



GUÍA DE EJERCICIOS SOBRE LEYES DE NEWTON (Fuerzas Variables)

1. Una esfera de 830 g se pone sobre un resorte de longitud natural $l_o = 42 \text{ cm}$ y constante $k = 90 \text{ N/m}$. Encuentre cuanto es la deformación del resorte



2. Un bloque de 12 kg de masa se mantiene en reposo sobre un plano inclinado en 25° . Entre el bloque y el plano existe un coeficiente de roce estático $\mu = 0,35$ y el bloque es soportado por un resorte de constante $k = 83 \text{ N/m}$. Determine el estiramiento del resorte si el bloque está a punto de bajar.
3. Un cuerpo de 3,2 kg de masa esta suspendido de un resorte de constante $k = 313,6 \text{ N/m}$. Encuentre el estiramiento del resorte en los casos:



- a. Que se mantiene en reposo.
 - b. Se eleva con una velocidad constante de 2 m/s.
 - c. Baja con una velocidad constante de 5 m/s.
4. En un resorte de 20 cm de largo y constante $k = 80 \text{ N/m}$, se cuelga un cuerpo haciendo que el resorte se estire 5 cm.

Determine:

- a. La masa del cuerpo.
 - b. Si el resorte anterior, en su condición original, fuera comprimido por una fuerza de 10 N, cuál sería su largo final.
5. Un bloque de 40 kg de masa esta sobre una superficie horizontal con coeficientes de roce estático $\mu_e = 0,55$ y cinético $\mu_c = 0,40$. Sobre el bloque actúa una fuerza $\vec{F}(t) = (20 + 4t)\hat{i} \text{ N}$ cuando t se mide en s.
- a. Determinar el instante en que el bloque se comienza a mover.
 - b. Encuentre el valor de la fuerza de roce en $t_1 = 20 \text{ s}$ y $t_2 = 60 \text{ s}$
 - c. Determine la aceleración del bloque cuando se comienza a mover
 - d. ¿cuánto es el valor de la aceleración en $t = 60 \text{ s}$?

6. Una gotita de agua de masa $m = 0.1 \text{ g}$ cae desde una nube ubicada a una altura de $h = 70 \text{ m}$.
- Si cae libremente y sin considerar efectos de roce viscoso con el medio, determine el tiempo y la velocidad con que llega al suelo.
 - Considere ahora que la gotita cae en un medio viscoso con una fuerza proporcional a la velocidad. Se ha medido que la constante de proporcionalidad es $k = 3.27 \times 10^{-4} \text{ kg/s}$. Determinar la velocidad con que llega la gotita al suelo.
7. Un paracaidista de masa 75 kg salta desde un helicóptero que se encuentra suspendido en el aire alcanzando una velocidad límite de 40 m/s . ¿Cuál es la fuerza de resistencia sobre el paracaidista cuando su rapidez es 40 m/s y 30 m/s ?
8. Un paracaidista de masa 64 kg alcanza una velocidad límite de 15 km/h con sus brazos y piernas extendidos.
- ¿Cuál es el módulo de la fuerza de roce sobre el paracaidista?
 - Si la fuerza de roce es proporcional al cuadrado de la velocidad bv^2 , determine el valor de b .
9. Un bloque de 5 kg se ubica sobre una superficie horizontal. Los coeficientes de roce estático y cinético entre el bloque y la superficie valen $0,5$ y $0,2$ respectivamente. Se aplica una fuerza variable en función del tiempo, de la forma:
- $$\vec{F}(t) = 1 + 2t^2 \text{ N}$$
- Determinar, si el bloque se mueve en $t = 3 \text{ s}$.
 - Calcular en qué tiempo el bloque está a punto de moverse.
 - ¿Qué aceleración adquiere el bloque cuando han transcurrido 4 s después de aplicada la fuerza?
10. Una piedra de masa $m = 10 \text{ kg}$ se deja caer de gran altura ($g = 10 \text{ m/s}^2$). Considere que la resistencia del aire (fuerza de arrastre) está descrita por la fuerza $F_{\text{arrastre}} = \alpha v^2 \text{ N}$, donde $\alpha = 0.3 \text{ kg/m}$ es una constante (en general depende de la forma del objeto y la densidad del aire) y v es el módulo de la velocidad de la piedra. Calcule la velocidad límite, es decir la velocidad máxima que alcanza la piedra en su caída.
11. Sobre un cajón de 4 kg de masa ubicado en reposo sobre una superficie horizontal como muestra la figura comienza a actuar una fuerza variable dependiente del tiempo $\vec{F}(t) = 3 + 2t \text{ N}$, donde el tiempo t se mide en segundos. Los coeficientes de roce estático y cinético entre el bloque y la superficie valen 0.4 y 0.2 respectivamente.

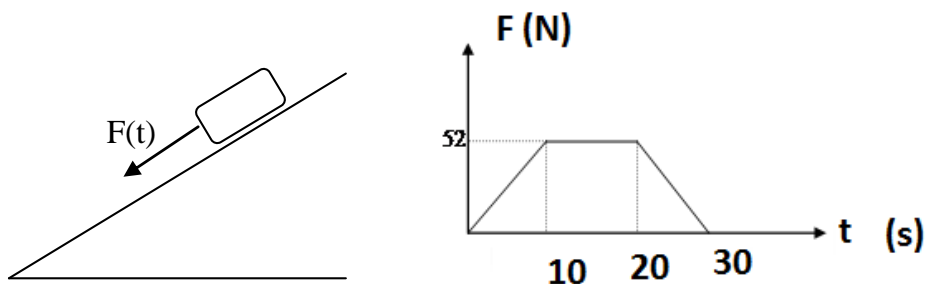


- ¿Cuánto vale la fuerza de roce estático máxima?
- Dibuje el diagrama de cuerpo libre del cajón en el instante $t = 2 \text{ s}$ e indique los valores de los módulos de cada una de las fuerzas que actúan sobre el cajón.
- ¿A partir de qué instante de tiempo el cajón está en movimiento?

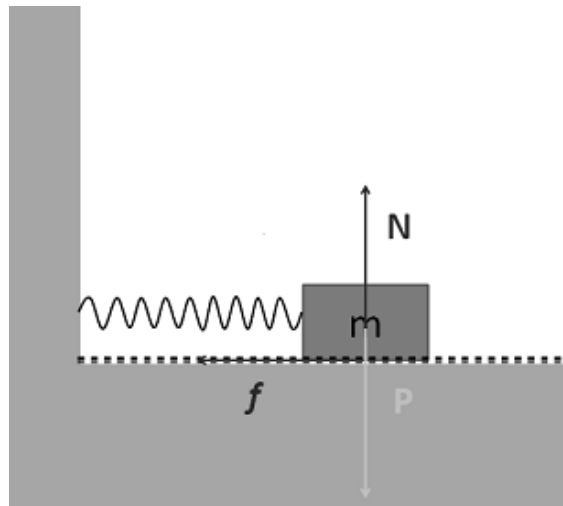
- d. ¿Cuánto vale la aceleración del cajón en que instante que inicia su movimiento?
12. El bloque de la figura, de masa $m=10\text{ kg}$, se encuentra en reposo sobre el plano que presenta un ángulo de 30° respecto a la horizontal. Si el bloque se encuentra a punto de deslizarse hacia abajo, encuentre la elongación que presenta el resorte sabiendo que: el coeficiente de roce estático entre el plano y el bloque es 0.25 , la constante de restitución del resorte es 1000 N/m . ¿Cuanto es la elongación si el bloque está a punto de moverse hacia arriba del plano?



13. (*) Un bloque de masa $m=10\text{ kg}$, se encuentra inicialmente en reposo sobre un plano inclinado, con ángulo de inclinación $\theta = 30^\circ$, en el tiempo $t=0\text{ s}$ se aplica una fuerza $F(t)$ variable paralela al plano inclinado (ver figura), esta fuerza se describe por medio de la figura F versus t . Los coeficientes de roce entre las superficies son $\mu_e = 0.8$ y $\mu_c = 0.5$ (considere $g=10\text{ m/s}^2$).
- Escriba en forma analítica la función $F(t)$
 - Determine el valor de la fricción máxima
 - ¿En qué instante de tiempo el bloque está a punto de moverse?
 - ¿Cuál es la aceleración del bloque entre los 10 y 20 s ?
 - ¿Se detiene el bloque, si se deja de aplicar la fuerza F en $t>30\text{ s}$? Fundamente su respuesta.



14. (*) En la figura se muestra un bloque de masa $m = 0.5\text{ kg}$ atado a un resorte de constante elástica $k = 30\text{ N/m}$. Entre la superficie y el bloque existe roce tal que los coeficientes de roce estático y cinético son $\mu_e = 0.35$ y $\mu_c = 0.25$ respectivamente. Considere el sentido positivo hacia la derecha y el punto de equilibrio como $x = 0\text{ m}$.

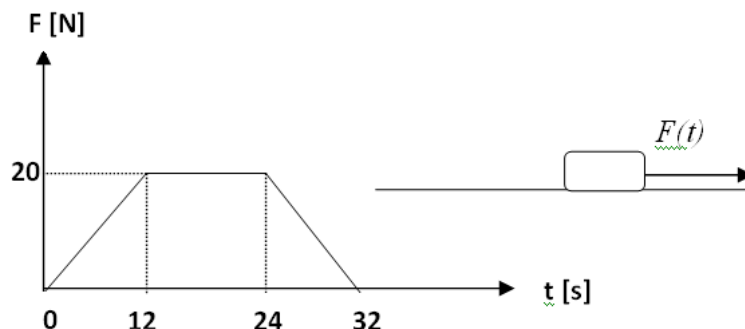


- Realice el diagrama de cuerpo libre para el estado de equilibrio estático en $x > 0$.
- Realice el diagrama de cuerpo libre para $x < 0$ cuando el bloque se mueve hacia la izquierda.
- ¿Cuál es la máxima distancia respecto del punto de equilibrio que puede alcanzar el bloque en estado de equilibrio estático?
- Calcule la aceleración cuando el bloque se suelta desde el reposo en $x = 0.05, 0.1, 0.15$ y 0.2 m.

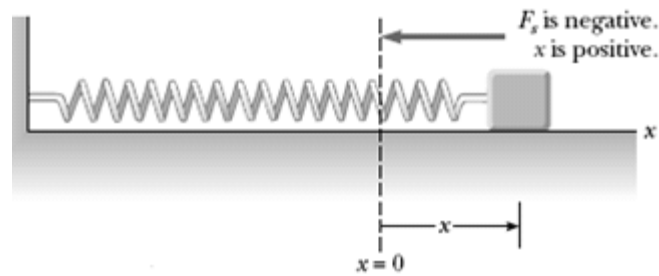
15. (*) Suponga que sobre una partícula de 2 kg de masa que se encuentra en reposo comienza a actuar una fuerza resultante (fuerza neta) variable dependiente de la velocidad

$$F(v) = \begin{cases} 30 - N & 0 \leq v \leq 10 \text{ m/s} \\ 60 - 3v & v \geq 10 \text{ m/s} \end{cases}$$

- Represente en un gráfico la fuerza $F(v)$ que actúa sobre la partícula.
 - ¿Cuál es la aceleración de la partícula?
 - Calcule la velocidad límite.
16. (**) Un bloque de masa $m=5$ kg, se encuentra inicialmente en reposo sobre un plano horizontal. En el tiempo $t=0$ s se aplica una fuerza $F(t)$, paralela al plano inclinado, que varía según el gráfico mostrado en la figura. Los coeficientes de roce entre las superficies son $\mu_e = 0.3$ y $\mu_c = 0.2$.
- Escriba en forma analítica la función $F(t)$
 - Determine el valor de la fricción máxima
 - ¿En qué instante de tiempo el bloque está a punto de moverse?
 - ¿Cuál es la aceleración del bloque entre los 12 y 24 s?



17. (**) Considere un bloque de masa $m=10\text{ kg}$ que está unida a un resorte (oscilador armónico). La posición del bloque en función del tiempo está descrita por la siguiente expresión $x(t) = \cos(\omega t)\text{ m}$, donde $\omega = 2\text{ rad/s}$, t se mide en segundos, $x(t)$ corresponde a la elongación del resorte en el instante t . Encuentre una expresión analítica para la fuerza que ejerce el resorte sobre el bloque en función del tiempo (fuerza de restitución elástica), desprecie el roce entre las superficies.



Ayuda: calcule la velocidad y la aceleración del bloque usando el concepto de límite. Para calcular estos límites use las siguientes relaciones

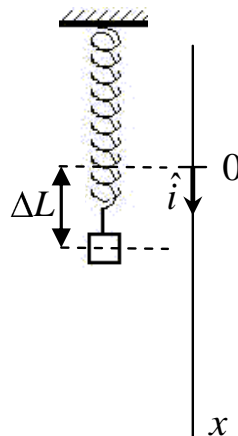
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\sin(\omega \Delta t) \approx \omega \Delta t \text{ para } \omega \Delta t \ll 1$$

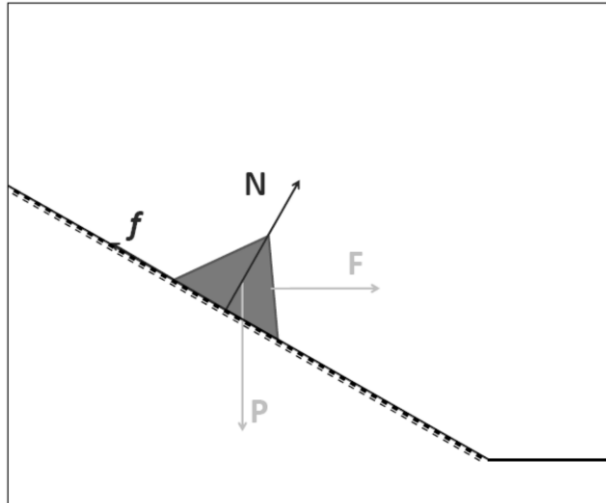
$$\cos(\omega \Delta t) \approx 1 \text{ para } \omega \Delta t \ll 1$$

18. (**) Un pequeño bloque de 0.2 kg de masa cuelga en reposo (equilibrio) del extremo de un resorte de constante $k = 14\text{ N/m}$ como muestra la figura.



- Dibuje el diagrama de cuerpo libre del bloque en su posición estando éste la posición de equilibrio ($x = 0$).
- ¿Cuánto vale el estiramiento ΔL del resorte medido con respecto a su largo natural (sin estar estirado)?
- Dibuje el diagrama de cuerpo libre del bloque para una posición x (estando el resorte estirado una longitud $x \neq 0$).
- Determine la aceleración del bloque.

19. (**) La figura muestra un bloque de masa 40 kg ubicado en un plano inclinado 15° sobre la horizontal. Sobre el bloque actúan cuatro fuerzas. Los coeficientes de roce estático y cinético son $\mu_e = 0.3$ y $\mu_c = 0.25$ respectivamente. Inicialmente el bloque se encuentra en reposo y el módulo de la fuerza \vec{F} es una función del tiempo $F = 1 + 4t\text{ N}$.



- Realice el diagrama de cuerpo libre.
 - Calcule el tiempo en el cuál el cuerpo comenzará a moverse.
 - Calcule la aceleración en función del tiempo pasado el tiempo calculado en b.
 - Calcule el tiempo en el que la normal será cero.
20. (**) Sobre un avión viajando en línea recta se aplica la siguiente fuerza neta en newton:

$$\vec{F}_N = F_p - cv \hat{i},$$

donde F_p es la fuerza total generada por dos propulsores idénticos, c la constante de roce viscoso, y v el módulo de la velocidad. La masa del avión es $m = 10000\text{ kg}$ y F_p máxima es de 500000 N .

- Calcule el coeficiente de roce viscoso si la velocidad máxima que puede alcanzar el avión tiene un módulo de 2200 km/hora .
- En un día de lluvia $c = 1200\text{ N s/m}$, calcule el módulo de la velocidad máxima del avión.
- Si uno de propulsores no funciona, calcule el módulo de la velocidad máxima del avión.
- Encuentre la aceleración del avión cuando los propulsores funcionan al 50% de su capacidad máxima y v es 600 , 1100 y 1600 km/hora (considere el valor de c encontrado en a).

(*) Dificultad regular, (**) Dificultad mayor.

Respuestas a los Problemas

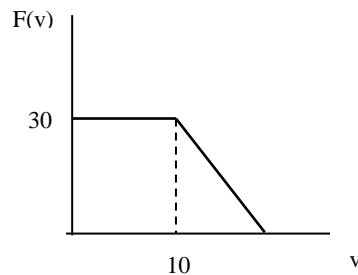
1. se comprime 0.09 m
2. 0,15 m
3. $x = 0,1$ m, en todos los casos
4. a) 408 g b) 7,5 cm
5. a) En $t = 48,9$ (s), b) $f_1 = f_{\text{estático}} = 100$ N, $f_2 = f_{\text{cinético}} = 156,8$ N c) $1,47 \text{ m/s}^2$ d) $2,58 \text{ m/s}^2$
6. a) $v = 37 \text{ m/s} \approx 130 \text{ km/h}$. b) $v = 3 \text{ m/s} \approx 11 \text{ km/h}$
7. 735 N y 551,25 N
8. 627.2 N, 36 kg/m
9. a) No se mueve, b) En $t = 3,43 \text{ s}$, c) $4,64 \text{ m/s}^2$
10. $v = 18.2 \text{ m/s}$.
11. a) 15,68 N; b) $F(2) = 7 \text{ N}$; $f_e = 7 \text{ N}$; $mg = 39.2 \text{ N}$; $N = 39.2 \text{ N}$; c) 6.34 s d) 1.96 m/s^2
12. $\Delta x = 2.8 \text{ cm}$, $\Delta x = 7.0 \text{ cm}$.
- 13.

$$F(t) = \begin{cases} 5.2t & 0 < t < 10 \\ 52 & 10 < t < 20 \\ -5.2t + 156 & 20 < t < 30 \\ 0 & t > 30 \end{cases}$$

$$f_{\text{máx}} = 69.28 \text{ N}, t = 3.7 \text{ s}, a(t) = 5.87 \text{ m/s}^2, \text{ No}$$

14. $d_{\text{máx}} = 5.72 \text{ cm}$ y $a = 0, -3.55, -6.55 \text{ y } -9.55 \text{ m/s}^2$.

15.



$$a(v) = \begin{cases} 15 \text{ m/s}^2 & 0 \leq v \leq 10 \text{ m/s} \\ 30 - 1.5v \text{ m/s}^2 & v \geq 10 \text{ m/s} \end{cases}$$

$$20 \text{ m/s}$$

16.

$$F(t) = \begin{cases} 1.6t & 0 < t < 12 \\ 20 & 12 < t < 24 \\ -2.5t + 80 & 24 < t < 32 \\ 0 & t > 32 \end{cases}$$

$$f_{\max} = 14.7 N, t = 8.82 \text{ s}, a = 2.04 \text{ m/s}^2.$$

17. $F(t) = -40 \cos(2t) \text{ N}.$

18. b) 0.14 m ; d) $a(x) = 9.8 - 70x \text{ m/s}^2$

19. $t_{\text{partida}} = 2.66 \text{ s}, a = 19.6 + 10.3t \text{ cm/s}^2, t_{N=0} = 365.5 \text{ s}.$

20. $c = 818.2 \text{ Ns/m}, v = 1500 \text{ km/h}, v = 1100 \text{ km/h}, a = 11.36, 0 \text{ y } -11.36 \text{ m/s}^2$