

Los imanes producen campos magnéticos, pero también las corrientes eléctricas producen campos magnéticos. La corriente eléctrica que fluye en este alambre recto produce un campo magnético que ocasiona que los pequeños pedacitos de hierro (limaduras) se alineen con el campo. En este capítulo veremos cómo se define el campo magnético y que la dirección del campo magnético es a lo largo de las limaduras de hierro. Las líneas de campo magnético debido a la corriente eléctrica en este alambre largo tienen la forma de círculos alrededor del alambre.

También analizaremos cómo los campos magnéticos ejercen fuerzas sobre las corrientes eléctricas y sobre partículas cargadas; también examinaremos aplicaciones útiles de la interacción entre los campos magnéticos y las corrientes eléctricas y cargas en movimiento.

CAPÍTULO 27

Magnetismo

PREGUNTA DE INICIO DE CAPÍTULO: ¡Adivine ahora!

¿Cuál de los siguientes puede experimentar una fuerza cuando se le coloca en el campo magnético de un imán?

- Una carga eléctrica en reposo.
- Una carga eléctrica en movimiento.
- Una corriente eléctrica en un alambre.
- Otro imán.

La historia del magnetismo comenzó hace miles de años. En una región de Asia Menor, conocida como Magnesia, se encontraron rocas que podían atraerse entre sí. A estas rocas se les llamó imanes o “magnetos”, en recuerdo del lugar donde se encontraron.

Sin embargo, no fue sino hasta el siglo XIX que se descubrió que el magnetismo y la electricidad están íntimamente relacionados. Se hizo un descubrimiento crucial: las corrientes eléctricas producen efectos magnéticos (actualmente los llamamos “campos magnéticos”), al igual que los imanes. Una gran variedad de aparatos prácticos dependen del magnetismo, desde brújulas, motores, altavoces, la memoria de computadoras y los generadores eléctricos.

27-1 Imanes y campos magnéticos

Todos hemos observado cómo un imán atrae a un sujetapapeles de metal, clavos u otros objetos hechos de hierro (figura 27-1). Cualquier imán, ya sea que tenga forma de barra o de herradura (o cualquier otra), tiene dos extremos o caras llamadas **polos**, que es donde el efecto magnético es más fuerte. Si se suspende un imán de barra de un hilo delgado, se encuentra que uno de los polos del imán siempre apuntará hacia el norte. No se sabe con certeza cuándo se descubrió este hecho, pero se sabe que los chinos lo usaban como una herramienta de navegación desde el siglo XI y probablemente desde antes. Éste es el principio de la brújula.

CONTENIDO

- 27-1 Imanes y campos magnéticos
- 27-2 Las corrientes eléctricas producen campos magnéticos
- 27-3 Fuerza sobre una corriente eléctrica en un campo magnético; definición de \vec{B}
- 27-4 Fuerza sobre una carga eléctrica que se desplaza en un campo magnético
- 27-5 Torca sobre una espira de corriente; momento dipolar magnético
- *27-6 Aplicaciones: Motores, altavoces y galvanómetros
- 27-7 Descubrimiento y propiedades del electrón
- *27-8 El efecto Hall
- *27-9 Espectrómetro de masas



FIGURA 27-1 Un imán de herradura atrae tachuelas y sujetapapeles de metal.

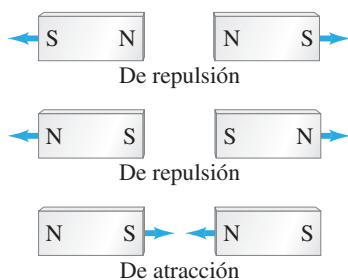
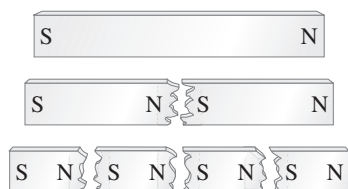


FIGURA 27-2 Polos iguales de un imán se repelen y polos opuestos se atraen. Las flechas indican la dirección de la fuerza.

FIGURA 27-3 Si se divide un imán a la mitad, no se obtendrá un polo norte y un polo sur aislados; de hecho, se producen dos nuevos imanes, cada uno con su polo norte y su polo sur.



¡ CUIDADO

Los imanes no atraen a todos los metales

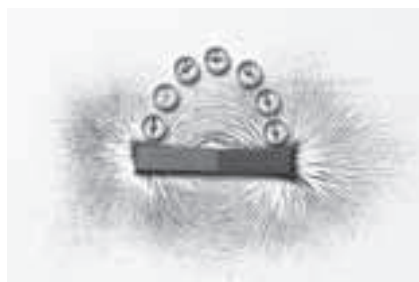
Una aguja de brújula es simplemente un imán de barra que está sostenida en su centro de gravedad de manera que pueda girar libremente. El polo de un imán suspendido libremente que apunta hacia el polo norte geográfico se llama el **polo norte** del imán. El otro polo apunta hacia el sur y se llama **polo sur**.

Un hecho conocido es que cuando se acercan dos imanes entre sí, cada uno ejerce una fuerza sobre el otro. La fuerza puede ser de atracción o de repulsión y se manifiesta aun si los imanes no se tocan. Cuando se acerca el polo norte de un imán al polo norte de otro imán, la fuerza entre ellos es de repulsión. De la misma manera, si se acercan los polos sur de dos imanes, la fuerza es de repulsión. Sin embargo, si se acerca el polo norte de un imán al polo sur de otro imán, la fuerza entre ellos es de atracción. Estos resultados se ilustran en la figura 27-2 y nos recuerdan a las fuerzas entre cargas eléctricas: polos iguales se repelen, y polos opuestos se atraen. Sin embargo, no confunda los polos magnéticos con las cargas eléctricas. Son muy diferentes. Una diferencia importante es que una carga eléctrica positiva o negativa puede aislarse fácilmente. Sin embargo, nunca se ha observado un polo magnético aislado. Si se corta un imán de barra a la mitad, no se obtiene un polo norte y un polo sur aislados. En vez de ello, se producen dos nuevos imanes, figura 27-3, cada uno con sus polos norte (N) y sur (S). Si seguimos cortando los imanes, se producirán más imanes, cada uno con su polo norte y su polo sur. Los físicos han buscado un solo polo magnético aislado (monopolo), pero nunca se ha observado un **monopolo magnético**.

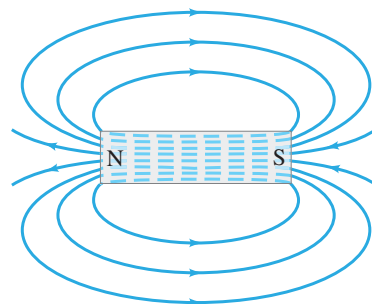
Sólo el hierro y unos cuantos materiales, como el cobalto, níquel, gadolinio y algunos de sus óxidos y aleaciones, presentan fuertes efectos magnéticos. Se dice que son materiales **ferromagnéticos** (de la palabra latina *ferrum* para el hierro). Otros materiales manifiestan efectos magnéticos muy leves, tanto que sólo pueden detectarse con delicados instrumentos de medición. Veremos con mayor detalle el ferromagnetismo en la sección 28-7.

En el capítulo 21 usamos el concepto de un campo eléctrico que rodea a una carga eléctrica. Del mismo modo, podemos considerar al **campo magnético** que rodea a un imán. La fuerza que un imán ejerce sobre otro puede describirse entonces como la interacción entre un imán y el campo magnético del otro. Así como dibujamos las líneas de campo eléctrico, también podemos dibujar **líneas de campo magnético**. Pueden dibujarse, al igual que las líneas de campo eléctrico, de manera que **1.** la dirección del campo magnético sea tangente a la línea de campo en cualquier punto, y **2.** el número de líneas por unidad de área sea proporcional a la intensidad de campo magnético.

FIGURA 27-4 a) Visualización de las líneas de campo magnético alrededor de un imán de barra, usando limaduras de hierro y agujas de brújula. El extremo izquierdo del imán de barra es su polo norte. El polo N de la aguja de una brújula cercana apunta alejándose del polo norte del imán de barra. b) Líneas de campo magnético de un imán de barra.



a)



b)

La **dirección** del campo magnético en un punto dado se define como la dirección en la que apuntaría el polo norte de la aguja de una brújula localizada en ese punto. (En la sección 27-3 se dará una definición más precisa). La figura 27-4a muestra cómo pequeñas limaduras de hierro (que se comportan como pequeños imanes) revelan las líneas de campo magnético alineándose igual que las agujas de las brújulas. El campo magnético determinado de esta manera para el campo que rodea al imán de barra se muestra en la figura 27-4b. Observe que, de acuerdo con nuestra definición, las líneas siempre salen del polo norte y entran al polo sur del imán (el polo norte de la aguja de una brújula magnética es atraído hacia el polo sur del imán).

Las líneas de campo continúan dentro del imán, como se ilustra en la figura 27-4b. De hecho, dada la ausencia de polos magnéticos aislados, las líneas de campo magnético siempre forman espiras cerradas, a diferencia de las líneas de campo eléctrico que empiezan en cargas positivas y terminan en cargas negativas.



¡ CUIDADO

Las líneas de campo magnético forman espiras cerradas, a diferencia de las líneas de campo eléctrico

El campo magnético terrestre

La figura 27-5 muestra el campo magnético terrestre. El patrón de las líneas de campo es como si hubiera un imán de barra imaginario dentro de la Tierra. Puesto que el polo norte (N) de la aguja de una brújula apunta hacia el norte, el polo sur magnético de la Tierra está en el polo norte geográfico de la Tierra, como se indica en la figura 27-5 con la letra S en el imán de barra imaginario dentro de la Tierra. Recuerde que el polo norte de un imán es atraído hacia el polo sur de otro imán. Sin embargo, al polo de la Tierra que está en el norte generalmente se le llama el “polo norte magnético” o “norte geomagnético”, simplemente porque está en el norte. Del mismo modo, el polo magnético sur de la Tierra, que está cerca del polo geográfico sur, es el polo norte magnético (N). Los polos magnéticos de la Tierra no coinciden con los polos *geográficos*, que están sobre el eje de rotación de la Tierra. El polo norte magnético, por ejemplo, está en el ártico canadiense,[†] a unos 900 km del polo norte geográfico, o “norte verdadero.” Esta diferencia debe tomarse en cuenta cuando usamos una brújula (figura 27-6). La diferencia angular entre el norte magnético y el norte (geográfico) verdadero se conoce como **declinación magnética**. En Estados Unidos varía entre 0° y cerca de 20° , dependiendo de la posición.

Advierta en la figura 27-5 que el campo magnético de la Tierra en muchos lugares no es tangente a la superficie terrestre. El ángulo que forma el campo magnético de la Tierra con la horizontal en un punto dado se conoce como **ángulo de inclinación**.

EJERCICIO A ¿Dónde tiene una magnitud mayor el campo magnético de la Tierra, cerca de los polos o cerca del ecuador? [*Sugerencia:* Observe las líneas de campo en la figura 27-5].

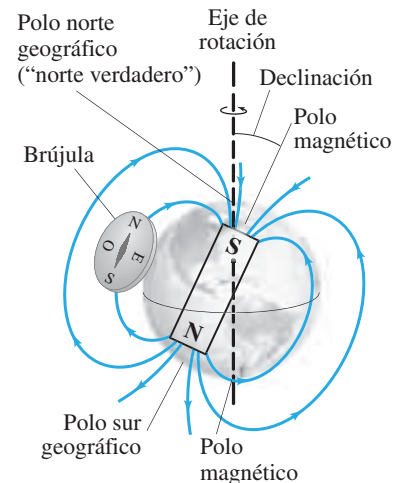


FIGURA 27-5 La Tierra se comporta como un enorme imán, pero sus polos magnéticos no coinciden con los polos geográficos, los cuales están sobre el eje de rotación de la Tierra.



FIGURA 27-6 Uso de un mapa y una brújula en el campo. Se alinea primero la aguja de la brújula de manera que apunte alejándose del norte verdadero (N) tantos grados como lo señale la declinación registrada en el mapa (15° para el lugar mostrado en este mapa topográfico de una parte de California). Luego se alinea el mapa con el norte verdadero, pero *no* con la aguja de la brújula, como se observa en la fotografía.

FÍSICA APLICADA

Uso de una brújula

Campo magnético uniforme

El campo magnético más simple es un campo magnético uniforme, es decir, aquel que no cambia de magnitud ni dirección de un punto a otro. No es fácil producir un campo magnético uniforme sobre una región grande. Sin embargo, el campo magnético entre dos piezas planas paralelas con polos magnéticos opuestos es aproximadamente uniforme si el área de las piezas es grande comparada con su separación, como se muestra en la figura 27-7. En los extremos, el campo se “pandea” un poco: las líneas de campo magnético no son exactamente paralelas ni uniformes. Las líneas paralelas espaciadas a intervalos regulares en la región central del hueco entre las piezas indican que el campo es uniforme en puntos alejados de los extremos, de manera similar a las líneas de campo eléctrico entre dos placas paralelas (figura 23-16).

[†] Actualmente, el norte magnético se mueve varios kilómetros al año. El magnetismo en las rocas terrestres sugiere que los polos magnéticos de la Tierra no sólo se han movido de manera significativa durante las eras geológicas, sino que también han invertido su dirección unas 400 veces en los últimos 330 millones de años.

FIGURA 27-7 El campo magnético entre dos polos magnéticos opuestos anchos es aproximadamente uniforme, excepto cerca de los bordes.

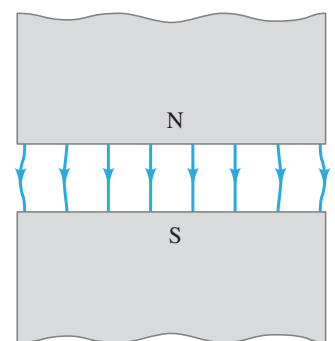
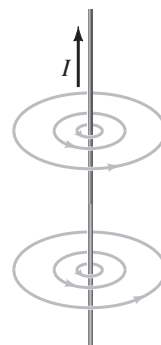


FIGURA 27-8 a) Desviación de las agujas de varias brújulas cerca de un alambre con corriente, lo que revela la presencia y dirección de un campo magnético. b) Líneas de campo magnético alrededor de la corriente eléctrica en un alambre recto. c) Regla de la mano derecha para recordar la dirección del campo magnético: cuando el dedo pulgar apunta en la dirección de la corriente convencional, los dedos se enrollan naturalmente alrededor del alambre en la dirección del campo magnético. Véase también la fotografía al inicio del capítulo.



a)



b)



c)

27-2 Las corrientes eléctricas producen campos magnéticos

Durante el siglo XVIII, muchos científicos trataron de encontrar un vínculo entre la electricidad y el magnetismo. Se demostró que una carga eléctrica en reposo y un imán no tenían influencia uno sobre el otro. Sin embargo, en 1820, Hans Christian Oersted (1777-1851) descubrió que cuando se coloca una brújula cerca de un alambre, la aguja se desvía tan pronto como los extremos del alambre se conectan a las terminales de una batería de manera que el alambre conduzca una corriente eléctrica. Como hemos visto, la aguja de una brújula se desvía en presencia de un campo magnético. Así que el experimento de Oersted demostró que **una corriente eléctrica produce un campo magnético**. Había encontrado una conexión entre la electricidad y el magnetismo.

Cuando se coloca la aguja de una brújula cerca de una sección recta de un alambre que conduce corriente, experimenta una fuerza, lo que hace que la aguja se alinee de manera tangente a un círculo alrededor del alambre, como se muestra en la figura 27-8a. Así que las líneas de campo magnético producidas por una corriente en un alambre recto tienen la forma de círculos centrados en el alambre, figura 27-8 b. La dirección de estas líneas de campo la indica el polo norte de la brújula en la figura 27-8a. Hay una manera muy simple de recordar la dirección de las líneas de campo magnético en este caso. Se llama la **regla de la mano derecha**: tome el alambre con su mano derecha de manera que el pulgar apunte en la dirección de la corriente convencional (positiva); así sus dedos enrollarán alrededor del alambre en la dirección del campo magnético, figura 27-8c.

Las líneas de campo magnético debidas a una espira circular cerrada que conduce corriente pueden determinarse de manera similar usando una brújula. El resultado se aprecia en la figura 27-9. De nuevo puede usarse la regla de la mano derecha, como se indica en la figura 27-10. A diferencia del campo uniforme ilustrado en la figura 27-7, los campos magnéticos que se representan en las figuras 27-8 y 27-9 *no* son uniformes: los campos cambian de magnitud y dirección en distintos puntos.

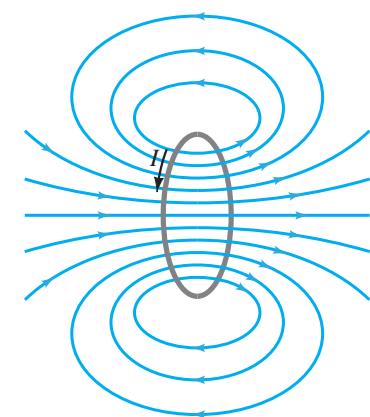
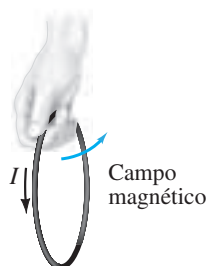


FIGURA 27-9 Líneas de campo magnético debidas a una espira circular con corriente.

Regla de la mano derecha 1:
Dirección del campo magnético producido por una corriente eléctrica

FIGURA 27-10 Regla de la mano derecha para determinar la dirección del campo magnético producido por una corriente.



EJERCICIO B Un alambre recto conduce corriente directamente hacia usted. ¿En qué dirección rodean las líneas de campo magnético al alambre?

27-3 Fuerza sobre una corriente eléctrica en un campo magnético; definición de \vec{B}

En la sección 27-2 vimos que una corriente eléctrica ejerce una fuerza sobre un imán, como por ejemplo, la aguja de una brújula. De acuerdo con la tercera ley de Newton, esperaríamos que la situación opuesta fuera verdad, es decir, que *un imán ejerza una fuerza sobre un alambre con corriente*. De hecho, la evidencia experimental confirma este efecto y también fue Oersted quien lo observó por primera vez.

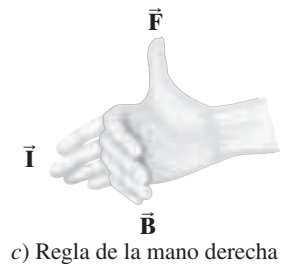
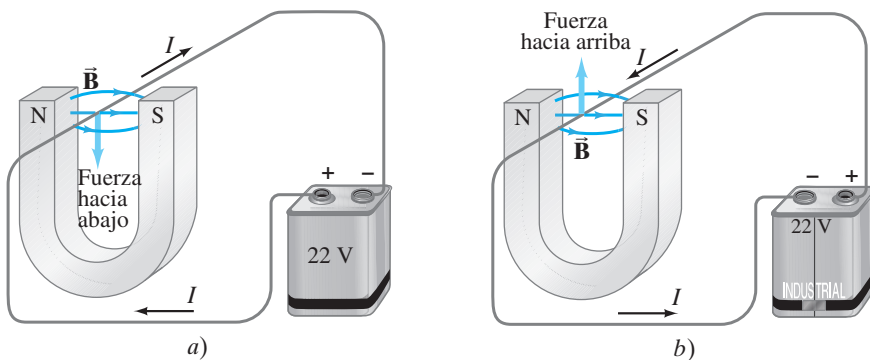
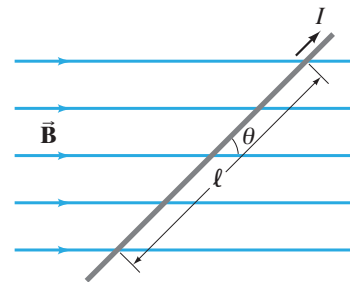


FIGURA 27-11 a) Fuerza sobre un alambre portador de corriente inmerso en un campo magnético \vec{B} ; b) lo mismo, pero con el sentido de la corriente invertido; c) regla de la mano derecha aplicada al inciso b).

Regla de la mano derecha 2: Fuerza sobre una corriente ejercida por \vec{B}

FIGURA 27-12 Alambre con corriente en un campo magnético. La fuerza sobre el alambre en este caso entra a la hoja de papel.



Suponga que se coloca un alambre recto en el campo magnético entre los polos opuestos de un imán de herradura, como se indica en la figura 27-11. La experiencia revela que cuando se hace fluir una corriente en el alambre, se ejerce una fuerza sobre el alambre. Pero esta fuerza *no* se dirige a ninguno de los polos del imán. En vez de ello, la fuerza se ejerce de manera perpendicular a la dirección del campo magnético, hacia abajo en la figura 27-11a. Si se invierte el sentido de la corriente, entonces la fuerza es en el sentido opuesto, hacia arriba, como se muestra en la figura 27-11b. Los experimentos indican que *la dirección de la fuerza siempre es perpendicular a la dirección de la corriente y también perpendicular a la dirección del campo magnético \vec{B} .*

La dirección de la fuerza está dada por otra **regla de la mano derecha**, como se ilustra en la figura 27-11c. Oriente su mano derecha de manera que sus dedos extendidos apunten en la dirección de la corriente convencional I ; ahora enrolle los dedos para que apunten en la dirección de las líneas del campo magnético \vec{B} . En estas condiciones su pulgar extendido apuntará en la dirección de la fuerza \vec{F} sobre el alambre.

La regla de la mano derecha nos indica la dirección de la fuerza. Pero, ¿qué sucede con la magnitud de la fuerza sobre el alambre? En los experimentos se ha encontrado que la magnitud de la fuerza es directamente proporcional a la magnitud de la corriente I en el alambre, y a la longitud ℓ de alambre expuesto al campo magnético (el cual se considera uniforme). Más aún, si el campo magnético B aumenta, se encuentra que la fuerza se incrementa en la misma proporción. La fuerza también depende del ángulo θ entre la dirección de la corriente y el campo magnético (figura 27-12), siendo proporcional al seno de θ . Así que la fuerza sobre un alambre que conduce una corriente I con una longitud ℓ dentro de un campo magnético uniforme B está dada por

$$F \propto I\ell B \sin \theta.$$

Cuando la corriente es perpendicular a las líneas de campo ($\theta = 90^\circ$), la fuerza es máxima. Cuando el alambre es paralelo a las líneas de campo magnético ($\theta = 0^\circ$), no hay fuerza sobre el alambre.

Sin embargo, hasta ahora no hemos definido la intensidad de campo magnético de manera precisa. De hecho, es conveniente definir el campo magnético en términos de las proporciones anteriores, de manera que la constante de proporcionalidad sea exactamente igual a 1. Así, tenemos que

$$F = I\ell B \sin \theta. \quad (27-1)$$

Si la dirección de la corriente es perpendicular al campo \vec{B} ($\theta = 90^\circ$), entonces la fuerza es

$$F_{\text{máx}} = I\ell B. \quad [\text{corriente} \perp \vec{B}] \quad (27-2)$$

Si la corriente es paralela al campo ($\theta = 0^\circ$), la fuerza sobre el alambre es cero. Así, se puede definir la magnitud de \vec{B} usando la ecuación 27-2 como $B = F_{\text{máx}}/I\ell$, donde $F_{\text{máx}}$ es la magnitud de la fuerza sobre un segmento recto de alambre de longitud ℓ que conduce una corriente I cuando el alambre es perpendicular a \vec{B} .

Podemos expresar con una ecuación vectorial la relación entre la fuerza \vec{F} sobre un alambre que conduce una corriente I y el campo magnético \vec{B} que produce la fuerza. Para esto, recordemos que la dirección de \vec{F} está dada por la regla de la mano derecha (figura 27-11c), y la magnitud está dada por la ecuación 27-1. Esto es congruente con la definición del vector de producto cruz (véase la sección 11-2), así que podemos escribir

$$\vec{F} = I\vec{\ell} \times \vec{B}; \quad (27-3)$$

donde $\vec{\ell}$ es un vector cuya magnitud es igual a la longitud del alambre y su dirección es a lo largo del alambre (el cual se supone recto), en la dirección de la corriente convencional (positiva).

La ecuación 27-3 se cumple sólo si el campo magnético es uniforme y el alambre es recto. Si \vec{B} no es uniforme, o si el alambre no forma el mismo ángulo θ con \vec{B} , en todos los puntos, entonces la ecuación 27-3 se escribe como

$$d\vec{F} = I d\vec{\ell} \times \vec{B}, \quad (27-4)$$

donde $d\vec{F}$ es la fuerza infinitesimal que actúa sobre el elemento diferencial de longitud $d\vec{\ell}$ del alambre. La fuerza total sobre el alambre se calcula integrando la expresión anterior.

La ecuación 27-4 puede servir (al igual que las ecuaciones 27-2 o 27-3) como una definición práctica de \vec{B} . En la siguiente sección se discute una manera equivalente para definir \vec{B} , en términos de la fuerza sobre una carga eléctrica en movimiento.

EJERCICIO C Un alambre que conduce una corriente I es perpendicular a un campo magnético de magnitud B . Suponiendo una longitud de alambre fija, ¿cuál de los siguientes cambios dará por resultado una disminución de la fuerza sobre el alambre en un factor de 2? a) Disminuir el ángulo de 90° a 45° ; b) disminuir el ángulo de 90° a 30° ; c) disminuir la corriente en el alambre a $I/2$; d) disminuir la magnitud del campo magnético a $B/2$; e) ninguna de las anteriores.

La unidad del SI para el campo magnético es el **tesla** (T). A partir de las ecuaciones 27-1, 2, 3 o 4, vemos que $1 \text{ T} = 1 \text{ N/A} \cdot \text{m}$. Anteriormente, en vez del término tesla se empleaba la unidad de “weber por metro cuadrado” ($1 \text{ Wb/m}^2 = 1 \text{ T}$). Otra unidad que se usa en ocasiones para especificar el campo magnético es una unidad en el sistema cgs: el **gauss** (G) = 10^{-4} T . Siempre debemos convertir un campo dado en gauss a teslas antes de efectuar operaciones con otras unidades del SI. Para tener una idea de estas unidades, advierta que el campo magnético de la Tierra en su superficie es aproximadamente $\frac{1}{2} \text{ G}$, o $0.5 \times 10^{-4} \text{ T}$. Por otro lado, el campo cerca de un imán pequeño pegado en su refrigerador puede ser de 100 G (0.01 T), mientras que electroimanes fuertes son capaces de producir campos del orden de 2 T , y los imanes superconductores producen hasta 10 T .

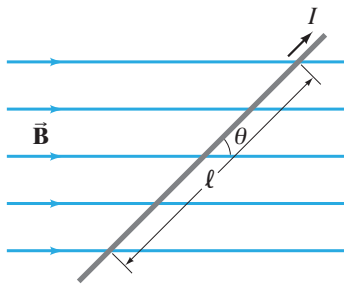


FIGURA 27-12 (Repetida para el ejemplo 27-1.) Un alambre que conduce corriente en presencia de un campo magnético. La fuerza sobre el alambre está dirigida hacia dentro de la página.

EJEMPLO 27-1 Fuerza magnética sobre un alambre portador de corriente.

Un alambre de longitud $\ell = 12 \text{ cm}$ conduce una corriente de 30 A entre los polos opuestos de un imán a un ángulo $\theta = 60^\circ$ (figura 27-12). El campo magnético es aproximadamente uniforme y tiene una intensidad de 0.90 T . Ignore los efectos de borde más allá de los polos del imán. ¿Cuál es la magnitud de la fuerza que actúa sobre el alambre?

PLANTEAMIENTO Usamos la ecuación 27-1, $F = I\ell B \sin \theta$.

SOLUCIÓN La fuerza F sobre los 12 cm de longitud del alambre dentro del campo magnético uniforme B es

$$F = I\ell B \sin \theta = (30 \text{ A})(0.12 \text{ m})(0.90 \text{ T})(0.866) = 2.8 \text{ N}.$$

EJERCICIO D Un cable de suministro de electricidad conduce 30 A y es perpendicular al campo magnético de la Tierra de $0.5 \times 10^{-4} \text{ T}$. ¿Cuál es la magnitud de la fuerza que se ejerce sobre una sección de 100 m de longitud de este cable?

En un diagrama, cuando queremos representar una corriente eléctrica o un campo magnético que apunta hacia fuera de la página (hacia nosotros) o entrando a la página, usamos el símbolo \odot o \otimes , respectivamente. El símbolo \odot representa la punta de una flecha apuntando directamente hacia el lector, mientras que el símbolo \otimes representan la cola de una flecha que se está alejando. (Véase las figuras 27-13 y 27-14).

EJEMPLO 27-2 Medición de un campo magnético. La figura 27-13 ilustra una espira rectangular de alambre que cuelga verticalmente. Un campo magnético \vec{B} está dirigido horizontalmente, perpendicular al alambre, y apunta hacia fuera de la página en todos los puntos, como se representa con el símbolo \odot . La magnitud del campo magnético \vec{B} es aproximadamente uniforme sobre toda la porción horizontal del alambre ab (de longitud $\ell = 10.0 \text{ cm}$), la cual está cerca del centro del espacio de un gran imán que produce el campo. La parte superior de la espira de alambre está fuera del campo magnético. La espira cuelga de una balanza que mide la fuerza magnética hacia abajo (además de la fuerza gravitacional) de magnitud $F = 3.48 \times 10^{-2} \text{ N}$ cuando el alambre conduce una corriente $I = 0.245 \text{ A}$. ¿Cuál es la magnitud del campo magnético B ?

PLANTEAMIENTO Existen tres secciones rectas del alambre dentro de la región de campo magnético: una sección horizontal y dos secciones verticales. Aplicamos la ecuación 27-1 a cada sección y usamos la regla de la mano derecha.

SOLUCIÓN La fuerza magnética sobre la sección vertical izquierda del alambre apunta hacia la izquierda, mientras que la fuerza sobre la sección vertical derecha del alambre apunta hacia la derecha. Estas dos fuerzas son de igual magnitud, pero actúan en direcciones opuestas, por lo que su resultante es cero. Por lo tanto, la fuerza magnética neta sobre la espira corresponde a la fuerza sobre la sección ab , cuya longitud es $\ell = 0.100$ m. El ángulo θ entre \vec{B} y el alambre es $\theta = 90^\circ$, así que $\sin \theta = 1$. Por consiguiente, la ecuación 27-1 da

$$B = \frac{F}{I\ell} = \frac{3.48 \times 10^{-2} \text{ N}}{(0.245 \text{ A})(0.100 \text{ m})} = 1.42 \text{ T}.$$

NOTA Esta técnica puede usarse para obtener una determinación precisa de la intensidad del campo magnético.

EJEMPLO 27-3 Fuerza magnética sobre un alambre semicircular. Un alambre rígido que conduce una corriente I , está formado por un semicírculo de radio R y dos secciones rectas, como se ilustra en la figura 27-14. El alambre está contenido en un plano perpendicular a un campo magnético uniforme \vec{B}_0 . Note la elección de los ejes x y y . Ambas porciones rectas tienen una longitud ℓ dentro del campo magnético. Determine la fuerza neta sobre el alambre debido al campo magnético \vec{B}_0 .

PLANTEAMIENTO Las fuerzas sobre los dos segmentos rectos tienen la misma magnitud ($= I\ell B_0$), pero tienen direcciones opuestas, así que se cancelan. Por lo tanto, la fuerza neta es aquella que actúa sobre la porción semicircular.

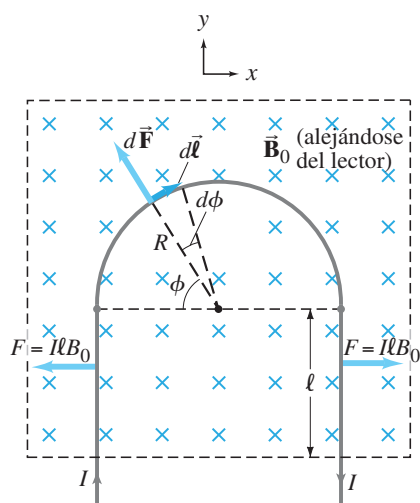


FIGURA 27-14 Ejemplo 27-3.

SOLUCIÓN Dividimos el semicírculo en tramos pequeños $d\ell = R d\phi$ como se indica en la figura 27-14, y usamos la ecuación 27-4, $d\vec{F} = I d\vec{\ell} \times \vec{B}$, para encontrar

$$dF = IB_0 R d\phi,$$

donde dF es la fuerza sobre el segmento de longitud $d\ell = R d\phi$, y el ángulo entre $d\vec{\ell}$ y \vec{B}_0 es 90° (así que $\sin \theta = 1$ en el producto cruz). La componente x de la fuerza $d\vec{F}$ sobre el segmento $d\vec{\ell}$ mostrado en la figura, y la componente x de $d\vec{F}$ sobre un elemento $d\vec{\ell}$ localizado simétricamente sobre el otro lado del semicírculo, se cancelan entre sí. Así, la fuerza neta sobre el semicírculo completo no tiene componente x . Por consiguiente, debemos considerar sólo las componentes y , cada una igual a $dF \sin \phi$, de manera que la fuerza total tendrá una magnitud

$$F = \int_0^\pi dF \sin \phi = IB_0 R \int_0^\pi \sin \phi d\phi = -IB_0 R \cos \phi \Big|_0^\pi = 2IB_0 R,$$

dirigida verticalmente hacia arriba a lo largo del eje y , como se ilustra en la figura 27-14.

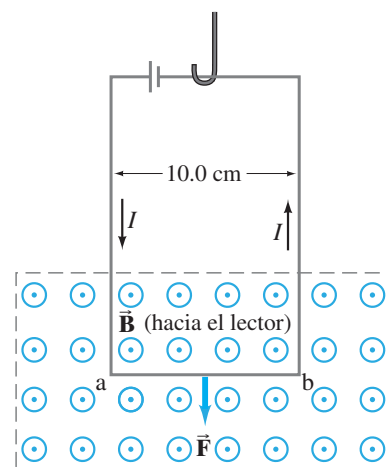


FIGURA 27-13 Medición de un campo magnético \vec{B} . Ejemplo 27-2.

27-4 Fuerza sobre una carga eléctrica que se desplaza en un campo magnético

Hemos visto que un alambre que conduce corriente experimenta una fuerza cuando se encuentra dentro de un campo magnético. Puesto que la corriente en un alambre consiste en cargas eléctricas en movimiento, esperaríamos que partículas cargadas que se mueven libremente (no dentro de un alambre) también experimenten una fuerza cuando pasan a través de un campo magnético. De hecho, así ocurre.

A partir de lo que ya sabemos, podemos predecir la fuerza sobre una sola carga eléctrica en movimiento. Si en un punto determinado pasan N de tales partículas de carga q en un tiempo t , éstas constituyen una corriente $I = Nq/t$. Ahora consideremos que t es el tiempo en el que una carga q viaja una distancia ℓ en un campo magnético \vec{B} ; así $\ell = \vec{v}t$ donde \vec{v} es la velocidad de la partícula. Por consiguiente, con base en la ecuación 27-3, la fuerza sobre estas N partículas es $\vec{F} = I\vec{\ell} \times \vec{B} = (Nq/t)(\vec{v}t) \times \vec{B} = Nq\vec{v} \times \vec{B}$. De esta forma, la fuerza sobre una de las N partículas es

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}. \quad (27-5a)$$

Este resultado básico e importante constituye una manera alternativa de definir el campo magnético \vec{B} , en vez de la ecuación 27-4 o 27-3. La magnitud de la fuerza en la ecuación 27-5a es

$$F = qvB \sin \theta. \quad (27-5b)$$

Esta ecuación da la magnitud de la fuerza que actúa sobre una partícula de carga q que se mueve con velocidad \vec{v} en un punto donde el campo magnético tiene una magnitud B . El ángulo entre \vec{v} y \vec{B} es θ . La fuerza es máxima cuando la partícula se mueve perpendicular a \vec{B} ($\theta = 90^\circ$):

$$F_{\text{máx}} = qvB. \quad [\vec{v} \perp \vec{B}]$$

La fuerza es *cero* si la partícula se desplaza en dirección *paralela* a las líneas de campo ($\theta = 0^\circ$). La *dirección* de la fuerza es perpendicular al campo magnético \vec{B} y a la velocidad \vec{v} de la partícula. Está dada de nuevo por la **regla de la mano derecha** (como en cualquier producto cruz): oriente su mano derecha de manera que sus dedos extendidos apunten a lo largo de la dirección de la velocidad de la partícula (\vec{v}), y cuando doble sus dedos, éstos deben apuntar en la dirección de \vec{B} . Así, su dedo pulgar apuntará en la dirección de la fuerza. Esto es verdad sólo para partículas cargadas *positivamente*, y será hacia “arriba” para la partícula cargada positivamente que se ilustra en la figura 27-15. Para partículas cargadas negativamente, la fuerza tiene exactamente la dirección opuesta, hacia “abajo” en la figura 27-15.

EJEMPLO CONCEPTUAL 27-4 Carga negativa cerca de un imán. Se coloca una carga negativa $-Q$ en reposo cerca de un imán. ¿Comenzará a moverse la carga? ¿Experimentará alguna fuerza? ¿Qué pasaría si la carga fuera positiva, $+Q$?

RESPUESTA La respuesta es *no* a todas las preguntas. Una carga en reposo tiene velocidad igual a cero. Los campos magnéticos ejercen una fuerza sólo sobre cargas eléctricas en movimiento (ecuaciones 27-5).

EJERCICIO E Regrese a la pregunta al inicio del capítulo, página 707, y respóndala de nuevo. Trate de explicar por qué quizá usted la respondió de manera diferente la primera vez.

EJEMPLO 27-5 Fuerza magnética sobre un protón. Un campo magnético ejerce una fuerza de 8.0×10^{-14} N hacia el oeste sobre un protón que se desplaza verticalmente hacia arriba a una rapidez de 5.0×10^6 m/s (figura 27-16a). Cuando el protón se desplaza horizontalmente hacia el norte, la fuerza sobre el protón es nula (figura 27-16b). Determine la magnitud y dirección del campo magnético en esa región. (La carga de un protón es $q = +e = 1.6 \times 10^{-19}$ C).

PLANTEAMIENTO Puesto que la fuerza sobre el protón es cero cuando se desplaza hacia el norte, el campo debe tener una dirección norte-sur. Para conseguir que la fuerza sea hacia el oeste cuando el protón se desplaza hacia arriba, la regla de la mano derecha nos dice que \vec{B} debe apuntar hacia el norte. (Su pulgar apunta hacia el oeste y los dedos extendidos de su mano derecha apuntan hacia arriba sólo cuando sus dedos se doblan hacia el norte). Podemos encontrar la magnitud de \vec{B} usando la ecuación 27-5b.

SOLUCIÓN La ecuación 27-5b con $\theta = 90^\circ$ da

$$B = \frac{F}{qv} = \frac{8.0 \times 10^{-14} \text{ N}}{(1.6 \times 10^{-19} \text{ C})(5.0 \times 10^6 \text{ m/s})} = 0.10 \text{ T}.$$

Regla de la mano derecha

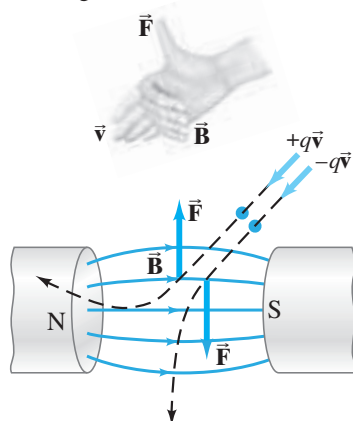
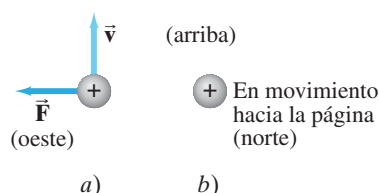


FIGURA 27-15 La fuerza sobre una partícula cargada debida a un campo magnético es perpendicular a la dirección del campo magnético.

Regla de la mano derecha 3:
Fuerza sobre una carga en movimiento ejercida por un \vec{B}

FIGURA 27-16 Ejemplo 27-5.



EJEMPLO 27-6 ESTIMACIÓN Fuerza magnética sobre iones durante un pulso nervioso. Estime la fuerza magnética debida al campo magnético de la Tierra para iones que cruzan una membrana celular durante un potencial de acción. Considere que la rapidez de los iones es 10^{-2} m/s (sección 25-10).

PLANTEAMIENTO Con base en $F = qvB$, establecemos que el campo magnético de la Tierra es aproximadamente $B \approx 10^{-4}$ T y la carga $q \approx e \approx 10^{-19}$ C.

SOLUCIÓN $F \approx (10^{-19} \text{ C})(10^{-2} \text{ m/s})(10^{-4} \text{ T}) = 10^{-25} \text{ N}$.

NOTA Ésta es una fuerza extremadamente pequeña. Sin embargo, se piensa que animales migratorios detectan de alguna manera el campo magnético de la Tierra, y éste es un tema actual de investigación.

La trayectoria de una partícula cargada que se desplaza en un plano perpendicular a un campo magnético uniforme es un círculo, como mostraremos a continuación. En la figura 27-17 el campo magnético está dirigido hacia *dentro* del papel, como se representa con X's. Un electrón en el punto P se está moviendo hacia la derecha, y la fuerza sobre él en ese punto es hacia abajo, como se indica en la figura (use la regla de la mano derecha e invierta la dirección ya que se trata de una carga negativa). El electrón se desvía entonces hacia la parte inferior de la página. Un momento después, por ejemplo, cuando ha llegado al punto Q, la fuerza sigue siendo perpendicular a la velocidad, como se indica. Puesto que la velocidad siempre es perpendicular a \vec{v} , la magnitud de \vec{v} no cambia (el electrón se mueve con rapidez constante). En el capítulo 5 vimos que si la fuerza sobre una partícula es siempre perpendicular a su velocidad \vec{v} , la partícula se mueve en un círculo y tiene una aceleración centrípeta $a = v^2/r$ (ecuación 5-1). Así que una partícula cargada se desplaza en una trayectoria circular con aceleración centrípeta constante en un campo magnético uniforme (véase el ejemplo 27-7). En la figura 27-7 el electrón se mueve en sentido horario. Una carga positiva en este campo experimentaría una fuerza en la dirección opuesta y se movería entonces en sentido antihorario.

EJEMPLO 27-7 Trayectoria de electrones en un campo magnético uniforme.

Un electrón viaja a 2.0×10^7 m/s en un plano perpendicular a un campo magnético uniforme de 0.010 T. Describa su trayectoria de manera cuantitativa.

PLANTEAMIENTO El electrón se mueve con una rapidez v en una trayectoria curva y, por lo tanto, debe tener una aceleración centrípeta $a = v^2/r$ (ecuación 5-1). Podemos calcular el radio de curvatura empleando la segunda ley de Newton. La fuerza está dada por la ecuación 27-5b con $\sin \theta = 1$: $F = qvB$.

SOLUCIÓN Sustituimos F y a en la segunda ley de Newton:

$$\begin{aligned}\Sigma F &= ma \\ qvB &= \frac{mv^2}{r}.\end{aligned}$$

Despejamos r y encontramos que

$$r = \frac{mv}{qB}.$$

Dado \vec{F} que es perpendicular a \vec{v} , la magnitud de \vec{v} no cambia. A partir de esta ecuación vemos que si \vec{B} constante, entonces $r = \text{constante}$, y la curva debe ser un círculo, como argumentamos arriba. Para encontrar r sustituimos los valores numéricos:

$$r = \frac{(9.1 \times 10^{-31} \text{ kg})(2.0 \times 10^7 \text{ m/s})}{(1.6 \times 10^{-19} \text{ C})(0.010 \text{ T})} = 1.1 \times 10^{-2} \text{ m} = 1.1 \text{ cm}.$$

NOTA Véase la figura 27-18.

El tiempo T que requiere una carga q que se desplaza con rapidez constante v para completar una revolución circular dentro de un campo magnético \vec{B} ($\perp \vec{v}$) es $T = 2\pi r/v$, donde $2\pi r$ es la circunferencia de su trayectoria circular. A partir del ejemplo 27-7, $r = mv/qB$, así que

$$T = \frac{2\pi m}{qB}.$$

Dado que T es el periodo de rotación, la frecuencia de rotación es

$$f = \frac{1}{T} = \frac{qB}{2\pi m}. \quad (27-6)$$

A esta frecuencia se le llama generalmente **frecuencia ciclotrón** de una partícula en un campo porque es la frecuencia a la cual se giran las partículas en un ciclotrón (véase el problema 66).

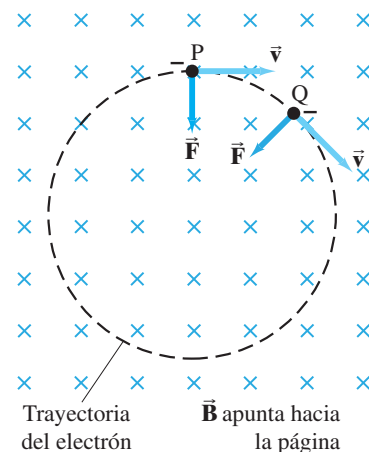


FIGURA 27-17 La fuerza ejercida por un campo magnético sobre una partícula cargada en movimiento (en este caso, un electrón) produce una trayectoria circular.

FIGURA 27-18 El anillo dentro del tubo de vidrio es el brillo de un haz de electrones que ioniza las moléculas de gas. Las bobinas están formadas por alambres que transportan una corriente y producen un campo magnético casi uniforme, lo que describe la trayectoria circular de partículas cargadas que se mueven en un campo magnético uniforme.



EJEMPLO CONCEPTUAL 27-8 Frenado de partículas cargadas ¿Puede usarse un campo magnético para detener una sola partícula cargada, al igual que sucede cuando se emplea un campo eléctrico?

RESPUESTA No, puesto que la fuerza magnética *siempre* es perpendicular a la velocidad de la partícula y, por lo tanto, no cambia la magnitud de su velocidad. Esto también significa que el campo magnético no puede realizar trabajo sobre la partícula cargada y, por lo tanto, no modifica su energía cinética.

Campos magnéticos

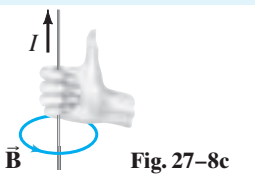
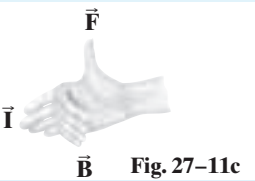
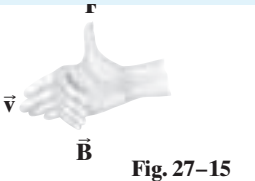
Los campos magnéticos tienen ciertas analogías con los campos eléctricos que estudiamos en el capítulo 21; sin embargo, existen varias diferencias importantes que vale la pena recordar:

1. La fuerza que experimenta una partícula cargada que se mueve en un campo magnético es *perpendicular* a la dirección del campo magnético (y perpendicular a la dirección de la velocidad de la partícula), mientras que la

fuerza ejercida por un campo eléctrico es *paralela* a la dirección del campo (y no depende de la velocidad de la partícula).

2. La *regla de la mano derecha*, en sus diferentes expresiones, permite determinar las direcciones del campo magnético, y las direcciones de las fuerzas que éstos ejercen, así como las direcciones de corrientes eléctricas o las direcciones de la velocidad de partículas cargadas. Las reglas de la mano derecha (tabla 27-1) nos ayudan a lidiar con la naturaleza “perpendicular” de estas cantidades.

TABLA 27-1 Resumen de las reglas de la mano derecha (= RMD)

Situación física	Ejemplo	Cómo orientar la mano derecha	Resultado
1. Campo magnético producido por una corriente (RMD-1)	 Fig. 27-8c	Doble los dedos alrededor del alambre con el pulgar apuntando en la dirección de la corriente I	Los dedos apuntan en la dirección de \vec{B}
2. Fuerza sobre una corriente I debida a un campo magnético (RMD-2)	 Fig. 27-11c	Los dedos apuntan a lo largo de la corriente I , luego los dedos se doblan hacia la dirección del campo magnético \vec{B}	El pulgar apunta en la dirección de la fuerza \vec{F}
3. Fuerza sobre una carga $+q$ debida a un campo magnético (RMD-3)	 Fig. 27-15	Los dedos apuntan a lo largo de la dirección de la velocidad de la partícula \vec{v} , y luego se doblan hacia la dirección de \vec{B}	El pulgar apunta en la dirección de la fuerza \vec{F}

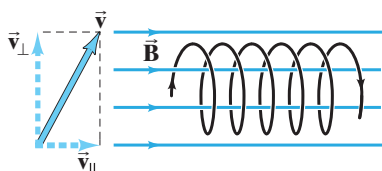


FIGURA 27-19 Ejemplo 27-9.

EJEMPLO CONCEPTUAL 27-9 Una trayectoria helicoidal. ¿Cuál es la trayectoria de una partícula cargada en un campo magnético uniforme si su velocidad *no* es perpendicular al campo magnético?

RESPUESTA El vector de velocidad puede descomponerse en dos componentes, una paralela al campo y otra perpendicular a éste. La componente de la velocidad paralela a las líneas de campo no experimenta ninguna fuerza ($\theta = 0$), así que esta componente permanece constante. La componente de la velocidad perpendicular al campo produce un movimiento circular alrededor de las líneas de campo. Combinando estos dos movimientos se produce un movimiento helicoidal (en espiral) alrededor de las líneas de campo, como se aprecia en la figura 27-19.

EJERCICIO F ¿Cuál es el signo de la carga de la figura 27-19? ¿Cómo modificaría el dibujo si el signo de la carga se invirtiera?

*Auroras boreales

Iones cargados provenientes del Sol se aproximan a la Tierra (el llamado “viento solar”) y entran a la atmósfera terrestre principalmente cerca de los polos, y en ocasiones producen un fenómeno conocido como **auroras boreales** o “luces del norte” en las latitudes septentrionales. Para comprender por qué ocurre esto, considere el ejemplo 27-9 y la figura 27-20 (véase también la figura 27-19). En la figura 27-20, representamos un flujo de partículas cargadas que se acercan a la Tierra. La componente de la velocidad *perpendicular* al campo de cada partícula da lugar a una trayectoria circular alrededor de las líneas de campo, mientras que la componente de la velocidad *paralela* a las líneas de campo conduce a la partícula a lo largo de las líneas de campo hacia los polos. Conforme una partícula se aproxima al polo norte, el campo magnético se incrementa y el radio de la trayectoria helicoidal se hace más pequeño.

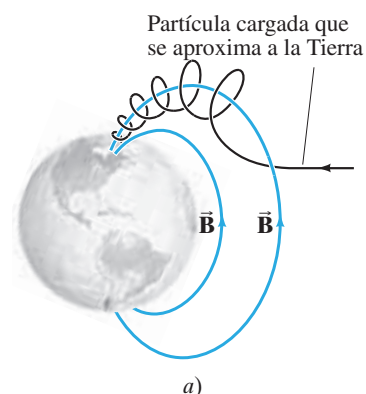
Una alta concentración de partículas cargadas ioniza el aire, y cuando los electrones se recombinan con los átomos, se emite luz (capítulo 37), lo que origina las auroras, las cuales son especialmente espectaculares durante los periodos de alta actividad de manchas solares, cuando el viento solar trae más partículas cargadas hacia la Tierra.

Ecuación de Lorentz

Si una partícula con carga q se mueve con velocidad \vec{v} en presencia de un campo magnético \vec{B} así como de un campo eléctrico \vec{E} , experimentará una fuerza

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \quad (27-7)$$

donde hemos usado las ecuaciones 21-3 y 27-5a. La ecuación 27-7 se conoce generalmente como la **ecuación de Lorentz** y se considera una de las ecuaciones básicas de la física.



b)

FIGURA 27-20 a) Diagrama que muestra a una partícula cargada negativamente que se aproxima a la Tierra y es “atrapada” por el campo magnético terrestre. Estas partículas siguen las líneas de campo hacia los polos, como se indica en la figura. b) Fotografía de una aurora boreal (en este caso en Kansas, lo cual es un raro acontecimiento).

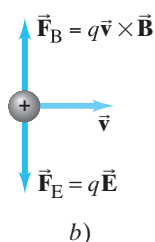
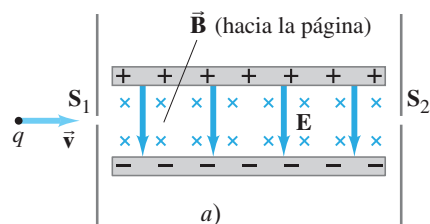
EJEMPLO CONCEPTUAL 27-10 Selector de velocidades o filtro; Campos \vec{B} y \vec{E} cruzados. Algunos aparatos electrónicos y ciertos experimentos requieren un haz de partículas cargadas, donde todas las partículas se muevan más o menos a la misma velocidad. Esto se logra usando tanto un campo eléctrico uniforme como un campo magnético uniforme, dispuestos de tal modo que sean perpendiculares entre sí. Como se muestra en la figura 27-21a, un haz de partículas con carga q pasa a través de la rendija S_1 y entra a una región donde \vec{B} apunta hacia la página y \vec{E} apunta hacia abajo, desde la placa positiva hacia la placa negativa. Si las partículas entran con distintas velocidades, muestre cómo este aparato “selecciona” una velocidad en particular, y determine cuál es esa velocidad.

RESPUESTA Después de pasar por la rendija S_1 , cada partícula está sometida a dos fuerzas, como se representa en la figura 27-21b. Si q es positiva, la fuerza magnética es hacia arriba y la fuerza eléctrica es hacia abajo (y viceversa si q es negativa.) Consideramos que la ranura de salida, S_2 , está alineada directamente con S_1 y con la velocidad \vec{v} de las partículas. Dependiendo de la magnitud de \vec{v} , algunas partículas se desviarán hacia arriba y otras se desviarán hacia abajo. Las partículas que lograrán llegar a la rendija S_2 son aquellas para las cuales la fuerza neta es cero: $\Sigma F = qvB - qE = 0$. Así que este dispositivo selecciona partículas cuya velocidad es

$$v = \frac{E}{B}. \quad (27-8)$$

Este resultado no depende del signo de la carga q .

EJERCICIO G Una partícula que entra al selector de velocidades que se representa en la figura 27-21 golpea por debajo de la rendija de salida S_2 . Esto significa que la partícula a) va más rápido que la velocidad seleccionada; b) va más lentamente que la velocidad seleccionada; c) la respuesta a es verdadera si $q > 0$, y b es verdad si $q < 0$; d) la respuesta a es verdadera si $q < 0$, y b es verdad si $q > 0$.



b)

27-5 Torca sobre una espira de corriente; momento dipolar magnético

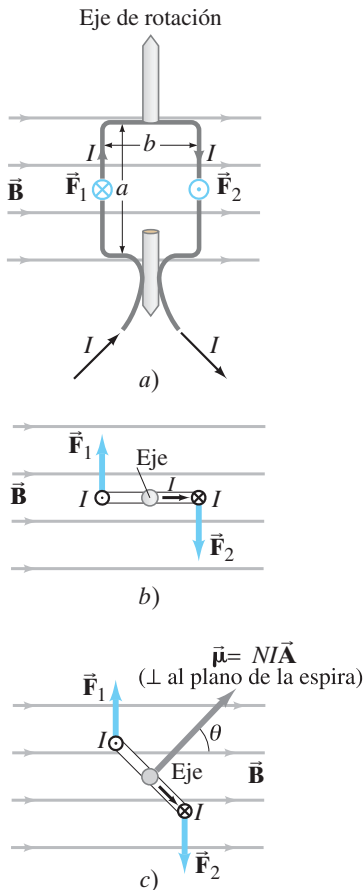


FIGURA 27-22 Cálculo de la torca sobre una espira de corriente en un campo magnético \vec{B} . a) Plano de la espira paralelo a las líneas de campo \vec{B} ; b) vista superior; c) la espira forma un ángulo con respecto a \vec{B} , reduciendo la torca puesto que el brazo de palanca disminuye.

Cuando fluye una corriente eléctrica en una espira cerrada de alambre localizado en un campo magnético externo, como se muestra en la figura 27-22, la fuerza magnética sobre la corriente puede generar una torca (o torque). Éste es el principio con el cual funcionan varios aparatos prácticos importantes, incluyendo motores, así como amperímetros y voltímetros analógicos, los cuales examinaremos en la siguiente sección. Existen otras áreas donde también es importante la interacción entre una corriente y un campo magnético, como en la física atómica.

Consideremos que fluye una corriente a través de la espira rectangular que se ilustra en la figura 27-22a, cuyo plano suponemos paralelo a \vec{B} . \vec{B} no ejerce ninguna fuerza o torca sobre los segmentos horizontales del alambre porque éstos son paralelos al campo y $\sin \theta = 0$ en la ecuación 27-1. Sin embargo, el campo sí ejerce una fuerza sobre cada una de las secciones verticales del alambre, como se observa en la figura anexa, \vec{F}_1 y \vec{F}_2 (véase también la imagen enfocada desde arriba de la figura 27-22b). Por la regla de la mano derecha 2 (figura 27-11c o tabla 27-1), la dirección de la fuerza sobre la corriente que va hacia arriba en el segmento de la izquierda es opuesta a la fuerza de la misma magnitud \vec{F}_2 que actúa sobre la corriente que va hacia abajo en el segmento de la derecha. Estas fuerzas dan lugar a una torca neta que tiende a hacer girar la espira alrededor de su eje vertical.

Calculemos la magnitud de esta torca. A partir de la ecuación 27-2 (corriente $(\perp \vec{B})$), la fuerza es $F = IaB$, donde a es la longitud del segmento vertical de la espira. El brazo de palanca de cada una de las fuerzas es $b/2$, donde b es el ancho de la espira y el “eje” se encuentra en el punto medio. Las torcas producidas por \vec{F}_1 y \vec{F}_2 actúan en la misma dirección, así que la torca total es la suma de las dos torcas:

$$\tau = IaB \frac{b}{2} + IaB \frac{b}{2} = IabB = IAB,$$

donde $A = ab$ es el área de la bobina. Si la bobina consiste en N vueltas o espiras de alambre, la corriente es entonces NI , así que la torca es

$$\tau = NIAB.$$

Si la bobina forma un ángulo θ con el campo magnético, como se observa en la figura 27-22c, las fuerzas no cambian, pero cada brazo de palanca se reduce de $\frac{1}{2}b$ a $\frac{1}{2}b \sin \theta$. Advierta que θ es el ángulo entre el vector \vec{B} y la perpendicular al plano de la bobina, figura 27-22c. Así que la torca es

$$\tau = NIAB \sin \theta. \quad (27-9)$$

Esta ecuación, deducida en este caso para una bobina rectangular, es válida para una bobina plana de cualquier forma.

A la cantidad NIA se le llama **momento dipolar magnético** de la bobina y se considera un vector:

$$\vec{\mu} = NI\vec{A}, \quad (27-10)$$

donde la dirección de \vec{A} (y por lo tanto de $\vec{\mu}$) es *perpendicular* al plano de la bobina (la flecha gris en la figura 27-22c), lo cual es congruente con la regla de la mano derecha (hay que ahuecar la mano de manera que sus dedos se enrollen alrededor de la espira en la dirección del flujo de corriente; así, su pulgar apuntará en la dirección de $\vec{\mu}$ y de \vec{A}). Con esta definición de $\vec{\mu}$, podemos escribir la ecuación 27-9 en forma vectorial como:

$$\vec{\tau} = NI\vec{A} \times \vec{B}$$

o

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}, \quad (27-11)$$

la cual nos da la magnitud y dirección correcta de la torca $\vec{\tau}$.

La ecuación 27-11 tiene la misma forma que la ecuación 21-9b para un dipolo eléctrico (con momento dipolar eléctrico \vec{p}) en un campo eléctrico \vec{E} , la cual es $\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$. Y así como un dipolo eléctrico tiene una energía potencial eléctrica dada por $U = -\vec{p} \cdot \vec{E}$ cuando se encuentra en un campo eléctrico, esperaríamos una expresión similar para un dipolo magnético inmerso en un campo magnético. Para hacer girar la espira de corriente (figura 27-22) incrementando θ , debemos hacer trabajo en contra de la torca

debida al campo magnético. Así que la energía potencial depende del ángulo (véase el principio del trabajo y la energía para el movimiento rotacional, ecuación 10-22)

$$U = \int \tau d\theta = \int NIAB \sin \theta d\theta = -\mu B \cos \theta + C.$$

Si elegimos $U = 0$ para $\theta = \pi/2$, entonces la constante arbitraria C es igual a cero y la energía potencial es

$$U = -\mu B \cos \theta = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}, \quad (27-12)$$

acomo se esperaba (compare este resultado con la ecuación 21-10). Los imanes de barra y las agujas de las brújulas, así como las espiras de corriente, pueden considerarse dipolos magnéticos. Advierta la impresionante similitud entre el campo producido por un imán de barra y el producido por una espira de corriente, figuras 27-4b y 27-9.

EJEMPLO 27-11 Torca en una bobina. Una bobina circular de alambre tiene un diámetro de 20.0 cm y contiene 10 espiras. La corriente en cada espira es de 3.00 A, y la bobina está localizada en un campo magnético externo de 2.00 T. Determine las torcas máxima y mínima ejercidas sobre la bobina por el campo.

PLANTEAMIENTO La ecuación 27-9 es válida para una bobina de cualquier forma, incluyendo bobinas circulares. La torca máxima y la mínima están determinadas por el ángulo θ que forma la bobina con el campo magnético.

SOLUCIÓN El área de una espira de la bobina es

$$A = \pi r^2 = \pi(0.100 \text{ m})^2 = 3.14 \times 10^{-2} \text{ m}^2.$$

La torca máxima se presenta cuando el plano de la bobina es paralelo al campo magnético, así que $\theta = 90^\circ$ en la figura 27-22c, y $\sin \theta = 1$ en la ecuación 27-9:

$$\tau = NIAB \sin \theta = (10)(3.00 \text{ A})(3.14 \times 10^{-2} \text{ m}^2)(2.00 \text{ T})(1) = 1.88 \text{ N} \cdot \text{m}.$$

La torca mínima se presenta cuando $\sin \theta = 0$, es decir, cuando $\theta = 0$, y entonces $\tau = 0$ a partir de la ecuación 27-9.

NOTA Si la bobina puede girar libremente, girará hacia una orientación tal que $\theta = 0$.

EJEMPLO 27-12 Momento magnético de un átomo de hidrógeno. Determine el momento dipolar magnético de un electrón orbitando a un protón en un átomo de hidrógeno en un instante dado, considerando (en el modelo de Bohr) que el electrón está en su estado fundamental con una órbita circular de radio $0.529 \times 10^{-10} \text{ m}$. [Ésta es una idealización de la estructura atómica, pero a pesar de ello da un resultado exacto].

PLANTEAMIENTO Comenzamos considerando la fuerza electrostática sobre el electrón debido al protón igual a $ma = mv^2/r$, puesto que la aceleración del electrón es centrípeta.

SOLUCIÓN El electrón se mantiene en su órbita por la fuerza de coulomb, así que la segunda ley de Newton, $F = ma$, da

$$\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{mv^2}{r};$$

de manera que

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 mr}} \\ &= \sqrt{\frac{(8.99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(1.60 \times 10^{-19} \text{ C})^2}{(9.11 \times 10^{-31} \text{ kg})(0.529 \times 10^{-10} \text{ m})}} = 2.19 \times 10^6 \text{ m/s}. \end{aligned}$$

Puesto que la corriente es la carga eléctrica que pasa por un punto dado por unidad de tiempo, el electrón en órbita equivale a una corriente

$$I = \frac{e}{T} = \frac{ev}{2\pi r},$$

donde $T = 2\pi r/v$ es el tiempo requerido para completar una órbita. Como el área de la órbita es $A = \pi r^2$, el momento dipolar magnético es

$$\begin{aligned} \mu &= IA = \frac{ev}{2\pi r} (\pi r^2) = \frac{1}{2} evr \\ &= \frac{1}{2} (1.60 \times 10^{-19} \text{ C})(2.19 \times 10^6 \text{ m/s})(0.529 \times 10^{-10} \text{ m}) = 9.27 \times 10^{-24} \text{ A} \cdot \text{m}^2, \end{aligned}$$

o $9.27 \times 10^{-24} \text{ J/T}$.

*27-6 Aplicaciones: Motores, altavoces y galvanómetros

FÍSICA APLICADA

Motor de cd

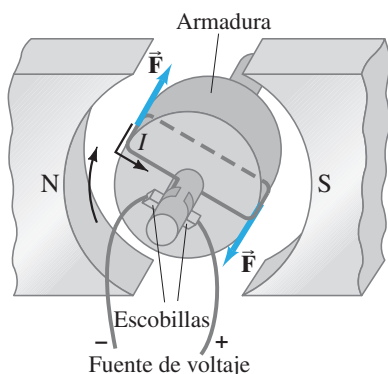


FIGURA 27-23 Diagrama de un motor simple de cd.

*Motores eléctricos

Un **motor eléctrico** transforma energía eléctrica en energía mecánica (rotacional). Un motor opera de acuerdo con el principio de que se ejerce una torca sobre una bobina de alambre que conduce una corriente y que se encuentra suspendida en el campo magnético de un imán, como se describió en la sección 27-5. Se monta la bobina en un cilindro grande llamado **rotor** o **armadura**, figura 27-23, de manera que la espira pueda girar continuamente en una dirección. De hecho, hay varias bobinas, aunque en la figura sólo se ilustra una. La armadura se monta en un árbol o eje. Cuando la armadura está en la posición mostrada en la figura 27-23, el campo magnético ejerce fuerzas sobre la corriente en la espira, como se indica en la figura (perpendicular a y a la dirección de la corriente). Sin embargo, cuando la bobina, la cual está girando en sentido horario en la figura 27-23, pasa más allá de la posición vertical, las fuerzas harían regresar a la bobina a la posición vertical si la corriente permaneciera igual. Sin embargo, si la corriente pudiera de alguna manera invertirse en el momento crítico, las fuerzas se invertirían, y la bobina continuaría girando en la misma dirección. Así, es necesario que la corriente sea alterna si el motor debe girar continuamente en una dirección. Esto se logra en un **motor de cd** empleando **conmutadores** y **escobillas**; como se indica en la figura 27-24, la corriente de entrada pasa a través de escobillas fijas que frotan sobre los conmutadores conductores montados en el eje del motor. A cada media revolución, cada conmutador cambia su conexión hacia la otra escobilla. Así, la corriente en la bobina se invierte cada media revolución como se requiere para tener una rotación continua.

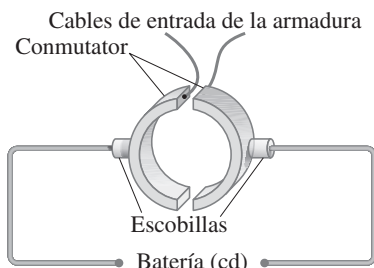


FIGURA 27-24 La combinación de un conmutador y escobillas en un motor de cd garantiza que la corriente sea alterna en la armadura para mantener una rotación continua. Los conmutadores están unidos al árbol del motor y giran con él, mientras que las escobillas permanecen fijas.

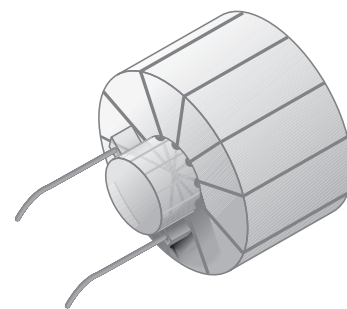
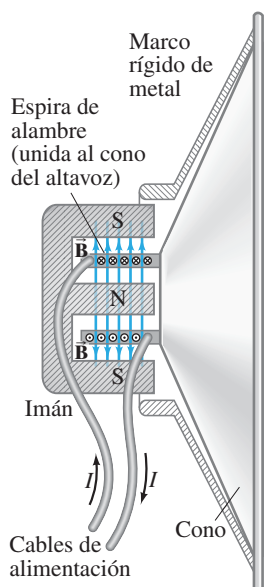


FIGURA 27-25 Motor con varios devanados.

FIGURA 27-26 Altavoz



La mayoría de los motores tienen varias bobinas, llamadas *devanados*, cada uno colocado en diferentes partes de la armadura, figura 27-25. La corriente fluye a través de cada bobina sólo durante una pequeña parte de una revolución, en el momento en que su orientación produce la torca máxima. De este modo, un motor produce una torca mucho más estable que la que se obtendría si se usara una sola bobina.

Un **motor ca**, con corriente ca de entrada, puede trabajar sin conmutadores ya que la corriente misma es alterna. Muchos motores usan bobinas de alambre para producir el campo magnético (electroimanes) en vez de un imán permanente. En realidad, el diseño de la mayoría de los motores es más complejo que el que describimos aquí; sin embargo, los principios generales son los mismos.

*Altavoces

Un **altavoz** también trabaja de acuerdo con el principio de que un imán ejerce una fuerza sobre un alambre que conduce corriente. La salida eléctrica de un aparato estéreo o un televisor está conectada a los cables que llegan al altavoz. Los cables están conectados internamente a una bobina de alambre, la cual, a la vez, está unida al cono del altavoz, figura 27-26. El cono del altavoz, por lo general, está hecho de cartón endurecido y está montado de manera que puede moverse hacia atrás y adelante libremente. Un imán permanente está montado directamente en línea con la espira de alambre. Cuando una corriente alterna de una señal de audio fluye a través de la espira de alambre, la cual puede moverse libremente dentro del imán, la espira experimenta una fuerza

debida al campo magnético del imán. (La fuerza es hacia la derecha en el instante que se representa en la figura 27-26). Conforme la corriente se alterna a la frecuencia de la señal de audio, la bobina y el cono del altavoz al que está unida se mueven hacia atrás y delante a la misma frecuencia, produciendo compresiones y rarefacciones alternas del aire adyacente, así como ondas sonoras. De esta forma, un altavoz transforma la energía eléctrica en energía sonora, y las frecuencias e intensidades de los sonidos emitidos son una reproducción exacta de la señal eléctrica de entrada.

*Galvanómetro

El componente básico de los medidores analógicos (aquellos con una aguja y una escala), incluyendo amperímetros, voltímetros y óhmetros analógicos, es un galvanómetro. Ya hemos visto cómo están diseñados estos medidores (sección 26-7), y ahora podemos examinar cómo trabaja el elemento fundamental, es decir, un galvanómetro. Como se aprecia en la figura 27-27, un **galvanómetro** consiste en una bobina de alambre (con una aguja unida) suspendida en el campo magnético de un imán permanente. Cuando la corriente fluye a través de la espira de alambre, el campo magnético ejerce una torca sobre la espira, que se determina mediante la ecuación 27-9,

$$\tau = NIAB \sin \theta.$$

Esta torca se contrarresta con un resorte que ejerce una torca τ_s aproximadamente proporcional al ángulo ϕ a través del cual ha girado (ley de Hooke). Esto es,

$$\tau_s = k\phi,$$

donde k es la constante de rigidez del resorte. La espira y la aguja que tiene unida giran hasta un ángulo en el cual las torcas se cancelan. Cuando la aguja está en equilibrio y en reposo, las torcas son iguales: $k\phi = NIAB \sin \theta$, o

$$\phi = \frac{NIAB \sin \theta}{k}.$$

El ángulo de desviación de la aguja, ϕ , es directamente proporcional a la corriente I que fluye en la bobina, pero también depende del ángulo θ que forma la espira con \vec{B} . Para que el medidor sea útil, necesitamos que ϕ dependa sólo de la corriente I y que sea independiente de θ . Para resolver este problema, se usan imanes con polos curvos, y la bobina del galvanómetro se enrolla alrededor de un núcleo cilíndrico de hierro, como se ilustra en la figura 27-28. El hierro tiende a concentrar las líneas de campo magnético, de manera que \vec{B} siempre apunta paralelo al plano de la bobina en el alambre fuera del núcleo. De esta forma, la fuerza siempre es perpendicular al plano de la bobina, y la torca no variará con el ángulo. Así, ϕ será proporcional a I , como se requiere.

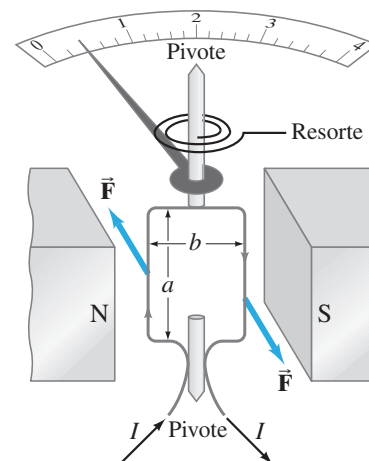
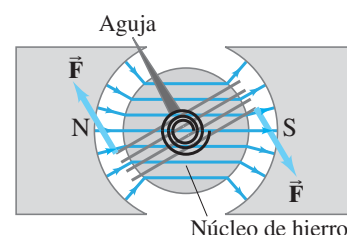


FIGURA 27-27 Galvanómetro.

FIGURA 27-28 Bobina de un galvanómetro enrollada en un núcleo de hierro.



27-7 Descubrimiento y propiedades del electrón

En la actualidad, el electrón desempeña un papel básico en nuestra comprensión de la electricidad y el magnetismo. Sin embargo, su existencia no fue sugerida sino hasta la década de 1890. Presentamos esta discusión aquí porque los campos magnéticos fueron cruciales para la medición de sus propiedades.

Hacia fines del siglo XIX, se realizaban estudios sobre descargas eléctricas en gases rarificados. Un aparato, ilustrado en la figura 27-29, era un tubo de vidrio con electrodos y evacuado de manera que en su interior permanecía sólo una pequeña cantidad de gas. Cuando se aplicaba un voltaje muy alto a los electrodos, aparecía un espacio oscuro afuera del cátodo (el electrodo negativo) hacia el extremo opuesto del tubo, y ese extremo opuesto brillaba. Si se insertaban una o más pantallas con un pequeño orificio, como se muestra, el brillo se restringía a un pequeño punto en el extremo del tubo. Parecía como si algo emitido desde el cátodo viajara al extremo opuesto del tubo. A este “algo” se le llamó **rayos catódicos**.

Hubo mucha discusión en ese tiempo acerca de la naturaleza de los rayos catódicos. Algunos científicos pensaron que éstos podían parecerse a la luz. Pero la observación de que el punto brillante al final del tubo podía desviarse hacia un lado mediante un campo eléctrico o magnético sugirió que los rayos catódicos podían ser partículas cargadas; y la dirección de la desviación observada era congruente con una carga negativa. Más aún, si el tubo contenía ciertos tipos de gases rarificados, la trayectoria de los rayos catódicos se hacía visible mediante un ligero brillo.

FIGURA 27-29 Tubo de descarga. En algunos modelos, una de las pantallas es el ánodo (la placa positiva).

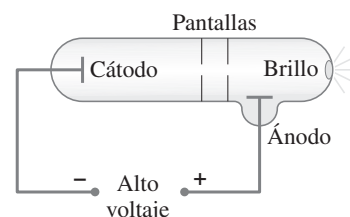
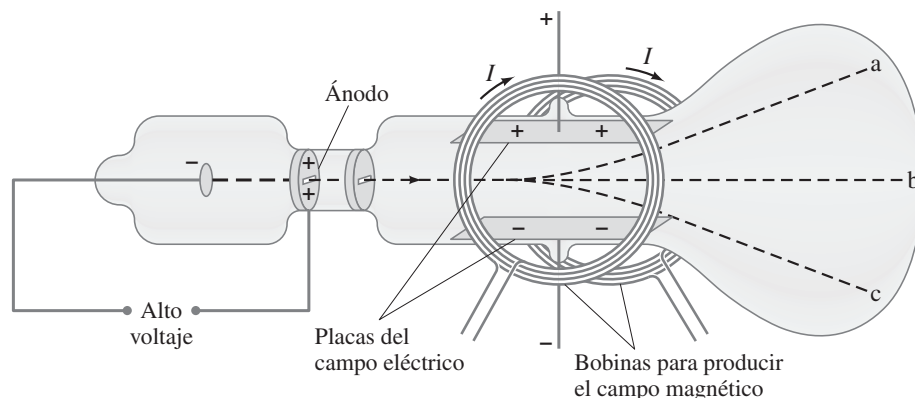


FIGURA 27-30 Rayos catódicos desviados mediante campos eléctricos y magnéticos.



En 1897 se hicieron estimaciones de la carga e de las (supuestas) partículas de los rayos catódicos, así como su cociente carga-masa e/m . Pero en ese año, J. J. Thomson (1856-1940) fue capaz de medir e/m directamente, usando el aparato mostrado en la figura 27-30. Los rayos catódicos son acelerados mediante un alto voltaje y luego pasan entre un par de placas paralelas dispuestas dentro del tubo. El voltaje aplicado a las placas produce un campo eléctrico, y un par de bobinas producen un campo magnético. Cuando sólo está presente el campo eléctrico, digamos, con la placa superior positiva, los rayos catódicos se desvían hacia arriba como en la trayectoria a de la figura 27-30. Si existe sólo un campo magnético, por ejemplo, hacia la página, los rayos se desvían hacia abajo a lo largo de la trayectoria c . Estas observaciones corresponden justo con lo que se esperaría para una partícula cargada negativamente. La fuerza de los rayos debida al campo magnético es $F = evB$, donde e es la carga y v es la velocidad de los rayos catódicos. En ausencia de un campo eléctrico, los rayos se desvían hacia una trayectoria curva, así que, a partir de $F = ma$,

$$evB = m \frac{v^2}{r},$$

y, por lo tanto,

$$\frac{e}{m} = \frac{v}{Br}.$$

El radio de curvatura r puede medirse, así como B . La velocidad v se determina aplicando un campo eléctrico además del campo magnético. Se ajusta el campo eléctrico E de manera que los rayos catódicos no se desvíen y sigan la trayectoria b señalada en la figura 27-30. Esto es justo como el selector de velocidades del ejemplo 27-10, donde la fuerza debida al campo magnético, $F = eE$, se contrarresta con la fuerza debida al campo magnético, $F = evB$. Así, $eE = evB$ y $v = E/B$. Al combinar esto con la ecuación anterior tenemos

$$\frac{e}{m} = \frac{E}{B^2 r}. \quad (27-13)$$

Es posible medir todas las cantidades del lado derecho, así que a pesar de que e y m no puedan determinarse por separado, es factible determinar el cociente e/m . Actualmente el valor aceptado es $e/m = 1.76 \times 10^{11} \text{ C/kg}$. Pronto se llamó **electrones** a los rayos catódicos.

Vale la pena resaltar que el “descubrimiento” del electrón, como muchos otros descubrimientos en la ciencia, no es tan obvio como descubrir oro o petróleo. ¿Debería acreditarse el descubrimiento del electrón a la persona que vio por primera vez el brillo en el tubo? ¿O a quien usó por primera vez el término rayos catódicos? Quizás a ninguno de ellos, ya que no tenían una concepción del electrón como la que tenemos en la actualidad. De hecho, el crédito del descubrimiento se atribuye por lo general a Thomson, pero no porque él haya sido el primero en ver la luz en el tubo, sino porque creyó que este fenómeno se debía a pequeñas partículas cargadas negativamente e hizo mediciones cuidadosas de ellas. Más aún, él argumentó que estas partículas formaban parte del átomo, y que no eran iones ni átomos en sí, como muchos pensaban. De esta forma, Thomson desarrolló una teoría de la materia considerando los electrones. Su visión era cercana a la que se acepta en la actualidad y, por ello, el crédito del “descubrimiento” del electrón es para Thomson. Sin embargo, advierta que ni él ni ningún otro científico vieron en realidad al electrón mismo. Explicamos esto brevemente para ilustrar el hecho de que un descubrimiento científico no siempre es una cuestión claramente definida. De hecho, algunos filósofos de la ciencia piensan que la palabra “descubrimiento” generalmente es inapropiada, como en este caso.

Thomson creía que el electrón no era un átomo, sino que en realidad era un elemento constitutivo o una parte de un átomo. Poco después, al determinar la carga y la masa de los rayos catódicos se obtuvo evidencia convincente de que esto era así. Un alumno de Thomson, J. S. Townsend realizó la primera medición directa (aunque aproximada) de e en 1897. Pero fue el experimento más refinado de la **gota de aceite** de Robert A. Millikan (1868-1953) lo que dio un valor más preciso de la carga del electrón y mostró que la carga venía en cantidades discretas. En este experimento, se dejó que gotas pequeñas de aceite mineral con una carga eléctrica cayeran por acción de la gravedad entre dos placas paralelas, figura 27-31. El campo eléctrico E entre las placas se ajustó hasta que la gota quedó suspendida en el aire. El tirón descendente de la gravedad, mg , justo se canceló con la fuerza ascendente debida al campo eléctrico. Así, $qE = mg$, de manera que la carga $q = mg/E$. La masa de la gota se determinó midiendo su velocidad terminal en ausencia del campo eléctrico. Algunas veces la gota estaba cargada negativamente, y otras positivamente, lo que sugirió que la gota había adquirido o perdido electrones (mediante la fricción al salir del atomizador). Las meticulosas observaciones y análisis de Millikan presentaron evidencia convincente de que cualquier carga puede ser un múltiplo entero de una carga más pequeña, e , que fue atribuida al electrón, y cuyo valor se estableció como $e = 1.6 \times 10^{-19}$ C. Este valor de e , combinado con las mediciones de e/m , nos da la masa del electrón: $(1.6 \times 10^{-19} \text{ C})/(1.76 \times 10^{11} \text{ C/kg}) = 9.1 \times 10^{-31}$ kg. Esta masa es menor que un milésimo de la masa del átomo más pequeño, y así se confirmó la idea de que el electrón es sólo una parte del átomo. Actualmente el valor aceptado para la masa del electrón es $m_e = 9.11 \times 10^{-31}$ kg.

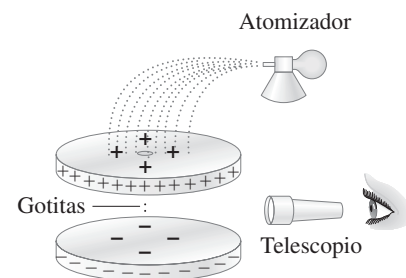


FIGURA 27-31 Experimento de Millikan de la gota de aceite.

Revisión del tubo de rayos catódicos

En el capítulo 23 se examinó el tubo de rayos catódicos (CRT, por las siglas de *cathode ray tube*), el cual puede servir como tubo de imágenes en televisores, osciloscopios y monitores de computadora. En ese capítulo, en la figura 23-22, vimos un dispositivo que usa placas eléctricas de desviación para manipular un haz de electrones. Sin embargo, muchos CRT utilizan el campo magnético producido por bobinas para manipular el haz de electrones y operan de manera similar a las bobinas mostradas en la figura 27-30.

27-8 El efecto Hall

Cuando un conductor que transporta corriente se mantiene fijo en un campo magnético, el campo ejerce una fuerza lateral sobre las cargas en movimiento dentro del conductor. Por ejemplo, si los electrones se mueven hacia la derecha en el conductor rectangular mostrado en la figura 27-32a, el campo magnético hacia la página ejercerá una fuerza descendente sobre los electrones $\vec{F}_B = -e\vec{v}_d \times \vec{B}$, donde \vec{v}_d es la velocidad de arrastre (o de deriva) de los electrones (sección 25-8). De esta manera, los electrones tenderán a moverse más cerca de la cara D que de la cara C. Así se establecerá una diferencia de potencial entre las caras C y D del conductor. Esta diferencia de potencial se acumula hasta que el campo eléctrico \vec{E}_H que produce ejerce una fuerza $e\vec{E}_H$ sobre las cargas en movimiento, que es de la misma magnitud pero opuesta a la fuerza magnética. Este efecto se conoce como **efecto Hall** en honor a E. H. Hall, quien lo descubrió en 1879. La diferencia de potencial producida se llama **fem de Hall**.

El campo eléctrico que se produce por la separación de cargas se llama *campo de Hall*, \vec{E}_H , y apunta hacia abajo en la figura 27-32a, como se indica. En equilibrio, la fuerza debida a este campo eléctrico se cancela con la fuerza magnética ev_dB , así que

$$eE_H = ev_dB.$$

De aquí que $E_H = v_dB$. La fem de Hall es (suponiendo que el conductor es largo y delgado de manera que E_H es uniforme, ecuación 23-4b)

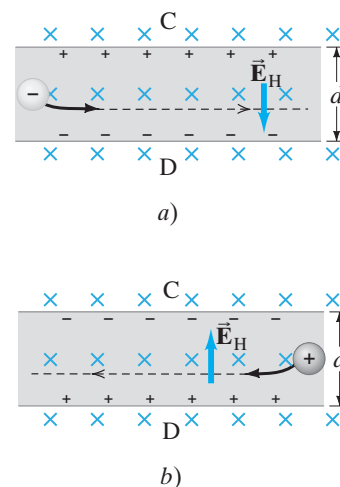
$$\mathcal{E}_H = E_H d = v_d B d, \quad (27-14)$$

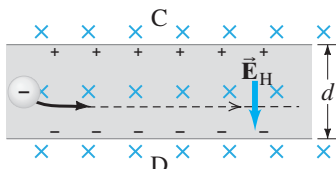
donde d es el espesor del conductor.

Una corriente de cargas positivas que se desplazan a la derecha es equivalente a una corriente de cargas positivas que se desplazan a la izquierda, al menos en la mayoría de los casos. Sin embargo, el efecto Hall permite distinguir entre estos dos casos. Como se observa en la figura 27-32b, las partículas positivas que se desplazan hacia la izquierda se desvían hacia abajo, de manera que la superficie inferior adquiere una carga positiva con respecto a la superficie superior. Ésta es la situación opuesta a aquella mostrada en el inciso a). De hecho, la dirección de la fem en el efecto Hall reveló primero que son las partículas negativas las que se mueven dentro de conductores metálicos.

FIGURA 27-32 El efecto Hall.

- a) Cargas negativas que se desplazan hacia la derecha como una corriente.
- b) Cargas positivas que se desplazan hacia la izquierda como una corriente.





a)

FIGURA 27-32a (repetida aquí para el ejemplo 27-13).

La magnitud de la fem de Hall es proporcional a la intensidad del campo magnético. Así, el efecto Hall permite medir la intensidad de campos magnéticos. El conductor, llamado *detector de Hall*, se calibra primero con un campo magnético conocido. Entonces, para una misma corriente, su fem de salida será una medida de B . Pueden construirse detectores de Hall muy pequeños que son prácticos y exactos.

El efecto Hall también permite medir la velocidad de arrastre de los portadores de carga cuando se conoce el campo magnético externo B . Tal medición también nos permite medir la densidad de portadores de carga en el material.

EJEMPLO 27-13 Velocidad de arrastre usando el efecto Hall. Una larga banda de cobre de 1.8 cm de ancho y 1.0 mm de espesor se coloca en un campo magnético de 1.2 T, como en la figura 27-32a. Cuando pasa una corriente estable de 15 A a través de la banda, se mide una fem de Hall de $1.02 \mu\text{V}$. Determine la velocidad de arrastre de los electrones y la densidad de los electrones libres (conductores) en el cobre (número por unidad de volumen).

PLANTEAMIENTO Con base en la ecuación 27-14 se obtiene la velocidad de arrastre, y la ecuación 25-13 del capítulo 25 nos permite encontrar la densidad de los electrones conductores.

SOLUCIÓN La velocidad de arrastre (ecuación 27-14) es

$$v_d = \frac{\mathcal{E}_H}{Bd} = \frac{1.02 \times 10^{-6} \text{ V}}{(1.2 \text{ T})(1.8 \times 10^{-2} \text{ m})} = 4.7 \times 10^{-5} \text{ m/s}.$$

La densidad de portadores de carga n se obtiene de la ecuación 25-13, $I = nev_d A$, donde A es el área de la sección transversal a través de la cual fluye la corriente I . Así,

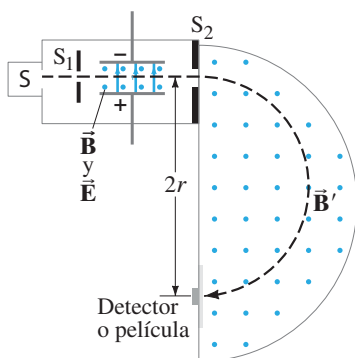
$$n = \frac{I}{ev_d A} = \frac{15 \text{ A}}{(1.6 \times 10^{-19} \text{ C})(4.7 \times 10^{-5} \text{ m/s})(1.8 \times 10^{-2} \text{ m})(1.0 \times 10^{-3} \text{ m})} = 11 \times 10^{28} \text{ m}^{-3}.$$

Este valor de la densidad de los electrones libres en el cobre, $n = 11 \times 10^{28}$ por m^3 , es el valor medido experimentalmente. Este valor representa *más* de un electrón libre por átomo, el cual, como vimos en el ejemplo 25-14, es $8.4 \times 10^{28} \text{ m}^{-3}$.

FÍSICA APLICADA

El espectrómetro de masas

FIGURA 27-33 Espectrómetro de masas tipo Bainbridge. Los campos magnéticos B y B' apuntan hacia fuera del papel (lo que se indica mediante puntos), para iones positivos.



*27-9 Espectrómetro de masas

Un **espectrómetro de masas** es un dispositivo para medir masas atómicas. Actualmente este aparato se emplea no sólo en física, sino también en química, geología y medicina, y a menudo para identificar átomos (y su concentración) en muestras dadas. Como se ilustra en la figura 27-33, se producen iones por calentamiento, o mediante una corriente eléctrica, en la fuente o muestra S. Generalmente, las partículas después de haber sido aceleradas, pasan a través de una rendija S_1 y entran a una región de campos eléctricos y magnéticos cruzados. Los iones siguen trayectorias rectas en ese “selector de velocidad” (como en el ejemplo 27-10) si la fuerza eléctrica qE se equilibra con la fuerza magnética qvB ; esto es, si $qE = qvB$, o si $v = E/B$. De esta forma, sólo aquellos iones cuya velocidad es $v = E/B$ pasarán sin desviarse y emergerán a través de la rendija S_2 . En la región semicircular después de S_2 sólo hay un campo magnético, B' , así que los iones siguen una trayectoria circular. El radio de la trayectoria circular se encuentra a partir de las marcas que dejan los iones en una película (o en un detector) si B' se mantiene fijo; o r se mantiene fijo mediante la posición de un detector y B' se hace variar hasta que ocurra una detección. La segunda ley de Newton $\Sigma F = ma$, aplicada a iones que se mueven en círculo bajo la influencia sólo del campo magnético B' , da $qvB' = mv^2/r$. Puesto que $v = E/B$, tenemos

$$m = \frac{qB'r}{v} = \frac{qBB'r}{E}.$$

Todas las cantidades del lado derecho se conocen o pueden medirse, de manera que podemos determinar m .

En el pasado, se midieron las masas de muchos átomos de esta manera. Cuando se usó una sustancia pura, se encontró algunas veces que dos o más marcas aparecían una cerca de la otra en la película. Por ejemplo, el neón produjo dos marcas cuyos radios correspondieron a átomos de 20 y 22 unidades de masa atómica (u). Se eliminaron las impurezas y se concluyó que debía haber dos tipos de neón con masas diferentes. A estas formas diferentes se les llamó **isótopos**. Poco después se encontró que muchos elementos son mezclas de isótopos, y la diferencia en masa se debe al número diferente de neutrones (como se verá en el capítulo 41).

EJEMPLO 27-14 Espectrometría de masas. Se encuentra que átomos de carbón de masa atómica 12.0 u están mezclados con otro elemento desconocido. En un espectrómetro de masas con B' fijo, el carbón describe una trayectoria con radio de 22.4 cm y la trayectoria de la partícula desconocida tiene un radio de 26.2 cm. ¿Cuál es el elemento desconocido? Suponga que los iones de ambos elementos tienen la misma carga.

PLANTEAMIENTO El carbón y los átomos desconocidos pasan a través de los mismos campos magnéticos y eléctricos. Por lo tanto, sus masas son proporcionales a los radios de sus respectivas trayectorias (véase la ecuación en la página anterior).

SOLUCIÓN Expresamos el cociente de las masas, usando la ecuación que se encuentra en la parte inferior de la página anterior:

$$\frac{m_x}{m_C} = \frac{qBB'r_x/E}{qBB'r_C/E} = \frac{26.2 \text{ cm}}{22.4 \text{ cm}} = 1.17.$$

Así, $m_x = 1.17 \times 12.0 u = 14.0 u$. El otro elemento probablemente es nitrógeno (véase la tabla periódica en la tercera de forros del libro).

NOTA El elemento desconocido también podría ser un isótopo como el carbono 14 ($^{14}_6\text{C}$). Véase el apéndice F. Para precisarlo se necesitaría un análisis físico o químico adicional.

Resumen

Un imán tiene dos **polos**, norte y sur. El polo norte es el extremo que apunta hacia el norte geográfico cuando el imán se suspende libremente. Los polos iguales de un imán se repelen entre sí, mientras que los polos diferentes se atraen.

Podemos considerar que alrededor de cada imán existe un **campo magnético**. La unidad del SI del campo magnético es el **tesla** (T).

Las corrientes eléctricas producen campos magnéticos. Por ejemplo, las líneas de campo magnético debidas a una corriente en un conductor recto forman círculos alrededor del alambre, y el campo ejerce una fuerza sobre los imanes (o las corrientes eléctricas) cerca de él.

Un campo magnético ejerce una fuerza sobre una corriente eléctrica. La fuerza sobre una longitud infinitesimal de alambre $d\vec{\ell}$ que conduce una corriente I en un campo magnético es \vec{B}

$$d\vec{F} = I d\vec{\ell} \times \vec{B}. \quad (27-4)$$

Si el campo \vec{B} es uniforme sobre un tramo recto de un alambre $\vec{\ell}$ entonces la fuerza es

$$\vec{F} = I\vec{\ell} \times \vec{B} \quad (27-3)$$

la cual tiene una magnitud

$$F = I\ell B \sin \theta \quad (27-1)$$

donde θ es el ángulo entre el campo magnético \vec{B} y el alambre. La dirección de la fuerza es perpendicular al alambre y al campo magnético, y está dada por la regla de la mano derecha. Esta relación sirve como la definición del campo magnético \vec{B} .

De la misma manera, un campo magnético \vec{B} ejerce una fuerza sobre una carga q que se mueve con velocidad \vec{v} dada por

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}. \quad (27-5a)$$

La magnitud de la fuerza es

$$F = qvB \sin \theta, \quad (27-5b)$$

donde θ es el ángulo entre \vec{v} y \vec{B} .

Una partícula cargada que se desplaza de manera perpendicular a un campo magnético uniforme describe una trayectoria circular.

Si están presentes tanto campos eléctricos y magnéticos (\vec{E} y \vec{B}) la fuerza sobre una carga q que se desplaza con velocidad \vec{v} es

$$\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}. \quad (27-7)$$

La torca sobre una espira de corriente en un campo magnético \vec{B} es

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}, \quad (27-11)$$

donde $\vec{\mu}$ es el **momento dipolar magnético** de la espira:

$$\vec{\mu} = NI\vec{A}. \quad (27-10)$$

Aquí N es el número de vueltas de enrollado que conducen una corriente I en la espira y \vec{A} es un vector perpendicular al plano de la espira (use la regla de la mano derecha, con los dedos a lo largo de la corriente en la espira) y tiene una magnitud igual al área de la espira.

La medición del cociente carga-masa (e/m) del electrón se logró usando campos eléctricos y magnéticos. La carga e del electrón se midió por primera vez con el experimento de Millikan de la gota de aceite y luego pudo determinarse su masa a partir de la medición del valor del cociente e/m .

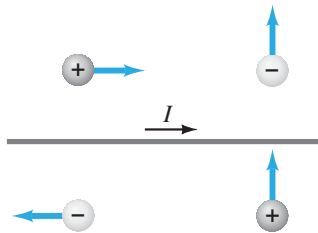
[*En el **efecto Hall**, las cargas que se mueven en un conductor localizado en un campo magnético se desplazan a un lado, lo que produce una fem entre los dos lados del conductor].

[*Un **espectrómetro de masas** usa campos eléctricos y magnéticos para medir la masa de iones].

Preguntas

- La aguja de una brújula no siempre se equilibra en una posición paralela a la superficie de la Tierra, sino que un extremo puede apuntar hacia el piso. Explique por qué.
- Dibuje las líneas de campo magnético alrededor de una sección recta de alambre que conduce una corriente horizontal hacia la izquierda.
- Se sostiene un imán de herradura verticalmente con el polo norte a la izquierda y el polo sur a la derecha. Un alambre que pasa entre los polos, en el punto medio entre ellos, conduce una corriente directamente alejándose de usted. ¿Cuál es dirección de la fuerza sobre el alambre?
- En la relación $\vec{F} = I\vec{\ell} \times \vec{B}$, ¿qué pares de vectores (\vec{F} , $\vec{\ell}$, \vec{B}) están siempre a 90° ? ¿Cuáles pueden estar a otro ángulo?
- El campo magnético debido a una corriente en una casa puede afectar una brújula. Discuta el efecto en términos de corrientes y si éstas son ca o cd.
- Si una partícula cargada negativamente entra a una región con un campo magnético uniforme, el cual es perpendicular a la velocidad de la partícula, ¿la energía cinética de la partícula aumenta, disminuye o permanece igual? Explique su respuesta. (Ignore la gravedad y considere que no hay campos eléctricos).
- En la figura 27-34 se mueven partículas cargadas en la vecindad de un alambre portador de corriente. Para cada partícula cargada, la flecha indica la dirección de movimiento de la partícula, y el signo + o - indica el signo de la carga. Para cada partícula, indique la dirección de la fuerza magnética producida por el alambre.

FIGURA 27-34
Pregunta 7.



- Una partícula cargada positivamente en un campo magnético no uniforme sigue la trayectoria mostrada en la figura 27-35. Indique la dirección del campo magnético en todos los puntos del espacio, suponiendo que la trayectoria siempre está contenida en el plano de la página, e indique las magnitudes relativas del campo en cada región.

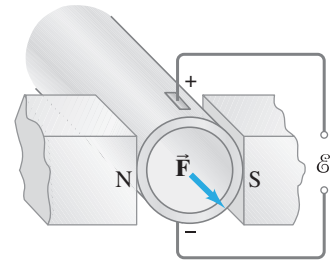
FIGURA 27-35
Pregunta 8.



- El patrón de las líneas de campo magnético alrededor de un imán de barra es similar al de las líneas de campo eléctrico alrededor de un dipolo eléctrico. A partir de este hecho, prediga cómo cambiará el campo magnético con la distancia a) cerca de uno de los polos de un imán de barra muy largo, y b) lejos del imán como un todo.
- Explique por qué un imán fuerte que se mantiene cerca de la pantalla de un televisor con cinescopio ocasiona que la imagen se distorsione. Además, explique por qué la imagen en ocasiones se vuelve completamente negra cuando el campo es muy intenso. [Pero no corra el riesgo de dañar su televisor tratando de hacer esto].
- Describa la trayectoria de una partícula cargada negativamente en el selector de velocidades de la figura 27-21 si su rapidez es mayor que E/B . ¿Cuál es su trayectoria si $v < E/B$? ¿Habría alguna diferencia si la partícula tuviera carga positiva?
- ¿Podría usted poner en movimiento un electrón que se encuentra inicialmente en reposo utilizando un campo magnético? ¿Y si utiliza un campo eléctrico? Explique.

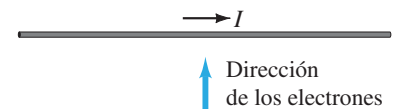
- Una partícula cargada se desplaza en un círculo bajo la influencia de un campo magnético uniforme. Si se enciende un campo eléctrico que apunte en la misma dirección que el campo magnético, describa la trayectoria que seguirá la partícula cargada.
- La idea detrás del **bombeo electromagnético** es la fuerza que existe sobre una partícula en un campo magnético. Se usa para bombear fluidos metálicos (como el sodio) y para bombear la sangre en máquinas para corazones artificiales. La figura 27-36 presenta el diseño básico. Se aplica un campo eléctrico de manera perpendicular a un vaso sanguíneo y perpendicular a un campo magnético. Explique cuál es la causa del movimiento de los iones. ¿Los iones positivos y negativos experimentarán una fuerza en la misma dirección?

FIGURA 27-36
Bombeo electromagnético en un vaso sanguíneo.
Pregunta 14.



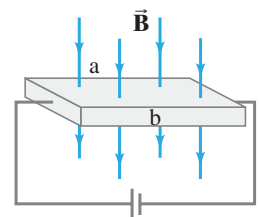
- Se dirige un haz de electrones hacia un alambre horizontal que conduce una corriente de izquierda a derecha (figura 27-37). ¿En qué dirección se desvía el haz?

FIGURA 27-37
Pregunta 15.



- Una partícula cargada se mueve en línea recta a través de una región particular del espacio. ¿Podría haber un campo magnético diferente de cero en esa región? Si es así, indique dos situaciones posibles.
- Si una partícula cargada en movimiento se desvía de manera lateral en cierta región del espacio, ¿podemos concluir a ciencia cierta que $\vec{B} \neq 0$ en esa región? Explique.
- ¿Cómo podría usted saber si electrones que se mueven en una cierta región del espacio están siendo desviados por un campo eléctrico o por un campo magnético (o por ambos)?
- ¿Cómo podría construir una brújula sin usar hierro u otro material ferromagnético?
- Describa cómo se podría determinar el momento dipolar magnético de un imán de barra o de la aguja de una brújula.
- ¿En qué posiciones (si es que existen) una espira de corriente localizada en un campo magnético uniforme estará a) en equilibrio estable y b) en equilibrio inestable?
- * Se inserta una pieza rectangular de material semiconductor en un campo magnético y se conecta una batería a sus extremos como se ilustra en la figura 27-38. Cuando se coloca un voltímetro de precisión entre los extremos a y b, se encuentra que el punto a está a un potencial mayor que el punto b. ¿Cuál es el signo de los portadores de carga en este material semiconductor?
- * Dos iones tienen la misma masa, pero uno está ligeramente ionizado mientras que el otro está ionizado al doble. ¿Cómo diferirán sus posiciones en la película del espectrómetro de masas de la figura 27-33?

FIGURA 27-38
Pregunta 22.



Problemas

27-3 Fuerzas sobre corrientes eléctricas en un campo magnético

- (I) *a)* ¿Cuál es la fuerza por unidad de longitud que actúa sobre un alambre recto que conduce una corriente de 9.40 A de manera perpendicular a un campo magnético uniforme de 0.90 T? *b)* ¿Cuál sería el resultado si el ángulo entre el alambre y el campo fuera de 35.0° ?
- (I) Calcule la magnitud de la fuerza magnética sobre un alambre de 240 m de longitud tendido entre dos torres y que conduce una corriente de 150 A. El campo magnético de la Tierra es de 5.0×10^{-5} T y forma un ángulo de 68° con el alambre.
- (I) Un alambre horizontal de 1.6 m de longitud conduce una corriente de 4.5 A hacia el sur. En esa región de la superficie de la Tierra, el ángulo de inclinación del campo magnético terrestre es de 41° con respecto al alambre. Estime la magnitud de la fuerza magnética sobre el alambre debido al campo magnético de la Tierra que tiene un valor de 5.5×10^{-5} T en esa región.
- (II) Se encuentra que la fuerza magnética por unidad de longitud sobre un alambre es sólo el 25% de su valor máximo posible. Esboce una relación entre el alambre y el campo si la fuerza hubiera sido un máximo, y esboce una relación en el caso presente, calculando el ángulo entre el alambre y el campo magnético.
- (II) La fuerza sobre un alambre tiene un valor máximo de 7.50×10^{-2} N cuando se le coloca entre los polos opuestos de un imán. La corriente fluye de manera horizontal hacia la derecha y el campo magnético es vertical. Se observa que el alambre “salta” hacia el observador cuando se enciende la corriente. *a)* ¿Qué polaridad tiene el polo magnético superior? *b)* Si la superficie de los polos magnéticos tiene un diámetro de 10.0 cm, estime la corriente en el alambre si el campo magnético es de 0.220 T. *c)* Si se inclina el alambre de manera que forme un ángulo de 10.0° con la horizontal, ¿qué fuerza sentirá ahora?
- (II) Suponga que un alambre de cobre recto de 1.00 mm de diámetro justo “flota” horizontalmente en el aire debido a la fuerza del campo magnético de la Tierra \vec{B} , el cual es horizontal, perpendicular al alambre y con una magnitud de 5.0×10^{-5} T. ¿Cuál es la corriente que conduce el alambre? ¿La respuesta suena razonable? Explique brevemente.
- (II) Un alambre rígido de 50.0 cm de longitud se dobla en ángulo recto justo por la mitad. Una sección yace a lo largo del eje z y la otra se encuentra a lo largo de la línea $y = 2x$ en el plano xy . Una corriente de 20.0 A fluye en el alambre (hacia abajo del eje z y hacia fuera del alambre en el plano xy). El alambre pasa a través de un campo magnético uniforme dado por $\vec{B} = (0.318\hat{i})$ T. Determine la magnitud y dirección de la fuerza neta sobre el alambre.
- (II) Un alambre largo se extiende a lo largo del eje x y conduce una corriente de 3.0 A hacia la derecha (+ x). El alambre pasa a través de un campo magnético uniforme dado por $\vec{B} = (0.20\hat{i} - 0.36\hat{j} + 0.25\hat{k})$ T. Determine las componentes de la fuerza sobre el alambre por cm de longitud.
- (II) Una espira circular de alambre con corriente (radio r , corriente I) está inmerso parcialmente en un campo magnético de magnitud constante B_0 que se dirige hacia fuera de la página como se muestra en la figura 27-39. Determine la fuerza neta sobre la espira en términos de θ_0 .

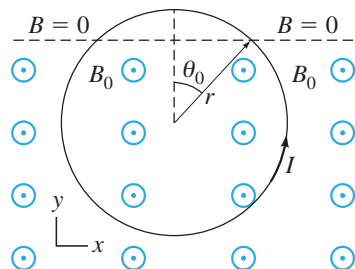


FIGURA 27-39
Problema 9.

- (II) Un alambre de 2.0 m de longitud conduce una corriente de 8.2 A y está inmerso dentro de un campo magnético uniforme \vec{B} . Cuando el alambre está a lo largo del eje + x , una fuerza magnética $\vec{F} = (-2.5\hat{j})$ N actúa sobre el alambre, y cuando el alambre está a lo largo del eje + y , la fuerza magnética es $\vec{F} = (2.5\hat{i} - 5.0\hat{k})$ N. Determine \vec{B} .
- (III) Un alambre curvo, que conecta dos puntos a y b , está contenido en un plano perpendicular a un campo magnético uniforme \vec{B} y conduce una corriente I . Demuestre que la fuerza magnética resultante sobre el alambre, sin importar su forma, es igual que la fuerza sobre un alambre recto que conecta a y b y que conduce la misma corriente. (Véase la figura 27-40).

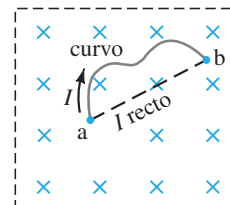


FIGURA 27-40
Problema 11.

- (III) Una espira circular de alambre, de radio r , conduce una corriente I . La espira se localiza en un campo magnético cuyas líneas de campo parecen divergir a partir de un punto localizado a una distancia d por abajo del eje del anillo y sobre su eje. (Esto es, el campo forma un ángulo θ con la espira en todos los puntos, figura 27-41, donde $\tan \theta = r/d$). Determine la fuerza sobre la espira.

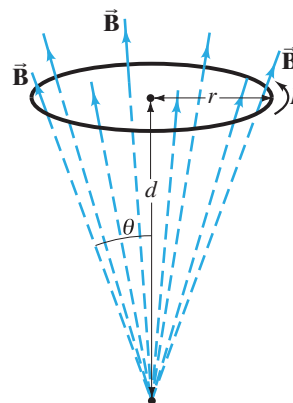


FIGURA 27-41
Problema 12.

27-4 Fuerza sobre cargas en movimiento en un campo magnético

- (I) Determine la magnitud y dirección de la fuerza sobre un electrón que viaja a 8.5×10^5 m/s en dirección horizontal hacia el este en un campo magnético vertical hacia arriba, cuya magnitud es de 0.45 T.
- (I) Se proyecta un electrón verticalmente hacia arriba con una rapidez de 1.70×10^6 m/s dentro de un campo magnético uniforme de 0.480 T dirigido horizontalmente y alejándose del observador. Describa la trayectoria del electrón en ese campo.
- (I) Se emiten partículas alfa con carga $q = +2e$ y masa $m = 6.6 \times 10^{-27}$ kg de una fuente radiactiva con una rapidez de 1.6×10^7 m/s. ¿Cuál es la intensidad del campo magnético requerida para desviarlos dentro de una trayectoria circular de radio $r = 0.18$ m?
- (I) Encuentre la dirección de la fuerza magnética sobre una carga negativa para cada uno de los diagramas mostrados en la figura 27-42, donde \vec{v} (gris) es la velocidad de la carga y \vec{B} (naranja) es la dirección del campo magnético. (\otimes significa que el vector apunta hacia la página, mientras que \odot significa que el campo apunta hacia fuera de la página, es decir, hacia usted).

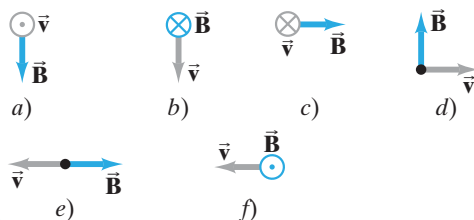


FIGURA 27-42
Problema 16.

17. (I) Determine la dirección de \vec{B} para cada caso mostrado en la figura 27-43, donde \vec{F} representa la fuerza magnética máxima sobre una partícula cargada positivamente que se mueve con velocidad \vec{v} .

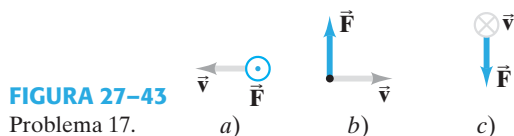


FIGURA 27-43
Problema 17.

18. (II) ¿Cuál es la velocidad de un haz de electrones que no sufre ninguna desviación cuando pasa a través de campos eléctricos y magnéticos perpendiculares de magnitud $8.8 \times 10^3 \text{ V/m}$ y $7.5 \times 10^{-3} \text{ T}$, respectivamente? ¿Cuál es el radio de la órbita del electrón si se apaga el campo eléctrico?
19. (II) Un átomo de helio con doble carga cuya masa es $6.6 \times 10^{-27} \text{ kg}$ se acelera mediante un voltaje de 2700 V . a) ¿Cuál será el radio de curvatura si se mueve en un plano perpendicular a un campo magnético uniforme de 0.340 T ? b) ¿Cuál es su periodo de revolución?
20. (II) Un protón (masa m_p), un deuterón ($m = 2m_p$, $Q = e$) y una partícula alfa ($m = 4m_p$, $Q = 2e$) son acelerados mediante la misma diferencia de potencial V y luego entran a un campo magnético uniforme \vec{B} , donde se mueven en trayectorias circulares perpendiculares a \vec{B} . Determine el radio de las trayectorias del deuterón y de la partícula alfa en términos del radio de la trayectoria del protón.
21. (II) Considere una partícula de masa m y carga q que se desplaza en una trayectoria circular en un campo magnético B . a) Demuestre que su energía cinética es proporcional a r^2 , el cuadrado del radio de curvatura de su trayectoria, y b) demuestre que su cantidad de movimiento angular es $L = qBr^2$ con respecto al centro del círculo.
22. (II) Un electrón se desplaza con velocidad $\vec{v} = (7.0\hat{i} - 6.0\hat{j}) \times 10^4 \text{ m/s}$ en un campo magnético $\vec{B} = (-0.80\hat{i} + 0.60\hat{j}) \text{ T}$. Determine la magnitud y dirección de la fuerza sobre el electrón.
23. (II) Un protón de 6.0 MeV (energía cinética) entra a un campo de 0.20 T , desplazándose en un plano perpendicular al campo. ¿Cuál es el radio de su trayectoria? Véase la sección 23-8.
24. (II) Un electrón experimenta la mayor fuerza cuando viaja a $2.8 \times 10^6 \text{ m/s}$ en un campo magnético cuando se desplaza hacia el norte. La fuerza sobre el electrón es vertical ascendente y de magnitud $8.2 \times 10^{-13} \text{ N}$. ¿Cuál es la magnitud y dirección del campo magnético?
25. (II) Un protón se mueve en una región del espacio donde hay un campo magnético $\vec{B} = (0.45\hat{i} + 0.38\hat{j}) \text{ T}$ y un campo eléctrico $\vec{E} = (3.0\hat{i} - 4.2\hat{j}) \times 10^3 \text{ V/m}$. En un instante dado, la velocidad del protón es $\vec{v} = (6.0\hat{i} + 3.0\hat{j} - 5.0\hat{k}) \times 10^3 \text{ m/s}$. Determine las componentes de la fuerza neta sobre el protón.
26. (II) Un electrón experimenta una fuerza $\vec{F} = (3.8\hat{i} - 2.7\hat{j}) \times 10^{-13} \text{ N}$ cuando pasa a través de un campo magnético $\vec{B} = (0.85 \text{ T})\hat{k}$. Calcule la velocidad del electrón.
27. (II) Una partícula de carga q se desplaza en una trayectoria circular de radio r en un campo magnético uniforme \vec{B} . Si la magnitud del campo magnético se duplica, y la energía cinética de la partícula permanece constante, ¿qué le ocurre a la cantidad de movimiento angular de la partícula?

28. (II) Un electrón ingresa a una región donde hay un campo magnético uniforme $B = 0.28 \text{ T}$ con un ángulo de 45° con respecto a \vec{B} . Determine el radio r y la separación p (distancia entre espiras consecutivas) de la trayectoria helicoidal del electrón suponiendo que su rapidez es $3.0 \times 10^6 \text{ m/s}$. Véase la figura 27-44.

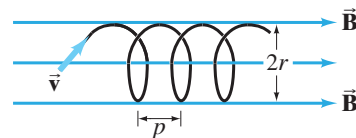


FIGURA 27-44
Problema 28.

29. (II) Una partícula con carga q y cantidad de movimiento p , que se desplaza inicialmente a lo largo del eje x , entra a una región donde hay un campo magnético uniforme $\vec{B} = B_0\hat{k}$ que se extiende sobre una región de ancho $x = \ell$ como se muestra en la figura 27-45. La partícula se desvía una distancia d a lo largo del eje $+y$ conforme atraviesa el campo. Determine a) si la carga q es positiva o negativa, y b) la magnitud de su cantidad de movimiento p .

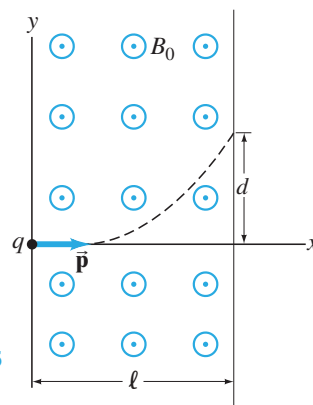


FIGURA 27-45
Problema 29.

30. (II) La trayectoria de protones que emergen de un acelerador debe doblarse 90° mediante un "imán desviador" de manera que los protones no choquen con una barrera que se encuentra a lo largo de su trayectoria a una distancia d medida desde el orificio de salida del acelerador. Demuestre que el campo magnético \vec{B} del imán de desvío, el cual consideramos que es uniforme y que puede extenderse sobre una área $d \times d$, debe tener una magnitud $B \geq (2mK/e^2d^2)^{1/2}$, donde m es la masa de un protón y K es su energía cinética.
31. (III) Considere que el campo magnético terrestre en el ecuador tiene una magnitud de $0.50 \times 10^{-4} \text{ T}$ y apunta hacia el norte en todos los puntos. Estime la rapidez que necesitaría un ion de uranio una vez ionizado ($m = 238 \text{ u}$, $q = e$) para darle la vuelta a la Tierra a 5.0 km sobre el ecuador. ¿Puede usted ignorar la gravedad? [Ignore la relatividad].
32. (III) Una bala de 3.40 g se desplaza con una rapidez de 155 m/s de manera perpendicular al campo magnético de la Tierra de $5.00 \times 10^{-5} \text{ T}$. Si la bala posee una carga neta de $18.5 \times 10^{-9} \text{ C}$, ¿por qué distancia será desviada con respecto a su trayectoria debido al campo magnético de la Tierra después de haber recorrido 1.00 km ?
33. (III) Un protón, que se desplaza con una rapidez de $v = 1.3 \times 10^5 \text{ m/s}$ en una región sin campos, entra de manera abrupta a un campo magnético aproximadamente uniforme $B = 0.850 \text{ T}$ ($\vec{B} \perp \vec{v}$). Si el protón entra al campo magnético con un ángulo de 45° , como se ilustra en la figura 27-46, a) ¿a qué ángulo sale de la región?, y b) ¿a qué distancia x saldrá del campo?

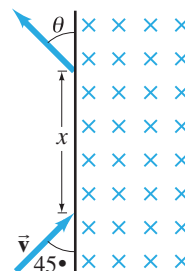


FIGURA 27-46
Problema 33.

34. (III) Una partícula con carga $+q$ y masa m viaja en un campo magnético uniforme $\vec{B} = B_0 \hat{k}$. En el tiempo $t = 0$, la rapidez de la partícula es v_0 , su vector de velocidad está contenido en el plano xy y está dirigido a un ángulo de 30° con respecto al eje y , como se indica en la figura 27-47. En un tiempo posterior, $t = t_\alpha$ la partícula cruzará el eje x en $x = \alpha$. Determine, en términos de q , m , v_0 y B_0 , a) α y b) t_α .

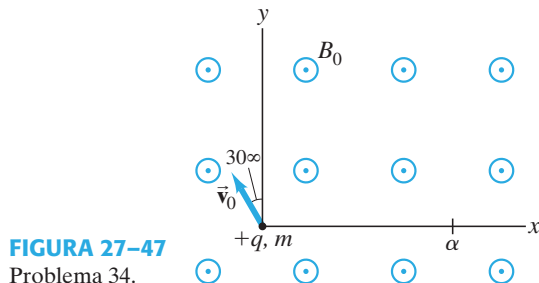


FIGURA 27-47
Problema 34.

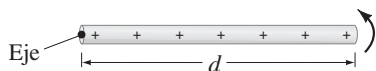
27-5 Torca sobre una espira con corriente; momento magnético

35. (I) ¿Cuánto trabajo se requiere para hacer girar una espira de corriente (figura 27-22) en un campo magnético desde a) $\theta = 0^\circ$ ($\vec{\mu} \parallel \vec{B}$) hasta $\theta = 180^\circ$, b) $\theta = 90^\circ$ desde $\theta = -90^\circ$?
36. (I) Una espira circular de alambre cuyo diámetro es de 13.0 cm se localiza con su plano paralelo a un campo magnético uniforme entre los polos de un gran imán. Cuando fluye una corriente de 4.20 A por la espira, la torca sobre ella es de 0.185 m·N. ¿Cuál es la intensidad del campo magnético?
37. (II) Una bobina circular de 18.0 cm de diámetro y que contiene 12 espiras yace sobre el piso. El campo magnético de la Tierra en esa región tiene una magnitud de 5.50×10^{-5} T y apunta hacia la Tierra a un ángulo de 66.0° por debajo de una línea que apunta justo hacia el norte. Si una corriente de 7.10 A pasa por la bobina en sentido horario, determine a) la torca sobre la bobina, y b) ¿qué lado de la espira se levanta, el lado norte, el sur, el este o el oeste?
38. (II) Demuestre que el momento dipolar magnético μ de un electrón que gira alrededor del protón en el núcleo de un átomo de hidrógeno se relaciona con la cantidad de movimiento orbital L del electrón mediante

$$\mu = \frac{e}{2m} L.$$

39. (II) Una bobina circular con 15 espiras de 22 cm de diámetro yace en el plano xy . La corriente en cada espira de la bobina es 7.6 A en sentido horario, y un campo magnético externo $\vec{B} = (0.55\hat{i} + 0.60\hat{j} - 0.65\hat{k})$ T pasa a través de la bobina. Determine a) el momento magnético de la bobina, $\vec{\mu}$; b) la torca sobre la bobina debida al campo magnético externo; c) la energía potencial U de la bobina en el campo magnético (tomando el mismo nivel de referencia 0 como lo hicimos en la discusión de la figura 27-22).
40. (III) Suponga que una varilla no conductora de longitud d transporta una carga Q distribuida uniformemente. Se hace girar con una velocidad angular ω en torno a un eje perpendicular a la varilla que pasa por uno de sus extremos, figura 27-48. Demuestre que el momento dipolar magnético de la varilla es $\frac{1}{6} Q \omega d^2$. [Sugerencia: Considere el movimiento de cada elemento infinitesimal de la varilla].

FIGURA 27-48
Problema 40.



*27-6 Motores y galvanómetros

- *41. (I) Si la corriente en un motor disminuye en 12%, ¿en qué factor cambiará la torca de salida?
- *42. (I) La aguja de un galvanómetro se desvía sobre la escala completa para una corriente de $63.0 \mu\text{A}$. ¿Qué corriente dará una desviación sobre la escala completa si el campo magnético se reduce a 0.800 de su valor original?
- *43. (I) Si el resorte de restitución de un galvanómetro se debilita en un 15% al paso de los años, ¿qué corriente dará una desviación sobre la escala completa si originalmente se requería una corriente de $46 \mu\text{A}$?

27-7 Descubrimiento del electrón

44. (I) ¿Cuál es el valor de q/m para una partícula que se mueve sobre un círculo con radio de 8.0 mm en un campo magnético de 0.46 T si un campo eléctrico cruzado de 260 V/m haría que su trayectoria fuera una línea recta?
45. (II) Una gota de aceite cuya masa es 33×10^{-15} kg se mantiene en reposo entre dos grandes placas separadas por una distancia de 1.0 cm, como se muestra en la figura 27-31. Si la diferencia de potencial entre las placas es de 340 V, ¿cuántos electrones en exceso tiene esa gota?

27-8 Efecto Hall

46. (II) Un detector de Hall, que consiste en un tabique rectangular de material que conduce una corriente, se calibra colocándolo en un campo magnético conocido de 0.10 T. Cuando el campo está orientado de manera perpendicular a la cara rectangular del tabique, se mide una fem de Hall de 12 mV a través del espesor del tabique. Luego se coloca el detector en un campo magnético de magnitud desconocida B y se mide una fem de Hall de 63 mV. Determine B suponiendo que el ángulo θ entre el campo desconocido y el plano de la cara rectangular del tabique es a) $\theta = 90^\circ$, y b) $\theta = 60^\circ$.
47. (II) Un detector de Hall, que se emplea para medir la intensidad del campo magnético, está formado por un tabique rectangular de material (con densidad de electrones libres n) con ancho d y grosor t , y conduce una corriente I a lo largo de su longitud ℓ . Se introduce el tabique en un campo magnético de magnitud B orientado de manera perpendicular a su cara rectangular (de área ℓd), de manera que se produce una fem de Hall \mathcal{E}_H a través de su ancho d . La sensibilidad magnética del detector, definida como $K_H = \mathcal{E}_H / IB$, indica la magnitud de la fem de Hall que se obtiene para un determinado campo magnético aplicado. Un tabique con un valor grande de K_H es un buen candidato para usarse como detector de Hall. a) Demuestre que $K_H = 1/ent$. Así, un buen detector de Hall tiene valores pequeños tanto de n como de t . b) Como posibles candidatos para detectores de Hall, considere un metal típico y un semiconductor (con impurezas) con n aproximadamente igual a $1 \times 10^{29} \text{ m}^{-3}$ y $3 \times 10^{22} \text{ m}^{-3}$, respectivamente. Puesto que es posible fabricar un tabique semiconductor con un grosor de 0.15 mm, ¿qué tan delgado (en nm) tendría que ser un tabique de metal para producir un valor de K_H igual al del tabique semiconductor? Compare el grosor de este tabique de metal con el tamaño típico de un átomo de metal de 0.3 nm. c) Para el tabique semiconductor típico descrito en el inciso b), ¿cuál es el valor esperado para \mathcal{E}_H cuando $I = 100 \text{ mA}$ y $B = 0.1 \text{ T}$?
48. (II) Una muestra rectangular de un metal tiene un ancho de 3.0 cm y un espesor de $680 \mu\text{m}$. Cuando transporta una corriente de 42 A y está ubicada en un campo magnético de 0.80 T, produce una fem de Hall de $6.5 \mu\text{V}$. Calcule a) el campo de Hall en el conductor, b) la velocidad de arrastre de los electrones conductores, y c) la densidad de electrones libres en el metal.

49. (II) En un detector que usa el efecto Hall para medir campos magnéticos, pasa una corriente de 12.0 A a través una franja metálica de sodio de 1.50 cm de ancho y 1.30 mm de espesor. Si la fem de Hall es de $1.89 \mu\text{V}$, ¿cuál es la magnitud del campo magnético (considere que el campo es perpendicular a la cara plana de la franja)? Considere que se tiene un electrón libre por átomo de Na, y considere su gravedad específica como 0.971.
50. (II) El efecto Hall puede usarse para medir la tasa de flujo sanguíneo, ya que la sangre contiene iones que constituyen una corriente eléctrica. a) ¿El signo de los iones afecta la magnitud de la fem? b) Determine la velocidad del flujo en una arteria de 3.3 mm de diámetro si la fem medida es de 0.13 mV y B es 0.070 T. (En la práctica, se usa un campo magnético alternante).
- *27-9 Espectrómetro de masas**
- *51. (I) En un espectrómetro de masas, distintos átomos de germanio tienen un radio de curvatura de 21.0, 21.6, 21.9, 22.2, y 22.8 cm. El radio mayor corresponde a una masa atómica de 76 u. ¿Cuáles son las masas atómicas de los otros isótopos?
- *52. (II) Un tipo de espectrómetro de masas acelera iones mediante un voltaje V antes de que entren a un campo magnético B . Se supone que, al inicio, los iones están en reposo. Demuestre que la masa de un ion es $m = qB^2R^2/2V$, donde R es el radio de la trayectoria de los iones en un campo magnético y q es su carga.
- *53. (II) Considere que el campo eléctrico entre las placas eléctricas en el espectrómetro de masas de la figura 27-33 es $2.48 \times 10^4 \text{ V/m}$ y que los campos magnéticos son $B = B' = 0.58 \text{ T}$. La fuente contiene isótopos de carbono con números atómicos de masa de 12, 13 y 14 de una muestra antigua de árbol muerto. (Para estimar la masa atómica, multiplique por $1.66 \times 10^{-27} \text{ kg}$). ¿Qué tan separadas están las marcas formadas por los iones de cada tipo cargados una vez sobre la placa fotográfica? ¿Y si los iones estuvieran doblemente cargados?
- *54. (II) Se usa un espectrómetro de masas para monitorear contaminantes del aire. Sin embargo, es difícil separar moléculas con masas casi iguales, como el CO (28.0106 u) y N_2 (28.0134 u). ¿Qué tan grande debe ser el radio de curvatura de un espectrómetro si estas dos moléculas deben separarse en la película o en los detectores por una distancia de 0.65 mm?
- *55. (II) Una partícula desconocida viaja en línea recta a través de campos eléctricos y magnéticos cruzados con $E = 1.5 \text{ kV/m}$ y $B = 0.034 \text{ T}$. Si se apaga el campo eléctrico, la partícula se mueve en una trayectoria circular de radio $r = 2.7 \text{ cm}$. ¿Cuál podría ser esta partícula?

Problemas generales

56. Se mueven protones en un círculo, de radio 5.10 cm, dentro de un campo magnético de 0.625 T. ¿Qué valor del campo eléctrico podría hacer que sus trayectorias fueran rectas? ¿En qué dirección debe apuntar el campo eléctrico?
57. Protones con cantidad de movimiento de $3.8 \times 10^{-16} \text{ kg}\cdot\text{m/s}$ se conducen magnéticamente en sentido horario en una trayectoria circular de 2.0 km de diámetro en el Fermi National Accelerator Laboratory, en Illinois. Determine la magnitud y dirección del campo en los imanes que rodean al tubo del haz.
58. Un protón y un electrón tienen la misma energía cinética cuando entran a una región con un campo magnético constante. ¿Cuál es el cociente de los radios de sus trayectorias circulares?
59. Dos alambres rígidos paralelos, separados una distancia d en un plano horizontal, actúan como rieles para cargar una varilla de metal ligero de masa m (perpendicular a cada riel), figura 27-49. En toda la región actúa un campo magnético \vec{B} , dirigido verticalmente hacia arriba (saliendo del diagrama). En $t = 0$, alambres que están conectados a los rieles se conectan a una fuente de corriente constante, de manera que comienza a fluir una corriente I a través del sistema. Si la varilla parte del reposo en $t = 0$, determine la rapidez de la varilla como función del tiempo a) suponiendo que no hay fricción entre la varilla y los rieles, y b) si el coeficiente de fricción es μ_k . c) ¿En qué dirección se moverá la varilla, hacia el este o el oeste, si la corriente se dirige hacia el norte?

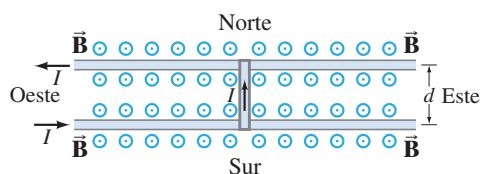
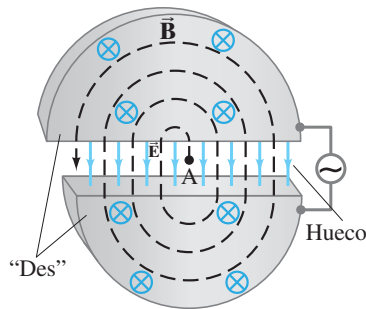


FIGURA 27-49 Vista hacia abajo de una varilla que se desliza sobre rieles. Problemas 59 y 60.

60. Considere que la varilla que se ilustra en la figura 27-49 (problema 59) tiene una masa $m = 0.40 \text{ kg}$ y una longitud de 22 cm, y que la corriente a través de ella es $I = 36 \text{ A}$. Si el coeficiente de fricción estática es $\mu_s = 0.50$, determine el campo magnético mínimo \vec{B} (no necesariamente vertical) que justo causará que la varilla se deslice. Indique la magnitud de \vec{B} y su dirección con respecto a la vertical.
61. Cerca del ecuador, el campo magnético de la Tierra apunta casi horizontalmente hacia el norte y tiene una magnitud $B = 0.50 \times 10^{-4} \text{ T}$. ¿Cuál debería ser la magnitud y dirección de la velocidad de un electrón si su peso debe cancelarse exactamente con la fuerza magnética?
62. Calcule la fuerza magnética sobre un avión el cual ha adquirido una carga neta de $1850 \mu\text{C}$ y que viaja con una rapidez de 120 m/s de manera perpendicular al campo magnético de la Tierra de $5.0 \times 10^{-5} \text{ T}$.
63. Un motor que opera con una batería de 9.0 V tiene una bobina cuadrada con 20 vueltas con lados de 5.0 cm de longitud y una resistencia total de 24Ω . Cuando gira, el campo magnético que actúa sobre el alambre en la bobina es de 0.020 T. ¿Cuál es la torca máxima sobre el motor?
64. Estime aproximadamente la desviación máxima de un haz de electrones cerca del centro de una pantalla de televisión de CRT debido al campo magnético de $5.0 \times 10^{-5} \text{ T}$ de la Tierra. Considere que la pantalla es de 18 cm desde la pistola de electrones, donde los electrones son acelerados a) por 2.0 kV, o b) por 28 kV. Advierta que en un aparato de TV a color, el haz de electrones debe dirigirse con precisión dentro de un intervalo menor a 1 mm de manera que los electrones puedan incidir en el fósforo correcto. Puesto que el campo de la Tierra es importante aquí, se usan escudos de metal μ para reducir el campo de la Tierra en el CRT. (Véase la sección 23-9).
65. La espira rectangular que se ilustra en la figura 27-22 tiene una masa m y conduce una corriente I . Demuestre que si la espira está orientada a un ángulo $\theta \ll 1$ (en radianes), entonces cuando se deja en libertad realizará un movimiento armónico simple en torno a $\theta = 0$. Calcule el periodo del movimiento.

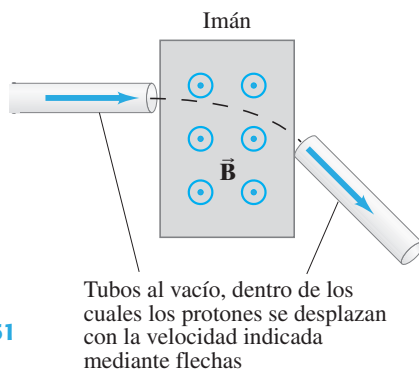
66. Un **ciclotrón** (figura 27-50) es un aparato que se usa para acelerar partículas elementales, como protones a altas velocidades. Las partículas comienzan en el punto A con cierta velocidad inicial y viajan en órbitas circulares en el campo magnético B . Las partículas se aceleran a altas velocidades cada vez que pasan por el espacio entre las “des” de metal, donde hay un campo eléctrico E . (No hay un campo eléctrico en el interior de las “des”). El campo eléctrico cambia de dirección cada medio ciclo mediante un voltaje de ca $V = V_0 \sin 2\pi ft$, así que se incrementa la velocidad de las partículas cada vez que pasan por el hueco entre las “des”. a) Demuestre que la frecuencia f del voltaje debe ser $f = Bq/2\pi m$, donde q es la carga de las partículas y m es su masa. b) Demuestre que la energía cinética de las partículas se incrementa en $2qV_0$ en cada revolución, suponiendo que el hueco es pequeño. c) Si el radio del ciclotrón es de 0.50 m y la intensidad del campo magnético es 0.60 T, ¿cuál será la energía cinética máxima de los protones acelerados en MeV?

FIGURA 27-50
Un ciclotrón.
Problema 66.



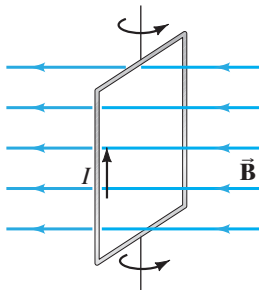
67. Los campos magnéticos son muy útiles en aceleradores de partículas para “conducción de haces”; esto es, el campo magnético puede usarse para cambiar la dirección de un haz sin alterar su rapidez (figura 27-51). Demuestre cómo podría operar esto en el caso de un haz de protones. ¿Qué sucede con los protones que no se desplazan a la velocidad para la cual el campo magnético está diseñado? Si el campo se extiende sobre una región de 5.0 cm de ancho y tiene una magnitud de 0.38 T, ¿a qué ángulo aproximadamente se desviarán los protones que viajan a 0.85×10^7 m/s?

FIGURA 27-51
Problema 67.



68. Una espira cuadrada de alambre de aluminio tiene 20.0 cm de lado. Debe conducir una corriente de 15.0 A y girar en un campo magnético uniforme de 1.35 T, como se muestra en la figura 27-52. a) Determine el diámetro mínimo del alambre de manera que no se fracture debido a esfuerzos de tensión o de corte. Considere un factor de seguridad de 10. (Véase la tabla 12-2). b) ¿Cuál es la resistencia de una sola espira de ese alambre?

FIGURA 27-52
Problema 68.



69. La figura 27-53 representa un tipo de “lanzador de proyectiles”. Una corriente grande se desplaza a través de una espira cerrada formada por rieles fijos, una fuente de poder y una barra muy ligera, que toca los rieles casi sin fricción. Un campo magnético de 1.8 T es perpendicular al plano del circuito. Si los rieles están separados una distancia $d = 24$ cm, y la barra tiene una masa de 1.5 g, ¿cuál es el flujo de corriente constante necesario para acelerar la barra a partir del reposo hasta 25 m/s en una distancia de 1.0 m? ¿En qué dirección debe apuntar el campo?

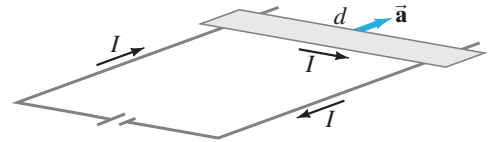


FIGURA 27-53 Problema 69.

70. a) ¿Qué valor del campo magnético haría que un haz de electrones, que viaja a la derecha con una rapidez de 4.8×10^6 m/s, siga sin desviarse a través de una región en la cual hay un campo eléctrico uniforme de 8400 V/m apuntando verticalmente hacia arriba? b) ¿Cuál es la dirección del campo magnético si se sabe que es perpendicular al campo eléctrico? c) ¿Cuál es la frecuencia de la órbita circular de los electrones si se apaga el campo eléctrico?
71. En cierto tubo de rayos catódicos, los electrones son acelerados horizontalmente mediante un potencial de 25 kV. Luego, los electrones pasan a través de un campo magnético uniforme por una distancia de 3.5 cm, lo cual los desvía hacia arriba de manera que alcanzan la parte superior de la pantalla localizada 22 cm más adelante, en un punto a 11 cm arriba del centro de la pantalla. Estime el valor de B .
72. **Efecto Zeeman.** En el modelo de Bohr del átomo de hidrógeno, el electrón se mantiene en su órbita circular de radio r alrededor del protón en el núcleo gracias a la atracción electrostática. Si se coloca el átomo en un campo magnético débil \vec{B} , la frecuencia de rotación de los electrones que giran en un plano perpendicular a \vec{B} se modifica por una cantidad

$$\Delta f = \pm \frac{eB}{4\pi m}$$

donde e y m son la carga y la masa de un electrón. a) Obtenga este resultado, suponiendo que la fuerza debida a \vec{B} es mucho menor que aquella debida a la atracción electrostática del núcleo. b) ¿Qué indica el signo \pm ?

73. Un protón sigue un patrón en espiral a través de gas en un campo magnético de 0.018 T, perpendicular al plano de la espiral, como se ilustra en la figura 27-54. En dos vueltas sucesivas, en los puntos P y Q, los radios son de 10.0 mm y 8.5 mm, respectivamente. Calcule el cambio en la energía cinética del protón conforme viaja de P a Q.

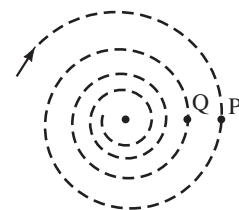


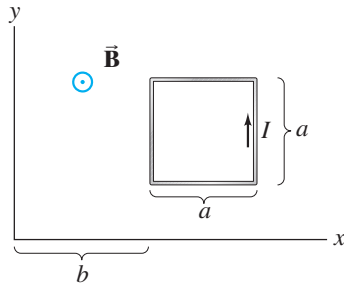
FIGURA 27-54 Problema 73.

74. La fuerza neta sobre una espira con corriente cuyo plano es perpendicular a un campo magnético uniforme es cero, puesto que se cancelan las contribuciones a la fuerza neta que vienen de lados opuestos de la espira. Sin embargo, si el campo varía en magnitud de un lado a otro de la espira, entonces puede generarse una fuerza neta sobre la espira. Considere una espira cuadrada con lados de longitud a , localizada de manera que un lado se encuentre en $x = b$ en el plano xy (figura 27-55). Un campo magnético está dirigido a lo largo del eje z , con una magnitud que varía con x de acuerdo a

$$B = B_0 \left(1 - \frac{x}{b} \right).$$

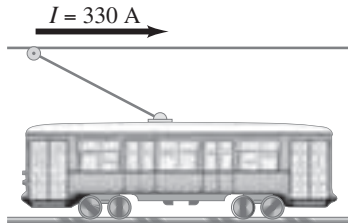
Si la corriente en la espira circula en sentido antihorario (esto es, el momento dipolar magnético de la espira es a lo largo del eje z), encuentre una expresión para la fuerza neta sobre la espira.

FIGURA 27-55
Problema 74.



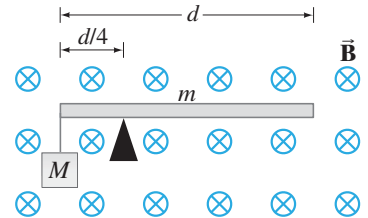
75. El cable de alimentación de un tranvía eléctrico (figura 27-56) conduce una corriente horizontal de 330 A hacia el este. El campo magnético de la Tierra tiene una intensidad de 5.0×10^{-5} T y forma un ángulo con respecto a la horizontal de 22° en esa región. Calcule la magnitud y dirección de la fuerza magnética sobre un tramo de 5.0 m de ese cable.

FIGURA 27-56
Problema 75.



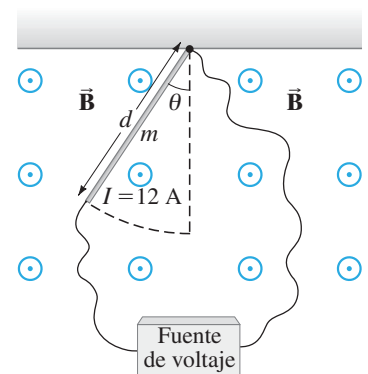
76. Una varilla conductora uniforme de longitud d y masa m descansa sobre un fulcro o punto de apoyo, el cual está localizado a una distancia $d/4$ del extremo izquierdo de la varilla. La varilla está inmersa en un campo magnético uniforme de magnitud B dirigido hacia la página (figura 27-57). Un objeto cuya masa M es 8.0 veces más grande que la masa de la varilla está colgado del extremo izquierdo de la varilla. ¿Qué corriente (en magnitud y dirección) debe fluir a través de la varilla para que se encuentre “balanceada” (es decir, para que esté en equilibrio en posición horizontal) sobre el fulcro? (No se muestran los alambres conectores flexibles, los cuales ejercen una fuerza insignificante sobre la varilla).

FIGURA 27-57
Problema 76.



77. En un aparato simple para medir la magnitud B de un campo magnético, una varilla conductora (de longitud $d = 1.0$ m y masa $m = 150$ g) cuelga de un pivote libre de fricción y está orientada de manera que su eje de rotación está alineado con la dirección del campo magnético que quiere medirse. Alambres flexibles delgados (los cuales ejercen una fuerza despreciable sobre la varilla) conducen una corriente $I = 12$ A, lo cual ocasiona que la varilla gire un ángulo θ con respecto a la vertical, posición en la cual permanece en reposo (figura 27-58). a) ¿La corriente fluye hacia arriba (hacia el pivote) o hacia abajo en la figura 27-58? b) Si $\theta = 13^\circ$, determine B . c) ¿Cuál es la magnitud más grande del campo magnético que puede medirse usando este aparato?

FIGURA 27-58
Problema 77.



Respuestas a los ejercicios

- A:** Cerca de los polos, donde las líneas de campo están más cerca entre sí.
B: En sentido antihorario.
C: b), c) y d).
D: 0.15 N.

- E:** b), c), d).
F: Negativo; la dirección de la trayectoria helicoidal puede invertirse (manteniéndose hacia la derecha).
G: d).