Praktikum Numerische Methoden für Ingenieure

Aufgabenblatt 2

WS 2016/2017

Rechengenauigkeit, Interpolation und Kurvenanpassung

Aufgabe 1: Rechengenauigkeit

Erstelle eine Matlab Funktion, die den Schnittpunkt (x-Koordinate) einer durch zwei Punkte definierten Linie mit der x-Achse ($y = 0$) berechnet (`function x = lineintersection(P1,P2)`).

Nutze die Funktion, um für die gegebenen Punkte $\boldsymbol{P}_1 = \begin{pmatrix} 0.0 \\ 1.0 \end{pmatrix}$ und $\boldsymbol{P}_2 = \begin{pmatrix} 0.0 + \delta \\ 1.0 - \delta \end{pmatrix}$ den Schnittpunkt zu berechnen.

Berechne die Position für $10^{-20} \leq \delta \leq 10^5$ (HINWEIS: wähle eine geeignete Verteilung des Parameters δ) und plotte $(\delta, |x - x_{ex}|)$ den Betrag des absoluten Fehlers der Position in doppelt logaritmischem Maßstab im relevanten Bereich. Dabei ist x die ermittelte Position und x_{ex} die analytisch exakte Position.

Interpretiere das Ergebnis qualitativ.

Aufgabe 2: Interpolation mit Lagrange-Polynomen

Erstelle ein MATLAB-Programm, das die Auswertung der Lagrange-Polynome und deren Ableitung für einen beliebigen Grad ermöglicht.

Es sind fünf Stützstellen x mit den zugehörigen Funktionswerten $f(x) = \left(\frac{x}{1+x}\right)^5$ gegeben:

x	0.0	1,0	2.0	3.0	4.0
$f(x)$	0.000000000000	0.031250000000	0.131687242798	0.237304687500	0.327680000000

Berechne mit Hilfe des erstellten Programmes den Funktionswert und die Ableitung an der Stelle $x = 0.6$ und plotte die jeweilige Funktion, sowie die Ableitung der untenstehenden Lagrange-Interpolation (Es ist exemplarisch der Plot für Polynome vom Grad 4 abgebildet).

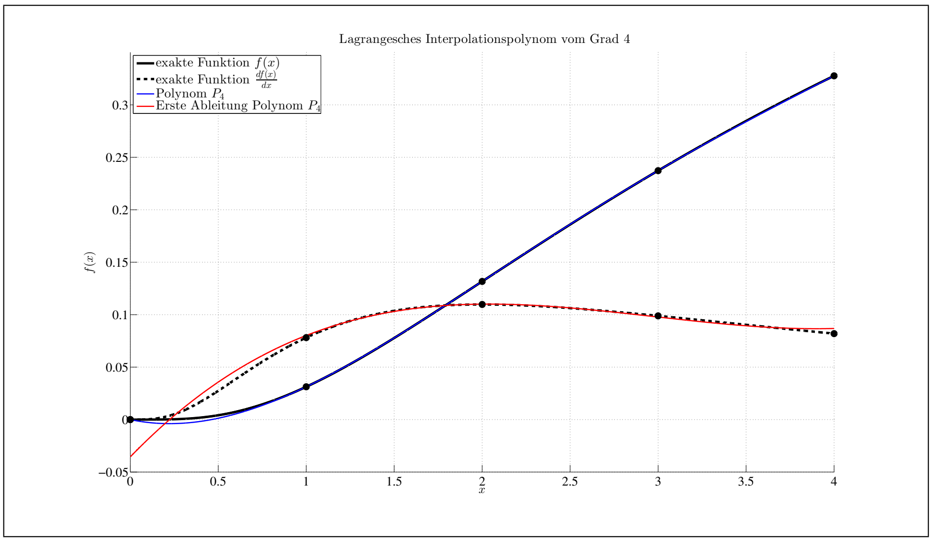
Wenden dies auf folgende Fälle an:

1. Lagrange-Interpolation: Polynome vom Grad 1 - verwenden Sie nur $f(x)$ bei $x = 0.0$; $x = 1.0$

$(Lsg.: f_{L1}(0.6) = 0.01875, f'_{L1}(0.6) = 0.03125)$

2. Lagrange-Interpolation: Polynome vom Grad 4

$(Lsg.: f_{L4}(0.6) = 0.0053987, f'_{L4}(0.6) = 0.046593)$



3. Lagrange-Interpolation: Polynome vom Grad 80 - Verwenden Sie dazu die gegebene Funktion $f(x)$ und werten Sie diese in gleichmäßigem Abstand im Intervall $[0.0, 4.0]$ aus.

$(Lsg. : f_{L80}(0.6) = 0.0074158, f'_{L80}(0.6) = 0.038624)$

(HINWEIS: Exakte Lösung der zugrunde liegenden Funktion: $f(0.6) = 0.0074158, f'(0.6) = 0.038624$)