Ciencias de la Computación II

Autómatas de Pila

Eduardo Contrera Schneider

Universidad de la Frontera

18 de noviembre de 2016

Introducción

Si bien los autómatas finitos son una buena herramienta para especificar lenguajes, el espectro que cubren es bastante limitado en cuanto al total de los lenguajes posibles. Esto se debe no solamente a que estén relacionados con las expresiones regulares, sino también al hecho de que guardan una cantidad de *memoria finita*. Las cadenas de un determinado lenguaje contienen información importante que debe ser recordada para su pertenencia, a saber la posición, cantidad de caracteres, tipo de éstos, etc. Es por eso que definiremos un autómata que busca ampliar el concepto de memoria a tamaño ilimitado.

Autómata de Pila

Autómata de Pila no determinista

Un **Autómata de Pila no determinista** (ADPND) es una 7-upla, $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \Delta, s, F, z)$ donde

- Q es un conjunto finito de estados.
- Σ es un alfabeto de entrada.
- Γ es un alfabeto llamado alfabeto de la pila.
- Δ es una regla de transición.
- $s \in Q$ es el estado inicial o de partida.
- $z \in \Gamma$ es el símbolo inicial de la pila.
- $F \subseteq Q$ es el conjunto de estados finales o de aceptación.

Observaciones

- Al igual que en los AFN, la regla de transición usa una elección no determinita para asociar una una terna a otra.
- El autómata de pila se encuentra en un estado y va hacia a otro dependiendo de dónde se eencuentre, la entrada actual de la cadena y la información en la cima de la pila.
- Lo anterior también hace cambiar, por lo general, la cima de la pila.
- De esta manera, Δ se define sobre las ternas del tipo (q, σ, γ), donde $q \in Q$, $\sigma \in \Sigma \cup \{\epsilon\}$ y $\gamma \in \Gamma$ y asocia un par del estilo (p, w), donde $p \in Q$ es el estado siguiente y $w \in \Gamma^*$ es la cadena que se apilará en la cima de la pila en lugar del símbolo γ que estab antes allí.

De este modo, Δ es una relación que se define como

$$\Delta \subseteq Q \times (\Sigma \cup \{\epsilon\}) \times \Gamma \times Q \times \Gamma^*$$

- Si $\Delta(q, a, b) = (p, \epsilon)$, eso indica que el estado siguiente es p y que el símbolo b se elimina de la cima de la pila.
- Δ considera movimientos con la pila no vacía.
- Si $\Delta(q, \epsilon, a) = \{(p, aa)\}$, eso indica que el siguiente estado es p y apila una a en la cima de la pila sin consumir ninguna entrada de la cadena.
- En caso de que $\Delta(q, \sigma, \gamma) = \emptyset$, entonces no posibles movimientos de Q y por tanto, el ADPND terminará su ejecución.

Construcción de ADPND

La idea aquí es presentar un método de construcción de ADPND a partir de una gramática que genera un LIC. Sea $G = (N, \Sigma, S, P)$ una GIC. El primer paso es introducir en la pila el símbolo inicial (de G). En cada una de las etapas posteriores realizaremos una de estas acciones:

1. Si el símbolo que está en la cima de la pila es no terminal A, lo sustituiremos por el lado derecho de la producción para A, $A \rightarrow w$, o
2. Si el símbolo de la cima de la pila es un terminal y se corresponde con el siguiente símbolo de la entrada, los desapilaremos de la pila.

Si se agota la cadena de entrada y en la cima de la pila se encuentra el símbolo inicial de la pila, aceptaremos la cadena puesto que es posible la derivación de la misma.

Para definir dicho autómata de pila no determinista M, sean

- $Q = \{q_1, q_2, q_3\}$
- $\Gamma = N \cup \Sigma \cup \{z\}$
- $F = \{q_3\}$
- $s = q_1$

y Δ está compuesta pos cuatro tipo de transiciones:

1. $\Delta(q_1, \epsilon, z) = \{(q_2, Sz)\}$
2. $\Delta(q_2, \epsilon, A) = \{(q_2, w) | A \rightarrow w \quad es \quad una \quad produccion \quad de \quad P\}$ para cada no terminal A de N
3. $\Delta(q_2, a, a) = \{(q_2, \epsilon)\}$ para cada símbolo terminal de a de Σ.
4. $\Delta(q_2, \epsilon, z) = \{(q_3, Sz)\}$.

De todo esto podemos decir lo siguiente:

Teorema

Si L es un LIC, entonces existirá un ADPND para el cual $L = L(M)$.

Sea M un ADPND arbitrario. El lenguaje aceptado por la pila vacía de M se define como

$$N(M) = \{w|(q_1, w, z) \rightarrow^* (p, \epsilon, \epsilon)\}$$

Aquí, q_1 es el estado inicial de M y p es cualquier estado de Q. $N(M)$ es sencillamente el conjunto de todas las cadenas que conducen a M desde el estado inicial, a cualquier estado en el cual la pila se vacía. Esta es una configuración de parada de M.