UNIVERSIDAD DE LA FRONTERA
FACULTAD DE INGENIERÍA Y CIENCIAS
DEPARTAMENTO DE CIENCIAS FISICAS

TERCERA PRUEBA DE FÍSICA II
ICF- 190
PRIMER SEMESTRE DE 2017
27/ JUNIO / 2017

PAUTA			
NOMBRE COMPLETO		**PUNTAJE**	**NOTA**
CARRERA	**MÓDULO**		

Instrucciones

1. *Esta prueba tiene **16 preguntas**. En sus respuestas es necesario que explicite los cálculos realizados.*
2. *El puntaje total de la prueba es de **24 puntos**. El puntaje asignado a cada pregunta está en la primera columna.*
3. *La nota 4.0 se obtiene con el 50% del puntaje total y el 7.0 con el 100% del puntaje.*
4. *Puede usar calculadora.*
5. *Dispone de **2 horas** para responder la prueba.*

Datos que podrían ser útiles:

Constante eléctrica (o de Coulomb) $k_e = 1/(4\pi) = 9 \times 10^9\ N\ m^2/C^2$; $\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}\ C^2/N\ m^2$
Carga elemental $e = 1.6 \times 10^{-19}\ C$; Masa electrón $m_e = 9.1 \times 10^{-31}$ kg.

$$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2+x^2}} = \ln\left|x+\sqrt{a^2+x^2}\right|$$

$$\int \frac{x\,dx}{\sqrt{a^2+x^2}} = \sqrt{a^2+x^2}$$

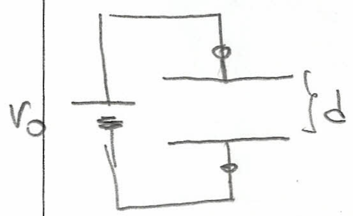
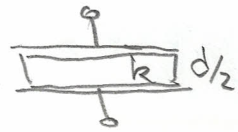
$$\int \frac{x^2\,dx}{\sqrt{a^2+x^2}} = \frac{x}{2}\sqrt{a^2+x^2} - \frac{a^2}{2}\ln\left|x+\sqrt{a^2+x^2}\right|$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{(a^2+x^2)^3}} = \frac{x}{a^2\sqrt{a^2+x^2}}$$

$$\int \frac{x\,dx}{\sqrt{(a^2+x^2)^3}} = \frac{-1}{\sqrt{a^2+x^2}}$$

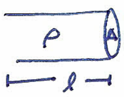
$$\int \frac{x^2\,dx}{\sqrt{(a^2+x^2)^3}} = -\frac{x}{\sqrt{a^2+x^2}} + \ln\left|x+\sqrt{a^2+x^2}\right|$$

<table>
<tr><td colspan="3">Información para las preguntas 1 a 3.

Un condensador de placas planas paralelas cuadradas de 75 cm de lado y 4 mm de separación entre placas se conecta a una diferencia de potencial de 100 V. A continuación, el condensador se desconecta de la fuente de poder y un agente externo acerca sus placas hasta una distancia de 2 mm de separación e introduce un material dieléctrico de constante k = 3 que llena completamente el espacio entre placas.</td></tr>
<tr><td>(1)</td><td>1.-</td><td>Calcule la capacidad del condensador inicial y la capacidad del condensador después de introducir el dieléctrico.
$A = L^2 = 0{,}75\,m^2$; $d = 4\times10^{-3}\,m$; $V_0 = 100\,V$; $k = 3$


$C_0 = \frac{\epsilon_0 A}{d} = 1{,}24\,nF$ (0.5)
$C = \frac{k\epsilon_0 A}{d/2} = 2k C_0 = 6 C_0 = 7{,}47\,nF$ (0.5)</td></tr>
<tr><td>(2)</td><td>2.-</td><td>Calcule la energía almacenada en el condensador inicial y después de introducir el dieléctrico.
$U_0 = \frac{1}{2} C_0 V_0^2 = 6{,}2\times10^{-6}\,J$ (1.0)
Como $Q_0 = C_0 V_0 = 124\,nC = cte$ (0.5)
$U = \frac{Q_0^2}{2C} = \frac{(1{,}24\times10^{-9})^2}{2\times7{,}47\times10^{-9}} = 1{,}03\times10^{-6}\,J$ (0.5)</td></tr>
<tr><td>(2)</td><td>3.-</td><td>Una vez introducido el dieléctrico, determine la densidad de carga en las placas del condensador y la densidad de carga inducida en la superficie del dieléctrico.

$\oint\!\!\oint \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{\sigma_0 A}{\epsilon_0} - \frac{\sigma_i A}{\epsilon_0}$
$E A = \frac{\sigma_0 A}{\epsilon_0} - \frac{\sigma_i A}{\epsilon_0}$
$\frac{E_0}{k} A = \frac{\sigma_0 A}{\epsilon_0} - \frac{\sigma_i A}{\epsilon_0}$
$\frac{\sigma_0}{k} = \sigma_0 - \sigma_i \Rightarrow$ (1.0)
donde $\sigma_0 = \frac{Q_0}{A} = 220{,}4\,\frac{nC}{m^2}$ (0.5)
$\sigma_i = \left(\frac{k-1}{k}\right)\sigma_0$
$\sigma_i = \frac{2}{3}\sigma_0 = 146{,}9\,\frac{nC}{m^2}$ (0.5)</td></tr>
</table>

(1) 4.- Una de medida antigua de seguridad en las casas era el uso de fusibles, compuestos por un trozo de alambre cilíndrico de cobre. Considerando que: la diferencia de potencial máxima en las casas es de 220 V, la corriente máxima permitida en las casas es de 10 A, la resistividad del cobre es $1.71\times10^{-8}\,\Omega m$ y el largo de los fusibles es de 2.5 cm, determine el radio máximo del cilindro de cobre que compone un fusible.



$V = 220V$
$I = 10A$
$\rho = 1.71\times10^{-8}\,\Omega m$
$l = 0.025$

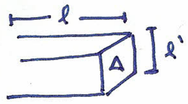
$$R = \frac{\rho l}{A} \Rightarrow A = \frac{\rho l}{R} \quad (0.5)$$

$$\pi r^2 = \frac{\rho l}{(V/I)}$$

$$\Rightarrow r = \sqrt{\frac{\rho l I}{\pi V}} = \sqrt{\frac{1.71\times10^{-8}\cdot 0.025\cdot 10}{\pi\cdot 220}}$$

$$\Rightarrow \boxed{r = 2.49\times10^{-6}\ m} \quad (0.5)$$

(2) 5.- Un bloque resistor con forma de paralelepípedo, tiene una sección transversal cuadrada de lado 1 cm. El largo del resistor es de 5 cm. Cuando el resistor se orienta a lo largo del eje x, la resistividad del material está dada por la expresión $\rho = 30\sqrt{1+x}\ \ \Omega m$. Determine la resistencia del bloque.



$l = 0.05m$
$l' = 0.01\ m$
$A = 0.0001\ m$
$\rho = 30\sqrt{1+x}$

$$R = \int \rho\frac{dl}{A} = \int_0^l \frac{30\sqrt{1+x}\cdot dx}{10^{-4}} \quad (1.0)$$

$$= 3\times10^5\cdot\frac{(1+x)^{3/2}}{3/2}\Big|_0^{0.05}$$

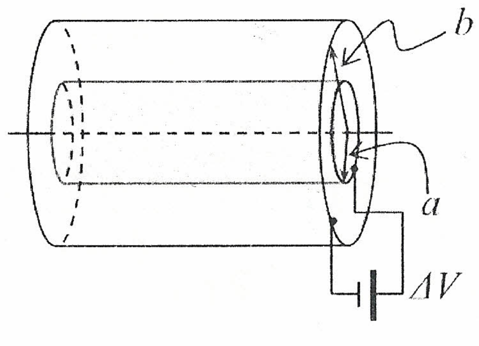
$$= 2\times10^5\left[(1.05)^{3/2} - 1\right]$$

$$= 2\times10^5\left[1.076 - 1\right]$$

$$\Rightarrow \boxed{R = 15.19\times10^3\ \Omega} \quad (1.0)$$

Información para las preguntas 6 y 7.

Se tienen dos cilindros conductores coaxiales de radios *a = 2 cm* y *b = 4 cm* y largo *l = 50 cm*. El espacio entre ellos se llena con un material de resistividad $\rho = [4.5\ r]\ \mathrm{x}10^{-2}\ \Omega\ m$. Se aplica una diferencia de potencial $\Delta V=2\ (V)$ entre los cilindros de manera que una corriente eléctrica fluye desde el cilindro interno al externo.



(1.5) 6.- Determine la intensidad de la corriente que fluye en el sistema.

$$R=\int\frac{\rho\,dr}{A(r)} = \int_a^b \frac{4.5\,\cancel{r}\times10^{-2}\,dr}{2\pi\cancel{r}\,\ell} \qquad (0.5)$$

$$= \frac{4.5\times10^{-2}}{2\pi(0.5)}\int_a^b dr$$

$$= \frac{4.5\times10^{-2}}{2\pi(0.5)}\, r\,\Big|_a^b = \frac{4.5\times10^{-2}}{2\pi(0.5)}(0.04-0.02) \Rightarrow \boxed{R=2.86\times10^{-4}\,\Omega} \quad (0.5)$$

Además $V=IR$

$$\Rightarrow \quad I=\frac{V}{R}=\frac{2}{2.86\times10^{-4}} \Rightarrow \boxed{I=6.98\times10^{3}\,A} \quad (0.5)$$

(1.5) 7.- Calcule la densidad de corriente y el campo eléctrico en un punto cualquiera ubicado entre los cilindros coaxiales.

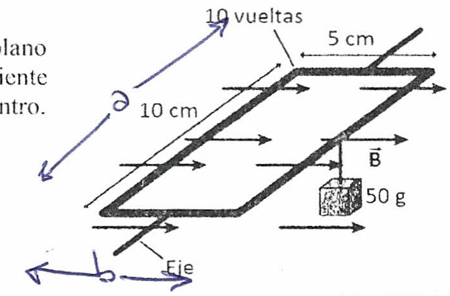
$$J=\frac{I}{A}=\frac{6.98\times10^{3}\,A}{2\pi r\ell} \Rightarrow J(r)=\frac{2.22\times10^{3}}{r} \qquad (0.5)$$

$$E(r)=\rho(r)\cdot J(r)$$

$$=4.5\times10^{-2}\cdot\cancel{r}\cdot\frac{2.22\times10^{3}}{\cancel{r}} \Rightarrow \boxed{E(r)=99.9\ \frac{V}{m}} \qquad (1.0)$$

Información para las preguntas 8 y 9.

Una bobina rectangular de 10 vueltas de alambre, que se ubica en un plano horizontal, paralela a un campo magnético horizontal uniforme, lleva una corriente de 2 A. La bobina tiene libertad de girar alrededor de un eje fijo a través del centro. Una masa de 50 g cuelga de un borde de la bobina, como muestra la figura.



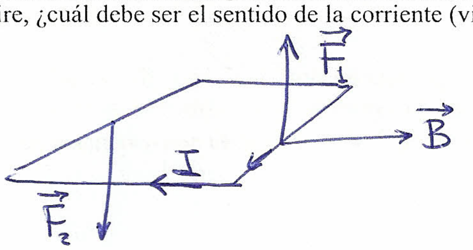
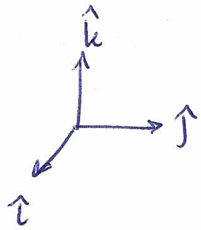
(2) 8.- ¿Qué magnitud de campo magnético $\vec{B}$ evitará que la bobina gire alrededor del eje?

$$\sum_i \vec{\tau}_i = 0 \Rightarrow \tau_{mg}-\tau_B=0 \qquad (0,5)$$

$$mg\frac{b}{2}-\underbrace{\mu B\,\mathrm{sen}\,90^\circ}_{NIabB}=0 \qquad (0,5)$$

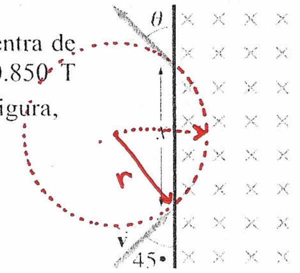
$$B=\frac{mg}{2NIa}=\frac{(50\times10^{-3}\,kg)(9,8\,m/s^2)}{10(2A)(0,1\,m)}=0.123\,T$$

(0,5) (0,5)

(0.5)	9.-	Para evitar que gire, ¿cuál debe ser el sentido de la corriente (visto desde arriba)? Explique su razonamiento.  regla de la mano derecha
(2)	10.-	Un alambre que se ubica a lo largo del eje x lleva una corriente I que apunta en la dirección negativa del eje x, en presencia de un campo magnético dado por $\vec{B} = \begin{cases} B_0 \dfrac{x^3}{L^3}\hat{k} & 0 \le x \le L \\ 0 & \textit{en otro lado} \end{cases}$  Encuentre el vector fuerza neta que actúa sobre el alambre. $d\vec{F} = I d\vec{\ell} \times \vec{B}$ $= I\,dx(-\hat{i}) \times B\hat{k}$ $= IB\,dx\,\hat{j}$ (0,5) $F = \int_0^L I B_0 \dfrac{x^3}{L^3}\,dx$ (0,5) $= \dfrac{IB_0}{L^3}\dfrac{x^4}{4}\Big\|_0^L$ (0,5) $= \dfrac{IB_0L}{4}$ $\boxed{\vec{F} = \frac{1}{4} I L B_0 \hat{j}}$ (0,5)

Información para las preguntas 11 y 12.

Un protón, que se desplaza con una rapidez de $v = 1.3\times10^5$ m/s en una región sin campos, entra de manera abrupta a un campo magnético aproximadamente uniforme de magnitud $B = 0.850$ T ($\vec{B} \perp \vec{v}$). Si el protón entra al campo magnético con un ángulo de 45°, como se ilustra en la figura,



(0.5) 11.- ¿A qué ángulo sale de la región?

Dentro de la zona de campo magnético, el protón realiza un trayectoria de un arco de circunferencia, por lo que el ángulo de entrada y salida son iguales

$\boxed{\theta = 45°}$ (0.5)

(2) 12.- ¿A qué distancia x saldrá del campo?

Si la única fuerza actuando es la fuerza magnética $\Rightarrow qvB = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow \boxed{r = \frac{mv}{qB}}$ (0.5)

La distancia x está dada por

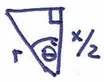
$\Rightarrow \operatorname{sen}\theta = \frac{x}{2}\cdot\frac{1}{r} \Rightarrow \boxed{x = 2r\operatorname{sen}\theta \quad \theta = 45°}$ (1.0)

$$\Rightarrow x = 2r\operatorname{sen}\theta$$

$$= 2\left(\frac{mv}{qB}\right)\operatorname{sen}45° = 2\left(\frac{1.67\times10^{-27}\cdot 1.3\times10^{5}}{1.6\times10^{-19}\cdot 0.850}\right)\operatorname{sen}45°$$

$\Rightarrow \boxed{x = 2.25\times10^{-3}\ m}$ (0.5)

También puede calcularse con

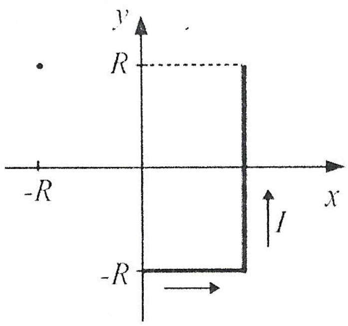


$\theta' = 45°$

$x = 2r\cos\theta' = 2r\operatorname{sen}\theta$

Información para pregunta 13 y 14.

Un conductor de longitud **3R** formado por dos segmentos perpendiculares entre sí conduce una corriente constante **I** en el sentido indicado en la figura.



(4) 17.- Calcule el vector campo magnético generado por esta corriente en el punto de coordenadas **(- R; R).**

$\vec{r} = -R\hat{\imath} + R\hat{\jmath}$ $\quad \vec{r} - \vec{r}_{\to} = -R\hat{\imath} + R\hat{\jmath} - x\hat{\imath} + R\hat{\jmath}$; $\vec{r} - \vec{r}_{\to} = -(R+x)\hat{\imath} + 2R\hat{\jmath}$

$\vec{r}_{\to} = x\hat{\imath} - R\hat{\jmath}$ $\quad \|\vec{r} - \vec{r}_{\to}\| = \sqrt{(R+x)^2 + 4R^2}$; $d\vec{\ell} = dx\,\hat{\imath}$

$$\vec{B}_{\to} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_0^R \frac{dx\,\hat{\imath} \times (-(R+x)\hat{\imath} + 2R\hat{\jmath})}{[(R+x)^2 + 4R^2]^{3/2}}$$

$$\vec{B}_{\to} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_0^R \frac{[-dx(R+x)\overset{0}{\cancel{\hat{\imath} \times \hat{\imath}}} + dx \cdot 2R\,\hat{\imath} \times \hat{\jmath}]}{[(R+x)^2 + 4R^2]^{3/2}}$$

$$\vec{B}_{\to} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_0^R \frac{2R\,dx\,\hat{k}}{[(R+x)^2 + 4R^2]^{3/2}} \quad (1.0) \quad = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \cdot 2R \left[\frac{R+x}{4R^2\sqrt{4R^2 + (x+R)^2}}\right]_0^R \hat{k}$$

$$\vec{B}_{\to} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} 2\cancel{R} \left[\frac{2\cancel{R}}{4R^{\cancel{2}}\sqrt{8}} - \frac{\cancel{R}}{4R^{\cancel{2}}\sqrt{5}}\right] \hat{k} = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}\left[\frac{1}{\sqrt{8}} - \frac{1}{2\sqrt{5}}\right]\hat{k}$$

$$\vec{B}_{\to} = \frac{\mu_0 I}{8\pi R}\left[\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{5}}\right]\hat{k} \quad (0.5)$$

$\vec{r} = -R\hat{\imath} + R\hat{\jmath}$; $\vec{r}_{\uparrow} = R\hat{\imath} + y\hat{\jmath}$; $\vec{r} - \vec{r}_{\uparrow} = -2R\hat{\imath} + (R-y)\hat{\jmath}$

$\|\vec{r} - \vec{r}_{\uparrow}\| = \sqrt{4R^2 + (R-y)^2}$

$d\vec{\ell} = dy\,\hat{\jmath}$

$$\vec{B}_{\uparrow} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{-R}^{R} \frac{dy\,\hat{\jmath} \times (-2R\hat{\imath} + (R-y)\hat{\jmath})}{[4R^2 + (R-y)^2]^{3/2}} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{-R}^{R} \frac{[-2R\,dy\,\hat{\jmath} \times \hat{\imath} + (R-y)\overset{0}{\cancel{dy\,\hat{\jmath} \times \hat{\jmath}}}]}{[4R^2 + (R-y)^2]^{3/2}}$$

$$\vec{B}_{\uparrow} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{-R}^{R} \frac{2R\,dy\,\hat{k}}{[4R^2 + (R-y)^2]^{3/2}} \quad (1.0) \quad = -\frac{\mu_0 I}{4\pi} \cdot 2R \left[\frac{R-y}{4R^2\sqrt{4R^2 + (R-y)^2}}\right]_{-R}^{R} \hat{k}$$

$$\vec{B}_{\uparrow} = -\frac{\mu_0 I}{4\pi} \cdot 2R \left[0 - \frac{2R}{4R^2\sqrt{4R^2 + 4R^2}}\right]\hat{k} \qquad \vec{B}_{\uparrow} = \frac{\mu_0 I}{8\pi R}\left[\frac{1}{\sqrt{2}}\right]\hat{k} \quad (0.5)$$

$$\vec{B}(-R,R) = \vec{B}_{\to} + \vec{B}_{\uparrow} = \frac{\mu_0 I}{8\pi R}\left[\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{2}}\right]\hat{k}$$

$$\vec{B}(-R,R) = \frac{\mu_0 I}{8\pi R}\left[\frac{2}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{5}}\right]\hat{k} \quad (1.0)$$

(2)	18.-	Si en ésta misma región existe un campo magnético $\vec{B} = -\frac{\mu_0 I}{2\pi(x+R)}\hat{k}$ Determine la fuerza magnética ejercida por este campo magnético sobre el segmento horizontal. $\vec{F} = \int_0^R I\,dx\,\hat{i} \times \frac{\mu_0 I}{2\pi(x+R)}(-\hat{k})$ (1.0) $= \frac{\mu_0 I^2}{2\pi}\int_0^R \frac{dx}{x+R}\,\hat{j}$ $\vec{F} = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi}\ln(x+R)\Big\vert_0^R\,\hat{j} = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi}[\ln 2R - \ln R]\,\hat{j}$ $\vec{F} = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi}\ln 2\,\hat{j}$ (1.0)