GUÍA DE EJERCICIOS
ALGEBRA VECTORIAL

1) **De acuerdo al esquema mostrado en la figura, resuelva las situaciones planteadas con los vectores allí dibujados.**

a. **Realice gráficamente las operaciones**

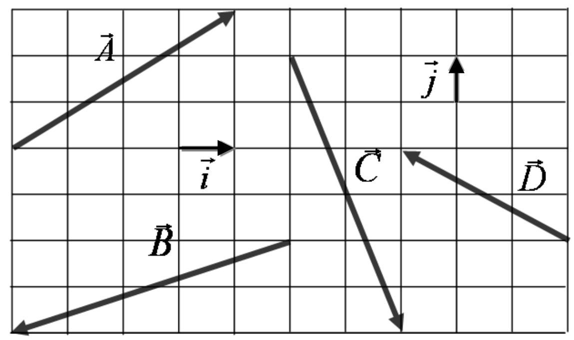
$$\vec{O}_1 = \vec{A} + \vec{C}\ ,$$

$$\vec{O}_2 = \vec{B} + \vec{D} - \vec{C}\ ,$$

$$\vec{O}_3 = 3\vec{i} - \vec{B},\quad \vec{O}_4 = \vec{A} - \vec{i} - \vec{j}$$

b. **Escriba el vector** $\vec{A}$ **en función de los vectores** $\vec{i}$, $\vec{j}$.

c. **En función de los vectores** $\vec{i}$, $\vec{j}$, **determine la operación** $\vec{O}_5 = 3\vec{D} - \vec{C}$.

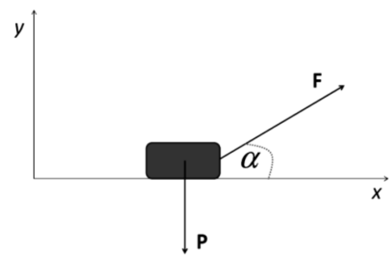


2) **La figura muestra un cuerpo sobre el cuál actúan dos fuerzas** $\vec{F}\ y\ \vec{P}$. **Considere que el módulo de la fuerza** $\vec{F}$ **es de** $100\ N$ **y** $\alpha = 20°$.

a) **Encuentre la expresión analítica de** $\vec{F}$.

b) **Calcule el valor de** $\vec{P}$ **tal que la suma de las componentes de ambas fuerzas, en la dirección vertical, sea nula.**

c) **Calcule y dibuje el vector resultante.**



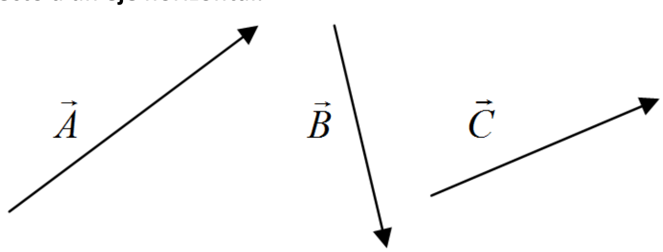
3) **Un vector situado en el plano XY tiene una magnitud de 35 unidades y forma un ángulo de 25° con el eje vertical. Exprese el vector en su forma cartesiana.**

4) **Dado los vectores** $\vec{A} = 4\hat{i} + 6\hat{j},\quad \vec{B} = -6\hat{i} - \hat{j}$. **Encontrar:**

a. **El ángulo formado por los vectores** $\vec{A}\ y\ \vec{B}$

b. **Un vector unitario en la dirección del vector** $2\vec{A} - \vec{B}$

5) **Sume gráficamente los tres vectores** $\vec{A}$, $\vec{B}$ **y** $\vec{C}$. **Usando la ley del paralelogramo en forma consecutiva. Además reste en forma gráfica los vectores** $\vec{A}$ **y** $\vec{B}$. **Mida en ambos casos el módulo del vector resultante y el ángulo que forma con respecto a un eje horizontal.**



6) Un jinete cabalga en su caballo 5 km al Norte y luego 10 km al Este. Calcule el módulo, la dirección y el sentido de su desplazamiento.

7) Complete la siguiente tabla de vectores:

Coordenadas (x , y)	Forma Polar (r, θ)	Vectores Unitarios $(\hat{\imath}, \hat{\jmath})$
(1,)	$r = 3.16$, $\theta =$	
(5 , 2)	$r =$, $\theta =$	
(,)	$r = 3.60$, $\theta = 146.31$	
(, - 3)	$r =$, $\theta = \frac{7\pi}{4} rad$	
(,)	$r = 7.07$, $\theta = 81.87$	
(,)	$r =$, $\theta =$	$4\hat{\imath} - 5\hat{\jmath}$

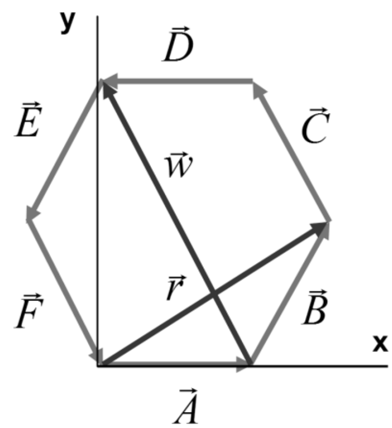
8) Considere los siguientes vectores:

$$\vec{A} = (3, -2),\ \vec{B} = (-1, -4),\ \vec{C} = (1, -5),$$

Calcule los siguientes vectores resultantes

a) $2\vec{A} - 3\vec{B} + 4\vec{C}$
b) $\vec{A} - \vec{B} - \vec{C}$
c) $(\vec{A} \cdot \vec{B})\vec{C}$
d) $\vec{A}\left(\vec{B} \cdot \vec{C}\right)$
e) $\left(\vec{A} \cdot \vec{C}\right)\vec{B}$

9) La figura que se muestra a continuación representa un hexágono regular y un sistema de coordenadas cartesiano con origen en uno de sus vértices.



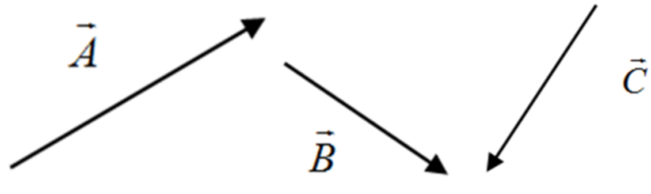
a) **Escriba el vector $\vec{r}$ en función de los vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$.**
b) **Escriba el vector $\vec{w}$ en función de los vectores $\vec{B}, \vec{C}$ y $\vec{D}$.**
c) **¿Existen otras soluciones para escribir los vectores $\vec{r}$ y $\vec{w}$?**

10) ¿Cuáles de las siguientes frases son verdaderas o falsas?

a) _______ **La suma de los vectores es conmutativa y asociativa.**
b) _______ **El producto punto siempre es perpendicular a los otros dos vectores.**
c) _______ **El producto punto de dos vectores es siempre un vector paralelo.**
d) _______ **El producto punto es conmutativo.**

11) Considere los vectores $\vec{A}, \vec{B}$ y $\vec{C}$ que se muestran en la figura.

Utilice regla, escuadra y transportador para determinar cada uno de los vectores que se piden a continuación:



a. $\vec{A} + \vec{B}$; **b.** $\vec{A} - \vec{B}$ **c.** $\vec{A} + \vec{B} + \vec{C}$ **d.** $\vec{A} + \vec{B} - \vec{C}$

12) **Considere el vector** $\vec{O}_1 = -5\vec{i} + 3\vec{j}$ **y determine su módulo. A continuación encuentre dos vectores en el plano** $X - Y$ **que sean perpendiculares a** $\vec{O}_1$**.**

13) **Considere los vectores** $\vec{A}_1 = 4\vec{i} - 13\vec{j}$ **y** $\vec{A}_2 = -\vec{i} + 3\vec{j}$**. Determine el valor del ángulo que** $\vec{A}_1 + \vec{A}_2$ **forma con el vector** $\vec{i}$ **y además el valor del ángulo que** $\vec{A}_1 - \vec{A}_2$ **forma con el vector** $\vec{j}$**.**

14) **Una fuerza** $\vec{F}$ **tiene las siguientes componentes: -3 N en el eje x y 4 N en el eje y. Obtenga el módulo y ángulo del vector respecto al eje x positivo.**

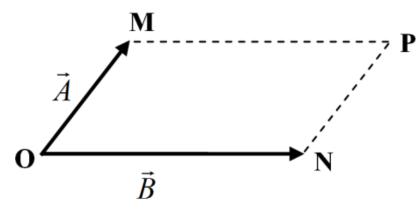
15) **¿Para qué valores de** α **los vectores** $\vec{K} = \alpha\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ **y** $\vec{L} = 2\alpha\hat{i} + \alpha\hat{j} - 4\hat{k}$ **son perpendiculares?**

16) **Nuestro amigo que camina a la vera de un río, observa nuevamente la balsa con el pescador sobre ella. La balsa está amarrada a las orillas del río mediante dos cuerdas, una de 5 m y la otra de 7 m. Nuestro personaje, estima que el rio empuja a la balsa con una fuerza de 200 N. Considerando que la distancia entre el punto de amarre de una orilla y la posición de la balsa sobre el río es de 3 m, calcule**

a. **El ángulo que forman las cuerdas con la perpendicular al rio.**
b. **La tensión en cada una de las cuerdas.**

17) **Dado los vectores** $\vec{A}$ y $\vec{B}$ **y el paralelogramo OMPN mostrado en la figura. Exprese los siguientes vectores en términos de operaciones entre** $\vec{A}$ y $\vec{B}$ **.**

a) $\vec{OP}$ **;** **b)** $\vec{MP}$ **c)** $\vec{PN}$ **d)** $\vec{NM}$

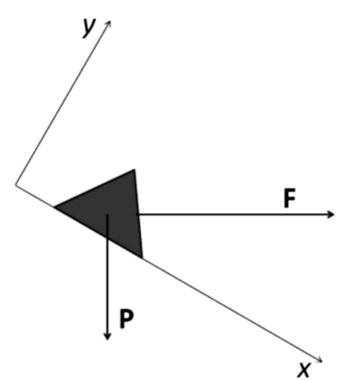


18) **(*) Determine la proyección del vector** $\vec{A} = 3\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$ **sobre la recta que pasa por los puntos** $(4,5,1)$ **y** $(5,7,3)$ **. ¿Qué ángulo forma el vector** $\vec{A}$ **con esta recta?**

19) **(*) Dados los vectores** $\vec{A} = 2\hat{i} - \hat{j}, \vec{B} = -\hat{i} + 2\hat{j}$**. Determine los módulos de estos vectores y los ángulos que forman con el eje X. Encuentre vectores unitarios en la dirección de** $\vec{A}$ **y** $\vec{B}$**, respectivamente. Calcule la proyección del vector** $\vec{A}$ **sobre** $\vec{B}$**. Calcule el área del triángulo que tiene por lados a los vectores** $\vec{A}$ **y** $\vec{B}$**.**

20) **(*) La figura muestra dos fuerzas de módulos** $F = 50N$ **y** $P = 25N$**. Considere que el eje x forma un ángulo de** $30°$ **con a la horizontal.**

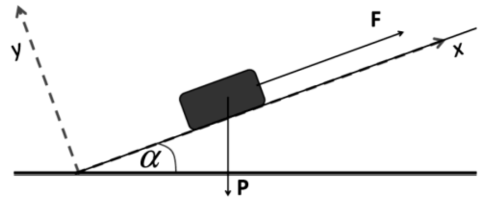
a) **Dibuje el vector resultante de la suma de ambas fuerzas.**
b) **Encuentre la expresión analítica de ambas fuerzas respecto a los ejes** ***x*** **e** ***y*** **de la figura.**
c) **Realice la suma analítica de ambos vectores.**



21) (*) El peso del bloque mostrado en la figura es $P = 200N$ y el ángulo de inclinación es $\alpha = 20°$.

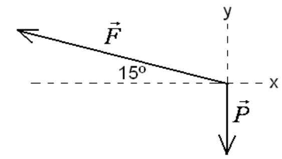
a. Encuentre la expresión analítica del peso $\vec{P}$ utilizando los ejes del plano *xy* de la figura.

b. Calcule el módulo del vector $\vec{F}$ para que la suma de las fuerzas en la dirección horizontal al plano inclinado sea nula.



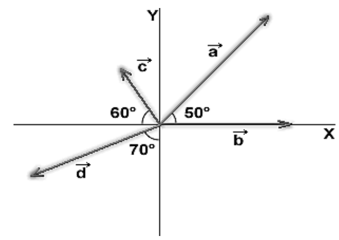
22) (*) Dados los vectores $\vec{D} = 4\hat{i} - 8\hat{j} + 5\hat{k}$ y $\vec{R} = -8\hat{i} + 10\hat{j} + 2\hat{k}$, determine el ángulo que se forma entre ellos.

23) (*) En la figura F = 50 N y P = 10 N, determine la fuerza resultante $\vec{F}_R$ y obtenga su módulo y dirección.



24) (*) Cuatro fuerzas de 25(N), 20(N), 8 (N) y 15(N), se representan por los vectores $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ y $\vec{d}$ respectivamente.

a. Escriba cada vector en su forma polar.
b. Determine la dirección del vector resultante.



25) (*) Considere los vectores $\vec{A}_3 = 0.5\vec{i} + 1.2\vec{j}$ y $\vec{A}_4 = \vec{i} + 9\vec{j} - 4\vec{k}$. Obtenga:

a. $\vec{A}_3 \bullet \vec{A}_3$

b. $\vec{A}_3 \bullet \vec{A}_4$

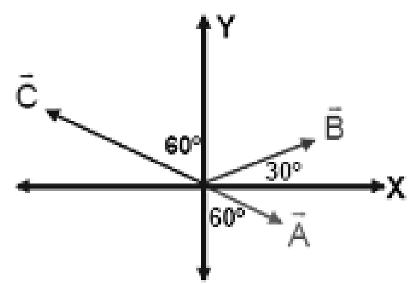
26) (*) Considere los vectores $\vec{A}_m = \vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$, $\vec{A}_n = 3\vec{i} + 7\vec{j} - \vec{k}$ y $\vec{A}_o = 3\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}$. Evalúe la expresión:

$$\frac{(\vec{A}_m \bullet \vec{A}_o)(\vec{A}_o + \vec{A}_m)}{(\vec{A}_m \bullet \vec{A}_n)\left\|\vec{A}_m\right\|}$$

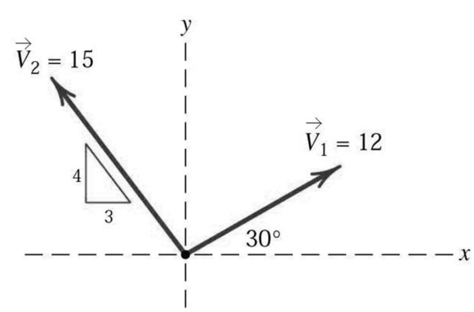
27) (*) A partir de los vectores que se muestran en la figura en que los módulos de $\vec{A}, \vec{B}$ y $\vec{C}$ son 10(u), 20(u) y 30(u) respectivamente, determine:

a) Proyección de $\vec{A}$ en dirección de $\vec{C} - \vec{B}$

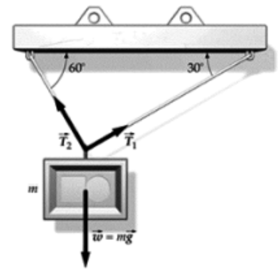
b) Un vector $\vec{D}$ tal que $2\vec{D} + \vec{B} - 2\vec{A} = \vec{0}$

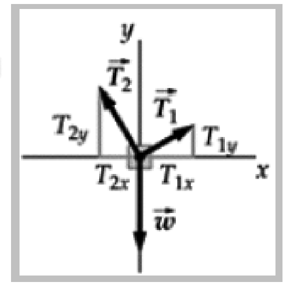


28) (*) La figura representa dos vectores velocidad en un instante de tiempo, cuyos módulos se miden en m/s. Escriba ambos vectores en forma canónica (analítica) y determine el módulo de la suma y resta de ambos.



29) (*) La figura de la izquierda representa un bloque cuyo peso es $\vec{w} = -8\hat{j}\ N$ y está colgado por dos cuerdas ideales. La primera cuerda está sometida a una tensión denominada $\vec{T}_1$ cuyo módulo es $4\ N$ y la segunda cuerda está sometida a una tensión $\vec{T}_2$ de módulo $6.93\ N$. La figura de la derecha representa lo que se denomina, "Diagrama de Fuerzas", es decir, la representación vectorial de las fuerzas en un sistema coordenado cartesiano.



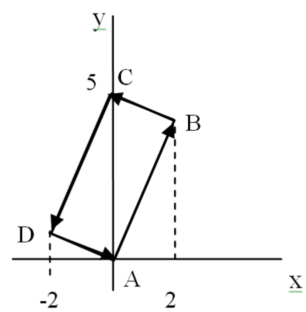


- **a. Determine los vectores $\vec{T}_1$ y $\vec{T}_2$ en su forma analítica.**
- **b. Calcule la suma de los vectores fuerza $\vec{F} = \vec{T}_1 + \vec{T}_2 + \vec{w}$**

30) (*) Un deportista trota 50 m hacia el sur, gira 30° hacia el sur-este y trota 80 m más.

- **a. Represente mediante vectores cada desplazamiento del deportista.**
- **b. Determine el módulo y dirección del vector desplazamiento total respecto del sur.**

31) (*) Se disponen cuatro vectores unidos origen con extremo de manera que forman un rectángulo como se muestra en la figura. Las coordenadas de los vértices del rectángulo son A(0,0); B(2,4); C(0,5) y D(-2,1) respectivamente.



- **a. Escriba cada vector en forma analítica.**
- **b. ¿Cuál es la longitud de los lados del rectángulo?**
- **c. ¿Cuánto vale la suma de estos cuatro vectores?**

32) (**) Considere los siguientes vectores en el espacio.

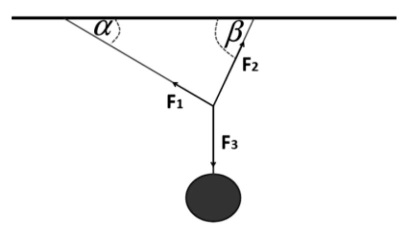
$$\vec{\boldsymbol{A}} = (\boldsymbol{a}, \mathbf{2}, \mathbf{4}), \qquad \vec{\boldsymbol{B}} = (\mathbf{1}, \boldsymbol{b}, -\mathbf{1}), \qquad \vec{\boldsymbol{C}} = (\mathbf{1}, \mathbf{3}, \boldsymbol{c})$$

Encuentre los valores de a, b y c para que los tres vectores sean ortogonales mutuamente.

33) (**) Dados los vectores $\vec{A} = -\hat{i} + 3\hat{j} + z\hat{k}$, $\vec{B} = x\hat{i} + 6\hat{j} - \hat{k}$ y $\vec{C} = 2\hat{i} - 4\hat{j} + 3\hat{k}$

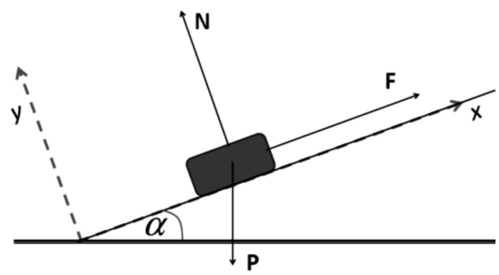
- **a. Si es $\vec{A}$ paralelo a $\vec{B}$ encuentre los valores de las incógnitas x, z**
- **b. Determine un vector unitario paralelo a $\vec{C}$**
- **c. Hallar un vector en el plano XY perpendicular a $\vec{C}$ y de módulo 5.**

34) (**) La figura muestra las fuerzas de tensión de tres cuerdas. El módulo de la fuerza $\vec{F}_3$ es de $400N$, $\alpha = 30°$ y $\beta = 70°$.



- **a. Calcule los módulos de $\vec{F}_1$ y $\vec{F}_2$ para que la suma de las fuerzas sea nula en todas las componentes.**
- **b. Encuentre la expresión analítica de las tres fuerzas respecto a los ejes usuales.**

35) **(**) La figura muestra un bloque sobre el que actúan tres fuerzas: el peso $\vec{P}$, la normal $\vec{N}$ y una fuerza $\vec{F}$. El módulo del peso es de $30N$, el módulo de $\vec{F}$ es de $20N$, y $\alpha = 25°$.**



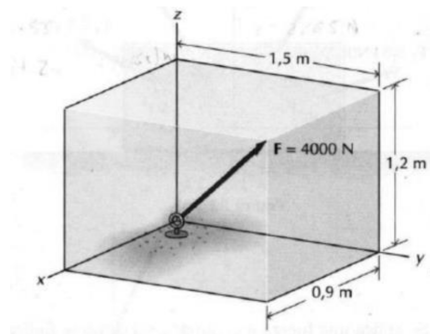
- a. **Determine el módulo de la normal.**
- b. **Encuentre la expresión analítica de las tres fuerzas respecto a los ejes inclinados de la figura.**
- c. **Encuentre la expresión analítica de la suma de todos los vectores.**

36) **(**) Considere los vectores:**

$$\vec{A} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k} \quad y \quad \vec{B} = -\hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k}$$

Grafique ambos vectores, determine el área del triangulo que tiene por lados estos vectores y calcule el ángulo que forman.

37) **(**) Se aplica una fuerza de $4\,kN$ a un anclaje de la forma mostrada en la figura, determine:**



- a. **Los ángulos $\theta_x, \theta_y, \theta_z$.**
- b. **Las componentes de la fuerza.**
- c. **La expresión de la fuerza en forma canónica.**

38) **(**)Considere los vectores:**

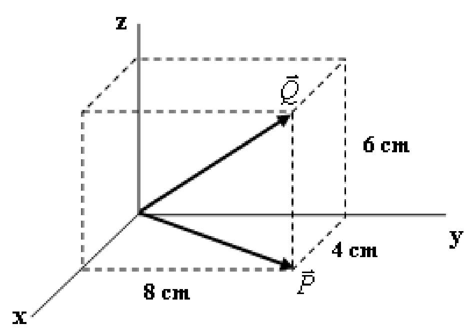
$$\vec{H} = 2\hat{i} + 5\hat{j} + 3\hat{k}, \qquad \vec{M} = -\hat{i} + 2\hat{k} \quad y \quad \vec{P} = 5\hat{i} - 2\hat{k} - 4\hat{j}$$

Determine el ángulo entre los vectores $\vec{A} = 2\vec{H} - \vec{M}$

39) **(**) Considere los vectores $\vec{B}_1 = \vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$ y $\vec{B}_2 = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$.**

- a. **Encuentre el ángulo que forma $\vec{B}_1$ con cada uno de los ejes del sistema de referencia. Grafique $\vec{B}_1$ y los ángulos calculados.**
- b. **Encuentre el ángulo que forman los vectores $\vec{B}_1$ y $\vec{B}_2$. Grafique sus resultados.**

40) **(**) Una caja rectangular tiene por dimensiones 6 cm , 4 cm y 8 cm, como se muestra en la figura.**



- a. **Escriba las expresiones analíticas (o canónicas) para los vectores que corresponden a las posiciones de los vértices P y Q de la caja.**
- b. **¿Qué ángulo que forman los vectores $\vec{P}$ y $\vec{Q}$?**

(*) Dificultad regular, (**) Dificultad mayor.

Respuestas

1) b. $\vec{A} = 4\vec{i} + 3\vec{j}$ **, c.** $\vec{O}_5 = -11\vec{i} + 12\vec{j}$

2) a. $\vec{F} = 94.0\hat{i} + 34.2\hat{j}\ N$ **; b.** $\vec{P} = -34.2\hat{j}\ N$.

3) $-14.8\hat{i} + 31{,}7\hat{j}$

4) a. $\theta = 133{,}2^\circ$ **b.** $\hat{u} = 0{,}73\hat{i} + 0{,}68\hat{j}$

6) $11.18\ Km, 26.56^\circ$ **con respecto al Este.**

7)

Coordenadas (x,y)	Forma Polar (r, θ)	Vectores Unitarios $(\hat{\imath}, \hat{\jmath})$
(1,3)	$r = 3.16 , \theta = 71.56$	$\hat{\imath} + 3\hat{\jmath}$
(5,2)	$r = 5.38 , \theta = 21.80$	$5\hat{\imath} + 2\hat{\jmath}$
(-3,2)	$r = 3.60 , \theta = 146.31$	$-3\hat{\imath} + 2\hat{\jmath}$
(3,-3)	$r = 4.24 , \theta = \frac{7\pi}{4} rad$	$3(\hat{\imath} - \hat{\jmath})$
(-1,-7)	$r = 7.07 , \theta = 81.87$	$-\hat{\imath} - 7\hat{\jmath}$
(4,-5)	$r = 6.40 , \theta = 308.66$	$4\hat{\imath} - 5\hat{\jmath}$

8) a) $(13, -12)$ **, b)** $(3, -3)$ **, c)** $(5, -25)$ **, d)** $(57, -38)$ **, e)** $(-13, -52)$

9) a. $\vec{A} + \vec{B}$**, b.** $\vec{B} + \vec{C} + \vec{D}$**, c. si**

10) a) V, b) F, c) F, d) V

11) Aplicar el método del triángulo o del paralelogramo.

12) Respuesta: 5.83; por ejemplo: $-3\vec{\mathrm{i}} - 5\vec{\mathrm{j}}$ **y** $6\vec{\mathrm{i}} + 10\vec{\mathrm{j}}$, **pero existen infinitos.**
¿Está de acuerdo con esta última afirmación?

13) -106.7º y 159.0º.

14) *Módulo 5 N y ángulo 126,87º*

15) *Para* $\alpha = 2$ y $\alpha = -1$

16) a) $\theta_1 = 30.96$, $\theta_2 = 23.199$ **b)** $T_{5m} = 266.37N$, $T_{7m} = 159.82N$

17) $\vec{A} + \vec{B}$; $\vec{B}$; $-\vec{A}$; $\vec{A} - \vec{B}$

18) $1.66, 63.5^\circ$

19) $\mathrm{A} = 2.23, \mathrm{B} = 2.23, \theta_{\mathrm{A}} = -26.56^\circ, \theta_{\mathrm{B}} = 153.43^\circ$

$$\hat{A} = \frac{2\hat{i} - \hat{j}}{\sqrt{5}}, \hat{B} = \frac{-\hat{i} + 2\hat{j}}{\sqrt{5}}, -1.78, area = 1.5$$

20) b. $\vec{F} = 43.3.0\hat{i} + 25.0\hat{j}\ N$ **,** $\vec{P} = 12.5\hat{i} - 21.7\hat{j}\ N$ **; c.** $\vec{F}_T = 55.8\hat{i} + 3.3\hat{j}\ N$.

21) a. $\vec{P} = -68.4\hat{i} - 187.9\hat{j}\ N$ **; b.** $F = 68.4\ N$.

22) *140,17º*

23) $\vec{F}_R = -48{,}30\hat{i} + 2{,}94\hat{j}$ N, módulo 48,40 N y ángulo 176,52º

24) a. $\vec{a} = 25 \prec 50^\circ, \vec{b} = 20 \prec 0^\circ, \vec{c} = 8 \prec 120^\circ\ y\ \vec{d} = 15 \prec 200^\circ$ **, b.** $\theta = 49{,}4^\circ$

25) 1.69 **;** 11.3

26) $\dfrac{-8\hat{i} - 2\hat{j}}{5\sqrt{14}}$

27) a. $-401{,}7$ **b.** $\vec{D} = -10\hat{j}$

28) $\vec{v}_1 = 6\sqrt{3}\ \hat{i} + 6\hat{j}, \quad \vec{v}_2 = -9\ \hat{i} + 12\hat{j}$ **m/s. Aprox. 18 y 20 m/s.**

29) a. $\vec{T}_1 = 3.46\hat{i} + 2\hat{j}, \quad \vec{T}_2 = -3.46\hat{i} + 6\hat{j} \quad N$ **b.** $\vec{F} = \vec{0}$

30) 125.8 m ; 18.5º

31) $\vec{AB} = 2\hat{i} + 4\hat{j}$; $\vec{BC} = -2\hat{i} + \hat{j}$; $\vec{CD} = -2\hat{i} - 4\hat{j}$; $\vec{DA} = 2\hat{i} - \hat{j}$; $\sqrt{20}$; $\sqrt{5}$; $\vec{0}$

32) a = 24/5, b = -7/5, c= -16/5

33) a. $z = -\dfrac{1}{2} \quad x = -2$ **b.** $\hat{c} = 0{,}37\hat{i} - 0{,}74\hat{j} + 0{,}56\hat{k}$ **c.** $4{,}48i + 2{,}24j \quad o \quad -4{,}48i - 2{,}24j$

34) $F_1 = 138.9N$ **y** $F_2 = 351.8N$ **; b.** $\vec{F}_1 = -120.3\hat{i} + 69.5\hat{j}\ N$**,** $\vec{F}_2 = 120.3\hat{i} + 330.6\hat{j}\ N$ **, y**
$\vec{F}_3 = -400\hat{j}\ N$.

35) a. $\left\|\vec{N}\right\| = 27.2N$ **; b.** $\vec{P} = -12.7\hat{i} - 27.2\hat{j}\ N$**,** $\vec{N} = 27.2\hat{j}\ N$ **, y** $\vec{N} = 20.0\hat{i}\ N$ **; c.** $\vec{F}_T = 7.3\hat{i}\ N$.

36) $\text{area} = 2.55\ \text{u}^2,\ 101^\circ$

37) a. $\theta_x = 65^\circ, \theta_y = 45^\circ, \theta_z = 56^\circ$**, b.** $(1698, 2830, 2264)\ N$
c. $\vec{F} = 1698\hat{i} + 2830\hat{j} + 2264\hat{k} \quad N$

38) *79,63º*

39) a. x: 74.5º; y: 57.5º; z: 36.7º b. 22.2º

40) $\vec{P} = 4\hat{i} + 8\hat{j}$; $\vec{Q} = 4\hat{i} + 8\hat{j} + 6\hat{k}$; 33.9º