2 + 2 + 1,5 + 1 + 0,2 + 1,8 + 2 + 1,5 + 1 + 0,5

UNIVERSIDAD DE LA FRONTERA
FACULTAD DE INGENIERÍA Y CIENCIAS
DEPARTAMENTO DE CIENCIAS FISICAS

189

PRIMERA PRUEBA DE FÍSICA II
ICF- 190
PRIMER SEMESTRE DE 2017
18/ ABRIL / 2017

PAUTA		PUNTAJE	NOTA
NOMBRE COMPLETO			
CARRERA	MÓDULO		

Instrucciones

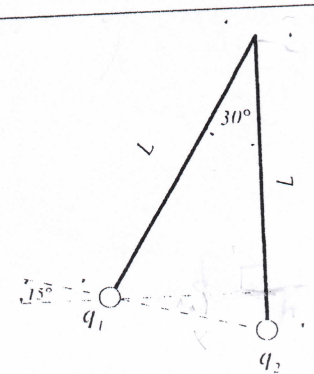
1. *Esta prueba tiene **15 preguntas**. En sus respuestas es necesario que explicite los cálculos realizados.*
2. *El puntaje total de la prueba es de **24 puntos**. El puntaje asignado a cada pregunta está en la primera columna.*
3. *La nota 4.0 se obtiene con el 50% del puntaje total y el 7.0 con el 100% del puntaje.*
4. *Puede usar calculadora.*
5. *Dispone de **2 horas** para responder la prueba.*

Datos que podrían ser útiles:
Constante eléctrica (o de Coulomb) $k_e = 1/(4\pi\varepsilon_0) = 9 \times 10^9$ N m²/C² ; Carga elemental $e = 1.6 \times 10^{-19}$ C ;
Masa electrón $m_e = 9.1 \times 10^{-31}$ kg.

$$\int \cos^2\theta \, d\theta = \frac{\theta}{2} + \frac{1}{2} sen 2\theta \; ; \qquad \int sen\theta \cos\theta \, d\theta = -\frac{1}{2}\cos^2\theta$$

Información para las preguntas 1 y 2.

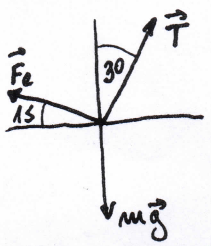
Dos esferas pequeñas con igual carga y de 20 gramos de masa cada una, se cuelgan mediante hilos aislantes, de tal modo que una se mantiene fija en la línea vertical, mientras que la otra cuelga formando un ángulo de 30° con la vertical cuando el sistema está en equilibrio mecánico, como se muestra en la figura. El largo de las cuerdas es de $L = 30cm$.



(2)	1.-	Determine la fuerza electrostática que actúa sobre q_1 y que mantiene al sistema en equilibrio.

DATOS
$m = 0,02$ kg
$\theta = 30°$
$L = 0,3$ m

DCL



(0,5 puntos)

$\Sigma \vec{F} = 0$

Luego:

$T \cos 30 + F_e \, sen 15 = mg$

$T \, sen 30 - F_e \cos 15 = 0$

$\Rightarrow T = \dfrac{F_e \cos 15}{sen 30}$

(0,5 puntos)

$F_e \left(\dfrac{\cos 15}{sen 30} \cos 30 + sen 15 \right) = mg$

$F_e = \dfrac{mg \, sen 30}{\cos 15 \cos 30 + sen 15 \, sen 30}$

(0,5 puntos)

$F_e = \dfrac{mg \, sen 30}{\cos 15} = 0,101 \, [N]$

Luego $\vec{F_e} = 0,101(-\cos 15 \hat{\imath} + \sin 15 \hat{\jmath})$

(0,5 puntos) ó

$\vec{F_e} = -0.098 \hat{\imath} + 0.026 \hat{\jmath}$ [N]

ó

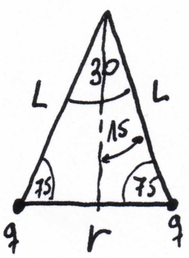
$\vec{F_0} = 0.101$ N . ∡ 165°

(1) 2.- Determine el valor de la carga en cada esfera, si ambas son positivas.

Datos:

$|\vec{F}| = 0{,}101\,N$

$L = 0{,}3\,m$



(0,5 puntos) $\operatorname{sen} 15 = \dfrac{r}{2L}$

$\Rightarrow r = 2L \operatorname{sen} 15$

Luego:

$$|\vec{F}| = \frac{K q^2}{r^2}$$

$$\Rightarrow q = \sqrt{\frac{|\vec{F}|\, r^2}{K}} = \sqrt{\frac{|\vec{F}|}{K}}\, r$$

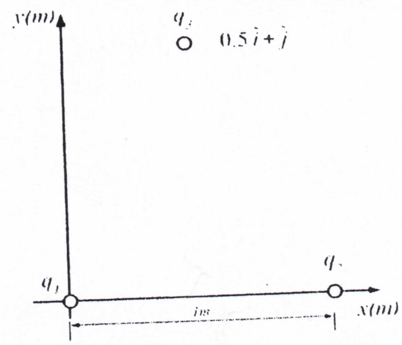
$$q = \sqrt{\frac{0{,}101}{9\times10^9}}\; 2\cdot 0{,}3 \cdot \operatorname{sen} 15 = 5{,}2\times10^{-7}$$

$$\boxed{q = 0{,}52\,\mu C}$$

(0,5 punto)

Información para la pregunta 3.

Una carga puntual $q_1 = -30\mu C$ se coloca en el origen de un sistema de referencia, mientras que otra carga puntual $q_2 = 90\mu C$ se ubica a $1m$ del origen, sobre el eje x.



(2) 3.- Determine la fuerza electrostática que actúa sobre una carga $q_3 = 10\mu C$ ubicada en el punto $(0.5\hat{i} + 1.0\hat{j})m$

Datos

$q_1 = -30\times10^{-6}C$

$q_2 = 90\times10^{-6}C$

$q_3 = 10\times10^{-6}C$

$\vec{r}_1 = (0,0)$

$\vec{r}_2 = (1,0)$

$\vec{r}_3 = (1/2, 1)$

$\vec{r}_{13} = \vec{r}_3 - \vec{r}_1 = (1/2, 1)$

$\vec{r}_{23} = \vec{r}_3 - \vec{r}_2 = (-1/2, 1)$

$r = |\vec{r}_3 - \vec{r}_1| = |\vec{r}_3 - \vec{r}_2| = \sqrt{5/4}$

Luego, La fuerza sobre q_3 es.

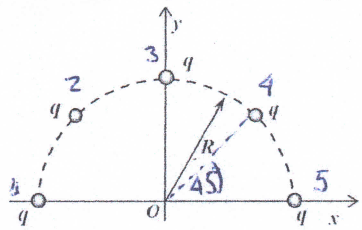
$$\vec{F}_{q_3} = \vec{F}_{q_1 q_3} + \vec{F}_{q_2 q_3} = \frac{K q_3}{r^3}\left(q_1 \vec{r}_{13} + q_2 \vec{r}_{23}\right)$$ (1 punto)

$$= \frac{K q_3}{r^3}\left(q_1\left(\frac{\hat{i}}{2} + \hat{j}\right) + q_2\left(-\frac{\hat{i}}{2} + \hat{j}\right)\right)$$

$$= \frac{9\times10^9 \cdot 10\times10^{-6}}{\left(\sqrt{5/4}\right)^3}\left[\hat{i}\left(-30\times10^{-6}/2 - 90\times10^{-6}/2\right) + \hat{j}\left(-30\times10^{-6} + 90\times10^{-6}\right)\right]$$

$$= 64398{,}76\left[-60\times10^{-6}\,\hat{i} + 60\times10^{-6}\,\hat{j}\right]$$

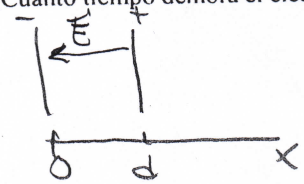
$$\vec{F}_{q_3} = 3{,}86\left(-\hat{i} + \hat{j}\right)[N]$$ (1 punto)

Información para las preguntas 4 y 5. En un semi-circulo de radio R están dispuestas 5 cargas positivas de igual magnitud. Dichas cargas están dispuestas equidistantes entre sí, según se muestra en la figura. 		
(2)	4.-	Calcule el campo eléctrico en el origen. Por simetría las componentes en la dirección del eje $\hat{x}$ se anulan, luego $\vec{E}_T(0,0) = (E_{3y} + E_{2y} + E_{4y})(-\hat{j})$ $E_{2y} = E_{4y} = E_0 \operatorname{sen} 45 = \frac{kq}{R^2} \operatorname{sen} 45$ $E_{3y} = \frac{kq}{R^2}$ } 1p $\Rightarrow$ $\vec{E}_T(0,0) = \left(\frac{kq}{R^2} + \frac{2kq}{R^2} \operatorname{sen} 45\right](-\hat{j})$ $\vec{E}_T(0,0) = \frac{kq}{R^2}(1 + 2 \operatorname{sen} 45°)(-\hat{j}) = 2.41 \frac{kq}{R^2}(-\hat{j})$ } 1p
(2)	5.-	Suponga ahora, que se sitúa una carga Q´ en la posición (0, 3R). Calcule la magnitud y el signo de la carga Q´ para que el campo eléctrico en el punto (0, 0) sea nulo. En el punto (0,3R) el campo medido en (0,0) debido a Q' $\lvert\vec{E}'(0,0)\rvert = \frac{kQ'}{(3R)^2}$ } 1p Como debe ser nulo el campo total, en ese punto: $2.41 \frac{kq}{R^2} = \frac{kQ'}{(3R)^2} \rightarrow \underline{Q' = 21.7q}$ } 1p El signo de Q es <u>negativo</u>.

Información para pregunta 6 y 7.

Considere una región donde existe un campo eléctrico uniforme de magnitud $|\vec{E}| = 800\ N/C$, generado por dos placas verticales planas paralelas cargadas con cargas de igual magnitud y distinto signo. Las placas se encuentran separadas una distancia de $4.0\ cm$ y desde la placa negativa se libera un electrón el cual llega a la placa positiva.

(1) 6.- ¿Cuánto tiempo demora el electrón en alcanzar la placa positiva? *(Debe incluir el desarrollo)*



$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{eE}{m}\hat{i} = \frac{1.6\times10^{-19}\cdot 800}{9.1\times10^{-31}}\hat{i}\ m/s^2$

$\vec{a} = 1,4\times10^{14}\hat{i}\ m/s^2$

$x(t) = \frac{at^2}{2}$

$x(t^*) = d$

$\frac{1,4\times10^{14}\,t^{*2}}{2} = 0,04$

$t^* = 2,38\times10^{-8}\,s = 23,8\,ns$

(1) 7.- Determine la velocidad con que el electrón impacta la placa positiva. *(Debe incluir el desarrollo)*

$v(t) = at$

$v(t^*) = 1,4\times10^{14}\cdot 23,8\times10^{-9}$

$= 3,34\times10^{6}\ m/s$

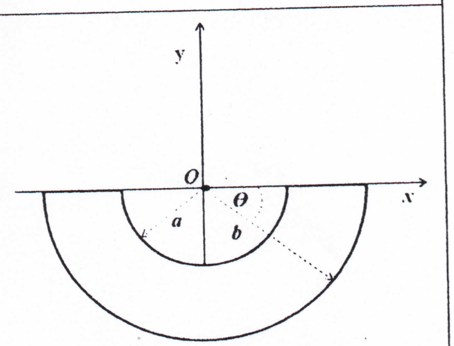
$v^2(x) = 2ad$

$v(d) = \sqrt{2\cdot 1,4\times10^{14}\cdot 0,04}$

$v(d) = 3,34\times10^{6}\ m/s$

Información para las preguntas 8 a 11.

Una semi-golilla de radio interior a y radio exterior b ubicada en el plano XY tal como se muestra en la figura, posee una densidad de carga superficial no uniforme dada por $\sigma(\theta) = \sigma_0\cos\theta$, donde σ_0 es una constante positiva y θ se mide en sentido horario con respecto al eje X.



(1) 8.- Calcule la carga total de la semi-golilla.

$dS = r\,dr\,d\theta$

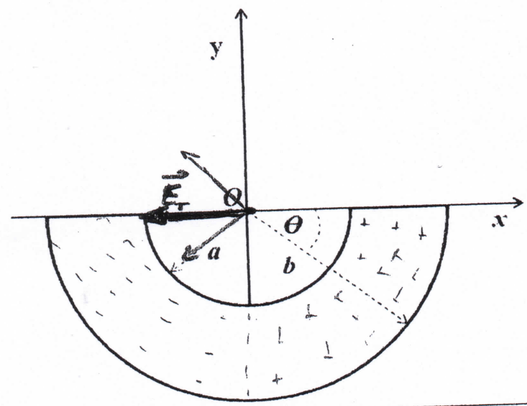
$dQ = \sigma\,dS$

$Q = \int_a^b\int_0^{\pi} \sigma_0\cos\theta\, r\,dr\,d\theta$ (0,5)

$Q = \sigma_0 \frac{r^2}{2}\Big|_a^b \int_0^{\pi}\cos\theta\,d\theta$

$Q = \frac{\sigma_0}{2}(b^2-a^2)\,\mathrm{sen}\,\theta\Big|_0^{\pi} = 0$ (0,5)

(0,5) 9.- Dibuje, sobre la figura, el vector campo eléctrico resultante en el origen del sistema de referencia.



$\sigma = \sigma_0 \cos\theta$

(2) 10.- Obtenga el campo eléctrico en el origen del sistema de referencia.

$\vec r = 0 \qquad \vec r\,' = r\cos\theta\,\hat\imath - r\,\text{sen}\,\theta\,\hat\jmath$

$\vec r - \vec r\,' = -r\cos\theta\,\hat\imath + r\,\text{sen}\,\theta\,\hat\jmath \quad ; \quad \|\vec r - \vec r\,'\| = r$

$dQ = \sigma\, ds \;;\; ds = \sigma_0 \cos\theta\, r\, dr\, d\theta$ (0,5)

$d\vec E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dQ\,(\vec r - \vec r\,')}{\|\vec r - \vec r\,'\|^3} \;,\; d\vec E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\sigma_0\cos\theta\,\cancel{r}\,dr\,d\theta\,(-\cancel{r}\cos\theta\,\hat\imath + \cancel{r}\,\text{sen}\,\theta\,\hat\jmath)}{r^{\cancel{3}}}$

$\vec E = \frac{\sigma_0}{4\pi\varepsilon_0}\int_a^b\int_0^\pi \frac{dr}{r}\cos\theta\,(-\cos\theta\,\hat\imath + \text{sen}\,\theta\,\hat\jmath)$ (0,5)

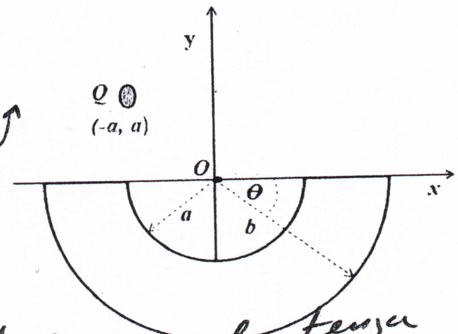
$\vec E = \frac{\sigma_0}{4\pi\varepsilon_0}\ln\left(\frac{b}{a}\right)\left[-\int_0^\pi \cos^2\theta\, d\theta\,\hat\imath + \int_0^\pi \cos\theta\,\text{sen}\,\theta\, d\theta\,\hat\jmath\right]$

$\vec E = \frac{\sigma_0}{4\pi\varepsilon_0}\ln\left(\frac{b}{a}\right)\left[-\left(\frac{\theta}{2} + \frac{1}{4}\,\text{sen}\,2\theta\right)_0^\pi\hat\imath - \frac{1}{2}\cos^2\theta\Big|_0^\pi\hat\jmath\right]$

$\vec E = \frac{\sigma_0}{4\pi\varepsilon_0}\ln\left(\frac{b}{a}\right)\left[-\left[\frac{\pi}{2} + \frac{1}{4}\overset{0}{\text{sen}\,2\pi} - \cancel{\frac{1}{4}\overset{0}{\text{sen}\,0}}\right]\hat\imath - \cancel{\frac{1}{2}\left[\cos^2\pi - \cos^2\theta\right]\hat\jmath}\right]$

$\vec E = -\frac{\sigma_0}{4\pi\varepsilon_0}\ln\left(\frac{b}{a}\right)\frac{\pi}{2}\,\hat\imath \qquad \boxed{\vec E = -\frac{\sigma_0}{8\varepsilon_0}\ln\left(\frac{b}{a}\right)\hat\imath}$ (1)

(2)	11.-	Si ahora se ubica una carga puntual Q en el punto (-*a*, *a*), encuentre el valor de Q para que el campo eléctrico neto en el origen del sistema de referencia tenga sólo componente en el eje Y.



$\vec{r} = 0$; $\vec{r}\,' = -a\hat{\imath} + a\hat{\jmath}$ $\quad \vec{r} - \vec{r}\,' = a\hat{\imath} - a\hat{\jmath}$

$\|\vec{r} - \vec{r}\,'\| = \sqrt{2}\,a$

$$\vec{E}_Q = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q(\vec{r} - \vec{r}\,')}{\|\vec{r} - \vec{r}\,'\|^3}$$

$$\vec{E}_Q = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{(\sqrt{2}a)^3} (+a\hat{\imath} - a\hat{\jmath}) \quad (1)$$

$$\vec{E}_\sigma = -\frac{\sigma_0}{8\varepsilon_0} \ln\left(\frac{b}{a}\right)\hat{\imath}$$

Para que el campo solo tenga componente en el eje Y, la componente en el eje x tiene que ser cero (0,5)

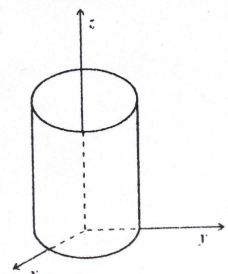
$$E_{xQ} + E_{x\sigma} = 0 \Rightarrow -\frac{\sigma_0}{8\varepsilon_0} \ln\left(\frac{b}{a}\right) + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q\,a}{(\sqrt{2}a)^3} = 0$$

$$\frac{\sigma_0}{2\cancel{8\varepsilon_0}} \ln\left(\frac{b}{a}\right) = \frac{1}{\cancel{4}\pi\cancel{\varepsilon_0}} \frac{Q}{(\sqrt{2})^3 a^2} \qquad Q = \frac{\sigma_0}{2} \ln\left(\frac{b}{a}\right) 2\sqrt{2}\,a^2$$

$$\boxed{Q = \pi\sqrt{2}\,a^2\sigma_0 \ln\left(\frac{b}{a}\right)} \quad (0,5)$$

Información para la pregunta 12.

Una distribución de cargas tiene la forma de un cilindro hueco sin tapas de radio *R* y altura H. La densidad superficial de carga viene dada por $\sigma(z) = \sigma_0/(z+1)$ donde σ_0 es una constante positiva.



(1,5)	12.-	Obtenga la carga total de la distribución.

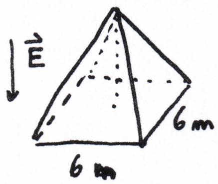
$$dq = \sigma\, dS \ ; \quad dS = R\, d\theta\, dz \ , \quad \sigma = \frac{\sigma_0}{z+1}$$

$$\Rightarrow q = \sigma_0 R \int_0^h \int_0^{2\pi} d\theta \, \frac{dz}{z+1} \quad (0,5 \text{ PTS})$$

$$q = 2\pi\sigma_0 R \ln(z+1)\Big|_0^h$$

$$\boxed{q = 2\pi\sigma_0 R \ln(H+1)} \quad (1 \text{ PTO})$$

(2) 13.- Una pirámide de base cuadrada de 6.0 m por lado que se ubica en el plano xy tiene una altura de 4.0 m. Si la pirámide se ubica en un campo eléctrico de 52 N/C que apunta en la dirección negativa del eje z, determine el flujo en cada una de las 5 caras.



El flujo de la base es

$$\Phi_b = \int \vec{E}\cdot d\vec{S} = E\cdot A = 52\cdot 36 \Rightarrow \boxed{\Phi_{base} = {}^{+}1872\ \frac{Nm^2}{C}}$$ (1.0)

Como el flujo total debe ser cero porque no hay carga encerrada, el flujo total de las caras de la pirámide debe ser igual al flujo de la base

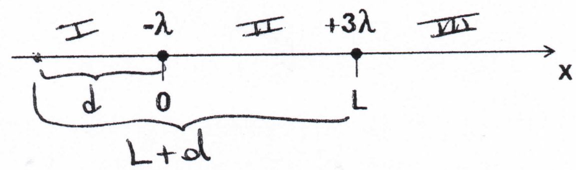
$\Phi_{cara1} + \Phi_{cara2} + \Phi_{cara3} + \Phi_{cara4} = \Phi_b$ → pero todas las caras son iguales

$\Rightarrow \Phi_{cara} = \frac{\Phi_{base}}{4} \Rightarrow \boxed{\Phi_{cara} = -468\ \frac{Nm^2}{C}}$ → para cada cara

(1.0) positivo porque el campo entra

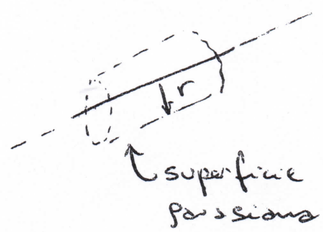
Información para pregunta 14.

Dos líneas de carga muy largas, paralelas la una a la otra, y que salen de la página, están separadas una distancia L, como muestra la figura. Cada línea tiene densidad de carga uniforme, la de la izquierda de valor $+3\lambda$ y la línea de la derecha $-\lambda$.



(3) 14.- Deduzca el campo eléctrico de cada varilla y determine en qué punto del eje x (distinto al infinito) se anula el campo eléctrico. *(Debe incluir el desarrollo)*

Campo eléctrico de una línea de distribución λ



$$\oint \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{\lambda L}{\epsilon_0}$$

$$\int_{manto} E\hat{r}\cdot dS\hat{r} + \int_{tapas} \cancel{E\hat{r}\cdot dS(\pm\hat{i})}^{\,0} = \frac{\lambda L}{\epsilon_0}$$

$$E\, 2\pi r L = \frac{\lambda L}{\epsilon_0}$$

$$\boxed{\vec{E}(r) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}\hat{r}}$$ (1.0)

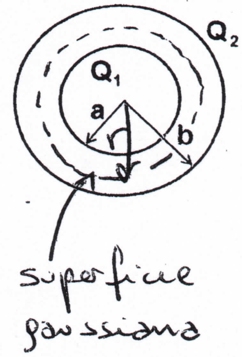
El punto debe estar en I:

$$E_{-\lambda} + E_{3\lambda} = 0$$

$$-\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 d} + \frac{3\lambda}{2\pi\epsilon_0(L+d)} = 0$$ (1.0)

$$L+d = 3d$$

$$d = L/2 \Longrightarrow \boxed{x = -\frac{L}{2}}$$ (1.0)

(1)	15.-	Dos cáscaras concéntricas y esféricas con densidades superficiales de carga uniformes, tienen radios a y b y cargas totales Q_1 y Q_2, respectivamente, como muestra la figura. Encuentre el campo eléctrico para una distancia r medida desde el centro de las esfera en la región en que a < r < b.  $\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_1}{\epsilon_0}$ $\oint E\hat{r} \cdot dS\hat{r} = \frac{Q_1}{\epsilon_0}$ $E \oint dS = \frac{Q_1}{\epsilon_0}$ $E \, 4\pi r^2 = \frac{Q_1}{\epsilon_0} \Rightarrow \vec{E}(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1}{r^2} \hat{r}$