



UNIVERSIDAD DIEGO PORTALES
FACULTAD DE INGENIERÍA
INSTITUTO DE CIENCIAS BASICAS

Álgebra
Guía de Ejercicios N°1
Trigonometría Plana

TRIGONOMETRÍA PLANA

1. En cada caso, encuentre los valores de las restantes funciones trigonométricas si:

<p>a) $\cos \theta = \frac{1}{7}$; θ no está en Q I.</p> <p>b) $\tan \theta = -5$; θ no está en Q IV.</p> <p>c) $\sin \theta = \frac{7}{8}$; θ no está en Q II.</p> <p>d) $\cos \theta = -\frac{3}{4}$; θ no está en Q II.</p> <p>e) $\tan \theta = \frac{15}{8}$; $\cos \theta > 0$.</p> <p>f) $\sin \theta = -\frac{5}{13}$; $\tan \theta < 0$.</p> <p>g) $\cos \theta = -\frac{40}{41}$; $\sin \theta > 0$.</p> <p>h) $\tan \theta = -\frac{24}{7}$; $\sin \theta < 0$.</p>	<p>i) $\sin \theta = \frac{2\sqrt{13}}{13}$; no está en Q IV.</p> <p>j) $\cos \theta = \frac{\sqrt{77}}{9}$; no está en Q IV.</p> <p>k) $\tan \theta = \frac{2\sqrt{5}}{15}$; no está en Q I.</p> <p>l) $\sin \theta = \frac{2\sqrt{10}}{7}$; no está en Q I.</p> <p>m) $\csc \theta = 9$; θ no está en Q I.</p> <p>n) $\cot \theta = 2$; θ no está en Q I.</p> <p>o) $\sec \theta = b$; θ está en Q IV.</p> <p>p) $\cot \theta = a$; θ está en Q I.</p>
--	--

2. Califique como falso o verdadero las siguientes afirmaciones, justificando su respuesta

<p>a) $\cos 10^\circ < \cos 20^\circ$</p> <p>b) $\sin 25^\circ < \sin 50^\circ$</p> <p>c) $\sin 45^\circ + \sin 45^\circ = \sin 90^\circ$</p> <p>d) $\cot 20^\circ = \tan 70^\circ$</p> <p>e) $\sin(5^\circ + \theta) = \cos(85^\circ - \theta)$</p> <p>f) $\cos 50^\circ = \frac{1}{\operatorname{cosec} 50^\circ}$</p>	<p>g) $\frac{1}{\operatorname{cosec} 66^\circ} = \sin 24^\circ$</p> <p>h) $\sec^2 12^\circ = \frac{1}{\sin^2 78^\circ}$</p>
--	---

3. Si $\sin \alpha = \frac{\sqrt{17}}{9}$, con $\alpha \in \text{QII}$, determine el valor de la expresión $\frac{\cos \alpha - \operatorname{tg} \alpha}{\sec \alpha}$.

4. Si $\cos \alpha = \frac{4}{5}$, con $\alpha \in \text{QI}$, determine el valor de la expresión: $\frac{\sin \alpha + \operatorname{ctg} \alpha}{\cos \alpha \cdot \operatorname{cosec} \alpha}$

5. Considere que $0 < \alpha \leq \pi$ y suponga que si $\operatorname{tg} \alpha = p$ entonces $\frac{\operatorname{sen}^2 \alpha - 1}{\operatorname{sen} \alpha} = \frac{1}{2p}$.
Determine el valor de α y el valor de p .
6. Si $\operatorname{sen} \alpha = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ y $\cos \beta = \frac{\sqrt{2}}{2}$, encuentre $\operatorname{sen}(\alpha + \beta)$ y $\cos(\alpha - \beta)$.
7. Calcule el valor exacto de las siguientes expresiones:
- $3\operatorname{sen} 45^\circ \cdot \cos 30^\circ + \sqrt{6} \cos^2 60^\circ - \cos^3 90^\circ$
 - $7 \cos^4 45^\circ - \operatorname{sen} 60^\circ \cdot \cos 30^\circ + \cos 0^\circ$
 - $5\sqrt{3} \operatorname{sen} 60^\circ - 7\sqrt{2} \cos 45^\circ + \operatorname{sen}^4 30^\circ$
 - $12\operatorname{sen}^2 60^\circ - 16\cos^4 30^\circ + \operatorname{sen} 30^\circ$
 - $20\operatorname{sen}^4 45^\circ - 6\cos^2 30^\circ + 3\operatorname{sen}^3 30^\circ - \operatorname{sen} 0^\circ$
 - $10\cos^3 60^\circ - 4\operatorname{sen}^5 30^\circ - \operatorname{sen}^2 45^\circ$
 - $3\sqrt{2} \cos 45^\circ + 16\operatorname{sen}^6 60^\circ - 18\cos 60^\circ$
 - $\cos^5 60^\circ + 6 \operatorname{sen} 45^\circ - 3 \operatorname{sen}^3 90^\circ$
8. Encuentre los valores exactos de seno y coseno de los siguientes ángulos, sin utilizar calculadora:
- | | | | |
|----------------|----------------|----------------|----------------|
| a) 210° | c) 315° | e) 300° | g) 225° |
| b) 135° | d) 330° | f) 240° | h) 480° |
9. Calcule:
- $\operatorname{sen} 195^\circ$ a partir de las funciones de 60° y 135°
 - $\cos 345^\circ$ a partir de las funciones de 30° y 315°
 - $\operatorname{sen} 285^\circ$ a partir de las funciones de 240° y 45°
 - $\cos 165^\circ$ a partir de las funciones de 45° y 120°
10. Simplifique cada expresión reduciéndola a un solo término:
- $\cos 200^\circ \cos 160^\circ - \operatorname{sen} 200^\circ \operatorname{sen} 160^\circ$
 - $\operatorname{sen} \theta \operatorname{sen} 2\theta - \cos \theta \cos 2\theta$

- c) $\sin \frac{\theta}{6} \cos \frac{5\theta}{6} + \cos \frac{\theta}{6} \sin \frac{5\theta}{6}$
- d) $\sin 80^\circ \cos 100^\circ + \sin 100^\circ \cos 80^\circ$
11. Verifique las siguientes igualdades:
- a) $\sin(\pi + \theta) = -\sin \theta$.
- b) $\sin\left(\frac{7\pi}{2} + 4\theta\right) = -\cos 4\theta$.
- c) $\cos(C - D)\cos D - \sin(C - D)\sin D = \cos C$.
- d) $\sin(45^\circ + \theta) - \cos(225^\circ + \theta) = \sqrt{2} \cos \theta$.
- e) $\sin(30^\circ + \theta) + \cos(120^\circ + \theta) = 0$.
12. Si $\cos A = \frac{3}{7}$, con $\frac{3\pi}{2} < A < 2\pi$, encuentre los valores exactos de $\cos \frac{A}{2}$ y $\cos 2A$
13. Si $\sin B = -\frac{12}{13}$, con $\pi < B < \frac{3\pi}{2}$, encuentre los valores exactos de $\sin \frac{B}{2}$ y $\sin 2B$
14. Si $\cos \frac{C}{2} = -\frac{5}{8}$, con $\frac{\pi}{2} < \frac{C}{2} < \pi$, encuentre los valores exactos de $\cos C$ y $\cos \frac{C}{4}$
15. Sea f la función trigonométrica definida por $f(x) = 3 - 2 \cos(2x - \frac{\pi}{2})$.
- a) Grafique la función f indicando sus principales características.
- b) Determine los valores de $x \in [0, 2\pi[$ tales que $f(x) = 2$.
16. Dadas las funciones reales $f(x) = 1 + 2 \sin(2x - \frac{\pi}{2})$ y $g(x) = -\sin x$
- a) Determine, si existe, $x \in [0, 2\pi[$ tal que $f(x) = g(x)$.
- b) Haga un bosquejo de la gráfica de f indicando amplitud, periodo, fase y desfase.
17. Considere la función trigonométrica $f(x) = 1 + \frac{1}{2} \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$
- a) Grafique la función f .
- b) Determine los valores de $x \in [0, 2\pi[$ tales que $f(x) = \frac{3}{4}$
18. Sea f la función trigonométrica definida por $f(x) = 2 + 3 \cos(x + \pi)$
- a) Grafique la función f

- b) Determine los valores de $x \in [0, 2\pi[$ tales que $f(x) = \frac{1}{2}$
19. Considere la función real $f(x) = \frac{1}{2} \cos\left(\frac{x + 2\pi}{2}\right)$
- a) Grafique la función f indicando período y amplitud
- b) Verifique si se satisface la igualdad $[f(x)]^2 = \frac{1}{8}(1 + \cos x)$
20. Consideremos $f(x) = -2 - \frac{1}{2} \sin\left(\frac{1}{2}x + \frac{\pi}{2}\right)$
- a) Bosqueje un gráfico para la función $f(x)$ indicando período, traslación, desfase y amplitud.
- b) Resuelva la ecuación $f(x) = \frac{7}{4}$ en $[-2\pi, 2\pi]$

Identidades trigonométricas

21. ¿Cuáles valores de a , b y c hacen de la siguiente ecuación una identidad?

$$3 + 4\cos^2 \theta + 5\cos^4 \theta = a + b\sin^2 \theta + c\sin^4 \theta$$

22. Demuestre las siguientes identidades:

a) $2\cos^2 x - 1 = 1 - 2\sin^2 x$

j) $\tan x + \cot x = 2\operatorname{cosec} 2x$

b) $\sin^4 x - \cos^4 x = 1 - 2\cos^2 x$

k) $\frac{2}{\csc^2 x} = 1 - \frac{1}{\sec 2x}$

c) $\tan^2 x - \cot^2 x = \sec^2 x - \operatorname{cosec}^2 x$

l) $\frac{\sin 3x}{\sin x} - \frac{\cos 3x}{\cos x} = 2$

d) $(\operatorname{cosec} x - \cot x)^2 = \frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}$

m) $\frac{\sin 2x}{1 - \cos 2x} \cdot \frac{1 - \cos x}{\cos x} = \tan \frac{x}{2}$

e) $\frac{\cos^2 x}{(1 - \sin x)^2} = (\sec x + \tan x)^2$

n) $\tan \theta = (\sec \theta + 1) \cdot (\csc \theta - \cot \theta)$

f) $\sin x \cdot \cos^3 x - \cos x \cdot \sin^3 x = \frac{1}{4} \sin 4x$

o) $\frac{5\sec A - \tan A}{8\sec A + \tan A} + \frac{5\csc A + 1}{8\csc A - 1} = \frac{82 - 2\cos^2 A}{63 + \cos^2 A}$

g) $\frac{1 - \cos x}{\sin x} = \tan \frac{x}{2}$

p) $\sec \theta (\sin \theta - 1)(\tan \theta + \sec \theta) = -1$

h) $\frac{2\sec x}{\sec x - 1} = \csc^2\left(\frac{x}{2}\right)$

q) $(\cot \theta - \tan \theta)^2 = \cot^2 \theta (2 - \sec^2 \theta)^2$

i) $\frac{\sin 4x \cdot \cos 2x - \cos 4x \cdot \sin 2x}{\cos^2 x - \sin^2 x} = \tan 2x$

r) $\frac{\tan^2 \theta}{1 + \csc^2 \theta + \tan^2 \theta} = \sin 4\theta$

$$\begin{array}{ll}
 \text{s)} & (\cot \theta - \tan \theta)^2 = \cot^2 \theta (2 - \sec^2 \theta)^2 \\
 \text{t)} & \frac{\cot^2 A}{\sin^2 B} - \frac{\cot^2 B}{\sin^2 A} = \cot^2 A - \cot^2 B \\
 \text{u)} & \frac{1 - \cos \theta}{1 + \cos \theta} = \cot^2 \theta - 2 \csc \theta \cot \theta + \csc^2 \theta \\
 \text{v)} & \frac{\sin B + \cos B - 1}{\sin B - \cos B + 1} = \frac{1 - \sin B}{\cos B} \\
 \text{w)} & \csc \theta + \cot \theta + 1 = \frac{2 \csc \theta \cot \theta + 2 \cot^2 \theta}{\csc \theta + \cot \theta - 1} \\
 \text{x)} & \csc^6 \theta - \cot^6 \theta = 1 + 3 \csc^2 \theta \cot^2 \theta \\
 \text{y)} & (\sin A \sin B - \cos A \cos B)^2 + (\sin A \cos B + \cos A \sin B)^2 = 1
 \end{array}$$

23. Demuestre que $\frac{1}{20} \sec^4(5\theta) + \frac{1}{40} \sec 2(5\theta)$ es idéntica a $\frac{1}{20} \tan^4(5\theta) + \frac{1}{8} \tan^2(5\theta) + C$ donde C es una constante real; determine el valor de esa constante C.

24. Decida si las siguientes igualdades son o no identidades trigonométricas:

$$\begin{array}{ll}
 \text{a)} & 10 \cos^2 11^\circ - 10 \sin^2 11^\circ \\
 \text{b)} & \sin \frac{\pi}{6} \cos \frac{\pi}{6} \\
 \text{c)} & 4 \sin^4 \theta - 4 \sin^2 \theta = \cos^2 2\theta \\
 \text{d)} & \left(\frac{1 - \cos 160^\circ}{2} \right)^3 = \sin^6 8\theta \\
 \text{e)} & 2 \sin \frac{B}{2} \cos \frac{B}{2} = \sin B \\
 \text{f)} & 2 \sin^2 3\theta - 1 = -\cos 6\theta. \\
 \text{g)} & \sqrt{\frac{1 + \cos 200^\circ}{2}} = \cos 80^\circ \\
 \text{h)} & \cos^2 6A = \cos 12A + \sin^2 6A \\
 \text{i)} & 1 - 2 \cos^2 8\theta = \cos (-16\theta) \\
 \text{j)} & \sqrt{2(1 + \cos 2B)} = \pm 2 \cos B \\
 \text{k)} & \cos^2 \frac{\theta}{5} - \sin^2 \frac{\theta}{5} = \frac{1}{5} \cos 2\theta \\
 \text{l)} & \sin 6A = 2 \sin 12A \cdot \cos 12A \\
 \text{m)} & \cos^2 \frac{\theta}{6} = \sin^2 \frac{\theta}{6} = \cos \frac{\theta}{3} \\
 \text{n)} & \sin^2 11B - \frac{1}{2} \cos 22B = \frac{1}{2}
 \end{array}$$

25. Transforme

$$\begin{array}{ll}
 \text{a)} & \cos^4 \theta \text{ en } \frac{3}{8} + \frac{1}{2} \cos 2\theta + \frac{1}{8} \cos 4\theta \\
 \text{b)} & \sin^4 2\theta \text{ en } \frac{3}{8} + \frac{1}{2} \cos 4\theta + \frac{1}{8} \cos 8\theta
 \end{array}$$

- c) $\sin^2 \theta \cdot \cos^2 \theta \text{ en } \frac{1}{8} - \frac{1}{8} \cos 4\theta$
26. Con las hipótesis de cada caso, determine $\sin(A + B)$ y $\cos(A + B)$. Compruebe su resultado utilizando calculadora o computadora y aproxime A, B y $A + B$.
- a) $\sin A = \frac{1}{10}$ y $\sin B = \frac{9}{10}$, con A y B en Q I
- b) $\cos A = \frac{8}{17}$, con A en Q I y $\tan B = -\frac{3}{4}$, con B en Q II
- c) $\sin A = \frac{4}{5}$, con A en Q I y $\sin A = -\frac{7}{25}$, con B en Q III
- d) $\cot A = \frac{12}{5}$, con A en Q I y $\cos B = -\frac{15}{17}$, con B en Q III

Funciones trigonométricas inversas

27. Calcule el valor de:

- a) $\sin \left(\arccos \frac{4}{5} + \arcsin \frac{3}{4} \right)$
- b) $\operatorname{tg} \left(\operatorname{arctg} \frac{3}{4} + \operatorname{arc} \cot g \frac{1}{2} \right)$
- c) $\sin \left[\arcsen \left(-\frac{1}{2} \right) + \arccos \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \right]$

27. Resuelva para $x \in \Re$ la ecuación:

- a) $\operatorname{arctg} \left(\frac{x-1}{x+2} \right) + \operatorname{arctg} \left(\frac{x+1}{x+2} \right) = \frac{\pi}{4}$
- b) $\arccos(x) + \operatorname{arctg}(x) = \frac{\pi}{2}$.
- c) $\arcsen(x) - \arccos(x) = \frac{\pi}{6}$

28. Demuestre que $\operatorname{Arcsen} \frac{1}{\sqrt{5}} + \operatorname{Arcsen} \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{\pi}{2}$

Ecuaciones trigonométricas

6

29. Resuelva las siguientes ecuaciones para i) $\theta \in [0, 2\pi]$ ii) $\theta \in \mathbb{R}$

a) $2\sin^2 \theta = 1$

b) $\csc^2 \theta = 4$

c) $4\cos^2 \theta = 1$

d) $\tan^2 \theta = 3$

e) $\sin(\theta - 7^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

f) $\cos(\theta + 10^\circ) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

g) $(\sqrt{2}\sin \theta - 1) \cdot (2\cos \theta + \sqrt{3}) = 0$

h) $(\sqrt{3}\sec \theta - 2) \cdot (2\sin \theta + \sqrt{3}) = 0$

i) $(\csc \theta - 2) \cdot (2\cos \theta - \sqrt{3}) = 0$

j) $(2\cos \theta - 1) \cdot (\sqrt{3}\csc \theta + 2) = 0$

k) $\tan^2 \theta = \tan \theta$

l) $\csc^3 \theta = 2\csc \theta$

m) $2\cos\theta \cdot \sin\theta + 2\cos\theta + \sin\theta + 1 = 0$

n) $2\cos^2 \theta - \cos \theta = 1$

o) $2\sin^2 \theta + 3\sin \theta + 1 = 0$

p) $2\cos^2 \theta - 9\cos \theta - 5 = 0$

q) $\cos \theta = \sqrt{3} \sin \theta$

r) $2\sin \theta \cdot \tan \theta - \sqrt{3} \tan \theta = 0$

s) $6\sec^2 \theta + 5\sec \theta + 1 = 0$

t) $2\sin^2 \theta + 7\cos \theta - 5 = 0$

u) $\cos \theta + \sec \theta = 1,9$

v) $3\sec \theta \cdot \csc \theta = \csc \theta$

w) $\cos 2\theta = 1 - \sin \theta$

x) $\sin 4\theta - \sqrt{3} \cos 2\theta = 0$

y) $\sin 2\theta + \sqrt{2} \sin \theta = 0$

z) $\cos 4\theta = 7\cos 2\theta + 8$

aa) $\sin \theta = \sin \frac{\theta}{2}$

bb) $\cos 2\theta - 2\cos^2 \theta = 0$

cc) $\cos 6\theta + \sin^2 3\theta = 0$

dd) $\sin 2\theta + 2\cos^2 \frac{\theta}{2} = 1$

ee) $\sin^2 \theta = 6\cos \theta + 6$

ff) $2\cos^2 \theta + 7\sin \theta = 5$

gg) $\tan \theta + \cot \theta = 2\csc \theta$

hh) $\sin^2 \theta = 3\cos^2 \theta$

ii) $\cos 3\theta + \cos \theta = \cos 2\theta$

jj) $4\tan \theta = \sqrt{3} \sec^2 \theta$

kk) $3\sec 2\theta + 2\sin^2 \theta + 1 = 0$

ll) $\sqrt{2}\sin \frac{\theta}{2} + \sqrt{1 - \cos \theta} = \sqrt{2}$

mm) $\tan(\frac{\pi}{4} - \theta) = 1 - \sin 2\theta$

nn) $\cot \theta + \sin^2 \theta - \cos^2 \theta \cdot \cot \theta = 0$

oo) $3\sqrt{2} \cos \frac{\theta}{2} + \sqrt{1 + \cos \theta} = -\sqrt{6}$

Resolución de triángulos

30. La medida del ángulo mayor de un triángulo es el doble de la medida del ángulo menor, ¿Es la medida del lado mayor el doble de la medida del lado menor? Obtenga la medida de c , si $\alpha = 40,4^\circ$, $\gamma = 81,0^\circ$ y $a = 100$.
31. Se desea determinar la distancia entre dos puntos A y B que se encuentran en las orillas opuestas de un río. Se traza un segmento de recta AC de una longitud de 240 metros y se encuentra que los ángulos BAC y ACB miden $63^\circ 20'$ y $54^\circ 10'$, respectivamente. Calcule la distancia aproximada entre A y B.
32. Un topógrafo elige un punto C a 375 metros de A y 530 metros de B, para determinar la distancia entre A y B. Determine la distancia requerida sabiendo que el ángulo BAC mide $49^\circ 30'$.
33. Un poste de telégrafos, que está inclinado en un ángulo de 12° con respecto al sol, da una sombra sobre la tierra de 10 metros de longitud, cuando el ángulo de elevación del sol es de 64° . Obtenga la longitud del poste.
34. Una carretera recta forma un ángulo de 15° con la horizontal. Un poste vertical, que se encuentra en la orilla de la carretera, produce una sombra sobre ésta de 75 metros de longitud, cuando el ángulo de elevación del sol es de 57° . Determine la longitud del poste.
35. El ángulo de una de las esquinas de un terreno triangular mide $73^\circ 40'$. Si los lados entre los cuales se encuentra dicho ángulo, tienen una longitud de 175 y 150 metros, determine la longitud del tercero de los lados.
36. Un poste vertical sobre una ladera, mide 40 metros de alto y forma un ángulo de 17° con el horizonte. Encuentre la longitud mínima que debe tener una cuerda, que parte de la punta del poste, para que alcance un punto a 72 metros de la base del poste.
37. Demuestre que para todo triángulo ABC, se cumple.
- a) $a^2 + b^2 + c^2 = 2 \cdot (bc \cdot \cos \alpha + ac \cdot \cos \beta + ab \cdot \cos \gamma)$
- b) $\frac{\cos \alpha}{a} + \frac{\cos \beta}{b} + \frac{\cos \gamma}{c} = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{2abc}$
38. Desde un punto sobre el piso localizado a 120 metros de la Torre Eiffel, se observa que el ángulo de elevación de la punta de la torre es $68,2^\circ$. ¿Qué altura tiene la torre?.
39. Desde un punto localizado en el mismo plano que la parte superior de las cataratas de Bridalveil en el parque nacional de Yosemite y a una distancia de 234 metros, el ángulo de depresión del extremo inferior de las cataratas es de $41,5^\circ$. Encuentre la altura de las cataratas de Bridalveil.

40. Un helicóptero vuela a 130 metros sobre uno de los extremos de un puente que se tiende sobre el río Missouri en la ciudad de Jefferson. El ángulo de depresión del otro extremo del puente visto desde el helicóptero es de $32,0^\circ$. ¿Qué longitud tiene el puente?
41. El ángulo de elevación de la parte más alta de la torre del City Hall de Filadelfia tomada desde un punto al nivel del piso y a 100 metros de su base es de $61,3^\circ$. ¿Qué altura tiene el edificio?
42. Encuentre el radio de una circunferencia para la cual una cuerda de 10,8cm. corresponde a un ángulo de $38,4^\circ$ en su centro.
43. Un cercado de altura h está localizado en posición este – oeste. El ángulo de elevación del sol es θ y su orientación es SW. Obtenga el ancho de la sombra que proyecta el cercado al nivel del piso.
44. Desde la cima de un peñasco al borde de un lago, se observa una boya con un ángulo de depresión θ y una segunda boya más cercana al peñasco, está a d metros de la base de éste. Demuestre que la distancia entre las boyas es $d(\tan \theta \cot \theta - 1)$ metros.
45. Un helicóptero sobrevuela directamente sobre un camino que va de este a oeste al nivel del suelo. Mirando hacia el este, el piloto ve un bache en el camino, con un ángulo de depresión θ . Mirando hacia el oeste, observa otro bache en el camino con un ángulo de depresión ϕ . Si los baches están separados por “ a ” metros, determine a qué altura vuela el helicóptero.
46. Un observador en A mira directamente al norte y ve un meteoro con un ángulo de elevación de 55° . En el mismo instante, otro observador, localizado 10 Km. al oeste de A, ve el mismo meteoro y ubica su posición como N 50° E, pero olvida anotar el ángulo de elevación. Encuentre la altura del meteoro y la distancia desde el punto A al meteoro.
47. Desde una cabaña C ubicada en la cima de una colina costera ubicada a 120 m. sobre el nivel del mar, se observa un velero S detenido en la bahía. Obtenga la longitud que recorre la luz de un foco que se dirige desde la cabaña hasta el velero con un ángulo de depresión de 30° .
48. Sobre un terreno plano ha crecido un árbol inclinado hacia su derecha. Desde la base P del árbol, un observador se desplaza s unidades hacia la izquierda llegando al punto A y continúa t unidades en dicha dirección hasta ubicarse en un punto B. Si desde los puntos A y B observa la cúspide del árbol con ángulos de elevación α y β , respectivamente, determine la longitud del árbol y su ángulo de inclinación.
49. Sea ABC un triángulo equilátero y P un punto interior de él. Si las distancias desde P a los tres vértices son 1m, 1m y 2m, determine el área del triángulo.
50. Desde el pie de un poste, el ángulo de elevación a la punta de un campanario mide α° ; desde la parte superior del poste que tiene “ m metros” de altura, el ángulo de

elevación a la punta de dicho campanario mide β° . Si el pie del poste y de la torre están en la misma recta horizontal, compruebe que la altura h de la torre

$$h = \frac{m \operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta}$$

51. Un asta de bandera está enclavada verticalmente en lo alto de un edificio. Desde m metros de distancia, los ángulos de elevación de la punta del asta y la parte superior del edificio son 2α y α respectivamente. Demuestre que el asta de bandera mide:

$$h = \frac{m \operatorname{tg} \alpha (1 + \operatorname{tg}^2 \alpha)}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}$$

52. Desde la cumbre H de un cerro de 100m. de altura se observa un campamento A con un ángulo de depresión de 45° y una aldea B con un ángulo de depresión de 30° ; además, el ángulo entre las visuales a los puntos A y B es de 120° . Determine la distancia entre A y B .
53. En los extremos de una calle existen una torre y una iglesia y entre sus bases hay una distancia de 200m. Desde el punto equidistante a ambos edificios se miden sus ángulos de elevación y resulta que suman 90° . Además se supo que desde el pie de la torre el ángulo de elevación de la iglesia mide θ° mientras que desde el pie de la iglesia el ángulo de elevación de la torre mide $(2\theta)^\circ$. Calcule las alturas de ambos edificios.

Resultados – Trigonometría Plana

- | | |
|---|---|
| 1.- a) $\operatorname{sen}(\theta) = \frac{-4\sqrt{3}}{7}; \tan(\theta) = -4\sqrt{3}$ | 3.- $\frac{64 - 9\sqrt{17}}{81}$ |
| c) $\cos(\theta) = \frac{\sqrt{15}}{8}; \tan(\theta) = \frac{7}{\sqrt{15}}$ | 5.- $\alpha = \frac{\pi}{3}; p = \sqrt{3}$ |
| e) $\cos(\theta) = \frac{8}{17}; \operatorname{sen}(\theta) = \pm \frac{15}{17}$ | 7.- a) $\sqrt{6}$ |
| g) $\operatorname{sen}(\theta) = \frac{9}{41}; \tan(\theta) = -\frac{9}{40}$ | c) $\frac{9}{16}$ |
| i) $\cos(\theta) = \pm \frac{3\sqrt{13}}{13}; \tan(\theta) = \pm \frac{2}{3}$ | e) $\frac{7}{8}$ |
| k) $\operatorname{sen}(\theta) = -\frac{2}{7}; \cos(\theta) = -\frac{3\sqrt{5}}{7}$ | g) $\frac{3}{4}$ |
| m) $\operatorname{sen}(\theta) = \frac{1}{9}; \cos(\theta) = \frac{4\sqrt{5}}{9}$ | 11.- a) Verdadero |
| o) $\operatorname{sen}(\theta) = -\sqrt{1 - b^2}; \cos(\theta) = \frac{1}{b}$ | c) Verdadero |
| | e) Verdadero |
| | 13.- $\operatorname{sen}(2B) = \frac{120}{169}; \operatorname{sen}\left(\frac{B}{2}\right) = \pm \frac{3\sqrt{13}}{13}$ |

15.- b) $x_1 = \frac{5\pi}{12}; x_2 = \frac{13\pi}{12}$

17.- b) $x_1 = \frac{\pi}{3}; x_2 = \frac{5\pi}{3}$

19.- No se verifica

Identidades Trigonómicas

21.- $a = 12; b = -14; c = 5$

Funciones Trigonómicas Inversas

27.- a) $\frac{3\sqrt{7}}{20} + \frac{3}{5}$

Ecuaciones Trigonómicas

29.- a) $\theta = \frac{\pi}{4}$

c) $\theta = \frac{\pi}{3}$

e) $\theta_1 = \frac{127\pi}{180}; \theta_2 = \frac{67\pi}{180}$

g) $\theta = \frac{5\pi}{6}$

i) $\theta = \frac{\pi}{6}$

k) $\theta_1 = \frac{\pi}{4}; \theta_2 = 0$

Resolución de Triángulos

31.- $\overline{AB} = 219,3588$ metros

35.- $c = 195,85$ metros

39.- $altura = 207,0257$ metros

41.- $altura = 182,6537$ metros

23.- $c = \frac{3}{40}$

b) 0

m) $\theta = \frac{2\pi}{3}$

o) $\theta_1 = -\frac{\pi}{2}; \theta_2 = -\frac{\pi}{6}$

q) $\theta = \frac{\pi}{3}$

s) \nexists

u) \nexists

w) $\theta_1 = \frac{\pi}{6}; \theta_2 = \frac{5\pi}{6}$

47.- $distancia = 240$ metros

53.- $iglesia = 150mts.; torre = \frac{200}{3} mts.$

