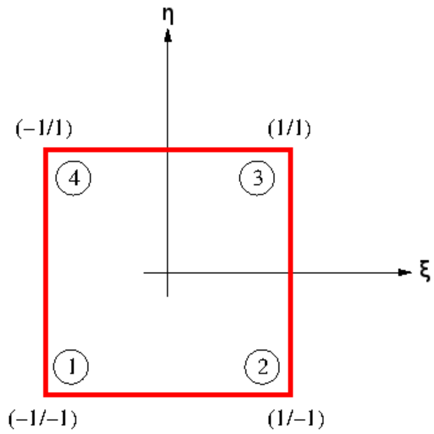
Aufgabenblatt 3

WS 2016/2017

Interpolation und Kurvenanpassung

Aufgabe 1: 2d - Interpolation

Gegeben ist ein zweidimensionales vierknotiges Element (siehe Abbildung) Ω^e im $\boldsymbol{\xi} = (\xi, \eta)$-Koordinatensystem.



An den vier Knoten sind folgende Funktionswerte $f(\xi_i, \eta_i)$ gegeben:

$(\xi \vert \eta)$	$(-1 \vert -1)$	$(+1 \vert -1)$	$(+1 \vert +1)$	$(-1 \vert +1)$
$f(\xi, \eta)$	0.0	1.0	3.0	1.0

Mithilfe von Lagrange'schen Ansatzfunktionen $N^i(\xi, \eta)$ sollen die Funktionswerte $f(\xi, \eta)$ sowie die Ableitungen $\frac{\partial f(\xi,\eta)}{\partial \xi}$, $\frac{\partial f(\xi,\eta)}{\partial \eta}$ an den Punkten $(\xi|\eta) = (0.0; 0.0)$ sowie $(\xi|\eta) = (0.577; -0.577)$ approximiert werden.

Die Lagrange'schen bilinearen Ansatzfunktionen in 2D sind wie folgt definiert:

$$N^1(\xi, \eta) = \tfrac{1}{4}(1 - \xi)(1 - \eta) \qquad N^3(\xi, \eta) = \tfrac{1}{4}(1 + \xi)(1 + \eta)$$

$$N^2(\xi, \eta) = \tfrac{1}{4}(1 + \xi)(1 - \eta) \qquad N^4(\xi, \eta) = \tfrac{1}{4}(1 - \xi)(1 + \eta)$$

Vorgehen:

1. Erstellen der Funktion **Fkt. I** (siehe unten), die alle Ansatzfunktionen $N^i(\xi, \eta)$ als Vektor zurückgibt.

2. Approximieren der Funktionswerte $f(0.0; 0.0)$ und $f(0.577; -0.577)$.

   $(Lsg.: f_L(0.0; 0.0) = 1.25$ und $f_L(0.577; -0.577) = 1.16676775)$

3. Erstellen der Funktion **Fkt. II**, die alle Ableitungen der Ansatzfunktionen $\frac{\partial N^i(\xi,\eta)}{\partial \xi}$, $\frac{\partial N^i(\xi,\eta)}{\partial \eta}$ als Matrix zurückgibt (Zeilen i, Spalten ξ, η).

4. Approximieren der Ableitungen $\frac{\partial f(\xi,\eta)}{\partial \eta}$, $\frac{\partial f(\xi,\eta)}{\partial \xi}$ in den Punkten $(\xi|\eta) = (0.0; 0.0)$ sowie $(\xi|\eta) = (0.577| - 0.577)$
$(Lsg.: \frac{\partial f(\xi,\eta)}{\partial \xi}_L|_{(0.0;0.0)} = 0.75; \qquad \frac{\partial f(\xi,\eta)}{\partial \eta}_L|_{(0.0;0.0)} = 0.75)$
$(Lsg.: \frac{\partial f(\xi,\eta)}{\partial \xi}_L|_{(0.577;\text{-}0.577)} = 0.60575; \qquad \frac{\partial f(\xi,\eta)}{\partial \eta}_L|_{(0.577;\text{-}0.577)} = 0.89425)$

Matlab Funktionen:

Folgende Funktionen sollen bei der Bearbeitung dieses Aufgabenblattes erstellt werden, da diese für spätere Aufgabenblätter wiederverwendet werden sollen. Erstellen Sie die Funktionen in Matlab und speichern Sie diese in eigenen *.m-files ab.

- **Fkt. I**: `function val=linquadref(xi,eta)`

  Rückgabewert: Lagrange Polynome ausgewertet im Punkt (xi,eta).

  Teste die Funktion mit:

$$(xi = 0.0, eta = 0.0) \rightarrow [0.25; 0.25; 0.25; 0.25]$$
$$(xi = 0.577, eta = -0.577) \rightarrow [0.16676775; 0.62173225; 0.16676775; 0.04473225]$$

- **Fkt. II**: `function deriv=linquadderivref(xi,eta)`

  Rückgabewert: Ableitungen der Lagrange Polynome ausgewertet im Punkt (xi,eta).

  Teste die Funktion mit:

$$(xi = 0.0, eta = 0.0) \rightarrow [-0.25, -0.25; 0.25, -0.25; 0.25, 0.25; -0.25, 0.25]$$
$$(xi = 0.577, eta = -0.577) \rightarrow [-b, -a; b, -b; a, b; -a, a] \qquad mit \quad a = 0.10575, b = 0.39425$$