

# 25

## CORRIENTE, RESISTENCIA Y FUERZA ELECTROMOTRIZ

### METAS DE APRENDIZAJE

**Al estudiar este capítulo,  
usted aprenderá:**

- El significado de la corriente eléctrica y cómo se desplaza la carga en un conductor.
- El significado de la resistividad y la conductividad eléctrica de una sustancia.
- Cómo calcular la resistencia de un conductor a partir de sus dimensiones y su resistividad.
- El modo en que una fuerza electromotriz (fem) hace posible que la corriente fluya en un circuito.
- Cómo efectuar cálculos que implican energía y potencia en circuitos.

**?** En una linterna, la cantidad de corriente que sale de la bombilla eléctrica, ¿es menor, mayor o igual a la cantidad de corriente que entra a la bombilla?



**E**n los pasados cuatro capítulos estudiamos las interacciones de las cargas eléctricas *en reposo*; ahora estamos listos para estudiar las cargas *en movimiento*. Una *corriente eléctrica* consiste en cargas en movimiento de una región a otra. Cuando este desplazamiento tiene lugar en una trayectoria de conducción que forma una espira cerrada, la trayectoria recibe el nombre de *circuito eléctrico*.

Fundamentalmente, los circuitos eléctricos son un medio de transportar *energía* de un lugar a otro. A medida que las partículas se desplazan por un circuito, la energía potencial eléctrica se transfiere de una fuente (como una batería o un generador) a un dispositivo en el que se almacena o se convierte en otra forma: sonido en un equipo estereofónico, o calor y luz en un tostador o una eléctrica, por ejemplo. Desde el punto de vista tecnológico, los circuitos eléctricos son útiles porque permiten transportar energía sin que haya partes macroscópicas móviles (además de las partículas con carga en movimiento). Los circuitos eléctricos son la base de las linternas, los reproductores de CD, las computadoras, los transmisores y receptores de radio y televisión, y los sistemas domésticos e industriales de distribución de energía eléctrica. Los sistemas nerviosos de los animales y los humanos son circuitos eléctricos especializados que conducen señales vitales de una parte del cuerpo a otra.

En el capítulo 26 veremos la manera de analizar circuitos eléctricos y estudiaremos algunas de sus aplicaciones prácticas. Sin embargo, antes de ello, habrá que entender las propiedades básicas de las corrientes eléctricas, que es el tema de este capítulo. Comenzaremos por describir la naturaleza de los conductores eléctricos y ver cómo los afecta la temperatura. Aprenderemos por qué un alambre corto, grueso y frío es mejor conductor que otro largo, delgado y caliente. Estudiaremos otras propiedades de las baterías y veremos cómo producen corriente y transfieren energía en un circuito. En este análisis usaremos los conceptos de corriente, diferencia de potencial (o voltaje), resistencia y fuerza electromotriz. Por último, estudiaremos las corrientes eléctricas en un material desde el punto de vista microscópico.

## 25.1 Corriente eléctrica

Una **corriente eléctrica** es todo movimiento de carga de una región a otra. En esta sección estudiaremos las corrientes en los materiales conductores. La gran mayoría de aplicaciones tecnológicas de cargas en movimiento implican corrientes de este tipo.

En situaciones electrostáticas (las cuales se analizaron en los capítulos 21 a 24), el campo eléctrico dentro de un conductor es igual a cero, y *no* hay corriente. Sin embargo, esto no significa que todas las cargas en el interior del conductor estén en reposo. En un metal común, como el cobre o el aluminio, algunos de los electrones están en libertad para moverse dentro del material conductor. Estos electrones libres se mueven al azar en todas direcciones, en forma parecida a como lo hacen las moléculas de un gas, sólo que con una rapidez mucho mayor, del orden de  $10^6$  m/s. No obstante, los electrones no escapan del material conductor, ya que son atraídos hacia los iones positivos del material. El movimiento de los electrones es aleatorio, por lo que no hay un flujo *neto* de carga en ninguna dirección y, por consiguiente, no existe corriente.

Ahora, considere lo que pasa si se establece un campo eléctrico  $\vec{E}$  constante y estable dentro de un conductor. (Más adelante se verá cómo ocurre esto.) En ese caso, una partícula con carga (como un electrón libre) en el interior del material conductor se somete a una fuerza estable  $\vec{F} = q\vec{E}$ . Si la partícula con carga se moviera en el *vacío*, esta fuerza estable ocasionaría una aceleración estable en dirección de  $\vec{F}$ , y después de cierto tiempo la partícula con carga se desplazaría en esa dirección con gran rapidez. Pero una partícula con carga en movimiento en un *conductor* experimenta colisiones frecuentes con los iones masivos y casi estacionarios del material. En cada colisión, la dirección en que se mueve la partícula sufre un cambio aleatorio. El efecto neto del campo eléctrico  $\vec{E}$  es que, además del movimiento al azar de las partículas con carga dentro del conductor, también hay un movimiento neto muy lento o *deriva* de las partículas con carga que se desplazan como grupo en dirección de la fuerza eléctrica  $\vec{F} = q\vec{E}$  (figura 25.1). Este movimiento queda descrito en términos de la **velocidad de deriva**  $\vec{v}_d$  de las partículas. Como resultado, existe una corriente neta en el conductor.

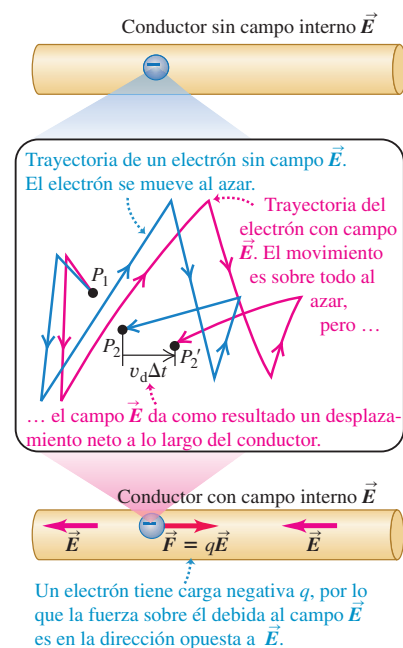
Si bien el movimiento aleatorio de los electrones tiene una rapidez media muy grande, alrededor de  $10^6$  m/s, la rapidez de deriva es muy baja, con frecuencia del orden de  $10^{-4}$  m/s. Como los electrones se mueven con tanta lentitud, tal vez se pregunte por qué la luz se enciende de inmediato cuando se activa el interruptor de una linterna. La razón es que el campo eléctrico se establece en el alambre conductor con una rapidez cercana a la de la luz, y los electrones comienzan a desplazarse a todo lo largo del alambre casi al mismo tiempo. En realidad no es muy relevante el tiempo que toma a cualquier electrón individual trasladarse del interruptor a la bombilla. Una buena analogía es un grupo de soldados a la espera de la orden de un sargento para comenzar a marchar; la orden llega a oídos de los soldados con la rapidez del sonido, que es mucho mayor que aquella a que marchan, por lo que los soldados comienzan a marchar prácticamente al unísono.

### Dirección del flujo de corriente

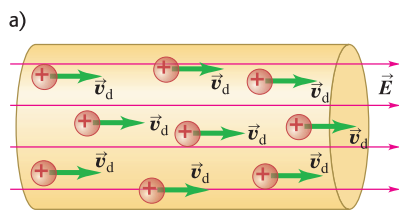
La deriva de las cargas en movimiento a través de un conductor puede interpretarse en términos de trabajo y energía. El campo eléctrico  $\vec{E}$  efectúa trabajo sobre las cargas en movimiento. La energía cinética resultante se transfiere al material del conductor por medio de colisiones con los iones, los cuales vibran en torno a sus posiciones de equilibrio en la estructura cristalina del conductor. Esta transferencia de energía incrementa la energía media de vibración de los iones y, por lo tanto, la temperatura del material. Así, gran parte del trabajo realizado por el campo eléctrico se dedica a calentar el conductor, *no* a hacer que las cargas se muevan cada vez más rápido. Este calentamiento a veces resulta útil, como en el caso de un tostador eléctrico, pero en muchas situaciones es tan sólo un subproducto inevitable del flujo de la corriente.

En distintos materiales que conducen corriente, las cargas de las partículas en movimiento son positivas o negativas. En los metales las cargas en movimiento siempre son electrones (negativos), mientras que en un gas ionizado (plasma) o una solución iónica,

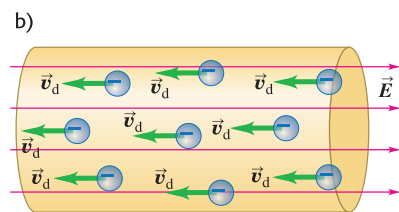
**25.1** Si no hay campo eléctrico en el interior de un conductor, un electrón se traslada al azar del punto  $P_1$  al punto  $P_2$  en el momento  $\Delta t$ . Si está presente un campo eléctrico  $\vec{E}$ , la fuerza eléctrica  $\vec{F} = q\vec{E}$  impone una pequeña deriva (muy exagerada en la ilustración) que lleva al electrón al punto  $P'_2$ , a una distancia  $v_d \Delta t$  de  $P_2$  en dirección de la fuerza.



**25.2** La misma corriente es producida por a) cargas positivas que se trasladan en dirección del campo eléctrico  $\vec{E}$ , o b) el mismo número de cargas negativas que se desplazan con la misma rapidez en la dirección opuesta a  $\vec{E}$ .

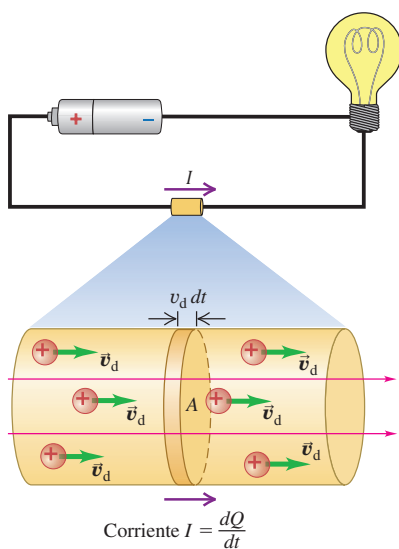


Una **corriente convencional** es tratada como un flujo de cargas positivas, sin importar si las cargas libres en el conductor son positivas, negativas o ambas.



En un conductor metálico, las cargas en movimiento son electrones, pero la corriente aún apunta en la dirección en que fluirían las cargas positivas.

**25.3** La corriente  $I$  es la tasa de transferencia de carga a través del área de la sección transversal  $A$ . En promedio, la componente aleatoria del movimiento de cada partícula con carga es cero, y la corriente va en la misma dirección de  $\vec{E}$  sin que importe si las cargas en movimiento son positivas (como se ilustra) o negativas (véase la figura 25.2b).



las cargas en movimiento incluyen tanto electrones como iones con carga positiva. En un material semiconductor, como el germanio o el silicio, la conducción ocurre en parte por los electrones y en parte por el movimiento de las *vacantes*, también llamadas *huecos*, que son sitios donde se pierden electrones y actúan como cargas positivas.

La figura 25.2 presenta segmentos de dos materiales diferentes portadores de corriente. En la figura 25.2a, las cargas en movimiento son positivas, la fuerza eléctrica ocurre en la misma dirección que  $\vec{E}$ , y la velocidad de deriva  $\vec{v}_d$  es de izquierda a derecha. En la figura 25.2b las cargas son negativas, la fuerza eléctrica es opuesta a  $\vec{E}$ , y la velocidad de deriva  $\vec{v}_d$  es de derecha a izquierda. En ambos casos hay un flujo neto de carga positiva de izquierda a derecha, y las cargas positivas terminan a la derecha de las negativas. Definimos que la corriente, denotada por  $I$ , va en la dirección en la que hay un flujo de carga *positiva*. Por ello, las corrientes se describen como si consistieran por completo en un flujo de cargas positivas, aun en los casos en que se sabe que la corriente real se debe a electrones. Así, en las figuras 25.2a y 25.2b la corriente es hacia la derecha. Esta convención sobre la dirección del flujo de la corriente se llama **corriente convencional**. Aunque la dirección de la corriente convencional *no* es necesariamente la misma en que se desplazan en realidad las partículas con carga, veremos que el signo de las cargas en movimiento tiene poca importancia en el análisis de los circuitos eléctricos.

La figura 25.3 muestra un segmento de conductor por el que fluye una corriente. Se considera que las cargas en movimiento son *positivas*, por lo que se mueven en la misma dirección que la corriente. Definimos la corriente a través del área de sección transversal  $A$  como *la carga neta que fluye a través del área por unidad de tiempo*. De esta forma, si una carga neta  $dQ$  fluye a través de un área en el tiempo  $dt$ , la corriente  $I$  a través del área es

$$I = \frac{dQ}{dt} \quad (\text{definición de corriente}) \quad (25.1)$$

**CUIDADO** La corriente **no es un vector** Aunque nos referimos a la *dirección* de una corriente, la corriente, tal como está definida en la ecuación (25.1), *no* es una cantidad vectorial. En un conductor portador de corriente, la corriente siempre va a lo largo del conductor sin importar si es recto o curvo. Ningún vector podría describir el movimiento a lo largo de una trayectoria curva, y por eso la corriente no es un vector. Por lo general describiremos la dirección de la corriente ya sea con palabras (por ejemplo, “la corriente fluye por el circuito en el sentido horario”) o eligiendo una corriente como positiva si fluye en un sentido a lo largo de un conductor, y negativa si fluye en sentido contrario. ■

La unidad del SI para la corriente es el **ampere**; un ampere se define como *un coulomb por segundo* ( $1 \text{ A} = 1 \text{ C/s}$ ). Esta unidad recibe su nombre en honor del científico francés André Marie Ampère (1775-1836). Cuando se enciende una linterna común (de pilas tamaño D), la corriente en ella es aproximadamente de 0.5 a 1 A; la corriente en los cables del motor de arranque de un automóvil es de alrededor de 200 A. Las corrientes en los circuitos de radio y televisión por lo general se expresan en *miliamperes* ( $1 \text{ mA} = 10^{-3} \text{ A}$ ) o *microamperes* ( $1 \mu\text{A} = 10^{-6} \text{ A}$ ), y las corrientes en los circuitos de computadoras son del orden de *nanoamperes* ( $1 \text{ nA} = 10^{-9} \text{ A}$ ) o *picoamperes* ( $1 \text{ pA} = 10^{-12} \text{ A}$ ).

## Corriente, velocidad de deriva y densidad de corriente

La corriente se puede expresar en términos de la velocidad de deriva de las cargas en movimiento. Consideremos de nuevo la situación de la figura 25.3, que ilustra un conductor con área de sección transversal  $A$  y un campo eléctrico  $\vec{E}$  dirigido de izquierda a derecha. Para comenzar, se supondrá que las cargas libres en el conductor son positivas; entonces, la velocidad de deriva tiene la misma dirección que el campo.

Suponga que hay  $n$  partículas con carga en movimiento por unidad de volumen. Llamaremos  $n$  a la **concentración** de partículas, cuya unidad correspondiente del SI es  $\text{m}^{-3}$ . Suponga que todas las partículas se mueven con la misma velocidad de deriva con magnitud  $v_d$ . En un intervalo de tiempo  $dt$ , cada partícula se mueve una distancia  $v_d dt$ . Las partículas que fluyen hacia fuera del extremo derecho del cilindro sombreado cuya longitud es  $v_d dt$  durante  $dt$  son partículas que estuvieron dentro del cilindro al comienzo del intervalo  $dt$ . El volumen del cilindro es  $Av_d dt$ , y el número

de partículas dentro es  $nAv_d dt$ . Si cada partícula tiene una carga  $q$ , la carga  $dQ$  que fluye hacia fuera por el extremo del cilindro durante el tiempo  $dt$  es

$$dQ = q(nAv_d dt) = nqv_d A dt$$

y la corriente es

$$I = \frac{dQ}{dt} = nqv_d A$$

La corriente *por unidad de área de la sección transversal* se denomina **densidad de corriente**  $J$ :

$$J = \frac{I}{A} = nqv_d$$

Las unidades de la densidad de corriente son amperes por metro cuadrado ( $A/m^2$ ).

Si las cargas en movimiento son negativas en vez de positivas, como en la figura 25.2b, la velocidad de deriva es opuesta a  $\vec{E}$ . Pero la *corriente* aún tiene la misma dirección que  $\vec{E}$  en cada punto del conductor. Entonces, la corriente  $I$  y la densidad de corriente  $J$  no dependen del signo de la carga, por lo que en las expresiones anteriores para  $I$  y  $J$ , la carga  $q$  se sustituye por su valor absoluto  $|q|$ :

$$I = \frac{dQ}{dt} = n|q|v_d A \quad (\text{expresión general para la corriente}) \quad (25.2)$$

$$J = \frac{I}{A} = n|q|v_d \quad (\text{expresión general para la densidad de corriente}) \quad (25.3)$$

La corriente en un conductor es el producto de la concentración de las partículas en movimiento con carga, la magnitud de la carga de cada una de esas partículas, la magnitud de la velocidad de deriva y el área de la sección transversal del conductor.

Se puede definir además una densidad de corriente *vectorial*  $\vec{J}$  que incluye la dirección de la velocidad de deriva:

$$\vec{J} = nq\vec{v}_d \quad (\text{densidad de corriente vectorial}) \quad (25.4)$$

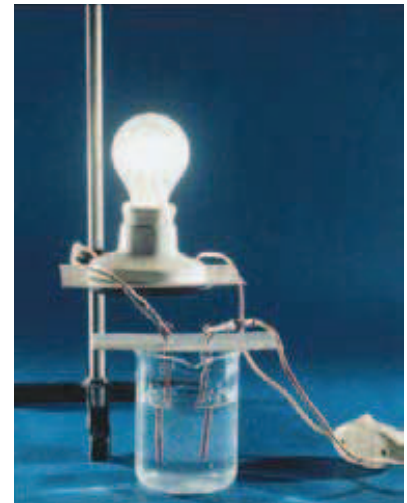
En la ecuación (25.4) *no* hay signos de valor absoluto. Si  $q$  es positiva,  $\vec{v}_d$  tiene la misma dirección que  $\vec{E}$ ; si  $q$  es negativa,  $\vec{v}_d$  es opuesta a  $\vec{E}$ . En cualquier caso,  $\vec{J}$  tiene la misma dirección que  $\vec{E}$ . La ecuación (25.3) da la *magnitud*  $J$  de la densidad de corriente vectorial  $\vec{J}$ .

**CUIDADO** **Densidad de corriente contra corriente** Observe que la densidad de corriente  $\vec{J}$  es un vector, pero la corriente  $I$  no lo es. La diferencia está en que la densidad de corriente  $\vec{J}$  describe cómo fluyen las cargas en cierto punto, y la dirección del vector indica la dirección del flujo en ese punto. En contraste, la corriente  $I$  describe la forma en que fluyen las cargas a través de un objeto extendido, como un alambre. Por ejemplo,  $I$  tiene el mismo valor en todos los puntos del circuito de la figura 25.3, pero  $\vec{J}$  no: la densidad de corriente está dirigida hacia abajo en el lado izquierdo de la espira y hacia arriba en el lado derecho. La magnitud de  $\vec{J}$  también puede variar alrededor del circuito. En la figura 25.3, la magnitud de la densidad de corriente  $J = I/A$  es menor en la batería (que tiene un área de sección transversal mayor  $A$ ) que en los alambres (los cuales tienen un área pequeña de sección transversal). ■

En general, un conductor puede contener varias clases diferentes de partículas con carga en movimiento  $q_1, q_2, \dots$ , concentraciones  $n_1, n_2, \dots$ , y velocidades de deriva con magnitudes  $v_{d1}, v_{d2}, \dots$ . Un ejemplo es el flujo de corriente en una solución iónica (figura 25.4). En una solución de cloruro de sodio, la corriente es transportada tanto por los iones positivos de sodio como por iones negativos de cloro; la corriente total  $I$  se encuentra sumando las corrientes debidas a cada clase de partícula con carga mediante la ecuación (25.2). Asimismo, el total de densidad de corriente vectorial  $\vec{J}$  se obtiene mediante la ecuación (25.4) para cada tipo de partícula con carga y sumando los resultados.

En la sección 25.4 se verá que es posible tener una corriente *estacionaria* (es decir, constante en el tiempo) sólo si el material conductor forma una espira cerrada, llamada

**25.4** Parte del circuito eléctrico que incluye esta bombilla eléctrica pasa a través de un vaso de precipitados que contiene una solución de cloruro de sodio. La corriente en la solución es transportada tanto por cargas positivas (iones  $\text{Na}^+$ ) como por cargas negativas (iones  $\text{Cl}^-$ ).



*circuito completo.* En una situación estacionaria, la carga total en cada segmento del conductor es constante. Por lo tanto, la tasa de flujo de carga *hacia fuera* de un extremo de un segmento en cualquier instante es igual a la tasa de flujo de carga *hacia dentro* en el otro extremo del segmento, y *la corriente es la misma en todas las secciones transversales del circuito.* Más adelante en este capítulo, cuando analicemos circuitos eléctricos recurriremos a esta observación.

En muchos circuitos simples, como los de linternas de mano o los taladros eléctricos inalámbricos, la dirección de la corriente siempre es la misma; a esto se le llama *corriente directa*. Pero los aparatos domésticos, tales como tostadores, refrigeradores y televisores utilizan *corriente alterna*, lo que significa que la corriente cambia continuamente de dirección. En este capítulo sólo consideraremos la corriente directa. La corriente alterna tiene muchas características especiales que ameritan un estudio detallado, las cuales analizaremos en el capítulo 31.

### Ejemplo 25.1 Densidad de corriente y velocidad de deriva en un alambre

Un alambre de cobre del número 18 (el calibre que por lo general se utiliza en los cables para lámparas), tiene un diámetro nominal de 1.02 mm. Conduce una corriente constante de 1.67 A para alimentar una bombilla de 200 watts. La densidad de electrones libres es de  $8.5 \times 10^{28}$  electrones por metro cúbico. Determine las magnitudes de a) la densidad de corriente y b) la velocidad de deriva.

#### SOLUCIÓN

**IDENTIFICAR:** Este problema se apoya en las relaciones entre corriente, densidad de corriente y velocidad de deriva.

**PLANTEAR:** Se conoce la corriente y las dimensiones del alambre, por lo que se emplea la ecuación (25.3) para calcular la magnitud  $J$  de la densidad de corriente. Después se emplea la ecuación (25.3) de nuevo para obtener la velocidad de deriva  $v_d$  a partir de  $J$  y la concentración de electrones.

**EJECUTAR:** a) El área de la sección transversal es

$$A = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi (1.02 \times 10^{-3} \text{ m})^2}{4} = 8.17 \times 10^{-7} \text{ m}^2$$

La magnitud de la densidad de corriente es

$$J = \frac{I}{A} = \frac{1.67 \text{ A}}{8.17 \times 10^{-7} \text{ m}^2} = 2.04 \times 10^6 \text{ A/m}^2$$

b) Al despejar la magnitud de la velocidad de deriva  $v_d$  en la ecuación (25.3), se obtiene

$$v_d = \frac{J}{n|q|} = \frac{2.04 \times 10^6 \text{ A/m}^2}{(8.5 \times 10^{28} \text{ m}^{-3})(-1.60 \times 10^{-19} \text{ C})} = 1.5 \times 10^{-4} \text{ m/s} = 0.15 \text{ mm/s}$$

**EVALUAR:** A esta rapidez, un electrón requeriría 6700 s (alrededor de 1 hora con 50 minutos) para recorrer un alambre con longitud de 1 m. La rapidez del movimiento aleatorio de los electrones es del orden de  $10^6$  m/s, por lo que en este ejemplo la velocidad de deriva es cerca de  $10^{10}$  veces más lenta que la velocidad del movimiento aleatorio. ¡Imagine a los electrones rebotando en forma frenética, por todas partes, con una deriva sumamente lenta!

**Evalúe su comprensión de la sección 25.1** Suponga que se reemplaza el alambre del ejemplo 25.1 por otro de cobre de calibre 12, el cual tiene el doble de diámetro que uno de calibre 18. Si la corriente es la misma, ¿qué efecto tendría esto en la magnitud de la velocidad de deriva  $v_d$ ? i) Ninguno,  $v_d$  no cambiaría; ii) el valor de  $v_d$  se duplicaría; iii)  $v_d$  sería cuatro veces mayor; iv)  $v_d$  tendría un valor igual a la mitad; v)  $v_d$  sería la cuarta parte.



## 25.2 Resistividad

La densidad de corriente  $\vec{J}$  en un conductor depende del campo eléctrico  $\vec{E}$  y de las propiedades del material. En general, esta dependencia es muy compleja. Pero para ciertos materiales, en especial metálicos, a una temperatura dada,  $\vec{E}$  es casi *directamente proporcional* a  $\vec{J}$ , y la razón de las magnitudes de  $E$  y  $J$  es constante. Esta relación, llamada ley de Ohm, fue descubierta en 1826 por el físico alemán Georg Simon Ohm (1787-1854). En realidad, la palabra “ley” debería escribirse entre comillas, ya que la **ley de Ohm** —al igual que la ecuación de los gases ideales y la ley de Hooke— es un *modelo idealizado* que describe muy bien el comportamiento de ciertos materiales, pero no es una descripción general de *toda* la materia. En el siguiente análisis supondremos que es válida la ley de Ohm, aun cuando existen muchos casos en que no lo es. La situación es comparable a nuestra representación del comportamiento de las fuerzas de fricción estática y cinética, las cuales fueron tratadas como si fueran directamente proporcionales a la fuerza normal, aunque sabíamos que en el mejor de los casos ésta era una descripción aproximada.



**Tabla 25.1** Resistividades a temperatura ambiente (20 °C)

Sustancia	$\rho (\Omega \cdot \text{m})$	Sustancia	$\rho (\Omega \cdot \text{m})$
<b>Conductores</b>		<b>Semiconductores</b>	
Metales	Plata	Carbono puro (grafito)	$3.5 \times 10^{-5}$
	Cobre	Germanio puro	0.60
	Oro	Silicio puro	2300
	Aluminio	<b>Aislantes</b>	
	Tungsteno	Ámbar	$5 \times 10^{14}$
	Acero	Vidrio	$10^{10}$ – $10^{14}$
	Plomo	Lucita	$>10^{13}$
Aleaciones	Mercurio	Mica	$10^{11}$ – $10^{15}$
	Manganina (84% Cu, 12% Mn, 4% Ni)	Cuarzo (fundido)	$75 \times 10^{16}$
	Constantán (60% Cu, 40% Ni)	Azufre	$10^{15}$
	Nicromel	Teflón	$>10^{13}$
		Madera	$10^8$ – $10^{11}$

La **resistividad**  $\rho$  de un material se define como la razón de las magnitudes del campo eléctrico y la densidad de corriente:

$$\rho = \frac{E}{J} \quad (\text{definición de resistividad}) \quad (25.5)$$

Cuanto mayor sea la resistividad, tanto mayor será el campo necesario para causar una densidad de corriente dada, o tanto menor la densidad de corriente ocasionada por un campo dado. De la ecuación (25.5) se desprende que las unidades de  $\rho$  son  $(\text{V/m})/(\text{A/m}^2) = \text{V} \cdot \text{m}/\text{A}$ . Como se verá en la siguiente sección, 1 V/A se llama un *ohm* (1  $\Omega$ ; se usa la letra griega  $\Omega$ , omega, que es una aliteración de “ohm”). Por consiguiente, las unidades del SI para  $\rho$  son  $\Omega \cdot \text{m}$  (ohm-metros). La tabla 25.1 lista algunos valores representativos de resistividad. Un conductor perfecto tendría una resistividad igual a cero; y un aislante perfecto tendría resistividad infinita. Los metales y las aleaciones tienen las menores resistividades y son los mejores conductores. Las resistividades de los aislantes son mayores que las de los metales en un factor enorme, del orden de  $10^{22}$ .

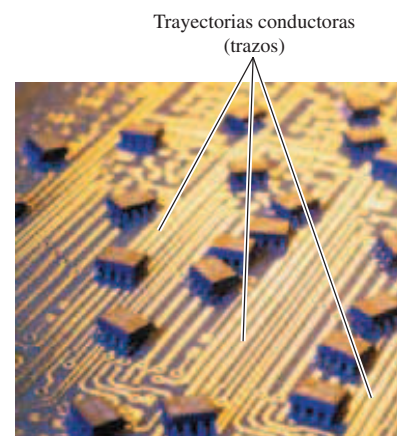
El recíproco de la resistividad es la **conductividad**. Sus unidades son  $(\Omega \cdot \text{m})^{-1}$ . Los buenos conductores de la electricidad tienen una conductividad mayor que la de los aislantes. La conductividad es el análogo eléctrico directo de la conductividad térmica. Si se compara la tabla 25.1 con la 17.5 (conductividades térmicas), se observa que los buenos conductores eléctricos, como los metales, por lo general son buenos conductores del calor. Los malos conductores de la electricidad, como la cerámica y los materiales plásticos, también son malos conductores térmicos. En un metal los electrones libres que transportan la carga en la conducción eléctrica también son el mecanismo principal para la conducción del calor, por lo que es de esperar que haya una correlación entre la conductividad eléctrica y la térmica. Debido a la enorme diferencia en conductividad entre los conductores eléctricos y los aislantes, es fácil confinar las corrientes eléctricas a trayectorias o circuitos bien definidos (figura 25.5). La variación en la conductividad *térmica* es mucho menor, sólo alrededor de un factor de  $10^3$ , y por lo general es imposible confinar flujos de calor hasta ese grado.

Los *semiconductores* tienen resistividades intermedias entre las de los metales y las de los aislantes. Estos materiales son importantes en virtud de la forma en que sus resistividades se ven afectadas por la temperatura y por pequeñas cantidades de impurezas.

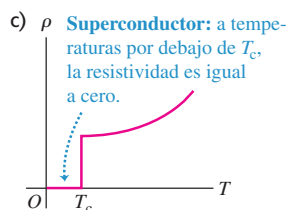
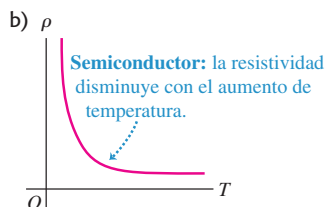
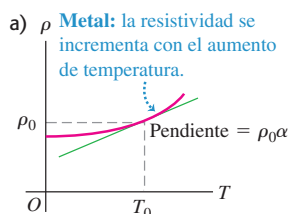
Un material que obedece razonablemente bien la ley de Ohm se llama conductor *óhmico* o conductor *lineal*. Para esos materiales, a una temperatura dada,  $\rho$  es una constante que no depende del valor de  $E$ . Muchos materiales muestran un comportamiento que se aparta mucho de la ley de Ohm, por lo que se denominan *no óhmicos* o *no lineales*. En estos materiales,  $J$  depende de  $E$  de manera más complicada.

Las analogías con el flujo de fluidos son de gran ayuda para desarrollar la intuición con respecto a la corriente y los circuitos eléctricos. Por ejemplo, en la fabricación de vino o jarabe de maple, en ocasiones se filtra el producto para retirar los sedimentos. Una bomba fuerza al fluido sometiéndolo a presión para que pase a través del filtro; si la tasa de flujo (análoga a  $J$ ) es proporcional a la diferencia de presión entre los lados corriente arriba y corriente abajo (análoga a  $E$ ), el comportamiento es análogo al que describe la ley de Ohm.

**25.5** Los “alambres” de cobre, o trazos, en esta tarjeta de circuitos están impresos directamente sobre la superficie de la tarjeta aislante de color oscuro. Aun cuando los trazos se encuentran muy próximos entre sí (a un milímetro de distancia), la tarjeta tiene una resistividad tan grande (y baja conductividad) en comparación con el cobre, que ninguna corriente puede fluir entre los trazos.



**25.6** Variación de la resistividad  $\rho$  con la temperatura absoluta  $T$  para a) un metal normal, b) un semiconductor y c) un superconductor. En a), la aproximación lineal a  $\rho$  como función de  $T$  se muestra con línea color verde; la aproximación coincide exactamente en  $T = T_0$ , donde  $\rho = \rho_0$ .



## Resistividad y temperatura

La resistividad de un conductor *metálico* casi siempre se incrementa al aumentar la temperatura, como se ilustra en la figura 25.6a. A medida que la temperatura se incrementa, los iones del conductor vibran con mayor amplitud, lo que hace más probable que un electrón en movimiento colisione con un ion, como se ilustra en la figura 25.1; esto dificulta la deriva de los electrones a través del conductor y con ello reduce la corriente. En un pequeño intervalo de temperatura (hasta 100 °C, aproximadamente), la resistividad de un metal queda representada en forma adecuada por la ecuación:

$$\rho(T) = \rho_0[1 + \alpha(T - T_0)] \quad \text{(dependencia de la resistividad con respecto a la temperatura)} \quad (25.6)$$

donde  $\rho_0$  es la resistividad de una temperatura de referencia  $T_0$  (a menudo 0 °C o 20 °C) y  $\rho(T)$  es la resistividad a la temperatura  $T$ , que puede ser mayor o menor que  $T_0$ . El factor  $\alpha$  se llama **coeficiente de temperatura de la resistividad**, y en la tabla 25.2 se presentan algunos de sus valores representativos. La resistividad de la aleación llamada manganina es prácticamente independiente de la temperatura.

**Tabla 25.2** Coeficientes de temperatura de la resistividad (valores aproximados cerca de la temperatura ambiente)

Material	$\alpha [(\text{°C})^{-1}]$	Material	$\alpha [(\text{°C})^{-1}]$
Aluminio	0.0039	Plomo	0.0043
Latón	0.0020	Manganina	0.00000
Carbono (grafito)	-0.0005	Mercurio	0.00088
Constantán	0.00001	Nicromel	0.0004
Cobre	0.00393	Plata	0.0038
Hierro	0.0050	Tungsteno	0.0045

La resistividad del grafito (un no metal) *disminuye* con el aumento de la temperatura, ya que a temperaturas más elevadas, más electrones “se desprenden” de los átomos y se vuelven móviles; de ahí que el coeficiente de temperatura (o térmico) de la resistividad del grafito sea negativo. Este mismo comportamiento lo presentan los semiconductores (figura 25.6b). Por consiguiente, medir la resistividad de un pequeño cristal semiconductor significa medir la temperatura con mucha exactitud; éste es el principio de un tipo de termómetro llamado *termistor*.

Algunos materiales, que incluyen algunas aleaciones y óxidos metálicos, presentan un fenómeno llamado *superconductividad*. Al principio, conforme la temperatura desciende, la resistividad disminuye de manera uniforme, como la de cualquier metal. Pero después de cierta temperatura crítica,  $T_c$ , ocurre una fase de transición, y la resistividad cae abruptamente hasta cero, como se ilustra en la figura 25.6c. Una vez que se ha establecido una corriente en un superconductor en forma de anillo, continúa en forma indefinida sin la presencia de ningún campo que la impulse.

La superconductividad fue descubierta en 1911 por el físico holandés Heike Kamerlingh Onnes (1853-1926). Él descubrió que a temperaturas muy bajas, inferiores a 4.2 K, la resistividad del mercurio disminuía de manera repentina hasta cero. Durante los 75 años siguientes, la  $T_c$  más alta que se logró fue de 20 K. Esto quería decir que la superconductividad se conseguía sólo cuando el material se enfriaba por medio del costoso helio líquido, con punto de ebullición de 4.2 K, o hidrógeno líquido explosivo, cuyo punto de ebullición es de 20.3 K. Sin embargo, en 1986, Karl Müller y Johannes Bednorz descubrieron un óxido de bario, lantano y cobre, con  $T_c$  cercana a 40 K, con lo que comenzó la carrera por desarrollar materiales superconductores de “alta temperatura”.

En 1987 se descubrió un óxido complejo de itrio, cobre y bario con un valor de  $T_c$  muy por encima de la temperatura de ebullición de 77 K del nitrógeno líquido, un refrigerante de bajo costo y seguro. La marca actual (en 2006) para la  $T_c$  a presión atmosférica es de 138 K, y los materiales superconductores a temperatura ambiente pueden llegar a ser una realidad. Las implicaciones de estos descubrimientos para los sistemas de distribución de energía, diseño de computadoras y sistemas de transporte son enormes. Mientras tanto, en aceleradores de partículas y ciertos trenes experimentales de levitación magnética se utilizan electroimanes superconductores enfriados con helio líquido. Los superconductores tienen otras propiedades exóticas que requieren la comprensión del magnetismo, un tema que estudiaremos en el capítulo 29.

**Evalúe su comprensión de la sección 25.2** Se mantiene un campo eléctrico constante dentro de un elemento semiconductor al mismo tiempo que se reduce la temperatura de éste. ¿Qué sucede con la densidad de corriente en el semiconductor?

i) Aumenta; ii) disminuye; iii) permanece sin cambio.



## 25.3 Resistencia

Para un conductor con resistividad  $\rho$ , con densidad de corriente  $\vec{J}$  en un punto, el campo eléctrico  $\vec{E}$  está dado por la ecuación (25.5), que se escribe como

$$\vec{E} = \rho \vec{J} \quad (25.7)$$

Cuando se cumple la ley de Ohm,  $\rho$  es constante e independiente de la magnitud del campo eléctrico, por lo que  $\vec{E}$  es directamente proporcional a  $\vec{J}$ . Sin embargo, es frecuente que estemos más interesados en el total de corriente en un conductor que en  $\vec{J}$ , y también que tengamos más interés en la diferencia de potencial entre las terminales del conductor que en  $\vec{E}$ . Esto se debe en buena parte a que la corriente y la diferencia de potencial son mucho más fáciles de medir que  $\vec{J}$  y  $\vec{E}$ .

Suponga que nuestro conductor es un alambre con sección transversal uniforme de área  $A$  y longitud  $L$ , como se ilustra en la figura 25.7. Sea  $V$  la diferencia de potencial entre los extremos de mayor y menor potencial del conductor, de manera que  $V$  es positiva. La *dirección* de la corriente siempre va del extremo de mayor potencial al de menor potencial. Esto se debe a que en un conductor la corriente fluye en dirección de  $\vec{E}$ , sin importar el signo de las cargas en movimiento (figura 25.2), y porque  $\vec{E}$  apunta en la dirección del potencial eléctrico *decreciente* (véase la sección 23.2). A medida que la corriente fluye a través de la diferencia de potencial, la energía potencial eléctrica se pierde; esta energía se transfiere a los iones del material conductor durante las colisiones.

También se puede relacionar el *valor* de la corriente  $I$  con la diferencia de potencial entre los extremos del conductor. Si las magnitudes de la densidad de corriente  $\vec{J}$  y el campo eléctrico  $\vec{E}$  son uniformes a través del conductor, la corriente total  $I$  está dada por  $I = JA$ , y la diferencia de potencial  $V$  entre los extremos es  $V = EL$ . Cuando se despejan  $J$  y  $E$ , respectivamente, en estas ecuaciones y se sustituyen los resultados en la ecuación (25.7), se obtiene lo siguiente:

$$\frac{V}{L} = \frac{\rho I}{A} \quad \text{o bien,} \quad V = \frac{\rho L}{A} I \quad (25.8)$$

Esto demuestra que cuando  $\rho$  es constante, la corriente total  $I$  es proporcional a la diferencia de potencial  $V$ .

La razón de  $V$  a  $I$  para un conductor particular se llama **resistencia**,  $R$ :

$$R = \frac{V}{I} \quad (25.9)$$

Al comparar esta definición de  $R$  con la ecuación (25.8), se observa que la resistencia  $R$  de un conductor particular se relaciona con la resistividad  $\rho$  del material mediante la ecuación

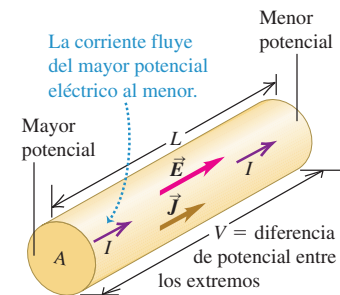
$$R = \frac{\rho L}{A} \quad (\text{relación entre la resistencia y la resistividad}) \quad (25.10)$$

Si  $\rho$  es constante, como en el caso de los materiales óhmicos, entonces también lo es  $R$ . La ecuación

$$V = IR \quad (\text{relación entre voltaje, corriente y resistencia}) \quad (25.11)$$

suele identificarse con la *ley de Ohm*, pero es importante entender que el contenido real de la ley de Ohm es la proporcionalidad directa (para ciertos materiales) de  $V$  con respecto a  $I$ , o de  $J$  con respecto a  $E$ . La ecuación (25.9) o la (25.11) *definen* la resistencia  $R$  para *cualquier* conductor, ya sea que cumpla o no la ley de Ohm, pero sólo cuando  $R$  es constante es correcto llamar a esta relación *ley de Ohm*.

**25.7** Conductor con sección transversal uniforme. La densidad de corriente es uniforme sobre cualquier sección transversal, y el campo eléctrico es constante en toda la longitud.





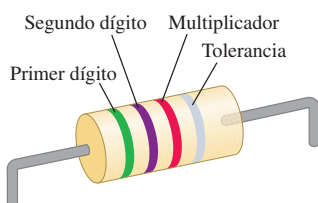
**25.8** Una manguera larga contra incendios ofrece mucha resistencia al flujo del agua. Para hacer que el agua fluya rápido a través de la manguera, el extremo de la toma debe estar a una presión mucho más alta que el extremo por donde sale el líquido. En forma análoga, debe haber una diferencia de potencial grande entre los extremos de un conductor largo para que pueda pasar por él una corriente eléctrica sustancial.



**Tabla 25.3** Códigos de color para los resistores

Color	Valor como dígito	Valor como multiplicador
Negro	0	1
Café	1	10
Rojo	2	$10^2$
Naranja	3	$10^3$
Amarillo	4	$10^4$
Verde	5	$10^5$
Azul	6	$10^6$
Violeta	7	$10^7$
Gris	8	$10^8$
Blanco	9	$10^9$

**25.9** Este resistor tiene una resistencia de  $5.7 \text{ k}\Omega$ , y precisión (tolerancia) de  $\pm 10\%$ .



## Interpretación de la resistencia

La ecuación (25.10) muestra que la resistencia de un alambre u otro conductor de sección transversal uniforme es directamente proporcional a su longitud e inversamente proporcional al área de su sección transversal. También es proporcional a la resistividad del material del que está hecho el conductor.

Una vez más resulta útil la analogía del líquido que fluye. En forma análoga a lo que describe la ecuación (25.10), una manguera angosta ofrece más resistencia al flujo que una ancha, y una manguera larga tiene más resistencia que una corta (figura 25.8). Se puede incrementar la resistencia al flujo si se rellena la manguera con algodón o arena; esto equivale a aumentar la resistividad. La tasa de flujo del agua es aproximadamente proporcional a la diferencia de presión entre los extremos de la manguera. La tasa de flujo es análoga a la corriente, y la diferencia de presión es análoga a la diferencia de potencial (“voltaje”). Sin embargo, no hay que llevar esta analogía demasiado lejos; la tasa de flujo del agua en un tubo por lo general *no* es proporcional al área de su sección transversal (véase la sección 14.6).

La unidad del SI para la resistencia es el **ohm**, igual a un volt por ampere ( $1 \Omega = 1 \text{ V/A}$ ). También son de uso común el **kiloohm** ( $1 \text{ k}\Omega = 10^3 \Omega$ ) y el **megaohm** ( $1 \text{ M}\Omega = 10^6 \Omega$ ). Un alambre de cobre de calibre 12 y 100 m de longitud —que es el tamaño usual en instalaciones domésticas—, a temperatura ambiente tiene una resistencia de  $0.5 \Omega$  aproximadamente. Una bombilla de 100 W y 120 V tiene una resistencia (a su temperatura de operación) de  $140 \Omega$ . Si la misma corriente  $I$  fluye tanto por el alambre de cobre como por la bombilla, la diferencia de potencial  $V = IR$  es mucho mayor a través de la bombilla, y se pierde mucha más energía potencial por carga en esta última. La energía que se pierde se convierte en luz y calor en el filamento de la bombilla. Usted no desearía que las instalaciones de su casa se calentaran al rojo vivo, por lo que su resistencia se mantiene baja empleando conductores de baja resistividad y una gran área de sección transversal.

Como la resistividad de un material varía con la temperatura, la resistencia de un conductor específico también cambia con la temperatura. Para intervalos de temperatura que no son demasiado elevados, esta variación sigue aproximadamente una relación lineal, análoga a la ecuación (25.6):

$$R(T) = R_0[1 + \alpha(T - T_0)] \quad (25.12)$$

En esta ecuación,  $R(T)$  es la resistencia a la temperatura  $T$ , y  $R_0$  es la resistencia a la temperatura  $T_0$ , que con frecuencia se toma como  $0^\circ \text{C}$  o  $20^\circ \text{C}$ . El *coeficiente de temperatura de la resistencia*  $\alpha$  es la misma constante que aparece en la ecuación (25.6) si las dimensiones  $L$  y  $A$  en la ecuación (25.10) no cambian apreciablemente con la temperatura; de hecho, éste es el caso para la mayoría de materiales conductores (véase el problema 25.67). Dentro de los límites de validez de la ecuación (25.12), el *cam-bio* en la resistencia que resulta de un cambio de temperatura  $T - T_0$  está dado por  $R_0\alpha(T - T_0)$ .

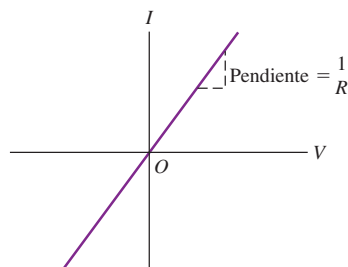
El dispositivo de un circuito hecho para tener un valor específico de resistencia entre sus extremos se llama **resistor**. Se pueden adquirir fácilmente en el comercio resistores desde  $0.01$  hasta  $10^7 \Omega$ . Es frecuente que los resistores individuales que se usan en los circuitos electrónicos sean cilíndricos, midan pocos milímetros de diámetro y de longitud, y tengan alambres que sobresalen de sus extremos. La resistencia se indica con un código estándar que usa tres o cuatro bandas de colores cerca de un extremo (figura 25.9), de acuerdo con el esquema que se presenta en la tabla 25.3. Las primeras dos bandas (comenzando por la banda más cercana a un extremo) son dígitos, y la tercera es un multiplicador de potencia de 10, como muestra la figura 25.9. Por ejemplo, el verde-violeta-rojo significa  $57 \times 10^2 \Omega$ , o  $5.7 \text{ k}\Omega$ . La cuarta banda, si está presente, indica la precisión (tolerancia) del valor; la ausencia de banda significa  $\pm 20\%$ , una banda plateada quiere decir  $\pm 10\%$ , y una dorada indica  $\pm 5\%$ . Otra característica importante de un resistor es la *energía eléctrica* máxima que es capaz de disipar sin sufrir daños. Volveremos a este punto en la sección 25.5.

Para un resistor que obedece la ley de Ohm, la gráfica de corriente como función de la diferencia de potencial (voltaje) es una línea recta (figura 25.10a). La pendiente de la recta es  $1/R$ . Si el signo de la diferencia de potencial cambia, también cambia el

**25.10** Relaciones corriente-voltaje para dos dispositivos. Sólo para un resistor que obedezca la ley de Ohm como en a), la corriente  $I$  es proporcional al voltaje  $V$ .

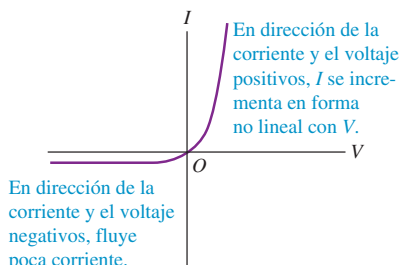
a)

**Resistor óhmico** (por ejemplo, un alambre de metal común): a temperatura dada, la corriente es proporcional al voltaje.



b)

**Diodo semiconductor: resistor no óhmico.**



signo de la corriente producida; en la figura 25.7 esto corresponde a intercambiar los extremos de mayor y menor potencial del conductor, por lo que el campo eléctrico, la densidad de corriente y la corriente invierten su dirección. En dispositivos que no obedecen la ley de Ohm, la relación entre el voltaje y la corriente tal vez no esté en proporción directa, y quizá sea diferente para las dos direcciones de la corriente. La figura 25.10b muestra el comportamiento de un *diodo* semiconductor, un dispositivo que se usa para convertir corriente alterna en directa, y que realiza muchas funciones lógicas en los circuitos de cómputo. Para potenciales  $V$  positivos del ánodo (una de las dos terminales del diodo) con respecto del cátodo (la otra terminal),  $I$  aumenta en forma exponencial con el incremento de  $V$ ; para potenciales negativos, la corriente es extremadamente pequeña. Así, una diferencia de potencial positiva  $V$  ocasiona que una corriente fluya en la dirección positiva, pero una diferencia de potencial negativa origina poca o ninguna corriente. De este modo, un diodo actúa en los circuitos como una válvula de un solo sentido.

### Ejemplo 25.2 Campo eléctrico, diferencia de potencial y resistencia en un alambre

El alambre de cobre calibre 18 del ejemplo 25.1 (sección 25.1) tiene un diámetro de 1.02 mm y sección transversal de  $8.20 \times 10^{-7} \text{ m}^2$ . Transporta una corriente de 1.67 A. Calcule a) la magnitud del campo eléctrico en el alambre, b) la diferencia de potencial entre dos puntos del alambre separados por una distancia de 50.0 m; c) la resistencia de un trozo de 50.0 m de longitud de ese alambre.

#### SOLUCIÓN

**IDENTIFICAR:** Se dan los valores de la superficie de la sección transversal  $A$  y la corriente  $I$ . Las variables que se buscan son la magnitud del campo eléctrico  $E$ , la diferencia de potencial  $V$  y la resistencia  $R$ .

**PLANTEAR:** La magnitud de la densidad de corriente es  $J = I/A$ , y la resistividad  $\rho$  se da en la tabla 25.1. Con la ecuación (25.5) se calcula la magnitud del campo eléctrico,  $E = \rho J$ . Una vez calculado  $E$ , la diferencia de potencial es tan sólo el producto de  $E$  por la longitud del alambre. La resistencia se calcula mediante la ecuación (25.11).

**EJECUTAR:** a) De la tabla 25.1, la resistividad del cobre es  $1.72 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$ . Por lo tanto, con la ecuación (25.5),

$$E = \rho J = \frac{\rho I}{A} = \frac{(1.72 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m})(1.67 \text{ A})}{8.20 \times 10^{-7} \text{ m}^2} = 0.0350 \text{ V/m}$$

b) La diferencia de potencial está dada por

$$V = EL = (0.0350 \text{ V/m})(50.0 \text{ m}) = 1.75 \text{ V}$$

c) De la ecuación (25.11), la resistencia de un trozo del alambre de 50.0 m de longitud es

$$R = \frac{V}{I} = \frac{1.75 \text{ V}}{1.67 \text{ A}} = 1.05 \Omega$$

**EVALUAR:** Para comprobar el resultado del inciso c), se calcula la resistencia por medio de la ecuación (25.10):

$$R = \frac{\rho L}{A} = \frac{(1.72 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m})(50.0 \text{ m})}{8.20 \times 10^{-7} \text{ m}^2} = 1.05 \Omega$$

Conviene hacer hincapié en que la resistencia del alambre se *define* como la razón entre el voltaje y la corriente. Si el alambre estuviera hecho de material no óhmico, entonces  $R$  sería diferente para distintos valores de  $V$ , pero siempre está dada por  $R = V/I$ . La resistencia también está dada por  $R = \rho L/A$ ; si el material es no óhmico,  $\rho$  no es constante, pero depende de  $E$  (o, en forma equivalente, de  $V = EL$ ).

**Ejemplo 25.3 Dependencia de la resistencia con respecto a la temperatura**

Suponga que la resistencia del alambre del ejemplo 25.2 es  $1.05 \, \Omega$  a  $20^\circ\text{C}$  de temperatura. Calcule la resistencia a  $0^\circ\text{C}$  y a  $100^\circ\text{C}$ .

**SOLUCIÓN**

**IDENTIFICAR:** Este ejemplo tiene que ver con la manera en que la resistencia (la variable buscada) depende de la temperatura. Como se aprecia en la tabla 25.2, esa dependencia difiere para distintas sustancias.

**PLANTEAR:** Las variables que se buscan son los valores de la resistencia  $R$  del alambre a dos temperaturas,  $T = 0^\circ\text{C}$  y  $T = 100^\circ\text{C}$ . Para encontrar estos valores se emplea la ecuación (25.12). Observe que se da la resistencia  $R_0 = 1.05 \, \Omega$  a la temperatura de referencia  $T_0 = 20^\circ\text{C}$ , y del ejemplo 25.2 se sabe que el alambre es de cobre.

**EJECUTAR:** De acuerdo con la tabla 25.2, el coeficiente de temperatura de la resistividad del cobre es  $\alpha = 0.00393 \, (\text{C}^\circ)^{-1}$ . De la ecuación (25.12), la resistencia a  $T = 0^\circ\text{C}$  es

$$\begin{aligned} R &= R_0[1 + \alpha(T - T_0)] \\ &= (1.05 \, \Omega)\{1 + [0.00393 \, (\text{C}^\circ)^{-1}][0^\circ\text{C} - 20^\circ\text{C}]\} \\ &= 0.97 \, \Omega \end{aligned}$$

A  $T = 100^\circ\text{C}$ ,

$$\begin{aligned} R &= (1.05 \, \Omega)\{1 + [0.00393 \, (\text{C}^\circ)^{-1}][100^\circ\text{C} - 20^\circ\text{C}]\} \\ &= 1.38 \, \Omega \end{aligned}$$

**EVALUAR:** La resistencia a  $100^\circ\text{C}$  es mayor que a  $0^\circ\text{C}$  en un factor de  $(1.38 \, \Omega)/(0.97 \, \Omega) = 1.42$ . En otras palabras, al aumentar la temperatura del alambre común de cobre de  $0^\circ\text{C}$  a  $100^\circ\text{C}$ , su resistencia aumenta en un 42%. De la ecuación (25.11),  $V = IR$ , esto significa que se requiere un 42% más de voltaje para producir la misma corriente  $I$  a  $100^\circ\text{C}$  que a  $0^\circ\text{C}$ . Éste es un efecto sustancial que debe tenerse en cuenta al diseñar circuitos eléctricos que deban operar en un intervalo amplio de temperaturas.

**Ejemplo 25.4 Cálculo de la resistencia**

El cilindro hueco que se ilustra en la figura 25.11 tiene una longitud  $L$  y radios interior y exterior  $a$  y  $b$ . Está hecho de un material cuya resistividad es  $\rho$ . Se establece una diferencia de potencial entre las superficies interior y exterior del cilindro (cada una de las cuales es una superficie equipotencial), de manera que la corriente fluye en forma radial a través del cilindro. ¿Cuál es la resistencia a este flujo radial de corriente?

**SOLUCIÓN**

**IDENTIFICAR:** La figura 25.11 indica que la corriente fluye de manera radial del interior del conductor hacia el exterior, *no* a lo largo del conductor, como se ilustra en la figura 25.7. De ahí que se deban usar los conceptos de esta sección para obtener una fórmula nueva para la resistencia (la variable buscada) que sea apropiada para un flujo radial de corriente.

**PLANTEAR:** No es posible utilizar directamente la ecuación (25.10) porque la sección transversal por la que viaja la carga *no* es constante, sino que varía de  $2\pi aL$  en la superficie interna, a  $2\pi bL$  en la externa. En vez de ello, calculamos la resistencia al flujo de corriente radial a través de una coraza (capa) cilíndrica delgada de radio interior  $r$  y espesor  $dr$ . Después combinamos las resistencias para todas esas corazas entre el radio interior y el exterior del cilindro.

**EJECUTAR:** El área  $A$  para la coraza es  $2\pi rL$ , el área superficial que encuentra la corriente cuando fluye al exterior. La longitud de la trayectoria de la corriente a través de la coraza es  $dr$ . La resistencia  $dR$  de esta coraza, entre las superficies interna y externa, es la de un conductor con longitud  $dr$  y área  $2\pi rL$ :

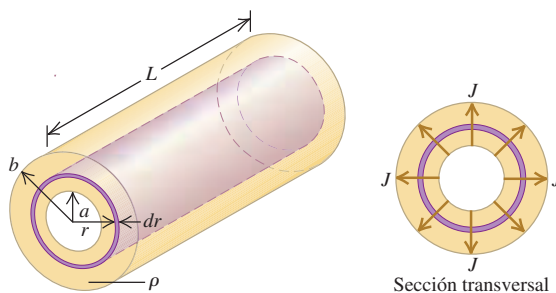
$$dR = \frac{\rho \, dr}{2\pi rL}$$

La corriente tiene que pasar sucesivamente a través de todas esas corazas entre los radios  $a$  y  $b$ . De la ecuación (25.11), la diferencia de potencial a través de una coraza es  $dV = IdR$ , y la diferencia de potencial total entre las superficies interna y externa es la suma de las diferencias de potencial para todas las corazas. La corriente total es la misma a través de cada coraza, por lo que la resistencia total es la suma

de las resistencias de todas las corazas. Si el área  $2\pi rL$  fuera constante, bastaría con integrar  $dr$  de  $r = a$  a  $r = b$  para obtener la longitud total de la trayectoria de la corriente. Pero el área se incrementa conforme la corriente pasa a través de corazas de mayor radio, por lo que tenemos que integrar la expresión anterior para  $dR$ . Entonces, la resistencia total está dada por

$$R = \int dR = \frac{\rho}{2\pi L} \int_a^b \frac{dr}{r} = \frac{\rho}{2\pi L} \ln \frac{b}{a}$$

**EVALUAR:** La geometría del conductor que se ilustra en la figura 25.11 desempeña un papel importante en el sistema nervioso del cuerpo humano. Cada neurona, o célula nerviosa, tiene una extensión larga llamada fibra nerviosa o *axón*. Un axón tiene una membrana cilíndrica cuya forma se asemeja mucho a la de un resistor como el de la figura 25.11, con un fluido conductor en el interior de la membrana y otro fuera de ésta. Lo común es que todo el fluido interior esté al mismo potencial, por lo que no hay corriente que tienda a fluir a lo largo del axón. Sin embargo, si un axón se ve estimulado en cierto punto de su longitud, iones con carga fluyen radialmente en ese punto a través de la membrana cilíndrica, como se aprecia en la figura 25.11. Este flujo causa una diferencia de potencial entre ese punto y otros puntos a lo largo del axón, lo que permite que las señales neurológicas fluyan en esa dirección.

**25.11 Cálculo de la resistencia para un flujo de corriente radial.**

**Evalúe su comprensión de la sección 25.3** Suponga que se incrementa el voltaje a través del alambre de cobre de los ejemplos 25.2 y 25.3. El voltaje incrementado hace que fluya más corriente, lo que provoca que suba la temperatura del conductor. (Esto mismo ocurre en las bobinas de un horno o tostador eléctrico cuando se les aplica un voltaje. Esto se estudiará con más profundidad en la sección 25.5.) Si se duplica el voltaje a través del alambre, aumenta la corriente en éste. ¿En qué factor se incrementa? i) 2; ii) más de 2; iii) menos de 2.

## 25.4 Fuerza electromotriz y circuitos

Para que un conductor tenga una corriente constante, debe ser parte de una trayectoria que forme una espira cerrada o **circuito completo**. A continuación se explica por qué. Si se establece un campo eléctrico  $\vec{E}_1$  dentro de un conductor aislado con resistividad  $\rho$  que *no* es parte de un circuito completo, comienza a fluir una corriente cuya densidad es  $\vec{J} = \vec{E}_1/\rho$  (figura 25.12a). Como resultado, en un extremo del conductor se acumula con rapidez una carga neta positiva, y en el otro extremo se acumula una carga neta negativa (figura 25.12b). Estas cargas producen un campo eléctrico  $\vec{E}_2$  en la dirección opuesta a  $\vec{E}_1$ , lo que ocasiona que el campo eléctrico total y, por lo tanto, la corriente disminuyan. En una pequeña fracción de segundo, se acumula suficiente carga en los extremos del conductor, de manera que el campo eléctrico total es  $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \vec{0}$  dentro del conductor. Luego, también  $\vec{J} = \vec{0}$ , y la corriente cesa por completo (figura 25.12c). Por lo tanto, no puede haber un movimiento constante de carga en un circuito *incompleto*.

Para ver cómo mantener una corriente constante en un circuito *completo*, recordemos un hecho básico sobre la energía potencial eléctrica: si una carga  $q$  recorre un circuito completo y regresa a su punto de partida, la energía potencial debe ser la misma al final y al principio del recorrido. Como se dijo en la sección 25.3, siempre hay una *disminución* de la energía potencial cuando se desplazan cargas a través de un material conductor ordinario con resistencia. Así que debe haber una parte en el circuito en la que la energía potencial se *incrementa*.

El problema es análogo a una fuente de agua ornamental que recicla el líquido. El agua cae desde las aberturas en la parte superior, forma cascadas en las terrazas y escurre (se desplaza en la dirección en que disminuye la energía potencial gravitacional) para acumularse en la pileta inferior. Después, una bomba la lleva de nuevo a la parte superior (incrementando la energía potencial) y el ciclo se repite. Sin la bomba, el agua caería a la base y se quedaría ahí.

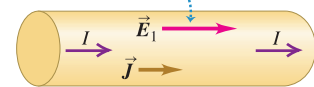
### Fuerza electromotriz

En un circuito eléctrico debe haber en algún punto de la espira un dispositivo que actúe como la bomba hidráulica de la fuente (figura 25.13). En este dispositivo una carga viaja “hacia arriba”, del lugar donde hay menos energía potencial hacia donde hay más, aun cuando la fuerza electrostática trate de llevarla de la mayor energía potencial a la menor. La dirección de la corriente en ese dispositivo es del potencial más bajo al más alto, exactamente lo opuesto de lo que ocurre en un conductor ordinario. La influencia que hace que la corriente fluya del potencial menor al mayor se llama **fuerza electromotriz** (se abrevia **fem**). Éste es un término inadecuado porque la fem *no* es una fuerza, sino una cantidad de energía por unidad de carga, como el potencial. La unidad del SI de la fem es la misma que la del potencial, el volt (1V = 1 J/C). Una batería de linterna común tiene una fem de 1.5 V; esto significa que la batería hace un trabajo de 1.5 J por cada coulomb de carga que pasa a través de ella. Para denotar la fem se usará el símbolo  $\mathcal{E}$  (la letra E manuscrita).

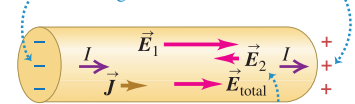
Todo circuito completo con corriente constante debe incluir algún dispositivo que provea una fem. Tal dispositivo recibe el nombre de **fente de fem**. Algunos ejemplos de fuentes de fem son las baterías, los generadores eléctricos, las celdas solares, los termopares y las celdas de combustible. Todos estos dispositivos convierten energía de alguna forma (mecánica, química, térmica, etcétera) en energía potencial eléctrica y la transfieren al circuito al que está conectado el dispositivo. Una fuente

**25.12** Si se produce un campo eléctrico dentro de un conductor que *no* forma parte de un circuito completo, la corriente fluye sólo durante un breve tiempo.

a) Un campo eléctrico  $\vec{E}_1$  producido dentro de un conductor aislado genera una corriente.

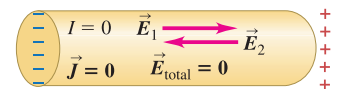


b) La corriente hace que en los extremos se acumule carga.



La carga acumulada produce un campo opuesto  $\vec{E}_2$ , lo que reduce la corriente.

c) Al cabo de un lapso muy corto  $\vec{E}_2$  tiene la misma magnitud que  $\vec{E}_1$ ; entonces, el campo total es  $\vec{E}_{\text{total}} = \vec{0}$  y la corriente cesa por completo.



**25.13** Así como una fuente de agua requiere de una bomba, un circuito eléctrico necesita una fuente de fuerza electromotriz para mantener una corriente constante.

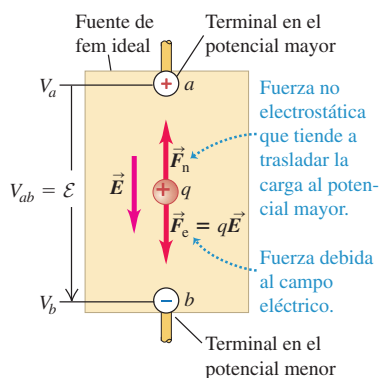






## 12.1 Circuitos de CD en serie (cualitativos)

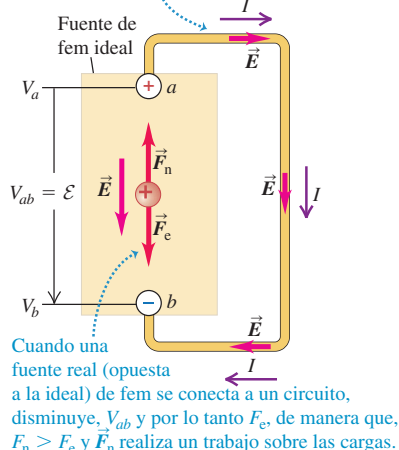
**25.14** Diagrama de una fuente de fem en una situación de “circuito abierto”. La fuerza del campo eléctrico  $\vec{F}_e = q\vec{E}$  y la fuerza no electrostática  $\vec{F}_n$  se ilustran actuando sobre una carga positiva  $q$ .



Cuando la fuente de fem no es parte de un circuito cerrado,  $F_n = F_e$  y no hay movimiento neto de carga entre las terminales.

**25.15** Diagrama de una fuente ideal de fem en un circuito completo. La fuerza del campo eléctrico  $\vec{F}_e = q\vec{E}$  y la fuerza no electrostática  $\vec{F}_n$  se ilustran para una carga  $q$  positiva. La dirección de la corriente es de  $a$  a  $b$  en el circuito externo y de  $b$  a  $a$  en el interior de la fuente.

El potencial a través de las terminales crea un campo eléctrico en el circuito, lo que hace que la carga se desplace.



Cuando una fuente real (opuesta a la ideal) de fem se conecta a un circuito, disminuye  $V_{ab}$  y por lo tanto  $F_e$ , de manera que  $F_n > F_e$  y  $\vec{F}_n$  realiza un trabajo sobre las cargas.

ideal de fem mantiene una diferencia de potencial constante entre sus terminales, independiente de la corriente que pasa a través de ella. La fuerza electromotriz se define cuantitativamente como la magnitud de esta diferencia de potencial. Como se verá, las fuentes ideales de este tipo son idealizaciones, como el plano sin fricción y la cuerda sin masa. Más adelante se estudiará en qué difiere el comportamiento de las fuentes de fem en la vida real con respecto a este modelo idealizado.

La figura 25.14 es un diagrama de una fuente de fem ideal que mantiene una diferencia de potencial entre los conductores  $a$  y  $b$ , llamados *terminales* del dispositivo. La terminal  $a$ , marcada con  $+$ , se mantiene a un potencial *más alto* que la terminal  $b$ , marcada con  $-$ . Asociado con esta diferencia de potencial hay un campo eléctrico  $\vec{E}$  en la región que rodea a las terminales, tanto adentro como afuera de la fuente. El campo eléctrico en el interior del dispositivo está dirigido de  $a$  a  $b$ , como se ilustra. Una carga  $q$  dentro de la fuente experimenta una fuerza eléctrica  $\vec{F}_e = q\vec{E}$ . Pero la fuente suministra además una influencia adicional, la cual se representa como una fuerza no electrostática  $\vec{F}_n$ . Esta fuerza, que opera dentro del dispositivo, empuja la carga de  $b$  a  $a$  “cuesta arriba” y contra la fuerza eléctrica  $\vec{F}_e$ . Así,  $\vec{F}_n$  mantiene la diferencia de potencial entre las terminales. Si  $\vec{F}_n$  no estuviera presente, la carga fluiría entre las terminales hasta que la diferencia de potencial fuera igual a cero. El origen de la influencia adicional  $\vec{F}_n$  depende de la clase de fuente. En un generador proviene de las fuerzas del campo magnético de las cargas en movimiento. En una batería o celda de combustible está asociada con procesos de difusión y concentraciones electroquímicas variables que son el resultado de reacciones químicas. En una máquina electrostática como un generador Van de Graaff (véase la figura 22.27), se aplica una fuerza mecánica real por medio de una banda o rueda en movimiento.

Si una carga positiva  $q$  se desplaza de  $b$  a  $a$  en el interior de la fuente, la fuerza no electrostática  $\vec{F}_n$  realiza una cantidad positiva de trabajo  $W_n = q\mathcal{E}$  sobre la carga. Este desplazamiento es *opuesto* a la fuerza electrostática  $\vec{F}_e$ , por lo que la energía potencial asociada con la carga se *incrementa* en una cantidad igual a  $qV_{ab}$ , donde  $V_{ab} = V_a - V_b$  es la diferencia de potencial (positivo) del punto  $a$  con respecto al punto  $b$ . Para la fuente ideal de fem que se ha descrito,  $\vec{F}_e$  y  $\vec{F}_n$  tienen igual magnitud pero dirección opuesta, por lo que el trabajo total realizado sobre la carga  $q$  es igual a cero; hay un aumento de la energía potencial pero *ningún* cambio en la energía cinética de la carga. Es como levantar un libro del piso a un estante elevado con rapidez constante. El incremento en energía potencial es igual al trabajo no electrostático  $W_n$ , por lo que  $q\mathcal{E} = qV_{ab}$ , o bien,

$$V_{ab} = \mathcal{E} \quad (\text{fuente ideal de fem}) \quad (25.13)$$

Ahora, consideremos que se forma un circuito completo conectando un alambre con resistencia  $R$  a las terminales de una fuente (figura 25.15). La diferencia de potencial entre las terminales  $a$  y  $b$  establece un campo eléctrico dentro del alambre; esto hace que la corriente fluya alrededor de la espira de  $a$  hacia  $b$ , del potencial más alto al más bajo. Donde el alambre se dobla, persisten cantidades iguales de carga positiva y negativa en el “interior” y en el “exterior” del doblé. Estas cargas ejercen las fuerzas que hacen que la corriente siga los dobleces del alambre.

De la ecuación (25.11), la diferencia de potencial entre los extremos del alambre en la figura 25.15 está dada por  $V_{ab} = IR$ . Al combinarse con la ecuación (25.13), se obtiene

$$\mathcal{E} = V_{ab} = IR \quad (\text{fuente ideal de fem}) \quad (25.14)$$

Es decir, cuando una carga positiva  $q$  fluye alrededor del circuito, el *aumento* de potencial  $\mathcal{E}$  a medida que pasa a través de la fuente ideal es numéricamente igual a la *caída* de potencial  $V_{ab} = IR$  conforme pasa por el resto del circuito. Una vez que se conocen  $\mathcal{E}$  y  $R$ , esta relación determina la corriente en el circuito.

**CAUTION** La corriente no “se gasta” en un circuito Es un error común considerar que en un circuito cerrado la corriente es algo que sale de la terminal positiva de una batería y se consume o “se gasta” en el momento en que llega a la terminal negativa. De hecho, la corriente es la *misma* en cualquier punto de una espira simple como la de la figura 25.15, aun si el espesor de los alambres fuera diferente en distintos puntos del circuito. Esto pasa porque la carga se conserva (es decir, no se crea ni se destruye) y porque no se puede acumular en los dis-



positivos del circuito que hemos descrito. Si la carga se acumulara, las diferencias de potencial cambiarían con el tiempo. Es como el flujo de agua en una fuente de ornato; el agua brota de la parte superior de la fuente al mismo ritmo con el que llega a la parte inferior, sin importar las dimensiones de la fuente. ¡El agua no “se gasta” a lo largo del trayecto! ■

## Resistencia interna

Las fuentes reales de fem en un circuito no se comportan exactamente del modo descrito; la diferencia de potencial a través de una fuente real en un circuito *no* es igual a la fem como en la ecuación (25.14). La razón es que la carga en movimiento a través del material de cualquier fuente real encuentra una *resistencia*, a la que llamamos **resistencia interna** de la fuente, y se denota con  $r$ . Si esta resistencia se comporta de acuerdo con la ley de Ohm,  $r$  es constante e independiente de la corriente  $I$ . Conforme la corriente avanza a través de  $r$ , experimenta una caída de potencial asociada que es igual a  $Ir$ . Así, cuando una corriente fluye a través de una fuente de la terminal negativa  $b$  a la terminal positiva  $a$ , la diferencia de potencial  $V_{ab}$  entre las terminales es

$$V_{ab} = \mathcal{E} - Ir \quad (\text{voltaje terminal, fuente con resistencia interna}) \quad (25.15)$$

El potencial  $V_{ab}$ , llamado **voltaje terminal**, es menor que la fem  $\mathcal{E}$  a causa del término  $Ir$  que representa la caída de potencial a través de la resistencia interna  $r$ . Dicho de otra manera, el aumento en la energía potencial  $qV_{ab}$  que se produce cuando una carga  $q$  se traslada de  $b$  a  $a$  dentro de la fuente es ahora menor que el trabajo  $q\mathcal{E}$  realizado por la fuerza no electrostática  $\vec{F}_n$ , ya que se pierde algo de energía potencial al atravesar la resistencia interna.

Una batería de 1.5 V tiene una fem de 1.5 V, pero el voltaje terminal  $V_{ab}$  de la batería es igual a 1.5 V sólo si no hay corriente que fluya a través de ella, de manera que en la ecuación (25.15)  $I = 0$ . Si la batería es parte de un circuito completo a través del cual fluye corriente, el voltaje terminal será menor de 1.5 V. *Para una fuente real de fem, el voltaje terminal es igual a la fem sólo si no hay corriente que fluya a través de la fuente* (figura 25.16). Así, el comportamiento de una fuente se puede describir en términos de dos propiedades: una fem  $\mathcal{E}$ , que suministra una diferencia de potencial constante independiente de la corriente, en serie con una resistencia interna  $r$ .

La corriente en el circuito externo conectado a las terminales  $a$  y  $b$  de la fuente sigue determinada por  $V_{ab} = IR$ . Al combinar esto con la ecuación (25.15) se obtiene

$$\mathcal{E} - Ir = IR \quad \text{o bien,} \quad I = \frac{\mathcal{E}}{R + r} \quad (\text{corriente, fuente con resistencia interna}) \quad (25.16)$$

Es decir, la corriente es igual a la fuente de fem dividida entre la resistencia *total* del circuito ( $R + r$ ).

**CUIDAD** Una batería no es una “fuente de corriente” Quizá piense que una batería u otra fuente de fem siempre produce la misma corriente sin importar en cuál circuito se utilice. Pero, como indica la ecuación (25.16), la corriente que produce una fuente de fem en un circuito dado depende de la resistencia  $R$  del circuito externo (así como de la resistencia interna  $r$  de la fuente). Cuanto mayor es la resistencia, menos corriente producirá la fuente. Es análogo a empujar un objeto a través de un líquido espeso y viscoso como el aceite o la melaza; si se ejerce cierto empuje sostenido (fem), es posible desplazar un objeto pequeño con gran rapidez ( $R$  pequeña,  $I$  grande), o un objeto grande con lentitud ( $R$  grande,  $I$  pequeña). ■

**25.16** La fem de esta batería —es decir, el voltaje terminal cuando no está conectada a nada— es de 12 V. Pero como la batería tiene resistencia interna, el voltaje terminal en ella es menor que 12 V cuando suministra corriente a una bombilla.



## Símbolos para diagramas de circuito

Una parte importante del análisis de un circuito consiste en realizar el *diagrama del circuito*. La tabla 25.4 muestra los símbolos usuales que se emplean en los diagramas de circuito. En este capítulo y en el siguiente se usarán mucho estos símbolos. Por lo general se supone que los alambres que conectan los diversos elementos del circuito tienen una resistencia despreciable; de la ecuación (25.11),  $V = IR$ , la diferencia de potencial entre los extremos de un alambre de este tipo es igual a cero.

La tabla 25.4 incluye dos instrumentos que se usan para medir las propiedades de los circuitos. Los *medidores* ideales no interfieren con el circuito al cual se conectan. Un **voltímetro**, presentado en la sección 23.2, mide la diferencia de potencial entre sus terminales; un voltímetro idealizado tiene una resistencia infinitamente grande y mide la diferencia de potencial sin tener que desviar ninguna corriente a través él. Un **amperímetro** mide la corriente que pasa a través de él; un **amperímetro** idealizado tiene resistencia igual a cero y no hay diferencia de potencial entre sus terminales. Como los medidores actúan como parte del circuito al que están conectados, es importante recordar estas propiedades.

**Tabla 25.4** Símbolos para diagramas de circuito

	Conductor con resistencia despreciable.
	Resistor.
	Fuente de fem (la línea vertical más larga representa la terminal positiva, por lo general aquella con el mayor potencial).
	Fuente de fem con resistencia interna $r$ (la $r$ se puede colocar en cualquier lado).
o bien	
	Voltímetro (mide la diferencia de potencial entre sus terminales).
	Amperímetro (mide la corriente que pasa a través suyo).

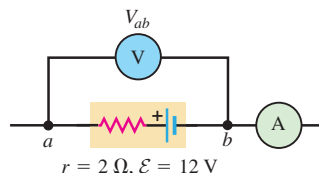
### Ejemplo conceptual 25.5 Fuente en un circuito abierto

La figura 25.17 ilustra una fuente (batería) con fem  $\mathcal{E}$  de 12 V y resistencia interna  $r$  de  $2\ \Omega$ . (En comparación, la resistencia interna de una batería comercial de plomo de 12 V es de sólo algunas milésimas de ohm.) Los alambres a la izquierda de  $a$  y a la derecha del amperímetro  $A$  no están conectados a nada. Determine las lecturas del voltímetro ideal  $V$  y del amperímetro  $A$ , también ideal.

#### SOLUCIÓN

No hay corriente porque no hay un circuito completo. (No existe corriente a través de nuestro voltímetro ideal, que tiene resistencia infinitamente grande.) Por lo tanto, el amperímetro  $A$  da una lectura de  $I = 0$ . Como no hay corriente a través de la batería, no hay diferencia de potencial a través de su resistencia interna. De la ecuación (25.15) con  $I = 0$ , la diferencia de potencial  $V_{ab}$  a través de las terminales de la ba-

### 25.17 Fuente de fem en un circuito abierto.



tería es igual a la fem. Por lo tanto, la lectura del voltímetro es  $V_{ab} = \mathcal{E} = 12\text{ V}$ . El voltaje terminal de una fuente real, no ideal, es igual a la fem *sólo* si no hay corriente que fluya a través de la fuente, como en este ejemplo.

### Ejemplo 25.6 Fuente en un circuito completo

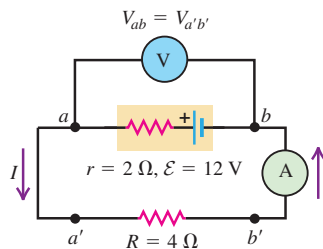
En el ejemplo conceptual 25.5, se agrega un resistor de  $4\ \Omega$  para formar el circuito completo que se ilustra en la figura 25.18. ¿Cuáles son ahora las lecturas del voltímetro y del amperímetro?

#### SOLUCIÓN

**IDENTIFICAR:** La primera variable que se busca es la corriente  $I$  a través del circuito  $aa'b'b$  (igual a la lectura del amperímetro). La segunda es la diferencia de potencial  $V_{ab}$  (igual a la lectura del voltímetro).

**PLANTEAR:** Se calcula  $I$  mediante la ecuación (25.16). Para determinar  $V_{ab}$  se observa que éste se puede considerar como diferencia de potencial a través de la fuente o como la diferencia de potencial alrededor del circuito a través del resistor externo.

### 25.18 Fuente de fem en un circuito completo.



**EJECUTAR:** El amperímetro ideal tiene una resistencia igual a cero, por lo que la resistencia externa a la fuente es  $R = 4\ \Omega$ . De la ecuación (25.16), la corriente a través del circuito  $aa'b'b$  es

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r} = \frac{12\ \text{V}}{4\ \Omega + 2\ \Omega} = 2\ \text{A}$$

El amperímetro  $A$  da una lectura de  $I = 2\ \text{A}$ .

Nuestros alambres conductores ideales tienen una resistencia igual a cero, y el amperímetro idealizado  $A$  también. Por lo tanto, no hay diferencia de potencial entre los puntos  $a$  y  $a'$  o entre  $b$  y  $b'$ ; es decir,  $V_{ab} = V_{a'b'}$ . Podemos encontrar  $V_{ab}$  considerando  $a$  y  $b$  como las terminales del resistor o como las terminales de la fuente. Si las

consideramos como las terminales del resistor, utilizamos la ley de Ohm ( $V = IR$ ):

$$V_{a'b'} = IR = (2\ \text{A})(4\ \Omega) = 8\ \text{V}$$

Si las consideramos como las terminales de la fuente, tenemos que

$$V_{ab} = \mathcal{E} - Ir = 12\ \text{V} - (2\ \text{A})(2\ \Omega) = 8\ \text{V}$$

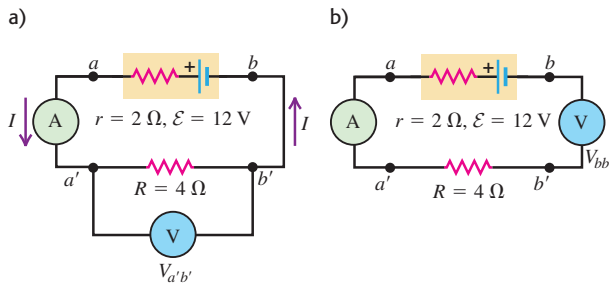
De cualquier modo, se concluye que la lectura del voltímetro es  $V_{ab} = 8\ \text{V}$ .

**EVALUAR:** Con una corriente que fluye a través de la fuente, el voltaje terminal  $V_{ab}$  es menor que la fem. Cuanto menor sea la resistencia interna  $r$ , menor será la diferencia entre  $V_{ab}$  y  $\mathcal{E}$ .

### Ejemplo conceptual 25.7 Uso de voltímetros y amperímetros

El voltímetro y el amperímetro del ejemplo 25.6 ahora se colocan en posiciones diferentes en el circuito. ¿Cuáles son las lecturas del voltímetro y del amperímetro en las situaciones que se ilustran en *a*) la figura 25.19a y *b*) la figura 25.19b?

**25.19** Distintas ubicaciones de un voltímetro y un amperímetro en un circuito completo.



#### SOLUCIÓN

*a*) El voltímetro ahora mide la diferencia de potencial entre los puntos  $a'$  y  $b'$ . Pero, como se dijo en el ejemplo 25.6,  $V_{ab} = V_{a'b'}$ , por lo que el voltímetro da la misma lectura que en el ejemplo 25.6;  $V_{a'b'} = 8\ \text{V}$ .

**CAUIDADO** **Corriente en una espira simple** Tal vez usted se sienta tentado a concluir que el amperímetro de la figura 25.19a, el cual se localiza “corriente arriba” del resistor, arrojaría una lectura mayor

que la que está “corriente abajo” del resistor en la figura 25.18. Pero esta conclusión se basa en el error de considerar que la corriente es algo que “se gasta” a medida que avanza a través del resistor. Conforme las cargas se desplazan por un resistor, hay una disminución en la energía potencial eléctrica, pero la corriente *no* cambia. *La corriente en una espira simple es la misma en todos los puntos.* Un amperímetro colocado como el de la figura 25.19a da la misma lectura que el ubicado como en la figura 25.18:  $I = 2\ \text{A}$ .

*b*) A través del voltímetro no hay corriente porque éste tiene una resistencia infinitamente grande. Como el voltímetro ahora forma parte del circuito, no hay corriente en el circuito, por lo que la lectura del amperímetro es  $I = 0$ .

El voltímetro mide la diferencia de potencial  $V_{bb'}$  entre los puntos  $b$  y  $b'$ . Como  $I = 0$ , la diferencia de potencial a través del resistor es  $V_{a'b'} = IR = 0$ , y la que hay entre los extremos  $a$  y  $a'$  del amperímetro ideal también es igual a cero. Por lo tanto,  $V_{bb'}$  es igual a  $V_{ab}$ , el voltaje terminal de la fuente. Como en el ejemplo conceptual 25.5, no hay corriente que fluya, por lo que el voltaje terminal es igual a la fem, y la lectura del voltímetro es  $V_{ab} = \mathcal{E} = 12\ \text{V}$ .

Este ejemplo ilustra que los amperímetros y voltímetros también son elementos del circuito. Al mover el voltímetro de la posición que tenía en la figura 25.19a a la de la figura 25.19b, cambian la corriente y las diferencias de potencial en el circuito, en este caso, de forma considerable. Si se quiere medir la diferencia de potencial entre dos puntos de un circuito sin alterarlo, hay que usar un voltímetro como se ilustra en la figura 25.18 o 25.19a, *no* como en la figura 25.19b.

### Ejemplo 25.8 Fuente con un cortocircuito

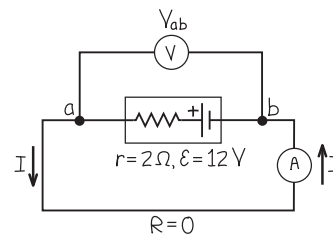
Utilizando la misma batería de los tres ejemplos anteriores, ahora se sustituye el resistor de  $4\ \Omega$  con un conductor cuya resistencia es igual a cero. ¿Cuáles son las lecturas?

#### SOLUCIÓN

**IDENTIFICAR:** Las variables que se buscan son  $I$  y  $V_{ab}$ , las mismas que en el ejemplo 25.6. La única diferencia con ese ejemplo es que la resistencia externa ahora es  $R = 0$ .

**PLANTEAR:** La figura 25.20 ilustra el nuevo circuito. Ahora hay una trayectoria con resistencia igual a cero entre los puntos  $a$  y  $b$  (a través de la espira inferior en la figura 25.20). Por consiguiente, la diferencia de potencial entre estos puntos debe ser igual a cero, lo que se utiliza para resolver el problema.

**25.20** Diagrama para este problema.



continúa

**EJECUTAR:** Debemos tener  $V_{ab} = IR = I(0) = 0$ , sin importar cuál sea la corriente. Al saber esto, podemos calcular la corriente  $I$  mediante la ecuación (25.15):

$$V_{ab} = \mathcal{E} - Ir = 0$$

$$I = \frac{\mathcal{E}}{r} = \frac{12 \text{ V}}{2 \Omega} = 6 \text{ A}$$

La lectura del amperímetro es  $I = 6 \text{ A}$ , y la del voltímetro es  $V_{ab} = 0$ .

**EVALUAR:** La corriente tiene un valor distinto que la del ejemplo 25.6, aun cuando se utiliza la misma batería. Una fuente *no* proporciona la

misma corriente en todas las situaciones; la cantidad de corriente depende de la resistencia interna  $r$  y de la resistencia del circuito externo.

La situación de este ejemplo se llama *cortocircuito*. Las terminales de la batería están conectadas directamente una con la otra, sin una resistencia externa. La corriente del cortocircuito es igual a la fem  $\mathcal{E}$  dividida entre la resistencia interna  $r$ . **Advertencia:** un cortocircuito puede representar una situación sumamente peligrosa. Una batería de automóvil o una línea eléctrica doméstica tienen una resistencia interna muy pequeña (mucho menor que las de estos ejemplos), y la corriente del cortocircuito es suficientemente grande como para fundir un alambre delgado o hacer que estalle una batería. ¡No lo intente!

## Cambios de potencial alrededor de un circuito

El cambio neto en la energía potencial para una carga  $q$  que hace un viaje redondo alrededor de un circuito completo debe ser igual a cero. Por lo tanto, el cambio neto del *potencial* alrededor del circuito también debe ser igual a cero; en otras palabras, la suma algebraica de las diferencias de potencial y fems alrededor de la espira es igual a cero. Esto se observa si se escribe la ecuación (25.16) en la forma

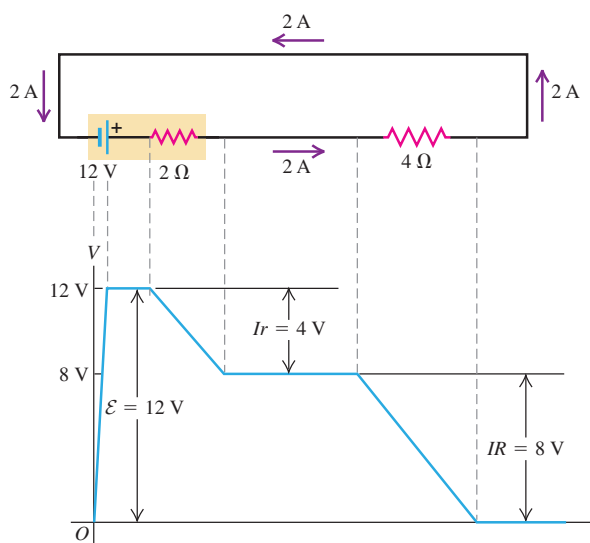
$$\mathcal{E} - Ir - IR = 0$$

Una ganancia de potencial de  $\mathcal{E}$  está asociada con la fem, y caídas de potencial de  $Ir$  e  $IR$  están asociadas con la resistencia interna de la fuente y el circuito externo, respectivamente. La figura 25.21 es una gráfica que muestra la forma en que varía el potencial conforme nos movemos alrededor del circuito completo de la figura 25.18. El eje horizontal no necesariamente representa distancias reales, sino varios puntos de la espira. Si se toma el potencial igual a cero en la terminal negativa de la batería, entonces se tiene un aumento  $\mathcal{E}$  y una caída  $Ir$  en la batería, así como una caída adicional  $IR$  en el resistor externo; al terminar el recorrido alrededor de la espira, el potencial es de nuevo como al principio.

En esta sección sólo hemos considerado situaciones en las que las resistencias son óhmicas. Si el circuito incluye un dispositivo no lineal como un diodo (véase la figura 25.10b), la ecuación (25.16) sigue siendo válida, pero no se puede resolver algebraicamente porque  $R$  no es constante. En una situación como ésa, la corriente  $I$  se calcula utilizando métodos numéricos (véase el problema de desafío 25.84).

Por último, haremos hincapié en que la ecuación (25.15) no siempre es una representación adecuada del comportamiento de una fuente. La fem tal vez no sea constante, y lo que hemos descrito como resistencia interna quizá sea una relación más

**25.21** Aumentos y caídas de potencial en un circuito.



compleja entre el voltaje y la corriente que no siga la ley de Ohm. No obstante, es frecuente que el concepto de resistencia interna proporcione una descripción adecuada de las baterías, los generadores y otros convertidores de energía. La diferencia principal entre una batería nueva de linterna y otra usada no es la fem, la cual disminuye sólo un poco con el uso, sino la resistencia interna, que se incrementa de menos de un ohm cuando la batería está nueva hasta 1000  $\Omega$  o más después de haberla usado mucho. De manera similar, la batería de un automóvil puede proporcionar menos corriente al motor de arranque en una mañana fría que cuando la batería está caliente, no porque la fem sea apreciablemente menor, sino porque la resistencia interna aumenta cuando la temperatura desciende. En los climas fríos, los habitantes toman varias medidas para evitar esta pérdida, desde utilizar calentadores especiales para el acumulador hasta remojar la batería con agua caliente en las mañanas muy frías.

**Evalúe su comprensión de la sección 25.4** Clasifique los siguientes circuitos, de la mayor corriente a la menor. i) Un resistor de 1.4  $\Omega$  conectado a una batería de 1.5 V que tiene una resistencia interna de 0.10  $\Omega$ ; ii) un resistor de 1.8  $\Omega$  conectado a una batería de 4.0 V que tiene un voltaje terminal de 3.6 V y resistencia interna desconocida; iii) un resistor desconocido conectado a una batería de 12.0 V con resistencia interna de 0.20  $\Omega$  y un voltaje terminal de 11.0 V.



## 25.5 Energía y potencia en circuitos eléctricos

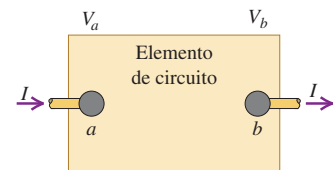
Ahora estudiaremos algunas relaciones entre la energía y la potencia en los circuitos eléctricos. La caja de la figura 25.22 representa un elemento de circuito con diferencia de potencial  $V_a - V_b = V_{ab}$  entre sus terminales y la corriente  $I$  que pasa a través suyo en dirección de  $a$  hacia  $b$ . Este elemento puede ser un resistor, una batería u otro; los detalles no importan. Conforme la carga pasa por el elemento de circuito, el campo eléctrico realiza trabajo sobre la carga. En una fuente de fem la fuerza  $\vec{F}_n$ , que se mencionó en la sección 25.4, efectúa trabajo adicional.

Conforme una cantidad de carga  $q$  pasa a través del elemento de circuito, hay un cambio en la energía potencial igual a  $qV_{ab}$ . Por ejemplo, si  $q > 0$  y  $V_{ab} = V_a - V_b$  es positiva, la energía potencial disminuye a medida que la carga “cae” del potencial  $V_a$  al potencial más bajo  $V_b$ . Las cargas en movimiento no ganan energía *cinética* porque la tasa de flujo de carga (es decir, la corriente) que sale del elemento de circuito debe ser igual que la tasa de flujo de carga que entra a éste. En vez de ello, la cantidad  $qV_{ab}$  representa energía eléctrica transferida hacia el elemento de circuito. Esta situación ocurre en las bobinas de un tostador o un horno eléctrico, en donde la energía eléctrica se convierte en energía térmica.

Tal vez ocurra que el potencial en  $b$  sea mayor que en  $a$ . En este caso,  $V_{ab}$  es negativa, y hay una transferencia neta de energía *hacia fuera* del elemento de circuito. Después, el elemento actúa como fuente proveyendo energía eléctrica al circuito en que se encuentra. Ésta es la situación habitual para una batería, la cual convierte energía química en eléctrica y la entrega al circuito externo. Así,  $qV_{ab}$  puede denotar una cantidad de energía entregada a un elemento de circuito o una cantidad de energía que se extrae de ese elemento.

En los circuitos eléctricos es más frecuente que interese la *rapidez* con la que la energía se proporciona a un elemento de circuito o se extrae de él. Si la corriente a través del elemento es  $I$ , entonces en un intervalo de tiempo  $dt$  pasa una cantidad de carga  $dQ = I dt$  a través del elemento. El cambio en la energía potencial para esta cantidad de carga es  $V_{ab} dQ = V_{ab} I dt$ . Si esta expresión se divide entre  $dt$ , se obtiene la *rapidez* a la que se transfiere la energía hacia fuera o hacia dentro de circuito. La relación de transferencia de energía por unidad de tiempo es la *potencia*, y se denota mediante  $P$ ; por lo tanto, escribimos

**25.22** La potencia de alimentación al elemento de circuito entre  $a$  y  $b$  es  $P = (V_a - V_b) I = V_{ab} I$ .



$$P = V_{ab} I \quad (\text{rapidez con la que se entrega energía a un elemento de circuito o se extrae de éste}) \quad (25.17)$$



La unidad de  $V_{ab}$  es un volt, o un joule por coulomb, y la unidad de  $I$  es un ampe-re, o un coulomb por segundo. Entonces, la unidad de  $P = V_{ab}I$  es un watt, como de-be ser:

$$(1 \text{ J/C})(1 \text{ C/s}) = 1 \text{ J/s} = 1 \text{ W}$$

Veamos algunos casos especiales.

### Potencia en una resistencia pura

Si el elemento de circuito de la figura 25.22 es un resistor, la diferencia de potencial es  $V_{ab} = IR$ . De la ecuación (25.17), la potencia eléctrica entregada al resistor por el circuito es

$$P = V_{ab}I = I^2R = \frac{V_{ab}^2}{R} \quad (\text{potencia entregada a un resistor}) \quad (25.18)$$

En este caso, el potencial en  $a$  (donde entra la corriente al resistor) siempre es mayor que el que hay en  $b$  (donde sale la corriente). La corriente entra por la terminal de mayor potencial del dispositivo, y la ecuación (25.18) representa la tasa o rapidez de transferencia de energía potencial eléctrica *hacia* el elemento de circuito.

¿Qué le ocurre a esta energía? Las cargas en movimiento colisionan con los áto-mos en el resistor y transfieren algo de su energía a estos átomos, lo que incrementa la energía interna del material. O bien la temperatura del resistor aumenta o hay un flujo de calor hacia fuera de él, o ambas cosas. En cualquiera de estos casos se dice que la energía se *disipa* en el resistor a una tasa de  $I^2R$ . Cada resistor tiene una *potencia nominal*, que es la potencia máxima que el resistor es capaz de disipar sin que se sobre-caliente o se dañe. En las aplicaciones prácticas, la potencia nominal de un resistor a menudo es una característica tan importante como el valor de su resistencia. Por su-puesto, algunos dispositivos, como los calentadores eléctricos, están diseñados para calentarse y transferir calor al ambiente. Pero si se excede la potencia nominal, incluso esa clase de aparatos pueden fundirse y estallar.

### Potencia de salida de una fuente

El rectángulo superior de la figura 25.23a representa una fuente con fem  $\mathcal{E}$  y resistencia interna  $r$ , conectada por conductores ideales (sin resistencia) a un circuito externo representado por el rectángulo inferior. Esto podría describir la batería de un automó-vil conectada a uno de los faros (figura 25.23b). El punto  $a$  está a un potencial mayor que el  $b$ , por lo que  $V_a > V_b$ , y  $V_{ab}$  es positiva. Observe que la corriente  $I$  *sale* de la fuente por la terminal de mayor potencial (en vez de entrar por ahí). Se provee energía al circuito externo, y la rapidez con la que se entrega al circuito está dada por la ecuación (25.17):

$$P = V_{ab}I$$

Para una fuente que puede describirse por una fem  $\mathcal{E}$  y resistencia interna  $r$ , se usa la ecuación (25.15):

$$V_{ab} = \mathcal{E} - Ir$$

Si se multiplica esta ecuación por  $I$ , se obtiene

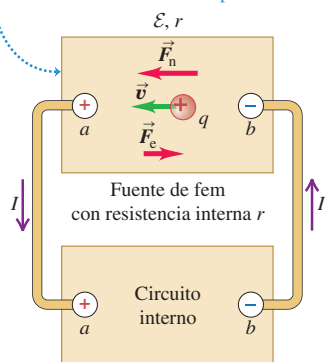
$$P = V_{ab}I = \mathcal{E}I - I^2r \quad (25.19)$$

¿Qué significan los términos  $\mathcal{E}I$  e  $I^2r$ ? En la sección 25.4 se definió la fem  $\mathcal{E}$  como el trabajo por unidad de carga que la fuerza no electrostática realiza sobre las cargas cuando éstas son empujadas “cuesta arriba” de  $b$  hacia  $a$  en la fuente. En el tiempo  $dt$ , fluye una carga  $dQ = I dt$  a través de la fuente; el trabajo realizado sobre ella por esta fuerza no electrostática es  $\mathcal{E} dQ = \mathcal{E}I dt$ . Así,  $\mathcal{E}I$  es la *tasa* a la que realiza trabajo sobre las cargas en circulación cualquier agente que ocasione la fuerza no electrostática en la fuente. Este término representa la rapidez de conversión de la energía no eléctrica en eléctrica dentro de la fuente. El término  $I^2r$  es la tasa a la que se *disipa* energía

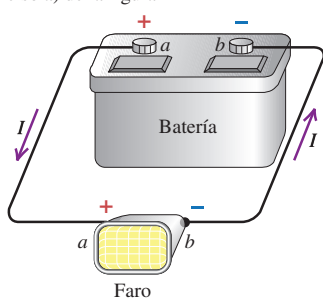
#### 25.23 Conversión de la energía en un circuito simple.

a) Diagrama del circuito

- La fuente de fem convierte energía que no es eléctrica en energía eléctrica, a una tasa de  $\mathcal{E}I$ .
- Su resistencia interna *disipa* energía a una tasa de  $I^2r$ .
- La diferencia  $\mathcal{E}I - I^2r$  es su potencia de salida.



b) Circuito real del tipo que se ilustra en el inciso a) de la figura



eléctrica en la resistencia interna de la fuente. La diferencia  $\mathcal{E}I - I^2r$  es la potencia eléctrica *neta* de salida de la fuente, es decir, la rapidez a la que la fuente entrega energía eléctrica al resto del circuito.

### Potencia de entrada a una fuente

Suponga que el rectángulo inferior de la figura 25.23a es una fuente, con una fem *mayor* que la de la fuente superior y opuesta a ella. La figura 25.4 muestra un ejemplo práctico: el proceso de carga de una batería de automóvil (el elemento de circuito superior) por el alternador del vehículo (el elemento inferior). La corriente  $I$  en el circuito es *opuesta* a la de la figura 25.23; la fuente inferior empuja corriente de regreso hacia la fuente superior. En virtud de esta inversión de la corriente, en vez de la ecuación (25.15), para la fuente superior se tiene

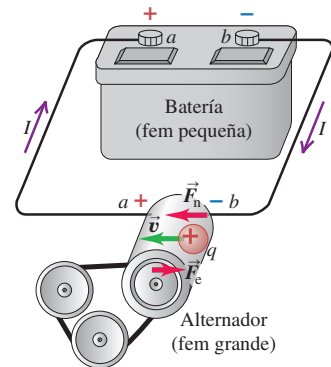
$$V_{ab} = \mathcal{E} + Ir$$

y en vez de la ecuación (25.19), tenemos

$$P = V_{ab}I = \mathcal{E}I + I^2R \quad (25.20)$$

En vez de que el agente que genera la fuerza no electrostática de la fuente superior realice trabajo, se está realizando trabajo *sobre* el agente. En la fuente superior hay energía eléctrica que se convierte en energía no eléctrica a una tasa de  $\mathcal{E}I$ . El término  $I^2r$  en la ecuación (25.20) es, de nuevo, la tasa de disipación de energía en la resistencia interna de la fuente superior, y la suma  $\mathcal{E}I + I^2r$  es la potencia eléctrica total de *alimentación* a la fuente superior. Esto es lo que pasa cuando se conecta una batería recargable (de almacenamiento) a un cargador. El cargador suministra energía eléctrica a la batería; parte de esta energía se convierte en energía química que se reconvierte después, y el resto se disipa (se pierde) en la resistencia interna de la batería, la caliente y origina un flujo de calor hacia fuera. Si usted tiene algún aparato o computadora portátil con batería recargable, tal vez haya notado que se calienta mientras se está cargando.

**25.24** Cuando se conectan dos fuentes en una espira simple, la fuente con mayor fem entrega energía a la otra fuente.



#### Estrategia para resolver problemas 25.1

#### Potencia y energía en los circuitos



##### IDENTIFICAR los conceptos relevantes:

Los conceptos de potencia eléctrica de alimentación y salida son aplicables a cualquier circuito eléctrico. En la mayoría de los casos se sabrá cuándo se necesitan estos conceptos porque el problema pedirá en forma explícita que se considere potencia o energía.

##### PLANTEAR el problema según los siguientes pasos:

1. Elabore un dibujo del circuito.
2. Identifique los elementos de circuito, incluyendo las fuerzas fem y los resistores. En capítulos posteriores se agregarán otros elementos de circuitos, como capacitores e inductores (que se estudian en el capítulo 30).
3. Determine las variables que se buscan. Lo común es que sean la potencia de alimentación o de salida para cada elemento de circuito, o la cantidad total de energía que entra o sale de un elemento de circuito en un tiempo dado.

##### EJECUTAR la solución como sigue:

1. Una fuente de fem  $\mathcal{E}$  entrega potencia  $\mathcal{E}I$  a un circuito cuando la corriente  $I$  pasa a través de la fuente de  $-$  a  $+$ . La conversión de energía se realiza a partir de energía química en una batería, de energía mecánica a partir de un generador, etcétera. En este caso, la fuente tiene una potencia de salida *positiva* hacia el circuito, o, de manera equivalente, una potencia de alimentación *negativa* a la fuente.
2. Una fuente de fem toma potencia  $\mathcal{E}I$  de un circuito —es decir, tiene una potencia de salida negativa o, en forma equivalente, una potencia de alimentación positiva— cuando pasa corriente a través de la

fente en dirección de  $+$  a  $-$ . Esto ocurre cuando se carga una batería de almacenamiento, es decir, cuando la energía eléctrica se convierte de nuevo en energía química. En este caso, la fuente tiene una potencia de salida *negativa* hacia el circuito o, de manera equivalente, una potencia de alimentación *positiva* a la fuente.

3. Sin importar la dirección de la corriente a través de un resistor, siempre hay una potencia de alimentación *positiva* al resistor. Éste extrae energía del circuito a una tasa dada por la expresión  $VI = I^2R = V^2/R$ , donde  $V$  es la diferencia de potencial a través del resistor.
4. También hay una potencia de alimentación *positiva* a la resistencia interna  $r$  de una fuente, sin que importe la dirección de la corriente. La resistencia interna siempre retira energía del circuito y la convierte en calor a una tasa de  $I^2r$ .
5. Se necesita calcular el total de energía que se entrega o se extrae de un elemento de circuito en una cantidad dada de tiempo. Si la potencia que entra a un elemento de circuito o que sale de él es constante, esta integral es simplemente el producto de la potencia por el tiempo transcurrido. (En el capítulo 26 encontraremos situaciones en las que la potencia no es constante. En tales casos, se requiere una integral para calcular la energía total.)

**EVALUAR la respuesta:** Compruebe los resultados y no olvide verificar que la energía se conserva. Esta conservación se expresa en cualquiera de dos formas posibles: “potencia de alimentación neta = potencia de salida neta”, o “la suma algebraica de las potencia de alimentación a los elementos de circuito es igual a cero”.

**Ejemplo 25.9 Potencias de alimentación y salida en un circuito completo**

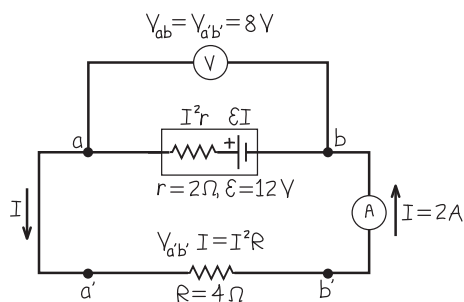
Para la situación que se analizó en el ejemplo 25.6, calcule la tasa de conversión de energía (química o eléctrica) y la tasa de disipación de energía en la batería, así como la potencia neta de salida de la batería.

**SOLUCIÓN**

**IDENTIFICAR:** Las variables que se buscan son la potencia de salida de la fuente de fem, la potencia de alimentación a la resistencia interna y la potencia neta de salida de la fuente.

**PLANTEAR:** La figura 25.25 representa el circuito. Se utiliza la ecuación (25.17) para encontrar la potencia de alimentación o de salida de un elemento de circuito, y la ecuación (25.19) para la potencia neta de salida de la fuente.

**25.25** Diagrama para este problema.



**EJECUTAR:** Del ejemplo 25.6, la corriente en el circuito es  $I = 2 \text{ A}$ . La tasa de conversión de energía en la batería es

$$\mathcal{E}I = (12 \text{ V})(2 \text{ A}) = 24 \text{ W}$$

La tasa de disipación de energía en la batería es

$$I^2 r = (2 \text{ A})^2 (2 \Omega) = 8 \text{ W}$$

La potencia eléctrica de *salida* de la fuente es la diferencia entre  $\mathcal{E}I - I^2 r = 16 \text{ W}$ .

**EVALUAR:** La potencia de salida también está dada por el voltaje terminal  $V_{ab} = 8 \text{ V}$  (calculado en el ejemplo 25.6) multiplicado por la corriente:

$$V_{ab}I = (8 \text{ V})(2 \text{ A}) = 16 \text{ W}$$

La potencia eléctrica de alimentación al resistor es

$$V_{a'b'}I = (8 \text{ V})(2 \text{ A}) = 16 \text{ W}$$

Esto es igual a la tasa de disipación de energía eléctrica en el resistor:

$$I^2 R = (2 \text{ A})^2 (4 \Omega) = 16 \text{ W}$$

Observe que nuestros resultados concuerdan con la ecuación (25.19), que establece que  $V_{ab}I = \mathcal{E}I - I^2 r$ ; el lado izquierdo de esta ecuación es igual a 16 W, y el derecho es igual a  $24 \text{ W} - 8 \text{ W} = 16 \text{ W}$ . Esto comprueba la congruencia de las diversas cantidades de potencia.

**Ejemplo 25.10 Aumento de la resistencia**

Suponga que el resistor de  $4 \Omega$  de la figura 25.25 se sustituye por otro de  $8 \Omega$ . ¿Cómo afecta esto la potencia eléctrica disipada en el resistor?

**SOLUCIÓN**

**IDENTIFICAR:** La variable que se busca es la potencia disipada en el resistor al que está conectada la fuente de fem.

**PLANTEAR:** La situación es la misma que la del ejemplo 25.9, pero con un valor diferente de la resistencia externa  $R$ .

**EJECUTAR:** De acuerdo con la ecuación (25.18), la potencia disipada en el resistor está dada por  $P = I^2 R$ . Si usted tuviera prisa, tal vez concluiría que como  $R$  ahora tiene el doble del valor que tenía en el ejemplo 25.9, la potencia también se duplicaría y sería  $2(16 \text{ W}) = 32 \text{ W}$ . O tal vez trataría de usar la fórmula  $P = V_{ab}^2/R$ ; esta fórmula lo llevaría a concluir que la potencia debería ser la mitad de la del ejemplo anterior, es decir,  $(16 \text{ W})/2 = 8 \text{ W}$ . ¿Cuál respuesta es la correcta?

En realidad, *ambas* respuestas son *incorrectas*. La primera porque al cambiar la resistencia  $R$ , también cambia la corriente en el circuito (recuerde, una fuente de fem *no* genera la misma corriente en todas las situaciones). La segunda conclusión también es incorrecta porque la diferencia de potencial  $V_{ab}$  a través del resistor cambia cuando la corriente cambia. Para conocer la respuesta correcta, primero se usa la misma técnica que en el ejemplo 25.6 para obtener la corriente:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r} = \frac{12 \text{ V}}{8 \Omega + 2 \Omega} = 1.2 \text{ A}$$

La mayor resistencia hace que la corriente disminuya. La diferencia de potencial a través del resistor es

$$V_{ab} = IR = (1.2 \text{ A})(8 \Omega) = 9.6 \text{ V}$$

que es mayor que con el resistor de  $4 \Omega$ . Después, se calcula la potencia disipada en el resistor en cualquiera de dos formas:

$$P = I^2 R = (1.2 \text{ A})^2 (8 \Omega) = 12 \text{ W} \quad \text{o bien,}$$

$$P = \frac{V_{ab}^2}{R} = \frac{(9.6 \text{ V})^2}{8 \Omega} = 12 \text{ W}$$

**EVALUAR:** El incremento de la resistencia  $R$  ocasiona una *reducción* en la potencia de alimentación al resistor. En la expresión  $P = I^2 R$  es más importante la disminución de la corriente que el aumento de la resistencia; en la expresión  $P = V_{ab}^2/R$  tiene mayor importancia el aumento en la resistencia que el aumento de  $V_{ab}$ . Este mismo principio se aplica a las bombillas eléctricas comunes; una bombilla de 50 W tiene más resistencia que una de 100 W.

¿Podría demostrar que si se sustituye el resistor de  $4 \Omega$  por otro de  $8 \Omega$ , disminuyen tanto la tasa de conversión de energía (química a eléctrica) en la batería como la tasa de disipación de energía en la batería?

### Ejemplo 25.11 Potencia en un cortocircuito

Para el circuito que se analizó en el ejemplo 25.8, calcule las tasas de conversión de energía y disipación de energía en la batería, así como la potencia de salida neta de la batería.

#### SOLUCIÓN

**IDENTIFICAR:** Las variables buscadas son otra vez las potencias de entrada y salida asociadas con la batería.

**PLANTEAR:** La figura 25.26 muestra el circuito. Ésta es la misma situación que la del ejemplo 25.9, pero ahora la resistencia externa  $R$  es igual a cero.

**EJECUTAR:** En el ejemplo 25.8 se calculó que en esta situación la corriente es  $I = 6 \text{ A}$ . La tasa de conversión de energía (química a eléctrica) en la batería es

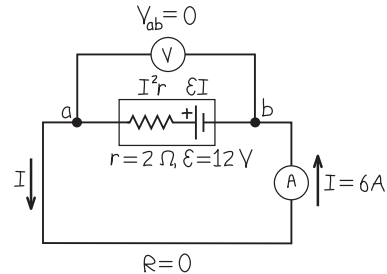
$$\mathcal{E}I = (12 \text{ V})(6 \text{ A}) = 72 \text{ W}$$

La tasa de disipación de energía en la batería es

$$I^2 r = (6 \text{ A})^2 (2 \Omega) = 72 \text{ W}$$

La potencia de salida neta de la fuente, dada por  $V_{ab}I$ , es igual a cero porque el voltaje terminal  $V_{ab}$  es cero.

**25.26** El diagrama para este problema es el siguiente:



**EVALUAR:** Con alambres ideales y un amperímetro ideal, de manera que  $R = 0$ , se disipa *toda* la energía convertida dentro de la fuente. Por eso, una batería en cortocircuito se arruina con rapidez y, en ciertos casos, llega a estallar.

**Evalúe su comprensión de la sección 25.5** Ordene los siguientes circuitos en orden decreciente de sus valores de potencia de salida neta de la batería.

- Un resistor de  $1.4 \Omega$  conectado a una batería de  $1.5 \text{ V}$  que tiene una resistencia interna de  $0.10 \Omega$ ;
- un resistor de  $1.8 \Omega$  conectado a una batería de  $4.0 \text{ V}$  con voltaje terminal de  $3.6 \text{ V}$  y resistencia interna desconocida;
- un resistor desconocido conectado a una batería de  $12.0 \text{ V}$  con resistencia interna de  $0.20 \Omega$  y voltaje terminal de  $11.0 \text{ V}$ .



## \*25.6 Teoría de la conducción metálica

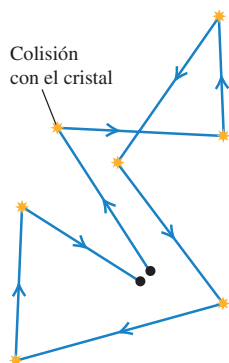
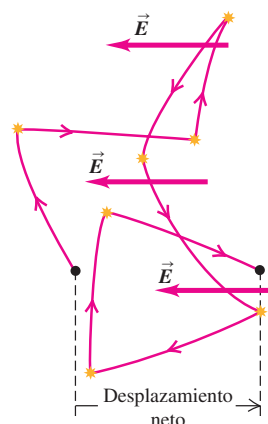
Podemos comprender mejor el fenómeno de la conducción eléctrica examinando el origen microscópico de la conductividad. Consideremos un modelo muy sencillo que trata los electrones como partículas clásicas e ignora su comportamiento ondulatorio en los sólidos según los postulados de la mecánica cuántica. Con este modelo, obtendremos una expresión para la resistividad de un metal. Aun cuando este modelo no es del todo correcto en términos conceptuales, sirve para desarrollar una idea intuitiva de las bases microscópicas de la conducción.

En el modelo microscópico más sencillo de la conducción en un metal, cada átomo del cristal metálico cede uno o más de sus electrones externos. Luego, estos electrones quedan en libertad para moverse a través del cristal y colisionan a intervalos con los iones estacionarios positivos. El movimiento de los electrones es análogo al de las moléculas de un gas que se trasladan a través de un lecho poroso de arena, por lo que es frecuente referirse a ellos como “gas de electrones”.

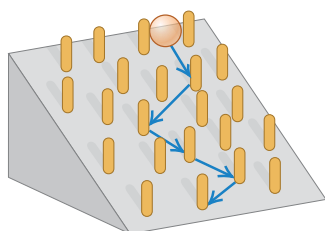
Si no hay campo eléctrico, los electrones se mueven en línea recta entre las colisiones, las direcciones de sus velocidades son aleatorias y, en promedio, nunca llegan a ninguna parte (figura 22.27a). Pero si está presente un campo eléctrico, las trayectorias se curvan ligeramente en virtud de la aceleración causada por las fuerzas del campo eléctrico. La figura 25.27b ilustra algunas trayectorias de un electrón en un campo eléctrico dirigido de derecha a izquierda. Como se dijo en la sección 25.1, la rapidez media del movimiento aleatorio es del orden de  $10^6 \text{ m/s}$ , mientras que la rapidez media de deriva es *mucho* más baja, del orden de  $10^{-4} \text{ m/s}$ . El tiempo medio entre las

**25.27** Movimientos aleatorios de un electrón en un cristal metálico

a) con un campo eléctrico igual a cero, y b) con un campo eléctrico que provoca deriva. Las curvaturas de las trayectorias se han exagerado mucho.

a) Trayectoria normal de un electrón en un cristal metálico *sin* campo interno  $\vec{E}$ b) Trayectoria normal de un electrón en un cristal metálico *con* un campo interno  $\vec{E}$ 

**25.28** El movimiento de una pelota que rueda por un plano inclinado y rebota en las estacas que encuentra en su camino es análogo al movimiento de un electrón en un conductor metálico con un campo eléctrico presente.



colisiones se denomina **tiempo libre medio**, y se denota con  $\tau$ . La figura 25.28 muestra una analogía mecánica de este movimiento de electrones.

A partir de este modelo se obtendrá una expresión para la resistividad  $\rho$  de un material, definido por la ecuación (25.5):

$$\rho = \frac{E}{J} \quad (25.21)$$

donde  $E$  y  $J$  son las magnitudes del campo eléctrico y la densidad de corriente. La densidad de corriente  $\vec{J}$  a su vez está dada por la ecuación (25.4):

$$\vec{J} = nq\vec{v}_d \quad (25.22)$$

donde  $n$  es el número de electrones libres por unidad de volumen,  $q$  es la carga de cada uno, y  $\vec{v}_d$  es su velocidad media de deriva. (También sabemos que en un metal ordinario  $q = -e$ ; esto se usará más adelante.)

Es necesario relacionar la velocidad de deriva  $\vec{v}_d$  con el campo eléctrico  $\vec{E}$ . El valor de  $\vec{v}_d$  está determinado por una condición de estado estable (estacionario) en la que, en promedio, las *ganancias* de velocidad de las cargas debidas a la fuerza del campo  $\vec{E}$  se equilibran exactamente con las *pérdidas* de velocidad debidas a las colisiones.

Para aclarar este proceso, imaginemos que se ponen en marcha los dos efectos, uno a la vez. Suponga que antes del momento  $t = 0$  no existe un campo. De esta forma, el movimiento de los electrones es completamente al azar. Un electrón común tiene velocidad  $\vec{v}_0$  en el momento  $t = 0$ , y el valor de  $\vec{v}_0$  promediado con respecto a muchos electrones (es decir, la velocidad inicial de un electrón promedio) es igual a cero:  $(\vec{v}_0)_{\text{prom}} = \vec{0}$ . Así, en el momento  $t = 0$ , activamos un campo eléctrico constante  $\vec{E}$ . El campo ejerce una fuerza  $\vec{F} = q\vec{E}$  sobre cada carga, lo que ocasiona una aceleración  $\vec{a}$  en dirección de la fuerza que está dada por

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{q\vec{E}}{m}$$

donde  $m$  es la masa del electrón. *Todos* los electrones tienen esta aceleración.

Esperamos un tiempo  $\tau$ , el tiempo medio entre colisiones, y en seguida “ponemos en marcha” las colisiones. Un electrón que en el tiempo  $t = 0$  tiene velocidad  $\vec{v}_0$ , en el tiempo  $\tau$  tendrá una velocidad igual a

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}\tau$$



La velocidad  $\vec{v}_{\text{med}}$  de un electrón *promedio* en ese momento es la suma de los promedios de los dos términos de la derecha. Como se dijo, la velocidad inicial  $\vec{v}_0$  es igual a cero para un electrón promedio, por lo que

$$\vec{v}_{\text{med}} = \vec{a}\tau = \frac{q\tau}{m}\vec{E} \quad (25.23)$$

Después del tiempo  $t = \tau$ , la tendencia de las colisiones a disminuir la velocidad de un electrón promedio (con las colisiones aleatorias) equilibra con exactitud la tendencia del campo  $\vec{E}$  a incrementar su velocidad. Así, la velocidad de un electrón promedio, dada por la ecuación (25.23), se mantiene con el tiempo y es igual a la velocidad de deriva  $\vec{v}_d$ :

$$\vec{v}_d = \frac{q\tau}{m}\vec{E}$$

Ahora, se sustituye esta ecuación para la velocidad de deriva  $\vec{v}_d$  en la ecuación (25.22):

$$\vec{J} = nq\vec{v}_d = \frac{nq^2\tau}{m}\vec{E}$$

Al comparar esta ecuación con la ecuación (25.21), que puede describirse como  $\vec{J} = \vec{E}/\rho$ , y al sustituir  $q = -e$ , se observa que la resistividad  $\rho$  está dada por

$$\rho = \frac{m}{ne^2\tau} \quad (25.24)$$

Si  $n$  y  $\tau$  son independientes de  $\vec{E}$ , entonces la resistividad es independiente de  $\vec{E}$  y el material conductor obedece la ley de Ohm.

Quizá parezca artificial iniciar las interacciones una a la vez, pero el resultado sería el mismo si cada electrón tuviera su propio reloj y los tiempos  $t = 0$  fueran diferentes para distintos electrones. Si  $\tau$  es el tiempo medio entre las colisiones, entonces  $\vec{v}_d$  aún es la velocidad media de deriva de los electrones, aun cuando los movimientos de éstos no estén correlacionados en realidad en la manera en que se postuló.

¿Qué pasa con la dependencia que tiene la resistividad con respecto a la temperatura? En un cristal perfecto sin átomos fuera de su lugar, un análisis cuántico correcto supondría que los electrones libres se mueven a través del cristal sin ninguna colisión. Pero los átomos vibran en torno a sus posiciones de equilibrio. Conforme la temperatura se incrementa, las amplitudes de esas vibraciones aumentan, las colisiones se hacen más frecuentes y el tiempo libre medio  $\tau$  disminuye. Por lo tanto, esta teoría predice que la resistividad de un metal aumenta con la temperatura. En general, en un superconductor no hay colisiones inelásticas,  $\tau$  es infinito y la resistividad  $\rho$  es igual a cero.

En un semiconductor puro como el silicio o el germanio, el número de portadores de carga por unidad de volumen,  $n$ , no es constante, sino que incrementa con mucha rapidez al aumentar la temperatura. Este aumento de  $n$  supera con creces la reducción del tiempo libre medio, y en un semiconductor la resistividad siempre decrece con rapidez al aumentar la temperatura. A temperaturas bajas,  $n$  es muy pequeña, y la resistividad se hace tan grande que el material se considera aislante.

Los electrones ganan energía entre las colisiones en virtud del trabajo que el campo eléctrico realiza sobre ellos. Durante las colisiones, transfieren algo de esta energía a los átomos del material del conductor. Esto lleva a un aumento de la energía interna y la temperatura del material; ésa es la razón por la que los alambres que conducen corriente se calientan. Si el campo eléctrico en el material es suficientemente grande, un electrón puede ganar energía suficiente entre las colisiones para desprender electrones que normalmente están ligados a los átomos del material. Después, los electrones así lanzados pueden desprender a la vez otros electrones, y así sucesivamente, lo que posiblemente desate una avalancha de corriente. Ésta es la base microscópica de la ruptura del dieléctrico en los aislantes.

**Ejemplo 25.12 Tiempo libre medio en el cobre**

Calcule el tiempo libre medio entre las colisiones en el cobre a temperatura ambiente.

**SOLUCIÓN**

**IDENTIFICAR:** Este problema se basa en las ideas desarrolladas en esta sección.

**PLANTEAR:** Es posible encontrar una expresión para el tiempo libre medio  $\tau$  en términos de  $n$ ,  $\rho$ ,  $e$  y  $m$ , si se reacomoda la ecuación (25.24). Del ejemplo 25.1 y la tabla 25.1, se sabe que para el cobre  $n = 8.5 \times 10^{28} \text{ m}^{-3}$  y  $\rho = 1.72 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$ . Asimismo,  $e = 1.60 \times 10^{-19} \text{ C}$  y  $m = 9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$  para los electrones.

**EJECUTAR:** De la ecuación (25.24) se obtiene

$$\begin{aligned}\tau &= \frac{m}{ne^2\rho} \\ &= \frac{9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}}{(8.5 \times 10^{28} \text{ m}^{-3})(1.60 \times 10^{-19} \text{ C})^2(1.72 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m})} \\ &= 2.4 \times 10^{-14} \text{ s}\end{aligned}$$

**EVALUAR:** Al tomar el recíproco de este tiempo, se encuentra que cada electrón experimenta en promedio ¡alrededor de  $4 \times 10^{13}$  colisiones cada segundo!

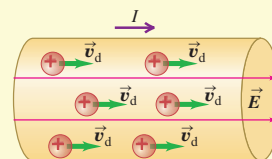
**Evalúe su comprensión de la sección 25.6** ¿Cuál de los siguientes factores, al incrementarse, hará que sea más difícil producir cierta cantidad de corriente en un conductor? (Puede haber más de una respuesta correcta.) i) La masa de las partículas con carga en movimiento en el conductor; ii) el número de las partículas con carga en movimiento por metro cúbico; iii) la cantidad de carga en cada partícula en movimiento; iv) el tiempo medio entre las colisiones para una partícula cualquiera con carga y en movimiento.

## CAPÍTULO 25 RESUMEN

**Corriente y densidad de corriente:** Corriente es la cantidad de carga que fluye a través de un área especificada, por unidad de tiempo. La unidad del SI para la corriente es el amperio, que es igual a un coulomb por segundo ( $1 \text{ A} = 1 \text{ C/s}$ ). La corriente  $I$  a través de un área  $A$  depende de la concentración  $n$  y la carga  $q$  de los portadores de carga, así como de la magnitud de su velocidad de deriva  $\vec{v}_d$ . La densidad de corriente es corriente por unidad de área de la sección transversal. La corriente se describe convencionalmente en términos de un flujo de carga positiva, aun cuando los portadores de carga real sean negativos o de ambos signos. (Véase el ejemplo 25.1.)

$$I = \frac{dQ}{dt} = n|q|v_d A \quad (25.2)$$

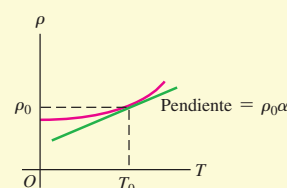
$$\vec{J} = nq\vec{v}_d \quad (25.4)$$



**Resistividad:** La resistividad  $\rho$  de un material es la razón de las magnitudes del campo eléctrico y la densidad de corriente. Los buenos conductores tienen poca resistividad; los buenos aislantes tienen alta resistividad. La ley de Ohm, que obedecen en forma aproximada muchos materiales, establece que  $\rho$  es una constante independiente del valor de  $E$ . La resistividad por lo general se incrementa con la temperatura; para cambios pequeños de temperatura, esta variación queda representada aproximadamente por la ecuación (25.6), donde  $\alpha$  es el coeficiente de temperatura de la resistividad.

$$\rho = \frac{E}{J} \quad (25.5)$$

$$\rho(T) = \rho_0[1 + \alpha(T - T_0)] \quad (25.6)$$

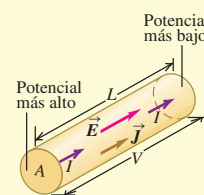


Metal:  $\rho$  aumenta con el incremento de  $T$

**Resistores:** Para los materiales que obedecen la ley de Ohm, la diferencia de potencial  $V$  a través de una muestra particular de material es proporcional a la corriente  $I$  a través del material. La razón  $V/I = R$  es la resistencia de la muestra. La unidad del SI para la resistencia es el ohm ( $1 \Omega = 1 \text{ V/A}$ ). La resistencia de un conductor cilíndrico se relaciona con su resistividad  $\rho$ , longitud  $L$  y área de sección transversal  $A$ . (Véanse los ejemplos 25.2 a 25.4.)

$$V = IR \quad (25.11)$$

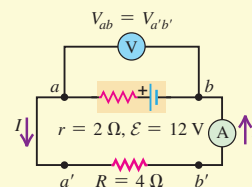
$$R = \frac{\rho L}{A} \quad (25.10)$$



**Circuitos y fem:** Un circuito completo tiene una trayectoria continua por la que circula corriente. Un circuito completo que lleva una corriente constante debe contener una fuente de fuerza electromotriz (fem)  $\mathcal{E}$ . La unidad del SI para la fuerza electromotriz es el volt (1 V). Una fuente ideal de fem mantiene una diferencia de potencial constante, independiente de la corriente que pasa a través del dispositivo, pero toda fuente real de fem tiene alguna resistencia interna  $r$ . Por consiguiente, la diferencia de potencial terminal  $V_{ab}$  depende de la corriente. (Véanse los ejemplos 25.5 a 25.8.)

$$V_{ab} = \mathcal{E} - Ir \quad (25.15)$$

(fuente con resistencia interna)



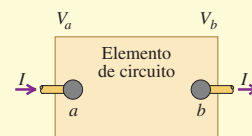
**Energía y potencia en los circuitos:** Un elemento de circuito con diferencia de potencial  $V_a - V_b = V_{ab}$  y corriente  $I$  introduce energía al circuito si la dirección de la corriente es del potencial más bajo al más alto en el dispositivo, y extrae energía del circuito si la corriente es la opuesta. La potencia  $P$  (tasa de transferencia de energía) es igual al producto de la diferencia de potencial por la corriente. Un resistor siempre extrae energía eléctrica del circuito. (Véanse los ejemplos 25.9 a 25.11.)

$$P = V_{ab}I \quad (25.17)$$

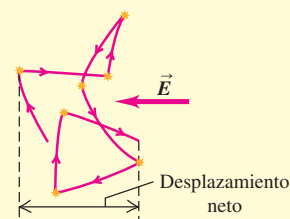
(elemento general de circuito)

$$P = V_{ab}I = I^2 R = \frac{V_{ab}^2}{R} \quad (25.18)$$

(potencia que entra en un resistor)



**Conducción en los metales:** La base microscópica de la conducción en los metales es el movimiento de los electrones que se desplazan con libertad por el cristal metálico, chocando con los centros iónicos del cristal. En un modelo clásico aproximado de este movimiento, la resistividad del material se relaciona con la masa del electrón, la carga, la rapidez de movimiento aleatorio, la densidad y el tiempo libre medio entre las colisiones. (Véase el ejemplo 25.12.)



## Términos clave

corriente, 847  
velocidad de deriva, 847  
corriente convencional, 848  
ampere, 848  
concentración, 848  
densidad de corriente, 849  
ley de Ohm, 850

resistividad, 851  
conductividad, 851  
coeficiente de temperatura de la resistividad, 852  
resistencia, 853  
ohm, 854  
resistor, 854  
circuito completo, 857

fuerza electromotriz (fem), 857  
fuente de fem, 857  
resistencia interna, 859  
voltaje terminal, 859  
voltímetro, 860  
amperímetro, 860  
tiempo libre medio, 868

## Respuesta a la pregunta de inicio de capítulo ?

La corriente que sale es igual a la corriente que entra. En otras palabras, la carga debe entrar a la bombilla con la misma rapidez con la que sale. Conforme fluye por la bombilla no “se gasta” ni se consume.

## Respuestas a las preguntas de Evalúe su comprensión

**25.1 Respuesta: v)** Al duplicarse el diámetro se incrementa el área de la sección transversal  $A$  en un factor de 4. Por lo tanto, la magnitud de la densidad de corriente  $J = I/A$  se reduce a  $\frac{1}{4}$  del valor del ejemplo 25.1, y la magnitud de la velocidad de deriva  $v_d = J/n|q|$  se reduce en el mismo factor. La nueva magnitud es  $v_d = (0.15 \text{ mm/s})/4 = 0.038 \text{ mm/s}$ . Este comportamiento es el mismo que el de un fluido incompresible, que disminuye cuando pasa de un tubo estrecho a otro más ancho (véase la sección 14.4).

**25.2 Respuesta: ii)** La figura 25.6b indica que la resistividad  $\rho$  de un semiconductor se incrementa conforme disminuye la temperatura. De la ecuación (25.5), la magnitud de la densidad de corriente es  $J = E/\rho$ , por lo que la densidad de corriente disminuye a medida que la temperatura se reduce y la resistividad aumenta.

**25.3 Respuesta: iii)** La solución de la ecuación (25.11) para la corriente indica que  $I = V/R$ . Si la resistencia  $R$  del alambre permanece sin cambio, la duplicación del voltaje  $V$  haría que la corriente  $I$  también se duplicara. Sin embargo, en el ejemplo 25.3 se vio que la resistencia *no* es constante: a medida que la corriente aumenta y la temperatura se eleva,  $R$  también aumenta. Así que la duplicación del voltaje produce una corriente *menor* que el doble de la corriente original. Un conductor óhmico es aquél para el que  $R = V/I$  tiene el mismo

valor sin importar cuál sea el voltaje; así pues, el alambre es *no óhmico*. (En muchos problemas prácticos, el cambio de temperatura del alambre es tan pequeño que se ignora, por lo que se puede considerar sin problema que el alambre es óhmico. En casi todos los ejemplos del libro se hace así.)

**25.4 Respuestas: iii), ii), i)** Para el circuito i), se calcula la corriente con la ecuación (25.16):  $I = \mathcal{E}/(R + r) = (1.5 \text{ V})/(1.4 \Omega + 0.10 \Omega) = 1.0 \text{ A}$ . Para el circuito ii), se observa que el voltaje terminal  $V_{ab} = 3.6 \text{ V}$  es igual al voltaje  $IR$  a través del resistor de  $1.8 \Omega$ :  $V_{ab} = IR$ , por lo que  $I = V_{ab}/R = (3.6 \text{ V})/(1.8 \Omega) = 2.0 \text{ A}$ . Para el circuito iii), se utiliza la ecuación (25.15) para determinar el voltaje terminal:  $V_{ab} = \mathcal{E} - Ir$ , por lo que  $I = (\mathcal{E} - V_{ab})/r = (12.0 \text{ V} - 11.0 \text{ V})/(0.20 \Omega) = 5.0 \text{ A}$ .

**25.5 Respuestas: iii), ii), i)** Éstos son los mismos circuitos que se analizaron en Evalúe su comprensión de la sección 25.4. En cada caso, la potencia neta de salida de la batería es  $P = V_{ab}I$ , donde  $V_{ab}$  es el voltaje terminal de la batería. Para el circuito i), se vio que  $I = 1.0 \text{ A}$ , por lo que  $V_{ab} = \mathcal{E} - Ir = 1.5 \text{ V} - (1.0 \text{ A})(0.10 \Omega) = 1.4 \text{ V}$ , de manera que  $P = (1.4 \text{ V})(1.0 \text{ A}) = 1.4 \text{ W}$ . Para el circuito ii), se tiene que  $V_{ab} = 3.6 \text{ V}$  y se encontró que  $I = 2.0 \text{ A}$ , por lo que  $P = (3.6 \text{ V})(2.0 \text{ A}) = 7.2 \text{ W}$ . Para el circuito iii), se tiene que  $V_{ab} = 11.0 \text{ V}$  y se determinó que  $I = 5.0 \text{ A}$ , así que  $P = (11.0 \text{ V})(5.0 \text{ A}) = 55 \text{ A}$ .

**25.6 Respuesta: i)** La dificultad de producir cierta cantidad de corriente se incrementa conforme aumenta la resistividad  $\rho$ . De la ecuación (25.24),  $\rho = m/ne^2\tau$ , por lo que al aumentar la masa  $m$  se incrementará la resistividad. Esto es así porque una partícula más masiva con carga responderá con más lentitud ante la aplicación de un campo eléctrico, por lo que la deriva será más lenta. Para generar la misma corriente se necesitaría un campo eléctrico más intenso. (El aumento de  $n$ ,  $e$  o  $\tau$  haría que la resistividad disminuyera y sería más fácil producir una corriente dada.)

## PROBLEMAS

Para las tareas asignadas por el profesor, visite [www.masteringphysics.com](http://www.masteringphysics.com)



## Preguntas para análisis

**P25.1.** La definición de resistividad ( $\rho = E/J$ ) implica que existe un campo eléctrico dentro de un conductor. Pero en el capítulo 21 se vio

que en el interior de un conductor no puede haber ningún campo eléctrico. ¿Hay alguna contradicción en esto? Dé una explicación.

**P25.2.** Una varilla cilíndrica tiene resistencia  $R$ . Si se triplica su longitud y diámetro, ¿cuál será su resistencia en términos de  $R$ ?

**P25.3.** Una varilla cilíndrica tiene una resistividad  $\rho$ . Si se triplica su longitud y diámetro, ¿cuál será su resistividad en términos de  $\rho$ ?

**P25.4.** Dos alambres de cobre de distintos diámetros se unen por los extremos. Si una corriente fluye por la combinación de alambres, ¿qué sucede con los electrones cuando se mueven del alambre de mayor diámetro al alambre de menor diámetro? Su rapidez de deriva, ¿aumenta, disminuye o permanece sin cambio? Si la velocidad de deriva cambia, ¿cuál es la fuerza que origina el cambio? Explique su razonamiento.

**P25.5.** ¿Cuándo una batería AAA de 1.5 V *no* es en realidad de 1.5 V? Es decir, ¿cuándo proporcionan sus terminales una diferencia de potencial menor de 1.5 V?

**P25.6.** La diferencia de potencial entre las terminales de una batería, ¿puede alguna vez ser en dirección opuesta a la de la fem? Si es así, dé un ejemplo. Si no, explique por qué.

**P25.7.** Una regla práctica que se utiliza para determinar la resistencia interna de una fuente es que ésta es igual al resultado de dividir el voltaje de circuito abierto entre la corriente del cortocircuito. ¿Esto es cierto? ¿Por qué?

**P25.8.** Las baterías siempre tienen rotulada su fem; por ejemplo, una batería de tamaño AA para linterna dice "1.5 volts". ¿Sería apropiado etiquetarlas también con la corriente que producen? ¿Por qué?

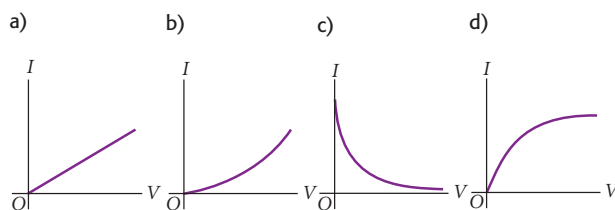
**P25.9.** Hemos visto que un coulomb es una cantidad enorme de carga; es prácticamente imposible colocar una carga de 1 C en un objeto. Sin embargo, una corriente de 10 A, o 10 C/s, es muy razonable. Explique esta discrepancia aparente.

**P25.10.** Los electrones en un circuito eléctrico pasan a través de un resistor. El alambre a ambos lados del resistor tiene el mismo diámetro. a) ¿Cómo es la rapidez de deriva de los electrones antes de que entren al resistor, en comparación con la rapidez que tienen al salir de éste? Explique su razonamiento. b) ¿Cómo es la energía potencial de un electrón antes de entrar en el resistor, en comparación con la que tiene después de salir del resistor? Explique su razonamiento.

**P25.11.** La corriente ocasiona que la temperatura de un resistor real se incremente. ¿Por qué? ¿Qué efecto tiene el calentamiento sobre la resistencia? Explique.

**P25.12.** ¿Cuál de las gráficas que aparecen en la figura 25.29 ilustra mejor la corriente  $I$  en un resistor real como función de la diferencia de potencial  $V$  a través suyo? Explique. (Sugerencia: vea la pregunta para análisis P25.11.)

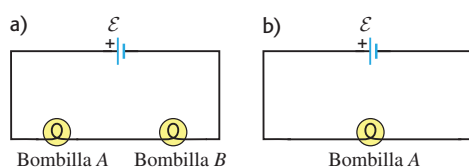
**Figura 25.29** Pregunta P25.12.



**P25.13.** ¿Por qué una bombilla casi siempre se funde en el momento de encender la luz, y rara vez mientras ya está encendida?

**P25.14.** Una bombilla brilla porque tiene resistencia; su brillo aumenta con la potencia eléctrica que disipa. a) En el circuito que se ilustra en

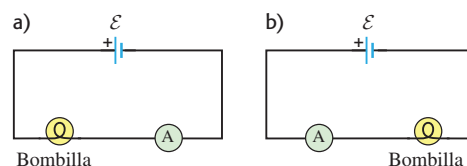
**Figura 25.30** Pregunta P25.14.



la figura 25.30a, las dos bombillas A y B son idénticas. En comparación con la bombilla A, ¿la bombilla B brilla más, igual o menos? Explique su razonamiento. b) Se retira la bombilla B del circuito y éste se completa como se ilustra en la figura 25.30b. En comparación con el brillo de la bombilla A en la figura 25.30a, ¿ahora la bombilla A brilla más, igual o menos? Explique su razonamiento.

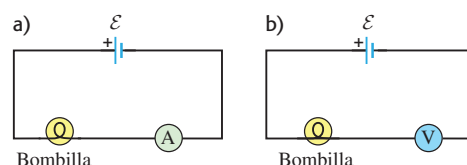
**P25.15.** (Véase la pregunta para análisis P25.14.) En un circuito se colocan un amperímetro ideal A, una batería y una bombilla, como se ilustra en la figura 25.31a, y se anota la lectura del amperímetro. Después, el circuito se vuelve a conectar como en la figura 25.31b, de manera que las posiciones del amperímetro y la bombilla se invierten. a) ¿Cómo se compara la lectura del amperímetro en la situación que se ilustra en la figura 25.31a con la de la figura 25.31b? Explique su razonamiento. b) ¿En qué situación brilla más la bombilla? Explique su razonamiento.

**Figura 25.31** Pregunta P25.15.



**P25.16.** (Véase la pregunta para análisis P25.14.) ¿Brillará más una bombilla cuando se conecta a una batería como se ilustra en la figura 25.32a, con un amperímetro ideal A colocado en el circuito, o cuando se conecta como se representa en la figura 25.32b, con un voltímetro ideal V colocado en el circuito? Explique su razonamiento.

**Figura 25.32** Pregunta P25.16.



**P25.17.** La energía que puede extraerse de una batería de almacenamiento siempre es menor que la que entra cuando se carga. ¿Por qué?

**P25.18.** Ocho baterías de linterna en serie tienen una fem aproximada de 12 V, como la de la batería de un automóvil. ¿Servirían para poner en marcha un vehículo cuya batería está sin carga? ¿Por qué?

**P25.19.** Es frecuente que los aviones pequeños tengan sistemas eléctricos de 24 V y no de 12 V como los automóviles, aun cuando los requerimientos de energía eléctrica sean aproximadamente los mismos para ambos tipos de vehículo. La explicación que dan los diseñadores de aeronaves es que un sistema de 24 V pesa menos que otro de 12 V porque en él pueden usarse alambres más delgados. Explique por qué es así.

**P25.20.** Las líneas de transmisión de energía eléctrica de larga distancia, siempre operan con un voltaje muy elevado, en ocasiones de hasta 750 kV. ¿Cuáles son las ventajas y desventajas de esto?

**P25.21.** Es común que las líneas eléctricas domésticas de Norteamérica operen a 120 V. ¿Por qué es deseable este voltaje en vez de otro considerablemente mayor o menor? Por otro lado, los automóviles



por lo general tienen sistemas de 12 V. ¿Por qué es conveniente este voltaje?

**P25.22.** Un fusible es un dispositivo diseñado para interrumpir un circuito eléctrico, por lo general haciendo que se funda cuando la corriente supera cierto valor. ¿Qué características debe tener el material con que se fabrica el fusible?

**P25.23.** Las fuentes de energía de alto voltaje en ocasiones se diseñan con la intención de que tengan una resistencia interna elevada, como medida de seguridad. ¿Por qué es más segura una fuente de energía con una gran resistencia interna que una con el mismo voltaje pero con menos resistencia interna?

**P25.24.** En el libro se afirma que los buenos conductores térmicos también son buenos conductores eléctricos. Si esto es así, ¿por qué los cables que se utilizan para conectar tostadores, planchas y otros aparatos que producen calor, no se calientan por conducir el calor que genera el elemento calefactor?

## Ejercicios

### Sección 25.1 Corriente eléctrica

**25.1.** Una corriente de 3.6 A fluye a través de un faro de automóvil. ¿Cuántos coulombs de carga pasan por el faro en 3.0 h?

**25.2.** Un alambre de plata de 2.6 mm de diámetro transfiere una carga de 420 C en 80 min. La plata contiene  $5.8 \times 10^{28}$  electrones libres por metro cúbico. *a)* ¿Cuál es la corriente en el alambre? *b)* ¿Cuál es la magnitud de la velocidad de deriva de los electrones en el alambre?

**25.3.** Una corriente de 5.00 A corre a través de un alambre de cobre de calibre 12 (diámetro, 2.05 mm) y de una bombilla. El cobre tiene  $8.5 \times 10^{28}$  electrones libres por metro cúbico. *a)* ¿Cuántos electrones pasan por la bombilla cada segundo? *b)* ¿Cuál es la densidad de corriente en el alambre? *c)* ¿Con qué rapidez un electrón común pasa por cualquier punto dado del alambre? *d)* Si fuera a usarse un alambre con el doble del diámetro, ¿cuáles de las respuestas anteriores cambiarían? ¿Los valores aumentarían o disminuirían?

**25.4.** Un alambre de calibre 18 (diámetro de 1.02 mm) transporta una corriente con densidad de  $1.50 \times 10^6$  A/m<sup>2</sup>. Calcule *a)* la corriente en el alambre y *b)* la velocidad de deriva de los electrones en el alambre.

**25.5.** El cobre tiene  $8.5 \times 10^{28}$  electrones libres por metro cúbico. Un alambre de cobre de calibre 12, equivalente a 2.05 mm de diámetro, y longitud de 71.0 cm, conduce 4.85 A de corriente. *a)* ¿Cuánto tiempo se requiere para que un electrón recorra la longitud del alambre? *b)* Repita el inciso *a)* para un alambre de cobre de calibre 6 (diámetro, 4.12 mm) de la misma longitud y que conduce la misma corriente. *c)* En general, ¿cómo afecta a la velocidad de deriva de los electrones del alambre el cambio del diámetro de un alambre que transporta una cantidad dada de corriente?

**25.6.** Considere el alambre de calibre 18 del ejemplo 25.1. ¿Cuántos átomos hay en 1.00 m<sup>3</sup> de cobre? Con la densidad de los electrones libres dada en el ejemplo, ¿cuántos electrones libres hay por átomo de cobre?

**25.7.** La corriente en un alambre varía con el tiempo de acuerdo con la relación  $I = 55 \text{ A} - (0.65 \text{ A/s}^2)t^2$ . *a)* ¿Cuántos coulombs de carga cruzan la sección transversal del alambre en el intervalo de tiempo entre  $t = 0 \text{ s}$  y  $t = 8.0 \text{ s}$ ? *b)* ¿Qué corriente constante transportaría la misma carga en el mismo intervalo de tiempo?

**25.8.** Una corriente pasa a través de una solución de cloruro de sodio. En 1.00 s, llegan al electrodo negativo  $2.68 \times 10^{16}$  iones de Na<sup>+</sup>, y al electrodo positivo arriban  $3.92 \times 10^{16}$  iones de Cl<sup>-</sup>. *a)* ¿Cuál es la corriente que pasa entre los electrodos? *b)* ¿Cuál es la dirección de la corriente?

**25.9.** Suponga que en la plata metálica hay un electrón libre por átomo de plata. Calcule la densidad de los electrones libres en la plata y compárela con el valor dado en el ejercicio 25.2.

### Sección 25.2 Resistividad y Sección 25.3 Resistencia

**25.10.** *a)* A temperatura ambiente, ¿cuál es la intensidad del campo eléctrico que se necesita generar en un alambre de cobre calibre 12 (2.05 mm de diámetro) para que fluya una corriente de 2.75 A? *b)* ¿Qué campo sería necesario si el alambre estuviera hecho de plata?

**25.11.** Una varilla cilíndrica de 1.50 m de largo y 0.500 cm de diámetro se conecta a una fuente de potencia que mantiene una diferencia de potencial constante de 15.0 V entre sus extremos, en tanto que un amperímetro mide la corriente que la cruza. Se observa que a temperatura ambiente (20.0 °C) el amperímetro da una lectura de 18.5 A, en tanto que a 92.0 °C arroja una lectura de 17.2 A. Se puede ignorar la expansión térmica de la varilla. Calcule *a)* la resistividad y *b)* el coeficiente de temperatura de la resistividad a 20 °C para el material de la varilla.

**25.12.** Un alambre de cobre tiene una sección transversal cuadrada de 2.3 mm por lado. El alambre mide 4.0 m de longitud y conduce una corriente de 3.6 A. La densidad de los electrones libres es  $8.5 \times 10^{28}/\text{m}^3$ . Calcule las magnitudes de *a)* la densidad de la corriente en el alambre y *b)* el campo eléctrico en el alambre. *c)* ¿Cuánto tiempo se requiere para que un electrón recorra la longitud del alambre?

**25.13.** En un experimento realizado a temperatura ambiente, una corriente de 0.820 A fluye a través de un alambre de 3.26 mm de diámetro. Calcule la magnitud del campo eléctrico en el alambre si éste es de *a)* tungsteno y *b)* aluminio.

**25.14.** Un alambre de 6.50 m de largo y 2.05 mm de diámetro tiene una resistencia de 0.0290 Ω. ¿De qué material es probable que esté hecho el alambre?

**25.15.** Un filamento cilíndrico de tungsteno de 15.0 cm de largo y 1.00 mm de diámetro va a usarse en una máquina cuya temperatura de operación variará entre 20 °C y 120 °C. Conducirá una corriente de 12.5 A en todas las temperaturas (consulte las tablas 25.1 y 25.2). *a)* ¿Cuál será el máximo campo eléctrico en este filamento? *b)* ¿Cuál será su resistencia con ese campo? *c)* ¿Cuál será la máxima caída de potencial a todo lo largo del filamento?

**25.16.** ¿Qué longitud de alambre de cobre de 0.462 mm de diámetro tiene una resistencia de 1.00 Ω?

**25.17.** Es frecuente que en las instalaciones eléctricas domésticas se utilice alambre de cobre de 2.05 mm de diámetro. Determine la resistencia de un alambre de ese tipo con longitud de 24.0 m.

**25.18.** ¿Qué diámetro debe tener un alambre de cobre si su resistencia ha de ser la misma que la de uno de aluminio de la misma longitud con diámetro de 3.26 mm?

**25.19.** Se necesita producir un conjunto de alambres de cobre cilíndricos de 3.50 m de largo con una resistencia de 0.125 Ω cada uno. ¿Cuál será la masa de cada alambre?

**25.20.** Un resorte muy apretado con 75 vueltas, cada una de 3.50 cm de diámetro, está hecho de alambre metálico aislado de 3.25 mm de diámetro. Un óhmetro conectado a través de sus extremos opuestos da una lectura de 1.74 Ω. ¿Cuál es la resistividad del metal?

**25.21.** Un cubo de aluminio tiene lados cuya longitud es de 1.80 m. ¿Cuál es la resistencia entre dos de las caras opuestas del cubo?

**25.22.** Una bombilla que recibe energía de una batería tiene filamento de tungsteno. Cuando el interruptor que conecta la bombilla con la batería se enciende por primera vez y la temperatura de la bombilla es de 20 °C, la corriente en la bombilla es de 0.860 A. Una vez que la bombilla ha estado encendida durante 30 s, la corriente es de 0.220 A. Pasado ese tiempo, ¿cuál es la temperatura del filamento?

**25.23.** Un sólido rectangular de germanio puro mide 12 cm × 12 cm × 25 cm. Si cada una de sus caras es una superficie equipotencial, ¿cuál es la resistencia entre las caras opuestas que están separadas por *a)* la distancia más grande y *b)* la distancia más corta?

**25.24.** Se aplica una diferencia de potencial de 4.50 V entre los extremos de un alambre de 2.50 m de longitud y 0.654 mm de radio. La corriente resultante a través del alambre es de 17.6 A. ¿Cuál es la resistividad del alambre?

**25.25.** Un alambre de oro de 0.84 mm de diámetro conduce una corriente eléctrica. El campo eléctrico en el alambre es de 0.49 V/m. ¿Cuáles son *a)* la corriente que conduce el alambre; *b)* la diferencia de potencial entre dos puntos del alambre separados por una distancia de 6.4 m; *c)* la resistencia de un trozo de ese alambre de 6.4 m de longitud?

**25.26.** La diferencia de potencial entre puntos de un alambre separados por una distancia de 75.0 cm es de 0.938 V cuando la densidad de corriente es de  $4.40 \times 10^7 \text{ A/m}^2$ . ¿Cuáles son *a)* la magnitud de  $\vec{E}$  en el alambre y *b)* la resistividad del material con el que está hecho el alambre?

**25.27.** *a)* ¿Cuál es la resistencia de un alambre de nicromel a 0.0 °C si su resistencia es de 100.00  $\Omega$  a 11.5 °C? *b)* ¿Cuál es la resistencia de una varilla de carbono a 25.8 °C si su resistencia es de 0.0160  $\Omega$  a 0.0 °C?

**25.28.** Se va a utilizar un resistor de carbono como termómetro. En un día de invierno en el que la temperatura es de 4.0 °C, la resistencia del resistor de carbono es de 217.3  $\Omega$ . ¿Cuál es la temperatura en un día de primavera cuando la resistencia es de 215.8  $\Omega$ ? (Como temperatura de referencia, tome  $T_0$  igual a 4.0 °C.)

**25.29.** Un hilo de alambre tiene una resistencia de 5.60  $\mu\Omega$ . Calcule la resistencia neta de 120 de tales hilos *a)* si se colocan lado a lado para formar un cable de la misma longitud que un solo hilo, y *b)* si se conectan por sus extremos para formar un alambre 120 veces más largo que uno solo de los hilos.

**25.30.** Un cilindro hueco de aluminio mide 2.50 m de largo y tiene un radio interior de 3.20 cm y un radio exterior de 4.60 cm. Considere cada superficie (interna, externa y las dos caras de los extremos) como equipotenciales. A temperatura ambiente, ¿cuál será la lectura de un óhmetro si se conecta entre *a)* las caras opuestas y *b)* las superficies interior y exterior?

### Sección 25.4 Fuerza electromotriz y circuitos

**25.31.** Un cable de transmisión de cobre de 100 km de largo y 10.0 cm de diámetro transporta una corriente de 125 A. *a)* ¿Cuál es la caída de potencial a través del cable? *b)* ¿Cuánta energía eléctrica se disipa por hora en forma de energía térmica?

**25.32.** Considere el circuito que se ilustra en la figura 25.33. El voltaje terminal de la batería de 24.0 V es de 21.2 V. ¿Cuáles son *a)* la resistencia interna  $r$  de la batería y *b)* la resistencia  $R$  del resistor en el circuito?

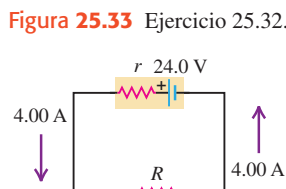


Figura 25.33 Ejercicio 25.32.

**25.33.** Un voltímetro idealizado se conecta a través de las terminales de una batería mientras se hace variar la corriente. La figura 25.34 muestra una gráfica de la lectura del voltímetro  $V$  como función de la corriente  $I$  a través de la batería. Calcule *a)* la fem  $\mathcal{E}$  y *b)* la resistencia interna de la batería.

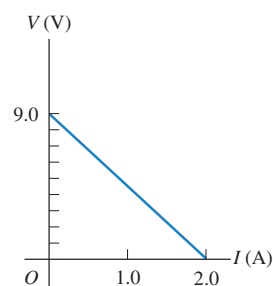
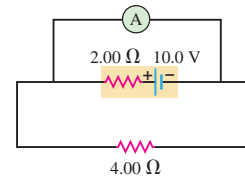


Figura 25.34 Ejercicio 25.33.

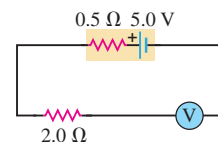
**25.34.** Se conecta un amperímetro idealizado a una batería, como se ilustra en la figura 25.35. Determine *a)* la lectura del amperímetro, *b)* la corriente a través del resistor de 4.00  $\Omega$  y *c)* el voltaje terminal de la batería.

Figura 25.35 Ejercicio 25.34.



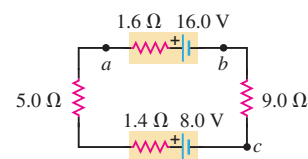
**25.35.** Se conecta un voltímetro ideal  $V$  a un resistor de 2.0  $\Omega$  y una batería con una fem de 5.0 V y resistencia interna de 0.5  $\Omega$ , como se indica en la figura 25.36. *a)* ¿Cuál es la corriente en el resistor de 2.0  $\Omega$ ? *b)* ¿Cuál es el voltaje terminal de la batería? *c)* ¿Cuál es la lectura en el voltímetro? Explique sus respuestas.

Figura 25.36 Ejercicio 25.35.



**25.36.** El circuito que se ilustra en la figura 25.37 incluye dos baterías, cada una con fem y resistencia interna, y dos resistores. Determine *a)* la corriente en el circuito (magnitud y dirección); *b)* el voltaje terminal  $V_{ab}$  de la batería de 16.0 V; *c)* la diferencia de potencial  $V_{ac}$  del punto  $a$  con respecto al punto  $c$ . *d)* Con base en la figura 25.21 como modelo, elabore la gráfica de los aumentos y las caídas del potencial en este circuito.

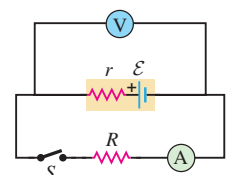
Figura 25.37 Ejercicios 25.36, 25.38, 25.39 y 25.48.



**25.37.** Cuando se abre el interruptor  $S$  de la figura 25.38, el voltímetro  $V$  de la batería da una lectura de 3.08 V. Cuando se cierra el interruptor, la lectura del voltímetro cae a 2.97 V, y la del amperímetro es de 1.65 A. Determine la fem, la resistencia interna de la batería y la resistencia del circuito  $R$ . Suponga que los dos instrumentos son ideales, por lo que no afectan el circuito.

**25.38.** En el circuito de la figura 25.37, el resistor de 5.0  $\Omega$  se sustituye por otro de

Figura 25.38 Ejercicio 25.37.



resistencia  $R$  desconocida. Cuando se hace esto, se conecta un voltímetro ideal a través de los puntos  $b$  y  $c$  cuya lectura es de 1.9 V. Calcule *a*) la corriente en el circuito y *b*) la resistencia  $R$ . *c*) Grafique los aumentos y las caídas de potencial en este circuito (véase la figura 25.21).

**25.39.** En el circuito que se ilustra en la figura 25.37, la batería de 16.0 V se retira y se vuelve a instalar con la polaridad invertida, de manera que ahora su terminal negativa está cercana al punto  $a$ . Calcule *a*) la corriente en el circuito (magnitud y dirección); *b*) el voltaje terminal  $V_{ab}$  de la batería de 16.0 V; *c*) la diferencia de potencial  $V_{ac}$  del punto  $a$  con respecto al punto  $c$ . *d*) Construya la gráfica de los aumentos y las caídas del potencial en este circuito (véase la figura 25.21).

**25.40.** Las siguientes mediciones se efectuaron en un resistor de Thyrite:

$I$ (A)	0.50	1.00	2.00	4.00
$V_{ab}$ (V)	2.55	3.11	3.77	4.58

*a*) Grafique  $V_{ab}$  como función de  $I$ . *b*) ¿El Thyrite obedece la ley de Ohm? ¿Cómo podría saberse? *c*) Elabore la gráfica de la resistencia  $R = V_{ab}/I$  como función de  $I$ .

**25.41.** Se efectuaron las siguientes mediciones de corriente y diferencia de potencial en un resistor hecho con alambre de nicromel:

$I$ (A)	0.50	1.00	2.00	4.00
$V_{ab}$ (V)	1.94	3.88	7.76	15.52

*a*) Grafique  $V_{ab}$  como función de  $I$ . *b*) ¿El nicromel obedece la ley de Ohm? ¿Cómo se puede saber? *c*) ¿Cuál es la resistencia del resistor expresada en ohms?

## Sección 25.5 Energía y potencia en circuitos eléctricos

**25.42.** Un resistor con diferencia de potencial de 15.0 V a través de sus extremos desarrolla energía térmica a una tasa de 327 W. *a*) ¿Cuál es su resistencia? *b*) ¿Cuál es la corriente en el resistor?

**25.43. Bombillas eléctricas.** La especificación de la potencia de una bombilla eléctrica (como las comunes de 100 W) es la potencia que disipa cuando se conecta a través de una diferencia de potencial de 120 V. ¿Cuál es la resistencia de *a*) una bombilla de 100 W y *b*) una bombilla de 60 W? *c*) ¿Cuánta corriente pasa por cada tipo de bombilla en su uso normal?

**25.44.** Si se conecta una bombilla eléctrica de “75 W” (véase el problema 25.43) a través de una diferencia de potencial de 220 V (como en Europa), ¿cuánta potencia disipa?

**25.45. Bombilla eléctrica europea.** En Europa el voltaje estándar doméstico es de 220 V y no de 120 V, como en Estados Unidos. Por consiguiente, se entiende que una bombilla europea de “100 W” se usaría con una diferencia de potencial de 220 V (véase el problema 25.44). *a*) Si se lleva una bombilla europea de “100 W” a un hogar estadounidense, ¿cuál debería ser su especificación en Estados Unidos? *b*) ¿Cuánta corriente tomaría la bombilla europea de 100 W al usarse normalmente en Estados Unidos?

**25.46.** El receptor de un sistema de posicionamiento global (GPS), que funciona con baterías, opera a 9.0 V y toma una corriente de 0.13 A. ¿Cuánta energía eléctrica consume en 1.5 h?

**25.47.** Considere un resistor con longitud  $L$ , sección transversal  $A$  uniforme, y resistividad  $\rho$  uniforme, que conduce una corriente con densidad uniforme  $J$ . Use la ecuación (25.18) para calcular la energía eléctrica disipada por unidad de volumen,  $\rho$ . Expresé el resultado en términos de *a*)  $E$  y  $J$ ; *b*)  $J$  y  $\rho$ ; *c*)  $E$  y  $\rho$ .

**25.48.** Considere el circuito de la figura 25.37. *a*) ¿Cuál es la tasa total a la que se disipa la energía eléctrica en los resistores de 5.00  $\Omega$  y 9.00  $\Omega$ ? *b*) ¿Cuál es la potencia de salida de la batería de 16.0 V? *c*) ¿A qué tasa se convierte la energía eléctrica en otras formas en la batería de 8.0 V? *d*) Demuestre que la potencia de salida de la batería de 16.0 V

es igual a la tasa total de disipación de energía eléctrica en el resto del circuito.

**25.49.** La capacidad de un acumulador, como los que se utilizan en los sistemas eléctricos de los automóviles, se especifica en amperes-hora ( $A \cdot h$ ). Un acumulador de 50  $A \cdot h$  puede suministrar una corriente de 50 A durante 1.0 h, o de 25 A durante 2.0 h, y así sucesivamente. *a*) ¿Cuál es el total de energía que puede suministrar un acumulador de 12 V y 60  $A \cdot h$  si su resistencia interna es insignificante? *b*) ¿Qué volumen de gasolina (en litros) tiene un calor total de combustión que es igual a la energía obtenida en el inciso *a*)? (Consulte la sección 17.6; la densidad de la gasolina es 900  $kg/m^3$ .) *c*) Si un generador con potencia de salida eléctrica media de 0.45 kW se conecta al acumulador, ¿cuánto tiempo se requerirá para que el acumulador se cargue por completo?

**25.50.** En el circuito analizado en el ejemplo 25.9, se sustituye el resistor de 4.0  $\Omega$  por otro de 8.0  $\Omega$ , como en el ejemplo 25.10. *a*) Calcule la tasa de conversión de energía química a energía eléctrica en la batería. ¿Cómo se compara su respuesta con el resultado obtenido en el ejemplo 25.9? *b*) Calcule la tasa de disipación de energía eléctrica en la resistencia interna de la batería. ¿Cómo se compara su respuesta con el resultado que obtuvo en el ejemplo 25.9? *c*) Use los resultados de los incisos *a*) y *b*) para calcular la potencia de salida neta de la batería. ¿Cómo se compara el resultado con la energía eléctrica disipada en el resistor de 8.0  $\Omega$ , según se calculó para este circuito en el ejemplo 25.10?

**25.51.** Se conecta una bombilla de 25.0  $\Omega$  a través de las terminales de una batería de 12.0 V que tiene una resistencia interna de 3.50  $\Omega$ . ¿Qué porcentaje de la potencia de la batería se disipa a través de la resistencia interna, por lo que no está disponible para la bombilla?

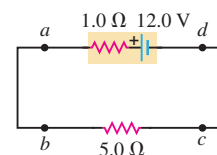
**25.52.** Se conecta un voltímetro ideal a través de las terminales de una batería de 15.0 V, y también un aparato con resistencia de 75.0  $\Omega$ , a través de las terminales. Si el voltímetro da una lectura de 11.3 V: *a*) ¿cuánta potencia disipa el aparato y *b*) cuál es la resistencia interna de la batería?

**25.53.** En el circuito de la figura 25.39, calcule *a*) la tasa de conversión de la energía interna (química) a energía eléctrica dentro de la batería; *b*) la tasa de disipación de la energía eléctrica en la batería; *c*) la tasa de disipación de la energía eléctrica en el resistor externo.

**25.54.** Una pequeña linterna común contiene dos baterías, cada una con fem de 1.5 V, conectadas en serie con una bombilla que tiene resistencia de 17  $\Omega$ . *a*) Si la resistencia interna de las baterías es despreciable, ¿cuánta energía se entrega a la bombilla? *b*) Si las baterías duran 5.0 horas, ¿cuál es la energía total que se proporciona a la bombilla? *c*) La resistencia de las baterías reales se incrementa a medida que se consumen. Si la resistencia interna inicial es despreciable, ¿cuál es la resistencia interna combinada de ambas baterías cuando la energía que va a la bombilla ha disminuido a la mitad de su valor inicial? (Suponga que la resistencia de la bombilla es constante. En realidad, cambiará algo cuando cambie la corriente que pasa por el filamento, ya que esto altera la temperatura del filamento y, por lo tanto, su resistividad.)

**25.55.** Un calentador eléctrico de “540 W” está diseñado para operar en líneas de 120 V. *a*) ¿Cuál es su resistencia? *b*) ¿Cuál es la corriente que toma? *c*) Si el voltaje en la línea disminuye a 110 V, ¿cuánta energía toma el calentador? (Suponga que la resistencia es constante. La realidad es que se modificará debido al cambio de temperatura.) *d*) Las bobinas del calentador son metálicas, por lo que la resistencia del calentador se reduce al disminuir la temperatura. Si se toma en cuenta el cambio de la resistencia con la temperatura, ¿la energía eléctrica consumida por el calentador será mayor o menor de lo que se calculó en el inciso *c*)? Explique su respuesta.

**Figura 25.39**  
Ejercicio 25.53.



### \*Sección 25.6 Teoría de la conducción metálica

**\*25.56.** El silicio puro contiene aproximadamente  $1.0 \times 10^{16}$  electrones libres por metro cúbico. *a)* Consulte la tabla 25.1 para calcular el tiempo libre medio  $\tau$  del silicio a temperatura ambiente. *b)* Su respuesta para el inciso *a)* es un valor mucho mayor que el tiempo libre medio del cobre dado en el ejemplo 25.12. Entonces, ¿por qué el silicio puro tiene una resistividad tan grande en comparación con la del cobre?

## Problemas

**25.57.** Un conductor eléctrico diseñado para transportar corrientes grandes tiene una sección transversal circular de 2.50 mm de diámetro y 14.0 m de longitud. La resistencia entre sus extremos es de  $0.104 \Omega$ . *a)* ¿Cuál es la resistividad del material? *b)* Si la magnitud del campo eléctrico en el conductor es de  $1.28 \text{ V/m}$ , ¿cuál es la corriente total? *c)* Si el material tiene  $8.5 \times 10^{28}$  electrones libres por metro cúbico, calcule la rapidez de deriva media en las condiciones descritas en el inciso *b)*.

**25.58.** Un tubo de plástico de 25.0 m de longitud y 4.00 cm de diámetro se sumerge en una solución de plata, y se deposita una capa uniforme de plata de 0.100 mm de espesor sobre la superficie exterior del tubo. Si este tubo recubierto se conecta a través de una batería de 12.0 V, ¿cuál será la corriente?

**25.59.** En su primer día de trabajo como técnico electricista, se le pide que determine la resistencia por metro de un elemento largo de alambre. La compañía que lo emplea tiene poco equipo. Usted encuentra una batería, un voltímetro y un amperímetro, pero no un instrumento que mida la resistencia directamente (un óhmetro). Usted conecta los alambres del voltímetro a las terminales de la batería y la lectura es de 12.6 V. Corta 20.0 m del alambre y lo conecta a la batería, con un amperímetro en serie para medir la corriente en el alambre. El amperímetro da una lectura de 7.00 A. Después corta un trozo de alambre de 40.0 m de longitud y lo conecta a la batería, de nuevo con el amperímetro en serie para medir la corriente, y la lectura que se obtiene es de 4.20 A. Aun cuando el equipo de que dispone es muy limitado, su jefe le asegura que es de alta calidad: la resistencia del amperímetro es muy pequeña y la del voltímetro muy grande. ¿Cuál es la resistencia de 1 metro de alambre?

**25.60.** Se fabrica un trozo de 2.0 m de alambre soldando el extremo de un alambre de plata de 120 cm de largo con el extremo de un alambre de cobre de 80 cm. Cada pieza de alambre tiene 0.60 mm de diámetro. El alambre está a temperatura ambiente, por lo que sus resistividades son las que se dan en la tabla 25.1. Entre los extremos del alambre compuesto de 2.0 m de largo se mantiene una diferencia de potencial de 5.0 V. *a)* ¿Cuál es la corriente en la sección de cobre? *b)* ¿Cuál es la corriente en la sección de plata? *c)* ¿Cuál es la magnitud de  $\vec{E}$  en el cobre? *d)* ¿Cuál es la magnitud de  $\vec{E}$  en la plata? *e)* ¿Cuál es la diferencia de potencial entre los extremos de la sección de plata del alambre?

**25.61.** Un alambre de cobre de 3.00 m de longitud a  $20^\circ \text{C}$  está compuesto por dos secciones: una de 1.20 m de largo con diámetro de 1.60 mm, y otra de 1.80 m de longitud con diámetro de 0.80 mm. En la sección de 1.60 mm de diámetro, hay una corriente de 2.5 mA. *a)* ¿Cuál es la corriente en la sección de 0.80 mm de diámetro? *b)* ¿Cuál es la magnitud de  $\vec{E}$  en la sección con diámetro de 1.60 mm? *c)* ¿Cuál es la magnitud de  $\vec{E}$  en la sección con 0.80 mm de diámetro? *d)* ¿Cuál es la diferencia de potencial entre los extremos del alambre de 3.00 m de longitud?

**25.62. Densidad crítica de corriente en los superconductores.** Un problema con algunos de los superconductores de alta temperatura más recientes es obtener una densidad de corriente suficientemente grande para el uso práctico sin que reaparezca la resistencia. La densidad máxima de corriente para la que el material seguirá siendo superconductor se llama densidad crítica de corriente del material. En 1987 los

laboratorios de investigación de IBM produjeron películas delgadas con densidades críticas de corriente de  $1.0 \times 10^5 \text{ A/cm}^2$ . *a)* ¿Cuánta corriente podría conducir un alambre de calibre 18 (véase el ejemplo 25.1 de la sección 25.1) de este material sin dejar de ser superconductor? *b)* Los investigadores intentan desarrollar superconductores con densidades críticas de corriente de  $1.0 \times 10^6 \text{ A/cm}^2$ . ¿Qué diámetro de alambre cilíndrico de ese material se necesitaría para conducir 1000 A sin que se pierda la superconductividad?

**25.63.** Un material con resistividad  $\rho$  tiene forma de cono truncado sólido de altura  $h$  y radios  $r_1$  y  $r_2$  en los extremos (figura 25.40). *a)* Calcule la resistencia del cono entre las dos caras planas. (*Sugerencia:* imagine que rebana el cono en discos muy delgados y calcula la resistencia de uno.) *b)* Demuestre que su resultado concuerda con la ecuación (25.10) cuando  $r_1 = r_2$ .

**25.64.** La región entre dos esferas conductoras concéntricas con radios  $a$  y  $b$  se encuentra llena de un material conductor cuya resistividad es  $\rho$ .

*a)* Demuestre que la resistencia entre las esferas está dada por

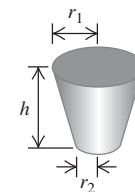
$$R = \frac{\rho}{4\pi} \left( \frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right)$$

*b)* Obtenga una expresión para la densidad de corriente como función del radio, en términos de la diferencia de potencial  $V_{ab}$  entre las esferas. *c)* Demuestre que el resultado del inciso *a)* se reduce a la ecuación (25.10) cuando la separación  $L = b - a$  entre las esferas es pequeña.

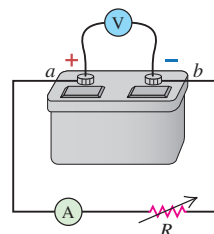
**25.65. Fuga en un dieléctrico.** Dos placas paralelas de un capacitor tienen cargas iguales y opuestas  $Q$ . El dieléctrico tiene una constante dieléctrica  $K$  y resistividad  $\rho$ . Demuestre que la “fuga” de corriente  $I$  conducida por el dieléctrico está dada por  $I = Q/K\epsilon_0\rho$ .

**25.66.** En el circuito que se ilustra en la figura 25.41,  $R$  es un resistor variable cuyo valor varía entre 0 y  $\infty$ , y  $a$  y  $b$  son las terminales de una batería con fem  $\mathcal{E} = 15.0 \text{ V}$  y resistencia interna de  $4.00 \Omega$ . El amperímetro y el voltímetro son instrumentos idealizados. Si  $R$  varía en todo el intervalo de valores, ¿cuáles serían las lecturas máxima y mínima de *a)* el voltímetro y *b)* el amperímetro? *c)* Elabore gráficas cualitativas de las lecturas de los dos instrumentos como funciones de  $R$  conforme  $R$  varía de 0 a  $\infty$ .

**Figura 25.40**  
Problema 25.63.



**Figura 25.41** Problema 25.66.



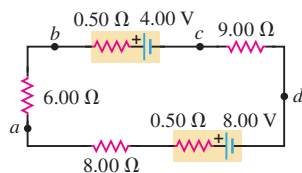
**25.67.** El coeficiente de temperatura de la resistencia  $\alpha$  en la ecuación (25.12) es igual al coeficiente de temperatura de la resistividad  $\alpha$  en la ecuación (25.6) sólo si el coeficiente de expansión térmica es pequeño. Una columna cilíndrica de mercurio está en un tubo vertical de vidrio. A  $20^\circ \text{C}$  su altura es de 12.0 cm. El diámetro de la columna de mercurio es de 1.6 mm y no cambia con la temperatura porque el vidrio tiene



un coeficiente pequeño de expansión térmica. El coeficiente de expansión volumétrica del vidrio se da en la tabla 17.2, su resistividad a  $20^\circ\text{C}$  se especifica en la tabla 25.1, y su coeficiente de temperatura de la resistividad se encuentra en la tabla 25.2. *a)* A  $20^\circ\text{C}$ , ¿cuál es la resistencia entre los extremos de la columna de mercurio? *b)* La columna de mercurio se calienta a  $60^\circ\text{C}$ . ¿Cuál es el cambio en su resistividad? *c)* ¿Cuál es el cambio en su longitud? Explique por qué es el coeficiente de expansión volumétrica, y no el coeficiente de expansión lineal, el que determina el cambio en la longitud. *d)* ¿Cuál es el cambio en su resistencia? [Sugerencia: como los cambios porcentuales en  $\rho$  y  $L$  son pequeños, sería de ayuda obtener de la ecuación (25.10) una ecuación para  $\Delta R$  en términos de  $\Delta\rho$  y  $\Delta L$ .] *e)* ¿Cuál es el coeficiente de temperatura de la resistencia  $\alpha$  para la columna de mercurio, como se define en la ecuación (25.12)? ¿Cómo se compara este valor con el coeficiente de temperatura de la resistividad? ¿Es importante el efecto del cambio en la longitud?

**25.68.** *a)* ¿Cuál es la diferencia de potencial  $V_{ad}$  en el circuito de la figura 25.42? *b)* ¿Cuál es el voltaje terminal de la batería de  $4.00\text{ V}$ ? *c)* En el punto *d* del circuito se insertan una batería con fem de  $10.30\text{ V}$  y una resistencia interna de  $0.50\ \Omega$ , con su terminal negativa conectada a la terminal negativa de la batería de  $8.00\text{ V}$ . Ahora, ¿cuál es la diferencia de potencial  $V_{bc}$  entre las terminales de la batería de  $4.00\text{ V}$ ?

Figura 25.42 Problema 25.68.



**25.69.** La diferencia de potencial a través de las terminales de una batería es  $8.4\text{ V}$  cuando en ésta hay una corriente de  $1.50\text{ A}$  de la terminal negativa a la positiva. Cuando la corriente es  $3.50\text{ A}$  en la dirección inversa, la diferencia de potencial es de  $9.4\text{ V}$ . *a)* ¿Cuál es la resistencia interna de la batería? *b)* ¿Cuál es la fem de la batería?

**25.70.** Una persona cuya resistencia corporal medida entre sus manos es de  $10\text{ k}\Omega$  toma por accidente las terminales de una fuente de energía de  $14\text{ kV}$ . *a)* Si la resistencia interna de la fuente de energía es  $2000\ \Omega$ , ¿cuál es la corriente a través del cuerpo de la persona? *b)* ¿Cuál es la potencia disipada en su cuerpo? *c)* Si la fuente de energía debe hacerse segura incrementando su resistencia interna, ¿de cuánto debe ser la resistencia interna para que la máxima corriente en la situación anterior sea de  $1.00\text{ mA}$  o menos?

**25.71.** La resistividad general media del cuerpo humano (aparte de la resistencia superficial de la piel) es alrededor de  $5.0\ \Omega \cdot \text{m}$ . La trayectoria de conducción entre las manos puede representarse aproximadamente como un cilindro de  $1.6\text{ m}$  de largo y  $0.10\text{ m}$  de diámetro. La resistencia de la piel se vuelve despreciable si se sumergen las manos en agua salada. *a)* ¿Cuál es la resistencia entre las manos si la resistencia de la piel es despreciable? *b)* ¿Cuál es la diferencia de potencial que se necesita entre las manos para que haya una descarga de corriente letal de  $100\text{ mA}$ ? (Observe que el resultado demuestra que las pequeñas diferencias de potencial producen corrientes peligrosas si la piel está húmeda.) *c)* Con la corriente que se calculó en el inciso *b)*, ¿cuánta potencia se disipa en el cuerpo?

**25.72.** El costo común de la energía eléctrica es de  $\$0.12$  por kilowatt-hora. *a)* Algunas personas mantienen encendido todo el tiempo una lámpara cerca de la puerta de entrada. ¿Cuál es el costo anual de tener encendida una bombilla de  $75\text{ W}$  día y noche? *b)* Suponga que su refri-

gerador utiliza  $400\text{ W}$  de potencia cuando está en operación, y que funciona 8 horas al día. ¿Cuál es su costo anual de operación?

**25.73.** La batería de  $12.6\text{ V}$  de un automóvil tiene una resistencia interna despreciable y se conecta a una combinación en serie de un resistor de  $3.2\ \Omega$  que obedece la ley de Ohm y a un termistor que no obedece la ley de Ohm, sino que sigue la relación  $V = \alpha I + \beta I^2$  entre la corriente y el voltaje, con  $\alpha = 3.8\ \Omega$  y  $\beta = 1.3\ \Omega/\text{A}$ . ¿Cuál es la corriente a través del resistor de  $3.2\ \Omega$ ?

**25.74.** Un cable cilíndrico de cobre que mide  $1.50\text{ km}$  de longitud está conectado a través de una diferencia de potencial de  $220.0\text{ V}$ . *a)* ¿Cuál debería ser el diámetro de manera que genere calor a una tasa de  $50.0\text{ W}$ ? *b)* En estas condiciones, ¿cuál es el campo eléctrico en el interior de un cable?

**25.75. Amperímetro no ideal.** A diferencia del amperímetro idealizado descrito en la sección 25.4, cualquier amperímetro real tiene una resistencia distinta de cero. *a)* Un amperímetro con resistencia  $R_A$  se conecta en serie con un resistor  $R$  y una batería con fem  $\mathcal{E}$  y resistencia interna  $r$ . La corriente medida por el amperímetro es  $I_A$ . Calcule la corriente a través del circuito si se retira el amperímetro de manera que la batería y el resistor formen un circuito completo. Exprese su respuesta en términos de  $I_A$ ,  $r$ ,  $R_A$  y  $R$ . Cuanto más “ideal” sea el amperímetro, menor será la diferencia entre esta corriente y la corriente  $I_A$ . *b)* Si  $R = 3.80\ \Omega$ ,  $\mathcal{E} = 7.50\text{ V}$  y  $r = 0.45\ \Omega$ , calcule el valor máximo de la resistencia del amperímetro  $R_A$ , de manera que  $I_A$  esté dentro del  $1.0\%$  de la corriente en el circuito cuando no hay amperímetro. *c)* Explique por qué la respuesta del inciso *b)* representa un valor máximo.

**25.76.** Un cilindro de  $1.50\text{ m}$  de largo y  $1.10\text{ cm}$  de radio está hecho de una complicada mezcla de materiales. Su resistividad depende de la distancia  $x$  desde el extremo izquierdo, y obedece a la fórmula  $\rho(x) = a + bx^2$ , donde  $a$  y  $b$  son constantes. En el extremo de la izquierda, la resistividad es de  $2.25 \times 10^{-8}\ \Omega \cdot \text{m}$ , en tanto que en el extremo derecho es de  $8.50 \times 10^{-8}\ \Omega \cdot \text{m}$ . ¿Cuál es la resistencia de esta varilla? *b)* ¿Cuál es el campo eléctrico en su punto medio si conduce una corriente de  $1.75\text{ A}$ ? *c)* Si se corta la varilla en dos mitades de  $75.0\text{ cm}$ , ¿cuál es la resistencia de cada una?

**25.77.** De acuerdo con el Código Eléctrico Nacional de Estados Unidos, no está permitido que el alambre de cobre que se utiliza en las instalaciones interiores de viviendas, hoteles, oficinas y plantas industriales conduzca más de cierta cantidad máxima de corriente especificada. La siguiente tabla indica la corriente máxima  $I_{\text{máx}}$  para varios calibres de alambre con aislador de cambray barnizado. El “calibre del alambre” es una especificación utilizada para describir el diámetro de los alambres. Observe que cuanto mayor es el diámetro, menor es el calibre.

Calibre del alambre	Diámetro (cm)	$I_{\text{máx}}$ (A)
14	0.163	18
12	0.205	25
10	0.259	30
8	0.326	40
6	0.412	60
5	0.462	65
4	0.519	85

*a)* ¿Qué consideraciones determinan la capacidad máxima de conducción de corriente de una instalación doméstica? *b)* A través del cableado de una vivienda va a suministrarse un total de  $4200\text{ W}$  de potencia a los aparatos eléctricos del hogar. Si la diferencia de potencial a través del conjunto de aparatos es de  $120\text{ V}$ , determine el calibre del alambre más delgado permisible que puede utilizarse. *c)* Suponga que el alambre usado en esta casa es del calibre que se calculó en el inciso *b)* y tiene longitud total de  $42.0\text{ m}$ . ¿A qué tasa se disipa la energía en el cableado? *d)* La casa está construida en una comunidad en la que el costo de la energía eléctrica es de  $\$0.11$  por kilowatt-hora. Si la vivienda se equipa con alambre del calibre más grande siguiente que el

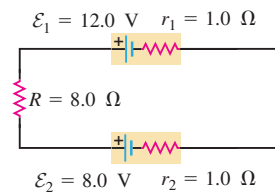


calculado en el inciso b), ¿cuáles serían los ahorros en el costo de la electricidad durante un año? Suponga que los aparatos se mantienen encendidos un promedio de 12 horas al día.

**25.78.** Un tostador que usa un elemento calefactor de nicromel opera a 120 V. Cuando la temperatura ambiente es de 20 °C y el aparato está conectado, el elemento calefactor conduce una corriente inicial de 1.35 A. Algunos segundos más tarde, la corriente alcanza un valor estable de 1.23 A. a) ¿Cuál es la temperatura final del elemento? El valor medio del coeficiente de temperatura de la resistividad para el nicromel en el intervalo de temperatura es de  $4.5 \times 10^{-4} (\text{C}^\circ)^{-1}$ . b) ¿Cuál es la energía que se disipa en el elemento calefactor al inicio y cuando la corriente alcanza un valor estable?

**25.79.** En el circuito de la figura 25.43, calcule a) la corriente a través del resistor de  $8.0 \Omega$  y b) la tasa total de disipación de energía eléctrica en el resistor de  $8.0 \Omega$  y en la resistencia interna de las baterías. c) En una de las baterías, la energía química se convierte en energía eléctrica. ¿En cuál pasa esto y con qué rapidez? d) En una de las baterías la energía eléctrica se convierte en energía química. ¿En cuál ocurre esto y con qué rapidez? e) Demuestre que en el circuito la tasa total de producción de energía eléctrica es igual a la tasa total de consumo de energía eléctrica.

Figura 25.43 Problema 25.79.



**25.80.** Un relámpago azota el extremo de un pararrayos de acero y produce una corriente de 15,000 A que dura 65  $\mu\text{s}$ . El pararrayos mide 2.0 m de altura y 1.8 cm de diámetro, y su extremo inferior está conectado a tierra por medio de un alambre de cobre de 8.0 mm de diámetro. a) Calcule la diferencia de potencial entre la parte superior del pararrayos de acero y el extremo inferior del alambre de cobre durante la corriente. b) Determine la energía total que se deposita en el pararrayos y en el alambre por la corriente.

**25.81.** Una batería de 12.0 V tiene una resistencia interna de  $0.24 \Omega$  y capacidad de 50.0 A · h (véase el ejercicio 25.49). La batería se carga haciendo pasar una corriente de 10 A a través de ella durante 5.0 h. a) ¿Cuál es el voltaje terminal durante el proceso de carga? b) ¿Cuál es el total de energía eléctrica que se suministra a la batería durante la carga? c) ¿Cuánta energía eléctrica se disipa en la resistencia interna mientras se carga la batería? d) Se descarga por completo la batería a través de un resistor, de nuevo con una corriente constante de 10 A. ¿Cuál es la resistencia externa del circuito? e) ¿Cuánta energía eléctrica se suministra en total al resistor externo? f) ¿Cuánta energía eléctrica se disipa en total en la resistencia interna? g) ¿Por qué no son iguales las respuestas a los incisos b) y e)?

**25.82.** Repita el problema 25.81 con corrientes de carga y descarga de 30 A. Los tiempos de carga y descarga ahora son de 1.7 h en vez de 5.0 h. ¿Cuáles son las diferencias que observa en el rendimiento?

## Problemas de desafío

**25.83.** En 1916 el experimento Tolman-Stewart demostró que las cargas libres en un metal tienen carga negativa y proporcionan una medición cuantitativa de su razón carga-masa,  $|q|/m$ . El experimento consistió en detener en forma abrupta un carrete de alambre que giraba con rapidez y medir la diferencia de potencial que esto producía entre

los extremos del alambre. En un modelo simplificado de este experimento, considere una varilla metálica de longitud  $L$  a la que se imparte una aceleración uniforme  $\vec{a}$  a la derecha. Al inicio, las cargas libres en el metal se retrasan con respecto al movimiento de la varilla y crean un campo eléctrico  $\vec{E}$  en la varilla. En el estado estable, este campo ejerce una fuerza sobre las cargas libres que las acelera junto con la varilla.

a) Aplique la expresión  $\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$  a las cargas libres con la finalidad de obtener una expresión para  $|q|/m$  en términos de las magnitudes del campo eléctrico inducido  $\vec{E}$  y la aceleración  $\vec{a}$ . b) Si todas las cargas libres en la varilla metálica tienen la misma aceleración, el campo eléctrico  $\vec{E}$  es el mismo en todos los puntos de la varilla. Con base en este hecho, describa la expresión para  $|q|/m$  en términos del potencial  $V_{bc}$  entre los extremos de la varilla (figura 25.44).

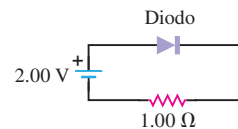
c) Si las cargas libres son negativas, ¿cuál extremo de la varilla, b o c, está a un potencial mayor? d) Si la varilla mide 0.50 m de largo y las cargas libres son electrones (carga  $q = -1.60 \times 10^{-19} \text{ C}$ , masa de  $9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$ ), ¿cuál es la magnitud de la aceleración que se requiere para producir una diferencia de potencial de 1.0 mV entre los extremos de la varilla? e) Analice por qué en el experimento real se utilizó un carrete giratorio de alambre delgado y no una varilla móvil como en nuestro análisis simplificado.

**25.84.** La relación entre la corriente y el voltaje de un diodo semiconductor está dada por

$$I = I_s \left[ \exp\left(\frac{eV}{kT}\right) - 1 \right]$$

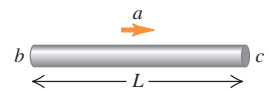
donde  $I$  y  $V$  son respectivamente la corriente y el voltaje a través del diodo.  $I_s$  es una constante característica del dispositivo,  $e$  es la magnitud de la carga del electrón,  $k$  es la constante de Boltzmann, y  $T$  es la temperatura Kelvin. El diodo está conectado en serie con un resistor con  $R = 1.00 \Omega$  y una batería con  $\mathcal{E} = 2.00 \text{ V}$ . La polaridad de la batería es tal que la corriente que pasa por el diodo va hacia delante (figura 25.45). La batería tiene resistencia interna despreciable. a) Obtenga una ecuación para  $V$ . Observe que no es posible despejar  $V$  algebraicamente. b) El valor de  $V$  debe obtenerse con métodos numéricos. Un enfoque es probar un valor de  $V$  y observar lo que ocurre en los lados izquierdo y derecho de la ecuación, luego se usa esto para mejorar la selección de  $V$ . Con  $I_s = 1.50 \text{ mA}$  y  $T = 293 \text{ K}$ , obtenga una solución (exacta hasta tres cifras significativas) para la caída del voltaje  $V$  a través del diodo y la corriente  $I$  que pasa por éste.

Figura 25.45 Problema de desafío 25.84.



**25.85.** La resistividad de un semiconductor se puede modificar si se agregan diferentes cantidades de impurezas. Una varilla de material semiconductor de longitud  $L$  y área de sección transversal  $A$  se localiza sobre el eje  $x$ , entre  $x = 0$  y  $x = L$ . El material obedece la ley de Ohm, y su resistividad varía a lo largo de la varilla según la expresión  $\rho(x) = \rho_0 \exp(-x/L)$ . El extremo de la varilla en  $x = 0$  está a un potencial  $V_0$  mayor que el extremo en  $x = L$ . a) Calcule la resistencia total de la varilla y la corriente en ella. b) Encuentre la magnitud del campo eléctrico

Figura 25.44 Problema de desafío 25.83.



$E(x)$  en la varilla como función de  $x$ . *c*) Determine el potencial eléctrico  $V(x)$  en la varilla como función de  $x$ . *d*) Elabore la gráfica de las funciones  $\rho(x)$ ,  $E(x)$  y  $V(x)$  para valores de  $x$  entre  $x = 0$  y  $x = L$ .

**25.86.** Una fuente con fem  $\mathcal{E}$  y resistencia interna  $r$  está conectada a un circuito externo. *a*) Demuestre que la potencia de salida de la fuente es máxima cuando la corriente en el circuito es la mitad de la corriente de cortocircuito de la fuente. *b*) Si el circuito externo consiste en una resistencia  $R$ , demuestre que la potencia de salida es máxima cuando  $R = r$  y que la potencia máxima es  $\mathcal{E}^2/4r$ .

**25.87.** El coeficiente de temperatura de la resistividad  $\alpha$  está dado por

$$\alpha = \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dT}$$

donde  $\rho$  es la resistividad a la temperatura  $T$ . Por lo tanto, se cumple la ecuación (25.6) si se supone que  $\alpha$  es constante y mucho más pequeña que  $(T - T_0)^{-1}$ . *a*) Si  $\alpha$  no es constante, pero está dada por  $\alpha = -n/T$ , donde  $T$  es la temperatura Kelvin y  $n$  es una constante, demuestre que la resistividad está dada por  $\rho = a/T^n$ , donde  $a$  es una constante. *b*) En la figura 25.10, se observa que esa relación puede usarse como una aproximación para un semiconductor. Utilizando los valores de  $\rho$  y  $\alpha$  que se dan para el carbono en las tablas 25.1 y 25.2, determine  $a$  y  $n$ . (En la tabla 25.1, suponga que “temperatura ambiente” significa 293 K.) *c*) Con base en el resultado del inciso *b*), determine la resistividad del carbono a  $-196^\circ\text{C}$  y  $300^\circ\text{C}$ . (Recuerde expresar  $T$  en kelvin.)