UNIVERSIDAD DE LA FRONTERA
FACULTAD DE INGENIERÍA Y CIENCIAS
DEPARTAMENTO DE CIENCIAS FISICAS

PRUEBA GLOBAL DE FÍSICA II
ICF- 190
PRIMER SEMESTRE DE 2017
04 / JULIO / 2017

PAUTA			
NOMBRE COMPLETO		PUNTAJE	NOTA
CARRERA	MÓDULO		

Instrucciones

1. Esta prueba tiene **18 preguntas**. Al responder es necesario que explicite el desarrollo de los cálculos realizados.
2. El puntaje total de la prueba es **24 puntos**. El puntaje asignado a cada pregunta está en la primera columna.
3. La nota 4.0 se obtiene con el 50% del puntaje total y el 7.0 con el 100% del puntaje.
4. Usted está autorizado para usar calculadora.
5. Dispone de **2 horas** para responder la prueba.

Datos que podrían ser útiles:

$k_e = 9\times10^9\ Nm^2/C^2$; $\varepsilon_0 = 8.85\times10^{-12}\ C^2/Nm^2$; $e = 1.6\times10^{-19}\ C$; $m_e = 9.1\times10^{-31}\ kg$;
$m_p = 1.67\times10^{-27}\ kg$; $\mu_0 = 4\pi\times10^{-7}\ Tm/A$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2+x^2}} = \ln\left|x+\sqrt{a^2+x^2}\right|$$

$$\int \frac{x\,dx}{\sqrt{a^2+x^2}} = \sqrt{a^2+x^2}$$

$$\int \frac{x^2\,dx}{\sqrt{a^2+x^2}} = \frac{x}{2}\sqrt{a^2+x^2} - \frac{a^2}{2}\ln\left|x+\sqrt{a^2+x^2}\right|$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{(a^2+x^2)^3}} = \frac{x}{a^2\sqrt{a^2+x^2}}$$

$$\int \frac{x\,dx}{\sqrt{(a^2+x^2)^3}} = \frac{-1}{\sqrt{a^2+x^2}}$$

$$\int \frac{x^2\,dx}{\sqrt{(a^2+x^2)^3}} = -\frac{x}{\sqrt{a^2+x^2}} + \ln\left|x+\sqrt{a^2+x^2}\right|$$

Información para pregunta 1.

En la Fig. 1, se muestra dos esferitas metálicas de igual tamaño de radios muy pequeños con cargas $Q_1 = -Q$ y $Q_2 = 9Q$. La Fig. 2, muestra las mismas esferitas momentáneamente en contacto, luego las esferitas se separan y ubican en las posiciones indicadas en la Fig. 3. Sea F el módulo de la fuerza entre las esferitas en la Fig. 1 y F' el módulo de la fuerza entre las esferitas en la Fig. 3.

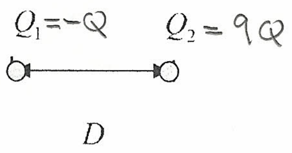


Fig. 1

Fig. 2

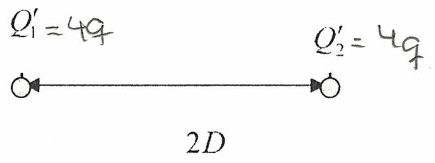


Fig. 3

(1) 1.- ¿Cuánto vale el cuociente entre las cargas Q_1 / Q_1'? y la razón entre los módulos F'/F?.

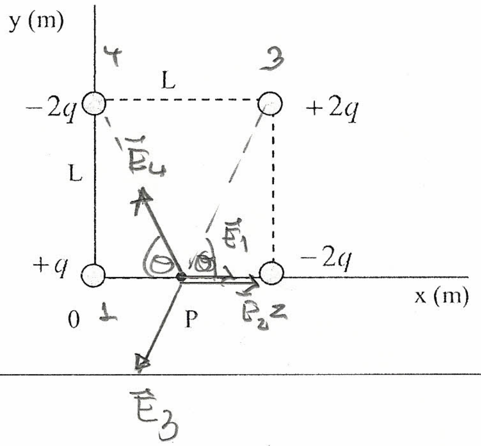
$$\frac{Q_1}{Q_1'} = -\frac{Q}{4Q} \qquad F = \frac{K9Q^2}{D^2} \; ; \; F' = \frac{K16Q^2}{4D^2}$$

$$\frac{Q_1}{Q_1'} = -\frac{1}{4} \qquad \frac{F'}{F} = \frac{4}{9}$$

Información para pregunta 2.

Cuatro partículas cargadas con carga $|q| = 4.0\ \mu C$ se ubican en los vértices de un cuadrado de lado $L = 0.5\ m$ como muestra la figura.

$$\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{5}}$$



(1) 2.- Determine el campo eléctrico en el punto P (L/2 , 0)

$$\vec{E}(P) = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \vec{E}_4$$

$$|\vec{E}_3| = |\vec{E}_4| = \frac{K2q}{\frac{5}{4}L^2} = \frac{8Kq}{5L^2} \; ; \; |\vec{E}_1| = \frac{Kq}{\frac{L^2}{4}} = \frac{4Kq}{L^2} \; ; \; |\vec{E}_2| = \frac{8Kq}{L^2}$$

$$\vec{E}(P) = \left[|\vec{E}_1| + |\vec{E}_2| - 2|\vec{E}_3|\cos\theta \right] \hat{i}$$

$$= \left[\frac{4Kq}{L^2} + \frac{8Kq}{L^2} - \frac{2 \cdot 8Kq}{5L^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{5}} \right] \hat{i}$$

$$\vec{E}(P) = \frac{Kq}{L^2}\left[12 - \frac{16}{5\sqrt{5}}\right]\hat{i} \qquad = \frac{9\times10^9 \cdot 4\times10^{-6}}{(0.5)^2}\left[12 - \frac{16}{5\sqrt{5}}\right]$$

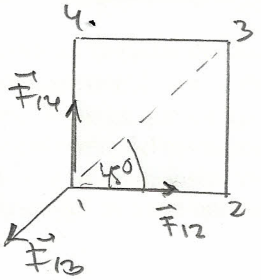
1.43

$$= 144\times10^3\,[10.57]$$

$$= 1.52\times10^6\,\hat{i}$$

2

(1) 3.- Calcule la fuerza eléctrica que se ejerce sobre la carga $+q$.



$\vec F_1 = \vec F_{12} + \vec F_{13} + \vec F_{14}$ $\qquad |\vec F_{12}| = |\vec F_{14}|$

$\vec F_{12} = \frac{2Kq^2}{L^2}\hat i$; $\vec F_{14} = \frac{2Kq^2}{L^2}\hat j$; $\vec F_{13} = \frac{2Kq^2}{2L^2}(\cos 45°\,\hat i + \operatorname{sen} 45°\,\hat j)$

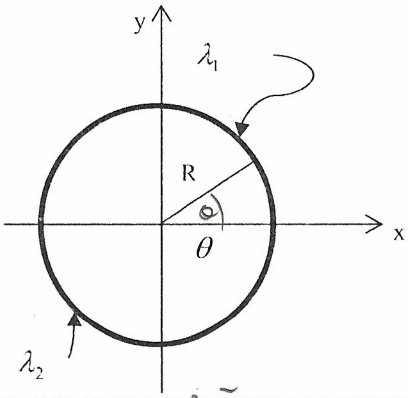
$\vec F_{13} = -\frac{Kq^2}{L^2}\left(\frac{\sqrt2}{2}\hat i + \frac{\sqrt2}{2}\hat j\right)$

$$\vec F_3 = \frac{Kq^2}{L^2}\left[\left(2-\frac{\sqrt2}{2}\right)\hat i + \left(2-\frac{\sqrt2}{2}\right)\hat j\right]$$

Información para preguntas 3 y 4.

Dos varillas aisladoras semicirculares de radios R cargadas eléctricamente con densidades de carga $\lambda_1 = \lambda_0 sen\theta$ para $0 \le \theta \le \pi$ y $\lambda_2 = -\lambda_0$ para $\pi \le \theta \le 2\pi$ respectivamente se unen por sus extremos para formar un anillo como muestra la figura.

$$\vec E(\vec r) = K\int_l \frac{\lambda(\vec r - \vec r')\,dl'}{|\vec r - \vec r'|^3}$$



(0.5) 3.- Calcule la carga total del anillo.

$$Q = \int_{l_1}\lambda_1\,dl + \int_{l_2}\lambda_2\,dl = \int_0^{\pi}\lambda_0 \operatorname{sen}\theta\,R\,d\theta - \int_{\pi}^{2\pi}\lambda_0 R\,d\theta$$

$$Q = -\lambda_0 R(\cos\theta)_0^{\pi} - \lambda_0 R(\theta)_{\pi}^{2\pi} \Rightarrow Q = \lambda_0 R(2-\pi)$$

(1.5) 4.- Determine el campo eléctrico generado por distribución de carga en el centro del anillo.

$\vec E(0) = \vec E_1(0) + \vec E_2(0)$ $\qquad \vec r = \vec 0$; $\vec r' = R\cos\theta\,\hat i + R\operatorname{sen}\theta\,\hat j$; $dl' = R\,d\theta$

$$\vec E_1 = K\lambda_0\int_0^{\pi}\frac{\operatorname{sen}\theta(-R\cos\theta\,\hat i - R\operatorname{sen}\theta\,\hat j)R\,d\theta}{R^3}$$

$$= \frac{K\lambda_0}{R}\left\{-\hat i\int_0^{\pi}\operatorname{sen}\theta\,\cancel{\cos\theta}\,d\theta - \hat j\int_0^{\pi}\operatorname{sen}^2\theta\,d\theta\right\} = -\hat j\,\frac{K\lambda_0}{R}\left[\frac{\theta}{2} - \frac{\operatorname{sen}2\theta}{4}\right]_0^{\pi}$$

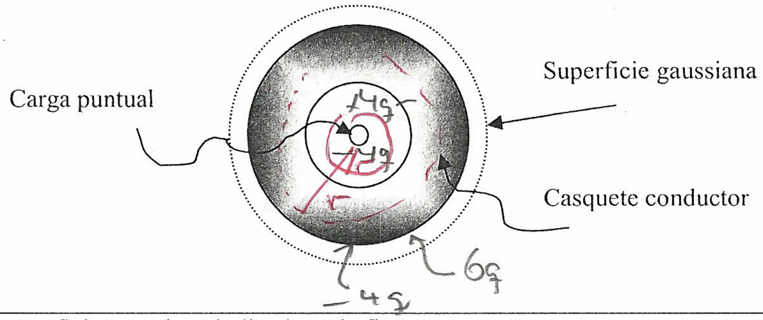
$\vec E_1(0) = -\frac{K\lambda_0\pi}{2R}\hat j$ (0.5)

$$\vec E_2 = -K\lambda_0\int_{\pi}^{2\pi}\frac{(-R\cos\theta\,\hat i - R\operatorname{sen}\theta\,\hat j)R\,d\theta}{R^3} = -\frac{K\lambda_0}{R}\left\{-\hat i\int_{\pi}^{2\pi}\cancel{\cos\theta}\,d\theta - \hat j\int_{\pi}^{2\pi}\operatorname{sen}\theta\,d\theta\right\}$$

$\vec E_2(0) = -\frac{2K\lambda_0}{R}\hat j$ (0.5) $\Rightarrow$ $\vec E = -\frac{K\lambda_0}{R}\left(\frac{\pi}{2} + 2\right)\hat j$ (0.5)

Información para preguntas 5 y 6.		

La figura muestra un casquete conductor aislado de radio interior *5 cm* y radio exterior *10 cm*. Suponga que un agente externo ubica en el centro del casquete una carga puntual $-4q$ y deposita en la superficie exterior del casquete una carga $+6q$.



(1) 5.- Calcule el flujo eléctrico en la superficie gaussiana indicada en la figura.

$$\phi = \oint\!\!\oint \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{-4q+4q-4q+6q}{\epsilon_0}$$

$$\phi = \frac{2q}{\epsilon_0}$$

(2) 6.- Calcule el campo eléctrico en las regiones $r < 5.0\ cm$; $5.0 < r < 10.0\ cm$ y $r > 10.0\ cm$.

$r < 0{,}05\,m$

$$\oint\!\!\oint \vec{E}\cdot d\vec{S} = -\frac{4q}{\epsilon_0} \quad (0.3) \quad \Rightarrow \quad \vec{E} = -\frac{q}{\pi\epsilon_0 r^2}\hat{r} \quad (0.5)$$

$$E\,4\pi r^2 = -\frac{4q}{\epsilon_0}$$

$0{,}05 < r \leq 0{,}1\,m$

$$\oint\!\!\oint \vec{E}\cdot d\vec{S} = 0 \quad \Rightarrow \quad \vec{E} = \vec{0} \quad (0.5)$$

$r > 0{,}1\,m$

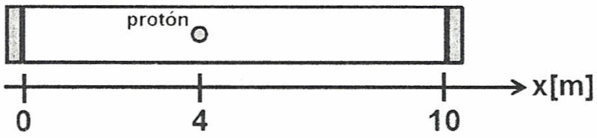
$$\oint\!\!\oint \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{2q}{\epsilon_0} \quad (0.2)$$

$$E\,4\pi r^2 = \frac{2q}{\epsilon_0} \quad \Rightarrow \quad \vec{E} = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 r^2}\hat{r} \quad (0.5)$$

Información para las preguntas 7 y 8.

El potencial eléctrico dentro de un acelerador de partículas de 10 m de longitud está dado por $V(x) = (3700 - 5x^2/\,m^2)$ V,

donde x es la distancia desde la placa izquierda a lo largo del tubo del acelerador, como muestra la figura.



(1) 7.- Si se libera un protón a partir de reposo en x = 4 m, calcule la aceleración del protón justo después de que se libera.

$\vec{E}(x) = -\frac{d}{dx}\left(3700 - \frac{5x^2}{m^2}\right) V\hat{i} = 10x \left[\frac{V}{m^2}\right]\hat{i}$ (0,4)

$F(x) = q\,E(x)$ $\quad$ $F(x) = m_p\,a(x)$

$a(x) = \frac{q\,E(x)}{m_p}$ (0,2) $\quad a(4m) = \frac{(1,6\times10^{-19}C)\,10\,4m\,V/m^2}{1,67\times10^{-27}\,kg}$

$\boxed{\vec{a}(4m) = 3,83\times10^{9}\,m/s^2\,\hat{i}}$ (0,4)

(2) 8.- ¿Cuál es la rapidez de impacto del protón cuando choca contra la placa? ¿Con cuál placa choca?

$\vec{E} = E\hat{i} \Rightarrow$ choca contra la placa en $x = 10\,m$

0,5 $\Delta E_c = -\Delta U$

$\Delta E_c = \frac{1}{2} m_p (v_f^2 - \cancel{v_i^2})$, $\quad \Delta U = q\,\Delta V = -q5(x_f^2 - x_i^2)\frac{V}{m^2}$ (0,5)

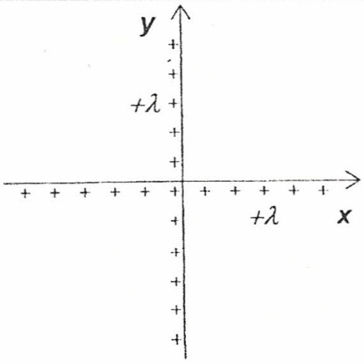
0,5 $\Rightarrow \frac{1}{2} m_p v_f^2 = 5q(x_f^2 - x_i^2)\frac{V}{m^2}$

$v_f = \sqrt{\frac{10q}{m_p}(x_f^2 - x_i^2)\frac{V}{m^2}} = \sqrt{\frac{10(1,6\times10^{-19}C)}{1,67\times10^{-27}kg}\left[(10m)^2 - (4m)^2\right]\frac{V}{m^2}}$

$\boxed{\vec{v}_f = 2.84\times10^{5}\,m/s\,\hat{i}}$ (0,5)

Información para las preguntas 9 y 10.

Una línea, muy larga, con densidad lineal de carga uniforme y positiva yace a lo largo del eje x. Otra línea idéntica cargada yace a lo largo del eje y.



(2) 9.- Determine la diferencia de potencial entre los puntos inicial (a, a) y final (a, 3a), ubicados en este plano.

Para una línea en general $\oint \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{Q_{enc}}{\epsilon_0}$

$$\int \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{\lambda L}{\epsilon_0} \Rightarrow 2\pi r \cancel{L} E = \frac{\lambda \cancel{L}}{\epsilon_0}$$

$$\boxed{\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}\hat{r}} \quad 0,3$$

Por lo tanto encima del plano $\vec{E}(x,y) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0}\left(\frac{\hat{i}}{x}+\frac{\hat{j}}{y}\right)$ 1.0

$$\left.\begin{aligned} V_f - V_i &= -\int \vec{E}\cdot dy\,\hat{j} \\ &= -\int_a^{3a}\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0}\frac{1}{y}\,dy = -\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0}\ln\left(\frac{3a}{a}\right)\end{aligned}\right\} 0,5$$

$$\boxed{V_f - V_i = \frac{-\lambda}{2\pi\epsilon_0}\ln 3} \quad 0.2$$

(1) 10.- Determine la diferencia de potencial entre los puntos inicial (a, a) y final (3a, a), ubicados en este plano.

$$\left.\begin{aligned} V_f - V_i &= -\int \vec{E}\cdot d\vec{l} = -\int_a^{3a}\vec{E}\cdot dx\,\hat{i} \\ &= -\int_a^{3a}\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0}\frac{1}{x}\,dx\end{aligned}\right\} 0,5$$

$$\left.\begin{aligned} &= \frac{-\lambda}{2\pi\epsilon_0}\ln\left(\frac{3a}{a}\right) \\ &\boxed{V_f - V_i = -\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0}\ln(3)}\end{aligned}\right\} 0.5$$

Información para las preguntas 11 y 12.

Suponga una esfera no conductora de radio R con su carga q distribuida homogéneamente en todo su volumen.

(1) 11.- Suponiendo V = 0 en el centro de la esfera, encuentre el potencial eléctrico V(r) dentro de la esfera.

Usando Gauss, obtenemos el campo al interior de la esfera

$\int \vec{E}\cdot d\vec{s} = \frac{\rho V'}{\epsilon_0} \Rightarrow E(4\pi r^2) = \frac{\rho}{\epsilon_0}\frac{4}{3}\pi r^3$ pero $\rho = \frac{q}{4/3\,\pi R^3} \Rightarrow \vec{E} = \frac{qr}{4\pi\epsilon_0 R}\hat{r}$ al interior de la esfera

$$\Rightarrow V(r) - V(0) = -\int_0^r \vec{E}\cdot d\vec{r}$$

$$= -\int_0^r \frac{qr}{4\pi\epsilon_0 R^3}\,dr = \frac{-q}{4\pi\epsilon_0 R^3}\frac{r^2}{2} \Rightarrow \boxed{V(r) = \frac{-qr^2}{8\pi\epsilon_0 R^3} \quad r<R} \quad (0.5)$$

(0.5)

(1)	12.-	¿Cuál es la diferencia de potencial entre un punto en la superficie de la esfera y el centro de la esfera?

Usando el resultado anterior

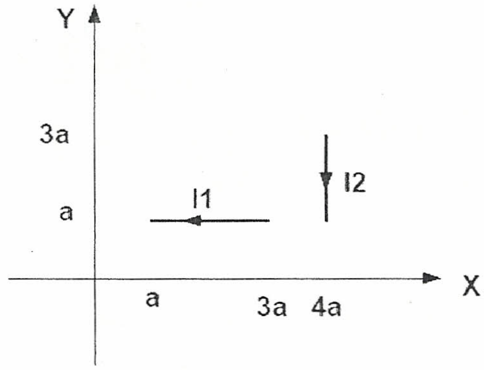
$$V(R)-V(0) = -\frac{qR^2}{8\pi\varepsilon_0 R^3} - 0$$

$$\Rightarrow \boxed{V(R)-V(0) = -\frac{q}{8\pi\varepsilon_0 R}} \qquad (1.0)$$

Información para las preguntas 13 a 15.

Dos conductores rectilíneos, de longitud $2a$, conducen corrientes $I_1 = I$ e $I_2 = 2I$. El conductor 1 es paralelo al eje X en $Y = a$, mientras que el conductor 2 es paralelo al eje Y en $x = 4a$, tal como muestra la figura.

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int \frac{d\vec{l} \times (\vec{r} - \vec{r}\,')}{\|\vec{r} - \vec{r}\,'\|^3}$$



(3)	13.-	Determine el vector campo magnético resultante en el origen del sistema de referencia.

$\vec{r} = \vec{0}$; $\vec{r}_1\,' = x\hat{\imath} + a\hat{\jmath}$; $\vec{r} - \vec{r}\,' = -x\hat{\imath} - a\hat{\jmath}$; $\|\vec{r} - \vec{r}\,'\| = \sqrt{x^2+a^2}$; $d\vec{l} = -dx\,\hat{\imath}$

$$\vec{B}_1 = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_a^{3a} \frac{-dx\,\hat{\imath} \times (-x\hat{\imath} - a\hat{\jmath})}{(x^2+a^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_a^{3a} \frac{dx\,[\overset{0}{\cancel{x\hat{\imath}\times\hat{\imath}}} + a\,\hat{\imath}\times\hat{\jmath}]}{(x^2+a^2)^{3/2}}$$

$$\vec{B}_1 = \frac{\mu_0 I a}{4\pi}\int_a^{3a} \frac{dx\,\hat{k}}{(x^2+a^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 I a}{4\pi}\left[\frac{x}{a^2\sqrt{a^2+x^2}}\right]_a^{3a}\hat{k}$$

$$\vec{B}_1 = \frac{\mu_0 I a}{4\pi}\left[\frac{3a}{a^2\sqrt{10a^2}} - \frac{a}{a^2\sqrt{2a^2}}\right]\hat{k} = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}\left[\frac{3}{\sqrt{10}} - \frac{1}{\sqrt{2}}\right]\hat{k}$$

$\vec{r} = \vec{0}$; $\vec{r}_2\,' = 4a\hat{\imath} + y\hat{\jmath}$; $\vec{r} - \vec{r}_2\,' = -4a\hat{\imath} - y\hat{\jmath}$; $\|\vec{r} - \vec{r}_2\,'\| = \sqrt{16a^2+y^2}$

$d\vec{l}_2 = -dy\,\hat{\jmath}$

$$\vec{B}_2 = \frac{\mu_0 2I}{4\pi}\int_a^{3a} \frac{-dy\,\hat{\jmath} \times [-4a\hat{\imath} - y\hat{\jmath}]}{(16a^2+y^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 2I}{4\pi}\int_a^{3a} \frac{dy\,[4a\,\hat{\jmath}\times\hat{\imath} + \overset{0}{\cancel{y\,\hat{\jmath}\times\hat{\jmath}}}]}{(16a^2+y^2)^{3/2}}$$

$$\vec{B}_2 = \frac{\mu_0 \cdot 2I}{4\pi}\int_a^{3a} \frac{4a\,dy\,(-\hat{k})}{(16a^2+y^2)^{3/2}} = -\frac{\mu_0 4a \cdot 2I}{4\pi}\left[\frac{y}{16a^2\sqrt{16a^2+y^2}}\right]_a^{3a}\hat{k}$$

$$\vec{B}_2 = -\frac{\mu_0}{4\pi} 4a\cdot 2I \left[\frac{3a}{16a^2\sqrt{25a^2}} - \frac{a}{16a^2\sqrt{17a^2}}\right]\hat{k} = -\frac{\mu_0 I}{4\pi\cdot 2a}\left[\frac{3}{5} - \frac{1}{\sqrt{17}}\right]\hat{k}$$

$$\vec{B}_2 = -\frac{\mu_0 I}{4\pi a}\left[\frac{3}{10} - \frac{1}{2\sqrt{17}}\right]\hat{k} \qquad \vec{B}(0) = \vec{B}_1(0) + \vec{B}_2(0)$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}\left[\frac{3}{\sqrt{10}} - \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{3}{10} + \frac{1}{2\sqrt{17}}\right]\hat{k} = \frac{0.06\mu_0 I}{4\pi a}\hat{k}$$

(1) 14.- Calcule la fuerza ejercida por el campo magnético generado por los conductores sobre una carga puntual q que pasa por el origen con una velocidad instantánea $\vec{v} = -2v_0\hat{\imath} + v_0\hat{\jmath}$

$$\vec{F} = q\,\vec{v}\times\vec{B} = q(-2v_0\hat{\imath} + v_0\hat{\jmath})\times\frac{0.06\mu_0 I}{4\pi a}\hat{k}$$

$$\vec{F} = \frac{0.06\mu_0 q I v_0}{4\pi a}\left[-2\hat{\imath}\times\hat{k} + \hat{\jmath}\times\hat{k}\right]$$

$$\vec{F} = \frac{0.06\mu_0 q I v_0}{4\pi a}\left[-2(-\hat{\jmath}) + \hat{\imath}\right] = \frac{0.06\mu_0 q I v_0}{4\pi a}\left[\hat{\imath} + 2\hat{\jmath}\right]$$

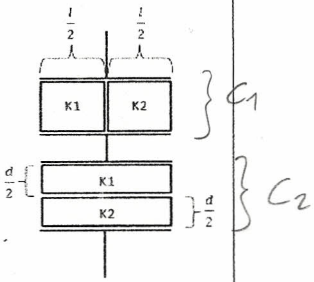
(1) 15.- Suponga que en esta misma región existe un campo magnético constante $\vec{B} = \frac{24}{a}\hat{k}$. Calcule la fuerza que este campo magnético ejerce sobre el conductor horizontal.

$$d\vec{l} = -dx\,\hat{\imath}$$

$$\vec{F} = \int I\,d\vec{l}\times\vec{B} = -I\int_a^{3a} dx\,\hat{\imath}\times\frac{24}{a}\hat{k} = -\frac{24I}{a}\,x\Big|_a^{3a}(-\hat{\jmath})$$

$$\vec{F} = \frac{24I}{a}\cdot 2a\,\hat{\jmath} = 48I\hat{\jmath}$$

(1) 16.- Dos capacitores idénticos de placas plano paralelas de área l^2 y separación d entre sus placas, se encuentran conectados en serie. Se introducen dos dieléctricos de constante dieléctrica K_1 y K_2 de formas distintas en cada uno de los capacitores, tal cómo se muestra en la figura. Obtenga la capacidad equivalente del sistema.



C_1 (k_2, k_1)

$$C_{11} = k_1\varepsilon_0\frac{l^2/2}{d}\ ; \quad C_{12} = k_2\frac{\varepsilon_0 l^2/2}{d}$$

$$C_1 = C_{11} + C_{12} = \frac{\varepsilon_0 l^2}{2d}(k_1+k_2)$$

C_2 (k_1 k_2)

$$C_{21} = \frac{k_1\varepsilon_0 l^2}{d/2} \qquad C_{22} = \frac{k_2\varepsilon_0 l^2}{d/2}$$

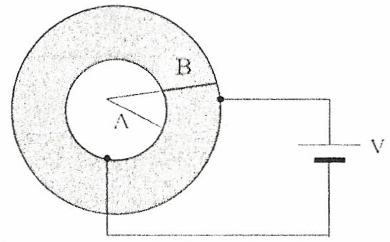
$$\frac{1}{C_2} = \frac{1}{C_{21}} + \frac{1}{C_{12}} \Rightarrow \frac{1}{C_2} = \frac{d}{2k_1\varepsilon_0 l^2} + \frac{d}{2k_2\varepsilon_0 l^2} \Rightarrow C_2 = \frac{2k_1k_2\varepsilon_0 l^2}{d(k_1+k_2)}$$

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} : \frac{1}{C_{eq}} = \frac{2d}{\varepsilon_0 l^2(k_1+k_2)} + \frac{d(k_1+k_2)}{2k_1k_2\varepsilon_0 l^2}$$

$$\Rightarrow C_{eq} = \frac{2\varepsilon_0 l^2 k_1k_2(k_1+k_2)}{k_1^2 + k_2^2 + 6k_1k_2}$$

Información para las preguntas 17 y 18.

La figura muestra un cascarón conductor esférico de radio $B = 10.0\,cm$ con una cavidad concéntrica de radio $A = 2.0\,cm$. La resistividad del conductor es $\rho = 25r^2\ \Omega m$, donde r es la distancia medida desde el centro del cascarón. Entre A y B se aplica una diferencia de potencial $V = 120.0\,V$.



(1) 17.- Calcule la resistencia del conductor y la corriente que circula por él.

$$R = \int \frac{\rho\, dl}{A} \; ; \; A = 4\pi r^2 \, , \; \rho = 25 r^2 \, , \; dl = dr$$

$A = 0{,}02\,m$

$B = 0{,}1\,m$

$$R = \int_{0{,}02}^{0{,}1} \frac{25\,\cancel{r^2}\, dr}{4\pi \cancel{r^2}} \Rightarrow R = \frac{25}{4\pi}\int_{0{,}02}^{0{,}1} dr \Rightarrow \boxed{R = 0{,}16\,\Omega}$$

$$i = \frac{V}{R} \Rightarrow i = \frac{120}{0{,}16}\,A \Rightarrow \boxed{i = 750\,A}$$

(1) 18.- Calcule la densidad de corriente en un punto ubicado en $r = 5.0\,cm$ del conductor.

$$J = \frac{i}{A} \; ; \; A = 4\pi r^2 \Rightarrow A = 4\pi (0{,}05)^2\,m^2$$

$$\Rightarrow A = 0{,}031\,m^2$$

$$\Rightarrow J = \frac{750\,A}{0{,}031\,m^2}$$

$$J = 24193{,}55\,A/m^2$$