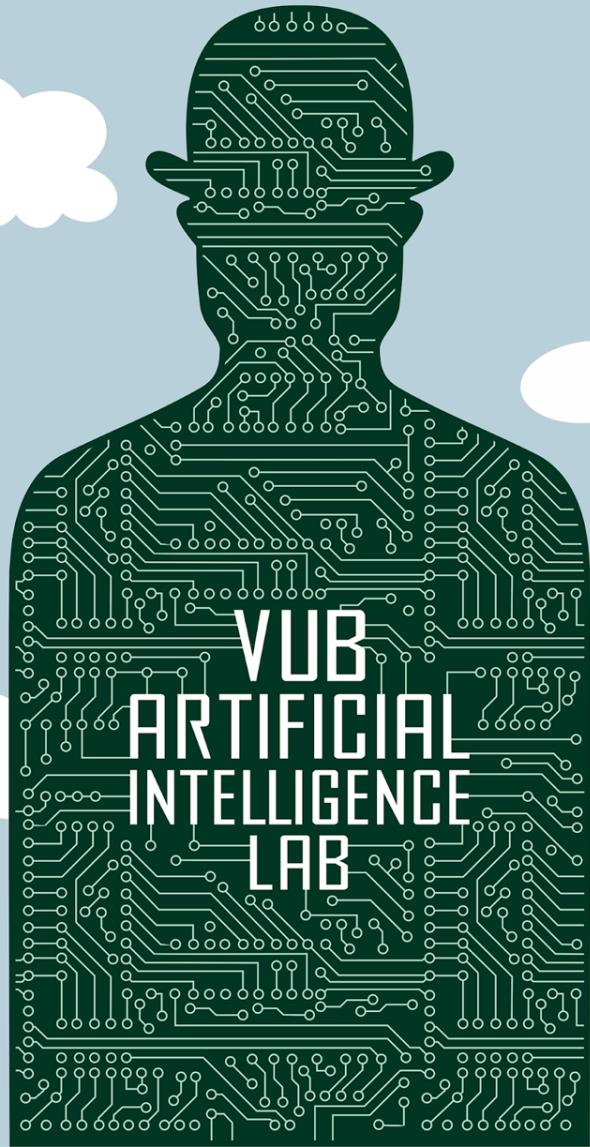


Ceci n'est pas d'intelligence



Logica en formele systemen

Predikaatlogica

Inleiding

Prof. dr. Marjon Blondeel
Academiejaar 2024-2025

Inhoud predikaatlogica

- Inleiding
- Syntaxis
- Semantiek
- Geldig gevolg
- Afleidingen
- Metatheorie

Uitbreiden van de propositielogica

Eigenschappen beschrijven en erover redeneren

- Voorbeeld 1 : Er bestaan landen die koninkrijken zijn
- Voorbeeld 2: Alle koninkrijken hebben een koning
- Voorbeeld 3:
 - Aanname 1: Alle koninkrijken hebben een koning
 - Aanname 2: België is een koninkrijk
 - Conclusie: België heeft een koning

Uitbreiding van de propositielogica

- predikaten
- kwantoren
- variabelen
- functies

Predikaten

Predikaten corresponderen met eigenschappen

- Brussel is een stad
- Parijs is de hoofdstad van Frankrijk
- Stef is een kind van Kees en Ada

Hoe voorstellen:

- **predikaatletters** (hoofdletters) met een **vast aantal argumenten** (volgorde is belangrijk)
- individuen zijn **constanten** (kleine letters)

Predikaten: voorbeelden

Brussel is een stad

- $S(b)$
- $\text{Stad}(\text{brussel})$
- S_b

Parijs is de hoofdstad van Frankrijk

- $H(p,f)$
- $\text{Hoofdstad}(\text{parijs}, \text{frankrijk})$
- H_{pf}

Stef is een kind van Kees en Ada

- $K(s,k,a)$
- $\text{Kind_van}(\text{stef}, \text{kees}, \text{ada})$
- K_{ska}

verschillende
conventies

Kwantoren

Kwantoren drukken hoeveelheid uit

\forall : universele kwantor “voor alle”

\exists : existentiële kwantor “er bestaat”

Alle koninkrijken hebben een koning

Er is minstens 1 land dat een koninkrijk is

Opgelet: kwantoren zoals “de meeste”, “sommige”, ... maken geen deel uit van de predikaatlogica

Variabelen

Kwantoren introduceren de nood aan variabelen. Hiervoor gebruiken we kleine letters

- $\forall x(Cx \rightarrow Kx)$: “alle computerwetenschappers drinken koffie”, “alle chiwawas zijn klein”
- $\exists x(Fx \wedge \neg Bx)$: “er bestaat een fiets die niet blauw is”
- $\exists x((Mx \wedge Fx) \wedge \neg Bx)$: “er bestaat een mannelijke filosoof die geen baard heeft”

Equivalenties

- $\neg \exists x ((Mx \wedge Fx) \wedge Bx)$: “er bestaat geen mannelijke filosoof die een baard heeft”
- $\forall x \neg ((Mx \wedge Fx) \wedge Bx)$: “alle mensen zijn niet een mannelijke filosoof met baard”

details later

Meerdere kwantoren

Er is een filosoof die een arts kent.

$$\exists x(Fx \wedge \exists y(Ay \wedge Kxy))$$

Volgorde van kwantoren

De volgorde van de kwantoren is belangrijk!

EA

- Iedereen heeft een moeder
- Voor elk natuurlijk getal bestaat er een groter natuurlijk getal

AE

- Er bestaat een vrouw die voorouder is van iedereen
- Er bestaat een natuurlijk getal dat kleiner of gelijk is aan alle natuurlijke getallen

Functies

Voorgesteld door kleine letters

$$f(x, y) = 4x + y^2$$

$l(x)$ leeftijd van x

- $l(jan)$ leeftijd van jan