Antiguas para prueba 1

1. Considere la función real $f : A \subset \mathbb{R} \to B \subset \mathbb{R}$ definida por la expresión $f(x) = \dfrac{x+5}{2x-1}$. Use la definición $\delta - \epsilon$ para demostrar que $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x+5}{2x-1} = 6$

2. Calcule los siguientes límites:

   a) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\operatorname{sen} 3x \operatorname{sen} 5x}{(3x - x^3)^2}$

   b) $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}} \dfrac{\ln(\operatorname{sen} x)}{(\pi - 2x)^2}$

   c) $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{4}} \dfrac{\sqrt{2} - 2\cos x}{\operatorname{sen} x - \cos x}$

   d) $\lim\limits_{x\to 0} \left(1 + \dfrac{3 - \sqrt{9 - x^2}}{x}\right)^{\frac{3}{x}}$

   e) $\lim\limits_{t\to 0} \dfrac{\sqrt{1+t} - 1}{\sqrt[3]{1+t} - 1}$

   f) $\lim\limits_{x\to \infty} \left[\operatorname{sen}\left(\frac{1}{x}\right) + \cos\left(\frac{1}{x}\right)\right]^x$

   g) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{1 - x + \ln x}{1 + \cos \pi x}$.

   h) $\lim\limits_{x\to 0} \left(\dfrac{1}{\operatorname{sen}^2 x} - \dfrac{1}{x^2}\right)$.

   i) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\operatorname{tg} x - x}{x - \operatorname{sen} x}$

   j) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\cos x - \sqrt{\cos 2x}}{\operatorname{sen}^2 x}$

   k) $\lim\limits_{x\to \infty} \left(\sqrt{x^2 - 3x + 6} - \sqrt{x^2 - x + 1}\right)$

   l) $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}^-} \left(\dfrac{\pi}{2\cos x} - x \operatorname{tg} x\right)$

3. Encuentre el valor de las constantes $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ tales que la función:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 - 1}{x - 1} & \text{si } x \leq -1 \\ \alpha x^2 + \beta & \text{si } -1 < x \leq 2 \\ x^2 + 2x - 2 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

   es continua en todo $\mathbb{R}$.

4. Determine el o los valores de las constantes a y b ($b \neq 0$) para que la función f definida por:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{a(x^3 - x)}{4x + 4} & \text{si } x < -1 \\ a\cos(\pi x) - b \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2} x\right) & \text{si } -1 \leq x \leq 0 \\ \dfrac{\operatorname{sen} ax}{\operatorname{sen} bx} & \text{si } 0 < x < \pi \end{cases}$$

   sea continua en $(-\infty, \pi)$.

5. En los siguientes casos calcule $f'(x)$:

   a) $f(x) = x^2 \operatorname{sen}(\ln(2x))$

   b) $f(x) = 2^{\operatorname{arc\,tg}\left(e^{x^2}\right)}$

6. Considere que la igualdad $x - \ln y = \ln x$ define implícitamente una función.

   a) Demuestre que $y' = \dfrac{y(x-1)}{x}$.

   b) Calcule y'' y exprésela en términos de x e y.