Estamos acostumbrados a hablar de voltaje —una batería de automóvil de 12 volts, la línea de 110 o 220 volts en casa, pilas de 1.5 volts para lámparas, etcétera. Aquí vemos un generador de Van de Graaff, que puede alcanzar un voltaje de 50,000 volts o más. Voltaje es lo mismo que diferencia de potencial entre dos puntos. El potencial eléctrico se define como la energía potencial por unidad de carga.

Los niños aquí, con los cabellos de punta porque cada cabello ha recibido carga con el mismo signo, no se lastiman con el voltaje porque el Van de Graaff no puede generar mucha corriente sin que baje el voltaje. (Es la corriente a través del cuerpo la que hace daño, como veremos más adelante).

CAPÍTULO 23

Potencial eléctrico

PREGUNTA DE INICIO DE CAPÍTULO: ¡Adivine ahora!
Considere dos placas paralelas, con densidades de carga iguales, pero de signos opuestos, σ. ¿Cuál de las siguientes acciones aumentará el voltaje entre las placas (suponiendo densidad de carga constante)?

a) Acercar las placas.
b) Alejar las placas.
c) Duplicar el área de las placas.
d) Reducir a la mitad el área de las placas.

CONTENIDO

En los capítulos 7 y 8 vimos que el concepto de energía fue sumamente útil para tratar los temas de la mecánica. El punto de vista de la energía es especialmente útil para la electricidad. No sólo expande la ley de la conservación de la energía, sino que también nos ofrece otra manera de tratar los fenómenos eléctricos. Además, en muchos casos, la energía es una poderosa herramienta para solucionar problemas con más facilidad que si se utilizan fuerzas y campos eléctricos.

23–1 Energía potencial eléctrica y diferencia de potencial

Energía potencial eléctrica

Para aplicar la conservación de la energía necesitamos definir la energía potencial eléctrica, como lo hicimos para otros tipos de energía potencial. Como vimos en el capítulo 8, la energía potencial puede definirse sólo para fuerzas conservativas. El trabajo que efectúa una fuerza conservativa sobre un objeto en movimiento, entre dos posiciones cualesquiera, es independiente de la trayectoria que siga el objeto. La fuerza electrostática entre dos cargas (ecuación 21-1, $F = Q_1Q_2/r^2$) es conservativa, ya que la dependencia en la posición es justo como la dependencia en la posición en el caso de la fuerza gravitacional, $1/r^2$, la cual, como vimos en la sección 8-7, es una fuerza conservativa. Así que podemos definir también la energía potencial U para la fuerza electrostática.

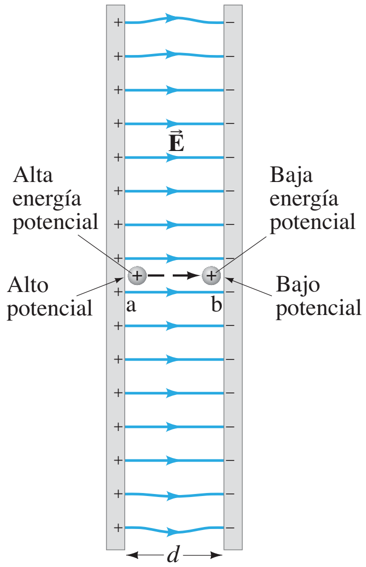


FIGURA 23–1 El campo eléctrico realiza trabajo para mover a la carga q de la posición a a la posición b.

En el capítulo 8 vimos que el cambio en energía potencial entre dos puntos a y b es igual al negativo del trabajo realizado por la fuerza conservativa para mover un objeto desde a hasta b: $\Delta U = -W$.

De esta manera, definimos el cambio en la energía potencial eléctrica, $U_b - U_a$, cuando una carga puntual q se mueve de un punto a a otro punto b, como el negativo del trabajo que efectúa la fuerza eléctrica para mover la carga desde a hasta b. Por ejemplo, considere el campo eléctrico producido entre dos placas paralelas con cargas iguales y opuestas; suponemos que su separación es pequeña en comparación con su largo y su ancho, así que el campo $\vec{\mathbf{E}}$ debe ser uniforme sobre la mayor parte de la región entre las placas (figura 23-1). Ahora considere una pequeña carga puntual positiva q localizada en el punto a muy cerca de la placa positiva, como se muestra en la figura. Esta carga q es tan pequeña que no afecta a $\vec{\mathbf{E}}$. Si esta carga q en el punto a se deja en libertad, la fuerza eléctrica realizará trabajo sobre la carga y la acelerará hacia la placa negativa. El trabajo W que efectúa el campo eléctrico E para mover la carga una distancia d es

$$W = Fd = qEd$$

donde usamos la ecuación 21-5, $F = qE$. El cambio en energía potencial eléctrica es igual al negativo del trabajo realizado por la fuerza eléctrica:

$$U_b - U_a = -W = -qEd \qquad [\text{uniforme } \vec{\mathbf{E}}] \qquad \textbf{(23–1)}$$

para este caso de campo eléctrico $\vec{\mathbf{E}}$. uniforme. En el caso ilustrado, la energía potencial disminuye (ΔU es negativa); mientras la carga eléctrica en la partícula se acelera desde el punto a hasta el punto b en la figura 23-1, la energía cinética K de la partícula aumenta en la misma cantidad. De acuerdo con la ley de conservación de la energía, la energía potencial eléctrica se transforma en energía cinética, de manera que la energía total se conserva. Observe que la carga positiva q tiene su energía potencial máxima en el punto a, cerca de la placa positiva.† Lo contrario sería cierto para una carga negativa: su energía potencial sería máxima cerca de la placa negativa.

Potencial eléctrico y diferencia de potencial

En el capítulo 21 encontramos útil definir el campo eléctrico como la fuerza por unidad de carga. De manera similar, es útil definir el **potencial eléctrico** (o simplemente el **potencial**, cuando se entiende que es "eléctrico"), como la *energía potencial eléctrica por unidad de carga.* Usamos el símbolo V para representar el potencial eléctrico. Si una carga de prueba positiva q tiene una energía potencial eléctrica U_a en algún punto a (con respecto a algún nivel cero de energía potencial previamente establecido), el potencial eléctrico V_a en este punto es

$$V_a = \frac{U_a}{q}. \qquad \textbf{(23–2a)}$$

Como vimos en el capítulo 8, sólo los cambios en la energía potencial tienen significado físico. Así que sólo la **diferencia de potencial** o la **diferencia en el potencial**, entre dos puntos a y b, es susceptible de ser medida (como los puntos a y b de la figura 23-1). Cuando la fuerza eléctrica efectúa trabajo positivo sobre la carga, la energía cinética aumenta y la energía potencial disminuye. La diferencia en energía potencial, $U_b - U_a$, es igual al negativo del trabajo, W_{ba}, que realiza el campo eléctrico para mover la carga desde a hasta b; por lo mismo, la diferencia de potencial V_{ba} es

$$V_{ba} = \Delta V = V_b - V_a = \frac{U_b - U_a}{q} = -\frac{W_{ba}}{q}. \qquad \textbf{(23–2b)}$$

Observe que el potencial eléctrico, al igual que el campo eléctrico, no depende de nuestra carga de prueba q. V depende de las otras cargas que generan el campo, pero no de q; q adquiere energía potencial cuando está inmersa en el potencial V debido a otras cargas.

Podemos ver, a partir de nuestra definición, que la placa positiva en la figura 23-1 está a un potencial mayor que la placa negativa. Así que un objeto cargado positivamente se desplaza de manera natural de una zona de mayor potencial hacia una zona de menor potencial. Una carga negativa hace justo lo contrario.

La unidad de potencial eléctrico y de diferencia de potencial es joules/coulomb, que recibe el nombre especial de **volt**, en honor de Alejandro Volta (1745-1827), quien es mejor conocido por inventar la batería eléctrica. El volt se abrevia V, así que 1 V = 1 J/C. La diferencia de potencial, como está medida en volts, se conoce comúnmente como **voltaje**.

†En este punto, la carga tiene la mayor capacidad de realizar un trabajo (sobre otro objeto o sistema).

Si queremos hablar del potencial eléctrico V_a, en un punto a, debemos estar conscientes de que el valor de V_a depende de en qué punto se elige el nivel cero de potencial. El cero de potencial eléctrico, en una situación dada, puede elegirse de manera arbitraria, justo como la energía potencial, porque sólo pueden medirse las diferencias en la energía potencial. Por lo general, la tierra, o un conductor conectado en forma directa a tierra (la Tierra), se toma como potencial cero, mientras los otros potenciales se dan con respecto a tierra. (Así, un punto donde el voltaje es de 50 V es un punto donde la diferencia del potencial entre éste y tierra es de 50 V.) En otros casos, como veremos, podemos elegir el potencial cero a una distancia infinita ($r = \infty$).

EJEMPLO CONCEPTUAL 23–1 **Una carga negativa.** Considere una carga negativa, como un electrón, que se coloca cerca de la placa negativa de la figura 23-1, en el punto b, indicada de nuevo en la figura 23-2. Si el electrón puede moverse libremente, ¿su energía potencial eléctrica aumenta o disminuye? ¿Cómo cambia el potencial eléctrico?

RESPUESTA Un electrón liberado en el punto b se desplazará hacia la placa positiva. Conforme el electrón se desplaza hacia la placa positiva, su energía potencial *disminuye* en tanto que su energía cinética aumenta, así que $U_a < U_b$ y $\Delta U = U_a - U_b < 0$. Sin embargo, observe que el electrón se mueve desde el punto b de bajo potencial hacia el punto a con mayor potencial: $V_{ab} = V_a - V_b > 0$. (Los potenciales V_a y V_b se deben a las cargas en las placas, no a la carga del electrón). Los signos de ΔU y ΔV son opuestos, porque la carga es negativa.

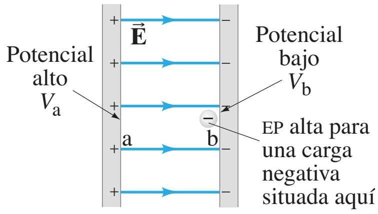


FIGURA 23–2 La parte central de la figura 23-1 muestra una carga puntual negativa cerca de la placa negativa, donde su energía potencial (EP) es elevada. Ejemplo 23-1.

⚠ CUIDADO

Una carga negativa tiene alta energía potencial cuando el potencial V es bajo

Como la diferencia de potencial eléctrico se define como la diferencia de energía potencial por unidad de carga, entonces, el cambio de energía potencial de una carga q cuando se desplaza entre dos posiciones a y b es

$$\Delta U = U_b - U_a = q(V_b - V_a) = qV_{ba}. \quad \textbf{(23–3)}$$

Esto es, si un objeto con carga q se desplaza a través de una diferencia de potencial V_{ba}, su energía potencial cambia en una cantidad qV_{ba}. Por ejemplo, si la diferencia de potencial entre las dos placas de la figura 23-1 es de 6 V, entonces una carga de +1 C que se mueve (digamos, por una fuerza externa) del punto b al punto a, ganará (1 C) (6 V) = 6 J de energía potencial eléctrica. (Y perderá 6 J de energía potencial eléctrica, si se desplaza de a a b.) De la misma forma, una carga de +2 C ganará 12 J y así sucesivamente. Es decir, la diferencia de energía potencial es una medida de cuánta energía puede adquirir una carga eléctrica en una situación dada y, como la energía es la capacidad de realizar un trabajo, la diferencia de potencial eléctrico es también una medida de cuánto trabajo puede efectuar una carga dada. La cantidad exacta depende tanto de la diferencia de potencial como de la carga.

Para comprender mejor el potencial eléctrico, hagamos una comparación con el caso gravitacional cuando cae una piedra desde la cima de un risco. A mayor altura h del risco, mayor será la energía potencial (= mgh) de la roca en la cima del risco con respecto al piso, y mayor será su energía cinética cuando llegue al fondo del risco. La cantidad exacta de energía cinética que adquirirá, y la cantidad de trabajo que puede efectuar, depende tanto de la altura del risco como de la masa m de la roca. Una roca más grande y una roca más pequeña pueden estar a una misma altura h (figura 23-3a) y así tener el mismo "potencial gravitacional", pero la roca más grande tendrá mayor energía potencial (cuenta con más masa). El caso eléctrico es similar (figura 23-3b): el cambio de energía potencial o el trabajo que se puede realizar dependen tanto de la diferencia de potencial (que corresponde a la altura del peñasco) como de la carga (que corresponde a la masa) (ecuación 23-3). Pero advierta una diferencia importante: la carga eléctrica viene en dos tipos: + y −, mientras que la masa gravitacional siempre es +.

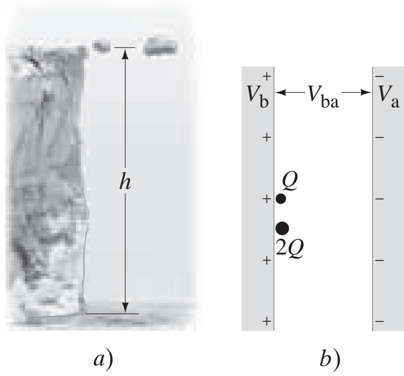


FIGURA 23–3 *a*) Dos piedras a la misma altura. La piedra mayor tiene más energía potencial. *b*) Dos cargas tienen el mismo potencial eléctrico. La carga 2Q tiene más energía potencial.

Las fuentes de energía eléctrica —como baterías y generadores eléctricos— fueron diseñadas para mantener una diferencia de potencial. La cantidad de energía exacta transformada por tales aparatos depende de cuánta carga fluya, así como de la diferencia de potencial (ecuación 23-3). Por ejemplo, consideremos un faro de automóvil conectado a una batería de 12.0 V: la cantidad de energía transformada (en luz y energía térmica) es proporcional a cuánta carga fluye, lo cual depende de cuánto tiempo esté encendida la luz. Si en un periodo dado fluye una carga de 5.0 C a través de la luz del faro, la energía total transformada es de (5.0 C) (12.0 V) = 60 J. Si el faro se deja trabajando por el doble de tiempo, pasará una carga de 10.0 C y la energía transformada será de (10.0 C) (12.0 V) = 120 J. La tabla 23-1 presenta voltajes típicos.

TABLA 23–1 Diferencias de potencial típicas (Voltajes)

Fuente	Voltaje (aprox.)
Nube de tormenta a tierra	10^8 V
Línea de poder de alto voltaje	10^5–10^6 V
Fuente de poder para un cinescopio	10^4 V
Arranque de un automóvil	10^4 V
Contacto en una casa	10^2 V
Batería de un automóvil	12 V
Batería de una lámpara	1.5 V
Potencial de reposo a través de la membrana de un nervio	10^{-1} V
Cambios de potencial en la piel (ECG y EEG)	10^{-4} V

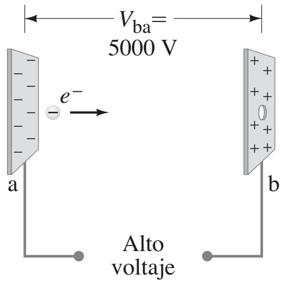


FIGURA 23–4 Electrón acelerado en un tubo de rayos catódicos. Ejemplo 23-2.

EJEMPLO 23–2 **Electrón en un tubo de rayos catódicos.** Considere que un electrón en un tubo de rayos catódicos (sección 23-9) es acelerado desde el reposo a través de una diferencia de potencial $V_b - V_a = V_{ba} = +5000$ V (figura 23-4). *a*) ¿Cuál es el cambio en la energía potencial del electrón? *b*) ¿Cuál es la velocidad del electrón ($m = 9.1 \times 10^{-31}$ kg) como resultado de esta aceleración?

PLANTEAMIENTO El electrón acelerado hacia la placa positiva disminuirá su energía potencial en una cantidad $\Delta U = qV_{ba}$ (ecuación 23-3). La pérdida de energía potencial será igual a la ganancia en energía cinética (conservación de energía).

SOLUCIÓN *a*) La carga de un electrón es $q = -e = -1.6 \times 10^{-19}$ C. Por lo tanto, el cambio en su energía potencial es

$$\Delta U = qV_{ba} = (-1.6 \times 10^{-19}\,\mathrm{C})(+5000\,\mathrm{V}) = -8.0 \times 10^{-16}\,\mathrm{J}.$$

El signo menos indica que la energía potencial disminuye. La diferencia de potencial V_{ba} tiene signo positivo, porque el potencial final V_b es mayor que el potencial inicial V_a. Los electrones negativos son atraídos hacia el electrodo positivo y repelidos del electrodo negativo.

b) La energía potencial perdida por el electrón se convierte en energía cinética K. De la conservación de la energía (ecuación 8-9a), $\Delta K + \Delta U = 0$, así que

$$\Delta K = -\Delta U$$
$$\tfrac{1}{2}mv^2 - 0 = -q(V_b - V_a) = -qV_{ba},$$

donde la energía cinética inicial es cero, puesto que el electrón parte del reposo. Despejamos v:

$$v = \sqrt{-\frac{2qV_{ba}}{m}} = \sqrt{-\frac{2(-1.6 \times 10^{-19}\,\mathrm{C})(5000\,\mathrm{V})}{9.1 \times 10^{-31}\,\mathrm{kg}}} = 4.2 \times 10^7\,\mathrm{m/s}.$$

NOTA La energía potencial eléctrica no depende de la masa, sólo de la carga y el voltaje. La velocidad *sí* depende de m.

23–2 Relación entre potencial eléctrico y campo eléctrico

Los efectos de cualquier distribución de carga pueden describirse ya sea en términos del campo eléctrico o en términos del potencial eléctrico. Por lo general, el potencial eléctrico es más fácil de usar, porque es una cantidad escalar, en comparación con el campo eléctrico, que es una cantidad vectorial. Existe una conexión crucial entre el potencial eléctrico producido por un arreglo de cargas dado y el campo eléctrico debido a esas cargas, que veremos a continuación.

Empezamos recordando la relación entre una fuerza conservativa $\vec{\mathbf{F}}$ y la energía potencial U asociada con esa fuerza. Como vimos en la sección 8-2, la diferencia de energía potencial entre dos puntos cualesquiera en el espacio, *a* y *b*, está dada por la ecuación 8-4:

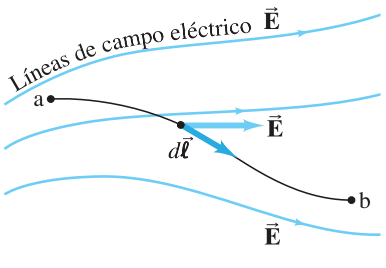
$$U_b - U_a = -\int_a^b \vec{\mathbf{F}} \cdot d\vec{\boldsymbol{\ell}},$$

donde $d\vec{\boldsymbol{\ell}}$ es un incremento infinitesimal de desplazamiento y la integral se toma a lo largo de cualquier trayectoria en el espacio, desde el punto *a* hasta el punto *b*. En el caso eléctrico, estamos más interesados en la diferencia de potencial, dada por la ecuación 23-2b, $V_{ba} = V_b - V_a = (U_b - U_a)/q$, más que en la energía potencial. También el campo eléctrico $\vec{\mathbf{E}}$ en cualquier punto del espacio se define como la fuerza por unidad de carga (ecuación 21-3): $\vec{\mathbf{E}} = \vec{\mathbf{F}}/q$. Usando estas dos relaciones en la ecuación anterior

$$V_{ba} = V_b - V_a = -\int_a^b \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\boldsymbol{\ell}}. \tag{23–4a}$$

Ésta es la relación general entre el campo eléctrico y la diferencia de potencial. Véase la figura 23-5. Si conocemos el campo eléctrico debido a un arreglo de carga eléctrica, podemos usar la ecuación 23-4a para determinar V_{ba}.

FIGURA 23–5 Para encontrar V_{ba} en un campo eléctrico no uniforme $\vec{\mathbf{E}}$, integramos $\vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\boldsymbol{\ell}}$ del punto *a* al punto *b*.



Un caso especial sencillo es aquél de un campo eléctrico uniforme. En la figura 23-1, por ejemplo, una trayectoria paralela a las líneas de campo, desde el punto a en la placa positiva hasta el punto b en la placa negativa, da (ya que $\vec{\mathbf{E}}$ y $d\vec{\boldsymbol{\ell}}$ tienen la misma dirección y el mismo sentido en cualquier punto),

$$V_{\mathrm{ba}} = V_{\mathrm{b}} - V_{\mathrm{a}} = -\int_{\mathrm{a}}^{\mathrm{b}} \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\boldsymbol{\ell}} = -E\int_{\mathrm{a}}^{\mathrm{b}} d\ell = -Ed$$

o

$$V_{\mathrm{ba}} = -Ed \qquad \text{[sólo si } E \text{ es uniforme]} \qquad \textbf{(23–4b)}$$

donde d es la distancia, paralela a las líneas de campo entre los puntos a y b. Tenga cuidado de no usar la ecuación 23-4b a menos que esté seguro de que el campo eléctrico es uniforme.

A partir de cualquiera de las ecuaciones 23-4, vemos que las unidades para la intensidad de campo eléctrico pueden escribirse como volt entre metro (V/m), así como newton entre coulomb (N/C). Éstas son equivalentes en general, porque 1 N/C = 1 N·m/C·m = 1 J/C·m = 1 V/m.

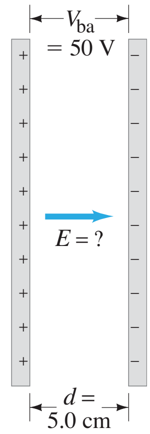


FIGURA 23–6 Ejemplo 23–3.

EJERCICIO A Regrese a la pregunta de inicio del capítulo (página 607) y respóndala de nuevo ahora. Trate de explicar por qué quizás usted la respondió de manera diferente la primera vez.

EJEMPLO 23–3 **Campo eléctrico obtenido a partir del voltaje.** Se cargan dos placas paralelas para producir una diferencia de potencial de 50 V. Si la separación entre las placas es de 0.050 m, calcule la magnitud del campo eléctrico en el espacio entre las placas (figura 23-6).

PLANTEAMIENTO Aplicamos la ecuación 23-4b para obtener la magnitud de E, considerando que es uniforme.

SOLUCIÓN La magnitud del campo eléctrico es $E = V_{\mathrm{ba}}/d = (50\text{ V}/0.050\text{ m}) = 1000\text{ V/m}$.

EJEMPLO 23–4 **Esfera conductora cargada.** Determine el potencial a una distancia r desde el centro de una esfera conductora cargada de manera uniforme y de radio r_0 para *a*) $r > r_0$, *b*) $r = r_0$, *c*) $r < r_0$. La carga total en la esfera es Q.

PLANTEAMIENTO La carga Q se distribuye sobre toda la superficie de la esfera ya que es un material conductor. En el ejemplo 22-3 vimos que el campo eléctrico fuera de una esfera conductora es

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r^2} \qquad [r > r_0]$$

y apunta radialmente hacia fuera (o hacia adentro si $Q < 0$). Ya que conocemos $\vec{\mathbf{E}}$, es posible empezar utilizando la ecuación 23-4a.

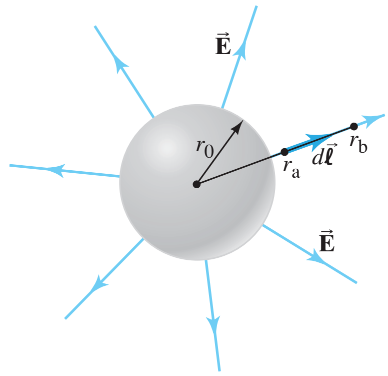


FIGURA 23–7 Ejemplo 23-4. Integración de $\vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\boldsymbol{\ell}}$ para el campo afuera de una esfera conductora.

SOLUCIÓN *a*) Usamos la ecuación 23-4a e integramos a lo largo de una línea radial con $d\vec{\boldsymbol{\ell}}$ paralelo a $\vec{\mathbf{E}}$ (figura 23-7) entre dos puntos que están a distancias r_{a} y r_{b} del centro de la esfera:

$$V_{\mathrm{b}} - V_{\mathrm{a}} = -\int_{r_{\mathrm{a}}}^{r_{\mathrm{b}}} \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\boldsymbol{\ell}} = -\frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\int_{r_{\mathrm{a}}}^{r_{\mathrm{b}}} \frac{dr}{r^2} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{1}{r_{\mathrm{b}}} - \frac{1}{r_{\mathrm{a}}}\right)$$

y tomamos $d\ell = dr$. Si consideramos $V = 0$ para $r = \infty$ (elegimos $V_{\mathrm{b}} = 0$ en $r_{\mathrm{b}} = \infty$); entonces, para cualquier otro punto r (para $r > r_0$), tenemos

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r}. \qquad [r > r_0]$$

Veremos en la siguiente sección que esta ecuación se aplica para el potencial a una distancia r de una carga puntual. Así, el potencial eléctrico afuera de un conductor esférico, con una distribución de carga uniforme, es igual que si toda la carga estuviera en su centro.

b) Conforme r se aproxima a r_0, vemos que

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r_0} \qquad [r = r_0]$$

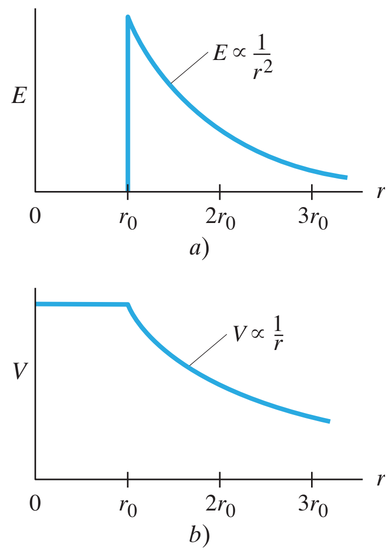
en la superficie del conductor.

c) Para puntos dentro del conductor, $E = 0$. Así que la integral, $\int \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\boldsymbol{\ell}}$, entre $r = r_0$ y cualquier punto dentro del conductor produce un cambio nulo en V. Por lo tanto, V es constante dentro del conductor:

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r_0}. \qquad [r \le r_0]$$

El conductor entero, no sólo su superficie, está al mismo potencial. La figura 23-8 muestra gráficas de E y V como función de r para una esfera conductora.

FIGURA 23–8 *a*) E versus r y *b*) V versus r, para una esfera conductora sólida cargada uniformemente de radio r_0 (la carga se distribuye a sí misma sobre la superficie); r es la distancia desde el centro de la esfera.



EJEMPLO 23–5 **Voltaje de ruptura.** En diferentes tipos de equipo se utilizan voltajes muy altos. Un problema con altos voltajes es que el aire puede ionizarse debido a los altos campos eléctricos: los electrones libres en el aire (producidos por rayos cósmicos, por ejemplo) pueden ser acelerados por campos tan altos que alcanzan velocidades suficientes para ionizar, mediante colisiones, moléculas de O_2 y N_2, desprendiendo uno o más de sus electrones. En esas condiciones, el aire se vuelve conductor y el alto voltaje no logra mantenerse conforme la carga fluye. El rompimiento del aire ocurre para campos eléctricos cercanos a 3×10^6 V/m. *a*) Demuestre que el potencial de ruptura para un conductor esférico es proporcional al radio de la esfera, y *b*) estime el voltaje de ruptura en aire para una esfera de diámetro de 1.0 cm.

PLANTEAMIENTO El potencial eléctrico en la superficie de un conductor esférico de radio r_0 (ejemplo 23-4) y el campo eléctrico justo afuera de su superficie son

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r_0} \qquad \text{y} \qquad E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r_0^2}.$$

SOLUCIÓN *a*) Combinamos estas dos ecuaciones y obtenemos

$$V = r_0 E. \qquad \text{[en la superficie del conductor esférico]}$$

b) Para $r_0 = 5 \times 10^{-3}$ m, el voltaje de ruptura en el aire es

$$V = \left(5 \times 10^{-3}\,\text{m}\right)\left(3 \times 10^6\,\text{V/m}\right) \approx 15{,}000\,\text{V}.$$

Cuando hay altos voltajes, se puede ver un brillo alrededor de puntas afiladas, conocido como **descarga de corona**, provocado por los intensos campos eléctricos en estos puntos que logran ionizar las moléculas del aire. La luz que vemos se debe a electrones que saltan a estados de energía más bajos y vacíos. Los **pararrayos**, con sus puntas afiladas, fueron diseñados para ionizar el aire circundante cuando una nube de tormenta está cerca y para proveer un camino de conducción con la finalidad de descargar lentamente una nube de alto voltaje que es peligrosa durante un cierto periodo. Así que los pararrayos, conectados a tierra, fueron diseñados para retirar la carga eléctrica de nubes amenazadoras, antes de que un acumulamiento de carga dé por resultado un relámpago destructor repentino.

EJERCICIO B En un día seco, una persona puede cargarse eléctricamente por frotamiento con alfombras u otros objetos ordinarios. Suponga que usted siente una pequeña descarga, conforme se acerca a la perilla de metal, notando que la descarga ocurre junto con una pequeña chispa cuando su mano está a unos 3.0 mm de la perilla. Con base en la ecuación 23-4b, elabore una estimación de la diferencia de potencial entre su mano y la perilla. *a*) 9 V, *b*) 90 V, *c*) 900 V, *d*) 9000 V, *e*) ninguna de las anteriores.

23–3 Potencial eléctrico debido a cargas puntuales

El potencial eléctrico a una distancia r de una carga puntual sencilla Q puede derivarse directamente de la ecuación 23-4a, $V_b - V_a = -\int \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\boldsymbol{\ell}}$. El campo eléctrico debido a una sola carga puntual tiene una magnitud (ecuación 21-4)

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r^2} \qquad \text{o} \qquad E = k\frac{Q}{r^2}$$

(donde $k = 1/4\pi\epsilon_0 = 8.99 \times 10^9\,\text{N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2$), y se dirige en forma radial hacia fuera de una carga positiva (o hacia dentro si $Q < 0$). Tomamos la integral de la ecuación 23-4a a lo largo de una línea de campo recta (figura 23-9) desde un punto a, a una distancia r_a de Q, hasta un punto b, a una distancia r_b de Q. Entonces $d\vec{\boldsymbol{\ell}}$ será paralelo a $\vec{\mathbf{E}}$ y $d\ell = dr$. De ahí que

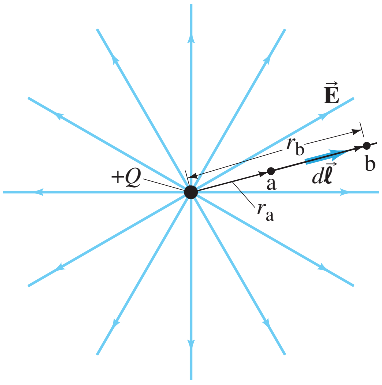


FIGURA 23–9 Integramos la ecuación 23-4a a lo largo de una línea recta (mostrada en negro) desde el punto *a* hasta el punto *b*. La línea *ab* es paralela a la línea de campo.

$$V_b - V_a = -\int_{r_a}^{r_b} \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\boldsymbol{\ell}} = -\frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\int_{r_a}^{r_b} \frac{1}{r^2}\,dr = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{Q}{r_b} - \frac{Q}{r_a}\right).$$

Como se mencionó, sólo tienen significado físico las diferencias de potencial. Por lo tanto, tenemos la libertad de elegir el valor del potencial en el punto que mejor nos convenga. Es común elegir el potencial como cero en el infinito (tomamos $V_b = 0$ en $r_b = \infty$). Entonces, el potencial eléctrico V a una distancia r desde una carga puntual es

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r}. \qquad \left[\begin{array}{c}\text{una sola carga puntual;} \\ V = 0 \text{ en } r = \infty\end{array}\right] \qquad \textbf{(23–5)}$$

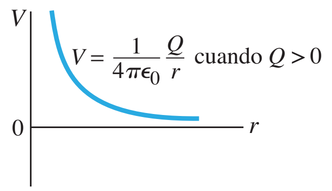
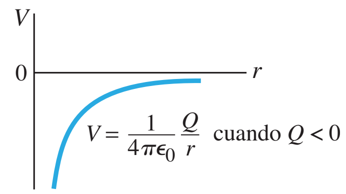


FIGURA 23–10 Potencial V como función de la distancia r para una carga puntual sencilla Q cuando la carga es positiva.

FIGURA 23–11 Potencial V como función de la distancia r para una carga puntual sencilla Q cuando la carga es negativa.



Aquí podemos considerar V como el potencial absoluto, con $V = 0$ en $r = \infty$, o considerar V como la diferencia de potencial entre r y el infinito. Observe que el potencial V disminuye con la primera potencia de la distancia, mientras que el campo eléctrico (ecuación 21-4) decrece con la distancia al *cuadrado*. El potencial cerca de una carga positiva es grande y se reduce a cero a distancias muy grandes (figura 23-10). Para una carga negativa, el potencial es negativo y se incrementa hacia cero a distancias grandes (figura 23-11).

En el ejemplo 23-4 encontramos que el potencial debido a una esfera cargada de manera uniforme está dado por la misma relación (ecuación 23-5) para puntos afuera de la esfera. Así, vemos que el potencial afuera de una esfera cargada de manera uniforme es igual que si toda la carga estuviera concentrada en su centro.

EJERCICIO C ¿Cuál es el potencial a una distancia de 3.0 cm de una carga puntual $Q = -2.0 \times 10^{-9}$ C? *a*) 600 V, *b*) 60 V, *c*) 6 V, *d*) –600 V, *e*) –60 V, *f*) –6 V.

EJEMPLO 23–6 Trabajo requerido para acercar entre sí dos cargas positivas. ¿Cuál es el trabajo mínimo que debe realizar una fuerza externa para atraer una carga $q = 3.00\ \mu$C desde una distancia muy grande (considere $r = \infty$) hasta un punto a 0.500 m de una carga $Q = 20.0\ \mu$C?

PLANTEAMIENTO Para determinar el trabajo no podemos simplemente multiplicar la fuerza por la distancia, porque la fuerza no es constante. En vez de ello, podemos igualar el cambio en la energía potencial con el (positivo del) trabajo requerido por una fuerza *externa* (capítulo 8) de acuerdo con la ecuación 23-3: $W = \Delta U = q(V_b - V_a)$. Obtenemos los potenciales V_b y V_a usando la ecuación 23-5.

CUIDADO
No podemos usar $W = Fd$ si F no es constante

SOLUCIÓN El trabajo requerido es igual al cambio en la energía potencial

$$W = q(V_b - V_a)$$
$$= q\left(\frac{kQ}{r_b} - \frac{kQ}{r_a}\right),$$

donde $r_b = 0.500$ m y $r_a = \infty$. El término de la derecha dentro del paréntesis es cero ($1/\infty = 0$), así que

$$W = (3.00 \times 10^{-6}\,\text{C})\frac{(8.99 \times 10^9\,\text{N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2)(2.00 \times 10^{-5}\,\text{C})}{(0.500\,\text{m})} = 1.08\,\text{J}.$$

NOTA No podemos usar la ecuación 23-4b aquí porque se aplica *sólo* a campos uniformes. Sin embargo, empleamos la ecuación 23-3 porque siempre es válida.

Para determinar el campo eléctrico en puntos cercanos a un conjunto de dos o más cargas puntuales, se requiere añadir los campos eléctricos debidos a cada una de las cargas. Puesto que el campo eléctrico es un vector, esto puede ser complicado y requerir mucho tiempo. Es mucho más fácil calcular el potencial eléctrico en un punto dado debido a un conjunto de cargas puntuales, ya que el potencial eléctrico es un escalar, así que sólo necesita sumar números (con los signos apropiados) y dejar de preocuparse por la dirección. Ésta es una ventaja importante para utilizar el potencial eléctrico en la resolución de problemas.

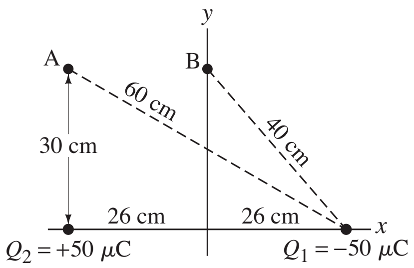


FIGURA 23–12 Ejemplo 23-7. (Véase también el ejemplo 21-8, figura 21-27).

CUIDADO

El potencial es un escalar y no tiene componentes

EJEMPLO 23–7 **Potencial cerca de dos cargas.** Calcule el potencial eléctrico *a*) en el punto A de la figura 23-12 debido a las dos cargas que se muestran y *b*) en el punto B. [Ésta es la misma situación del ejemplo 21-8 (figura 21-27), donde calculamos el campo eléctrico en tales puntos].

PLANTEAMIENTO El potencial total en el punto A (o en el punto B) es la suma de los potenciales en ese punto, debido a cada una de las cargas Q_1 y Q_2. El potencial debido a cada carga está dado por la ecuación 23-5. No tenemos que preocuparnos por la dirección, pues el potencial eléctrico es una cantidad escalar. Habrá que tener cuidado con los signos de las cargas.

SOLUCIÓN *a*) Sumamos los potenciales en A debidos a cada una de las cargas Q_1 y Q_2, luego usamos la ecuación 23-5 para cada una:

$$\begin{aligned} V_A &= V_{A2} + V_{A1} \\ &= k\frac{Q_2}{r_{2A}} + k\frac{Q_1}{r_{1A}} \end{aligned}$$

donde $r_{1A} = 60$ cm y $r_{2A} = 30$ cm. Así

$$\begin{aligned} V_A &= \frac{(9.0 \times 10^9\,\mathrm{N\cdot m^2/C^2})(5.0 \times 10^{-5}\,\mathrm{C})}{0.30\,\mathrm{m}} \\ &\quad + \frac{(9.0 \times 10^9\,\mathrm{N\cdot m^2/C^2})(-5.0 \times 10^{-5}\,\mathrm{C})}{0.60\,\mathrm{m}} \\ &= 1.50 \times 10^6\,\mathrm{V} - 0.75 \times 10^6\,\mathrm{V} \\ &= 7.5 \times 10^5\,\mathrm{V}. \end{aligned}$$

b) En el punto B, $r_{1B} = r_{2B} = 0.40$ m, así que

$$\begin{aligned} V_B &= V_{B2} + V_{B1} \\ &= \frac{(9.0 \times 10^9\,\mathrm{N\cdot m^2/C^2})(5.0 \times 10^{-5}\,\mathrm{C})}{0.40\,\mathrm{m}} \\ &\quad + \frac{(9.0 \times 10^9\,\mathrm{N\cdot m^2/C^2})(-5.0 \times 10^{-5}\,\mathrm{C})}{0.40\,\mathrm{m}} \\ &= 0\,\mathrm{V}. \end{aligned}$$

NOTA Los dos puntos en la suma del inciso *b*) se cancelan para cualquier punto equidistante de Q_1 y Q_2 ($r_{1B} = r_{2B}$). Así que el potencial será cero en cualquier plano equidistante entre las dos cargas opuestas. Este plano, donde V es constante, se llama superficie equipotencial.

Se pueden realizar sumas sencillas como éstas para cualquier número de cargas puntuales.

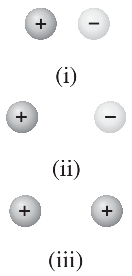


FIGURA 23–13 Ejercicio D.

EJERCICIO D Considere tres pares de cargas Q_1 y Q_2 (figura 23-13). *a*) ¿Qué conjunto tiene una energía potencial positiva? *b*) ¿Qué conjunto tiene la mayor energía potencial negativa? *c*) ¿Qué conjunto requiere la mayor cantidad de trabajo para separar las cargas hasta el infinito? Considere que todas las cargas son de la misma magnitud.

23–4 Potencial debido a cualquier distribución de carga

Si conocemos el campo eléctrico debido a cualquier distribución de carga eléctrica en una región del espacio, es posible determinar la diferencia de potencial entre dos puntos en la región usando la ecuación 23-4a, $V_{ba} = -\int_a^b \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\boldsymbol{\ell}}$. En muchos casos, no conocemos $\vec{\mathbf{E}}$ como función de la posición, por lo que puede ser difícil de calcular. Es posible calcular el potencial V debido a una distribución de carga arbitraria de otra manera, usando el potencial debido a una sola carga puntual (ecuación 23-5):

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r},$$

donde consideramos que $V = 0$ en $r = \infty$. Luego podemos sumar sobre todas las cargas. Si tenemos n cargas puntuales individuales, el potencial en un punto a (relativo a $V = 0$ en $r = \infty$) es

$$V_a = \sum_{i=1}^{n} V_i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^{n} \frac{Q_i}{r_{ia}}, \qquad \textbf{(23–6a)}$$

donde r_{ia} es la distancia de la i-ésima carga (Q_i) al punto a. (Ya usamos este enfoque en el ejemplo 23-7.) Si la distribución de carga puede considerarse continua, entonces

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq}{r}, \qquad \textbf{(23–6b)}$$

donde r es la distancia de un pequeño elemento de carga, dq, al punto donde se está calculando el potencial V.

EJEMPLO 23–8 **Potencial debido a un anillo de carga.** Un anillo circular delgado de radio R tiene una carga Q distribuida uniformemente. Determine el potencial en un punto P sobre el eje del anillo a una distancia x de su centro (figura 23-14).

PLANTEAMIENTO Integramos sobre el anillo usando la ecuación 23-6b.

SOLUCIÓN Cada punto sobre el anillo está equidistante del punto P, cuya distancia es $(x^2 + R^2)^{\frac{1}{2}}$. Así que el potencial en el punto P es

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{(x^2 + R^2)^{\frac{1}{2}}} \int dq = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{(x^2 + R^2)^{\frac{1}{2}}}.$$

NOTA Para puntos muy lejanos del anillo, $x \gg R$, este resultado se reduce a $(1/4\pi\epsilon_0)(Q/x)$, que es el potencial de una carga puntual, como era de esperarse.

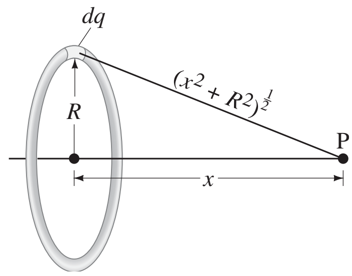


FIGURA 23–14 Ejemplo 23-8. Cálculo del potencial en un punto P, a una distancia x del centro de un anillo cargado de manera uniforme.

EJEMPLO 23–9 **Potencial debido a un disco cargado.** Un disco plano y delgado, de radio R_0, tiene una carga Q distribuida de manera uniforme (figura 23-15). Determine el potencial en un punto P, sobre el eje del disco, a una distancia x de su centro.

PLANTEAMIENTO Dividimos el disco en anillos delgados de radio R y espesor dR: luego, usamos el resultado del ejemplo 23-8 para sumar sobre todo el disco.

SOLUCIÓN La carga Q está distribuida de manera uniforme, así que la carga contenida en cada anillo es proporcional a su área. El disco tiene área πR_0^2 y cada anillo delgado tiene área $dA = (2\pi R)(dR)$. Por lo tanto,

$$\frac{dq}{Q} = \frac{2\pi R\, dR}{\pi R_0^2}$$

así que

$$dq = Q \frac{(2\pi R)(dR)}{\pi R_0^2} = \frac{2QR\, dR}{R_0^2}.$$

En consecuencia, el potencial en el punto P, usando la ecuación 23-6b en la que sustituimos r con $(x^2 + R^2)^{\frac{1}{2}}$, es

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq}{(x^2 + R^2)^{\frac{1}{2}}} = \frac{2Q}{4\pi\epsilon_0 R_0^2} \int_0^{R_0} \frac{R\, dR}{(x^2 + R^2)^{\frac{1}{2}}} = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 R_0^2} (x^2 + R^2)^{\frac{1}{2}} \Big|_{R=0}^{R=R_0}$$

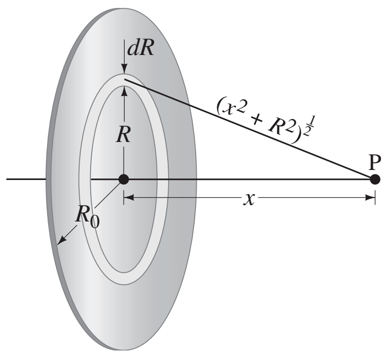
$$= \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 R_0^2} \left[(x^2 + R_0^2)^{\frac{1}{2}} - x\right].$$

NOTA Para $x \gg R_0$, esta fórmula se reduce a

$$V \approx \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 R_0^2} \left[x\left(1 + \frac{1}{2}\frac{R_0^2}{x^2}\right) - x\right] = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 x}.$$

Éste es el resultado para una carga puntual, como era de esperarse.

FIGURA 23–15 Ejemplo 23-9. Cálculo del potencial eléctrico en un punto P sobre el eje de un disco delgado cargado de manera uniforme.



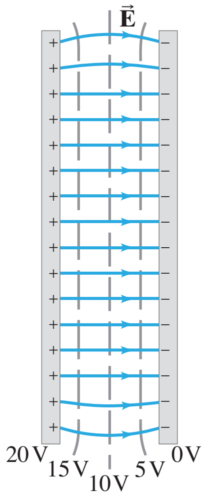


FIGURA 23–16 Líneas equipotenciales (líneas punteadas en color gris) entre dos placas paralelas cargadas con signos opuestos. Observe que las líneas equipotenciales son perpendiculares a las líneas de campo eléctrico (líneas continuas de color naranja).

FIGURA 23–17 Ejemplo 23-10. Líneas de campo eléctrico y superficies equipotenciales para una carga puntual.

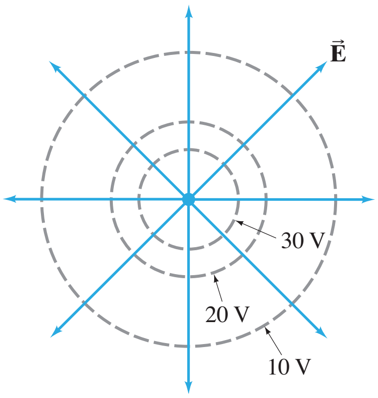
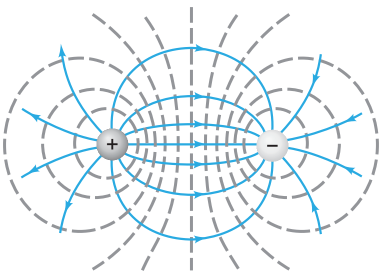


FIGURA 23–18 Las líneas equipotenciales (punteadas y en color gris) siempre son perpendiculares a las líneas de campo eléctrico (color naranja), como se muestran aquí, para el caso de dos cargas de la misma magnitud, pero con signos opuestos.



23–5 Superficies equipotenciales

El potencial eléctrico puede representarse gráficamente dibujando **líneas equipotenciales** o, en el caso de tres dimensiones, **superficies equipotenciales**. Una superficie equipotencial es una superficie en la que todos los puntos que se encuentran sobre ella están al mismo potencial. Esto es, la diferencia de potencial entre dos puntos cualesquiera de la superficie es cero y no se requiere ningún trabajo para trasladar una carga de un punto a otro sobre una superficie equipotencial. Una *superficie equipotencial debe ser perpendicular al campo eléctrico* en cualquier punto. Si no fuera así, es decir, si hubiera una componente de $\vec{\mathbf{E}}$ paralela a la superficie, se requeriría realizar un trabajo para mover una carga sobre la superficie en contra de la componente de $\vec{\mathbf{E}}$; lo anterior contradice la idea de que estamos en una superficie equipotencial. Esto también puede verse de la ecuación 23-4a, $\Delta V = -\int \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\boldsymbol{\ell}}$. Sobre una superficie donde V es constante, $\Delta V = 0$, así que se debe cumplir que $\vec{\mathbf{E}} = 0$, $d\vec{\boldsymbol{\ell}} = 0$, o $\cos q = 0$, donde q es el ángulo entre $\vec{\mathbf{E}}$ y $d\vec{\boldsymbol{\ell}}$. En consecuencia, en $\vec{\mathbf{E}}$
una región donde no es cero, la trayectoria $d\vec{\boldsymbol{\ell}}$ a lo largo de una superficie equipotencial debe tener $\cos q = 0$, es decir, $q = 90°$, por lo que $\vec{\mathbf{E}}$ es perpendicular a la superficie equipotencial.

El hecho de que las líneas de campo y las superficies equipotenciales son mutuamente perpendiculares nos ayuda a ubicar a las superficies equipotenciales cuando se conocen las líneas de campo. En un dibujo normal en dos dimensiones, mostramos las *líneas* equipotenciales, que son la intersección de las superficies equipotenciales con el plano del dibujo. En la figura 23-16 se han dibujado unas cuantas líneas equipotenciales (líneas grises punteadas) y algunas líneas de campo (líneas color naranja) entre dos placas paralelas a una diferencia de potencial de 20 V. La placa negativa se elige de manera arbitraria a un potencial de cero volts y se indica el potencial de cada línea equipotencial. Observe que $\vec{\mathbf{E}}$ apunta hacia valores pequeños de V.

EJEMPLO 23–10 **Superficies equipotenciales de una carga puntual.** Para una sola carga puntual con $Q = 4.0 \times 10^{-9}$ C, dibuje las líneas equipotenciales (en un plano de línea que contenga a la carga) correspondientes a $V_1 = 10$ V, $V_2 = 20$ V y $V_3 = 30$ V.

PLANTEAMIENTO El potencial eléctrico V depende de la distancia r desde el centro (ecuación 23-5).

SOLUCIÓN El campo eléctrico para una carga puntual positiva se dirige radialmente hacia fuera. Ya que las superficies equipotenciales deben ser perpendiculares a las líneas de campo eléctrico, tendrán la forma de esferas centradas en el punto de la carga (figura 23-17). De la ecuación 23-5, tenemos $r = (1/4\pi\epsilon_0)(Q/V)$, así que para $V_1 = 10\,\mathrm{V}$, $r_1 = (9.0 \times 10^9\,\mathrm{N \cdot m^2/C^2})(4.0 \times 10^{-9}\,\mathrm{C})/(10\,\mathrm{V}) = 3.6\,\mathrm{m}$, para $V_2 = 20\,\mathrm{V}$. De manera análoga, se obtiene que $r_2 = 1.8$ m y para $V_3 = 30$ V, $r_3 = 1.2$ m, como se muestra en la figura.

NOTA La superficie equipotencial con el mayor potencial está más cerca de la carga positiva. ¿Cómo cambiaría esto si Q fuera negativa?

La figura 23-18 muestra las superficies equipotenciales (líneas punteadas de color gris) para el caso de dos cargas de la misma magnitud, pero de signos opuestos. Las líneas y superficies equipotenciales, a diferencia de las líneas de campo, siempre son continuas y nunca terminan, así que siguen más allá de los bordes de las figuras 23-16 y 23-18.

En la sección 21-9 vimos que dentro de un conductor, en el caso estático, no puede haber un campo eléctrico; de otra forma, los electrones sentirían una fuerza y se moverían. De hecho, el volumen entero de un *conductor debe estar todo al mismo potencial en el caso electrostático*; la superficie de un conductor está entonces en la superficie equipotencial. (Si no fuera así, los electrones libres en la superficie se desplazarían, ya que siempre que haya una diferencia de potencial entre dos puntos las cargas libres se pondrían en movimiento.) Lo anterior es completamente congruente con nuestro resultado, ya analizado, de que el campo eléctrico en la superficie de un conductor debe ser perpendicular a su superficie.

Una analogía útil para entender las líneas equipotenciales es un mapa topográfico: las líneas de contorno son esencialmente líneas equipotenciales gravitacionales (figura 23-19).

FIGURA 23–19 Un mapa topográfico (en este caso, una porción de la Sierra Nevada en California) muestra líneas de contorno continuas, cada una de las cuales está a una altura fija sobre el nivel del mar. Aquí están a intervalos de 80 pies (25 m). Si usted camina a lo largo de una línea de contorno, no asciende ni desciende. Si cruza líneas, en particular si escala de manera perpendicular a las líneas, estará modificando su potencial gravitacional (rápidamente, si es que las líneas están muy juntas).

23–6 Potencial de un dipolo eléctrico

Como vimos en la sección 21-11, se llama **dipolo eléctrico** a la configuración formada por dos cargas puntuales iguales, Q, de signos opuestos, separadas una distancia ℓ. También las dos cargas de las figuras 23-12 y 23-18 constituyen un dipolo eléctrico, mientras la última figura muestra las líneas de campo y las superficies equipotenciales para un dipolo eléctrico. Puesto que los dipolos eléctricos se presentan con frecuencia en física, así como en otros campos, es importante que los examinemos con mayor detalle.

El potencial eléctrico en un punto arbitrario P, debido a un dipolo (figura 23-20), es la suma de los potenciales debidos a cada una de las dos cargas (tomamos $V = 0$ en $r = \infty$):

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{(-Q)}{(r+\Delta r)} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}Q\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r+\Delta r}\right) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\frac{\Delta r}{r(r+\Delta r)},$$

donde r es la distancia desde el punto P hasta la carga positiva y $r + \Delta r$ es la distancia a la carga negativa. Esta ecuación se simplifica si consideramos puntos P cuya distancia hasta el dipolo es mucho mayor que la separación entre las dos cargas; esto es, para $r \gg \ell$. De la figura 23-20, vemos que $\Delta r \approx \ell\cos\theta$; dado que $r \gg \Delta r \approx \ell\cos\theta$, podemos ignorar Δr en el denominador, en comparación con r. Por lo tanto, obtenemos

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q\ell\cos\theta}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{p\cos\theta}{r^2} \qquad [\text{dipolo; } r \gg \ell] \quad \textbf{(23–7)}$$

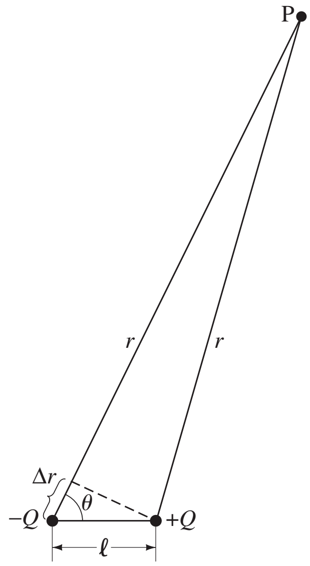


FIGURA 23–20 Dipolo eléctrico. Cálculo del potencial V en un punto P.

donde $p = Q\ell$ se conoce como el **momento dipolar**. Vemos que el potencial disminuye con el *cuadrado* de la distancia desde el dipolo, mientras que para una carga puntual sencilla el potencial disminuye como la distancia a la primera potencia (ecuación 23-5). No es sorprendente que el potencial de un dipolo disminuya más rápido que en el caso de una carga puntual; cuando usted está lejos del dipolo, las dos cargas iguales y opuestas aparecen tan cercanas entre sí que tienden a neutralizarse una con otra.

La tabla 23-2 lista los momentos dipolares de varias moléculas. Los signos + y − indican en qué átomos residen estas cargas. Los dos últimos renglones de la tabla corresponden a muchas moléculas orgánicas y desempeñan un papel importante en biología molecular. El momento dipolar tiene unidades de coulomb-metro (C·m), aunque para moléculas se usa en ocasiones una unidad menor llamada *debye*: 1 debye = 3.33×10^{-30} C·m.

TABLA 23–2 Momentos dipolares de algunas moléculas

Molécula	**Momento dipolar (C · m)**
$H_2^{(+)}O^{(-)}$	6.1×10^{-30}
$H^{(+)}Cl^{(-)}$	3.4×10^{-30}
$N^{(-)}H_3^{(+)}$	5.0×10^{-30}
$>N^{(-)}-H^{(+)}$	$\approx 3.0^{\dagger} \times 10^{-30}$
$>C^{(+)}=O^{(-)}$	$\approx 8.0^{\dagger} \times 10^{-30}$

† Estos grupos normalmente aparecen en moléculas más grandes, por lo cual el valor del momento dipolar puede variar, lo que depende del resto de la molécula.

23–7 Determinación de $\vec{\mathbf{E}}$ a partir de V

Podemos usar la ecuación 23-4a, $V_b - V_a = -\int_a^b \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\boldsymbol{\ell}}$, para determinar la diferencia de potencial entre dos puntos si se conoce el campo eléctrico entre esos dos puntos. Invirtiendo la ecuación 23-4a, es posible escribir el campo eléctrico en términos del potencial. Así que el campo eléctrico puede determinarse si se conoce el potencial V. Veamos cómo hacer esto.

Escribimos la ecuación 23-4a en forma diferencial como

$$dV = -\vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\boldsymbol{\ell}} = -E_\ell \, d\ell,$$

donde dV es la diferencia de potencial infinitesimal entre dos puntos separados una distancia $d\Delta$ y E_ℓ es la componente del campo eléctrico en la dirección del desplazamiento infinitesimal $d\vec{\boldsymbol{\ell}}$. Por lo tanto, podemos escribir

$$E_\ell = -\frac{dV}{d\ell}. \tag{23–8}$$

Así, *la componente del campo eléctrico en cualquier dirección es igual al negativo de la tasa de cambio del potencial eléctrico con la distancia en esa dirección.* La cantidad $dV/d\ell$ es el gradiente de V en una dirección particular. Si no se especifica ninguna dirección, el término *gradiente* se refiere a aquella dirección en la que V cambia más rápido; esta sería la dirección de $\vec{\mathbf{E}}$ en ese punto, así que podemos escribir

$$E = -\frac{dV}{d\ell}. \qquad [\text{si } d\vec{\boldsymbol{\ell}} \| \vec{\mathbf{E}}]$$

Si $\vec{\mathbf{E}}$ se escribe como función de x, y y z, y consideramos que ℓ se refiere a los ejes x, y o z, entonces la ecuación 23-8 queda

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x}, \qquad E_y = -\frac{\partial V}{\partial y}, \qquad E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}. \tag{23–9}$$

Aquí, $\partial V/\partial x$ es la "derivada parcial" de V con respecto a x, manteniendo a y y a z constantes.[†] Por ejemplo, si $V(x, y, z) = (2\,\text{V/m}^2)x^2 + (8\,\text{V/m}^3)y^2z + (2\,\text{V/m}^2)z^2$, entonces

$$E_x = -\partial V/\partial x = -(4\,\text{V/m}^2)x,$$
$$E_y = -\partial V/\partial y = -(16\,\text{V/m}^3)yz,$$

y

$$E_z = -\partial V/\partial z = -(8\,\text{V/m}^3)y^2 - (4\,\text{V/m}^2)z.$$

EJEMPLO 23–11 **$\vec{\mathbf{E}}$ para un anillo y un disco.** Use el potencial eléctrico para determinar el campo eléctrico en un punto P sobre el eje de *a*) un anillo circular de carga (figura 23-14) y *b*) un disco cargado uniformemente (figura 23-15).

PLANTEAMIENTO Obtuvimos V como función de x en los ejemplos 23-8 y 23-9, así que encontramos E derivando (ecuaciones 23-9).

SOLUCIÓN *a*) A partir del ejemplo 23-8,

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{(x^2 + R^2)^{\frac{1}{2}}}.$$

Luego,

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Qx}{(x^2 + R^2)^{\frac{3}{2}}}.$$

Éste es el mismo resultado que obtuvimos en el ejemplo 21-9.

b) A partir del ejemplo 23-9,

$$V = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 R_0^2}\left[(x^2 + R_0^2)^{\frac{1}{2}} - x\right],$$

así que

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 R_0^2}\left[1 - \frac{x}{(x^2 + R_0^2)^{\frac{1}{2}}}\right].$$

Para puntos muy cercanos al disco, $x \ll R_0$, lo cual puede simplificarse a

$$E_x \approx \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 R_0^2} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

donde $\sigma = Q/\pi R_0^2$ es la densidad superficial de carga. También obtuvimos estos resultados en el capítulo 21, ejemplo 21-12 y ecuación 21-7.

[†]La ecuación 23-9 puede escribirse como una ecuación vectorial

$$\vec{\mathbf{E}} = -\text{grad}\, V = -\vec{\boldsymbol{\nabla}}V = -\left(\hat{\mathbf{i}}\frac{\partial}{\partial x} + \hat{\mathbf{j}}\frac{\partial}{\partial y} + \hat{\mathbf{k}}\frac{\partial}{\partial z}\right)V$$

donde el símbolo $\vec{\boldsymbol{\nabla}}$ es el *operador gradiente u operador del:* $\vec{\boldsymbol{\nabla}} = \hat{\mathbf{i}}\frac{\partial}{\partial x} + \hat{\mathbf{j}}\frac{\partial}{\partial y} + \hat{\mathbf{k}}\frac{\partial}{\partial z}$.

Si comparamos el último ejemplo con los ejemplos 21-9 y 21-12, veremos que aquí, como en muchas otras distribuciones de carga, es más fácil calcular primero V y luego $\vec{\mathbf{E}}$ a partir de la ecuación 23-9, que calcular $\vec{\mathbf{E}}$ debido a cada carga a partir de la ley de Coulomb. Esto es así porque V, debido a muchas cargas, es una suma escalar, mientras que $\vec{\mathbf{E}}$ es una suma vectorial.

23–8 Energía potencial electrostática; el electrón volt

Suponga que una carga puntual q se desplaza entre dos puntos en el espacio, a y b, donde el potencial eléctrico debido a otras cargas es V_a y V_b, respectivamente. El cambio de la energía potencial electrostática de q en el campo de las otras cargas es, de acuerdo con la ecuación 23-2b,

$$\Delta U = U_b - U_a = q(V_b - V_a).$$

Ahora considere que tenemos un sistema formado por varias cargas puntuales. ¿Cuál es la energía potencial electrostática del sistema? Es conveniente considerar la energía potencial eléctrica igual a cero cuando las cargas están muy lejos entre sí (idealmente a una distancia infinita). Una carga puntual, Q_1, aislada, no tiene energía potencial porque, si no hay otras cargas a su alrededor, no se pueden ejercer fuerzas eléctricas sobre ella. Si una segunda carga puntual Q_2 se acerca a Q_1, el potencial de Q_1 en la posición de esta segunda carga es

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q_1}{r_{12}},$$

donde r_{12} es la distancia entre las dos cargas. La energía potencial de las dos cargas, considerando $V = 0$ en $r = \infty$, es

$$U = Q_2 V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q_1 Q_2}{r_{12}}. \qquad \textbf{(23–10)}$$

Lo anterior representa el trabajo que debe realizar una fuerza externa para traer a Q_2 desde el infinito ($V = 0$) a una distancia r_{12} de Q_1. También es el negativo del trabajo que se requiere para separar las cargas hasta el infinito.

Si el sistema consta de tres cargas, la energía potencial total será igual al trabajo requerido para acercar a las tres cargas entre sí. La ecuación 23-10 representa el trabajo requerido para traer a Q_2 cerca de Q_1; para traer una tercera carga Q_3 hasta una distancia r_{13} de Q_1 y r_{23} de Q_2, se requiere un trabajo igual a

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q_1 Q_3}{r_{13}} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q_2 Q_3}{r_{23}}.$$

Así que la energía potencial total del sistema formado por las tres cargas es

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{Q_1 Q_2}{r_{12}} + \frac{Q_1 Q_3}{r_{13}} + \frac{Q_2 Q_3}{r_{23}}\right). \qquad [V = 0 \text{ a } r = \infty]$$

Para un sistema formado por cuatro cargas, la energía potencial total tendría seis de estos términos y así sucesivamente. (Debe tenerse cuidado cuando se realicen estas sumas para evitar contar dos veces el mismo par de cargas).

Electrón volt como unidad

Un joule es una unidad muy grande cuando se trata de la energía de electrones, átomos o moléculas (véase el ejemplo 23-2); por tal razón, se utiliza la unidad de energía llamada **electrón volt** (eV). Un *electrón volt* se define como la energía que adquiere una partícula que porta una carga cuya magnitud es igual a la carga del electrón ($q = e$) cuando se mueve a través de una diferencia de potencial de 1 V. Puesto que $e = 1.6$ 10^{-19} C y que el cambio en energía potencial es igual a qV, tenemos que 1 eV es igual a $(1.6 \times 10^{-19}\text{ C})(1.0\text{ V}) = 1.6 \times 10^{-19}$ J:

$$1\text{ eV} = 1.6 \times 10^{-19}\text{ J}.$$

Un electrón que se acelera a través de una diferencia de potencial de 1000 V perderá 1000 eV de energía potencial y ganará 1000 eV o 1 keV (kiloelectrón volt) de energía cinética. Por otro lado, si una partícula con una carga igual al doble de la magnitud de la carga del electrón ($= 2e = 3.2 \times 10^{-19}$ C) se desplaza a través de una diferencia de potencial de 1000 V, su energía potencial cambiará en 2000 eV = 2 keV.

Aunque el electrón volt es una unidad útil para *referirse* a las energías de moléculas y partículas elementales, no es una unidad propia del SI. Para realizar cálculos debe convertirse la energía a joules usando el factor de conversión dado. En el ejemplo 23-2, el electrón adquirió una energía cinética de 8.0×10^{-16} J. Normalmente reportaríamos esta energía como $5000\,\mathrm{eV}\ (= 8.0 \times 10^{-16}\,\mathrm{J}/1.6 \times 10^{-19}\,\mathrm{J/eV})$. Para determinar la velocidad de una partícula en unidades del SI, debemos usar la energía cinética en J.

EJERCICIO E ¿Cuál es la energía cinética de un ion de He^{2+} liberado desde el reposo y acelerado a través de una diferencia de potencial de 1kV? *a*) 1000 eV, *b*) 500 eV, *c*) 2000 eV, *d*) 4000 eV, *e*) 250 eV.

EJEMPLO 23–12 **Desensamble de un átomo de hidrógeno.** Calcule el trabajo requerido para "desensamblar" un átomo de hidrógeno. Suponga que el electrón y el protón inicialmente están separados una distancia igual al radio "promedio" del átomo de hidrógeno en su estado fundamental: 0.529×10^{-10} m, y que terminan separados una distancia infinita uno del otro.

PLANTEAMIENTO El trabajo necesario será igual a la energía total (cinética más potencial) del electrón y del protón como un átomo, comparada con su energía total cuando están separados una distancia infinita.

SOLUCIÓN A partir de la ecuación 23-10, tenemos al inicio

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q_1Q_2}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{(e)(-e)}{r} = \frac{-(8.99 \times 10^9\,\mathrm{N\cdot m^2/C^2})(1.60 \times 10^{-19}\,\mathrm{C})^2}{(0.529 \times 10^{-10}\,\mathrm{m})}$$
$$= -27.2(1.60 \times 10^{-19})\,\mathrm{J} = -27.2\,\mathrm{eV}.$$

Esto representa la energía potencial. La energía total debe incluir también a la energía cinética del electrón trasladándose en una órbita de radio $r = 0.529 \times 10^{-10}$ m. A partir de $F = ma$ para la aceleración centrípeta, tenemos

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{e^2}{r^2}\right) = \frac{mv^2}{r}.$$

Así que

$$K = \tfrac{1}{2}mv^2 = \tfrac{1}{2}\left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\right)\frac{e^2}{r}$$

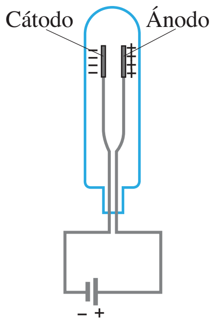
lo cual es igual a $-\frac{1}{2}U$ (como ya se calculó), así que $K = +13.6$ eV. La energía total inicial es $E = K + U = 13.6\ \mathrm{eV} - 27.2\ \mathrm{eV} = -13.6$ eV. Para separar un átomo de hidrógeno estable en un protón y un electrón en reposo muy lejos entre sí ($U = 0$ en $r = \infty$ y $K = 0$, porque $v = 0$) se requieren $+13.6$ eV. Lo anterior equivale, de hecho, a la energía de ionización medida para el átomo de hidrógeno.

NOTA Para tratar átomos correctamente, se necesita usar teoría cuántica (capítulos 37 a 39). Sin embargo, en este caso, nuestro cálculo "clásico" brinda la respuesta correcta.

EJERCICIO F La energía cinética de un automóvil de 1000 kg que viaja a 20m/s (70 km/h) sería alrededor de *a*) 100 GeV, *b*) 1000 TeV, *c*) 10^6 TeV, *d*) 10^{12} TeV *e*) 10^{18} TeV.

*23–9 Tubo de rayos catódicos: Monitores de TV y de computadora, osciloscopios

FIGURA 23–21 Si el cátodo dentro del tubo de vidrio evacuado se calienta hasta que brille, se encuentra que cargas negativas (electrones), antes llamados "rayos catódicos", son expulsadas y fluyen hacia el ánodo (+) hacia el que son atraídos.



Un aparato importante que hace uso del voltaje, y nos permite "visualizar" cómo cambia el voltaje en el tiempo, es el *tubo de rayos catódicos* (o CRT, por las siglas de *cathode ray tube*). Un CRT utilizado de esta manera es un *osciloscopio*. El CRT también se ha empleado por muchos años como el cinescopio de un aparato de televisión y en monitores de computadoras; sin embargo, las pantallas de cristal líquido (LCD, por las siglas de *liquid cristal display*) (capítulo 35) y otros tipos de pantallas son más comunes hoy.

La operación de un CRT depende de un fenómeno llamado **emisión termoiónica**, descubierto por Thomas A. Edison (1847–1931). Considere dos placas pequeñas (los electrodos) dentro de una "bombilla" o un "tubo" evacuado, como se ilustra en la figura 23-21, a las cuales se aplica una diferencia de potencial. El electrodo negativo se llama **cátodo**; el positivo, **ánodo**. Si se calienta el cátodo negativo (generalmente mediante una corriente eléctrica, como en una bombilla eléctrica de filamento) hasta que se caliente y brille, se encuentra que cargas negativas abandonan el cátodo y fluyen hacia el ánodo positivo. Estas cargas negativas actualmente se llaman electrones, pero en forma original se conocieron como **rayos catódicos**, pues parecían provenir desde el cátodo (véase la sección 27-7, sobre el descubrimiento del electrón).

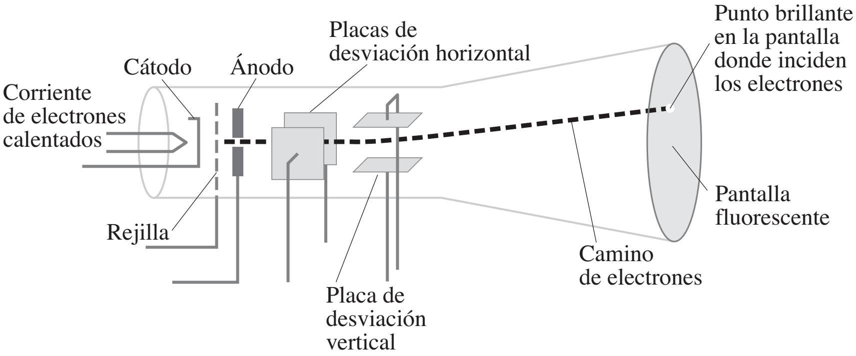


FIGURA 23–22 Un tubo de rayos catódicos. Generalmente se usan anillos de desviación magnética en vez de las placas eléctricas de desviación mostradas en la figura. Para mayor claridad de la figura se exageraron las posiciones relativas de los elementos.

FÍSICA APLICADA
CRT, monitores de TV y de computadora

El **tubo de rayos catódicos** obtiene su nombre del hecho de que, dentro del tubo de vidrio evacuado, se dirige un haz de rayos catódicos (electrones) hacia distintos lugares de una pantalla para producir una "imagen". La figura 23-22 es una representación sencilla de un CRT. Los electrones emitidos desde el cátodo caliente son acelerados a través de una alta diferencia de potencial (5000 a 50,000 V) aplicada entre el ánodo y el cátodo. Los electrones salen de esta "pistola de electrones" a través de un pequeño orificio en el ánodo. El interior de la cara del tubo está cubierto de un material fluorescente que brilla cuando es golpeado por los electrones. Así se hace visible un pequeño punto brillante en el lugar donde el haz de electrones incide sobre la pantalla. Dos placas horizontales y verticales pueden desviar el haz de electrones cuando se les aplica un voltaje. Los electrones se desvían hacia la placa que esté cargada positivamente. Así que, variando el voltaje en las placas desviadoras, es posible conseguir que el punto brillante incida sobre cualquier punto de la pantalla. Muchos CRT emplean anillos de desviación magnética (capítulo 27) en vez de placas eléctricas.

En el tubo de imagen o monitor de una computadora o de un televisor, se consigue que el haz de electrones realice un barrido sobre la pantalla, como se ilustra en la figura 23-23, cambiado adecuadamente los voltajes entre las placas de desviación. Para la televisión estándar en Estados Unidos, un barrido completo consta de 525 líneas cada $\frac{1}{30}$ s, de segundo, sobre toda la pantalla. La televisión de alta definición (HDTV) realiza un barrido de más del doble del número de líneas (1080), lo que da mayor nitidez a la imagen. Somos capaces de ver una imagen porque ésta es retenida por la pantalla fluorescente y por nuestros ojos durante cerca de $\frac{1}{20}$ s. de segundo. La imagen que vemos se debe a la variación de brillo de los puntos sobre la pantalla, que controla una rejilla (un electrodo "poroso", como una rejilla de alambre, la cual permite el paso de los electrones). La rejilla limita el flujo de los electrones a través del voltaje aplicado a ella (la "señal de video"): cuanto más negativo sea este voltaje, más electrones son repelidos y menos electrones logran pasar. Esta señal de video que envía la estación de TV y recibe el televisor está acompañada de señales que sincronizan el voltaje de la rejilla con los barridos horizontales y verticales del haz de electrones. (Más información en el capítulo 31).

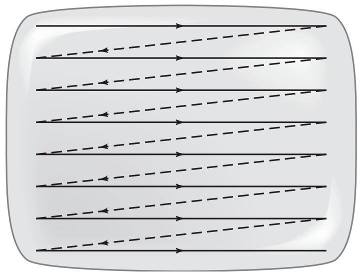


FIGURA 23–23 Un haz de electrones realiza un barrido sobre una pantalla de televisión en una sucesión de líneas horizontales. Cada barrido horizontal se logra variando el voltaje en las placas de desviación horizontal. Luego, el haz de electrones se mueve hacia abajo una pequeña distancia mediante un cambio de voltaje en las placas de desviación vertical, cuyo proceso se repite.

FÍSICA APLICADA
Osciloscopio

Un **osciloscopio** es un aparato que se usa para amplificar, medir y observar una señal eléctrica como función del tiempo en la pantalla de un CRT (la "señal" generalmente es un voltaje que depende del tiempo). El haz de electrones se barre en forma horizontal a una tasa uniforme mediante las placas de desviación horizontales. La señal que se va a desplegar se aplica (después de una amplificación) a las placas de desviación verticales. La "traza" visible sobre la pantalla, que podría ser un electrocardiograma (figura 23-24) o la señal proveniente de un experimento en la conducción de un nervio, es una gráfica de la señal de voltaje (en la vertical) contra el tiempo (en la horizontal).

FIGURA 23–24 Trazo de un electrocardiograma (ECG) desplegado en un CRT.

Resumen

El **potencial eléctrico** se define como la energía potencial por unidad de carga. Esto es, la **diferencia de potencial eléctrico** entre dos puntos cualesquiera en el espacio se define como la diferencia de energía potencial de una carga de prueba q localizada en esos dos puntos y dividida entre la carga q:

$$V_{\mathrm{ba}} = \frac{U_{\mathrm{b}} - U_{\mathrm{a}}}{q}. \qquad \textbf{(23–2b)}$$

La diferencia de potencial se mide en volts (1 V = 1 J/C) y algunas veces recibe el nombre de **voltaje**.

El cambio en energía potencial de una carga q cuando se mueve a través de una diferencia de potencia V_{ba} es

$$\Delta U = qV_{\mathrm{ba}}. \qquad \textbf{(23–3)}$$

La diferencia de potencial V_{ba} entre dos puntos, a y b, está dada por la relación

$$V_{\mathrm{ba}} = V_{\mathrm{b}} - V_{\mathrm{a}} = -\int_{\mathrm{a}}^{\mathrm{b}} \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\boldsymbol{\ell}}. \qquad \textbf{(23–4a)}$$

Así, podemos encontrar V_{ba} en cualquier región donde se conozca $\vec{\mathbf{E}}$ Si el campo eléctrico es uniforme, la integral es muy sencilla: $V_{\mathrm{ba}} = -Ed$, *donde d* es la distancia (paralela a las líneas de campo) entre los dos puntos.

Una **línea** o **superficie equipotencial** está toda al mismo potencial y es perpendicular al campo eléctrico en cualquier punto.

El potencial eléctrico debido a una carga puntual sencilla Q, con respecto al potencial cero en el infinito, está dado por

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r}. \qquad \textbf{(23–5)}$$

El potencial debido a una distribución de carga arbitraria puede obtenerse sumando (o integrando) los potenciales sobre todas las cargas.

El potencial debido a un **dipolo eléctrico** disminuye como $1/r^2$. El **momento dipolar** es $p = Q\ell$, donde ℓ es la distancia entre las dos cargas iguales y opuestas de magnitud Q.

En los puntos donde se conozca V, se pueden calcular las componentes de $\vec{\mathbf{E}}$ mediante el inverso de la relación anterior, es decir,

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x}, \qquad E_y = -\frac{\partial V}{\partial y}, \qquad E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}. \qquad \textbf{(23–9)}$$

[*Los monitores de televisión y de computadora usan tradicionalmente un **tubo de rayos catódicos**, el cual acelera electrones mediante un alto voltaje, mientras los barre sobre una pantalla de manera uniforme usando placas de desviación].

Preguntas

1. Si dos puntos están al mismo potencial, ¿significa que no se realiza trabajo alguno al trasladar una carga de prueba de un punto al otro? ¿Significa que no debe ejercerse fuerza alguna? Explique.

2. Si una carga negativa está inicialmente en reposo en un campo eléctrico, ¿se desplazará hacia una zona de mayor potencial o de menor potencial? ¿Qué le pasaría a una carga positiva? ¿Cómo cambia la energía potencial de la carga en cada caso?

3. Establezca claramente la diferencia *a*) entre potencial eléctrico y campo eléctrico, *b*) entre potencial eléctrico y energía potencial eléctrica.

4. Se acelera un electrón a través de una diferencia de potencial de, digamos, 0.10 V. ¿Cuánto más grande sería su velocidad final si se acelera a través de una diferencia de potencial cuatro veces mayor? Explique.

5. ¿Puede una partícula moverse de una región de menor potencial eléctrico a una de mayor potencial y aun así disminuir su energía potencial eléctrica? Explique.

6. Si $V = 0$ en un punto del espacio, ¿debe $\vec{\mathbf{E}} = 0$ en ese punto? Si $\vec{\mathbf{E}} = 0$ en un punto dado del espacio, ¿debe ser $V = 0$ en ese punto? Explique y dé un ejemplo en cada caso.

7. Cuando usamos aparatos prácticos, generalmente consideramos que la Tierra está a 0 V. *a*) Si en vez de esto decimos que la Tierra está a –10V, ¿cómo afectaría esto a V y a E en otros puntos? *b*) El hecho de que la Tierra tenga una carga neta, ¿afecta la elección de V sobre su superficie?

8. ¿Pueden cruzarse dos líneas equipotenciales? Explique.

9. Dibuje unas cuantas líneas equipotenciales en las figuras 21-34b y c.

10. ¿Qué puede decir del campo eléctrico en una región del espacio que está toda ella al mismo potencial?

11. Un satélite está en órbita alrededor de la Tierra sobre una línea potencial gravitacional. ¿Qué forma debe tener la órbita?

12. Suponga que el anillo cargado del ejemplo 23-8 no tuviera una carga uniforme, sino que la densidad de carga fuera dos veces mayor en la parte de arriba con respecto a la parte de abajo. Suponiendo que la carga total Q no cambia, ¿afectaría al potencial en el punto P sobre el eje (figura 23-14)? ¿Afectaría el valor de $\vec{\mathbf{E}}$ en algún punto? ¿Hay alguna discrepancia aquí? Explique.

13. Considere un metal conductor con la forma de una pelota de fútbol americano. Si éste porta una carga total Q, ¿dónde esperaría que la densidad de carga σ sea mayor, en los extremos o a lo largo de los lados más planos? Explique. [*Sugerencia*: Cerca de la superficie de un conductor, $E = \sigma/\epsilon_0$].

14. Si se conoce V en un punto del espacio, ¿se puede calcular $\vec{\mathbf{E}}$ en ese punto? Si se conoce $\vec{\mathbf{E}}$ en un punto del espacio, ¿se puede calcular V en ese punto? Si no, ¿qué más debe conocerse en cada caso?

15. Una esfera conductora tiene una carga Q y una segunda esfera conductora idéntica es neutra. La dos esferas están aisladas inicialmente, pero luego se ponen en contacto. *a*) ¿Qué puede decir del potencial en cada una de ellas cuando están en contacto? *b*) ¿Fluirá carga de una esfera a la otra? Si es así, ¿cuánto? *c*) Si las esferas no poseen el mismo radio, ¿cómo cambian sus respuestas a los incisos *a*) y *b*)?

16. En un punto dado, el campo eléctrico apunta hacia el norte. ¿En qué dirección o direcciones la tasa de cambio del potencial será *a*) mayor, *b*) menor y *c*) cero?

17. Se tienen líneas equipotenciales espaciadas por 1.00 V entre sí. ¿Le dicen algo las distancias entre las líneas en diferentes regiones del espacio sobre la magnitud relativa de $\vec{\mathbf{E}}$ en esas regiones? Si es así, ¿qué le dicen?

18. Si el campo eléctrico $\vec{\mathbf{E}}$ es uniforme en una región del espacio, ¿qué puede inferir acerca del potencial eléctrico V? Si V es uniforme en una región del espacio, ¿qué puede inferir acerca de $\vec{\mathbf{E}}$ en esa región?

19. La energía potencial eléctrica de un sistema formado por dos cargas con signos opuestos, ¿es positiva o negativa? ¿Y si las dos cargas son iguales? ¿Cuál es el significado del signo de la energía potencial en cada caso?

Problemas

23–1 Potencial eléctrico

1. (I) ¿Qué diferencia de potencial se necesita para frenar un electrón que tiene una velocidad inicial $v = 5.0 \times 10^5$ m/s?

2. (I) ¿Cuánto trabajo realiza el campo eléctrico para trasladar un protón de un punto con un potencial de $+185$ V a otro punto donde el potencial es de -55 V?

3. (I) Un electrón adquiere 5.25×10^{-16} J de energía cinética cuando es acelerado por un campo eléctrico de la placa A a la placa B. ¿Cuál es la diferencia de potencial entre las placas y cuál placa está a mayor potencial?

4. (II) El trabajo realizado por una fuerza externa para mover una carga de $-9.10\ \mu$C del punto a al punto b es de 7.00×10^{-4} J. Si la carga partió del reposo y tenía 2.10×10^{-4} J de energía cinética cuando llegó al punto b, ¿cuál debe ser la diferencia de potencial entre a y b?

23–2 Potencial relacionado con el campo eléctrico

5. (I) Por lo regular, las nubes de tormenta desarrollan diferencias de voltaje de cerca de 1×10^8 V. Puesto que se requiere un campo eléctrico de 3×10^6 V/m para producir una chispa eléctrica dentro de un volumen de aire, estime la longitud de un relámpago entre dos de estas nubes. [¿Puede darse cuenta de por qué cuando el relámpago llega desde una nube hacia la tierra, se propaga como una secuencia de pasos?]

6. (I) El campo eléctrico entre dos placas paralelas conectadas a una batería de 45 V es de 1300 V/m. ¿Cuál es la distancia de separación entre las placas?

7. (I) ¿Cuál es la cantidad de carga máxima que puede contener un conductor esférico de radio de 6.5 cm en el aire?

8. (I) ¿Cuál es la magnitud del campo eléctrico entre dos placas paralelas separadas 4.0 mm si la diferencia de potencial entre ellas es de 110 V?

9. (I) ¿Cuál es el radio mínimo que debe tener una esfera conductora de una máquina generadora electrostática si habrá de estar a 35,000 V sin descargarse en el aire? ¿Cuál sería la carga que porta la esfera?

10. (II) Un fabricante afirma que una alfombra no generará más de 5.0 kV de estática. ¿Qué magnitud de carga debe transferirse entre la alfombra y un zapato para que haya una diferencia de potencial de 5.0 kV entre el zapato y la alfombra? Aproxime al zapato y la alfombra como grandes hojas de carga separadas una distancia de 1.0 mm.

11. (II) Un campo eléctrico uniforme $\vec{\mathbf{E}} = -4.20\,\mathrm{N/C}\,\hat{\mathbf{i}}$ apunta en la dirección negativa de las x, como se observa en la figura 23-25. Se indican en el diagrama las coordenadas x y y de los puntos A, B y C (en metros). Determine las diferencias de potencial *a*) V_{BA}, *b*) V_{CB} y *c*) V_{CA}.

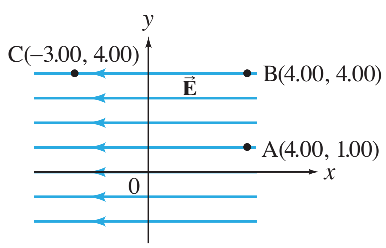


FIGURA 23–25
Problema 11.

12. (II) l potencial eléctrico de una placa de metal plana aislada muy grande es de V_0. La placa porta una densidad superficial de carga uniforme σ (C/m^2), o $\sigma/2$ en cada una de las dos superficies. Determine V a una distancia x de la placa. Considere que el punto x está lejos de los bordes y que x es mucho más pequeño que las dimensiones de las placas.

13. (II) Cerca de su superficie, la Tierra produce un campo eléctrico radial hacia el centro de magnitud de 150 V/m. *a*) ¿Cuál es el potencial de la superficie terrestre con respecto a $V = 0$ en $r = \infty$? *b*) Si el potencial de la Tierra se elige igual a cero, ¿cuál es el potencial en el infinito? (Ignore el hecho de que cargas positivas en la ionosfera cancelan aproximadamente la carga neta de la Tierra. ¿Cómo afectaría esto su respuesta anterior?)

14. (II) Se carga una esfera conductora de 32 cm de diámetro a 680 V con respecto a $V = 0$ en $r = \infty$. *a*) ¿Cuál es la densidad superficial de carga σ? *b*) ¿A qué distancia el potencial de la esfera será sólo de 25 V?

15. (II) Un conductor esférico de radio r_1 aislado tiene una carga Q. Se conecta otra esfera conductora de r_2 e inicialmente descargada se conecta a la primera esfera mediante una alambre conductor largo. *a*) Después de que se efectúa la conexión, ¿qué puede usted decir acerca del potencial en cada esfera? *b*) ¿Cuánta carga se transfiere a la segunda esfera? Suponga que la separación entre las esferas es mucho mayor que sus radios. (¿Por qué debemos hacer esta suposición?)

16. (II) Determine la diferencia de potencial entre dos puntos que están a distancias R_a y R_b de un alambre recto muy largo ($\gg R_a$ o R_b) que porta una carga por unidad de longitud uniforme λ.

17. (II) Suponga que el extremo de su dedo está cargado. *a*) Estime el potencial de voltaje de ruptura en aire para su dedo. *b*) ¿Qué densidad superficial de carga tendría que haber en su dedo para producir este voltaje?

18. (II) Estime el campo eléctrico en la pared de la membrana de una célula viva. Considere que la pared tiene un espesor de 10 nm y una diferencia de potencial de 0.10 V a través de su superficie.

19. (II) Una esfera no conductora de radio r_0 tiene una carga total Q distribuida de manera uniforme sobre todo su volumen. Determine el potencial eléctrico como función de la distancia r desde el centro de la esfera para *a*) $r > r_0$ y *b*) $r < r_0$. Considere que $V = 0$ en $r = \infty$. *c*) Grafique V en función de r y E en función de r.

20. (III) Repita el problema 19 considerando que la densidad ρ_E se incrementa con el cuadrado de la distancia desde el centro de la esfera y que $\rho_E = 0$ en el centro.

21. (III) La densidad volumétrica de carga ρ_E dentro de una esfera de radio r_0 está dada por la siguiente relación con simetría esférica:

$$\rho_E(r) = \rho_0\left[1 - \frac{r^2}{r_0^2}\right]$$

donde r se mide desde el centro de la esfera y ρ_0 es una constante. Determine el potencial eléctrico V para un punto P dentro de la esfera ($r < r_0$) considerando que $V = 0$ en el infinito.

22. (III) Un conductor esférico hueco, con carga neta $+Q$, tiene un radio interior r_1 y un radio exterior $r_2 = 2r_1$ (figura 23-26). En el centro de la esfera se encuentra una carga puntual de $+Q/2$. *a*) Determine la magnitud del campo eléctrico E en cada una de las tres regiones como función de r. Determine el potencial como función de r, la distancia desde el centro para *b*) $r > r_2$, *c*) $r_1 < r < r_2$ y *d*) $0 < r < r_1$. *e*) Grafique E y V como función de r desde $r = 0$ hasta $r = 2r_2$.

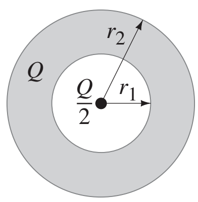


FIGURA 23–26
Problema 22.

23. (III) Un cilindro conductor muy largo (longitud ℓ) de radio R_0 ($R_0 \ll \ell$) porta una densidad superficial de carga uniforme σ (C/m^2). El cilindro está a un potencial eléctrico V_0. ¿Cuál es el potencial, en puntos lejanos, de los extremos a una distancia R desde el centro del cilindro? Dé la respuesta para *a*) $R > R_0$ y *b*) $R < R_0$. *c*) ¿Se cumple que $V = 0$ en $R = \infty$ (considere que $\ell = \infty$)? Explique.

23–3 Potencial debido a cargas puntuales

24. (I) Una carga puntual Q crea un potencial eléctrico de +185 V a una distancia de 15 cm. ¿Cuál es el valor de Q (considere $V = 0$ en $r = \infty$)?

25. (I) *a*) ¿Cuál es el potencial eléctrico a 0.50×10^{-10} m de un protón (magnitud de carga $+e$)? Considere $V = 0$ en $r = \infty$. *b*) ¿Cuál es la energía potencial de un electrón en ese punto?

26. (II) Se colocan dos cargas puntuales, 3.4 μC y -2.0 μC, separadas 5.0 cm a lo largo del eje x. ¿En qué puntos a lo largo del eje x se cumple que *a*) el campo eléctrico es 0 y *b*) el potencial es cero? Considere que $V = 0$ en $r = \infty$.

27. (II) Se coloca una carga puntual de +25 μC a 6.0 cm de una carga idéntica. ¿Cuánto trabajo debe realizar una fuerza externa para mover una carga de prueba a +0.18 μC desde un punto a la mitad entre las cargas a otro punto 1.0 cm más cerca de alguna de las cargas?

28. (II) El punto *a* se encuentra a 26 cm al norte de una carga puntual de –3.8 μC y el punto *b* está a 36 cm al oeste de la carga (figura 23-27). Determine *a*) $V_b - V_a$ y *b*) $\vec{\mathbf{E}}_b - \vec{\mathbf{E}}_a$ (magnitud y dirección).

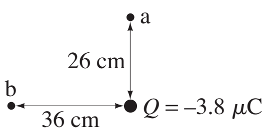


FIGURA 23–27 Problema 28.

29. (II) ¿Cuál es el voltaje que debe usarse para acelerar un protón (radio 1.2×10^{-15} m), de manera que tenga suficiente energía justo para "tocar" un núcleo de silicio? Un núcleo de silicio tiene una carga de $+14e$ y su radio es aproximadamente de 3.6×10^{-15} m. Considere los potenciales como cargas puntuales.

30. (II) Dos cargas puntuales idénticas de +5.5 μC están inicialmente separadas 6.5 cm una de la otra. Si se liberan al mismo tiempo, ¿qué tan rápido se estarán desplazando cuando se encuentren muy lejos una de la otra? Suponga que tienen masas iguales de 1.0 mg.

31. (II) Un electrón parte del reposo a 42.5 cm de una carga puntual fija con $Q = -0.125$ nC. ¿Qué tan rápido se estará desplazando el electrón cuando se encuentre muy lejos de la carga fija?

32. (II) Dos cargas de igual magnitud, pero de signos opuestos, están separadas una distancia d, como se muestra en la figura 23-28. Determine una expresión para $V_{BA} = V_B - V_A$ para puntos B y A entre la línea que une las cargas, situados como se indica en la figura.

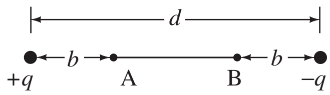


FIGURA 23–28 Problema 32.

23–4 Potencial debido a distribuciones de carga

33. (II) Un anillo circular delgado de radio R (como en la figura 23-14) tiene una carga $+Q/2$ distribuida de manera uniforme sobre la mitad superior y $-Q/2$ sobre la mitad inferior. *a*) ¿Cuál es el valor del potencial eléctrico en un punto a una distancia x a lo largo del eje a través del centro del anillo? *b*) ¿Qué puede decir acerca del campo eléctrico $\vec{\mathbf{E}}$ a una distancia x en ese punto? Considere $V = 0$ en $r = \infty$.

34. (II) Tres cargas puntuales se encuentran en las esquinas de un cuadrado de lado ℓ, como se representa en la figura 23-29. ¿Cuál es el potencial en la cuarta esquina (el punto A), considerando $V = 0$ a una gran distancia?

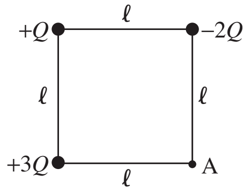


FIGURA 23–29 Problema 34.

35. (II) Un anillo plano de radio interior R_1 y radio exterior R_2 (figura 23-30) porta una densidad superficial de carga uniforme σ. Determine el potencial eléctrico en puntos a lo largo del eje (el eje x). [*Sugerencia:* Trate de sustituir variables].

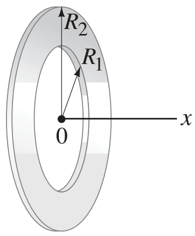


FIGURA 23–30 Problema 35.

36. (II) Una carga total Q está distribuida de manera uniforme sobre un hilo de longitud ℓ. El hilo forma un semicírculo. ¿Cuál es el potencial en el centro? (Considere que $V = 0$ a grandes distancias).

37. (II) Un anillo delgado de radio de 12.0 cm porta una carga de 15.0 μC distribuida de manera uniforme. Se coloca con exactitud en el centro una pequeña esfera de 7.5 g con una carga de 3.0 μC y se le da un pequeño empujón a lo largo del eje del anillo (el eje $+x$). ¿Qué tan rápido se estará desplazando la esfera cuando se encuentre a 2.0 m del centro del anillo (ignore la gravedad)?

38. (II) Una varilla delgada de longitud 2ℓ está centrada en el eje x, como se ilustra en la figura 23-31. La varilla tiene una carga Q distribuida de manera uniforme. Determine el potencial V como función de y para puntos situados a lo largo del eje y. Considere que $V = 0$ en el infinito.

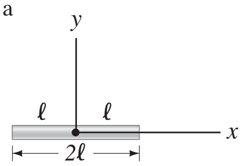


FIGURA 23–31 Problemas 38, 39, 40 y 53.

39. (II) Determine el potencial $V(x)$ para puntos a lo largo del eje x afuera de la varilla de la figura 23-31 (problema 38).

40. (III) La carga de la varilla de la figura 23-31 tiene una distribución lineal no uniforme dada por $\lambda = ax$. Determine el potencial V para *a*) puntos a lo largo del eje y y *b*) puntos a lo largo del eje x fuera de la varilla.

41. (III) Suponga que el disco circular plano de la figura 23-15 (ejemplo 23-9) tiene una densidad superficial de carga no uniforme $\sigma = aR^2$, donde R se mide desde el centro del disco. Encuentre el potencial $V(x)$ para puntos a lo largo del eje x, considerando $V = 0$ y $x = \infty$.

23–5 Equipotenciales

42. (I) Dibuje un conductor con la forma de un balón de fútbol americano. Este conductor porta una carga neta negativa $-Q$. También dibuje aproximadamente una docena de líneas de campo eléctrico y de líneas equipotenciales.

43. (II) Se deben dibujar superficies equipotenciales separadas cada 100 V cerca de una placa muy grande de metal, cargada de manera uniforme con densidad superficial de carga $\sigma = 0.75$ μC/m^2. ¿Qué tan lejos (espacialmente) se encuentran las superficies equipotenciales consecutivas?

44. (II) Una esfera de metal de radio $r_0 = 0.44$ m tiene una carga $Q = 0.50$ μC. Deben dibujarse superficies equipotenciales cada 100 V afuera de la esfera. Determine el radio r *a*) de la primera, *b*) de la décima y *c*) de la centésima superficie equipotencial.

23–6 Dipolos

45. (II) Calcule el potencial eléctrico debido a un pequeño dipolo cuyo momento dipolar es de 4.8×10^{-30} C·m en un punto alejado 4.1×10^{-9} m si este punto se encuentra *a*) a lo largo del eje del dipolo más cercano de la carga positiva; *b*) 45° sobre el eje del dipolo, pero más cerca de la carga positiva; *c*) 45° sobre el eje, pero más cerca de la carga negativa. Considere $V = 0$ en $r = \infty$.

46. (III) El momento dipolar, considerado como vector, apunta de la carga negativa a la carga positiva. La molécula de agua (figura 23-32) tiene un momento dipolar $\vec{\mathbf{p}}$ que puede considerarse como la suma de los dos momentos dipolares mostrados, $\vec{\mathbf{p}}_1$ y $\vec{\mathbf{p}}_2$. La distancia entre el O y cada H es aproximadamente de 0.96×10^{-10} m, mientras que las líneas que unen el centro del O con cada H forman un ángulo de 104°, como se aprecia en la figura; de acuerdo con las mediciones, el momento dipolar neto es $p = 6.1 \times 10^{-30}$ C·m. *a*) Determine la carga efectiva *q* en cada átomo de H. *b*) Determine el potencial eléctrico, lejos de la molécula, debido a cada dipolo, $\vec{\mathbf{p}}_1$ y $\vec{\mathbf{p}}_2$; luego, demuestre que

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{p\cos\theta}{r^2},$$

donde p es la magnitud del momento dipolar neto, $\vec{\mathbf{p}} = \vec{\mathbf{p}}_1 + \vec{\mathbf{p}}_2$, y V es el potencial debido a $\vec{\mathbf{p}}_1$ y $\vec{\mathbf{p}}_2$. Considere $V = 0$ en $r = \infty$.

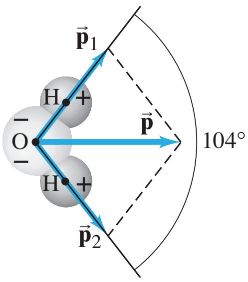


FIGURA 23–32 Problema 46.

23–7 Determinación de $\vec{\mathbf{E}}$ a partir de V

47. (I) Demuestre que el campo eléctrico de una carga puntual sencilla (ecuación 21-4) se obtiene a partir de la ecuación 23-5, $V = (1/4\pi\epsilon_0)(Q/r)$.

48. (I) ¿Cuál es el gradiente de potencial justo afuera de un núcleo de uranio ($Q = +92e$), cuyo diámetro es aproximadamente de 15×10^{-15} m.

49. (II) El potencial eléctrico entre dos placas paralelas está dado por $V(x) = (8.0 \text{ V/m})x + 5.0$ V, considerando $x = 0$ en una de las placas y x positiva en la dirección hacia la otra placa. ¿Cuál es la densidad de carga en las placas?

50. (II) El potencial eléctrico en una región del espacio varía como $V = by/(a^2 + y^2)$. Determine $\vec{\mathbf{E}}$.

51. (II) En cierta región del espacio, el potencial eléctrico está dado por $V = y^2 + 2.5xy - 3.5xyz$. Determine el vector de campo eléctrico $\vec{\mathbf{E}}$ en esa región.

52. (II) Una partícula de polvo con masa de 0.050 g y carga de 2.0×10^{-6} C se encuentra en una región del espacio donde el potencial está dado por $V(x) = (2.0 \text{ V/m}^2)x^2 - (3.0 \text{ V/m}^3)x^3$. Si la partícula parte de $x = 2.0$ m, ¿cuál es la aceleración inicial de la carga?

53. (III) Use el resultado de los problemas 38 y 39 para determinar el campo eléctrico debido a la varilla con cargada uniforme de la figura 23-31 para puntos *a*) a lo largo del eje x y *b*) a lo largo del eje y.

23–8 Energía potencial electrostática; electrón volt

54. (I) ¿Cuál es el trabajo que debe realizarse para acercar tres electrones entre sí desde una distancia muy grande hasta 1.0×10^{-10} m uno de otro (en las esquinas de un triángulo equilátero)?

55. (I) ¿Qué diferencia de potencial se necesita para impartir a un núcleo de helio ($Q = 3.2 \times 10^{-19}$ C) 125 keV de energía cinética?

56. (I) ¿Cuál es la rapidez *a*) de un electrón de 1.5 keV (de energía cinética) y *b*) de un protón de 1.5 keV?

57. (II) Muchas reacciones químicas liberan energía. Suponga que al inicio de una reacción, un electrón y un protón están separados por 0.110 nm y que su separación final es de 0.100 nm. ¿Cuánta energía potencial se perdió en esta reacción (en unidades de eV)?

58. (II) Una partícula alfa (formada por un núcleo de helio, $Q = +2e$, $m = 6.64 \times 10^{-27}$ kg) se emite en un decaimiento radiactivo con una energía cinética de 5.53 MeV. ¿Cuál es su rapidez?

59. (II) Escriba la energía potencial electrostática total, U, de *a*) cuatro cargas puntuales y *b*) cinco cargas puntuales. Dibuje un diagrama que defina todas las cantidades implicadas.

60. (II) Cuatro cargas puntuales, Q, están fijas en las esquinas de un cuadrado de lado b. *a*) ¿Cuál es su energía potencial electrostática total? *b*) ¿Cuál es la energía potencial que tendría una quinta carga Q en el centro del cuadrado (con respecto a $V = 0$ en $r = \infty$)? *c*) Si la carga está restringida a permanecer en ese plano, ¿la carga se encuentra en equilibrio estable o inestable? Si es inestable, ¿cuál es la energía cinética máxima que puede adquirir? *d*) Si la carga que se encuentra en el centro es negativa ($-Q$), ¿está en equilibrio estable?

61. (II) Un electrón que parte del reposo adquiere 1.33 keV de energía cinética cuando se traslada del punto A al punto B. *a*) ¿Cuánta energía cinética adquirirá un protón que parte del reposo en B y se dirige al punto A? *b*) Determine la razón de sus velocidades al final de sus trayectorias respectivas.

62. (II) Determine la energía potencial electrostática total de una esfera conductora de radio r_0 que porta una carga total Q distribuida de manera uniforme sobre su superficie.

63. (II) El **modelo de la gota líquida** del núcleo sugiere que las oscilaciones de alta energía de ciertos núcleos pueden partir (por fisión) un núcleo grande en dos fragmentos desiguales, más algunos cuantos neutrones. Con base en este modelo, considere un núcleo de uranio que se fisiona en dos fragmentos esféricos, uno con una carga $q_1 = +38e$ y radio $r_1 = 5.5 \times 10^{-15}$ m; el otro, con $q_2 = +54e$ y radio $r_2 = 6.2 \times 10^{-15}$ m. Calcule la energía potencial eléctrica (en MeV) de estos fragmentos, suponiendo que la carga está distribuida de manera uniforme en todo el volumen de cada núcleo esférico y que sus superficies están inicialmente en contacto y en reposo. Pueden ignorarse los electrones que rodean al núcleo. Esta energía potencial eléctrica luego se convertirá por completo en energía cinética, mientras los fragmentos se repelen entre sí. ¿Cómo se compara la energía cinética predicha de los fragmentos con el valor observado asociado con la fisión del uranio (aproximadamente 200 MeV en total)? [1 MeV = 10^6 eV].

64. (III) Determine la energía potencial electrostática total de una esfera no conductora de radio r_0 con una carga total Q distribuida de manera uniforme sobre todo su volumen.

*23–9 CRT

***65.** (I) Use el modelo de gas ideal para estimar la rapidez rms de un electrón libre en un metal a 273 K y a 2700 K (que es la temperatura común del cátodo en un CRT).

***66.** (III) Se usa un CRT para acelerar electrones con un potencial de 6.0 kV. La pantalla es de 28 cm de ancho y está a 34 cm de placas de desviación de 2.6 cm de largo. ¿Cuál es el intervalo de variación del campo eléctrico necesario para barrer el rayo completamente sobre la pantalla?

***67.** (III) En un CRT dado, los electrones se aceleran horizontalmente usando un potencial de 7.2 kV. Luego pasan a través de un campo eléctrico uniforme E por una distancia de 2.8 cm que los desvía hacia arriba, de manera que llegan a la parte superior de la pantalla que está a 22 cm de distancia y a 11 cm sobre el centro. Estime el valor de E.

Problemas generales

68. Si los electrones en una sola gota de lluvia de 3.5 mm de diámetro pudieran extraerse de la Tierra (sin extraer los núcleos de los átomos), ¿en cuánto se incrementaría el potencial de la Tierra?

69. Frotando un material no conductor se puede producir una carga de 10^{-8} C. Si se produce esto en una esfera de 15 cm de radio, estime el potencial producido en la superficie. Considere que $V = 0$ en $r = \infty$.

70. Dibuje las líneas de campo y las líneas equipotenciales para dos cargas del mismo signo y de la misma magnitud separadas una distancia d.

71. Una carga puntual de $+33\ \mu$C se coloca a 36 cm de otra carga idéntica. Se traslada una carga de $-1.5\ \mu$C del punto a al punto b de la figura 23-33. ¿Cuál es el cambio en la energía potencial?

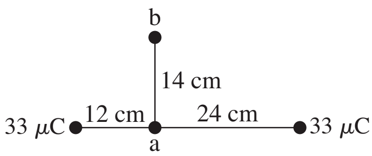


FIGURA 23–33
Problema 71.

72. Se coloca una carga puntual Q en cada una de las esquinas de un cubo de lado ℓ (figura 23-34). *a)* ¿Cuál es el potencial en el centro del cubo (con $V = 0$ en $r = \infty$)? *b)* ¿Cuál es el potencial en cada esquina debido a las otras siete cargas? *c)* ¿Cuál es la energía potencial total de este sistema?

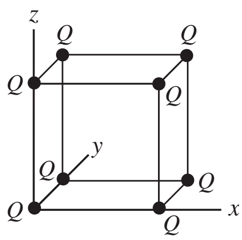


FIGURA 23–34
Problema 72.

73. En un cinescopio de televisión (CRT) se aceleran los electrones con miles de volts a través del vacío. Si un televisor yace sobre su parte posterior, ¿serán capaces los electrones de moverse hacia arriba en contra de la fuerza de gravedad? ¿Qué diferencia de potencial, actuando sobre una distancia de 3.5 cm, sería necesaria para equilibrar la fuerza de la gravedad hacia abajo de manera que un electrón permanezca estacionario? Considere que el campo eléctrico es uniforme.

74. Cuatro cargas puntuales se localizan en las esquinas de un cuadrado de 8.0 cm de lado. Los valores de las cuatro cargas son Q, $2Q$, $-3Q$, y $2Q$, donde $Q = 3.1\ \mu$C (figura 23-35). ¿Cuál es la energía potencial eléctrica total almacenada en este sistema, tomando $U = 0$ a una separación infinita?

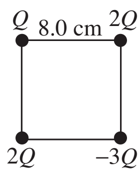


FIGURA 23–35
Problema 74.

75. En una **fotocelda**, luz ultravioleta (UV) proporciona suficiente energía para desprender electrones a altas velocidades de la superficie de una pieza de metal de bario. Véase la figura 23-36. Para medir la energía máxima de los electrones, otra placa arriba de la superficie de bario se mantiene a un potencial negativo suficiente, de manera que los electrones emitidos se frenan, se detienen y regresan a la superficie del bario. Si el voltaje de la placa es de -3.02 V (comparado con el bario) cuando los electrones se detienen, ¿cuál era la rapidez de esos electrones cuando fueron emitidos?

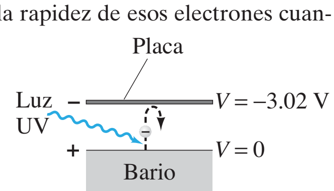


FIGURA 23–36
Problema 75.

76. Se acelera un electrón horizontalmente desde el reposo en un cinescopio de un televisor mediante una diferencia de potencial de 5500 V. Luego pasa entre dos placas horizontales de 6.5 cm de longitud y separadas 1.3 cm, que tienen una diferencia de potencial de 250 V (figura 23-37). ¿A qué ángulo θ viajará el electrón cuando abandone las placas?

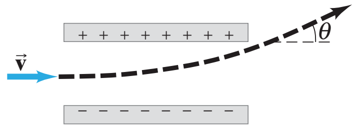


FIGURA 23–37
Problema 76.

77. La figura 23.38 muestra tres cargas en las esquinas de un triángulo equilátero de lado ℓ. Determine el potencial en el punto medio en cada uno de los lados. Considere que $V = 0$ en $r = \infty$.

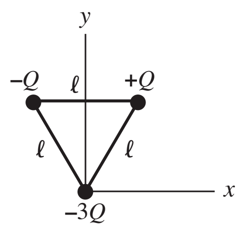


FIGURA 23–38
Problema 77.

78. Cerca de la superficie de la Tierra hay un campo eléctrico de aproximadamente 150 V/m dirigido hacia abajo. Se sueltan dos pelotas idénticas con masa $m = 0.340$ kg desde una altura de 2.00 m, pero una de las pelotas está cargada positivamente con $q_1 = 450\ \mu$C, mientras la segunda tiene carga negativa $q_2 = -450\ \mu$C. Con base en la conservación de la energía, determine las diferencias de las velocidades de las pelotas cuando llegan al piso. (Ignore la resistencia del aire).

79. Un relámpago transfiere 4.0 C de carga y 4.8 MJ de energía a la Tierra. *a)* ¿A través de qué diferencia de potencial viajó el relámpago? *b)* ¿Cuánta agua podría alcanzar la ebullición gracias a esta cantidad de energía partiendo de la temperatura ambiente? [*Sugerencia*: Véase el capítulo 19].

80. Determine las componentes del campo eléctrico, E_x y E_y, como función de x y y en el plano xy, debido a un dipolo (figura 23-39), a partir de la ecuación 23-7. Considere que $r = \left(x^2 + y^2\right)^{\frac{1}{2}} \gg \ell$.

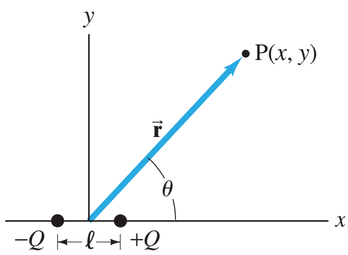


FIGURA 23–39
Problema 80.

81. Una esfera no conductora de radio r_2 contiene una cavidad esférica concéntrica de radio r_1. El material entre r_1 y r_2 posee una densidad de carga uniforme ρ_E (C/m^3). Determine el potencial V, con respecto a $V = 0$ en $r = \infty$, como función de la distancia r desde el centro para *a)* $r > r_2$, *b)* $r_1 < r < r_2$, *c)* $0 < r < r_1$. ¿Es V continuo en r_1 y en r_2?

82. Un disco no conductor plano delgado, de radio R_0 y carga Q, tiene una orificio de radio $R_0/2$ en su centro. Encuentre el potencial eléctrico $V(x)$ en puntos a lo largo del eje de simetría (x) del disco (una línea perpendicular al disco que pasa por su centro). Considere que $V = 0$ en $r = \infty$.

83. Para detectar las partículas con carga emitidas por un núcleo radiactivo se usa un **contador Geiger**. Éste consiste en un alambre central delgado, cargado positivamente y de radio R_a, rodeado por un cilindro conductor concéntrico de radio R_b con una carga negativa de la misma magnitud (figura 23-40). La carga por unidad de longitud en el alambre interno es l (en unidades de C/m). El espacio interior entre el alambre y el cilindro se llena con un gas inerte a baja presión. Partículas cargadas ionizan algunos de estos átomos de gas y los electrones libres resultantes son atraídos por el alambre central positivo. Si el campo eléctrico radial es lo suficientemente fuerte, los electrones libres ganan suficiente energía para ionizar otros átomos, causando una "avalancha" de electrones que golpean el alambre central generando así una señal "eléctrica". Encuentre una expresión para el campo eléctrico entre el alambre y el cilindro, luego demuestre que la diferencia de potencial entre R_a y R_b es

$$V_a - V_b = \left(\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0}\right)\ln\left(\frac{R_b}{R_a}\right).$$

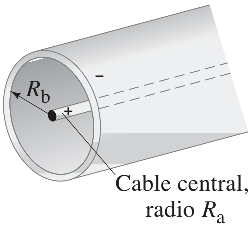


FIGURA 23–40
Problema 83.

84. Un **generador de Van de Graaff** (figura 23-41) puede desarrollar una diferencia de potencial muy grande, hasta millones de volts. Los electrones son arrancados del cinturón mediante un electrodo de alto voltaje con forma de punta situado en A, dejando así al cinturón cargado positivamente. (Recuerde el ejemplo 23-5 donde vimos que cerca de puntas afiladas se incrementa el campo eléctrico y puede ocurrir ionización.) El cinturón sube la carga positiva dentro del cascarón esférico donde los electrones de la gran esfera conductora son atraídos hacia el conductor con forma de punta situado en B, dejando la superficie externa de la esfera conductora cargada positivamente. Conforme se sube más carga, la esfera alcanza un voltaje sumamente alto. Considere un generador de Van de Graaff con una esfera de radio 0.20 m. *a)* ¿Cuál es el potencial eléctrico sobre la superficie de la esfera cuando ocurre el rompimiento eléctrico? (Suponga que $V = 0$ en $r = \infty$). *b)* ¿Cuál es la carga sobre la esfera para el potencial encontrado en el inciso *a*)?

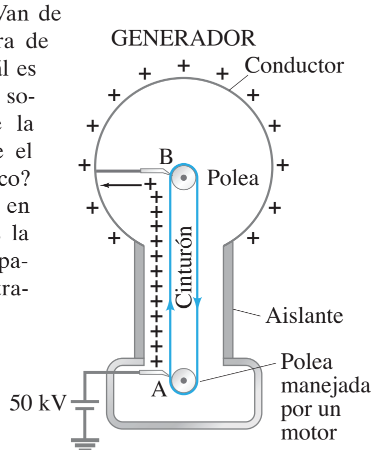


FIGURA 23–41
Problema 84.

85. El potencial en una región del espacio está dado por $V = B/(x^2 + R^2)^2$ donde $B = 150\,\text{V}\cdot\text{m}^4$ y $R = 0.20$ m. *a)* Determine V en $x = 0.20$ m. *b)* Determine $\vec{\mathbf{E}}$ como función de x. *c)* Calcule $\vec{\mathbf{E}}$ en $x = 0.20$ m.

86. Una carga $-q_1$ de masa m descansa sobre el eje y a una distancia b sobre el eje x. Dos cargas positivas de magnitud $+q_2$ están fijas sobre el eje x, una en $x = +a$ y la otra en $x = -a$, respectivamente (figura 23-42). Si se le da una velocidad inicial v_0 en la dirección y positiva a la carga $-q_1$, ¿cuál es el valor mínimo de v_0 de manera que la carga escape a un punto infinitamente lejano de las dos cargas positivas?

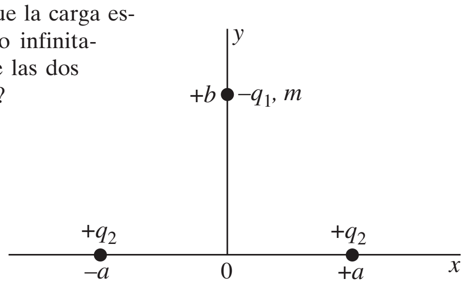


FIGURA 23–42
Problema 86.

* Problemas numéricos/por computadora.

*** 87.** (II) Un dipolo está compuesto por una carga de –1.0 nC en $x = -1.0$ cm y una carga de +1.0 nC en $x = +1.0$ cm. *a)* Construya una gráfica de V como función de x desde $x = 2.0$ cm hasta $x = 15$ cm. *b)* En la misma gráfica, dibuje V usando la ecuación 23-7 desde $x = 2.0$ cm hasta $x = 15$ cm. Considere que $V = 0$ en $x = \infty$.

*** 88.** (II) Un disco plano delgado de radio R_0 tiene una carga total Q distribuida uniformemente sobre su superficie. El potencial eléctrico a una distancia x sobre el eje x está dado por

$$V(x) = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 R_0^2}\left[\left(x^2 + R_0^2\right)^{\frac{1}{2}} - x\right].$$

(Véase el ejemplo 23-9.) Demuestre que el campo eléctrico a una distancia x sobre el eje x está dado por

$$E(x) = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 R_0^2}\left(1 - \frac{x}{\left(x^2 + R_0^2\right)^{\frac{1}{2}}}\right).$$

Construya gráficas de $V(x)$ y $E(x)$ como función de x/R_0 para $x/R_0 = 0$ hasta 4. (Efectúe los cálculos con incrementos de 0.1.) Use $Q = 5.0\,\mu$C y $R_0 = 10$ cm para los cálculos y las gráficas.

*** 89.** (III) Usted está tratando de determinar una cantidad desconocida de carga usando un voltímetro y una regla, sabiendo sólo que la fuente de carga es una sola hoja, o bien, una carga puntual. Usted determina la dirección del cambio máximo de potencial y luego mide potenciales a lo largo de una línea en esa dirección. El potencial *versus* la posición se midió como sigue (observe que el cero de la posición es arbitrario y que el potencial se midió con respecto a tierra):

x (cm)	0.0	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0	6.0	7.0	8.0	9.0
V (volts)	3.9	3.0	2.5	2.0	1.7	1.5	1.4	1.4	1.2	1.1

a) Grafique V contra la posición. ¿Considera que el campo está producido por una hoja de carga o por una carga puntual? *b)* Grafique los datos de manera que pueda determinar la magnitud de la carga. *c)* ¿Es posible determinar dónde está la carga a partir de este dato? Si es así, indique la posición de la carga.

Respuestas a los ejercicios

A: *b*).
B: *d*).
C: *d*).
D: *a*) iii, (*b*) i, (*c*) i.
E: *c*).
F: *d*).