

FUENTES DE CAMPO MAGNÉTICO

28



? El inmenso cilindro que aparece en esta fotografía, en realidad, es una bobina conductora de corriente, o solenoide, que genera un campo magnético uniforme en su interior, como parte de un experimento realizado en el Laboratorio Europeo para Física de Partículas (CERN). Si dos de tales solenoides se unieran por sus extremos, ¿qué tan fuerte sería el campo magnético?

En el capítulo 27 estudiamos las fuerzas ejercidas sobre cargas en movimiento y conductores que transportan corriente en un campo magnético. No interesa cómo llegó ahí el campo magnético: sólo su existencia como un hecho. Pero, ¿cómo se *crean* los campos magnéticos? Sabemos que los imanes permanentes y las corrientes eléctricas en los electroimanes crean campos magnéticos. Ahora estudiaremos esas fuentes de campo magnético.

Vimos que una carga crea un campo eléctrico y que éste ejerce una fuerza sobre una carga. Un campo *magnético* ejerce una fuerza sólo sobre una carga *en movimiento*. ¿Es verdad que una carga *crea* un campo magnético sólo cuando está en movimiento? En una palabra, sí. Estudiaremos el campo magnético creado por una sola carga puntual en movimiento, lo cual nos servirá para determinar el campo creado por un segmento pequeño de un conductor que transporta corriente. Así, es posible encontrar el campo magnético producido por un conductor de *cualquier* forma.

La ley de Ampère, en el magnetismo, desempeña un papel análogo al de la ley de Gauss en la electrostática, y permite aprovechar las propiedades de la simetría para relacionar los campos magnéticos con sus fuentes. Las partículas móviles con carga dentro de los átomos responden a los campos magnéticos y actúan como fuentes del campo magnético. Usaremos estas ideas para comprender cómo se emplean ciertos materiales magnéticos para intensificar los campos magnéticos, y por qué algunos materiales, como el hierro, actúan como imanes permanentes.

28.1 Campo magnético de una carga en movimiento

Comenzaremos con lo fundamental: el campo magnético de una sola carga puntual q que se mueve con velocidad constante \vec{v} . En las aplicaciones prácticas, como la del solenoide que aparece en la fotografía que abre este capítulo, los campos magnéticos son producto de un número enorme de partículas con carga que se desplazan en una corriente. Pero una vez comprendida la forma de calcular el campo debido a una sola carga puntual, basta un pequeño paso para calcular el campo producido por un alambre o un conjunto de alambres que transportan corriente.

METAS DE APRENDIZAJE

Al estudiar este capítulo, usted aprenderá:

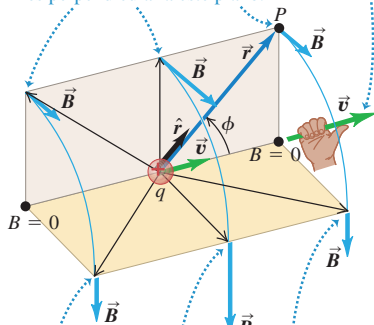
- La naturaleza del campo magnético producido por una sola partícula con carga en movimiento.
- A describir el campo magnético producido por un elemento de un conductor portador de corriente.
- A calcular el campo magnético producido por un alambre largo y recto que conduzca corriente.
- Por qué los alambres que conducen corrientes en el mismo sentido se atraen, mientras los que conducen corrientes en sentidos opuestos se repelen.
- Cómo calcular el campo magnético generado por un alambre portador de corriente doblado en círculo.
- Qué es la ley de Ampère y qué nos dice acerca de los campos magnéticos.
- A usar la ley de Ampère para calcular el campo magnético de distribuciones simétricas de corriente.

28.1 a) Vectores de campo magnético debidos a una carga puntual positiva en movimiento, q . En cada punto, \vec{B} es perpendicular al plano de \vec{r} y \vec{v} , y su magnitud es proporcional al seno del ángulo entre ellos. b) Las líneas de campo magnético en un plano contienen a la carga positiva en movimiento.

a) Vista en perspectiva

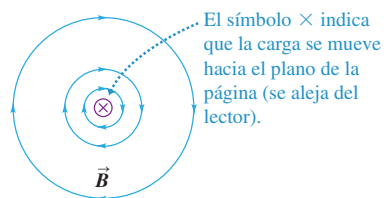
Regla de la mano derecha para el campo magnético debido a una carga positiva que se mueve a velocidad constante: Apunte el pulgar de su mano derecha en dirección de la velocidad. Ahora sus dedos se cierran alrededor de la carga en dirección de las líneas del campo magnético. (Si la carga es negativa, las líneas del campo van en sentido opuesto.)

Para estos puntos de campo, \vec{r} y \vec{v} quedan en el plano color beige, y \vec{B} es perpendicular a este plano.



Para estas líneas de campo, \vec{r} y \vec{v} quedan en el plano color dorado, y \vec{B} es perpendicular a este plano.

b) Vista desde atrás de la carga



El símbolo \times indica que la carga se mueve hacia el plano de la página (se aleja del lector).

Igual que hicimos en el caso de los campos eléctricos, llamaremos **punto de fuente** a la ubicación de la carga en movimiento en un instante dado, y **punto de campo** al punto P donde pretendemos calcular el campo. En la sección 21.4 vimos que en un punto de campo situado a una distancia r de una carga puntual q , la magnitud del campo eléctrico \vec{E} generado por la carga es proporcional a la magnitud de la carga $|q|$ y a $1/r^2$, y la dirección de \vec{E} (para q positiva) es a lo largo de la línea que une al punto de fuente con el punto de campo. La relación correspondiente para el campo magnético \vec{B} de una carga puntual q que se mueve con velocidad constante tiene algunas similitudes y ciertas diferencias interesantes.

Los experimentos demuestran que la magnitud de \vec{B} también es proporcional a $|q|$ y a $1/r^2$. Pero la dirección de \vec{B} no es a lo largo de la línea que va del punto de fuente al punto de campo. En vez de ello, \vec{B} es perpendicular al plano que contiene esta línea y al vector velocidad, \vec{v} , de la partícula, como se ilustra en la figura 28.1. Además, la magnitud B del campo también es proporcional a la rapidez v de la partícula y al seno del ángulo ϕ . Así, la magnitud del campo magnético en el punto P está dada por

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{|q|v \sin \phi}{r^2} \quad (28.1)$$

donde $\mu_0/4\pi$ es una constante de proporcionalidad (el símbolo μ_0 se lee “mu subíndice cero”). La razón de escribir la constante en esta forma particular se verá dentro de poco. En la sección 21.3 hicimos algo similar en relación con la ley de Coulomb.

Carga en movimiento: Campo vectorial magnético

Es posible incorporar tanto la magnitud como la dirección de \vec{B} en una sola ecuación vectorial utilizando el producto vectorial. Para evitar tener que decir “la dirección desde la fuente q al punto P del campo” una y otra vez, introduciremos un vector unitario \hat{r} (“r testada”) que apunte desde el punto de fuente al punto de campo. (En la sección 21.4 usamos \hat{r} con el mismo propósito.) Este vector unitario es igual al vector \vec{r} de la fuente al punto de campo dividido entre su magnitud: $\hat{r} = \vec{r}/r$. Así, el campo \vec{B} de una carga puntual en movimiento es

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q\vec{v} \times \hat{r}}{r^2} \quad (\text{campo magnético de una carga puntual con velocidad constante}) \quad (28.2)$$

La figura 28.1 muestra la relación que hay entre \hat{r} y P , y también el campo magnético \vec{B} en varios puntos en la vecindad de la carga. En todos los puntos a lo largo de una línea que pase por la carga y sea paralela a la velocidad \vec{v} , el campo es igual a cero porque $\sin \phi = 0$ en todos ellos. A cualquier distancia r desde q , \vec{B} alcanza su magnitud máxima en los puntos localizados en un plano perpendicular a \vec{v} porque, en todos ellos, $\phi = 90^\circ$ y $\sin \phi = 1$. Si la carga q es negativa, las direcciones de \vec{B} son opuestas a las que se ilustran en la figura 28.1.

Carga en movimiento: Líneas de campo magnético

Una carga puntual en movimiento también produce un campo eléctrico, con líneas de campo que irradian hacia fuera desde una carga positiva. Las líneas de campo magnético son diferentes por completo. El análisis anterior indica que para una carga puntual que se mueva con velocidad \vec{v} , las líneas de campo magnético son círculos con centro en la línea de \vec{v} y que yacen en planos perpendiculares a esta línea. Las direcciones de las líneas de campo para una carga positiva están dadas por la siguiente *regla de la mano derecha*, una de las varias que encontraremos en este capítulo para determinar la dirección del campo magnético causado por diferentes fuentes. Tome el vector velocidad \vec{v} con su mano derecha de manera que su pulgar apunte en dirección de \vec{v} ; luego, cierre sus dedos alrededor de la línea de \vec{v} en el mismo sentido que las líneas de campo magnético, suponiendo que q es positiva. La figura 28.1a muestra partes de algunas líneas de campo; la figura 28.1b presenta algunas líneas de campo en un plano a través de q , perpendiculares a \vec{v} , como se verían al mirar en dirección de \vec{v} . Si la carga puntual es negativa, las direcciones del campo y líneas de campo son las opuestas de las que se ilustran en la figura 28.1.

Las ecuaciones (28.1) y (28.2) describen el campo \vec{B} de una carga puntual que se mueve con velocidad constante. Si la carga *acelera*, el campo es mucho más compli-

cado. Para nuestros fines, no necesitaremos estos resultados más complejos. (Las partículas con carga que constituyen una corriente en un alambre aceleran en los puntos en que éste se dobla y la dirección de \vec{v} cambia. Pero como la magnitud v_d de la velocidad de deriva en un conductor por lo general es muy pequeña, la aceleración v_d^2/r también lo es, por lo que pueden ignorarse los efectos de la aceleración.)

Como se vio en la sección 27.2, la unidad de B es un tesla (1 T):

$$1 \text{ T} = 1 \text{ N} \cdot \text{s} / \text{C} \cdot \text{m} = 1 \text{ N} / \text{A} \cdot \text{m}$$

Al usar esto con la ecuación (28.1) o (28.2), se encuentra que las unidades de la constante μ_0 son

$$1 \text{ N} \cdot \text{s}^2 / \text{C}^2 = 1 \text{ N} / \text{A}^2 = 1 \text{ Wb} / \text{A} \cdot \text{m} = 1 \text{ T} \cdot \text{m} / \text{A}$$

En unidades del SI, el valor numérico de μ_0 es exactamente $4\pi \times 10^{-7}$. Por lo tanto,

$$\begin{aligned} \mu_0 &= 4\pi \times 10^{-7} \text{ N} \cdot \text{s}^2 / \text{C}^2 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ Wb} / \text{A} \cdot \text{m} \\ &= 4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m} / \text{A} \end{aligned} \quad (28.3)$$

Parece increíble que μ_0 ¡tenga *exactamente* este valor numérico! En realidad, éste es un valor *definido* que surge de la definición de ampere, como veremos en la sección 28.4.

En la sección 21.3 se mencionó que la constante $1/4\pi\epsilon_0$ en la ley de Coulomb está relacionada con la rapidez de la luz, c :

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = (10^{-7} \text{ N} \cdot \text{s}^2 / \text{C}^2) c^2$$

Cuando estudiemos las ondas electromagnéticas en el capítulo 32, veremos que su rapidez de propagación en el vacío, que es igual a la rapidez de la luz, c , está dada por

$$c^2 = \frac{1}{\epsilon_0 \mu_0} \quad (28.4)$$

Si despejamos ϵ_0 en la ecuación $k = 1/4\pi\epsilon_0$, luego sustituimos la expresión resultante en la ecuación (28.4) y despejamos μ_0 , en verdad obtendremos el valor de μ_0 que se mencionó poco antes. Este análisis es un poco prematuro, pero da idea de que los campos eléctricos y magnéticos están relacionados íntimamente con la naturaleza de la luz.

Ejemplo 28.1 Fuerzas entre dos protones en movimiento

Dos protones se mueven paralelos al eje x en sentidos opuestos (figura 28.2) con la misma rapidez v (pequeña en comparación con la rapidez de la luz, c). En el instante que se ilustra, calcule las fuerzas eléctricas y magnéticas sobre el protón de la parte superior y determine la razón de sus magnitudes.

SOLUCIÓN

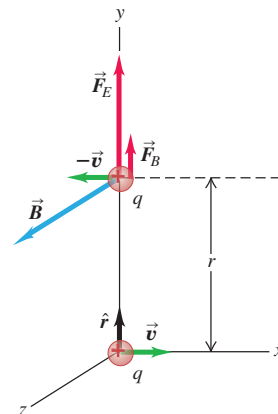
IDENTIFICAR: La fuerza eléctrica está dada por la ley de Coulomb. Para encontrar la fuerza magnética primero debemos determinar el campo magnético que produce el protón de la parte inferior en la posición del de arriba.

PLANTEAR: Se usa la ecuación (21.2) que expresa la ley de Coulomb. La ecuación (28.2) da el campo magnético debido al protón inferior, y la ley de la fuerza magnética, ecuación (27.2), da la fuerza magnética resultante sobre el protón superior.

EJECUTAR: De acuerdo con la ley de Coulomb, la magnitud de la fuerza eléctrica sobre el protón de arriba es

$$F_E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{r^2}$$

28.2 Fuerzas eléctricas y magnéticas entre dos protones en movimiento.



continúa

Las fuerzas son de repulsión, y la fuerza sobre el protón superior es vertical hacia arriba (en la dirección $+y$).

Según la regla de la mano derecha para el producto cruz $\vec{v} \times \hat{r}$ de la ecuación (28.2), el campo \vec{B} debido al protón inferior en la posición del protón superior está en la dirección $+z$ (véase la figura 28.2). Según la ecuación (28.2), la magnitud de \vec{B} es

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{qv}{r^2}$$

puesto que $\phi = 90^\circ$. Alternativamente, de la ecuación (28.2),

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q(v\hat{i}) \times \hat{j}}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{qv}{r^2} \hat{k}$$

La velocidad del protón superior es $-\vec{v}$ y la fuerza magnética sobre él es $\vec{F} = q(-\vec{v}) \times \vec{B}$. Al combinar ésta con las expresiones para \vec{B} , se tiene

$$F_B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q^2 v^2}{r^2} \quad \text{o bien,}$$

$$\vec{F}_B = q(-\vec{v}) \times \vec{B} = q(-v\hat{i}) \times \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{qv}{r^2} \hat{k} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q^2 v^2}{r^2} \hat{j}$$

La interacción magnética en esta situación también es de repulsión. La razón de las magnitudes de las dos fuerzas es

$$\frac{F_B}{F_E} = \frac{\mu_0 q^2 v^2 / 4\pi r^2}{q^2 / 4\pi \epsilon_0 r^2} = \frac{\mu_0 v^2}{1/\epsilon_0} = \epsilon_0 \mu_0 v^2$$

Con la relación $\epsilon_0 \mu_0 = 1/c^2$, ecuación (28.4), el resultado se expresa en forma muy sencilla:

$$\frac{F_B}{F_E} = \frac{v^2}{c^2}$$

Cuando v es pequeña en comparación con c , la rapidez de la luz, la fuerza magnética es mucho menor que la fuerza eléctrica.

EVALUAR: Observe que es esencial usar el mismo marco de referencia para todo el cálculo. Describimos las velocidades y los campos como los vería un observador estacionario en el sistema de coordenadas de la figura 28.2. En un sistema coordenado que se mueve con una de las cargas, una de las velocidades sería igual a cero, por lo que *no* habría fuerza magnética. La explicación de esta aparente paradoja tiende uno de los caminos que condujeron a la teoría especial de la relatividad.

Evalúe su comprensión de la sección 28.1 a) Si dos protones viajan paralelos entre sí en la *misma* dirección y con igual rapidez, ¿la fuerza magnética entre ellos es i) de atracción o ii) de repulsión? b) ¿La fuerza neta entre ellos es i) de atracción, ii) de repulsión, o iii) igual a cero? (Suponga que la rapidez del protón es mucho menor que la rapidez de la luz.)

28.2 Campo magnético de un elemento de corriente

Igual que para el campo eléctrico, hay un **principio de superposición de campos magnéticos**:

El campo magnético total generado por varias cargas en movimiento es la suma vectorial de los campos generados por las cargas individuales.

Este principio se puede utilizar con los resultados de la sección 28.1 para encontrar el campo magnético producido por una corriente en un conductor.

Comenzamos con el cálculo del campo magnético ocasionado por un segmento corto $d\vec{l}$ de un conductor que transporta corriente, como se ilustra en la figura 28.3a. El volumen del segmento es $A dl$, donde A es el área de la sección transversal del conductor. Si hay n partículas con carga en movimiento por unidad de volumen, cada una con una carga q , la carga total dQ que se mueve en el segmento es

$$dQ = nqA dl$$

Las cargas en movimiento en este segmento son equivalentes a una sola carga dQ que viaja con una velocidad igual a la velocidad de deriva \vec{v}_d . (Los campos magnéticos debidos a los movimientos *al azar* de las cargas, en promedio, se cancelarán en cada punto.) De acuerdo con la ecuación (28.1), la magnitud del campo resultante $d\vec{B}$ en cualquier punto P es

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{|dQ|v_d \sin \phi}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{n|q|v_d A dl \sin \phi}{r^2}$$

Pero, de acuerdo con la ecuación (25.2), $n|q|v_d A$ es igual a la corriente I en el elemento. Por lo tanto,

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I dl \sin \phi}{r^2} \quad (28.5)$$

Elemento de corriente: Campo vectorial magnético

En forma vectorial, usando el vector unitario \hat{r} como en la sección 28.1, se tiene

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2} \quad (\text{campo magnético de un elemento de corriente}) \quad (28.6)$$

donde $d\vec{l}$ es un vector con longitud dl , en la misma dirección que la corriente en el conductor.

Las ecuaciones (28.5) y (28.6) constituyen la **ley de Biot y Savart**. Esta ley se utiliza para encontrar el campo magnético total \vec{B} debido a la corriente en un circuito completo en cualquier punto en el espacio. Para hacerlo, se integra la ecuación (28.6) con respecto a todos los segmentos $d\vec{l}$ que conduzcan corriente; en forma simbólica,

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{I d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2} \quad (28.7)$$

En las siguientes secciones se llevará a cabo esta integración vectorial en varios de los ejemplos.

Elemento de corriente: Líneas de campo magnético

Como se aprecia en la figura 28.3, los vectores de campo $d\vec{B}$ y las líneas de campo magnético de un elemento de corriente son exactamente como los que establece una carga dQ que se desplaza en la dirección de la velocidad de deriva \vec{v}_d . Las líneas de campo son círculos en planos perpendiculares a $d\vec{l}$ y con centro en la línea de $d\vec{l}$. Sus direcciones están dadas por la misma regla de la mano derecha que se presentó en la sección 28.1 para cargas puntuales.

Las ecuaciones (28.5) o (28.6) no se pueden comprobar directamente porque nunca es posible experimentar con un segmento aislado de un circuito que conduzca corriente. Lo que se mide experimentalmente es \vec{B} total para un circuito completo. Pero tales ecuaciones sí se verifican de manera indirecta mediante el cálculo de \vec{B} para varias configuraciones de corriente utilizando la ecuación (28.7) y comparando los resultados con mediciones experimentales.

Si hay materia presente en el espacio alrededor de un conductor que transporte corriente, el campo en un punto P del campo en su vecindad tendrá una contribución adicional que proviene de la **magnetización** del material. En la sección 28.8 volveremos a este punto. Sin embargo, a menos que el material sea hierro u otro material ferromagnético, el campo adicional es pequeño y, por lo general, despreciable. Si hay campos eléctricos o magnéticos presentes que varíen con el tiempo, o si el material es superconductor, surgen complicaciones adicionales; más adelante volveremos a estos temas.

28.3 a) Vectores del campo magnético debido a un elemento de corriente $d\vec{l}$.

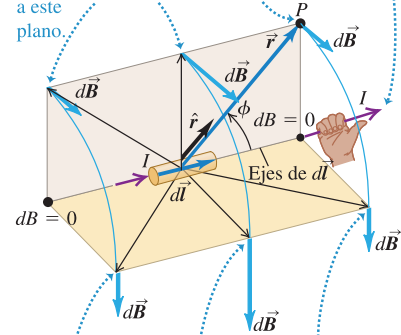
b) Líneas de campo magnético en un plano que contiene el elemento de corriente $d\vec{l}$.

Compare esta figura con la 28.1 para el campo de una carga puntual en movimiento.

a) Vista en perspectiva

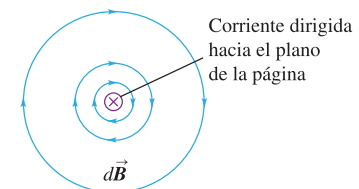
Regla de la mano derecha para el campo magnético debido a un elemento de corriente: apunte el pulgar de su mano derecha en dirección de la corriente. Ahora cierre sus dedos alrededor del elemento de corriente en dirección de las líneas de campo magnético.

Para estos puntos de campo, \vec{r} y $d\vec{l}$ están en el plano color beige, y $d\vec{B}$ es perpendicular a este plano.



Para estos puntos de campo, \vec{r} y $d\vec{l}$ se encuentran en el plano color dorado, y $d\vec{B}$ es perpendicular a este plano.

b) Vista a lo largo del eje del elemento de corriente



Estrategia para resolver problemas 28.1

Cálculo de campos magnéticos



IDENTIFICAR los conceptos relevantes: La ley de Biot y Savart siempre permite calcular el campo magnético debido a un alambre portador de corriente de la forma que sea. La idea es calcular el campo debido a un elemento de corriente representativo en el alambre, y luego combinar las contribuciones de todos los elementos para encontrar el campo total.

PLANTEAR el problema de acuerdo con los siguientes pasos:

1. Elabore un diagrama que muestre un elemento de corriente representativo y el punto P en que va a determinarse el campo (el punto de campo).
2. Dibuje el elemento de corriente $d\vec{l}$, asegurándose de que apunte en la dirección de la corriente.
3. Dibuje un vector unitario \hat{r} . Observe que su dirección es siempre desde el elemento de corriente (el punto de fuente) al punto P del campo.
4. Identifique las variables buscadas. Por lo general serán la magnitud y dirección del campo magnético \vec{B} .

EJECUTAR la solución como sigue:

1. Utilice la ecuación (28.5) o (28.6) para expresar el campo magnético $d\vec{B}$ en P desde el elemento de corriente representativo.
2. Sume todos los elementos $d\vec{B}$ para obtener el campo total en el punto P . En ciertas situaciones, los elementos $d\vec{B}$ en el punto P tienen la misma dirección con respecto a todos los elementos de corriente; en estos casos, la magnitud del campo total \vec{B} es la suma de las magnitudes de los elementos $d\vec{B}$. Pero es frecuente que éstos tengan direcciones distintas para elementos diferentes de la corriente. En ese caso se tiene que establecer un sistema de coordenadas y representar cada $d\vec{B}$ en términos de sus componentes. La integral para \vec{B} total queda expresada en términos de una integral para cada componente.
3. En ocasiones es posible aprovechar la simetría de la situación para probar que una componente de \vec{B} debe desaparecer. Siempre hay que estar alerta para identificar formas de aprovechar la simetría con la finalidad de simplificar el problema.

continúa

4. Busque maneras de utilizar el principio de superposición de campos magnéticos. Más adelante, en este capítulo, se determinarán los campos producidos por ciertos conductores con formas sencillas; si encuentra un conductor de forma compleja que pueda representarse como una combinación de formas más simples, será posible utilizar la superposición para obtener el campo de la forma compleja.

Ejemplos de esto son una espira rectangular y un semicírculo con segmentos rectilíneos en ambos lados.

EVALUAR la respuesta: Con frecuencia, la respuesta será una expresión matemática de \vec{B} como función de la posición del punto de campo. Compruebe la respuesta examinando su comportamiento en tantos límites como sea posible.

Ejemplo 28.2 Campo magnético de un segmento de corriente

Un alambre de cobre conduce una corriente constante de 125 A hacia un tanque galvanizado. Calcule el campo magnético generado por un segmento de 1.0 cm de ese alambre en un punto localizado a 1.2 m de él, si ese punto es *a*) el punto P_1 , directamente hacia fuera a un costado del segmento y *b*) el punto P_2 , sobre una línea a 30° respecto del segmento, como se aprecia en la figura 28.4.

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR: Aunque en sentido estricto las ecuaciones (28.5) y (28.6) se usan sólo con elementos de corriente infinitesimales, se les puede emplear aquí, puesto que la longitud del segmento de 1.0 cm es mucho menor que la distancia de 1.2 m al punto de campo.

PLANTEAR: En la figura 28.4 se muestra con color rojo el elemento de corriente, y apunta en la dirección $-x$ (la dirección de la corriente). El vector unitario \hat{r} correspondiente a cada punto de campo está dirigido desde el elemento de corriente hacia ese punto: \hat{r} está en la dirección $+y$ en el caso del punto P_1 y forma un ángulo de 30° por arriba de la dirección $-x$ en el caso del punto P_2 .

EJECUTAR: *a*) Según la regla de la mano derecha, la dirección de \vec{B} en P_1 es *hacia* el plano xy de la figura 28.4. O bien, utilizando vectores unitarios, se observa que $d\vec{l} = dl(-\hat{i})$. En el punto P_1 , $\hat{r} = \hat{j}$, por lo que en la ecuación (28.6),

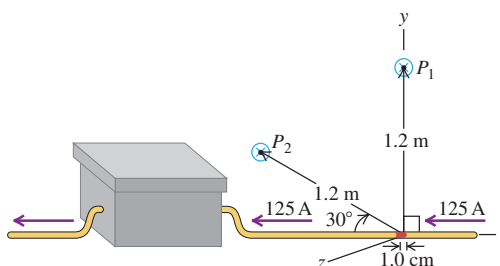
$$d\vec{l} \times \hat{r} = dl(-\hat{i}) \times \hat{j} = dl(-\hat{k})$$

La dirección negativa de z es *hacia* el plano.

Para obtener la magnitud de \vec{B} , se emplea la ecuación (28.5). En el punto P_1 , el ángulo entre $d\vec{l}$ y \hat{r} es de 90° , por lo que

$$\begin{aligned} B &= \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I dl \sin\phi}{r^2} \\ &= (10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A}) \frac{(125 \text{ A})(1.0 \times 10^{-2} \text{ m})(\sin 90^\circ)}{(1.2 \text{ m})^2} \\ &= 8.7 \times 10^{-8} \text{ T} \end{aligned}$$

28.4 Cálculo del campo magnético en dos puntos debido a un segmento de 1.0 cm de un alambre conductor de corriente (el dibujo no está a escala).



b) En el punto P_2 , la dirección de \vec{B} otra vez es hacia el plano xy de la figura. El ángulo entre $d\vec{l}$ y \hat{r} es de 30° , y

$$\begin{aligned} B &= (10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A}) \frac{(125 \text{ A})(1.0 \times 10^{-2} \text{ m})(\sin 30^\circ)}{(1.2 \text{ m})^2} \\ &= 4.3 \times 10^{-8} \text{ T} \end{aligned}$$

EVALUAR: Los resultados para la dirección de \vec{B} se comprueban comparándolos con la figura 28.3. El plano xy de la figura 28.4 corresponde al plano color beige de la figura 28.3. Sin embargo, en este ejemplo la dirección de la corriente y, por lo tanto, de $d\vec{l}$ es la contraria de la dirección que se ilustra en la figura 28.3, por lo que la dirección del campo magnético también se invierte. De aquí que el campo en puntos del plano xy en la figura 28.4 debe apuntar *hacia* el plano, y no hacia fuera de él. Ésta es exactamente la conclusión a la que habíamos llegado.

Note que estas magnitudes del campo magnético son muy pequeñas; en comparación, el campo magnético de la Tierra es del orden de 10^{-4} T. También observe que los valores no son los campos *totales* en los puntos P_1 y P_2 , sino sólo las contribuciones del segmento corto del conductor descrito.

Evalúe su comprensión de la sección 28.2 Un elemento infinitesimal de corriente localizado en el origen ($x = y = z = 0$) conduce corriente I en la dirección positiva de y . Clasifique las siguientes ubicaciones en orden decreciente de la intensidad del campo magnético que el elemento de corriente produce en cada sitio. i) $x = L, y = 0, z = 0$; ii) $x = 0, y = L, z = 0$; iii) $x = 0, y = 0, z = L$; iv) $x = L/\sqrt{2}, y = L/\sqrt{2}, z = 0$.



28.3 Campo magnético de un conductor que transporta corriente

Una aplicación importante de la ley de Biot y Savart es la obtención del campo magnético producido por un conductor recto que conduce corriente. Este resultado es útil debido a que prácticamente en todos los aparatos eléctricos y electrónicos se encuen-



tran alambres conductores rectos. La figura 28.5 muestra un conductor con longitud $2a$ que conduce una corriente I . Encontraremos \vec{B} en un punto a una distancia x del conductor, sobre su bisectriz perpendicular.

Primero usamos la ley de Biot y Savart, ecuación (28.5) para encontrar el campo $d\vec{B}$ generado por el elemento de conductor con longitud $dl = dy$ que se ilustra en la figura 28.5. De acuerdo con la figura, $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ y $\sin \phi = \sin(\pi - \phi) = x/\sqrt{x^2 + y^2}$. La regla de la mano derecha para el producto vectorial $d\vec{l} \times \hat{r}$ indica que la *dirección* de $d\vec{B}$ es hacia el plano de la figura, perpendicular al plano; además, las direcciones de los $d\vec{B}$'s generados por *todos* los elementos del conductor son las mismas. Así, para integrar la ecuación (28.7), simplemente se suman las *magnitudes* de los elementos $d\vec{B}$'s, una simplificación significativa.

Al reunir los elementos, se encuentra que la magnitud total del campo \vec{B} es

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{-a}^a \frac{x dy}{(x^2 + y^2)^{3/2}}$$

Podemos integrar esto por sustitución trigonométrica o con ayuda de una tabla de integrales. El resultado final es

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{2a}{x\sqrt{x^2 + a^2}} \quad (28.8)$$

Cuando la longitud $2a$ del conductor es muy grande en comparación con su distancia x desde el punto P , se puede considerar infinitamente larga. Cuando a es mucho mayor que x , $\sqrt{x^2 + a^2}$ es aproximadamente igual a a ; de aquí que en el límite, $a \rightarrow \infty$, y la ecuación (28.8) se convierte en

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}$$

La situación física tiene simetría axial con respecto del eje y . Por lo tanto, \vec{B} debe tener la misma *magnitud* en todos los puntos de un círculo con centro en el conductor y que yace en un plano perpendicular a él, y la *dirección* de \vec{B} debe ser tangente a todo ese círculo. Así, en todos los puntos de un círculo de radio r alrededor del conductor, la magnitud B es

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \quad (\text{cerca de un conductor largo y recto portador de corriente}) \quad (28.9)$$

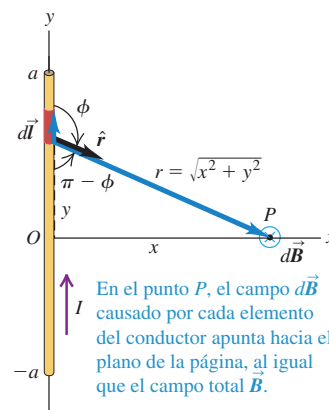
En la figura 28.6 se ilustra parte del campo magnético alrededor de un conductor largo, recto y portador de corriente.

La geometría de este problema es similar a la del ejemplo 21.11 (sección 21.5), en el que resolvimos el problema del campo *eléctrico* generado por una línea infinita de carga. En ambos problemas aparece la misma integral, y en ellos las magnitudes del campo son proporcionales a $1/r$. Pero las líneas de \vec{B} en el problema del magnetismo tienen formas completamente diferentes de las de \vec{E} en el problema eléctrico análogo. Las líneas de campo eléctrico irradian hacia fuera desde una distribución lineal de carga positiva (hacia dentro en el caso de cargas negativas). En contraste, las líneas de campo magnético *circundan* la corriente que actúa como su fuente. Las líneas de campo eléctrico debidas a las cargas comienzan y terminan en otras cargas, pero las líneas del campo magnético forman espiras cerradas y *nunca* tienen extremos, sin importar la forma del conductor portador de corriente que genera el campo. Como se vio en la sección 27.3, ésta es una consecuencia de la ley de Gauss para el magnetismo, que plantea que el flujo magnético total a través de *cualquier* superficie cerrada siempre es igual a cero:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0 \quad (\text{flujo magnético a través de cualquier superficie cerrada}) \quad (28.10)$$

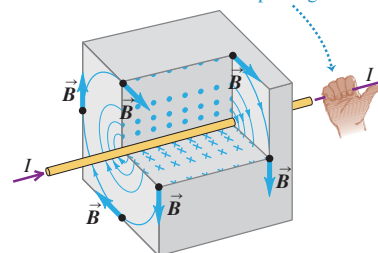
Esto implica que no hay cargas magnéticas aisladas ni monopolos magnéticos. Cualquier línea de campo magnético que entre a una superficie cerrada debe salir de ella.

28.5 Campo magnético producido por un conductor recto portador de corriente de longitud $2a$.



28.6 Campo magnético alrededor de un conductor largo y recto portador de corriente. Las líneas de campo son círculos, con direcciones determinadas por la regla de la mano derecha.

Regla de la mano derecha para el campo magnético alrededor de un alambre que conduce corriente: Apunte el pulgar de su mano derecha en dirección de la corriente. Cierre sus dedos alrededor del alambre en dirección de las líneas del campo magnético.



Ejemplo 28.3 Campo magnético de un solo alambre

Un conductor largo y recto conduce una corriente de 1.0 A. ¿A qué distancia del eje del conductor, el campo magnético generado por la corriente tiene igual magnitud que el campo magnético terrestre en Pittsburgh (alrededor de 0.5×10^{-4} T)?

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR: El conductor recto se describe como largo, lo que significa que es mucho mayor que la distancia desde el conductor con respecto al cual se mide el campo. Por ello, podemos utilizar las ideas de esta sección.

PLANTEAR: La geometría es la misma que en la figura 28.6, por lo que empleamos la ecuación (28.8). Se conocen todas las cantidades en esta ecuación, excepto la variable buscada, la distancia r .

EJECUTAR: Se despeja r en la ecuación (28.8) y se sustituyen los números apropiados:

$$r = \frac{\mu_0 I}{2\pi B} = \frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(1.0 \text{ A})}{(2\pi)(0.5 \times 10^{-4} \text{ T})} = 4 \times 10^{-3} \text{ m} = 4 \text{ mm}$$

EVALUAR: Las corrientes de alrededor de un ampere son representativas de las que se encuentran en los alambres de los aparatos electrodomésticos. Este ejemplo muestra que los campos magnéticos producidos por estos aparatos son muy débiles incluso en puntos muy cercanos al alambre. A distancias mayores, el campo se debilita aún más; por ejemplo, a una distancia cinco veces mayor ($r = 20 \text{ mm} = 2 \text{ cm} = 2 \times 10^{-2} \text{ m}$), el campo tiene la quinta parte de intensidad ($B = 0.1 \times 10^{-4} \text{ T}$).

Ejemplo 28.4 Campo magnético de dos alambres

La figura 28.7a es la vista de los extremos de dos alambres largos, rectos y paralelos, que son perpendiculares al plano xy , cada uno de los cuales conduce una corriente I pero en sentidos opuestos. a) Calcule la magnitud y dirección de \vec{B} en los puntos P_1 , P_2 y P_3 . b) Encuentre la magnitud y dirección de \vec{B} en cualquier punto del eje x a la derecha del alambre 2 en términos de la coordenada x del punto.

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR: Con las ideas de esta sección es posible encontrar los campos magnéticos \vec{B}_1 y \vec{B}_2 debidos a cada alambre. El principio de superposición de los campos magnéticos dice que el campo magnético total \vec{B} es la suma vectorial de \vec{B}_1 y \vec{B}_2 .

PLANTEAR: Se utiliza la ecuación (28.9) para encontrar la magnitud de los campos \vec{B}_1 (debido al alambre 1) y \vec{B}_2 (debido al alambre 2) en cualquier punto. Las direcciones de estos campos se encuentran con la regla de la mano derecha. El campo magnético total en el punto en cuestión es $\vec{B}_{\text{total}} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$.

EJECUTAR: a) El punto P_1 está más cerca del alambre 1 (distancia $2d$) que del alambre 2 (distancia $4d$), por lo que en este punto la magnitud B_1 es mayor que la magnitud B_2 :

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi(2d)} = \frac{\mu_0 I}{4\pi d} \quad B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi(4d)} = \frac{\mu_0 I}{8\pi d}$$

La regla de la mano derecha indica que \vec{B}_1 está en la dirección y negativa, y que \vec{B}_2 está en la dirección y positiva. Como B_1 es la magnitud mayor, el campo total $\vec{B}_{\text{total}} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$ está en la dirección y negativa, con magnitud

$$B_{\text{total}} = B_1 - B_2 = \frac{\mu_0 I}{4\pi d} - \frac{\mu_0 I}{8\pi d} = \frac{\mu_0 I}{8\pi d} \quad (\text{punto } P_1)$$

En el punto P_2 , una distancia d a partir de ambos alambres, \vec{B}_1 y \vec{B}_2 tienen ambos la dirección y positiva, y los dos tienen la misma magnitud:

$$B_1 = B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi d}$$

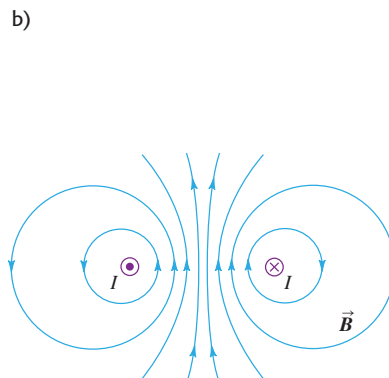
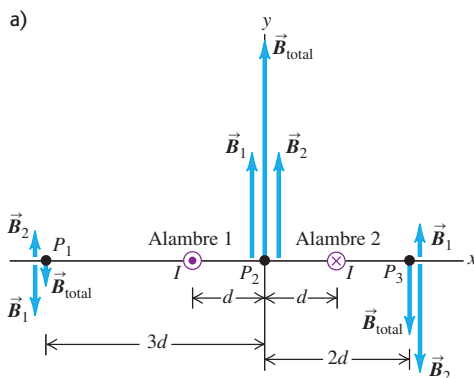
por lo que \vec{B}_{total} también está en la dirección y positiva y su magnitud es

$$B_{\text{total}} = B_1 + B_2 = \frac{\mu_0 I}{\pi d} \quad (\text{punto } P_2)$$

Por último, en el punto P_3 la regla de la mano derecha indica que \vec{B}_1 está en la dirección y positiva y \vec{B}_2 en la dirección y negativa. Este punto está más lejos del alambre 1 (distancia $3d$) que del alambre 2 (distancia d), por lo que B_1 es menor que B_2 :

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi(3d)} = \frac{\mu_0 I}{6\pi d} \quad B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi d}$$

28.7 a) Dos conductores largos y rectos portan corrientes iguales en sentidos opuestos. Los conductores se observan desde sus extremos. b) Mapa del campo magnético producido por los dos conductores. Las líneas de campo están lo más próximas unas de otras entre los conductores, donde el campo tiene la intensidad máxima.



El campo total está en la dirección y negativa, igual que \vec{B}_2 , y tiene una magnitud

$$B_{\text{total}} = B_2 - B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi d} - \frac{\mu_0 I}{6\pi d} = \frac{\mu_0 I}{3\pi d} \quad (\text{punto } P_3)$$

Usted deberá ser capaz de utilizar la regla de la mano derecha para verificar las direcciones de \vec{B}_1 y \vec{B}_2 en cada punto.

En la figura 28.7a se ilustran los campos \vec{B}_1 , \vec{B}_2 y \vec{B}_{total} en cada uno de los tres puntos. Para encontrar \vec{B}_{total} en cualquier punto se utiliza la misma técnica; para puntos fuera del eje x se debe tener precaución con la suma de los vectores, ya que \vec{B}_1 y \vec{B}_2 ya no necesitan ser simplemente paralelos o antiparalelos (véase el problema 28.60). La figura 28.7b muestra algunas de las líneas de campo magnético debidas a esta combinación de alambres.

b) En cualquier punto a la derecha del alambre 2 (es decir, para $x > d$), \vec{B}_1 y \vec{B}_2 están en las mismas direcciones que en P_3 . Conforme x aumenta, tanto \vec{B}_1 como \vec{B}_2 disminuyen en magnitud, por lo que también \vec{B}_{total} debe disminuir. Las magnitudes de los campos debidos a cada alambre son

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi(x+d)} \quad \text{y} \quad B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi(x-d)}$$

En cualquier punto de campo a la derecha del alambre 2, este último está más próximo que el alambre 1, por lo que $B_2 > B_1$. Así, \vec{B}_{total} tiene la dirección y negativa, igual que \vec{B}_2 , y tiene la siguiente magnitud:

$$B_{\text{total}} = B_2 - B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi(x-d)} - \frac{\mu_0 I}{2\pi(x+d)} = \frac{\mu_0 Id}{\pi(x^2 - d^2)}$$

donde los dos términos se han combinado mediante un denominador común.

EVALUAR: En los puntos muy alejados de los alambres, x es mucho mayor que d , y el término d^2 en el denominador resulta despreciable, por lo que

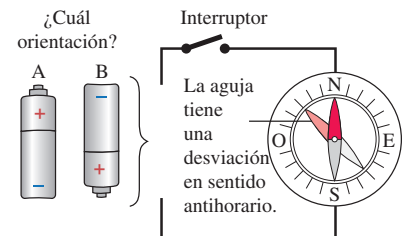
$$B_{\text{total}} = \frac{\mu_0 Id}{\pi x^2}$$

Como se deduce de la ecuación (28.9), la magnitud del campo magnético para un solo alambre disminuye con la distancia en proporción a $1/x$; en el caso de dos alambres que conducen corrientes opuestas, \vec{B}_1 y \vec{B}_2 se cancelan entre sí parcialmente, por lo que la magnitud \vec{B}_{total} disminuye con más rapidez, en proporción a $1/x^2$. Este efecto se utiliza en sistemas de comunicación, como redes telefónicas o de computadoras. El cableado se dispone de manera que un conductor lleva una señal en un sentido y el otro conduce la señal de regreso, y ambos se encuentran lado a lado, como en la figura 28.7a, o entrelazados (figura 28.8). Como resultado, el campo magnético producido *afuera* de los conductores por estas señales se reduce considerablemente, y es menos probable que ejerza fuerzas indeseables en otras corrientes portadoras de información.

28.8 Los cables de computadora o de equipos para audio y video crean poco o ningún campo magnético. Esto se debe a que dentro de cada cable hay alambres muy cercanos entre sí que llevan corriente en ambos sentidos a lo largo del cable. Los campos magnéticos generados por estas corrientes opuestas se cancelan entre sí.



Evalúe su comprensión de la sección 28.3 La figura de la derecha muestra un circuito que se encuentra sobre una mesa horizontal, sobre el cual se coloca una brújula, como se ilustra. Va a conectarse una batería en el circuito, de manera que cuando el interruptor se cierre, la aguja de la brújula tenga una desviación en sentido antihorario. ¿En cuál orientación, A o B, debe colocarse la batería en el circuito?



28.4 Fuerza entre alambres paralelos

En el ejemplo 28.4 (sección 28.3) se mostró cómo usar el principio de superposición de campos magnéticos para obtener el campo total debido a dos conductores largos portadores de corriente. Otro aspecto importante de esta configuración es la *fuerza de interacción* entre los conductores. Esta fuerza desempeña un papel importante en muchas situaciones prácticas en las que los alambres portadores de la corriente se hallan muy cerca uno del otro, y también tiene importancia esencial en relación con la definición de ampere. La figura 28.9 presenta segmentos de dos conductores largos, rectos y paralelos, separados por una distancia r y que portan las corrientes I e I' en el mismo sentido. Cada conductor se encuentra en el campo magnético producido por el otro, por lo que cada uno experimenta una fuerza. El diagrama ilustra algunas de las líneas de campo generadas por la corriente en el conductor de la parte inferior.

De acuerdo con la ecuación (28.9), el conductor inferior produce un campo \vec{B} que, en la posición del conductor de arriba, tiene una magnitud

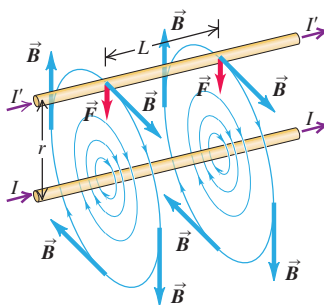
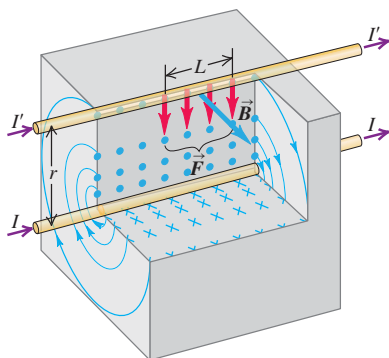
$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

De acuerdo con la ecuación (27.19), la fuerza que ejerce este campo sobre una longitud L del conductor superior es $\vec{F} = I'\vec{L} \times \vec{B}$, donde el vector \vec{L} está en dirección de

28.9 Los conductores paralelos que transportan corrientes en el mismo sentido se atraen uno al otro. Los diagramas muestran cómo el campo magnético \vec{B} causado por la corriente del conductor inferior ejerce una fuerza \vec{F} sobre el conductor superior.

El campo magnético del alambre inferior ejerce una fuerza de atracción sobre el alambre superior. De igual modo, el alambre superior atrae al de abajo.

Si los conductores transportaran corrientes en sentidos opuestos, se repelerían uno al otro.



la corriente I' y tiene magnitud L . Como \vec{B} es perpendicular a la longitud del conductor y, por lo tanto, a \vec{L} , la magnitud de esta fuerza es

$$F = I'LB = \frac{\mu_0 I I' L}{2\pi r}$$

Y la fuerza por unidad de longitud F/L es

$$\frac{F}{L} = \frac{\mu_0 I I'}{2\pi r} \quad (\text{dos conductores largos, paralelos y portadores de corriente}) \quad (28.11)$$

La aplicación de la regla de la mano derecha a $\vec{F} = I'\vec{L} \times \vec{B}$ indica que la fuerza sobre el conductor de arriba está dirigida *hacia abajo*.

La corriente en el conductor superior también origina un campo en la posición del inferior. Dos aplicaciones sucesivas de la regla de la mano derecha para productos vectoriales (una para encontrar la dirección del campo \vec{B} debido al conductor superior, como en la sección 28.2, y otra para determinar la dirección de la fuerza que ejerce este campo sobre el conductor de abajo, como en la sección 27.6) demuestran que la fuerza sobre el conductor inferior va *hacia arriba*. Así, *dos conductores paralelos que transportan corrientes en el mismo sentido se atraen uno al otro*. Si se invierte el sentido de cualquiera de las corrientes, las fuerzas también se invertirán. *Dos conductores paralelos que transportan corrientes en sentido opuestos se repelen entre sí*.

Las fuerzas magnéticas y la definición de ampere

La atracción o repulsión entre dos conductores rectos, paralelos y portadores de corriente es la base de la definición oficial del **ampere** en el SI:

Un ampere es la corriente invariable que, si está presente en dos conductores paralelos de longitud infinita y separados por una distancia de un metro de espacio vacío, provoca que cada conductor experimente una fuerza de exactamente 2×10^{-7} newtons por metro de longitud.

De acuerdo con la ecuación (28.11), se ve que esta definición de ampere es lo que hizo que eligiéramos el valor de $4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A}$ para μ_0 . También constituye la base de la definición del SI para el coulomb, que es la cantidad de carga transferida en un segundo por una corriente de un ampere.

Ésta es una *definición operacional*; nos da un procedimiento experimental concreto para medir la corriente y definir una unidad de corriente. En principio, es posible utilizar esta definición para calibrar un amperímetro utilizando sólo una regla de medir y una balanza de resortes. Para una estandarización de mucha precisión del ampere, se utilizan bobinas de alambre en vez de alambres rectos, y su separación es de unos cuantos centímetros. Mediciones aún más precisas del ampere estandarizado son posibles empleando una versión del efecto Hall (véase la sección 27.9).

Existen fuerzas de atracción no sólo entre *alambres* que conducen corrientes en el mismo sentido, sino también entre los elementos longitudinales de un solo conductor que transporte corriente. Si el conductor es un líquido o un gas ionizado (un plasma), estas fuerzas dan como resultado una contracción del conductor, como si su superficie estuviera sometida a una presión dirigida hacia dentro. La contracción del conductor se llama *reostricción*. Las altas temperaturas que produce la reostricción en un plasma se han utilizado en una técnica para lograr la fusión nuclear.

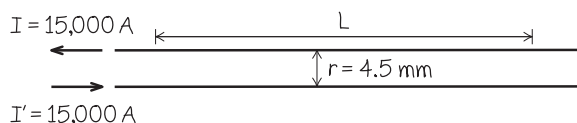
Ejemplo 28.5 Fuerzas entre alambres paralelos

Dos alambres rectos, paralelos y superconductores, separados por una distancia de 4.5 mm, conducen corrientes de 15,000 A en sentidos opuestos. ¿Hay que preocuparse por la resistencia mecánica de estos alambres?

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR: Si hay razón o no para preocuparse por la resistencia mecánica de los alambres depende de cuánta fuerza magnética ejerza uno sobre el otro.

28.10 Diagrama para este problema.



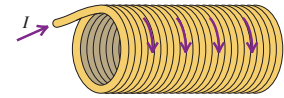
PLANTEAR: La figura 28.10 muestra la situación. La variable que buscamos es la fuerza magnética por unidad de longitud de alambre, la cual se encuentra mediante la ecuación (28.11).

EJECUTAR: Como las corrientes van en sentidos opuestos, los dos conductores se repelen entre sí. De la ecuación (28.11), la fuerza por unidad de longitud es

$$\begin{aligned}\frac{F}{L} &= \frac{\mu_0 I I'}{2\pi r} = \frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(15,000 \text{ A})^2}{(2\pi)(4.5 \times 10^{-3} \text{ m})} \\ &= 1.0 \times 10^4 \text{ N/m}\end{aligned}$$

EVALUAR: Ésta es una fuerza grande: más de una tonelada por metro. Así que las resistencias mecánicas de los conductores y de los materiales aislantes deben ser una consideración de relevancia. Las corrientes y las separaciones de esta magnitud se utilizan en electroimanes superconductores de los aceleradores de partículas, y el análisis de esfuerzos mecánicos es una parte crucial del proceso de diseño.

Evalúe su comprensión de la sección 28.4 Un solenoide es un alambre enrollado como bobina helicoidal. La figura de la derecha muestra un solenoide que conduce una corriente I . a) La fuerza *magnética* que una espira de la bobina ejerce sobre otra adyacente, ¿es i) de atracción, ii) de repulsión, o iii) igual a cero? b) La fuerza *eléctrica* que una espira de la bobina ejerce sobre otra adyacente ¿es i) de atracción, ii) de repulsión, o iii) igual a cero? c) La fuerza *magnética* entre lados opuestos de la misma espira de la bobina, ¿es i) de atracción, ii) de repulsión, o iii) igual a cero? d) La fuerza *eléctrica* entre lados opuestos de la misma espira de la bobina, ¿es i) de atracción, ii) de repulsión, o iii) igual a cero?



28.11 Este electroimán contiene una bobina conductora de corriente con numerosas espiras de alambre. El campo magnético resultante es capaz de atraer grandes cantidades de barras de acero y otros objetos de hierro.



28.5 Campo magnético de una espira circular de corriente

Si se mira en el interior de un timbre para puerta, un transformador, un motor eléctrico o un electroimán (figura 28.11), se encontrarán bobinas de alambre con gran número de vueltas, espaciadas tan estrechamente que cada vuelta está muy cerca de formar una espira plana circular. En tales bobinas se utiliza una corriente para establecer un campo magnético. Por ello, es conveniente obtener una expresión para el campo magnético que produce una sola espira conductora circular portadora de corriente, o para las N espiras circulares estrechamente espaciadas que forman la bobina. En la sección 27.7 se consideró la fuerza y el par de torsión sobre una espira de corriente de este tipo colocada en un campo magnético externo generado por otras corrientes; ahora vamos a encontrar el campo magnético generado por la espira misma.

La figura 28.12 presenta un conductor circular con radio a que conduce una corriente I . La corriente es llevada hacia dentro y fuera de la espira a través de dos alambres largos y rectos colocados lado a lado; las corrientes en estos alambres rectos van en sentidos opuestos, y sus campos magnéticos casi se cancelan entre sí (véase el ejemplo 28.4 en la sección 28.3).

Para encontrar el campo magnético en el punto P sobre el eje de la espira, a una distancia x del centro, se usa la ley de Biot y Savart, ecuación (28.5) o (28.6). Como se observa en la figura, $d\vec{l}$ y \vec{r} son perpendiculares, y la dirección del campo $d\vec{B}$ generado por este elemento $d\vec{l}$ en particular yace en el plano xy . Como $r^2 = x^2 + a^2$, la magnitud dB del campo debido al elemento $d\vec{l}$ es

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{dl}{(x^2 + a^2)} \quad (28.12)$$

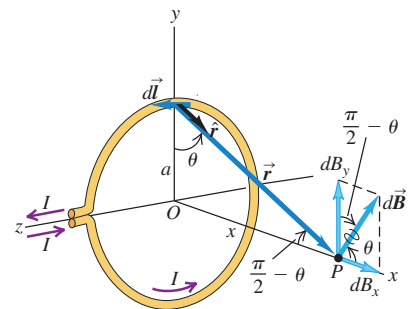
Las componentes del vector $d\vec{B}$ son

$$dB_x = dB \cos \theta = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{dl}{(x^2 + a^2)} \frac{a}{(x^2 + a^2)^{1/2}} \quad (28.13)$$

$$dB_y = dB \sin \theta = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{dl}{(x^2 + a^2)} \frac{x}{(x^2 + a^2)^{1/2}} \quad (28.14)$$

La situación tiene simetría rotacional con respecto al eje x , por lo que no puede haber una componente del campo total \vec{B} perpendicular a este eje. Para cada elemento $d\vec{l}$ hay otro elemento correspondiente en el lado opuesto de la espira, con dirección opuesta. Estos dos elementos hacen contribuciones iguales a la componente x de $d\vec{B}$, dada por

28.12 Campo magnético en el eje de una espira circular. La corriente en el segmento $d\vec{l}$ genera el campo $d\vec{B}$, que está en el plano xy . Las corrientes de los otros $d\vec{l}$ generan $d\vec{B}$ con distintas componentes perpendiculares al eje x ; la suma de estas componentes es cero. Las componentes x de los elementos $d\vec{B}$ se combinan para dar el campo total \vec{B} en el punto P .

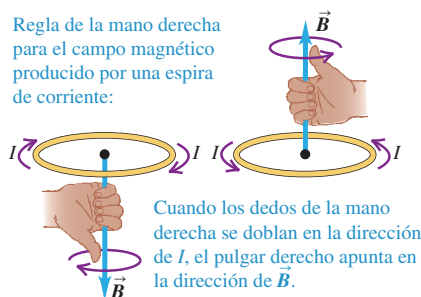




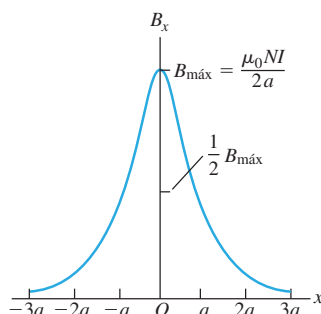
13.2 Campo magnético de una espira

28.13 Regla de la mano derecha para la dirección del campo magnético producido sobre el eje de una bobina que conduce corriente.

Regla de la mano derecha para el campo magnético producido por una espira de corriente:



28.14 Gráfica del campo magnético a lo largo del eje de una bobina circular con N espiras. Cuando x es mucho más grande que a , la magnitud del campo disminuye aproximadamente con $1/x^3$.



la ecuación (28.13), pero dan componentes *opuestas* perpendiculares al eje x . Así, todas las componentes perpendiculares se cancelan y sólo sobreviven las componentes x .

Para obtener la componente x del campo total \vec{B} , se integra la ecuación (28.13), incluyendo todos los elementos $d\vec{l}$ alrededor de la espira. Todos los elementos de esta expresión son constantes, excepto dl , por lo que se pueden sacar de la integral para obtener

$$B_x = \int \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{a \, dl}{(x^2 + a^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 I a}{4\pi (x^2 + a^2)^{3/2}} \int dl$$

La integral de dl es simplemente la circunferencia del círculo, $\int dl = 2\pi a$ y finalmente obtenemos

$$B_x = \frac{\mu_0 I a^2}{2(x^2 + a^2)^{3/2}} \quad (\text{sobre el eje de una espira circular}) \quad (28.15)$$

La *dirección* del campo magnético sobre el eje de una espira portadora de corriente está dada por la regla de la mano derecha. Si se cierran los dedos de la mano derecha alrededor de la espira en la dirección de la corriente, el pulgar derecho apunta en la dirección del campo (figura 28.13).

Campo magnético sobre el eje de una bobina

Ahora suponga que en vez de una sola espira en la figura 28.12, se tiene una bobina que consiste en N espiras, todas con el mismo radio. La separación entre las espiras es tan pequeña que el plano de cada una está prácticamente a la misma distancia x del punto de campo P . Cada espira contribuye por igual al campo, y el total es N veces el campo producido por una sola espira:

$$B_x = \frac{\mu_0 N I a^2}{2(x^2 + a^2)^{3/2}} \quad (\text{sobre el eje de } N \text{ espiras circulares}) \quad (28.16)$$

El factor N en la ecuación (28.16) es la razón por la que se utilizan bobinas de alambre, y no espiras aisladas, para producir campos magnéticos intensos; para obtener una intensidad de campo deseada, el uso de una sola espira requeriría una corriente I tan grande que superaría la capacidad nominal del alambre de la espira.

La figura 28.14 muestra una gráfica de B_x como función de x . El valor máximo del campo está en $x = 0$, el centro de la espira o bobina:

$$B_x = \frac{\mu_0 N I}{2a} \quad (\text{en el centro de } N \text{ espiras circulares}) \quad (28.17)$$

Conforme se avanza a lo largo del eje, la magnitud del campo disminuye.

En la sección 27.7 se definió que el *momento dipolar magnético* μ (o *momento magnético*) de una espira portadora de corriente es igual al IA , donde A es el área de la sección transversal de la espira. Si hay N vueltas, el momento magnético total es NIA . La espira circular en la figura 28.12 tiene área $A = \pi a^2$, por lo que el momento magnético de una sola espira es $\mu = I\pi a^2$; para N espiras, $\mu = NI\pi a^2$. Al sustituir estos resultados en las ecuaciones (28.15) y (28.16) se encuentra que estas expresiones se pueden escribir como

$$B_x = \frac{\mu_0 \mu}{2\pi (x^2 + a^2)^{3/2}} \quad (\text{sobre el eje de cualquier número de espiras circulares}) \quad (28.18)$$

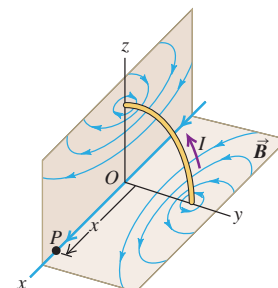
En la sección 27.7 se describió un dipolo magnético en términos de su respuesta a un campo magnético producido por corrientes fuera del dipolo. Pero un dipolo magnético también es una *fente* de campo magnético; la ecuación (28.18) describe el campo magnético *producido* por un dipolo magnético para puntos a lo largo del eje del dipolo. Este campo es directamente proporcional al momento dipolar magnético μ . Note

que el campo a lo largo del eje x está en la misma dirección que el momento magnético vectorial $\vec{\mu}$; esto es cierto para el eje x tanto positivo como negativo.

CUIDAD **Campo magnético de una bobina** Las ecuaciones (28.15), (28.16) y (28.18) son válidas sólo sobre el eje de una espira o bobina. ¡No trate de aplicarlas en otros puntos! ■

La figura 28.15 muestra algunas de las líneas de campo magnético que rodean una espira circular de corriente (dipolo magnético) en planos a través del eje. Las direcciones de las líneas de campo están dadas por la misma regla de la mano derecha que para un conductor largo y recto. Tome el conductor con su mano derecha, con el pulgar en la dirección de la corriente; doble los dedos alrededor en la misma dirección que las líneas de campo. Para la espira circular de corriente, las líneas de campo son curvas cerradas que circundan el conductor; sin embargo, *no* son círculos.

28.15 Líneas de campo magnético producidas por la corriente en una espira circular. En los puntos sobre el eje, el campo \vec{B} tiene la misma dirección que el momento magnético de la espira.



Ejemplo 28.6 Campo magnético de una bobina

Una bobina con 100 espiras circulares con radio de 0.60 m conduce una corriente de 5.0 A. *a)* Calcule el campo magnético en un punto a lo largo del eje de la bobina, a 0.80 m del centro. *b)* Sobre el eje, ¿a qué distancia desde el centro de la bobina, la magnitud del campo es $\frac{1}{8}$ de la que tiene en el centro?

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR: Este problema pregunta acerca del campo magnético a lo largo del eje de una bobina que conduce corriente, por lo que podemos utilizar las ideas de esta sección.

PLANTEAR: Queremos conocer el campo sobre el eje de la bobina, no necesariamente en su centro, por lo que se emplea la ecuación (28.16). Se dan $N = 100$, $I = 5.0$ A y $a = 0.60$ m. En el inciso *a)* la variable buscada es el campo magnético en un valor dado de la coordenada x . En el inciso *b)* la variable buscada es el valor de x en el que el campo tiene $\frac{1}{8}$ de la magnitud que tiene en $x = 0$.

EJECUTAR: *a)* A partir de $x = 0.80$ m, de acuerdo con la ecuación (28.16), se tiene

$$B_x = \frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(100)(5.0 \text{ A})(0.60 \text{ m})^2}{2[(0.80 \text{ m})^2 + (0.60 \text{ m})^2]^{3/2}} = 1.1 \times 10^{-4} \text{ T}$$

b) Considerando la ecuación (28.16), queremos encontrar un valor de x tal que

$$\frac{1}{(x^2 + a^2)^{3/2}} = \frac{1}{8} \frac{1}{(0^2 + a^2)^{3/2}}$$

Para despejar x , se toma el recíproco de todo y luego se elevan ambos lados a la potencia $2/3$; el resultado es

$$x = \pm \sqrt{3}a = \pm 1.04 \text{ m}$$

A una distancia de alrededor de 1.7 radios del centro, el campo tiene $\frac{1}{8}$ del valor que tiene en el centro.

EVALUAR: La respuesta del inciso *a)* se comprueba primero encontrando el momento magnético, para luego sustituir el resultado en la ecuación (28.18):

$$\mu = NI\pi a^2 = (100)(5.0 \text{ A})\pi(0.60 \text{ m})^2 = 5.7 \times 10^2 \text{ A} \cdot \text{m}^2$$

$$B_x = \frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(5.7 \times 10^2 \text{ A} \cdot \text{m}^2)}{2\pi[(0.80 \text{ m})^2 + (0.60 \text{ m})^2]^{3/2}} = 1.1 \times 10^{-4} \text{ T}$$

El momento magnético μ es relativamente grande; sin embargo, se trata de un campo más bien pequeño, comparable en términos de magnitud con el campo magnético terrestre. Este ejemplo da idea de la dificultad que entraña producir un campo de 1 T o más.

Evalúe su comprensión de la sección 28.5 La figura 28.12 muestra el campo magnético $d\vec{B}$ producido en un punto P por un segmento $d\vec{l}$ que está sobre el eje y positivo (en la parte superior de la espira). Este campo tiene componentes $dB_x > 0$, $dB_y > 0$, $dB_z = 0$. *a)* ¿Cuáles son los signos de las componentes del campo $d\vec{B}$ producido en P por un segmento $d\vec{l}$ sobre el eje y negativo (en la parte inferior de la espira)? i) $dB_x > 0$, $dB_y > 0$, $dB_z = 0$; ii) $dB_x > 0$, $dB_y < 0$, $dB_z = 0$; iii) $dB_x < 0$, $dB_y > 0$, $dB_z = 0$. iv) $dB_x < 0$, $dB_y < 0$, $dB_z = 0$; v) ninguno de los anteriores. *b)* ¿Cuáles son los signos de las componentes del campo $d\vec{B}$ producido en P por un segmento $d\vec{l}$ en el eje z negativo (en el lado derecho del espira)? i) $dB_x > 0$, $dB_y > 0$, $dB_z = 0$; ii) $dB_x > 0$, $dB_y < 0$, $dB_z = 0$; iii) $dB_x < 0$, $dB_y > 0$, $dB_z = 0$; iv) $dB_x < 0$, $dB_y < 0$, $dB_z = 0$; v) ninguno de los anteriores.



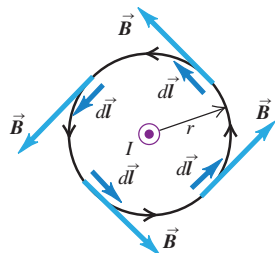
28.6 Ley de Ampère

Hasta este momento, el cálculo del campo magnético debido a una corriente ha implicado la obtención del campo infinitesimal $d\vec{B}$ debido a un elemento de corriente, y luego sumar todos los $d\vec{B}$ para determinar el campo total. Este enfoque es directamente análogo a los cálculos para el campo eléctrico que efectuamos en el capítulo 21.

28.16 Tres trayectorias para la integral de línea de \vec{B} en la vecindad de un conductor largo y recto que transporta corriente I , hacia fuera del plano de la página (como lo indica el círculo con un punto). El conductor se ve desde un extremo.

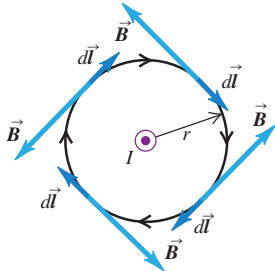
a) La trayectoria de integración es un círculo centrado en el conductor; la integración recorre el círculo en sentido antihorario.

Resultado: $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$



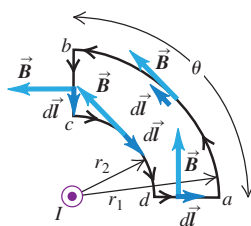
b) Misma trayectoria de integración que en el inciso a), pero la integración recorre el círculo en sentido horario.

Resultado: $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = -\mu_0 I$



c) Trayectoria de integración que no encierra el conductor.

Resultado: $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = 0$



Para el problema del campo eléctrico, se vio que en situaciones en las que había una distribución de carga con un alto grado de simetría, con frecuencia era más fácil usar la ley de Gauss para encontrar \vec{E} . Asimismo, existe una ley que nos permite obtener con más facilidad los campos *magnéticos* generados por distribuciones de *corriente* con un alto grado de simetría. Pero la ley que permite hacer esto, llamada *ley de Ampère*, es de carácter muy diferente del que tiene la ley de Gauss.

La ley de Gauss para campos eléctricos implica el flujo de \vec{E} a través de una superficie cerrada; establece que este flujo es igual al total de la carga encerrada dentro de la superficie, dividida entre la constante ϵ_0 . Así, esta ley relaciona los campos eléctricos con las distribuciones de carga. En contraste, la ley de Gauss para campos *magnéticos*, la ecuación (28.10), *no* es una relación entre campos magnéticos y distribuciones de corriente; plantea que el flujo de \vec{B} a través de *cualquier* superficie cerrada siempre es igual a cero, haya o no una corriente dentro de la superficie. Por lo tanto, la ley de Gauss referente a \vec{B} no se puede utilizar para determinar el campo magnético generado por una distribución de corriente en particular.

La ley de Ampère está formulada no en términos del flujo magnético, sino de la *integral de línea* de \vec{B} alrededor de una trayectoria cerrada que se denota como

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l}$$

En el capítulo 6 se emplearon integrales de línea para definir el trabajo, y en el capítulo 23 para calcular el potencial eléctrico. Para evaluar esta integral, se divide la trayectoria en segmentos infinitesimales $d\vec{l}$, para cada uno de los cuales se calcula el producto escalar $\vec{B} \cdot d\vec{l}$, y se suman los resultados. En general, \vec{B} varía de un punto al otro, y se debe emplear el valor de \vec{B} en la ubicación de cada $d\vec{l}$. Una notación alternativa es $\oint B_{\parallel} dl$, donde B_{\parallel} es la componente de \vec{B} paralela a $d\vec{l}$ en cada punto. El círculo sobre el signo de la integral indica que ésta se calcula siempre para una trayectoria *cerrada*, es decir, una trayectoria cuyos puntos inicial y final son iguales.

Ley de Ampère para un conductor largo y recto

Para introducir la idea básica de la ley de Ampère, consideremos otra vez al campo magnético generado por un conductor largo y recto que transporta una corriente I . En la sección 28.3 se vio que el campo a una distancia r del conductor tiene una magnitud de

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

y que las líneas de campo magnético son círculos con centro en el conductor. Tomemos la integral de línea de \vec{B} alrededor de uno de tales círculos con radio r , como se observa en la figura 28.16a. En cada punto del círculo, \vec{B} y $d\vec{l}$ son paralelos, por lo que $\vec{B} \cdot d\vec{l} = B dl$; como r es constante alrededor del círculo, B también es constante. Alternativamente, podemos decir que B_{\parallel} es constante e igual a B en cada punto del círculo. Por lo tanto, podemos sacar a B de la integral. La integral restante $\oint dl$ simplemente es la circunferencia del círculo, por lo que

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \oint B_{\parallel} dl = B \oint dl = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} (2\pi r) = \mu_0 I$$

Así, la integral de línea es independiente del radio del círculo e igual a μ_0 multiplicado por la corriente que pasa a través del área limitada por el círculo.

En la figura 28.16b, la situación es la misma, pero ahora la trayectoria de integración va alrededor del círculo en sentido opuesto. Ahora \vec{B} y $d\vec{l}$ son antiparalelos, por lo que $\vec{B} \cdot d\vec{l} = -B dl$ y la integral de línea es igual a $-\mu_0 I$. Se obtiene el mismo resultado si la trayectoria de integración es la misma que la de la figura 28.16a, pero se invierte la dirección de la corriente. Así, la integral de línea $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l}$ es igual a μ_0 multiplicado por la corriente que pasa a través del área limitada por la trayectoria de integración, con signo positivo o negativo en función de la dirección de la corriente con respecto a la dirección de integración.

Hay una regla simple para determinar el signo de la corriente; seguramente no se sorprenderá si le decimos que hay que utilizar la mano derecha. Doble los dedos de su

mano derecha alrededor de la trayectoria de integración en la dirección de esta última (es decir, la dirección que usa para evaluar $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l}$). En esas condiciones, su pulgar derecho indica la dirección de la corriente positiva. Las corrientes que pasan a través de la trayectoria de integración en esta dirección son positivas; aquellas en dirección opuesta son negativas. Con esta regla, usted podrá confirmar que la corriente es positiva en la figura 28.16a, y negativa en la figura 28.16b. Otra manera de decir lo mismo es la siguiente: mirando hacia la superficie limitada por la trayectoria de integración, integre alrededor de ésta en sentido antihorario, como se ilustra en la figura 28.16a. Las corrientes que se mueven hacia usted a través de la superficie son positivas, y las que se alejan de usted son negativas.

En la figura 28.16c se utilizó una trayectoria de integración que *no* encierra al conductor. A lo largo del arco circular ab de radio r_1 , \vec{B} y $d\vec{l}$ son paralelos, y $B_{\parallel} = B_1 = \mu_0 I / 2\pi r_1$; a lo largo del arco circular cd de radio r_2 , \vec{B} y $d\vec{l}$ son antiparalelos y $B_{\parallel} = -B_2 = -\mu_0 I / 2\pi r_2$. El campo \vec{B} es perpendicular a $d\vec{l}$ en cada punto de las secciones rectas bc y da , por lo que $B_{\parallel} = 0$, y estas secciones contribuyen con cero a la integral de línea, que en total es

$$\begin{aligned}\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} &= \oint B_{\parallel} dl = B_1 \int_a^b dl + (0) \int_b^c dl + (-B_2) \int_c^d dl + (0) \int_d^a dl \\ &= \frac{\mu_0 I}{2\pi r_1} (r_1 \theta) + 0 - \frac{\mu_0 I}{2\pi r_2} (r_2 \theta) + 0 = 0\end{aligned}$$

La magnitud de \vec{B} es mayor en el arco cd que en el ab , pero la longitud del arco es menor, por lo que las contribuciones de los dos arcos se cancelan exactamente. Aun cuando hay un campo magnético en toda la extensión de la trayectoria de integración, la integral de línea $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l}$ es igual a cero si no hay corriente que pase a través del área limitada por la trayectoria.

Estos resultados también se pueden obtener para trayectorias de integración más generales, como la que se presenta en la figura 28.17. En la posición del elemento de línea $d\vec{l}$, el ángulo entre $d\vec{l}$ y \vec{B} es ϕ , y

$$\vec{B} \cdot d\vec{l} = B dl \cos \phi$$

De acuerdo con la figura, $dl \cos \phi = r d\theta$, donde $d\theta$ es el ángulo que subtiende $d\vec{l}$ en la posición del conductor, y r es la distancia de $d\vec{l}$ desde el conductor. Por lo tanto,

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \oint \frac{\mu_0 I}{2\pi r} (r d\theta) = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \oint d\theta$$

Pero $\oint d\theta$ tan sólo es igual a 2π , el ángulo total barrido por la línea radial del conductor a $d\vec{l}$ durante un recorrido completo alrededor de la trayectoria. De esta forma, se obtiene

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I \quad (28.19)$$

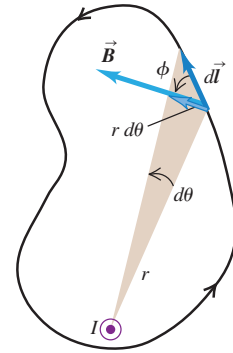
Este resultado no depende de la forma de la trayectoria ni de la posición del conductor dentro de ella. Si la corriente en el alambre es opuesta a la que se ilustra, la integral tiene el signo contrario. Pero si la trayectoria no encierra el alambre (figura 28.17b), entonces el cambio neto de θ durante el recorrido alrededor de la trayectoria de integración es igual a cero; $\oint d\theta$ es cero en vez de 2π y la integral de línea es cero.

Ley de Ampère: Enunciado general

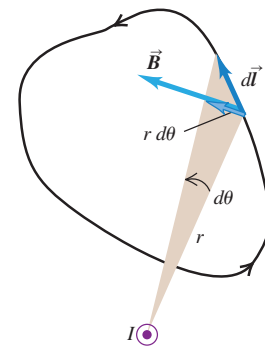
La ecuación (28.19) casi es, aunque no plenamente, el enunciado general de la ley de Ampère. Para generalizar aún más, suponga que *varios* conductores largos y rectos pasan a través de la superficie limitada por la trayectoria de integración. El campo magnético total \vec{B} en cualquier punto de la trayectoria es la suma vectorial de los campos generados por los conductores individuales. Así, la integral de línea de \vec{B} total es igual a μ_0 multiplicado por la *suma algebraica* de las corrientes. Al calcular esta suma se utiliza la regla de los signos para corrientes que describimos antes. Si la trayectoria de integración no encierra un alambre particular, la integral de línea del

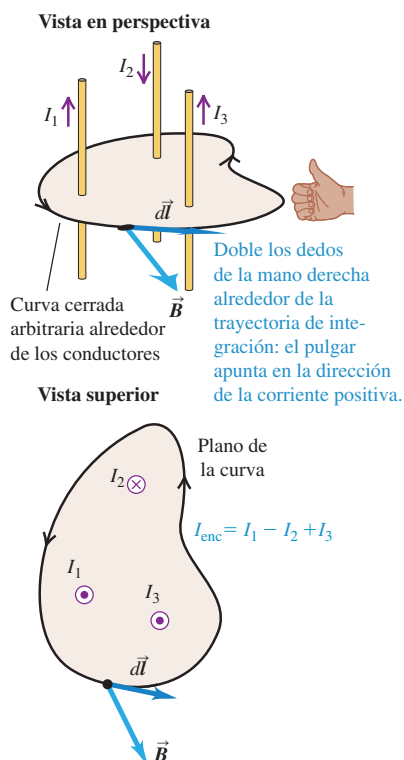
28.17 a) Una trayectoria de integración, más general para la integral de línea de \vec{B} alrededor de un conductor largo y recto que transporta una corriente I , hacia fuera del plano de la página. El conductor se ve desde su extremo. b) Trayectoria más general de integración que no encierra al conductor.

a)



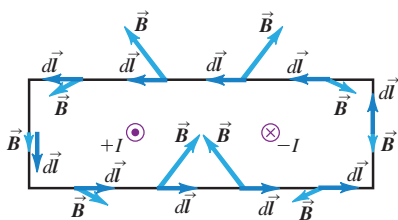
b)



28.18 Ley de Ampère.

Ley de Ampère: Si se calcula la integral de línea del campo magnético alrededor de una curva cerrada, el resultado es igual a μ_0 multiplicado por la corriente total encerrada: $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{enc}$

28.19 Dos conductores largos y rectos que transportan corrientes iguales en sentidos opuestos. Los conductores están vistos desde sus extremos, y la trayectoria de integración va en sentido antihorario. La integral de línea $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l}$ recibe una contribución nula de los segmentos superior e inferior, una contribución positiva del segmento de la izquierda y otra negativa del segmento de la derecha; la integral neta es igual a cero.



campo \vec{B} de ese alambre es igual a cero, ya que el ángulo θ correspondiente a ese alambre barre un cambio neto de cero en vez de 2π durante la integración. Todo conductor presente que no esté encerrado por una trayectoria particular puede contribuir al valor de \vec{B} en todos los puntos, pero las integrales de línea de sus campos alrededor de la trayectoria tienen un valor de cero.

De esta forma, en la ecuación (28.19) se puede reemplazar I por I_{enc} , la suma algebraica de las corrientes encerradas o enlazadas por la trayectoria de integración, con la suma evaluada con base en la regla de los signos que se acaba de describir (figura 28.18). Así, el enunciado de la **ley de Ampère** es

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{enc} \quad (\text{ley de Ampère}) \quad (28.20)$$

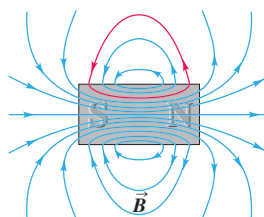
Aunque hemos obtenido la ley de Ampère sólo para el caso especial del campo de varios conductores largos, rectos y paralelos, la ecuación (28.20) de hecho es válida para conductores y trayectorias de *cualquier* forma. En principio, la obtención general no es diferente de lo que se ha expuesto, pero la geometría es más complicada.

Si $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = 0$, esto *no* necesariamente significa que $\vec{B} = \mathbf{0}$ a todo lo largo de la trayectoria, sino sólo que la corriente total a través de un área limitada por la trayectoria es igual a cero. En las figuras 28.16c y 28.17b, las trayectorias de integración no encierran ninguna corriente. En la figura 28.19 hay corrientes positivas y negativas de igual magnitud a través del área encerrada por la trayectoria. En ambos casos, $I_{enc} = 0$, y la integral de línea es cero.

CAUTION **Integrales de línea de campos eléctricos y magnéticos** En el capítulo 23 vimos que la integral de línea del campo electrostático \vec{E} alrededor de cualquier trayectoria cerrada es igual a cero; éste es el enunciado de que la fuerza electrostática $\vec{F} = q\vec{E}$ sobre una carga puntual q es conservativo, por lo que esta fuerza realiza un trabajo de cero sobre una carga en movimiento alrededor de una trayectoria cerrada y que vuelve al punto de partida. Tal vez usted piense que el valor de la integral de línea $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l}$ se relaciona de manera similar con la pregunta de si la *fuerza magnética* es conservativa. Éste no es en absoluto el caso. Recuerde que la fuerza magnética $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$ sobre una partícula con carga en movimiento siempre es *perpendicular* a \vec{B} , por lo que $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l}$ *no* se relaciona con el trabajo realizado por la fuerza magnética; como se establece en la ley de Ampère, esta integral sólo se relaciona con la corriente total que cruza una superficie limitada por la trayectoria de integración. De hecho, la fuerza magnética sobre una partícula con carga en movimiento *no* es conservativa. Una fuerza conservativa sólo depende de la posición del cuerpo sobre el que se ejerce la fuerza, pero la fuerza magnética sobre una partícula con carga y en movimiento también depende de la *velocidad* de la partícula. ■

En la forma que se enunció, la ley de Ampère resulta ser válida sólo si las corrientes son estables y si no están presentes materiales magnéticos o campos eléctricos que varíen con el tiempo. En el capítulo 29 veremos cómo generalizar la ley de Ampère para campos variables con el tiempo.

Evalúe su comprensión de la sección 28.6 La siguiente figura muestra líneas de campo magnético a través del centro de un imán permanente. El imán no está conectado a una fuente de fem. Una de las líneas de campo está en color rojo. ¿Qué puede usted concluir acerca de las corrientes dentro de un imán permanente en el interior de la región encerrada por esta línea de campo? i) No hay corrientes en el interior del imán; ii) hay corrientes dirigidas hacia fuera del plano de la página; iii) hay corrientes dirigidas hacia el plano de la página; iv) no se da información suficiente para decidir.



28.7 Aplicaciones de la ley de Ampère

La ley de Ampère es útil cuando se puede aprovechar la simetría de una situación para evaluar la integral de línea de \vec{B} . A continuación se dan varios ejemplos. La Estrategia para resolver problemas 28.2 es directamente análoga a la Estrategia para resolver problemas 22.1 (sección 22.4) para aplicaciones de la ley de Gauss; se sugiere que repase esa estrategia ahora y compare los dos métodos.

Estrategia para resolver problemas 28.2 Ley de Ampère



IDENTIFICAR los conceptos relevantes: Al igual que la ley de Gauss para la electricidad, la ley de Ampère siempre se cumple, pero es más útil en situaciones en las que el modelo del campo magnético tiene un alto grado de simetría. En tales situaciones, se usa la ley de Ampère para encontrar una relación entre el campo magnético como función de la posición y la corriente que genera el campo.

PLANTEAR el problema de acuerdo con los siguientes pasos:

1. Seleccione la trayectoria de integración que se usará con la ley de Ampère. Si lo que quiere es determinar el campo magnético en cierto punto, entonces la trayectoria debe pasar por ese punto. La trayectoria de integración no necesita ser ninguna frontera física real. Por lo general, es una curva puramente geométrica; puede estar en el espacio vacío, incrustada en un cuerpo sólido o tener algo de ambas cosas. La trayectoria de integración debe tener suficiente *simetría* para hacer posible la evaluación de la integral. Si el problema tiene simetría cilíndrica, la trayectoria de integración por lo general será un círculo coaxial con el eje del cilindro.
2. Determine la(s) variable(s) buscada(s). Generalmente, una de ellas será la magnitud del campo \vec{B} como función de la posición.

EJECUTAR la solución como sigue:

1. Efectúe la integral $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l}$ a lo largo de la trayectoria de integración que haya elegido. Si \vec{B} es tangente a toda la trayectoria de integración o a una parte de ella y tiene la misma magnitud B en todos los puntos, entonces su integral de línea es igual al producto de B por la longitud de esa porción de la trayectoria. Si \vec{B} es per-

pendicular a alguna porción de la trayectoria, esa parte no hace ninguna contribución a la integral.

2. En la integral $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l}$, \vec{B} siempre es el campo magnético *total* en cada punto de la trayectoria. Este campo puede ser causado en parte por corrientes encerradas por la trayectoria y en parte por otras fuera de ella. Si *no* hay corrientes netas contenidas dentro de la trayectoria, el campo en los puntos sobre la trayectoria no necesariamente es igual a cero, pero la integral $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l}$ siempre es igual a cero.
3. Determine la corriente I_{enc} encerrada por la trayectoria de integración. El signo de esta corriente está dado por alguna regla de la mano derecha. Doble los dedos de su mano derecha de manera que sigan la trayectoria de integración en la dirección en que realizó la integración. Entonces, su pulgar apunta en la dirección de la corriente positiva. Si \vec{B} es tangente a la integración en todos los puntos a lo largo de la trayectoria e I_{enc} es positiva, entonces la dirección de \vec{B} es la misma que la dirección de la trayectoria de integración; si en vez de ello, I_{enc} es negativa, \vec{B} está en la dirección opuesta a la dirección de integración.
4. Utilice la ley de Ampère, $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$, para despejar la variable buscada.

EVALUAR la respuesta: Si el resultado es una expresión para la magnitud del campo como función de la posición, se puede comprobar examinando la forma en que se comporta la expresión en diferentes límites.

Ejemplo 28.7 Campo de un conductor largo, recto y portador de corriente

En la sección 28.6 se obtuvo la ley de Ampère empleando la ecuación (28.9) para el campo de un conductor largo, recto y que transportaba corriente. Revierta este proceso y utilice la ley de Ampère para encontrar la magnitud y dirección de \vec{B} en esta situación.

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR: Esta situación presenta simetría cilíndrica, por lo que se utiliza la ley de Ampère para encontrar el campo magnético en todos los puntos ubicados a una distancia r del conductor.

PLANTEAR: Se toma como trayectoria de integración un círculo con radio r centrado en el conductor y en un plano perpendicular a éste, como en la figura 28.16a (sección 28.6). En cada punto, \vec{B} es tangente a este círculo.

EJECUTAR: De acuerdo con la elección de la trayectoria de integración, la ley de Ampère [ecuación (28.20)] es

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \oint B_{\parallel} dl = B(2\pi r) = \mu_0 I$$

y de inmediato se deduce la ecuación (28.9), $B = \mu_0 I / 2\pi r$.

La ley de Ampère determina la dirección de \vec{B} y su magnitud. Como vamos alrededor de la trayectoria de integración en sentido antihorario, la dirección positiva para la corriente queda fuera del plano de la figura 28.16a; ésta es la misma que la dirección real de la corriente en la figura, por lo que I es positiva y la integral $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l}$ también es positiva. Los elementos $d\vec{l}$ van en sentido antihorario, al igual que \vec{B} , como se ilustra en la figura 28.16a.

EVALUAR: Nuestros resultados son congruentes con los de la sección 28.6, como debe ser.

Ejemplo 28.8 Campo en el interior de un conductor largo y cilíndrico

Un conductor cilíndrico con radio R transporta una corriente I (figura 28.20). La corriente está distribuida de manera uniforme sobre la superficie de la sección transversal del conductor. Encuentre el campo magnético, como función de la distancia r desde el eje del conductor, de puntos situados tanto dentro ($r < R$) como fuera ($r > R$) del conductor.

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR: Una vez más se tiene una distribución de corriente con simetría cilíndrica. Igual que para un conductor largo, recto y delgado que transporta corriente, las líneas de campo magnético deben ser círculos concéntricos con el eje del conductor.

PLANTEAR: Para encontrar el campo magnético *dentro* del conductor, se toma la trayectoria de integración como un círculo de radio $r < R$, como se ilustra en la figura 28.20. *Afuera* del conductor también se considera un círculo, pero con radio $r > R$. En cualquier caso, la trayectoria de integración aprovecha la simetría circular del patrón del campo magnético.

EJECUTAR: Dentro del conductor, \vec{B} tiene la misma magnitud en todo punto de la trayectoria circular de integración y es tangente a ésta. Así, la magnitud de la integral de línea es simplemente $B(2\pi r)$. Si se utiliza la regla de la mano derecha para determinar el signo de la corriente, entonces la corriente que pasa a través del área color café encerrada por la trayectoria es positiva; de ahí que \vec{B} apunte en la misma dirección que la trayectoria de integración, como se aprecia. Para calcular la corriente I_{enc} dentro de la trayectoria, note que la densidad de corriente (corriente por unidad de área) es $J = I/\pi R^2$, por lo que $I_{\text{enc}} = J(\pi r^2) = Ir^2/R^2$. Por último, la ley de Ampère da

$$B(2\pi r) = \mu_0 \frac{Ir^2}{R^2}$$

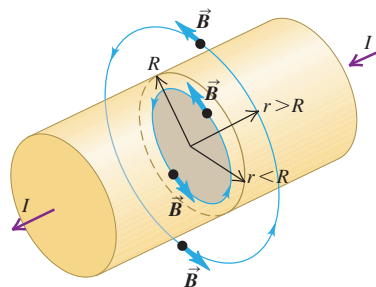
$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R^2} r \quad (\text{dentro del conductor, } r < R) \quad (28.21)$$

Para la trayectoria de integración circular afuera del conductor ($r > R$), se aplican los mismos argumentos de simetría y la magnitud de $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l}$ de nuevo resulta ser $B(2\pi r)$. La regla de la mano derecha da la dirección de \vec{B} como se ilustra en la figura 28.20. Para esta trayectoria, $I_{\text{enc}} = I$, la corriente total en el conductor. La aplicación de la ley de Ampère da la misma ecuación que en el ejemplo 28.7, con el mismo resultado para B :

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \quad (\text{fuera del conductor, } r > R) \quad (28.22)$$

En el exterior del conductor, el campo magnético es el mismo que el de un conductor largo, recto y que transporta una corriente I , independiente del radio R sobre el que se distribuye la corriente. De hecho, el

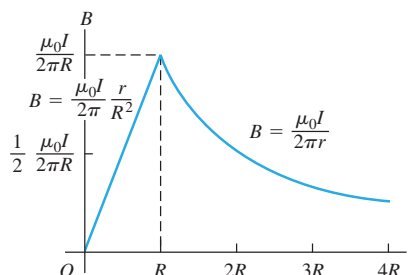
28.20 Para encontrar el campo magnético en el radio $r < R$, se aplica la ley de Ampère al círculo que encierra el área de color rojo. La corriente a través del área roja es $(r^2/R^2)I$. Para obtener el campo magnético en el radio $r > R$, se aplica la ley de Ampère al círculo que encierra todo el conductor.



campo magnético afuera de *cualquier* distribución de corriente con simetría cilíndrica es el mismo que si toda ella estuviera concentrada a lo largo del eje de la distribución. Esto es análogo a los resultados de los ejemplos 22.5 y 22.9 (sección 22.4), en los que se vio que el campo *eléctrico* afuera de un cuerpo *con carga* con simetría esférica era el mismo que si toda la carga se localizara en el centro.

EVALUAR: Observe que en la superficie del conductor ($r = R$), la ecuación (28.21) para $r < R$ y la ecuación (28.22) para $r > R$ concuerdan (como deben). La figura 28.21 muestra una gráfica de B como función de r , tanto en el interior como en el exterior del conductor.

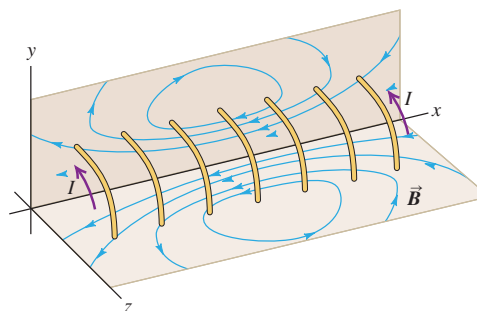
28.21 Magnitud del campo magnético dentro y fuera de un conductor cilíndrico, largo y recto con radio R , que transporta una corriente I .

**Ejemplo 28.9 Campo de un solenoide**

Un solenoide consiste en un enrollamiento helicoidal de alambre sobre un cilindro, por lo general con sección transversal circular. Puede tener cientos o miles de vueltas muy apretadas, cada una de las cuales puede considerarse como una espira circular. También es posible que haya varias capas de vueltas. Por sencillez, la figura 28.22 muestra un solenoide con unas cuantas vueltas, todas las cuales conducen la misma corriente I , y el campo total \vec{B} en cada punto es la suma vectorial de los campos generados por las vueltas individuales. La figura ilustra líneas de campo en los planos xy y xz . En el centro del solenoide aparecen dibujadas líneas de campo espaciadas de manera uniforme. Los cálculos exactos demuestran que para un solenoide largo y con devanado compacto, la mitad de las líneas de campo emergen de los extremos, y la otra mitad se “fuga” a través de los devanados entre el centro y el extremo.

Las líneas de campo cerca del centro del solenoide son aproximadamente paralelas, lo que indica un campo \vec{B} casi uniforme; afuera del

28.22 Líneas de campo magnético producidas por la corriente en un solenoide. Por claridad, sólo se ilustran unas cuantas espiras.



solenoides, las líneas de campo están dispersas, y el campo magnético es débil. Si el solenoide es muy largo en comparación con el diámetro de su sección transversal y las bobinas tienen un devanado compacto, el campo *interno* cerca del punto medio de la longitud del solenoide es casi uniforme en toda la sección transversal y paralelo al eje, y el campo *externo* cerca del punto medio es muy pequeño.

Aplique la ley de Ampère para encontrar el campo en el centro, o cerca del centro, de un solenoide largo de este tipo. El solenoide tiene n espiras de alambre por unidad de longitud y conduce una corriente I .

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR: Ésta es una situación con un alto grado de simetría, con un campo \vec{B} uniforme en el interior del solenoide y un campo igual a cero en el exterior. De esta forma, es posible emplear la ley de Ampère para obtener el campo dentro considerando una trayectoria de integración apropiada.

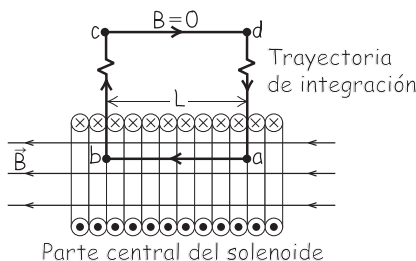
PLANTEAR: La figura 28.23 presenta la situación y nuestra trayectoria de integración, el rectángulo $abcd$. El lado ab , con longitud L , es paralelo al eje del solenoide. Los lados bc y da se consideran muy largos, de manera que el lado cd está lejos del solenoide; entonces, el campo en el lado cd es tan pequeño que resulta despreciable.

EJECUTAR: Por simetría, el campo \vec{B} a lo largo del lado ab es paralelo a éste y es constante. Al efectuar la integración de la ley de Ampère, vamos a lo largo del lado ab en la misma dirección que \vec{B} . Así, para este lado, $B_{\parallel} = +B$, y

$$\int_a^b \vec{B} \cdot d\vec{l} = BL$$

A lo largo de los lados bc y da , $B_{\parallel} = 0$ porque \vec{B} es perpendicular a ellos; a lo largo del lado cd , $B_{\parallel} = 0$ porque $\vec{B} = 0$. Por lo tanto, la integral $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l}$ alrededor de toda la trayectoria cerrada se reduce a BL .

28.23 Nuestro dibujo para este problema.



El número de espiras en el tramo L es nL . Cada una de estas espiras pasa una vez a través del rectángulo $abcd$ y conduce una corriente I , donde I es la corriente en los devanados. La corriente total encerrada por el rectángulo es, entonces, $I_{\text{enc}} = nLI$. De acuerdo con la ley de Ampère, como la integral $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l}$ es positiva, I_{enc} también debe ser positiva; de ahí que la corriente que pasa a través de la superficie limitada por la trayectoria de integración debe tener la dirección que se muestra en la figura 28.23. Entonces, la ley de Ampère da la magnitud B :

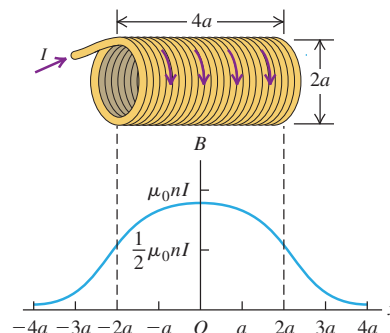
$$\begin{aligned} BL &= \mu_0 nLI & (\text{solenoides}) \\ B &= \mu_0 nI \end{aligned} \quad (28.23)$$

El lado ab no necesariamente queda sobre el eje del solenoide, por lo que este cálculo también demuestra que el campo es uniforme en toda la sección transversal en el centro de la longitud del solenoide.

EVALUAR: Observe que la dirección de \vec{B} dentro del solenoide coincide con la del momento magnético vectorial $\vec{\mu}$ del solenoide. Éste es el mismo resultado que encontramos en la sección 28.5 para una sola espira portadora de corriente.

Para puntos a lo largo del eje, el campo es más fuerte en el centro del solenoide y cae cerca de los extremos. Para un solenoide muy largo en comparación con su diámetro, el campo en cada extremo tiene exactamente la mitad de la intensidad que en el centro. Para un solenoide corto y grueso, la relación es más complicada. La figura 28.24 muestra la gráfica de B como función de x para puntos sobre el eje de un solenoide corto.

28.24 Magnitud del campo magnético en puntos a lo largo del eje de un solenoide con longitud $4a$, equivalente a cuatro veces su radio a . La magnitud del campo en cada extremo es alrededor de la mitad de su valor en el centro. (Compare con la figura 28.14 para el campo de N espiras circulares.)



Ejemplo 28.10 Campo de un solenoide toroidal

La figura 28.25a muestra un **solenoides toroidal** en forma de rosquilla, también llamado *toroide*, devanado con N espiras de alambre que conduce una corriente I . En una versión práctica las espiras estarían más apretadas de lo que aparecen en la figura. Encuentre el campo magnético en todos los puntos.

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR: El flujo de corriente alrededor de la circunferencia del toroide produce una componente del campo magnético que es perpendicular al plano de la figura, como sucedió con la espira de corriente que se analizó en la sección 28.5. Pero si las bobinas están muy apretadas, podemos considerarlas espiras circulares que conducen corriente entre el radio interior y el exterior del solenoide toroidal; por lo tanto, el flujo de corriente alrededor de la circunferencia del toroide es despreciable, al igual que la componente perpendicular de \vec{B} . En esta aproximación idealizada, la simetría circular de la situación nos dice

que las líneas de campo magnético deben ser círculos concéntricos con el eje del toroide.

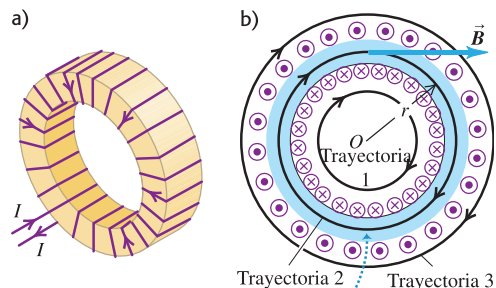
PLANTEAR: Para sacar ventaja de esta simetría al calcular el campo, se eligen trayectorias de integración circulares para usarlas con la ley de Ampère. En la figura 28.25b se ilustran tres de tales trayectorias.

EJECUTAR: Primero considere la trayectoria de integración 1 en la figura 28.25b. Si el solenoide toroidal produce algún campo en esta región, debe ser *tangente* a la trayectoria en todos los puntos, y $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l}$ será igual al producto de B por la circunferencia $l = 2\pi r$ de la trayectoria. Pero la corriente total encerrada por la trayectoria es igual a cero, por lo que según la ley de Ampère, el campo \vec{B} debe ser cero en cualquier punto de esta trayectoria.

En forma similar, si el solenoide toroidal produce algún campo a lo largo de la trayectoria 3, también debe ser tangente a ella en todos los puntos. Cada espira del devanado pasa *dos veces* a través del área limitada

continúa

28.25 a) Solenoide toroidal. Por claridad, sólo se muestran algunas espiras. b) Trayectorias de integración (círculos negros) usadas para calcular el campo \vec{B} establecido por la corriente (se representa con puntos y cruces).



El campo magnético está confinado casi por completo en el espacio encerrado por los devanados (en azul).

por esta trayectoria, llevando corrientes iguales en sentidos opuestos. Por lo tanto, la corriente *neta* I_{enc} encerrada dentro de esta área es igual a cero, por lo que $\vec{B} = 0$ en todos los puntos de la trayectoria. Conclusión: El campo de un solenoide toroidal idealizado está confinado por completo al espacio encerrado por los devanados. Podemos pensar en un solenoide toroidal idealizado de este tipo como en un solenoide con devanado compacto que ha sido doblado para formar un círculo.

Por último, consideremos la trayectoria 2, un círculo con radio r . De nuevo, por simetría, se espera que el campo \vec{B} sea tangente a la trayectoria y que $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l}$ sea igual a $2\pi rB$. Cada espira del devanado pasa una vez a través del área limitada por la trayectoria 2. La corriente total encerrada por la trayectoria es $I_{\text{enc}} = NI$, donde N es el número to-

tal de espiras en el devanado; en la figura 28.25b, I_{enc} es positiva para la dirección de integración en el sentido horario. Por consiguiente, según la ley de Ampère,

$$2\pi rB = \mu_0 NI$$

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r} \quad (\text{solenoides toroidales}) \quad (28.24)$$

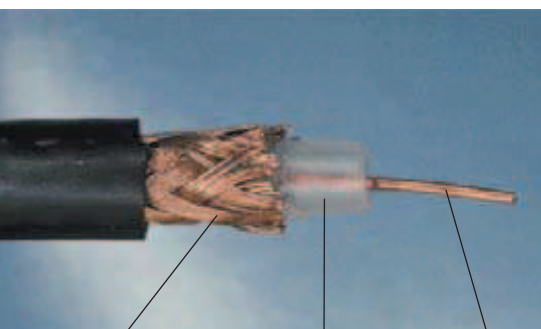
EVALUAR: El campo magnético *no* es uniforme sobre una sección transversal del núcleo porque en el lado externo de la sección el radio r es más grande que en el lado interno. Sin embargo, si el espesor radial del núcleo es pequeño en comparación con r , el campo varía sólo un poco en la sección transversal. En ese caso, si se considera que $2\pi r$ es la longitud de la circunferencia del toroide y que $N/2\pi r$ es el número de vueltas por unidad de longitud n , el campo se puede representar como

$$B = \mu_0 nI$$

igual que en el centro de un solenoide largo y recto.

En un solenoide toroidal real, las vueltas no son precisamente espiras circulares, sino segmentos de una hélice doblada. Como resultado, el campo en el exterior no vale estrictamente cero. Para estimar su magnitud, imaginemos que la figura 28.25a equivale aproximadamente, con respecto a puntos situados afuera del toro, a una espira circular con una sola vuelta y radio r . De esta forma, se puede emplear la ecuación (28.17) para demostrar que el campo en el *centro* del toro es más pequeño que el campo en el interior aproximadamente en un factor de N/π .

Las ecuaciones que hemos obtenido para el campo en un solenoide recto o toroidal con devanado compacto sólo son correctas en el sentido estricto si los devanados están en un *vacío*. Sin embargo, para la mayoría de los propósitos prácticos, se pueden aplicar a devanados en aire o sobre un núcleo de algún material no magnético y no superconductor. En la siguiente sección se verá cómo se modifican si el núcleo es un material magnético.



Cilindro conductor hueco Aislante Cable central

Evalúe su comprensión de la sección 28.7 Considere un alambre conductor que corre a lo largo del eje central de un cilindro conductor hueco. Ese arreglo, llamado *cable coaxial*, tiene muchas aplicaciones en las telecomunicaciones. (Un ejemplo es el cable que conecta un televisor con el proveedor local de señal de cable.) En ese cable, una corriente I corre en un sentido a lo largo del cilindro conductor hueco y se distribuye uniformemente en toda el área de la sección transversal del cilindro. Una corriente igual corre en sentido opuesto a lo largo del cable central. ¿Cómo depende la magnitud B del campo magnético afuera del cable, de la distancia r desde el eje central del cable? i) B es proporcional a $1/r$; ii) B es proporcional a $1/r^2$; iii) B es igual a cero en todos los puntos fuera del cable.

*28.8 Materiales magnéticos

En el análisis de cómo es que las corrientes generan campos magnéticos, se ha supuesto que los conductores están rodeados por vacío. Pero las bobinas de transformadores, motores, generadores y electroimanes casi siempre tienen núcleos de hierro para incrementar el campo magnético y confinarlo a las regiones deseadas. Los imanes permanentes, las cintas magnéticas de grabación y los discos de computadora dependen directamente de las propiedades magnéticas de los materiales; cuando se guarda información en un disco de computadora, en realidad se establece una configuración de imanes permanentes microscópicos en el disco. Así que conviene examinar algunos aspectos de las propiedades magnéticas de los materiales. Después de describir los orígenes atómicos de las propiedades magnéticas, estudiaremos las tres grandes clases de comportamiento magnético que ocurren en los materiales: *paramagnetismo*, *diamagnetismo* y *ferromagnetismo*.

El magnetón de Bohr

Como se vio en la sección 27.7, los átomos que constituyen toda la materia contienen electrones en movimiento, los cuales forman espiras microscópicas de corriente que producen campos magnéticos por sí mismos. En muchos materiales, estas corrientes se encuentran

orientadas al azar y no producen un campo magnético neto. Pero en algunos materiales, un campo externo (producido por corrientes afuera del material) ocasionan que estas espiras se orienten en forma preferencial con el campo, por lo que sus campos magnéticos se *suman* al campo exterior. Entonces decimos que el material se ha *magnetizado*.

Veamos cómo surgen estas corrientes microscópicas. La figura 28.26 muestra un modelo primitivo de electrón en un átomo. Se representa el electrón (masa, m ; carga, $-e$) como si se desplazara en una órbita circular con radio r y velocidad v . Esta carga en movimiento es equivalente a una espira de corriente. En la sección 27.7 se vio que una espira de corriente con área A y corriente I tiene un momento dipolar magnético μ dado por $\mu = IA$; para el electrón en órbita, el área de la espira es $A = \pi r^2$. Para encontrar la corriente asociada con el electrón, advertimos que el periodo orbital T (el tiempo que tarda el electrón en completar una órbita) es la circunferencia de la órbita dividida entre la rapidez del electrón: $T = 2\pi r/v$. La corriente equivalente I es la carga total que pasa por cualquier punto de la órbita por unidad de tiempo, la cual es simplemente el cociente que resulta de dividir la magnitud e de la carga del electrón entre el periodo orbital T :

$$I = \frac{e}{T} = \frac{ev}{2\pi r}$$

Entonces, el momento magnético $\mu = IA$ es

$$\mu = \frac{ev}{2\pi r} (\pi r^2) = \frac{evr}{2} \quad (28.25)$$

Es útil expresar μ en términos de la *cantidad de movimiento angular* L del electrón. Para una partícula que se desplaza en una trayectoria circular, la magnitud de la cantidad de movimiento angular es igual a la magnitud de la cantidad de movimiento mv multiplicada por el radio r , es decir, $L = mvr$ (véase la sección 10.5). Al comparar esto con la ecuación (28.25), podemos escribir

$$\mu = \frac{e}{2m} L \quad (28.26)$$

La ecuación (28.26) es útil en nuestro análisis porque la cantidad de movimiento angular atómico está *cuantizado*; su componente en una dirección particular siempre es un múltiplo entero de $h/2\pi$, donde h es una constante física fundamental llamada *constante de Planck*. (En el capítulo 41 estudiaremos con más detalle la cuantización de la cantidad de movimiento angular.) El valor numérico de h es

$$h = 6.626 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$$

Así, la cantidad $h/2\pi$ representa una unidad fundamental de la cantidad de movimiento angular en los sistemas atómicos, del mismo modo que e es una unidad fundamental de carga. Asociada con la cuantización de \vec{L} hay una incertidumbre fundamental en la *dirección* de \vec{L} y, por lo tanto, de $\vec{\mu}$. En el siguiente análisis, cuando hablemos de la magnitud de un momento magnético, un enunciado más preciso sería “componente máxima en una dirección dada”. De esta forma, decir que un momento magnético $\vec{\mu}$ está alineado con un campo magnético \vec{B} en realidad significa que $\vec{\mu}$ tiene su componente máxima posible en la dirección de \vec{B} ; tales componentes siempre están cuantizadas.

La ecuación (28.26) muestra que, asociada con la unidad fundamental de cantidad de movimiento angular, hay otra unidad fundamental de momento magnético. Si $L = h/2\pi$, entonces

$$\mu = \frac{e}{2m} \left(\frac{h}{2\pi} \right) = \frac{eh}{4\pi m} \quad (28.27)$$

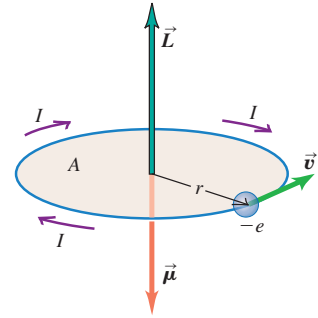
Esta cantidad se llama **magnetón de Bohr**, y se denota con μ_B . Su valor numérico es

$$\mu_B = 9.274 \times 10^{-24} \text{ A} \cdot \text{m}^2 = 9.274 \times 10^{-24} \text{ J/T}$$

Le recomendamos verificar que estos dos conjuntos de unidades sean congruentes. El segundo conjunto es útil cuando se calcula la energía potencial $U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$ para un momento magnético en un campo magnético.

Los electrones también tienen una cantidad de movimiento angular intrínseco, llamado *espín*, que no se relaciona con el movimiento orbital, sino que se puede visuali-

28.26 Un electrón que se desplaza con rapidez v en una órbita circular de radio r tiene una cantidad de movimiento angular \vec{L} y un momento dipolar magnético orbital dirigido en sentido opuesto $\vec{\mu}$. También tiene cantidad de movimiento angular de espín y un momento dipolar magnético de espín en sentido opuesto.



zar en un modelo clásico como si girara sobre un eje. Esta cantidad de movimiento angular también tiene asociado un momento magnético, y su magnitud resulta ser casi exactamente un magnetón de Bohr. (Ciertos efectos que tienen que ver con la cuantización del campo electromagnético ocasionan que el espín del momento magnético sea alrededor de $1.001 \mu_B$.)

Paramagnetismo

En un átomo, la mayoría de los distintos momentos magnéticos orbitales y de espín de los electrones suman cero. Sin embargo, en ciertos casos el átomo tiene un momento magnético neto que es del orden de μ_B . Cuando un material así se coloca en un campo magnético, éste ejerce un par de torsión sobre cada momento magnético, según lo da la ecuación (27.26): $\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$. Estos pares de torsión tienden a alinear los momentos magnéticos con el campo, la posición de mínima energía potencial, como se vio en la sección 27.7. En esta posición, las direcciones de las espiras de corriente son de tal naturaleza que se *suman* al campo magnético aplicado externamente.

En la sección 28.5 vimos que el campo \vec{B} producido por una espira de corriente es proporcional al momento dipolar magnético de la espira. Del mismo modo, el campo adicional \vec{B} producido por espiras de corriente electrónicas microscópicas es proporcional al momento magnético total $\vec{\mu}_{\text{total}}$ por unidad de volumen V en el material. Esta cantidad vectorial recibe el nombre de **magnetización** del material, y se denota por \vec{M} :

$$\vec{M} = \frac{\vec{\mu}_{\text{total}}}{V} \quad (28.28)$$

El campo magnético adicional debido a la magnetización del material resulta ser igual simplemente a $\mu_0 \vec{M}$, donde μ_0 es la misma constante que aparece en la ley de Biot y Savart y la ley de Ampère. Cuando un material así rodea por completo un conductor portador de corriente, el campo magnético total \vec{B} en el material es

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \mu_0 \vec{M} \quad (28.29)$$

donde \vec{B}_0 es el campo generado por la corriente en el conductor.

Para comprobar que las unidades de la ecuación (28.29) son congruentes, advierta que la magnetización \vec{M} es momento magnético por unidad de volumen. Las unidades de momento magnético son corriente por área ($A \cdot m^2$), por lo que las unidades de magnetización son $(A \cdot m^2)/m^3 = A/m$. De la sección 28.1, las unidades de la constante μ_0 son $T \cdot m/A$. Así que las unidades de $\mu_0 \vec{M}$ son las mismas que las de \vec{B} : $(T \cdot m/A)(A/m) = T$.

Se dice que un material que tenga el comportamiento que se acaba de describir es **paramagnético**. El resultado es que el campo magnético en cualquier punto de un material así es mayor en un factor adimensional K_m , llamado **permeabilidad relativa** del material, de lo que sería si ese material se remplazara por un vacío. El valor de K_m es diferente para distintos materiales; para sólidos y líquidos paramagnéticos comunes a temperatura ambiente, es común que K_m varíe entre 1.00001 y 1.003.

Todas las ecuaciones de este capítulo que relacionan los campos magnéticos con sus fuentes se adaptan a la situación en la que el conductor que transporta corriente está incrustado en un material paramagnético. Todo lo que se necesita hacer es sustituir μ_0 por $K_m \mu_0$. Este producto por lo general se denota como μ y se llama **permeabilidad** del material:

$$\mu = K_m \mu_0 \quad (28.30)$$

CAUIDADO Dos significados del símbolo μ La ecuación (28.30) implica cierta notación realmente peligrosa porque también hemos usado μ para denotar el momento dipolar magnético. Es costumbre usar μ para ambas cantidades, pero cuidado: de aquí en adelante, cada vez que vea μ cerciórese de saber si representa permeabilidad o momento magnético. Por lo general, eso se descubre de acuerdo con el contexto. ■

La cantidad en que la permeabilidad difiere de la unidad se llama **susceptibilidad magnética**, y se denota con χ_m :

$$\chi_m = K_m - 1 \quad (28.31)$$

Tanto K_m como χ_m son cantidades adimensionales. En la tabla 28.1 se dan valores de susceptibilidad magnética para varios materiales. Por ejemplo, para el aluminio, $\chi_m = 2.2 \times 10^{-5}$ y $K_m = 1.000022$. Los materiales en el primer grupo de la tabla son paramagnéticos; dentro de poco estudiaremos el segundo grupo de materiales, a los que llamamos *diamagnéticos*.

La tendencia que tienen los momentos magnéticos atómicos a alinearse de forma paralela al campo magnético (donde la energía potencial es mínima) se opone al movimiento térmico aleatorio, el cual tiende a distribuir sus orientaciones al azar. Por esta razón, la susceptibilidad paramagnética siempre disminuye con el aumento de temperatura. En muchos casos es inversamente proporcional a la temperatura absoluta T , y la magnetización M puede expresarse como

$$M = C \frac{B}{T} \quad (28.32)$$

Esta relación se llama *ley de Curie*, en honor de su descubridor, Pierre Curie (1859-1906). La cantidad C es una constante, diferente para los distintos materiales, llamada *constante de Curie*.

Como se describió en la sección 27.7, un cuerpo con momentos dipolares magnéticos es atraído hacia los polos de un imán. En la mayoría de las sustancias paramagnéticas, esta atracción es muy débil debido a la redistribución térmica aleatoria de los momentos magnéticos atómicos. Por esa razón, un imán no atrae objetos de aluminio (una sustancia paramagnética). Sin embargo, a temperaturas muy bajas, los efectos térmicos se reducen, la magnetización aumenta de acuerdo con la ley de Curie y las fuerzas de atracción son mayores.

Tabla 28.1 Susceptibilidades magnéticas de materiales paramagnéticos y diamagnéticos a $T = 20^\circ\text{C}$

Material	$\chi_m = K_m - 1 \quad (\times 10^{-5})$
Paramagnéticos	
Alumbre de hierro y amonio	66
Uranio	40
Platino	26
Aluminio	2.2
Sodio	0.72
Oxígeno gaseoso	0.19
Diamagnéticos	
Bismuto	-16.6
Mercurio	-2.9
Plata	-2.6
Carbono (diamante)	-2.1
Plomo	-1.8
Cloruro de sodio	-1.4
Cobre	-1.0

Ejemplo 28.11 Dipolos magnéticos en un material paramagnético

El óxido nítrico (NO) es un compuesto paramagnético. Sus moléculas tienen un momento magnético con componente máxima en cualquier dirección de alrededor de un magnetón de Bohr cada una. En un campo magnético con magnitud $B = 1.5 \text{ T}$, compare la energía de interacción de los momentos magnéticos con el campo, con la energía cinética de traslación media de las moléculas a una temperatura de 300 K.

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR: Esta sección implica tanto la energía de un momento magnético en un campo magnético (capítulo 27) como la energía cinética de traslación media debida a la temperatura (capítulo 18).

PLANTEAR: En la sección 27.7 se obtuvo la ecuación $U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$ para la energía de interacción de un momento magnético $\vec{\mu}$ con un campo \vec{B} . De la sección 18.3, la energía cinética de traslación media de una molécula a temperatura T es $K = \frac{3}{2}kT$, donde k es la constante de Boltzmann.

EJECUTAR: La energía de interacción se escribe como $U = -(\mu \cos \phi)B$, donde $\mu \cos \phi$ es la componente del momento magnético $\vec{\mu}$ en la dirección del campo \vec{B} . En nuestro caso, el valor máximo de la componente $\mu \cos \phi$ es de aproximadamente μ_B , por lo que

$$\begin{aligned} |U|_{\text{máx}} &\approx \mu_B B = (9.27 \times 10^{-24} \text{ J/T})(1.5 \text{ T}) \\ &= 1.4 \times 10^{-23} \text{ J} = 8.7 \times 10^{-5} \text{ eV} \end{aligned}$$

La energía cinética de traslación media K es

$$\begin{aligned} K &= \frac{3}{2}kT = \frac{3}{2}(1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K})(300 \text{ K}) \\ &= 6.2 \times 10^{-21} \text{ J} = 0.039 \text{ eV} \end{aligned}$$

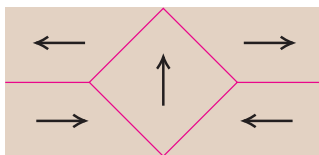
EVALUAR: A una temperatura de 300 K, la energía de interacción magnética es mucho *menor* que la energía cinética aleatoria, por lo que sólo se espera un pequeño grado de alineamiento. Por eso, las susceptibilidades paramagnéticas a temperatura ordinaria son, por lo general, muy pequeñas.

Diamagnetismo

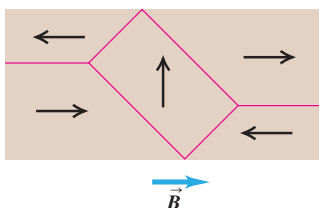
En ciertos materiales, el momento magnético total de todas las espiras atómicas de corriente es igual a cero cuando no hay un campo magnético. Pero incluso estos materiales tienen efectos magnéticos porque un campo externo altera los movimientos de los electrones dentro de los átomos, lo que genera espiras de corriente adicionales y dipolos magnéticos inducidos comparables a los dipolos *eléctricos* inducidos que se estudiaron en la sección 28.5. En este caso, la dirección del campo adicional causado por estas espiras de corriente siempre es *opuesta* a la dirección del campo externo. (Este comportamiento se explica mediante la ley de Faraday de la inducción, que se estudiará en el capítulo 29. Una corriente inducida siempre tiende a cancelar el cambio de campo que la provocó.)

28.27 En este diagrama, adaptado de una fotografía con aumento, las flechas señalan las direcciones de magnetización en los dominios de un solo cristal de níquel. Los dominios que están magnetizados en la dirección de un campo magnético aplicado crecen.

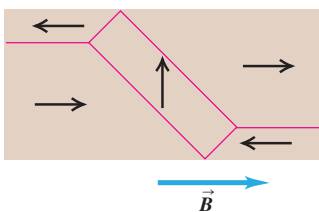
a) No hay campo



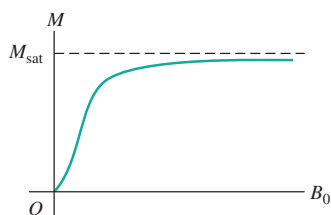
b) Campo débil



c) Campo fuerte



28.28 Curva de magnetización para un material ferromagnético. La magnetización M se aproxima a su valor de saturación M_{sat} conforme el campo magnético B_0 (generado por corrientes externas) aumenta.



Se dice que tales materiales son **diamagnéticos**. Siempre tienen susceptibilidad negativa, como se aprecia en la tabla 28.1, y permeabilidad relativa K_m ligeramente *menor* que la unidad, comúnmente del orden de 0.99990 a 0.99999 para sólidos y líquidos. Las susceptibilidades diamagnéticas están muy cerca de ser independientes de la temperatura.

Ferromagnetismo

Existe una tercera clase de materiales, llamados **ferromagnéticos**, que incluyen al hierro, níquel, cobalto y muchas aleaciones que contienen estos elementos. En esos materiales, las interacciones fuertes entre los momentos magnéticos atómicos los incitan a alinearse paralelamente entre sí en regiones llamadas **dominios magnéticos**, aun cuando no esté presente un campo externo. La figura 28.27 muestra un ejemplo de estructura de dominio magnético. Dentro de cada dominio, casi todos los momentos magnéticos atómicos son paralelos.

Cuando no hay un campo externo aplicado, las magnetizaciones de los dominios están orientadas al azar. Pero cuando está presente un campo \vec{B}_0 (generado por corrientes externas), los dominios tienden a orientarse paralelamente al campo. Las fronteras del dominio también se desplazan; los dominios magnetizados en dirección del campo crecen, y aquellos que lo están en otras direcciones se reducen. Como el momento magnético total de un dominio puede ser de muchos miles de magnetones de Bohr, los pares de torsión que tienden a alinear los dominios con un campo externo son mucho más intensos que aquellos que se presentan en los materiales paramagnéticos. La permeabilidad relativa K_m es *mucho* mayor que la unidad, comúnmente del orden de 1,000 a 100,000. Como resultado, un objeto hecho de un material ferromagnético como el hierro es magnetizado fuertemente por el campo de un imán permanente y es atraído por éste (véase la figura 27.38). Un material paramagnético como el aluminio también es atraído por un imán permanente, pero las K_m de los materiales paramagnéticos son tan pequeñas en comparación con las K_m de los materiales ferromagnéticos, que la atracción es muy débil. Por eso, un imán puede levantar clavos de hierro, pero no latas de aluminio.

A medida que se incrementa el campo externo, se alcanza en algún momento un punto en que casi *todos* los momentos magnéticos en el material ferromagnético están alineados en forma paralela con el campo externo. Esta condición se llama **magnetización de saturación**; una vez que ésta se alcanza, un mayor incremento del campo externo ya no ocasiona un aumento en la magnetización ni en el campo adicional causado por la magnetización.

La figura 28.28 muestra una “curva de magnetización”, una gráfica de la magnetización M como función del campo magnético externo B_0 , para el hierro dulce. Una descripción alternativa de este comportamiento es que K_m no es constante, sino que disminuye conforme aumenta B_0 . (Los materiales paramagnéticos también presentan saturación en campos suficientemente intensos. Pero los campos magnéticos que se requieren son tan grandes que la desviación con respecto a una relación lineal entre M y B_0 en estos materiales sólo se observa a temperaturas muy bajas, de 1 K o cercanas.)

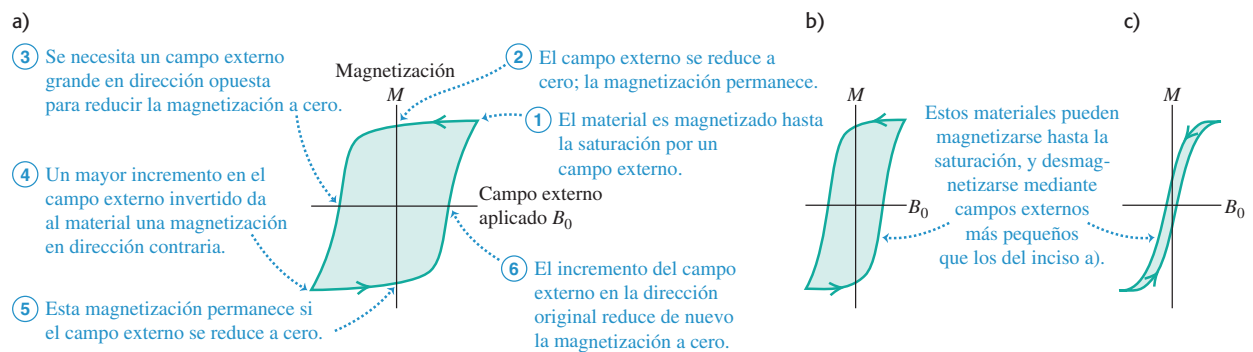
Para muchos materiales ferromagnéticos, la relación entre magnetización y el campo magnético externo es diferente cuando el campo externo aumenta que cuando disminuye. La figura 28.29a muestra esta relación para un material de este tipo. Cuando el material se magnetiza hasta la saturación y luego el campo externo se reduce a cero, permanece cierta magnetización. Este comportamiento es característico de los imanes permanentes, que retienen la mayor parte de su magnetización de saturación cuando se retira el campo magnético. Para reducir la magnetización a cero se requiere un campo magnético en la dirección inversa.

Este comportamiento se llama **histéresis**, y las curvas de la figura 28.29 se denominan **curvas o ciclos de histéresis**. La magnetización y desmagnetización de un material que tiene histéresis implica la disipación de energía, por lo que la temperatura del material aumenta durante este proceso.

Los materiales ferromagnéticos se utilizan ampliamente en electroimanes, núcleos de transformadores y motores y generadores, en los que es deseable tener un campo magnético tan grande como sea posible para una corriente determinada. Puesto que la histéresis disipa energía, los materiales que se utilizan en estas aplicaciones por lo general deben tener un ciclo de histéresis tan estrecho como sea posible. El hierro dulce

se utiliza con frecuencia, ya que tiene alta permeabilidad sin histéresis apreciable. Para imanes permanentes, generalmente resulta deseable un ciclo de histéresis amplio, con un campo de magnetización cero extenso, y un campo inverso extenso que se necesita para desmagnetizar. Es común el uso de muchas clases de acero y de numerosas aleaciones, como el Alnico, en la fabricación de imanes permanentes. El campo magnético residual en un material de este tipo, después de haberse magnetizado hasta cerca de la saturación, por lo común es del orden de 1 T, lo que corresponde a una magnetización residual $M = B/\mu_0$ de alrededor de 800,000 A/m.

28.29 Ciclos de histéresis. Los materiales en los incisos a) y b) permanecen muy magnetizados cuando B_0 se reduce a cero. Como el material de a) también es difícil de desmagnetizar, sería adecuado para imanes permanentes. Puesto que el material de b) se magnetiza y desmagnetiza con más facilidad, podría usarse como material para memorias de computadoras. El material de c) sería útil para los transformadores y otros dispositivos de corriente alterna en los que sería óptima una histéresis de cero.



Ejemplo 28.12 Un material ferromagnético

Un imán permanente está hecho de un material ferromagnético con magnetización M de alrededor de 8×10^5 A/m. El imán tiene forma de cubo de 2 cm de lado. a) Encuentre el momento dipolar magnético del imán. b) Estime el campo magnético debido al imán en un punto situado a 10 cm del imán a lo largo de su eje.

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR: Este problema se basa en la relación entre la magnetización y el momento dipolar magnético, así como en la idea de que un dipolo magnético produce un campo magnético.

PLANTEAR: Encontramos el momento dipolar magnético a partir de la magnetización, que es igual al momento magnético por unidad de volumen. Para estimar el campo magnético, aproximamos el imán como una espira de corriente con el mismo momento magnético y usamos los resultados de la sección 28.5.

EJECUTAR: a) El momento magnético total es la magnetización multiplicada por el volumen:

$$\mu_{\text{total}} = MV = (8 \times 10^5 \text{ A/m})(2 \times 10^{-2} \text{ m})^3 = 6 \text{ A} \cdot \text{m}^2$$

b) En la sección 28.5 se vio que el campo magnético sobre el eje de una espira de corriente con momento magnético μ_{total} está dado por la ecuación (28.18),

$$B = \frac{\mu_0 \mu_{\text{total}}}{2\pi(x^2 + a^2)^{3/2}}$$

donde x es la distancia desde la espira y a es su radio. Aquí se utiliza la misma expresión, excepto que a se refiere al tamaño del imán permanente. En sentido estricto, hay complicaciones porque nuestro imán no tiene la misma geometría que una espira de corriente circular. Pero como $x = 10$ cm es muy grande en comparación con el tamaño de 2 cm del imán, el término a^2 es insignificante en comparación con x^2 , por lo que podemos ignorarlo. Entonces,

$$B \approx \frac{\mu_0 \mu_{\text{total}}}{2\pi x^3} = \frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(6 \text{ A} \cdot \text{m}^2)}{2\pi(0.1 \text{ m})^3} = 1 \times 10^{-3} \text{ T} = 10 \text{ G}$$

Este campo es alrededor de 10 veces más intenso que el campo magnético de la Tierra. Un imán así desvía fácilmente la aguja de una brújula.

EVALUAR: Note que para calcular B usamos μ_0 , no la permeabilidad μ del material magnético. La razón es que estamos calculando B en un punto ubicado *afuera* del material magnético. Habría que sustituir la permeabilidad μ por μ_0 sólo si se tuviera que calcular B *dentro* de un material con permeabilidad relativa K_m , para el que $\mu = K_m \mu_0$.

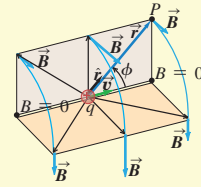
Evalúe su comprensión de la sección 28.8 ¿Cuáles de los siguientes materiales son atraídos por un imán? i) sodio; ii) bismuto; iii) plomo; iv) uranio.

CAPÍTULO 28 RESUMEN

Campo magnético de una carga en movimiento:

El campo magnético \vec{B} creado por una carga q en movimiento con velocidad \vec{v} depende de la distancia r entre el punto de fuente (ubicación de q) y el punto de campo (donde se mide \vec{B}). El campo \vec{B} es perpendicular a \vec{v} y a \hat{r} , el vector unitario dirigido del punto de fuente al punto de campo. El principio de superposición de campos magnéticos dice que el campo total \vec{B} producido por varias cargas en movimiento es la suma vectorial de los campos producidos por las cargas individuales. (Véase el ejemplo 28.1.)

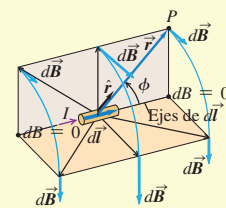
$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q\vec{v} \times \hat{r}}{r^2} \quad (28.2)$$



Campo magnético de un conductor que transporta corriente:

La ley de Biot y Savart da el campo magnético $d\vec{B}$ creado por un elemento $d\vec{l}$ de un conductor que transporta una corriente I . El campo $d\vec{B}$ es perpendicular tanto a $d\vec{l}$ como a \hat{r} , el vector unitario dirigido desde el elemento hasta el punto de campo. El campo \vec{B} creado por un conductor finito que transporta corriente es la integral de $d\vec{B}$ sobre la longitud del conductor. (Véase el ejemplo 28.2.)

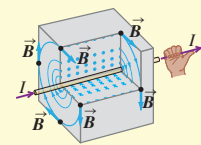
$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2} \quad (28.6)$$



Campo magnético de un conductor largo, recto y portador de corriente:

El campo magnético \vec{B} a una distancia r de un conductor largo, recto y que transporta una corriente I tiene una magnitud inversamente proporcional a r . Las líneas de campo magnético son círculos coaxiales con el cable, con direcciones dadas por la regla de la mano derecha. (Véanse los ejemplos 28.3 y 28.4.)

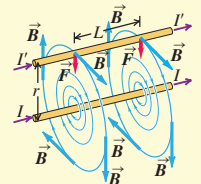
$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \quad (28.9)$$



Fuerza magnética entre conductores que transportan corriente:

Dos conductores largos, paralelos y que transportan corriente se atraen si las corrientes van en el mismo sentido, y se repelen si las corrientes tienen sentidos opuestos. La fuerza magnética por unidad de longitud entre los conductores depende de sus corrientes I e I' y su separación r . La definición de ampere se basa en esta relación. (Véase el ejemplo 28.5.)

$$\frac{F}{L} = \frac{\mu_0 II'}{2\pi r} \quad (28.11)$$



Campo magnético de una espira de corriente:

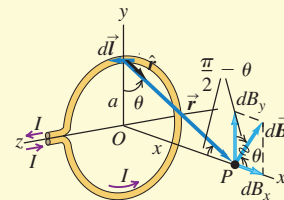
La ley de Biot y Savart permite calcular el campo magnético producido a lo largo del eje de una espira circular conductora, de radio a , que transporta una corriente I . El campo depende de la distancia x a lo largo del eje desde el centro de la espira al punto de campo. Si hay N espiras, el campo se multiplica por N . En el centro de la espira, $x = 0$. (Véase el ejemplo 28.6.)

$$B_x = \frac{\mu_0 I a^2}{2(x^2 + a^2)^{3/2}} \quad (28.15)$$

(espira circular)

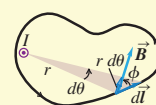
$$B_x = \frac{\mu_0 N I}{2a} \quad (28.17)$$

(centro de N espiras circulares)



Ley de Ampère: La ley de Ampère establece que la integral de línea de \vec{B} alrededor de cualquier trayectoria cerrada es igual a μ_0 multiplicado por la corriente neta a través del área encerrada por la trayectoria. El sentido positivo de la corriente se determina mediante la regla de la mano derecha. (Véanse los ejemplos 28.7 a 28.10.)

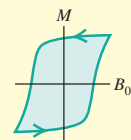
$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{\text{enc}} \quad (28.20)$$



Campos magnéticos debidos a distribuciones de corriente: La siguiente tabla lista los campos magnéticos causados por varias distribuciones de corriente. En cada caso, el conductor transporta una corriente I .

Distribución de corriente	Punto en el campo magnético	Magnitud del campo magnético
Conductor largo y recto	Distancia r desde el conductor	$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$
Espira circular de radio a	Sobre el eje de la espira	$B = \frac{\mu_0 I a^2}{2(x^2 + a^2)^{3/2}}$
	En el centro de la espira	$B = \frac{\mu_0 I}{2a}$ (para N espiras, multiplique estas expresiones por N)
Conductor largo y cilíndrico de radio R	Dentro del conductor, $r < R$	$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \frac{r}{R^2}$
	Afuera del conductor, $r > R$	$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$
Solenoides largo, con devanado compacto y n vueltas por unidad de longitud, cerca de su punto medio	Dentro del solenoide, cerca del centro	$B = \mu_0 n I$
	Afuera del solenoide	$B \approx 0$
Solenoides toroidal (toroide) con devanado compacto y N vueltas	Dentro del espacio encerrado por los devanados, a una distancia r del eje de simetría.	$B = \frac{\mu_0 N I}{2\pi r}$
	Afuera del espacio encerrado por los devanados	$B \approx 0$

***Materiales magnéticos:** Cuando están presentes materiales magnéticos, la magnetización del material ocasiona una contribución adicional a \vec{B} . Para materiales paramagnéticos y diamagnéticos, μ_0 se sustituye en las expresiones del campo magnético por $\mu = K_m \mu_0$, donde μ es la permeabilidad del material y K_m es su permeabilidad relativa. La susceptibilidad magnética χ_m se define como $\chi_m = K_m - 1$. Las susceptibilidades magnéticas para materiales paramagnéticos son pequeñas cantidades positivas; las de los materiales diamagnéticos son pequeñas cantidades negativas. Para materiales ferromagnéticos, K_m es mucho mayor que la unidad y no es constante. Algunos materiales ferromagnéticos son imanes permanentes y retienen su magnetización aun después de retirado el campo magnético externo. (Véanse los ejemplos 28.11 y 28.12.)



Términos clave

punto de fuente, 958
punto de campo, 958
principio de superposición de campos magnéticos, 960
ley de Biot y Savart, 961
ampere, 966

ley de Ampère, 972
solenoides toroidal, 975
magnetón de Bohr, 977
magnetización, 978
paramagnético, 978
permeabilidad relativa, 978

permeabilidad, 978
susceptibilidad magnética, 978
diamagnético, 980
ferromagnético, 980
dominio magnético, 980
histéresis, 980

Respuesta a la pregunta de inicio de capítulo ?

En la intensidad del campo magnético *no* habría cambio. De acuerdo con el ejemplo 28.9 (sección 28.7), el campo dentro de un solenoide tiene magnitud $B = \mu_0 n I$, donde n es el número de vueltas de alambre por unidad de longitud. Al unir dos solenoides por sus extremos se duplica tanto el número de vueltas como la longitud, por lo que el número de vueltas por unidad de longitud no cambia.

Respuestas a las preguntas de Evalué su comprensión

28.1 Respuestas: a) i), b) ii) La situación es la misma de la figura 28.2, excepto que el protón superior tiene velocidad \vec{v} en lugar de $-\vec{v}$. El campo magnético debido al protón inferior es el mismo que el de la figura 28.2, pero se invierte la dirección de la fuerza magnética $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$ sobre el protón superior. Así que la fuerza magnética es de atracción. Como la velocidad v es pequeña en comparación con c ,

la fuerza magnética es mucho menor que la fuerza eléctrica de repulsión, por lo que la fuerza neta es de repulsión.

28.2 Respuestas: i) y iii) (empate), iv), ii) De la ecuación (28.5) la magnitud del campo dB debido al elemento de corriente de longitud dl que transporta una corriente I es $dB = (\mu/4\pi)(I dl \sin \phi/r^2)$. En esta expresión, r es la distancia del elemento al punto de campo, y ϕ es el ángulo entre la dirección de la corriente y un vector desde el elemento de corriente al punto de campo. Los cuatro puntos están a la misma distancia $r = L$ desde el elemento de corriente, por lo que el valor dB es proporcional al valor de $\sin \phi$. Para los cuatro puntos, el ángulo es i) $\phi = 90^\circ$, ii) $\phi = 0^\circ$, iii) $\phi = 90^\circ$ y iv) $\phi = 45^\circ$, por lo que los valores de $\sin \phi$ son i) 1, ii) 0, iii) 1 y iv) $1/\sqrt{2}$.

28.3 Respuesta: A Esta orientación hará que la corriente fluya alrededor del circuito en sentido horario. Así que la corriente fluirá hacia el sur a través del alambre que se encuentra bajo la brújula. Según la regla de la mano derecha para el campo magnético producido por un conductor largo, recto y que lleva corriente, esto producirá un campo

magnético que apunta a la izquierda en la posición de la brújula (que se encuentra arriba del alambre). La combinación del campo magnético terrestre hacia el norte y el dirigido hacia el oeste producido por la corriente da un campo magnético neto hacia el noroeste, por lo que la aguja de la brújula se moverá en sentido antihorario para alinearse con este campo.

28.4 Respuestas: a) i), b) iii), c) ii), d) iii) La corriente fluye en el mismo sentido en espiras adyacentes de la bobina, por lo que las fuerzas magnéticas entre ellas son de atracción. La corriente fluye en sentidos opuestos en lados opuestos de la misma espira, por lo que las fuerzas magnéticas entre estos lados son de repulsión. Así, las fuerzas magnéticas en las espiras del solenoide las comprimen en la dirección a lo largo de su eje, pero las empujan radialmente. Las fuerzas eléctricas son igual a cero porque el alambre es eléctricamente neutro, con igual cantidad de carga positiva que negativa.

28.5 Respuestas: a) ii), b) v) El vector $d\vec{B}$ está en dirección de $d\vec{l} \times \vec{r}$. Para un segmento sobre el eje y negativo, $d\vec{l} = -\hat{k} dl$ apunta en la dirección de z negativa y $\vec{r} = x\hat{i} + a\hat{j}$. Entonces, $d\vec{l} \times \vec{r} = (a dl)\hat{i} - (x dl)\hat{j}$, que tiene una componente x positiva, una componente y negativa y una componente z igual a cero. Para un segmento en el eje z negativo, $d\vec{l} = \hat{j} dl$ apunta en la dirección de y positiva, y $\vec{r} = x\hat{i} + a\hat{k}$. Entonces, $d\vec{l} \times \vec{r} = (a dl)\hat{i} - (x dl)\hat{k}$, que tiene una componente x positiva, una componente y igual a cero y una componente z negativa.

28.6 Respuesta: ii) Imagine que se resuelve la integral $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l}$ a lo largo de una trayectoria de integración en sentido horario alrededor de

la línea de campo magnético color rojo. En cada punto a lo largo de la trayectoria el campo magnético \vec{B} y el segmento infinitesimal $d\vec{l}$ son tangentes a la trayectoria, por lo que $\vec{B} \cdot d\vec{l}$ es positivo en cada punto y la integral $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l}$ también es positiva. De acuerdo con la ley de Ampère $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{\text{enc}}$ y la regla de la mano derecha se deduce que la trayectoria de integración encierra una corriente dirigida hacia fuera del plano de la página. No hay corrientes en el espacio vacío afuera del imán, por lo que debe haber corrientes en el interior de éste (véase la sección 28.8).

28.7 Respuesta: iii) Por simetría, cualquier campo \vec{B} afuera del cable debe circular alrededor de éste, con líneas de campo circulares como las que rodean el conductor cilíndrico sólido de la figura 28.20. Elija una trayectoria de integración como la que se ilustra en la figura 28.20, con radio $r > R$, de manera que la trayectoria encierre por completo al cable. Como en el ejemplo 28.8, la integral $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l}$ para esta trayectoria tiene magnitud $B(2\pi r)$. De acuerdo con la ley de Ampère, esto es igual a $\mu_0 I_{\text{enc}}$. La corriente neta encerrada I_{enc} es igual a cero porque incluye dos corrientes de igual magnitud, pero con sentidos opuestos: una en el alambre central y otra en el cilindro hueco. Así que $B(2\pi r) = 0$, y $B = 0$ para cualquier valor de r afuera del cable. (El campo es diferente de cero *adentro* del cable; véase el ejercicio 28.37.)

28.8 Respuestas: i), iv) El sodio y el uranio son materiales paramagnéticos, por lo que un imán los atrae, mientras que el bismuto y plomo son materiales diamagnéticos y son repelidos por un imán. (Véase la tabla 28.1.)

PROBLEMAS

Para las tareas asignadas por el profesor, visite www.masteringphysics.com



Preguntas para análisis

P28.1. Un tema de interés actual en la investigación en física es la búsqueda (aún sin éxito) de un polo magnético aislado, o *monopolo* magnético. Si se encontrara, ¿cómo podría reconocerse? ¿Cuáles serían sus propiedades?

P28.2. El flujo de partículas con carga emitidas por el Sol durante los periodos de actividad solar genera una perturbación en el campo magnético de la Tierra. ¿Cómo ocurre esto?

P28.3. En el texto se analiza el campo magnético de un conductor infinitamente largo y recto que transporta una corriente. Por supuesto, no hay *nada* que sea infinitamente largo. ¿Cómo decidiría usted que un alambre en particular es suficientemente largo como para considerarlo infinito?

P28.4. Dos conductores paralelos que llevan corriente en el mismo sentido se atraen entre sí. Si se les permitiera acercarse, las fuerzas de atracción entrarían en acción. ¿De dónde proviene la energía? ¿Contradice esto la afirmación que se hizo en el capítulo 27 de que las fuerzas magnéticas sobre cargas en movimiento no efectúan trabajo? Explique su respuesta.

P28.5. En ocasiones, los pares de conductores que transportan corriente hacia o desde los componentes de suministro de energía de los equipos electrónicos están entrelazados para reducir los efectos de los campos magnéticos. ¿Por qué es favorable esto?

P28.6. Suponga que tiene tres alambres largos y paralelos dispuestos de manera que, vistos en sección transversal, se encuentran en los vértices de un triángulo equilátero. ¿Hay algún modo de arreglar las corrientes de manera que los tres alambres se atraigan mutuamente? ¿Y de modo que los tres se repelan entre sí? Explique su respuesta.

P28.7. Al obtener la fuerza sobre uno de los conductores largos que transportan corriente, en la sección 28.4, ¿por qué usamos el campo magnético debido a sólo uno de los conductores? Es decir, ¿por qué no utilizamos el campo magnético total debido a *ambos* conductores?

P28.8. Dos espiras concéntricas, coplanares y circulares de alambre de distinto diámetro conducen corrientes en el mismo sentido. Describa la naturaleza de la fuerza ejercida sobre la espira interior por la espira exterior, y sobre la espira exterior por la espira interior.

P28.9. Se envió una corriente a través de un resorte helicoidal. El resorte se contrajo, como si hubiera sido comprimido. ¿Por qué?

P28.10. ¿Cuáles son las ventajas y desventajas relativas de la ley de Ampère y de la ley de Biot y Savart para hacer cálculos prácticos de campos magnéticos?

P28.11. Las líneas de campos magnéticos nunca tienen principio ni fin. Con base en esto, explique por qué es razonable que el campo de un solenoide toroidal esté confinado por completo en su interior, mientras que un solenoide recto *debe* tener cierto campo en el exterior.

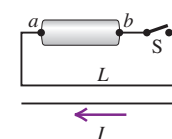
P28.12. Si la magnitud del campo magnético a una distancia R de un alambre largo, recto y que conduce corriente es B , ¿a qué distancia del alambre el campo tendrá una magnitud de $3B$?

P28.13. Dos cables muy largos y paralelos, transportan corrientes iguales en sentidos opuestos. a) ¿Hay algún sitio en el que sus campos magnéticos se anulen por completo? Si es así, ¿dónde? Si no, ¿por qué? b) ¿Cómo cambiaría la respuesta para el inciso a) si las corrientes tuvieran el mismo sentido?

P28.14. En el circuito que se ilustra en la figura 28.30, cuando se cierra súbitamente el interruptor S , el alambre L es jalado hacia el alambre inferior que transporta la corriente I . ¿Cuál (a o b) es la terminal positiva de la batería? ¿Cómo lo sabe?

P28.15. Un anillo de metal conduce una corriente que genera un campo magnético B_0 en el centro del anillo, y un campo B en el punto

Figura 28.30
Pregunta P28.14.



P a una distancia x del centro a lo largo del eje del anillo. Si el radio del anillo se duplica, encuentre el campo magnético en el centro. ¿El campo en el punto P cambiaría en el mismo factor? ¿Por qué?

***P28.16.** ¿Por qué debe esperarse que la permeabilidad de un material paramagnético disminuya al aumentar la temperatura?

***P28.17.** Si un imán es suspendido sobre un recipiente de aire líquido, atrae gotas a sus polos. Las gotas contienen sólo oxígeno líquido; aunque el elemento principal que constituye el aire es el nitrógeno, no se ve atraído al imán. Explique qué dice esto sobre las susceptibilidades magnéticas del oxígeno y el nitrógeno, y explique por qué un imán ordinario, a temperatura ambiente, no atrae moléculas de oxígeno gaseoso a sus polos.

***P28.18.** ¿Cuáles características de la estructura atómica determinan si un elemento es diamagnético o paramagnético? Explique su respuesta.

***P28.19.** La susceptibilidad magnética de los materiales paramagnéticos depende mucho de la temperatura, pero la de los materiales diamagnéticos casi es independiente de la temperatura. ¿A qué se debe la diferencia?

***P28.20.** Se coloca un cilindro de hierro de manera que tenga libertad para girar alrededor de su eje. Al principio, el cilindro está en reposo y se le aplica un campo magnético de manera que se magnetice en una dirección paralela a su eje. Si la dirección del campo externo se invierte súbitamente, la dirección de magnetización también se invertirá y el cilindro comenzará a girar alrededor de su eje. (Esto se llama *efecto de Einstein-de Haas*). Explique por qué comienza a girar el cilindro.

***P28.21.** En el análisis de las fuerzas magnéticas en espiras de corriente en la sección 27.7 se dijo que sobre una espira completa en un campo magnético uniforme no se ejerce una fuerza neta, sino sólo un par de torsión. Pero los materiales magnetizados que contienen espiras atómicas de corriente *sí* experimentan fuerzas netas en campos magnéticos. ¿Cómo se podría resolver esta discrepancia?

***P28.22.** Demuestre que las unidades $A \cdot m^2$ y J/T para el magnetón de Bohr son equivalentes.

Ejercicios

Sección 28.1 Campo magnético de una carga en movimiento

28.1. Una carga puntual de $+6.00 \mu C$ se desplaza con rapidez constante de 8.00×10^6 m/s en la dirección $+y$ con respecto de un marco de referencia. En el instante en que la carga puntual está en el origen de este marco de referencia, ¿cuál es el vector del campo magnético \vec{B} que produce en los siguientes puntos: a) $x = 0.500$ m, $y = 0$, $z = 0$; b) $x = 0$, $y = -0.500$ m, $z = 0$; c) $x = 0$, $y = 0$, $z = +0.500$ m; d) $x = 0$, $y = -0.500$ m, $z = +0.500$ m?

28.2. Campos dentro del átomo. En el modelo de Bohr del átomo de hidrógeno, el electrón se desplaza en una órbita circular de radio 5.3×10^{-11} m con una rapidez de 2.2×10^6 m/s. Si se mira al átomo en forma tal que la órbita del electrón esté en el plano del papel y el electrón se mueva en sentido horario, encuentre la magnitud y dirección de los campos eléctrico y magnético que produce el electrón en la ubicación del núcleo (considerado como un punto).

28.3. Un electrón se mueve a $0.100 c$, como se muestra en la figura 28.31. Calcule la magnitud y dirección del campo magnético que este electrón produce en los siguientes puntos, cada uno situado a $2.00 \mu m$ desde el electrón: a) puntos A y B; b) punto C; c) punto D.

28.4. Una partícula alfa (carga $+2e$) y un electrón se mueven en sentidos opuestos desde el mismo punto, cada uno con rapidez de 2.50×10^5 m/s (figura 28.32). Calcule la magnitud y dirección del campo magnético total que producen estas cargas en el punto P , que se encuentra a 1.75 nm de cada uno.

Figura 28.31
Ejercicio 28.3.

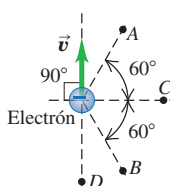
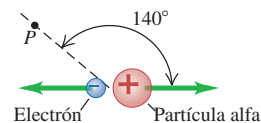


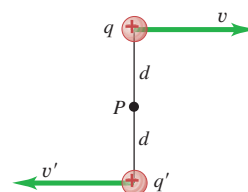
Figura 28.32 Ejercicio 28.4



28.5. Una carga de $-4.80 \mu C$ se desplaza con rapidez constante de 6.80×10^5 m/s en la dirección $+x$ en relación con un marco de referencia. En el instante en que la carga puntual está en el origen, ¿cuál es el vector de campo magnético que produce en los siguientes puntos? a) $x = 0.500$ m, $y = 0$, $z = 0$; b) $x = 0$, $y = 0.500$ m, $z = 0$; c) $x = 0.500$ m, $y = 0.500$ m, $z = 0$; d) $x = 0$, $y = 0$, $z = 0.500$ m.

28.6. Dos cargas puntuales positivas, $q = +8.00 \mu C$ y $q' = +3.00 \mu C$, se desplazan en relación con un observador en el punto P , como se ilustra en la figura 28.33. La distancia d es 0.120 m, $v = 4.50 \times 10^6$ m/s, y $v' = 9.00 \times 10^6$ m/s. a) Cuando las dos cargas están en las ubicaciones que se indican en la figura, ¿cuáles son la magnitud y dirección del campo magnético neto que producen en el punto P ? b) ¿Cuáles son la magnitud y dirección de las fuerzas eléctricas y magnéticas que cada carga ejerce sobre la otra? y ¿cuál es la razón entre la magnitud de la fuerza eléctrica y la magnitud de la fuerza magnética? c) Si la dirección de \vec{v}' se invierte, de manera que las dos cargas se desplacen en la misma dirección, ¿cuáles son la magnitud y la dirección de las fuerzas magnéticas que cada carga ejerce sobre la otra?

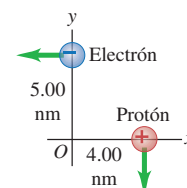
Figura 28.33 Ejercicios 28.6 y 28.7



28.7. La figura 28.33 muestra dos cargas puntuales q y q' , que se desplazan en relación con un observador situado en el punto P . Suponga que la carga inferior en realidad es negativa, con $q' = -q$. a) Encuentre el campo magnético (magnitud y dirección) producido por las dos cargas en el punto P si i. $v' = v/2$; ii. $v' = v$; iii. $v' = 2v$. b) Calcule la dirección de la fuerza magnética que ejerce q sobre q' , y encuentre la dirección de la fuerza magnética que q' ejerce sobre q . c) Si $v = v' = 3.00 \times 10^5$ m/s, ¿cuál es la razón entre la magnitud de la fuerza magnética que actúa sobre cada carga y la magnitud de la fuerza de Coulomb que actúa sobre cada una?

28.8. Un electrón y un protón se desplazan cada uno a 845 km/s en trayectorias perpendiculares, como se ilustra en la figura 28.34. En el instante en que están en las posiciones ilustradas en la figura, determine la magnitud y dirección de a) el campo magnético total que producen en el origen; b) el campo magnético que produce el electrón en la ubicación del protón; c) la fuerza eléctrica total y la fuerza magnética total que el electrón ejerce sobre el protón.

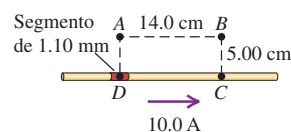
Figura 28.34
Ejercicio 28.8.



Sección 28.2 Campo magnético de un elemento de corriente

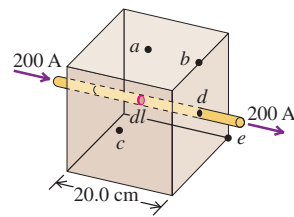
28.9. Un alambre recto transporta una corriente de 10.0 A (figura 28.35). ABCD es un rectángulo con su punto D a la mitad de un segmento de 1.10 mm del alambre, y su punto C está en el alambre. Calcule la magnitud y dirección del campo magnético debido a este segmento en a) el punto A; b) el punto B; c) el punto C.

Figura 28.35
Ejercicio 28.9.



28.10. Un alambre largo y recto que transporta una corriente de 200 A pasa a través de una caja cúbica de madera, entrando y saliendo por agujeros en los centros de caras opuestas (figura 28.36). La longitud de cada lado de la caja es de 20.0 cm. Considere un elemento dl del alambre de 0.100 cm de largo en el centro de la caja. Calcule la magnitud dB del campo magnético producido por este elemento en los puntos a , b , c , d y e en la figura 28.36. Los puntos a , c y d son los centros de las caras del cubo; el punto b está en el punto medio de una arista; y el punto e se encuentra en un vértice. Copie la figura e indique las direcciones y magnitudes relativas de los vectores de campo. (Nota: Suponga que la longitud dl es pequeña en comparación con las distancias desde el elemento de corriente a los puntos donde el campo magnético va a calcularse.)

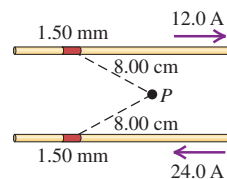
Figura 28.36 Ejercicio 28.10.



28.11. Un alambre largo y recto está a lo largo del eje z y conduce una corriente de 4.00 A en la dirección $+z$. Determine el campo magnético (magnitud y dirección) producido en los siguientes puntos por un segmento de 0.500 mm del alambre con centro en el origen: $a) x = 2.00$ m, $y = 0$, $z = 0$; $b) x = 0$, $y = 2.00$ m, $z = 0$; $c) x = 2.00$ m, $y = 2.00$ m, $z = 0$; $d) x = 0$, $y = 0$, $z = 2.00$ m.

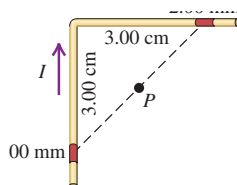
28.12. Dos alambres paralelos están separados por una distancia de 5.00 cm y conducen corrientes en sentidos opuestos, como se ilustra en la figura 28.37. Determine la magnitud y dirección del campo magnético en el punto P debido a dos segmentos de 1.50 mm de cable que están opuestos entre sí y cada uno a 8.00 cm de P .

Figura 28.37 Ejercicio 28.12.



28.13. Un alambre que conduce corriente de 28.0 A se dobla en ángulo recto. Considere dos segmentos de 2.00 mm de alambre, cada uno a 3.00 cm del doblez (figura 28.38). Determine la magnitud y dirección del campo magnético que producen estos dos segmentos en el punto P , que está a la mitad entre ellos.

Figura 28.38 Ejercicio 28.13.



28.14. Una espira cuadrada de alambre de 10.0 cm por lado transporta una corriente de 15.0 A en el sentido horario. Calcule la magnitud y dirección del campo magnético en su centro debido a los cuatro segmentos de alambre de 1.20 mm en el punto medio de cada lado.

Sección 28.3 Campo magnético de un conductor recto que transporta corriente

28.15. Campo magnético de un relámpago. Los relámpagos pueden conducir corrientes de hasta 20 kA, aproximadamente. Esta corriente se puede modelar como la equivalente de la que conduce un alambre muy largo y recto. $a)$ Si una persona es tan desafortunada para estar a 5.0 m del relámpago, ¿qué tan grande sería el campo magnético que experimentaría? $b)$ ¿Cómo se compara este campo con el que ex-

perimentaría esa persona si estuviera a 5.0 cm de una corriente doméstica de 10 A transportada por un conductor largo y recto?

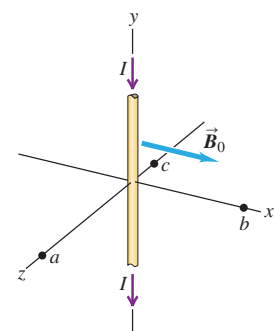
28.16. Un alambre muy largo, recto y horizontal conduce una corriente tal que pasan 3.50×10^{18} electrones por segundo por cualquier punto dado, de oeste a este. ¿Cuáles son la magnitud y dirección del campo magnético que produce este alambre en un punto a 4.00 cm directamente por encima de él?

28.17. $a)$ ¿De qué magnitud tendría que ser la corriente que tendría que transportar un alambre largo y recto para que el campo magnético a 2.00 cm del alambre fuera igual a 1.00 G (comparable con el campo magnético de la Tierra que apunta hacia el norte)? $b)$ Si el alambre es horizontal, con la corriente que va de este a oeste, ¿en qué ubicación el campo magnético del alambre apuntaría en la misma dirección que la componente horizontal del campo magnético terrestre? $c)$ Repita el inciso $b)$ considerando ahora que el alambre es vertical y que la corriente va hacia arriba.

28.18. Dos alambres largos y rectos, uno sobre el otro, están separados por una distancia $2a$ y son paralelos al eje x . El eje $+y$ está en el plano de los alambres en dirección del alambre inferior al alambre superior. Cada cable lleva una corriente I en la dirección $+x$. ¿Cuáles son la magnitud y dirección del campo magnético neto de los dos alambres en un punto situado en el plano de los alambres $a)$ a medio camino entre ambos; $b)$ a una distancia a por encima del alambre superior; $c)$ a una distancia a por debajo del alambre inferior?

28.19. Un alambre largo y recto está a lo largo del eje y y transporta una corriente $I = 8.00$ A en la dirección $-y$ (figura 28.39). Además del campo magnético debido a la corriente en el alambre, hay un campo magnético uniforme \vec{B}_0 con magnitud de 1.50×10^{-6} T en la dirección $+x$. ¿Cuál es el campo total (magnitud y dirección) en los siguientes puntos del plano xz : $a) x = 0$, $z = 1.00$ m; $b) x = 1.00$ m, $z = 0$; $c) x = 0$, $z = -0.25$ m?

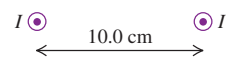
Figura 28.39 Ejercicio 28.19.



28.20. Efecto de las líneas de transmisión. Dos excursionistas leen una brújula debajo de una línea de transmisión situada a 5.50 m por arriba del suelo y que transporta una corriente de 800 A en dirección horizontal de norte a sur. $a)$ Determine la magnitud y dirección del campo magnético en un punto sobre el suelo directamente debajo del conductor. $b)$ Uno de los excursionistas sugiere que caminen 50 m para evitar lecturas inexactas de la brújula causadas por la corriente. Considerando que la magnitud del campo de la Tierra es del orden de 0.5×10^{-4} T, ¿es realmente un problema la corriente?

28.21. Dos alambres largos, rectos y paralelos, separados por una distancia de 10.0 cm, transportan corrientes iguales de 4.00 A en la misma dirección, como se ilustra en la figura 28.40. Determine la magnitud y dirección del campo magnético en $a)$ el punto P_1 , a medio camino entre los dos alambres; $b)$ el punto P_2 , a 25.0 cm a la derecha de P_1 ; $c)$ el punto P_3 , a 20.0 cm directamente arriba de P_1 .

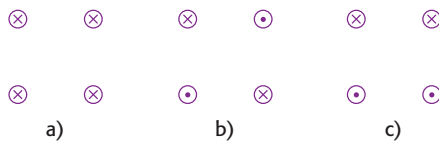
Figura 28.40 Ejercicio 28.21.



28.22. Dos líneas de transmisión largas y paralelas, separadas por una distancia de 40.0 cm, conducen corrientes de 25.0 A y 75.0 A. Determine todas las ubicaciones en que el campo magnético neto de los dos alambres es igual a cero, si las corrientes fluyen $a)$ en el mismo sentido y $b)$ en sentidos opuestos.

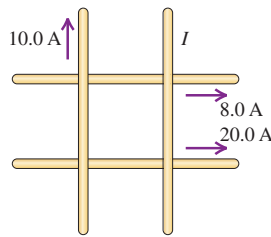
28.23. Cuatro líneas de energía largas y paralelas conducen corrientes de 100 A cada una. El diagrama de la sección transversal de estas líneas es un cuadrado de 20.0 cm por lado. Para cada uno de los tres casos que se ilustran en la figura 28.41, calcule el campo magnético en el centro del cuadrado.

Figura 28.41 Ejercicio 28.23.



28.24. Cuatro cables muy largos, que transportan corriente, están en el mismo plano y se intersectan para formar un cuadrado de 40.0 cm por lado, como se ilustra en la figura 28.42. Determine la magnitud y dirección de la corriente I de manera que el campo magnético en el centro del cuadrado sea igual a cero.

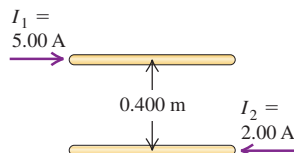
Figura 28.42 Ejercicio 28.24.



Sección 28.4 Fuerza entre alambres paralelos

28.25. Dos alambres largos y paralelos están separados por una distancia de 0.400 m (figura 28.43). Las corrientes I_1 e I_2 tienen las direcciones que se indican. a) Calcule la magnitud de la fuerza ejercida por cada alambre sobre un tramo de 1.20 m del otro. ¿La fuerza es de atracción o de repulsión? b) Cada corriente se duplica, de manera que I_1 es ahora de 10.0 A e I_2 de 4.00 A. En esas condiciones, ¿cuál es la magnitud de la fuerza que cada alambre ejerce sobre un tramo de 1.20 m del otro?

Figura 28.43 Ejercicio 28.25.

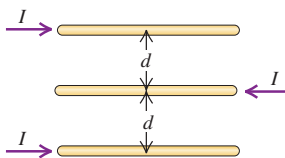


28.26. Dos alambres largos y paralelos están separados por una distancia de 2.50 cm. La fuerza por unidad de longitud que cada uno ejerce sobre el otro es de 4.00×10^{-5} N/m, y los alambres se repelen. La corriente en uno de ellos es de 0.600 A. a) ¿Cuál es la corriente en el segundo alambre? b) ¿Las dos corrientes fluyen en el mismo sentido o en sentidos opuestos?

28.27. Cables de lámpara. Es común que los alambres de las lámparas domésticas estén separados 3.0 mm de un centro al otro y conduzcan corrientes iguales en sentidos opuestos. Si el cable conduce corriente a una bombilla eléctrica de 100 W conectado a través de una diferencia de potencial de 120 V, ¿cuál es la fuerza por metro que cada alambre del cable ejerce sobre el otro? ¿La fuerza es de atracción o repulsión? ¿Esta fuerza es suficientemente grande como para considerarla en el diseño del cable? (Modele el cable de la lámpara como un alambre muy largo y recto.)

28.28. Cada uno de tres alambres paralelos conduce una corriente I en los sentidos que se indican en la figura 28.44. Si la separación entre alambres adyacentes es d , calcule la magnitud y dirección de la fuerza magnética por unidad de longitud de cada alambre.

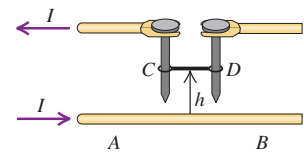
Figura 28.44 Ejercicio 28.28.



28.29. Un alambre largo y horizontal AB se encuentra sobre la superficie de una mesa y conduce una corriente I . El alambre horizontal CD está verticalmente arriba del alambre AB , y tiene libertad para deslizarse hacia arriba o abajo sobre las dos guías metálicas verticales C y D (figura 28.45). El alambre CD está conectado a través de contactos corredizos con otro alambre que también transporta una corriente I , en sentido opuesto a la corriente del

alambre AB . La masa por unidad de longitud del alambre CD es λ . ¿Hasta qué altura de equilibrio h se elevará el alambre CD si se supone que la fuerza magnética que actúa sobre él se debe por completo a la corriente del alambre AB ?

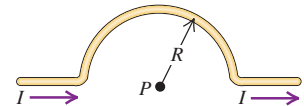
Figura 28.45 Ejercicio 28.29.



Sección 28.5 Campo magnético de una espira circular de corriente

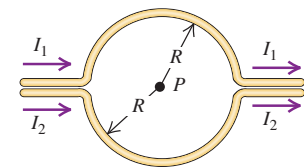
28.30. Calcule la magnitud y dirección del campo magnético en el punto P debido a la corriente en la sección semicircular del alambre que se ilustra en la figura 28.46 (Sugerencia: Pregúntese si la corriente en la sección larga y recta del alambre produce un campo en P .)

Figura 28.46 Ejercicio 28.30.



28.31. Calcule la magnitud del campo magnético en el punto P de la figura 28.47 en términos de R , I_1 e I_2 . ¿Qué resultado da su expresión cuando $I_1 = I_2$?

Figura 28.47 Ejercicio 28.31.



28.32. Una bobina circular con devanado compacto y radio de 2.40 cm tiene 800 espiras. a) ¿Cuál debe ser la corriente en la bobina si el campo magnético en el centro de ella es de 0.580 T? b) ¿A qué distancia x del centro de la bobina, sobre su eje, el campo magnético alcanza la mitad del valor que tiene en el centro?

28.33. Una bobina circular con devanado compacto y diámetro de 4.00 cm tiene 600 espiras y conduce una corriente de 0.500 A. ¿Cuál es la magnitud del campo magnético a) en el centro de la bobina y b) en un punto sobre el eje x de la bobina a 8.00 cm de su centro?

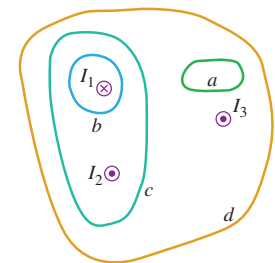
28.34. Una bobina con devanado compacto tiene un radio de 6.0 cm y conduce una corriente de 2.50 A. ¿Cuántas espiras debe tener si en un punto sobre el eje de la bobina que está a 6.00 cm de su centro, el campo magnético es de 6.39×10^{-4} T?

Sección 28.6 Ley de Ampère

28.35. Una curva cerrada encierra varios conductores. La integral de línea $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l}$ alrededor de esta curva es de 3.83×10^{-4} T·m. a) ¿Cuál es la corriente neta en los conductores? b) Si se integrara alrededor de la curva en el sentido opuesto, ¿cuál sería el valor de la integral de línea? Explique su respuesta.

28.36. La figura 28.48 muestra, en sección transversal, varios conductores que transportan corrientes a través del plano de la figura. Las corrientes tienen las magnitudes $I_1 = 4.0$ A, $I_2 = 6.0$ A, e $I_3 = 2.0$ A, con las direcciones que se indican. Se presentan cuatro trayectorias, designadas de a a d . ¿Cuál es la integral de línea $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l}$ para cada trayectoria? Cada integral implica ir alrededor de la trayectoria en sentido antihorario. Explique sus respuestas.

Figura 28.48 Ejercicio 28.36.

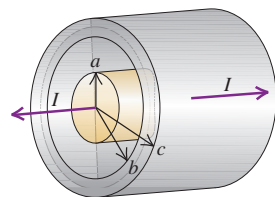


Sección 28.7 Aplicaciones de la ley de Ampère

28.37. Cable coaxial. Un conductor sólido con radio a está sostenido por discos aislantes sobre el eje de un tubo conductor con radio in-

terior b y radio exterior c (figura 28.49). El conductor y el tubo central conducen corrientes iguales I en sentidos opuestos. Las corrientes están distribuidas de manera uniforme sobre las secciones transversales de cada conductor. Obtenga una expresión para la magnitud del campo magnético a) en puntos situados afuera del conductor central sólido pero en el interior del tubo ($a < r < b$), y b) en puntos situados afuera del tubo ($r > c$).

Figura 28.49
Ejercicio 28.37.



28.38. Repita el ejercicio 28.37 para el caso en que la corriente en el conductor central sólido es I_1 , la corriente en el tubo es I_2 , y ambas corrientes fluyen en el mismo sentido y no en sentidos opuestos.

28.39. Un alambre cilíndrico, largo y recto, de radio R , conduce una corriente distribuida de manera uniforme en toda su sección transversal. ¿En qué ubicación el campo magnético producido por esta corriente es igual a la mitad de su valor máximo? Considere puntos situados adentro y afuera del alambre.

28.40. Un solenoide de 15.0 cm de largo con radio de 2.50 cm tiene un devanado compacto con 600 espiras de alambre. La corriente en el devanado es de 8.00 A. Calcule el campo magnético en un punto cercano al centro del solenoide.

28.41. Un solenoide está diseñado para producir un campo magnético de 0.0270 T en su centro. Tiene un radio de 1.40 cm y longitud de 40.0 cm, y el alambre puede conducir una corriente máxima de 12.0 A. a) ¿Cuál es el número mínimo de vueltas por unidad de longitud que debe tener el solenoide? b) ¿Cuál es la longitud total de alambre que se requiere?

28.42. Como nuevo técnico electricista, usted está diseñando un solenoide grande para producir un campo magnético uniforme de 0.150 T cerca del centro del solenoide. Tiene alambre suficiente para 4000 vueltas circulares. Este solenoide debe medir 1.40 m de largo y 20.0 cm de diámetro. ¿Cuál es la corriente que necesitará para producir el campo necesario?

28.43. Se ha conseguido un campo magnético de 37.2 T en el Francis Bitter National Magnetic Laboratory del MIT. Calcule la corriente necesaria para generar ese campo a) a 2.00 cm de un alambre largo y recto; b) en el centro de una bobina circular con radio de 42.0 cm que tiene 100 espiras; c) cerca del centro de un solenoide con radio de 2.40 cm, longitud de 32.0 cm y 40,000 espiras.

28.44. Un solenoide toroidal (véase el ejemplo 28.10) tiene un radio interior $r_1 = 15.0$ cm y un radio exterior $r_2 = 18.0$ cm. El solenoide tiene 250 espiras y conduce una corriente de 8.50 A. ¿Cuál es la magnitud del campo magnético a las siguientes distancias del centro del toro? a) 12.0 cm; b) 16.0 cm; c) 20.0 cm.

28.45. Sobre un anillo de madera cuyo diámetro medio es de 14.0 cm se ha formado un devanado toroidal compacto de 600 espiras. Calcule la magnitud del campo magnético en el centro de la sección transversal del devanado cuando la corriente en este último es de 0.650 A.

*Sección 28.8 Materiales magnéticos

***28.46.** Un solenoide toroidal con 400 espiras de alambre y radio medio de 6.0 cm conduce una corriente de 0.25 A. La permeabilidad relativa del núcleo es 80. a) ¿Cuál es el campo magnético en el núcleo? b) ¿Qué parte del campo magnético se debe a corrientes atómicas?

***28.47.** Un solenoide toroidal con 500 espiras está devanado sobre un anillo con radio medio de 2.90 cm. Determine la corriente que se requiere en el devanado para generar un campo magnético de 0.350 T en el anillo a) si el anillo es de hierro recocido ($K_m = 1400$) y b) si el anillo está elaborado de acero al silicio ($K_m = 5200$).

***28.48.** La corriente en el devanado de un solenoide toroidal es de 2.400 A. Tiene 500 espiras y su radio medio es de 25.00 cm. El solenoide toroidal está lleno de un material magnético. El campo magnético en el interior del devanado es de 1.940 T. Calcule a) la permeabilidad relativa y b) la susceptibilidad magnética del material que llena el toroide.

***28.49.** Un solenoide largo con 60 espiras de alambre por centímetro conduce una corriente de 0.15 A. El alambre que forma el solenoide está enrollado en torno a un núcleo sólido de acero al silicio ($K_m = 5200$). (El cable del solenoide está encamisado con un aislante para que no fluya ninguna corriente hacia el núcleo.) a) Con respecto a un punto en el interior del núcleo, encuentre las magnitudes de i) el campo magnético \vec{B}_0 debido a la corriente en el solenoide; ii) la magnetización \vec{M} ; iii) el campo magnético total \vec{B} . b) En un diagrama del solenoide y su núcleo, indique las direcciones de los vectores \vec{B} , \vec{B}_0 y \vec{M} en el interior del núcleo.

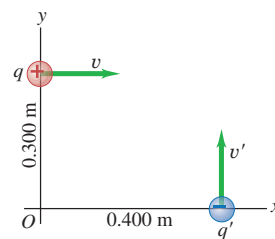
***28.50. Ley de Curie.** En la siguiente tabla se presentan algunas mediciones experimentales de la susceptibilidad magnética del alambre de hierro y amonio. Dibuje la gráfica de los valores de $1/\chi_m$ en función de la temperatura en kelvin. ¿El material obedece la ley de Curie? Si es así, ¿cuál es la constante de Curie?

T (°C)	χ_m
-258.15	129×10^{-4}
-173	19.4×10^{-4}
-73	9.7×10^{-4}
27	6.5×10^{-4}

Problemas

28.51. Un par de cargas puntuales, $q = +8.00 \mu\text{C}$ y $q' = -5.00 \mu\text{C}$, se desplazan como se indica en la figura 28.50 en cada caso con una rapidez $v = 9.00 \times 10^4$ m/s y $v' = 6.50 \times 10^4$ m/s. Cuando las cargas están en las ubicaciones que se muestran en la figura, ¿cuáles son la magnitud y dirección de a) el campo magnético producido en el origen y b) la fuerza magnética que ejerce q' sobre q ?

Figura 28.50
Problema 28.51.

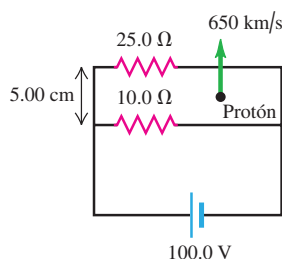


28.52. Un alambre largo y recto conduce una corriente de 2.50 A. Un electrón viaja en la vecindad del alambre. En el instante en que el electrón está a 4.50 cm del alambre y viaja con una rapidez de 6.00×10^4 m/s directamente hacia el alambre, ¿cuáles son la magnitud y dirección (en relación con la dirección de la corriente) de la fuerza que ejerce el campo magnético de la corriente sobre el electrón?

28.53. Un alambre largo y recto conduce una corriente de 25.0 A. Se lanza un electrón paralelo al alambre con una velocidad de 250 km/s en la misma dirección de la corriente, a 2.00 cm del alambre. a) Calcule la magnitud y dirección de la aceleración inicial del electrón. b) ¿Cuáles deben ser la magnitud y la dirección de un campo eléctrico uniforme que permita que el electrón siga su recorrido paralelo al alambre? c) ¿Es necesario incluir los efectos de la gravedad? Justifique su respuesta.

28.54. En la figura 28.51, el ramal del circuito que incluye la batería está muy lejos de los dos segmentos horizontales que contienen dos resistores. Estos segmentos horizontales están separados por una distancia de 5.00 cm y su longitud es mucho mayor que 5.00 cm. Se lanza un protón (carga, $+e$) a 650 km/s desde un punto intermedio entre los dos segmentos horizontales superiores del circuito. La velocidad inicial del protón está en el plano del circuito y se dirige hacia el alambre de arri-

Figura 28.51 Problema 28.54.

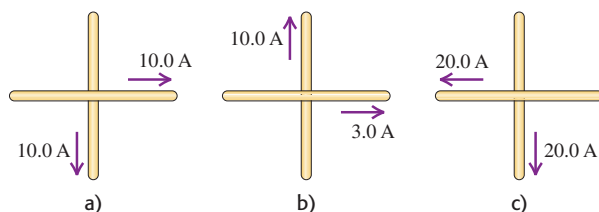


ba. Determine la magnitud y dirección de la fuerza magnética inicial sobre el protón.

28.55. Dos espiras de alambre idénticas y circulares, de 40.0 cm de diámetro cada una, conducen una corriente de 1.50 A en el mismo sentido. Estas espiras son paralelas entre sí y están separadas por una distancia de 25.0 cm. La recta ab es normal al plano de las espiras y pasa por sus centros. Se dispara un protón a 2400 km/s perpendicular a la línea ab desde un punto intermedio entre los centros de las espiras. Encuentre la magnitud y dirección de la fuerza magnética que ejercen estas espiras sobre el protón inmediatamente después del disparo.

28.56. Dos alambres muy largos y rectos conducen las corrientes que se indican en la figura 28.52. En cada caso, encuentre todas las ubicaciones en que el campo magnético es igual a cero.

Figura 28.52 Problema 28.56.

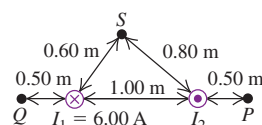


28.57. Una carga puntual negativa $q = -7.20$ mC se desplaza en un marco de referencia. Cuando la carga puntual está en el origen, el campo magnético que produce en el punto $x = 25.0$ cm, $y = 0$, $z = 0$, es $\vec{B} = (6.00 \mu\text{T})\hat{j}$, y su rapidez es de 800 km/s. a) ¿Cuáles son las componentes x , y y z de la velocidad \vec{v}_0 de la carga? b) En ese mismo instante, ¿cuál es la magnitud del campo magnético que la carga produce en el punto $x = 0$, $y = 25.0$ cm, $z = 0$?

28.58. Un diseñador de imanes neófito afirma que es capaz de producir un campo magnético \vec{B} en el vacío, que apunte en todas partes en la dirección x y cuya magnitud aumente con x . Es decir, $\vec{B} = B_0(x/a)\hat{i}$, donde B_0 y a son constantes con unidades de teslas y metros, respectivamente. Con base en la ley de Gauss para los campos magnéticos, demuestre que tal afirmación es imposible. (Sugerencia: Use una superficie gaussiana en forma de caja rectangular, con aristas paralelas a los ejes x , y y z .)

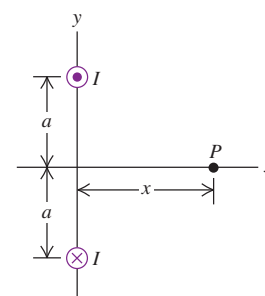
28.59. Dos alambres largos, rectos y paralelos están separados por una distancia de 1.00 m (figura 28.53). El alambre de la izquierda conduce una corriente I_1 de 6.00 A hacia el plano del papel. a) ¿Cuáles deben ser la magnitud y el sentido de la corriente I_2 para que el campo neto en el punto P sea cero? b) ¿Cuáles son la magnitud y la dirección del campo neto en Q ? c) ¿Cuál es la magnitud del campo neto en S ?

Figura 28.53 Problema 28.59.



28.60. La figura 28.54 muestra la vista desde un extremo de dos alambres largos y paralelos, perpendiculares al plano xy , cada uno de los cuales conduce una corriente I pero en sentidos opuestos. a) Copie el diagrama y dibuje los vectores que muestren el campo \vec{B} en cada alambre y el campo \vec{B} neto en el punto P . b) Obtenga la expresión para la magnitud de \vec{B} en cualquier punto del eje x en términos de la coordenada x del punto. ¿Cuál es la dirección de \vec{B} ? c) Dibuje la gráfica de la magnitud de \vec{B} en puntos sobre el eje x . d) ¿En qué valor de x es máxima la magnitud de \vec{B} ? e) ¿Cuál es la magnitud de \vec{B} cuando $x \gg a$?

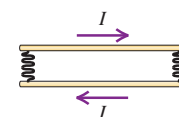
Figura 28.54 Problemas 28.60 y 28.61.



28.61. Lea la situación del problema 28.60. Suponga que un tercer alambre, largo, recto y paralelo a los otros dos pasa por el punto P (véase la figura 28.54) y que cada uno transporta una corriente $I = 6.00$ A. Sea $a = 40.0$ cm y $x = 60.0$ cm. Encuentre la magnitud y dirección de la fuerza por unidad de longitud sobre el tercer alambre, a) si la corriente en él está dirigida hacia el plano de la figura y b) si la corriente en él está dirigida hacia fuera del plano de la figura.

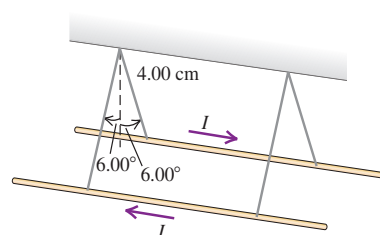
28.62. Un par de varillas metálicas largas y rígidas, cada una de longitud L , están paralelas sobre una mesa perfectamente lisa. Se conectan sus extremos con resortes conductores idénticos, muy ligeros, con constante de fuerza k (figura 28.55) y cuya longitud es despreciable cuando no se encuentran estirados. Si una corriente I circula por el circuito, los resortes se estirarán. ¿Con qué separación las varillas permanecerán en reposo? Suponga que k es suficientemente grande para que la separación de las varillas sea mucho menor que L .

Figura 28.55 Problema 28.62.



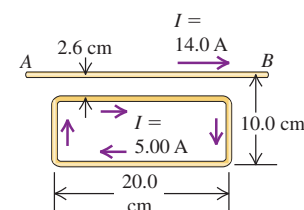
28.63. Dos alambres largos y paralelos cuelgan de cordeles de 4.00 cm de largo de un eje común (figura 28.56). Los alambres tienen una masa por unidad de longitud de 0.0125 kg/m y transportan la misma corriente en sentidos opuestos. ¿Cuál es la corriente en cada alambre si los cordeles cuelgan a un ángulo de 6.00° con respecto a la vertical?

Figura 28.56 Problema 28.63.



28.64. El alambre largo, recto, AB , que se ilustra en la figura 28.57, conduce una corriente de 14.0 A. La espira rectangular cuyos lados largos son paralelos al alambre conduce una corriente de 5.00 A. Encuentre la magnitud y dirección de la fuerza neta que el campo magnético del alambre ejerce sobre la espira.

Figura 28.57 Problema 28.64.

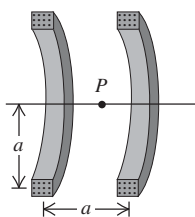


28.65. Una espira de cable circular de radio a tiene N vueltas y conduce una corriente I . Una segunda espira con N' vueltas de radio a' transporta una corriente I' y se localiza en el eje de la primera espira, a una distancia x del centro de ésta. La segunda espira está inclinada, de manera que su eje forma un ángulo θ con el eje de la primera espira. La distancia x es grande comparada tanto con a como con a' . a) Calcule la magnitud del par de torsión que ejerce la primera espira sobre la segunda. b) Determine la energía potencial para la segunda espira durante esta interacción. c) ¿Qué simplificaciones resultan del hecho de que x sea mucho mayor que a ? ¿Y del hecho de que x sea mucho mayor que a' ?

28.66. Los semicírculos de alambre que se muestran en la figura 28.58 tienen radios a y b . Calcule el campo magnético neto (magnitud y dirección) que produce la corriente en los alambres en el punto P .

28.67. Bobinas de Helmholtz. La figura 28.59 muestra un corte de dos bobinas circulares con radio a , cada una con devanado de N vueltas de alambre que conduce una corriente I que circula en el mismo sentido en ambas bobinas. Éstas se hallan separadas por una distancia a igual a sus radios. Esta configuración se conoce como bobinas de Helmholtz, las cuales producen un campo magnético muy uniforme en la región comprendida entre ellas. a) Obtenga la expresión para la magnitud B del campo magnético en un punto sobre el eje a una distancia x a la derecha del punto P , el cual está a la mitad de la distancia entre las bobinas. b) Dibuje la gráfica de B en función de x , de $x = 0$ a $x = a/2$. Compare esta gráfica con otra para el campo magnético debido solamente a la bobina de la derecha. c) A partir del inciso a), obtenga una expresión para la magnitud del campo magnético en el punto P si $N = 300$ espiras, $I = 6.00$ A, y $a = 8.00$ cm. d) Calcule dB/dx y d^2B/dx^2 en $P(x = 0)$. Analice el modo en que sus resultados muestran que el campo es muy uniforme en la vecindad de P .

Figura 28.59 Problema 28.67.



28.68. Un alambre circular de diámetro D está sobre una mesa horizontal y conduce una corriente I . En la figura 28.60 el punto A indica el centro del círculo y el punto C está sobre su borde. a) Calcule la magnitud y dirección del campo magnético en el punto A . b) Ahora se desenrolla el alambre de manera que queda recto, con centro en el punto C , y perpendicular a la recta AC , pero se mantiene la misma corriente en él. Ahora encuentre el campo magnético en el punto A . c) ¿Cuál campo es mayor, el del inciso a) o el del inciso b)? ¿En qué factor? ¿Por qué es razonable físicamente este resultado?

28.69. El alambre de la figura 28.61 transporta una corriente I en el sentido que se indica. El alambre se compone de una sección recta muy larga, un cuarto de círculo de radio R , y otra sección recta y larga. ¿Cuáles son la magnitud y dirección del campo magnético neto en el

Figura 28.58 Problema 28.66.

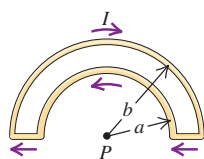
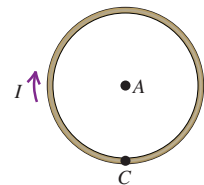
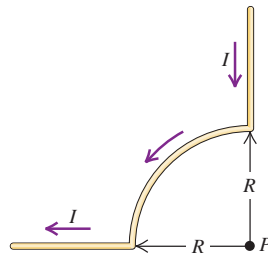


Figura 28.60 Problema 28.68.



centro de curvatura de la sección con forma de un cuarto de círculo (punto P)?

Figura 28.61 Problema 28.69.



28.70. El alambre de la figura 28.62 es infinitamente largo y conduce una corriente I . Calcule la magnitud y dirección del campo magnético que produce esta corriente en el punto P .

28.71. Un alambre largo, recto, con sección transversal circular de radio R , conduce una corriente I . Suponga que la densidad de corriente no es constante en toda la sección transversal del alambre, sino que varía según $J = \alpha r$, donde α es una constante. a) De acuerdo con el requerimiento de que J integrada sobre la sección transversal del alambre da la corriente total I , calcule la constante α en términos de I y R . b) Con base en la ley de Ampère, calcule el campo magnético $B(r)$ correspondiente a i) $r \leq R$, y ii) $r \geq R$. Exprese sus respuestas en términos de I .

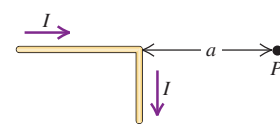
28.72. a) Con respecto al cable coaxial del ejercicio 28.37, obtenga una expresión para la magnitud del campo magnético en los puntos dentro del conductor sólido central ($r < a$). Compare su resultado cuando $r = a$ con los resultados del inciso a) del ejercicio 28.37 en ese mismo punto. b) Con respecto a este cable coaxial, obtenga una expresión para el campo dentro del tubo ($b < r < c$). Compare su resultado cuando $r = b$ con el inciso a) del ejercicio 28.37 en el mismo punto. Compare su resultado cuando $r = c$ con el inciso b) del ejercicio 28.37 en ese mismo punto.

28.73. La dirección del campo eléctrico de una línea infinita de carga positiva es radial hacia fuera con respecto al alambre y puede calcularse con la ley de Gauss para el campo eléctrico (véase el ejemplo 22.6 en la sección 22.4). Con base en la ley de Gauss del magnetismo, demuestre que el campo magnético de un conductor recto, infinitamente largo y portador de corriente, no puede tener una componente radial.

28.74. Se fabrica un conductor en forma de cilindro hueco con radios interior y exterior a y b , respectivamente. Transporta una corriente I distribuida de manera uniforme en toda su sección transversal. Obtenga expresiones para la magnitud del campo magnético en las regiones a) $r < a$; b) $a < r < b$; c) $r > b$.

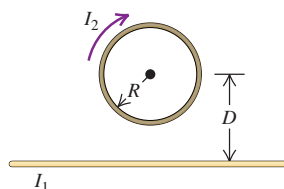
28.75. Se conocen los campos magnéticos interior y exterior. Se le dio un cilindro de cobre, hueco, con radio interior a y radio exterior $3a$. La longitud del cilindro es $200a$ y su resistencia eléctrica al flujo de corriente a lo largo de su extensión es R . Para probar que es apropiado usarlo en un circuito, usted conecta los extremos del cilindro a una fuente de voltaje, lo que ocasiona que una corriente I fluya a lo largo del cilindro. La corriente se distribuye de manera uniforme en toda la sección transversal del cilindro. A usted le interesa conocer la intensidad del campo magnético que produce la corriente dentro de la parte sólida del cilindro, en un radio de $2a$ desde el eje del cilindro. Pero como no es fácil insertar una sonda para medir el campo magnético en el metal sólido, usted decide medir el campo en un punto afuera del cilindro donde el campo sea tan intenso como en el radio $2a$. ¿A qué distancia del eje del cilindro se debe colocar la sonda?

Figura 28.62 Problema 28.70.



28.76. Una espira circular tiene radio R y conduce una corriente I_2 en sentido horario (figura 28.63). El centro de la espira está a una distancia D sobre un alambre largo y recto. ¿Cuáles son la magnitud y dirección de la corriente I_1 en el alambre si el campo magnético en el centro de la espira es igual a cero?

Figura 28.63 Problema 28.76.



28.77. Un cilindro largo, recto, sólido y orientado con su eje en la dirección z conduce una corriente cuya densidad es \vec{J} . La densidad de corriente, aunque simétrica con respecto al eje del cilindro, no es constante, sino que varía de acuerdo con la relación

$$\vec{J} = \frac{2I_0}{\pi a^2} \left[1 - \left(\frac{r}{a} \right)^2 \right] \hat{k} \quad \text{para } r \leq a$$

$$= \mathbf{0} \quad \text{para } r \geq a$$

donde a es el radio del cilindro, r es la distancia radial desde el eje del cilindro, I_0 es una constante expresada en amperes. *a)* Demuestre que I_0 es la corriente total que pasa por toda la sección transversal del alambre. *b)* Con base en la ley de Ampère, obtenga una expresión para la magnitud del campo magnético \vec{B} en la región $r \geq a$. *c)* Obtenga una expresión para la corriente I contenida en una sección transversal circular de radio $r \leq a$ y con centro en el eje del cilindro. *d)* Con base en la ley de Ampère, obtenga una expresión para la magnitud del campo magnético \vec{B} en la región $r \leq a$. ¿Cómo se comparan los resultados de los incisos *b)* y *d)* cuando $r = a$?

28.78. Un cilindro sólido, largo, recto y orientado con su eje en la dirección z conduce una corriente cuya densidad es \vec{J} . La densidad de corriente, aunque simétrica con respecto del eje del cilindro, no es constante y varía de acuerdo con la relación

$$\vec{J} = \left(\frac{b}{r} \right) e^{(r-a)/\delta} \hat{k} \quad \text{para } r \leq a$$

$$= \mathbf{0} \quad \text{para } r \geq a$$

donde el radio del cilindro es $a = 5.00$ cm, r es la distancia radial desde el eje del cilindro, b es una constante igual a 600 A/m, y δ es una constante igual a 2.50 cm. *a)* Sea I_0 la corriente total que pasa por toda la sección transversal del alambre. Obtenga una expresión para I_0 en términos de b , δ y a . Evalúe su expresión para obtener un valor numérico de I_0 . *b)* Con base en la ley de Ampère, obtenga una expresión para el campo magnético \vec{B} en la región $r \geq a$. Expresé su respuesta en términos de I_0 en vez de b . *c)* Obtenga una expresión para la corriente I contenida en una sección transversal circular de radio $r \leq a$ y con centro en el eje del cilindro. Expresé su respuesta en términos de I_0 en vez de b . *d)* Con base en la ley de Ampère, obtenga una expresión para el campo magnético \vec{B} en la región $r \leq a$. *e)* Evalúe la magnitud del campo magnético en $r = \delta$, $r = a$ y $r = 2a$.

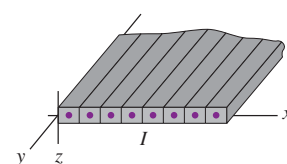
28.79. Integre B_x como aparece en la ecuación (28.15), de $-\infty$ a $+\infty$; es decir, calcule $\int_{-\infty}^{+\infty} B_x dx$. Explique el significado del resultado.

28.80. En una región del espacio en que no hay conducción ni corrientes de desplazamiento, es imposible tener un campo magnético uniforme que decaiga abruptamente a cero. Para demostrar este enunciado, utilice el método de contradicción: suponga que un caso de esta naturaleza sí es posible, y luego demuestre que esa suposición contradice una ley

de la naturaleza. *a)* En la mitad inferior de una hoja de papel, dibuje líneas horizontales uniformemente espaciadas que representen un campo magnético hacia su derecha. Use líneas punteadas para dibujar un rectángulo $abcd$ con lado horizontal ab en la región del campo magnético, y lado horizontal cd en la mitad superior de la hoja, donde $B = 0$. *b)* Demuestre que la integración alrededor del rectángulo contradice la ley de Ampère.

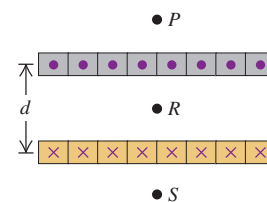
28.81. Lámina infinita de corriente. Se disponen unos al lado de otros unos conductores rectos de sección transversal cuadrada, cada uno de los cuales conduce una corriente I , para formar una lámina infinita de corriente (figura 28.64). Los conductores están en el plano xy , paralelos al eje y , y transportan corriente en la dirección $+y$. Hay n conductores por unidad de longitud, medida a lo largo del eje x . *a)* ¿Cuáles son la magnitud y la dirección del campo magnético a una distancia a abajo de la lámina de corriente? *b)* ¿Cuáles son la magnitud y la dirección del campo magnético a una distancia a arriba de la lámina de corriente?

Figura 28.64 Problema 28.81.



28.82. Se disponen unos al lado de otros unos conductores rectos de sección transversal cuadrada, cada uno de los cuales conduce una corriente I , para formar una lámina infinita de corriente con la dirección de la corriente hacia fuera del plano de la página (figura 28.65). Una segunda lámina de corriente infinita está a una distancia d abajo de la primera y paralela a ella. La segunda lámina conduce corriente hacia el plano de la página. Cada lámina tiene n conductores por unidad de longitud. (Consulte el problema 28.81.) Calcule la magnitud y dirección del campo magnético neto en *a)* el punto P (arriba de la lámina superior); *b)* el punto R (equidistante de las dos láminas); *c)* el punto S (abajo de la lámina inferior).

Figura 28.65 Problema 28.82.



***28.83.** Una pieza de hierro tiene magnetización $M = 6.50 \times 10^4$ A/m. Encuentre el momento dipolar magnético promedio por átomo en esta pieza de hierro. Expresé su respuesta tanto en $\text{A} \cdot \text{m}^2$ como en magnetones de Bohr. La densidad del hierro se da en la tabla 14.1, y su masa atómica (en gramos por mol) se da en el Apéndice D. El símbolo químico del hierro es Fe.

***28.84.** *a)* En la sección 27.7 se estudió la forma en que un imán permanente atrae o repele un dipolo magnético, como una espira de corriente o un objeto magnetizado. Con base en esto explique por qué cualquier punto de un imán atrae tanto materiales paramagnéticos como ferromagnéticos (inicialmente no magnetizados), pero repele los materiales diamagnéticos. *b)* La fuerza que un imán ejerce sobre un objeto es directamente proporcional al momento magnético del objeto. Un imán particular tiene suficiente fuerza para levantar un cubo de hierro recocido ($K_m = 1400$) de 2.00 cm de lado, de manera que el hierro se adhiera a uno de los polos del imán; es decir, el imán ejerce una fuerza ascendente sobre el cubo de hierro, igual al peso de éste. En cambio, si se intenta usar este imán para levantar un cubo de aluminio de 2.00 cm, ¿cuál sería la fuerza ascendente sobre el cubo? ¿Cómo se compara esta fuerza con el peso del cubo? ¿El imán podría levantar al cubo? (Sugerencia: Necesitará información de las tablas 14.1 y 28.1). *c)* Si se intenta usar el imán para levantar un cubo de plata de 2.00 cm, ¿cuáles deberían ser la magnitud y la dirección de la fuerza que actúa sobre el cubo? ¿Cómo se compara esta fuerza con el peso del cubo? ¿Serían apreciables los efectos de la fuerza magnética?

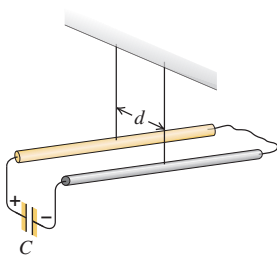
Problemas de desafío

28.85. Dos alambres conductores largos y rectos, con densidad de masa lineal λ están suspendidos de cordeles en posición horizontal, paralelos uno al otro y separados una distancia d . Los extremos posteriores de los alambres están conectados entre sí por un alambre de conexión holgado y de baja resistencia. Ahora se incorpora al sistema un capacitor con carga (capacitancia C); la placa positiva del capacitor (carga inicial $+Q_0$) se conecta al extremo anterior de uno de los alambres, y la placa negativa del capacitor (carga inicial $-Q_0$) se conecta al extremo anterior del otro alambre (figura 28.66). Ambas conexiones se hacen con alambres holgados de poca resistencia. Una vez establecida la conexión, la fuerza de repulsión entre los alambres los empuja hacia los lados, y cada alambre tiene una velocidad horizontal inicial de magnitud v_0 . Suponga que el tiempo de descarga del capacitor es insignificante en comparación con el tiempo necesario para que ocurra un desplazamiento apreciable en la posición de los alambres. *a)* Demuestre que la rapidez inicial de cualquiera de los alambres está dada por

$$v_0 = \frac{\mu_0 Q_0^2}{4\pi\lambda R C d}$$

donde R es la resistencia total del circuito. *b)* ¿A qué altura h se elevará cada cable como resultado de la conexión del circuito?

Figura 28.66 Problema de desafío 28.85.



28.86. Una banda aislante larga y ancha tiene una carga positiva uniforme por unidad de área σ en su cara superior. Unos rodillos situados en cada extremo trasladan la banda hacia la derecha con rapidez constante v . Calcule la magnitud y dirección del campo magnético producido por la banda en movimiento en un punto justo arriba de su superficie. (*Sugerencia:* En los puntos cercanos a la superficie y alejados de sus bordes o extremos, la banda móvil se puede considerar una lámina infinita de corriente, como la del problema 28.81.)

28.87. Disco dieléctrico con carga. Un disco delgado de material dieléctrico con radio a tiene una carga total $+Q$ distribuida de manera uniforme sobre su superficie. El disco gira n veces por segundo sobre un eje perpendicular a la superficie del disco y que pasa por su centro. Determine el campo magnético en el centro del disco. (*Sugerencia:* Divida el disco en anillos concéntricos de anchura infinitesimal.)

28.88. Un alambre en forma de semicírculo con radio a está orientado en el plano yz con su centro de curvatura en el origen (figura 28.67). Si la corriente en el alambre es I , calcule las componentes del campo magnético producido en el punto P , a una distancia x a lo largo del eje x . (*Nota:* No olvide la contribución del alambre recto en la parte inferior del semicírculo que va de $z = -a$ a $z = +a$. Puede considerar el hecho de que los campos de las dos corrientes antiparalelas se anulan en $z > a$, pero debe explicar *por qué* se anulan.)

Figura 28.67 Problema de desafío 28.88.

