Este peine adquirió una carga eléctrica estática, ya sea al pasarlo por el cabello o al frotarlo con tela o una toalla de papel. La carga eléctrica del peine induce una polarización (separación de cargas) en pedacitos de papel, de tal manera que los atrae.

Nuestra introducción a la electricidad en este capítulo incluye conductores y aislantes, así como la ley de Coulomb, que relaciona la fuerza entre dos cargas puntuales como función de la distancia de separación entre ellas. También se presenta el importante concepto de campo eléctrico.

CAPÍTULO 21

Carga eléctrica y campo eléctrico

PREGUNTA DE INICIO DE CAPÍTULO ¡Adivine ahora!

Dos esferas pequeñas idénticas tienen la misma carga eléctrica. Si la carga eléctrica en cada una de ellas se duplica y la separación entre ellas también se duplica, la fuerza que cada una ejerce sobre la otra será

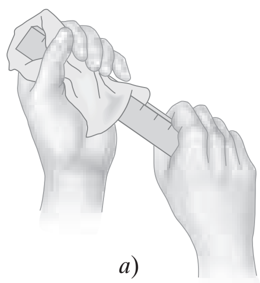
a) la mitad.
b) el doble.
c) cuatro veces mayor.
d) cuatro veces menor.
e) la misma.

La palabra "electricidad" quizás evoque la imagen de tecnología moderna compleja: luces, motores, electrónica y computadoras. Pero en realidad, la fuerza eléctrica desempeña un papel aun más profundo en nuestras vidas. De acuerdo con la teoría atómica, las fuerzas eléctricas entre átomos y moléculas son las responsables de mantenerlos unidos para formar líquidos y sólidos, además de que las fuerzas eléctricas también están implicadas en los procesos metabólicos que ocurren en el interior de nuestros cuerpos. Muchas de las fuerzas que hemos estudiado hasta este momento, tales como la fuerza elástica, la fuerza normal, la fricción y otras de contacto (para empujar o tirar), se consideran el resultado de fuerzas eléctricas que actúan a nivel atómico. La gravedad, por otro lado, se considera una fuerza aparte.†

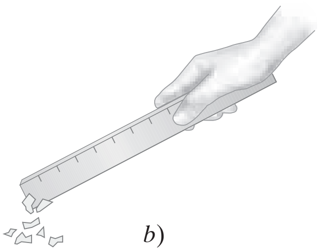
†Como se mencionó en la sección 6-7, los físicos en el siglo XX han reconocido cuatro fuerzas fundamentales diferentes en la naturaleza: 1. la fuerza gravitacional, 2. la fuerza electromagnética (veremos más adelante que las fuerzas eléctrica y magnética están íntimamente relacionadas), 3. la fuerza nuclear fuerte y 4. la fuerza nuclear débil. Las dos últimas fuerzas operan a nivel del núcleo dentro del átomo. Teorías recientes han combinado la fuerza electromagnética con la fuerza nuclear débil, así que ahora se considera que tienen un origen común, conocido como la fuerza electrodébil. Estudiaremos tales fuerzas en capítulos posteriores.

CONTENIDO

Los primeros estudios sobre la electricidad datan de tiempos remotos; sin embargo, la electricidad se ha estudiado en detalle sólo durante los últimos dos siglos. Analizaremos el desarrollo de las ideas sobre la electricidad, incluyendo aparatos prácticos, así como su relación con el magnetismo, en los siguientes 11 capítulos.



a)



b)

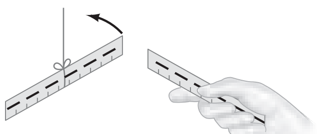
FIGURA 21–1 *a*) Frote una regla de plástico y *b*) acérquela a algunos pedacitos de papel.

21–1 Electrostática; carga eléctrica y su conservación

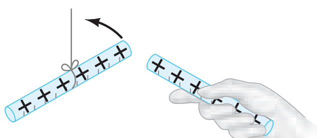
La palabra *electricidad* proviene de la palabra griega *elektron*, que significa "ámbar". El ámbar es una resina de árbol petrificada; los antiguos sabían que si frotaban un pedazo de ámbar con una tela, el ámbar atraería hojas pequeñas o polvo. Una pieza de goma o de caucho rígida, una varilla de vidrio o una regla de plástico frotada contra una tela también presentan este "efecto ámbar", o **electrostática**, como lo llamamos hoy. En efecto, usted puede levantar pequeños pedacitos de papel con un peine de plástico o una regla que se ha frotado vigorosamente con una toalla de papel. Véase la fotografía en la página anterior y la figura 21-1. Quizás usted ha experimentado efectos electrostáticos cuando peina su cabello o cuando toma una camisa o una blusa sintética de una secadora de ropa. Es probable que haya sentido una descarga al tocar la perilla de metal de una puerta, después de deslizarse sobre el asiento de un auto o al caminar sobre una alfombra de nylon. En cualquier caso, un objeto queda "cargado" como resultado de haberlo frotado, por lo que se dice que posee una **carga eléctrica** neta.

¿Son todas las cargas eléctricas iguales o hay más de un tipo de carga? De hecho, hay *dos* tipos de cargas eléctricas, como lo demuestra el siguiente experimento sencillo. Una regla de plástico suspendida de un hilo se frota vigorosamente con una tela para cargarla. Cuando se le acerca una segunda regla de plástico, que ha sido cargada de la misma manera, se encuentra que las reglas se *repelen* entre sí. Lo anterior se ilustra en la figura 21-2a. De la misma forma, si una varilla de vidrio frotada se acerca a una segunda varilla de vidrio cargada, de nuevo se observará que actúa una fuerza de repulsión (figura 21-2b). Sin embargo, si se acerca la varilla de vidrio cargada a la regla de plástico cargada, se encuentra que se *atraen* una a la otra (figura 21-2c). La carga en la varilla de vidrio debe entonces ser diferente de la carga en la regla de plástico. De hecho, se encuentra experimentalmente que todos los objetos cargados caen en una de dos categorías: o son atraídos por el plástico y repelidos por el vidrio, o son repelidos por el plástico y atraídos por el vidrio. Así que parece que hay dos (y sólo dos) tipos de carga eléctrica. Cada tipo de carga repele al mismo tipo de carga, pero atrae al tipo opuesto. Esto es, **cargas iguales se repelen, pero cargas opuestas se atraen**.

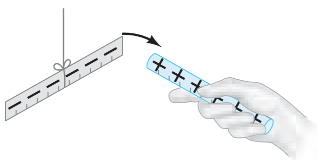
FIGURA 21–2 Cargas iguales se repelen; cargas distintas se atraen. (Observe el código de color: representaremos con color gris los objetos con carga eléctrica negativa y con color naranja los objetos con carga positiva, cuando queramos poner énfasis en lo anterior. Usamos estos colores en especial para cargas puntuales, aunque no siempre para objetos reales).



a) Dos reglas de plástico cargadas se repelen



b) Dos varillas de vidrio cargadas se repelen



c) Una varilla de vidrio cargada atrae a una regla de plástico cargada

El estadista, filósofo y científico estadounidense Benjamin Franklin (1706-1790) utilizó los términos *positivo* y *negativo* para designar los dos tipos de carga eléctrica. La elección de qué nombre se asignó a qué tipo de carga fue arbitraria. Franklin eligió asignar la carga positiva a la varilla de vidrio frotada, así que la carga en la regla de plástico frotada (o ámbar) se llama carga negativa. En la actualidad aún usamos esa convención.

Franklin argumentó que, siempre que se produce una cierta cantidad de carga en un objeto, se produce una cantidad igual del tipo opuesto de carga en otro objeto. Las cargas positiva y negativa se tratan *algebraicamente*, así que, durante cualquier proceso, la carga neta en la cantidad de carga producida es igual a cero. Por ejemplo, cuando se frota una regla de plástico con una toalla de papel, el plástico adquiere una carga negativa y la toalla una cantidad equivalente de carga positiva. Las cargas están separadas; sin embargo, la suma de las dos es cero.

El anterior es un ejemplo de una ley que ahora está bien establecida: la **ley de conservación de la carga eléctrica**, que establece que

LEY DE CONSERVACIÓN DE LA CARGA ELÉCTRICA

la cantidad neta de carga eléctrica producida en cualquier proceso es cero

o, dicho de otra manera,

no se puede crear o destruir una carga eléctrica neta.

Si un objeto (o una región del espacio) adquiere una carga positiva, entonces una cantidad igual de carga eléctrica negativa se hallará en regiones u objetos cercanos. Nunca se han encontrado violaciones a esta ley de conservación, que está tan firmemente establecida como las leyes de conservación de energía y de conservación de la cantidad de movimiento.

21–2 Carga eléctrica en el átomo

En el siglo pasado quedó claro que un entendimiento cabal de la electricidad se origina dentro del átomo mismo. En capítulos posteriores discutiremos con mayor detalle la estructura atómica y las ideas que condujeron a nuestra visión actual del átomo. Sin embargo, el hecho de explicar brevemente este asunto ahora ayudará a nuestra comprensión de la electricidad.

Un modelo simplificado del átomo lo representa compuesto por un núcleo cargado positivamente, pequeño pero pesado, rodeado por uno o más electrones con carga negativa (figura 21-3). El núcleo contiene protones, los cuales están cargados positivamente, y neutrones, que no poseen carga eléctrica neta. Todos los protones y los electrones tienen exactamente la misma magnitud de carga eléctrica, aunque con signos opuestos. De aquí que los átomos neutros, sin una carga neta, contienen igual número de protones que de electrones. En ocasiones, un átomo puede perder uno o más de sus electrones o ganar electrones adicionales; en tal caso, su carga es neta positiva o negativa, respectivamente, y entonces se le conoce como **ion**.

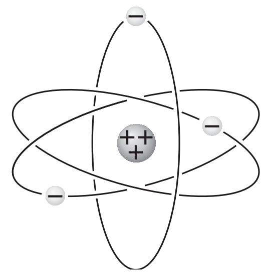


FIGURA 21–3 Modelo simple del átomo.

En materiales sólidos, el núcleo tiende a permanecer cerca de posiciones fijas, mientras que algunos de los electrones pueden moverse bastante libremente. Cuando un objeto es *neutro*, contiene cantidades iguales de carga eléctrica positiva y negativa. El hecho de cargar un objeto sólido por frotamiento puede explicarse mediante la transferencia de electrones de un objeto a otro. Cuando una regla de plástico queda cargada negativamente después de frotarla con una toalla de papel, la transferencia de electrones de la toalla al plástico deja la toalla con una carga positiva igual en magnitud a la carga negativa que adquirió el plástico. En los líquidos o los gases, los núcleos o los iones pueden moverse al igual que los electrones.

Normalmente, cuando se cargan objetos por frotamiento, mantienen su carga sólo por un tiempo limitado y tarde o temprano regresan a su estado neutro. ¿A dónde se va la carga? Por lo general, la carga "se fuga" hacia moléculas de agua en el aire. Lo anterior ocurre porque la molécula del agua es una molécula **polar** —esto es, a pesar de que es una molécula neutra, su carga no se distribuye de manera uniforme (figura 21-4). Así que los electrones extra sobre una regla de plástico cargada, por ejemplo, "se fugan" hacia el aire porque son atraídos por el extremo positivo de las moléculas de agua. Por otro lado, el objeto con carga positiva puede neutralizarse mediante la transferencia de electrones débilmente sujetos desde moléculas de agua en el aire. En días secos, se nota mucho más la electrostática, puesto que el aire contiene menos moléculas de agua que permiten la neutralización de cargas. En cambio, en días húmedos o lluviosos es difícil conseguir que un objeto mantenga una carga neta por mucho tiempo.

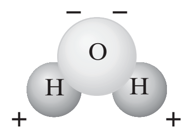


FIGURA 21–4 Diagrama de la molécula de agua. Como tiene cargas opuestas en los extremos, se le llama molécula "polar".

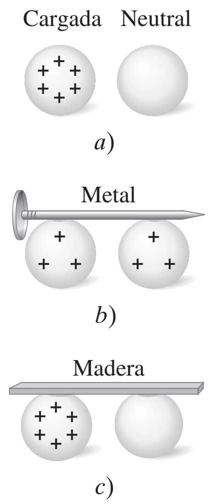
21–3 Aislantes y conductores

Suponga que tenemos dos esferas de metal, una muy cargada y la otra eléctricamente neutra (figura 21-5a). Si colocamos un objeto de metal, como un clavo, de manera que toque ambas esferas (figura 21-5b), la esfera que estaba sin carga se cargará de forma rápida. Si, en cambio, hubiéramos conectado las dos esferas con una varilla de madera o una pieza de caucho (figura 21-5c), la esfera sin carga no se habría cargado de manera apreciable. Los materiales como el clavo de hierro se llaman **conductores** de la electricidad, mientras que la madera o el caucho son **no conductores** o **aislantes**.

En general, los metales son buenos conductores, en tanto la mayoría de los materiales son aislantes (aun los materiales aislantes conducen electricidad muy ligeramente). Casi todos los materiales naturales caen en una u otra de estas dos categorías tan distintas. Sin embargo, algunos materiales (como el silicio o el germanio) caen en una categoría intermedia conocida como **semiconductores**.

Desde el punto de vista atómico, los electrones en un material aislante están ligados al núcleo de manera muy fuerte. Por otro lado, en un buen conductor, algunos de los electrones están ligados muy débilmente y pueden moverse en forma más o menos libre dentro del material (aunque no pueden *abandonar* el objeto fácilmente), por lo que se les conoce como *electrones libres* o *electrones de conducción*. Cuando un cuerpo cargado de forma positiva se acerca o toca un material conductor, los electrones libres del conductor son atraídos por este objeto cargado positivamente y se mueven muy rápido hacia él. Por otro lado, cuando un objeto cargado negativamente se acerca a un material conductor, los electrones libres se mueven de manera rápida alejándose del objeto cargado. En un semiconductor hay muchos menos electrones libres, mientras que en un aislante casi no hay electrones libres.

FIGURA 21–5 *a*) Una esfera de metal cargada y una esfera de metal neutra. *b*) Las dos esferas conectadas por un conductor (un clavo de metal), que conduce carga de una esfera a la otra. *c*) Las dos esferas originales conectadas mediante un aislante (madera). Prácticamente no se conduce ninguna carga.



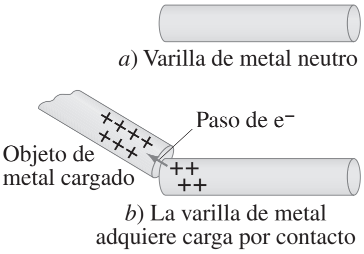


FIGURA 21–6 Una varilla de metal neutra en *a*) adquirirá una carga positiva, si se pone en contacto *b*) con un objeto de metal cargado positivamente. (Los electrones se mueven como indica la flecha.) A lo anterior se le llama carga por conducción.

21–4 Carga eléctrica inducida; el electroscopio

Suponga que un objeto de metal cargado positivamente se acerca a un objeto de metal sin carga. Si ambos objetos se tocan, los electrones libres en el objeto neutro son atraídos por el objeto positivo y algunos pasarán hacia él (figura 21-6). Puesto que el segundo objeto, que era originalmente neutro, ahora carece de algunos de sus electrones negativos, tendrá una carga neta positiva. Este proceso se conoce como "carga por inducción" o "por contacto", y los dos objetos terminan con cargas del mismo signo.

Ahora suponga que un objeto cargado positivamente se acerca a una varilla de metal neutra, pero no la toca. Aunque los electrones libres de la varilla de metal no abandonan la varilla, se mueven dentro del metal hacia la carga externa positiva, dejando una carga positiva en el extremo opuesto de la varilla (figura 21-7). Se dice que se *indujo* una carga en los dos extremos de la varilla de metal. No se ha creado ninguna carga neta dentro de la varilla, las cargas sólo se han *separado.* La carga neta en la varilla de metal sigue siendo cero. Sin embargo, si el metal se separa en dos partes tendríamos dos objetos cargados: uno positivamente y el otro negativamente.

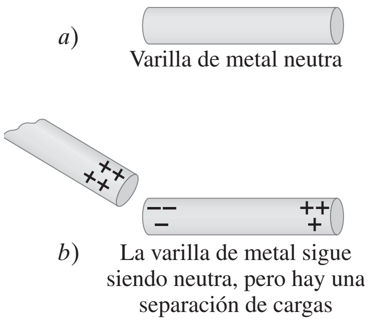


FIGURA 21–7 Carga por inducción.

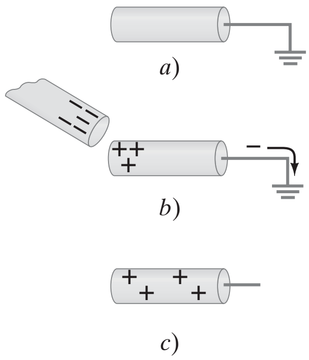


FIGURA 21–8 Carga inducida en un objeto conectado a tierra.

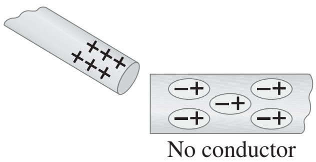
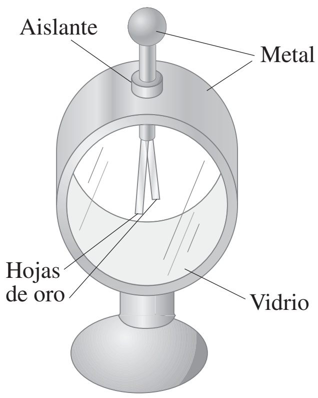


FIGURA 21–9 Un objeto cargado que se acerca a un material aislante produce una separación de cargas dentro de las moléculas del aislante.

FIGURA 21–10 Electroscopio.



Otra manera de inducir una carga neta en un objeto de metal consiste en conectarlo con un alambre conductor hacia tierra (o un tubo conductor que haga tierra), como se muestra en la figura 21-8a (el símbolo ⏚ significa conectado a "tierra"). Se dice entonces que el objeto está conectado a tierra. La Tierra, como es tan grande y es conductora, fácilmente acepta o cede electrones; así que actúa como un reservorio de carga. Si un objeto cargado —negativamente esta vez— se acerca al objeto metálico, los electrones libres en el metal serán repelidos y muchos de ellos se moverán por el alambre hasta la tierra (figura 21-8b). Lo anterior deja al metal cargado positivamente. Si ahora se corta el alambre, el objeto de metal tendrá una carga positiva inducida en él (figura 21-8c). Si el alambre se corta después de que se aleja el objeto cargado negativamente, todos los electrones habrían vuelto hacia el objeto de metal y éste sería neutro.

También se puede producir una separación de carga en materiales aislantes. Si usted acerca un objeto cargado positivamente a un material aislante neutro, como se indica en la figura 21-9, casi ningún electrón se puede mover con libertad dentro del aislante. Sin embargo, los electrones pueden moverse ligeramente dentro de sus respectivos átomos o moléculas. Cada óvalo de la figura 21-9 representa una molécula (no está a escala); los electrones cargados negativamente, atraídos hacia la carga externa positiva, tienden a moverse en esta dirección dentro de sus moléculas. Como las cargas negativas en el material aislante están más cerca de la carga externa positiva, el material aislante, como un todo, es atraído hacia la carga externa positiva (véase la fotografía al inicio del capítulo, página 559).

Un **electroscopio** es un aparato que puede usarse para detectar carga. Como se muestra en la figura 21-10, dentro de un recipiente hay dos hojas de metal móviles, por lo general de oro, conectadas a una perilla de metal en el exterior. (En ocasiones sólo una hoja es movible.) Si se acerca un objeto cargado positivamente a la perilla, se inducirá una separación de cargas: los electrones son atraídos hacia la perilla, dejando las hojas cargadas positivamente (figura 21-11a). Las dos hojas se repelen entre sí, como se muestra, porque ambas están cargadas positivamente. Por otro lado, si ahora la perilla se carga por conducción (por contacto), todo el aparato adquiere una carga neta, como se representa en la figura 21-11b. En cualquier caso, cuanto mayor sea la cantidad de carga, mayor será la separación entre las hojas.

Observe que no se puede conocer el signo de las cargas de esta manera, pues cargas negativas harán que las hojas se separen tanto como provocaría la misma cantidad de cargas positivas; en cualquier caso, las dos hojas se repelen entre sí. Sin embargo, un electroscopio puede utilizarse para determinar el signo de las cargas si primero se carga por conducción, digamos negativamente, como se muestra en la figura 21-12a. Si se acerca ahora un objeto con carga negativa, como en la figura 21-12b, se inducen más electrones a moverse hacia las hojas y éstas se separarán aún más. Si, en cambio, se acerca un objeto con carga positiva, los electrones inducidos fluirán hacia la perilla, dejando las hojas con menos carga negativa, por lo que su separación se reduce (figura 21-12c).

El electroscopio se usó en los primeros estudios de electricidad. El mismo principio, apoyado por la electrónica, se utiliza en **electrómetros** modernos mucho más sensibles.

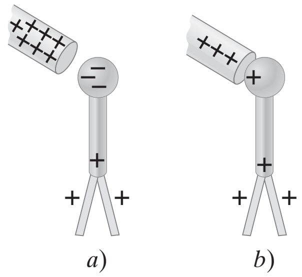
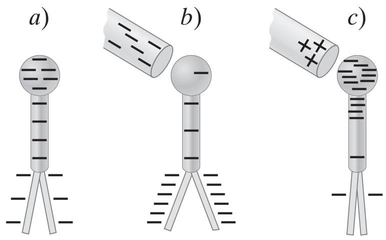


FIGURA 21–11 Electroscopio cargado: *a*) por inducción, *b*) por conducción.

FIGURA 21–12 Un electroscopio previamente cargado puede utilizarse para determinar el signo de la carga de un objeto cargado.



21–5 La ley de Coulomb

Hemos visto que una carga eléctrica ejerce una fuerza de atracción o repulsión sobre otras cargas eléctricas. ¿Qué factores determinan la magnitud de esta fuerza? Para encontrar la respuesta, el físico francés Charles Coulomb (1736-1806) investigó las fuerzas eléctricas en la década de 1780 usando una balanza de torsión (figura 21-13) muy parecida a la que utilizó Cavendish en sus estudios de la fuerza gravitacional (capítulo 6).

En el tiempo de Coulomb no había instrumentos precisos para medir cargas eléctricas. Sin embargo, Coulomb fue capaz de preparar pequeñas esferas con diferentes magnitudes de carga en las que se conocía el *cociente* de las cargas.† Aunque tuvo algunos problemas con las cargas inducidas, Coulomb logró argumentar que la fuerza que ejerce un pequeño objeto cargado sobre un segundo objeto pequeño cargado es directamente proporcional a la carga en cada uno de ellos. Esto es, si la carga en alguno de los objetos se duplica, la fuerza se duplica y si la carga en ambos objetos se duplica, entonces la fuerza aumenta a cuatro veces el valor original. Éste era el caso cuando la distancia entre las dos cargas permanecía constante. Coulomb encontró que, si la distancia entre las cargas aumentaba, la fuerza disminuía con el *cuadrado de la distancia* entre ellas. Esto es, si la distancia se aumenta al doble, la fuerza disminuye a un cuarto de su valor original. Así, Coulomb concluyó que la fuerza que un pequeño objeto cargado ejerce sobre otro pequeño objeto cargado es proporcional al producto de la magnitud de la carga en un objeto, Q_1, por la magnitud de la carga en el segundo objeto, Q_2, e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia r entre ellos (figura 21-14). Como ecuación, escribimos la **ley de Coulomb** como

$$F = k\frac{Q_1 Q_2}{r^2}, \qquad \text{[magnitudes]} \qquad \textbf{(21–1)}$$

LEY DE COULOMB

donde k es una constante de proporcionalidad.‡

FIGURA 21–13 Coulomb usó una balanza de torsión para investigar cómo varía la fuerza eléctrica como función de la magnitud de las cargas y de la distancia entre ellas. Cuando se coloca una esfera externa cargada cerca de la esfera cargada unida a la barra suspendida, la barra gira ligeramente. La fibra que sostiene la barra resiste el movimiento de torsión, de manera que el ángulo de giro es proporcional a la fuerza eléctrica.

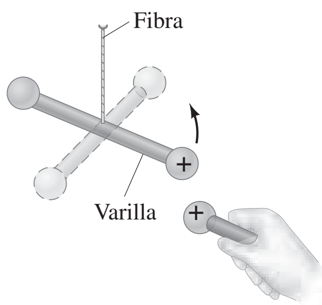
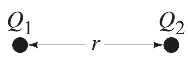


FIGURA 21–14 La ley de Coulomb (ecuación 21-1) permite determinar la fuerza entre dos cargas puntuales, Q_1 y Q_2, separadas una distancia r.



†Coulomb dedujo que si una esfera conductora cargada se ponía en contacto con una esfera idéntica neutra, la carga de la primera se repartiría en partes iguales debido a la simetría. Encontró una manera de producir cargas iguales a $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}$, y así sucesivamente de la carga original.

‡La validez de la ley de Coulomb se apoya en mediciones precisas que son mucho más complejas que el experimento original de Coulomb. Se ha demostrado que el exponente 2 en la ley de Coulomb es exacto en 1 parte en 10^{16} [esto es, $2 \pm (1 \times 10^{-16})$].

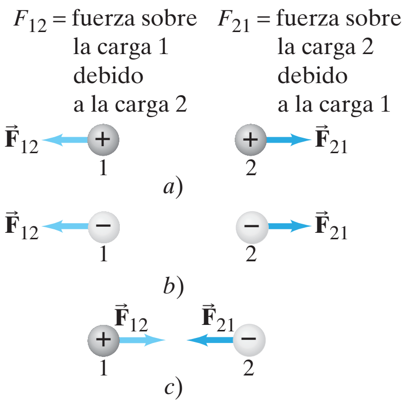


FIGURA 21–15 La dirección de la fuerza electrostática que una carga puntual ejerce sobre otra siempre es a lo largo de la línea que une las cargas; el sentido de la fuerza depende de si las cargas tienen el mismo signo, como en *a*) y en *b*), o de si tienen signos contrarios como en c).

Como acabamos de ver, la ley de Coulomb,

$$F = k\frac{Q_1 Q_2}{r^2}, \qquad \text{[magnitudes]} \quad \textbf{(21–1)}$$

da la *magnitud* de la fuerza eléctrica que ejerce una carga sobre la otra. La *dirección* de la fuerza eléctrica siempre *es a lo largo de la línea recta que une las dos cargas.* Si las dos cargas tienen el mismo signo, la fuerza en una de las cargas se manifiesta alejándose de la otra (las cargas se repelen entre sí). Si las dos cargas tienen signos opuestos, la fuerza en una de las cargas se dirige hacia la otra (las cargas se atraen). Véase la figura 21-15. Observe que la fuerza que una carga ejerce sobre la segunda carga tiene la misma magnitud y dirección, pero sentido opuesto, que la fuerza que ejerce la segunda carga sobre la primera, de acuerdo con la tercera ley de Newton.

La unidad de carga en el SI es el **coulomb** (C).[†] Actualmente, la definición precisa de coulomb se da en términos de corriente eléctrica y campo magnético, como se verá más adelante (sección 28-3). En unidades del SI, la constante k en la ley de Coulomb tiene el valor

$$k = 8.99 \times 10^9\,\mathrm{N \cdot m^2/C^2}$$

o si sólo necesitamos dos cifras significativas,

$$k \approx 9.0 \times 10^9\,\mathrm{N \cdot m^2/C^2}.$$

Así, 1 C es aquella cantidad de carga que, si se coloca en cada uno de dos objetos puntuales separados 1.0 m entre sí, ocasionará que cada objeto produzca una fuerza de $(9.0 \times 10^9\,\mathrm{N \cdot m^2/C^2})(1.0\,\mathrm{C})(1.0\,\mathrm{C})/(1.0\,\mathrm{m})^2 = 9.0 \times 10^9\,\mathrm{N}$ sobre el otro. Lo anterior sería una fuerza enorme, igual al peso de casi un millón de toneladas. Rara vez encontramos cargas tan grandes como un coulomb.

Las cargas que se producen con un frotamiento ordinario (por ejemplo, con un peine o una regla de plástico) son comúnmente del orden de microcoulomb ($1\,\mu\mathrm{C} = 10^{-6}\,\mathrm{C}$) o menos. Los objetos con carga positiva tienen una carencia de electrones, mientras que en los objetos cargados negativamente hay un exceso de electrones. Se ha determinado que la carga del electrón posee una magnitud de 1.602×10^{-19} C, que es negativa. Ésta es la carga más pequeña encontrada en la naturaleza,[‡] a la cual, como es fundamental, se le da el símbolo e, y a menudo se le designa como la *carga elemental*:

$$e = 1.602 \times 10^{-19}\,\mathrm{C}.$$

Observe que e se define como un número positivo, así que la carga del electrón es $-e$. (La carga de protón, por otro lado, es $+e$). Puesto que un objeto no puede ganar o perder una fracción de un electrón, la carga neta de cualquier objeto debe ser un múltiplo entero de tal carga. Se dice entonces que la carga eléctrica está **cuantizada** (existe sólo en cantidades discretas: $1e$, $2e$, $3e$, etcétera). Sin embargo, como e es tan pequeña, normalmente no notamos esta cuantización en cargas macroscópicas ($1\,\mu\mathrm{C}$ requiere cerca de 10^{13} electrones), lo cual aparece entonces como un continuo.

La ley de Coulomb se parece mucho a la *ley de la gravitación universal*, $F = Gm_1m_2/r^2$, que representa la fuerza gravitacional que ejerce una masa m_1 sobre otra masa m_2 (ecuación 6-1). Ambas son leyes del cuadrado inverso ($F \propto 1/r^2$). Las dos tienen también una proporcionalidad con respecto a una propiedad de un objeto (la masa para la gravedad, la carga eléctrica para la electricidad). Ellas actúan a distancia (esto es, no se requiere contacto). Una diferencia importante entre ambas leyes es que la gravedad siempre es una fuerza de atracción, mientras que la fuerza eléctrica puede ser de atracción o de repulsión. La carga eléctrica aparece en dos tipos: positiva o negativa, mientras que la masa gravitacional siempre es positiva.

[†] En el sistema de unidades CGS, la constante k se toma igual a 1, mientras la unidad de carga se llama unidad electrostática de carga (esu), o statcoulomb. Un esu se define como la carga en cada uno de dos objetos puntuales separados 1 cm entre sí, que da lugar a una fuerza de una dina entre ellos.

[‡] De acuerdo con el modelo estandar de partículas elementales de la física, las partículas subnucleares llamadas quarks tienen cargas menores que la carga del electrón, igual a $\frac{1}{3}e$ o $\frac{2}{3}e$. No se han detectado los quarks directamente como objetos aislados, por lo que la teoría indica que los quarks libres no pueden ser detectados.

La constante k en la ecuación 21-1 generalmente se escribe en términos de otra constante, ϵ_0, llamada **permitividad del espacio vacío**. Se relaciona con k mediante $k = 1/4\pi\epsilon_0$. La ley de Coulomb puede escribirse entonces como

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q_1 Q_2}{r^2}, \qquad \textbf{(21–2)}$$

LEY DE COULOMB (en términos de ϵ_0)

donde

$$\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi k} = 8.85 \times 10^{-12}\ \mathrm{C^2/N \cdot m^2}.$$

La ecuación 21-2 parece más complicada que la ecuación 21-1, pero hay otras ecuaciones fundamentales, que aún no hemos visto, las cuales son más simples en términos de ϵ_0 que de k. No importa qué forma utilicemos, pues las ecuaciones 21-1 y 21-2 son equivalentes. (Los últimos valores precisos de e y ϵ_0 se incluyen en la segunda de forros del libro).

[Nuestra convención para las unidades, tal que $\mathrm{C^2/N{\cdot}m^2}$ para ϵ_0, significa que $\mathrm{m^2}$ está en el denominador. Esto es, $\mathrm{C^2/N{\cdot}m^2}$ *no* significa $\left(\mathrm{C^2/N}\right)\cdot \mathrm{m^2} = \mathrm{C^2 \cdot m^2/N}$].

Las ecuaciones 21-1 y 21-2 se aplican a objetos cuyos tamaños son mucho más pequeños que la distancia de separación entre ellos. Idealmente, es exacta para **cargas puntuales** (tamaño espacial despreciable comparado con otras distancias). Para objetos con tamaños finitos, no siempre es claro qué valor utilizar para r, en particular si la carga no está distribuida de manera uniforme sobre los objetos. Si los dos objetos son esferas, y se sabe que la carga está distribuida de manera uniforme en cada una de ellas, entonces r es la distancia entre sus centros.

La ley de Coulomb describe la fuerza entre dos cargas cuando ambas están en reposo. Cuando las cargas están en movimiento, aparecen fuerzas adicionales, las cuales analizaremos en capítulos posteriores. En este capítulo nos ocuparemos sólo de cargas en reposo, cuyo estudio corre a cargo de la **electrostática**, mientras que la ley de Coulomb proporciona la **fuerza electrostática**.

Cuando usamos la ley de Coulomb, por lo general ignoramos los signos de las cargas y determinamos la dirección y el sentido de las fuerzas con base en si éstas son de atracción o de repulsión.

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Use magnitudes en la ley de Coulomb; encuentre la dirección de la fuerza eléctrica a partir de los signos de las cargas.

EJERCICIO A Regrese a la pregunta de inicio del capítulo (página 559) y respóndala de nuevo. Trate de explicar por qué quizás usted la respondió de manera diferente la primera vez.

EJEMPLO CONCEPTUAL 21–1 **¿Qué carga ejerce una fuerza mayor?** Dos cargas puntuales positivas, $Q_1 = 50\ \mu\mathrm{C}$ y $Q_2 = 1\ \mu\mathrm{C}$, están separadas por una distancia ℓ (figura 21-16). ¿Cuál es mayor en magnitud, la fuerza que ejerce Q_1 sobre Q_2 o la fuerza que ejerce Q_2 sobre Q_1?

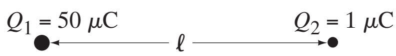


FIGURA 21–16 Ejemplo 21–1.

RESPUESTA De acuerdo con la ley de Coulomb, la fuerza que Q_2 ejerce sobre Q_1 es

$$F_{12} = k\frac{Q_1 Q_2}{\ell^2}.$$

La fuerza que Q_1 ejerce sobre Q_2 es

$$F_{21} = k\frac{Q_2 Q_1}{\ell^2}$$

la cual es de la misma magnitud. La ecuación es simétrica con respecto a las dos cargas, así que $F_{21} = F_{12}$.

NOTA La tercera ley de Newton también nos indica que estas dos fuerzas deben ser de la misma magnitud.

EJERCICIO B ¿Cuál es la magnitud de F_{12} (y de F_{21}) en el ejemplo 21-1 si $\ell = 30$ cm?

Tenga en mente que la ecuación 21-2 (o 21-1) da la fuerza sobre una carga debida sólo a una carga. Si varias (o muchas) cargas están presentes, *la fuerza neta sobre cualquiera de ellas será igual a la suma vectorial de las fuerzas debidas a cada una de las otras cargas*. Este **principio de superposición** se basa en la experimentación y nos dice que los vectores de fuerza eléctrica se suman como cualquier otro vector. Para distribuciones continuas de carga, la suma se convierte en una integral.

EJEMPLO 21–2 **Tres cargas a lo largo de una línea recta.** Tres partículas cargadas se colocan sobre una línea recta, como se ilustra en la figura 21-17. Calcule la fuerza electrostática neta sobre la partícula 3 (la carga de $-4.0\ \mu$C a la derecha) debido a las otras dos cargas.

PLANTEAMIENTO La fuerza neta sobre la partícula 3 es la suma vectorial de la fuerza $\vec{\mathbf{F}}_{31}$ ejercida por la partícula 1 sobre la partícula 3 y la fuerza $\vec{\mathbf{F}}_{32}$ ejercida por la partícula 2 sobre la partícula 3: $\vec{\mathbf{F}} = \vec{\mathbf{F}}_{31} + \vec{\mathbf{F}}_{32}$.

SOLUCIÓN Las magnitudes de estas dos fuerzas se obtienen a partir de la ley de Coulomb (ecuación 21-1):

$$F_{31} = k\frac{Q_3 Q_1}{r_{31}^2} = \frac{(9.0 \times 10^9\ \mathrm{N \cdot m^2/C^2})(4.0 \times 10^{-6}\ \mathrm{C})(8.0 \times 10^{-6}\ \mathrm{C})}{(0.50\ \mathrm{m})^2} = 1.2\ \mathrm{N},$$

donde $r_{31} = 0.50$ m es la distancia de Q_3 a Q_1. De manera análoga,

$$F_{32} = k\frac{Q_3 Q_2}{r_{32}^2} = \frac{(9.0 \times 10^9\ \mathrm{N \cdot m^2/C^2})(4.0 \times 10^{-6}\ \mathrm{C})(3.0 \times 10^{-6}\ \mathrm{C})}{(0.20\ \mathrm{m})^2} = 2.7\ \mathrm{N}.$$

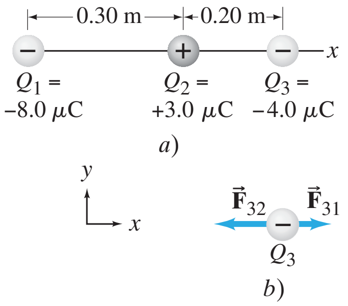


FIGURA 21–17 Ejemplo 21–2.

CUIDADO

Cada carga ejerce su propia fuerza
Ninguna carga bloquea el efecto de las otras

Como estábamos calculando las magnitudes de las fuerzas, omitimos los signos de las cargas. Pero debemos tenerlos presentes para obtener la dirección de cada fuerza. Tomamos el eje x como la línea que une a las partículas y lo consideramos positivo a la derecha. Así, como $\vec{\mathbf{F}}_{31}$ es de repulsión y $\vec{\mathbf{F}}_{32}$ es de atracción, las direcciones de las fuerzas son como se muestran en la figura 21-17b: F_{31} apunta en el sentido de x positiva y F_{32} en el sentido de x negativa. Por lo tanto, la fuerza neta sobre la partícula 3 es

$$F = -F_{32} + F_{31} = -2.7\ \mathrm{N} + 1.2\ \mathrm{N} = -1.5\ \mathrm{N}.$$

La magnitud de la fuerza neta es de 1.5 N y apunta hacia la izquierda.

NOTA La carga Q_1 actúa sobre la carga Q_3 como si Q_2 no estuviera presente (éste es el principio de superposición). Esto es, la carga intermedia, Q_2, no bloquea el efecto de la carga Q_1 sobre la carga Q_3. Naturalmente, Q_2 ejerce su propia fuerza sobre Q_3.

EJERCICIO C Determine la magnitud y la dirección de la fuerza neta sobre Q_1 en la figura 21-17a.

EJEMPLO 21–3 **Fuerza eléctrica usando componentes vectoriales.** Calcule la fuerza electrostática neta sobre la carga Q_3, que se representa en la figura 21-18a, debida a las cargas Q_1 y Q_2.

PLANTEAMIENTO Usamos la ley de Coulomb para encontrar las magnitudes de las fuerzas individuales. La dirección de cada fuerza será a lo largo de la recta que conecta a Q_3 con Q_1 o Q_2. Las fuerzas $\vec{\mathbf{F}}_{31}$ y $\vec{\mathbf{F}}_{32}$ tienen las direcciones indicadas en la figura 21-18a, puesto que Q_1 ejerce una fuerza de atracción sobre Q_3, y Q_2 ejerce una fuerza de repulsión. Las fuerzas $\vec{\mathbf{F}}_{31}$ y $\vec{\mathbf{F}}_{32}$ *no* actúan a lo largo de la misma recta, así que para encontrar la fuerza resultante sobre Q_3 descomponemos $\vec{\mathbf{F}}_{31}$ y $\vec{\mathbf{F}}_{32}$ en sus componentes x y y; luego, realizamos una suma de vectores.

SOLUCIÓN Las magnitudes de $\vec{\mathbf{F}}_{31}$ y $\vec{\mathbf{F}}_{32}$ son (ignorando los signos de las cargas, puesto que ya conocemos las direcciones de las fuerzas)

$$F_{31} = k\frac{Q_3 Q_1}{r_{31}^2} = \frac{(9.0 \times 10^9\ \mathrm{N \cdot m^2/C^2})(6.5 \times 10^{-5}\ \mathrm{C})(8.6 \times 10^{-5}\ \mathrm{C})}{(0.60\ \mathrm{m})^2} = 140\ \mathrm{N},$$

$$F_{32} = k\frac{Q_3 Q_2}{r_{32}^2} = \frac{(9.0 \times 10^9\ \mathrm{N \cdot m^2/C^2})(6.5 \times 10^{-5}\ \mathrm{C})(5.0 \times 10^{-5}\ \mathrm{C})}{(0.30\ \mathrm{m})^2} = 330\ \mathrm{N}.$$

Descomponemos $\vec{\mathbf{F}}_{31}$ en sus componentes x y y, como se muestra en la figura 21-18a:

$$F_{31x} = F_{31}\cos 30^\circ = (140\ \mathrm{N})\cos 30^\circ = 120\ \mathrm{N},$$

$$F_{31y} = -F_{31}\,\mathrm{sen}\,30^\circ = -(140\ \mathrm{N})\,\mathrm{sen}\,30^\circ = -70\ \mathrm{N}.$$

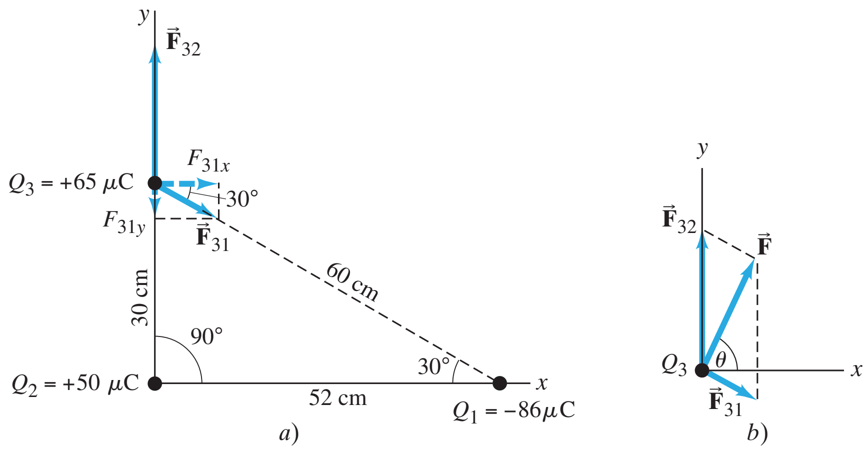


FIGURA 21–18 Cálculo de las fuerzas del ejemplo 21-3. *a*) Las direcciones de las fuerzas individuales son como se muestran, puesto que $\vec{F}_{32}$ es repulsiva (la fuerza sobre Q_3 es en la dirección y el sentido alejándose de Q_2, ya que Q_3 y Q_2 son ambas positivas), mientras que $\vec{F}_{31}$ es de atracción (Q_3 y Q_1 tienen signos opuestos), así que $\vec{F}_{31}$ apunta hacia Q_1. *b*) Suma de $\vec{F}_{32}$ y $\vec{F}_{31}$ para obtener la fuerza neta $\vec{F}$.

La fuerza $\vec{F}_{32}$ tiene sólo componente y. Así que la fuerza neta $\vec{F}$ sobre Q_3 tiene componentes

$$F_x = F_{31x} = 120\text{ N},$$
$$F_y = F_{32} + F_{31y} = 330\text{ N} - 70\text{ N} = 260\text{ N}.$$

La magnitud de la fuerza neta es

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{(120\text{ N})^2 + (260\text{ N})^2} = 290\text{ N};$$

y actúa a un ángulo θ dado por (véase figura 21-18b)

$$\tan\theta = \frac{F_y}{F_x} = \frac{260\text{ N}}{120\text{ N}} = 2.2,$$

así que $\theta = \tan^{-1}(2.2) = 65°$.

NOTA Como $\vec{F}_{31}$ y $\vec{F}_{32}$ no apuntan a lo largo de la misma recta, la magnitud de $\vec{F}_3$ no es igual a la magnitud de la suma (o de la diferencia como en el ejemplo 21-2) de las magnitudes por separado.

EJEMPLO CONCEPTUAL 21–4 **Haga la fuerza neta sobre Q_3 igual a cero.** En la figura 21-18, ¿dónde localizaría a una cuarta carga $Q_4 = -50\,\mu$C, de manera que la fuerza neta sobre Q_3 sea cero?

RESPUESTA Por el principio de superposición, necesitamos una fuerza en la misma dirección, pero de sentido opuesto a la fuerza $\vec{F}$ debida a Q_2 y Q_1, que calculamos en el ejemplo 21-3 (figura 21-18b). Nuestra fuerza debe tener una magnitud de 290 N, y apuntar hacia abajo y a la izquierda de Q_3 en la figura 21-18b. Así que Q_4 debe estar a lo largo de esta recta. Véase la figura 21-19.

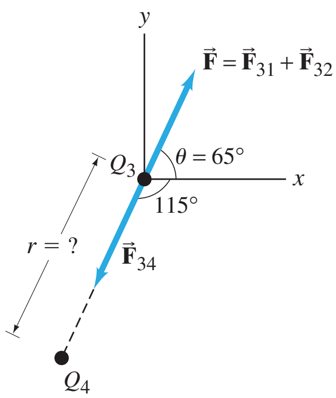


FIGURA 21–19 Ejemplo 21-4. Q_4 ejerce una fuerza $(\vec{F}_{34})$ que hace que la fuerza neta sobre Q_3 sea cero.

EJERCICIO D *a*) Considere dos cargas puntuales de la misma magnitud, pero de signos opuestos ($+Q$ y $-Q$), que están separadas una distancia fija d. ¿Puede encontrar una posición donde deba colocarse una tercera carga positiva Q, de manera que la fuerza eléctrica neta sobre esta tercera carga sea cero? *b*) ¿Cómo cambiaría su respuesta si las dos primeras cargas fueran ambas $+Q$?

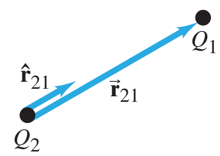
*Forma vectorial de la ley de Coulomb

La ley de Coulomb puede escribirse de manera vectorial (como hicimos para la ley de Newton de la gravitación universal en el capítulo 6, sección 6-2) de la siguiente forma:

$$\vec{F}_{12} = k\frac{Q_1Q_2}{r_{21}^2}\hat{r}_{21},$$

donde $\vec{F}_{12}$ es el vector de fuerza sobre la carga Q_1 debido a Q_2 y $\hat{r}_{21}$ es un vector unitario que apunta desde Q_2 hacia Q_1. Esto es, $\vec{r}_{21}$ apunta desde la carga "fuente" (Q_2) hacia la carga sobre la cual queremos calcular la fuerza (Q_1). Véase la figura 21-20. Las cargas Q_1 y Q_2 pueden ser positivas o negativas, lo cual determinará la dirección de la fuerza eléctrica. Si Q_1 y Q_2 tienen el mismo signo, entonces el producto $Q_1Q_2 > 0$ y la fuerza sobre Q_1 apunta alejándose de Q_2 (esto es, la fuerza es de repulsión). Si Q_1 y Q_2 son de signos opuestos, entonces $Q_1Q_2 < 0$ y $\vec{F}_{12}$ apunta hacia Q_2 (es decir, la fuerza es de atracción).

FIGURA 21–20 Determinación de la fuerza sobre Q_1 debida a Q_2, donde se indica la dirección del vector unitario $\hat{r}_{21}$.



21–6 El campo eléctrico

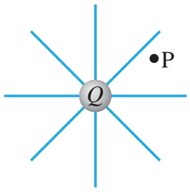
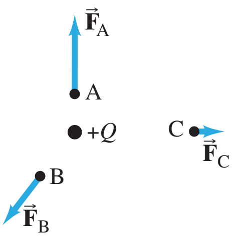


FIGURA 21–21 Cualquier carga eléctrica está rodeada por un campo eléctrico. P es un punto arbitrario.

Muchas fuerzas comunes pueden designarse como "fuerzas de contacto"; por ejemplo, sus manos empujando o tirando de un carrito, o una raqueta que golpea una pelota de tenis.

En contraste, tanto la fuerza gravitacional como la fuerza eléctrica actúan a distancia. Hay una fuerza entre dos objetos aun cuando los objetos no se tocan. La idea de que una fuerza *actúa a distancia* fue difícil para los primeros científicos. Newton mismo se sentía incómodo con esta idea cuando publicó su ley de la gravitación universal. Un concepto que ayuda a comprender esa situación es el concepto de **campo**, que desarrolló el científico británico Michael Faraday (1791-1867). En el caso eléctrico, de acuerdo con Faraday, un *campo eléctrico* se extiende hacia fuera de cualquier carga y permea todo el espacio (figura 21-21). Si una segunda carga (llamada Q_2) se coloca cerca de la primera carga, siente una fuerza ejercida por el campo eléctrico que hay en ese punto (digamos, el punto P en la figura 21-21). Se considera que el campo eléctrico en el punto P interactúa directamente con la carga Q_2 para producir una fuerza sobre Q_2.

FIGURA 21–22 Fuerza ejercida por la carga $+Q$ sobre una pequeña carga de prueba q, localizada en los puntos A, B y C.



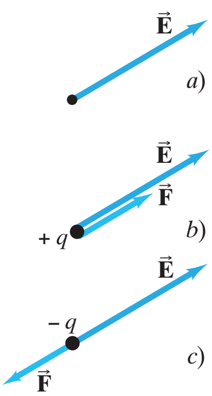
En principio, podemos investigar el campo eléctrico que rodea a una carga o a un grupo de cargas midiendo la fuerza sobre una pequeña **carga de prueba** positiva en reposo. Por carga de prueba queremos expresar una carga tan pequeña que la fuerza que ella ejerce no afecta significativamente a las cargas que generan el campo. Si se coloca una carga de prueba positiva pequeña q en varias posiciones, alrededor de una carga positiva individual Q, como se muestra en la figura 21-22 (puntos A, B y C), la fuerza ejercida sobre la carga q es como se indica en la figura. La fuerza en B es menor que la fuerza en A, porque la distancia de Q a B es mayor (ley de Coulomb), mientras que la fuerza en C es aun menor. En cada caso, la fuerza sobre q está dirigida radialmente para alejarse de Q. El campo eléctrico se define en términos de la fuerza sobre una carga de prueba positiva. En particular, el **campo eléctrico**, $\vec{\mathbf{E}}$, en cualquier punto del espacio se define como la fuerza $\vec{\mathbf{F}}$ ejercida sobre una pequeña carga de prueba positiva localizada en ese punto y dividida entre la magnitud de la carga de prueba q:

$$\vec{\mathbf{E}} = \frac{\vec{\mathbf{F}}}{q}. \qquad \textbf{(21–3)}$$

Con mayor precisión, $\vec{\mathbf{E}}$ se define como el límite de $\vec{\mathbf{F}}/q$, mientras q se hace más y más pequeña. Esto es, q es tan pequeña que, en esencia, no ejerce fuerza sobre las otras cargas que produjeron el campo eléctrico. A partir de esta definición (ecuación 21-3), vemos que el campo eléctrico en cualquier punto del espacio es un vector que apunta en la dirección de la fuerza sobre una carga de prueba positiva pequeña en ese punto, cuya magnitud es la *fuerza por unidad de carga*. Así, las unidades de $\vec{\mathbf{E}}$ en el SI son newton entre coulomb (N/C).

La razón para definir $\vec{\mathbf{E}}$ como $\vec{\mathbf{F}}/q$ (con $q \to 0$) es para que $\vec{\mathbf{E}}$ no dependa de la magnitud de la carga de prueba q. Lo anterior significa que $\vec{\mathbf{E}}$ describe sólo el efecto de las cargas que crean el campo eléctrico en ese punto.

FIGURA 21–23 *a*) Campo eléctrico en un punto dado del espacio. *b*) Fuerza sobre una carga positiva en ese punto. *c*) Fuerza sobre una carga negativa en ese punto.



El campo eléctrico en cualquier punto del espacio puede medirse usando la definición (ecuación 21-3). Para situaciones simples que impliquen una o más cargas puntuales, podemos calcular $\vec{\mathbf{E}}$. Por ejemplo, el campo eléctrico a una distancia r de una carga individual Q tendría la magnitud

$$E = \frac{F}{q} = \frac{kqQ/r^2}{q}$$

$$E = k\frac{Q}{r^2}; \qquad \text{[carga puntual individual]} \qquad \textbf{(21–4a)}$$

o, en términos de ϵ_0, como en la ecuación 21-12 $\left(k = 1/4\pi\epsilon_0\right)$:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r^2}. \qquad \text{[carga puntual individual]} \qquad \textbf{(21–4b)}$$

Observe que E es independiente de la carga de prueba q; esto es, E depende sólo de la carga Q que produce el campo eléctrico, no del valor de la carga de prueba q. A las ecuaciones 21-4 se les conoce como la ley de Coulomb para el campo eléctrico.

Si se nos da el campo eléctrico $\vec{\mathbf{E}}$ en un punto dado del espacio, entonces podemos calcular la fuerza $\vec{\mathbf{F}}$ sobre cualquier carga q localizada en ese punto escribiendo (véase la ecuación 21-3):

$$\vec{\mathbf{F}} = q\vec{\mathbf{E}}. \qquad \textbf{(21–5)}$$

Esta relación es válida aun si q no es pequeña, en tanto q no ocasione que se muevan las cargas que producen el campo $\vec{\mathbf{E}}$ Si q es positiva, $\vec{\mathbf{F}}$ y $\vec{\mathbf{E}}$ apuntan en la misma dirección. Si q es negativa, $\vec{\mathbf{F}}$ y $\vec{\mathbf{E}}$ apuntan en direcciones opuestas. Véase la figura 21-23.

EJEMPLO 21–5 **Máquina fotocopiadora.** Una fotocopiadora trabaja mediante el arreglo de cargas positivas (en el patrón que será copiado) sobre la superficie de un tambor cilíndrico y luego rocía suavemente partículas de tóner seco cargado negativamente (la tinta) sobre el tambor. Las partículas de tóner se pegan en forma temporal en el patrón sobre el tambor (figura 21-24) y después se transfieren al papel y se "fijan térmicamente" para producir la copia. Suponga que cada partícula de tóner tiene una masa de 9.0×10^{-16} kg y que porta un promedio de 20 electrones extra para producir la carga eléctrica. Suponiendo que la fuerza eléctrica sobre una partícula de tóner debe ser mayor que el doble de su peso, para asegurar una atracción suficiente, calcule la magnitud del campo eléctrico requerido cerca de la superficie del tambor.

PLANTEAMIENTO La fuerza eléctrica sobre una partícula de tóner de carga $q = 20e$ es $F = qE$, donde E es el campo eléctrico que buscamos. Esta fuerza necesita ser por lo menos del doble del peso (mg) de la partícula.

SOLUCIÓN El valor mínimo del campo eléctrico satisface la relación

$$qE = 2mg$$

donde $q = 20e$. Por lo tanto,

$$E = \frac{2mg}{q} = \frac{2(9.0 \times 10^{-16}\,\mathrm{kg})(9.8\,\mathrm{m/s^2})}{20(1.6 \times 10^{-19}\,\mathrm{C})} = 5.5 \times 10^3\,\mathrm{N/C}.$$

FÍSICA APLICADA

Fotocopiadoras

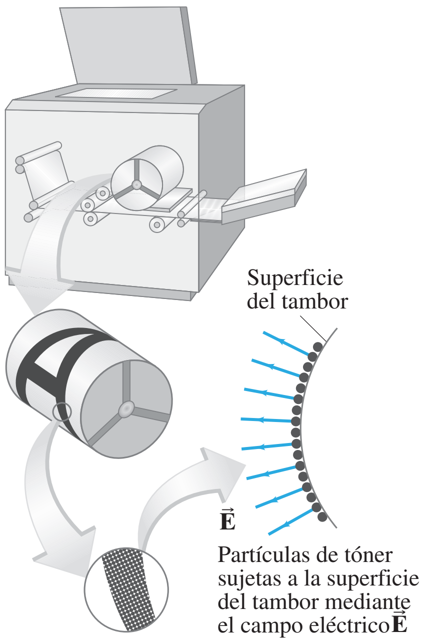


FIGURA 21–24 Ejemplo 21–5.

EJEMPLO 21–6 **Campo eléctrico de una carga puntual individual.** Calcule la magnitud y la dirección del campo eléctrico en un punto P que está a 30 cm a la derecha de una carga puntual $Q = -3.0 \times 10^{-6}$ C.

PLANTEAMIENTO La magnitud del campo eléctrico, debido a una carga puntual, está dada por la ecuación 21-4. La dirección se determina usando el signo de la carga Q.

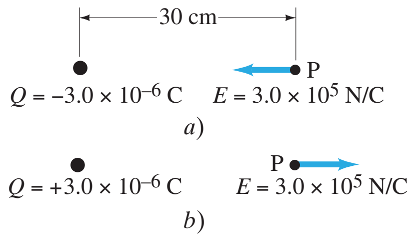
SOLUCIÓN La magnitud del campo eléctrico está dada por

$$E = k\frac{Q}{r^2} = \frac{(9.0 \times 10^9\,\mathrm{N\cdot m^2/C^2})(3.0 \times 10^{-6}\,\mathrm{C})}{(0.30\,\mathrm{m})^2} = 3.0 \times 10^5\,\mathrm{N/C}.$$

La dirección del campo eléctrico es *hacia* la carga Q, a la izquierda, como se indica en la figura 21-25a, puesto que definimos la dirección del campo eléctrico como la dirección de la fuerza eléctrica sobre una carga de prueba positiva, que en este caso sería de atracción. Si Q fuera positiva, el campo eléctrico se alejaría de Q, como se indica en la figura 21-25b.

NOTA No hay ninguna carga eléctrica en el punto P. Sin embargo, sí hay un campo eléctrico en ese punto. La única carga real es Q.

FIGURA 21–25 Ejemplo 21-6. Campo eléctrico en el punto P *a*) debido a una carga negativa Q, y *b*) debido a una carga positiva Q, cada una a 30 cm del punto P.



Este ejemplo ilustra un resultado general: el campo eléctrico $\vec{\mathbf{E}}$ debido a una carga positiva se aleja de la carga, mientras que $\vec{\mathbf{E}}$ debido a una carga negativa apunta hacia esa carga.

EJERCICIO E Cuatro cargas de igual magnitud, pero posiblemente de signos distintos, se localizan en las esquinas de un cuadrado. ¿Qué arreglo de cargas producirá un campo eléctrico con la mayor magnitud en el centro del cuadrado? *a*) Las cuatro cargas positivas; *b*) las cuatro cargas negativas; *c*) tres cargas positivas y una negativa; *d*) dos cargas positivas y dos negativas; *e*) tres cargas negativas y una positiva.

Si el campo eléctrico, en una posición dada del espacio, es ocasionado por más de una carga, los campos individuales (llamados $\vec{\mathbf{E}}_1$, $\vec{\mathbf{E}}_2$, etcétera), debidos a cada una de las cargas, se suman vectorialmente para calcular el campo total en ese punto:

$$\vec{\mathbf{E}} = \vec{\mathbf{E}}_1 + \vec{\mathbf{E}}_2 + \cdots.$$

La validez de este **principio de superposición** para los campos eléctricos se sustenta completamente en hechos experimentales.

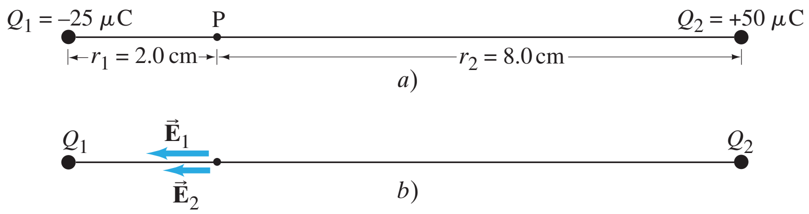


FIGURA 21–26 Ejemplo 21-7. En *b*), no sabemos las magnitudes relativas de $\vec{\mathbf{E}}_1$ y $\vec{\mathbf{E}}_2$ hasta que hacemos los cálculos.

EJEMPLO 21–7 ***E* en un punto entre dos cargas.** Dos cargas puntuales están separadas por una distancia de 10.0 cm. Una tiene una carga de $-25\ \mu$C y la otra de $+50\ \mu$C. *a*) Determine la magnitud y la dirección del campo eléctrico en un punto P, entre las dos cargas, que está a 2.0 cm a partir de la carga negativa (figura 21-26a). *b*) Si se coloca un electrón (masa $= 9.11 \times 10^{-31}$ kg) en reposo en el punto P y se deja en libertad, ¿cuál será su aceleración inicial (magnitud y dirección)?

PLANTEAMIENTO El campo eléctrico en el punto P está dado por la suma vectorial de los campos creados por Q_1 y Q_2. El campo debido a la carga negativa Q_1 apunta hacia Q_1, mientras el campo debido a la carga positiva Q_2 se aleja de Q_2. Así que ambos campos apuntan hacia la izquierda, como se observa en la figura 21-26b; en consecuencia, podemos sumar las magnitudes de los dos campos algebraicamente, ignorado los signos de las cargas. En *b*) usamos la segunda ley de Newton ($F = ma$) para determinar la aceleración, donde $F = qE$ (ecuación 21-5).

SOLUCIÓN *a*) Cada campo se debe a una carga puntual y está dado por la ecuación 21-4, $E = kQ/r^2$. El campo total es

$$\begin{aligned} E &= k\frac{Q_1}{r_1^2} + k\frac{Q_2}{r_2^2} = k\left(\frac{Q_1}{r_1^2} + \frac{Q_2}{r_2^2}\right) \\ &= \left(9.0 \times 10^9\ \mathrm{N\cdot m^2/C^2}\right)\left(\frac{25 \times 10^{-6}\ \mathrm{C}}{\left(2.0 \times 10^{-2}\ \mathrm{m}\right)^2} + \frac{50 \times 10^{-6}\ \mathrm{C}}{\left(8.0 \times 10^{-2}\ \mathrm{m}\right)^2}\right) \\ &= 6.3 \times 10^8\ \mathrm{N/C}. \end{aligned}$$

b) El campo eléctrico apunta hacia la izquierda, así que el electrón sentirá una fuerza hacia la *derecha*, puesto que está cargado negativamente. Por lo tanto, la aceleración $a = F/m$ (segunda ley de Newton) será hacia la derecha. La fuerza sobre una carga q en un campo eléctrico E es $F = qE$ (ecuación 21-5). En consecuencia, la magnitud de la aceleración es

$$a = \frac{F}{m} = \frac{qE}{m} = \frac{\left(1.60 \times 10^{-19}\ \mathrm{C}\right)\left(6.3 \times 10^8\ \mathrm{N/C}\right)}{9.11 \times 10^{-31}\ \mathrm{kg}} = 1.1 \times 10^{20}\ \mathrm{m/s^2}.$$

NOTA Considerando con cuidado la dirección y el sentido de *cada* campo ($\vec{\mathbf{E}}_1$ y $\vec{\mathbf{E}}_2$) antes de realizar los cálculos, estamos seguros de que nuestros cálculos se pueden hacer de manera sencilla y correcta.

EJEMPLO 21–8 **$\vec{\mathbf{E}}$ debido a dos cargas puntuales.** Calcule el campo eléctrico total *a*) en el punto A y *b*) en el punto B de la figura 21-27 debido las cargas Q_1 y Q_2.

PLANTEAMIENTO El cálculo es similar al del ejemplo 21-3, excepto que ahora tratamos con campos eléctricos y no con fuerzas. El campo eléctrico en el punto A es la suma vectorial de los campos $\vec{\mathbf{E}}_{A1}$ debido a Q_1, y $\vec{\mathbf{E}}_{A2}$ debido a Q_2. Calculamos la magnitud del campo producido por cada carga puntual y luego sumamos sus componentes para hallar el campo total en el punto A. Hacemos lo mismo para el punto B.

SOLUCIÓN *a*) La magnitud del campo eléctrico producido en el punto A por cada una de las cargas Q_1 y Q_2 está dada por $E = kQ/r^2$, así que

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Ignore los signos de las carga, y determine la dirección y el sentido del campo físicamente, mostrando las direcciones correspondientes en un diagrama

$$E_{A1} = \frac{\left(9.0 \times 10^9\ \mathrm{N\cdot m^2/C^2}\right)\left(50 \times 10^{-6}\ \mathrm{C}\right)}{\left(0.60\ \mathrm{m}\right)^2} = 1.25 \times 10^6\ \mathrm{N/C},$$

$$E_{A2} = \frac{\left(9.0 \times 10^9\ \mathrm{N\cdot m^2/C^2}\right)\left(50 \times 10^{-6}\ \mathrm{C}\right)}{\left(0.30\ \mathrm{m}\right)^2} = 5.0 \times 10^6\ \mathrm{N/C}.$$

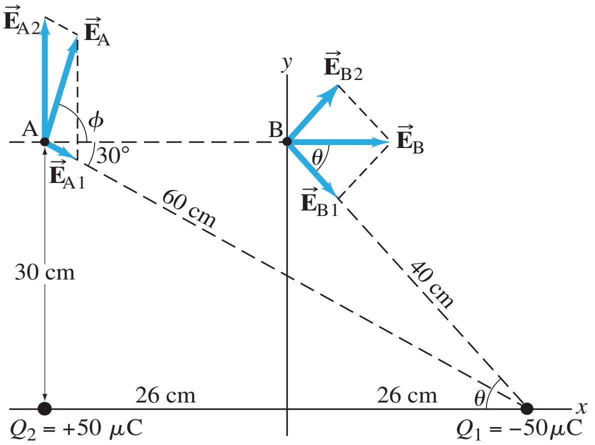


FIGURA 21–27 Cálculo del campo eléctrico en los puntos A y B en el ejemplo 21-8.

La dirección de E_{A1} apunta desde A hacia Q_1 (carga negativa), mientras que E_{A2} apunta desde Q_2 alejándose de A, como se muestra en la figura, así que el campo eléctrico total en el punto A, $\vec{\mathbf{E}}_A$, tiene componentes

$$E_{Ax} = E_{A1} \cos 30° = 1.1 \times 10^6\ \mathrm{N/C},$$
$$E_{Ay} = E_{A2} - E_{A1} \operatorname{sen} 30° = 4.4 \times 10^6\ \mathrm{N/C}.$$

En consecuencia, la magnitud de $\vec{\mathbf{E}}_A$ es

$$E_A = \sqrt{(1.1)^2 + (4.4)^2} \times 10^6\ \mathrm{N/C} = 4.5 \times 10^6\ \mathrm{N/C},$$

y su dirección está dada por el ángulo ϕ, mediante $\tan \phi = E_{Ay}/E_{Ax} = 4.4/1.1 = 4.0$, de manera que $\phi = 76°$.

b) Como el punto B es equidistante de las dos cargas puntuales (40 cm usando el teorema de Pitágoras), las magnitudes de E_{B1} y E_{B2} son las mismas; esto es,

$$E_{B1} = E_{B2} = \frac{kQ}{r^2} = \frac{(9.0 \times 10^9\ \mathrm{N \cdot m^2/C^2})(50 \times 10^{-6}\ \mathrm{C})}{(0.40\ \mathrm{m})^2}$$
$$= 2.8 \times 10^6\ \mathrm{N/C}.$$

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
Cuando sea posible, use argumentos de simetría para simplificar el trabajo

También, por la simetría, los componentes y son iguales y opuestos, por lo que se cancelan. De ahí que el total de campos E_B sea horizontal e igual a $E_{B1} \cos \theta + E_{B2} \cos \theta = 2\, E_{B1} \cos \theta$. De los diagramas, $\cos \theta = 26\ \mathrm{cm}/40\ \mathrm{cm} = 0.65$. Entonces,

$$E_B = 2E_{B1} \cos \theta = 2(2.8 \times 10^6\ \mathrm{N/C})(0.65)$$
$$= 3.6 \times 10^6\ \mathrm{N/C},$$

por lo que la dirección de $\vec{\mathbf{E}}_B$ es a lo largo del eje x positivo.

NOTA Pudimos resolver el inciso *b*) de la misma manera que lo hicimos en el inciso *a*). Pero la simetría nos permitió resolver el problema con menor esfuerzo.

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Electrostática: Fuerzas eléctricas y campos eléctricos

Para resolver problemas de electrostática se sigue, en gran parte, el procedimiento de resolución de problemas general que se describió en la sección 4-8. Ya sea que se use el campo eléctrico o las fuerzas electrostáticas, el procedimiento es similar:

1. **Dibuje** con cuidado un **diagrama**, esto es, un diagrama de cuerpo libre para cada objeto, mostrando todas las fuerzas que actúan sobre ese objeto o mostrando el campo eléctrico en un punto debido a todas las cargas presentes significativas. Determine la **dirección** de cada fuerza o campo eléctrico físicamente: cargas iguales se repelen; cargas opuestas se atraen; los campos apuntan alejándose de las cargas positivas y hacia las cargas negativas. Muestre y rotule cada vector de fuerza o de campo en su diagrama.
2. **Aplique la ley de Coulomb** para calcular la magnitud de la fuerza que cada carga presente ejerce sobre un cuerpo cargado o la magnitud del campo eléctrico que cada carga produce en un punto dado. Considere sólo las magnitudes de las cargas (sin considerar los signos negativos) y calcule la magnitud de cada fuerza o campo eléctrico.
3. **Sume vectorialmente** todas las fuerzas sobre un objeto, o los campos presentes en un punto dado, para obtener la resultante. Use argumentos de **simetría** (por ejemplo, en la geometría) siempre que sea posible.
4. **Revise** su resultado. ¿Es **razonable**? Si depende de la distancia, ¿da resultados razonables en los casos límite?

21–7 Cálculo del campo eléctrico para distribuciones continuas de carga

En muchas ocasiones podemos tratar la carga como si estuviera distribuida de manera continua.† Es posible dividir una distribución continua de carga en cargas infinitesimales dQ, cada una de las cuales actuará como una pequeña carga puntual. La contribución al campo eléctrico a una distancia r de cada una de las dQ es

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{dQ}{r^2}. \tag{21–6a}$$

Por lo que el campo eléctrico $\vec{\mathbf{E}}$, en cualquier punto, se obtiene sumando sobre todas las contribuciones infinitesimales, es decir, integrando

$$\vec{\mathbf{E}} = \int d\vec{\mathbf{E}}. \tag{21–6b}$$

Observe que $d\vec{\mathbf{E}}$ es un vector (cuya magnitud está dada por la ecuación 21-6a). [En ocasiones donde la ecuación 21-6b es difícil de evaluar, se pueden utilizar otras técnicas (las cuales se explicarán en los siguientes dos capítulos) para determinar $\vec{\mathbf{E}}$. En muchas ocasiones también puede utilizarse integración numérica].

EJEMPLO 21–9 **Un anillo de carga.** Un objeto delgado, con forma de anillo de radio a tiene una carga total $+Q$ distribuida de manera uniforme sobre él. Determine el campo eléctrico en un punto P a lo largo de su eje, a una distancia x del centro. Véase la figura 21-28. Sea λ la carga por unidad de longitud (C/m).

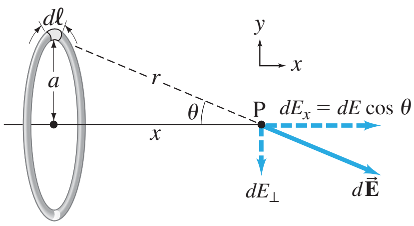


FIGURA 21–28 Ejemplo 21–9.

PLANTEAMIENTO Y SOLUCIÓN Seguimos explícitamente los pasos de la estrategia de resolución de problemas de la página 571.

1. **Dibuje** con cuidado un **diagrama**. La figura 21-28 indica la **dirección** del campo eléctrico debido a una longitud infinitesimal $d\ell$ del anillo con carga.
2. **Aplique la ley de Coulomb.** El campo eléctrico, $d\vec{\mathbf{E}}$, debido a este segmento particular del anillo de longitud $d\ell$, tiene una magnitud

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{dQ}{r^2}.$$

El anillo completo es de una longitud (circunferencia) de $2\pi a$, así que la carga en una longitud $d\ell$ es

$$dQ = Q\left(\frac{d\ell}{2\pi a}\right) = \lambda\, d\ell$$

donde $\lambda = Q/2\pi a$ es la carga por unidad de longitud. Ahora escribimos dE como

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{\lambda\, d\ell}{r^2}.$$

3. Sume los **vectores**, pero use **simetría**: El vector $d\vec{\mathbf{E}}$ tiene componentes dE_x a lo largo del eje x y $dE_\perp$ perpendicular al eje x (figura 21-28). Vamos a sumar (integrar) a lo largo de todo el anillo. Notamos que un segmento de la misma longitud diametralmente opuesto al $d\ell$, mostrado en la figura producirá un $d\vec{\mathbf{E}}$ cuya componente perpendicular al eje x justo cancelará el $dE_\perp$ mostrado. Lo anterior se cumple para todos los segmentos del anillo, así que, por simetría, $\vec{\mathbf{E}}$ tendrá una componente y igual a cero, por lo que necesitamos sólo sumar las componentes x y dE_x. El campo total es, por lo tanto,

$$E = E_x = \int dE_x = \int dE\cos\theta = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\lambda\int\frac{d\ell}{r^2}\cos\theta.$$

Como $\cos\theta = x/r$, donde $r = \left(x^2 + a^2\right)^{\frac{1}{2}}$, tenemos

$$E = \frac{\lambda}{(4\pi\epsilon_0)}\frac{x}{\left(x^2+a^2\right)^{\frac{3}{2}}}\int_0^{2\pi a} d\ell = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{\lambda x(2\pi a)}{\left(x^2+a^2\right)^{\frac{3}{2}}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Qx}{\left(x^2+a^2\right)^{\frac{3}{2}}}.$$

4. **Revise** si el resultado es **razonable**; observe que, a grandes distancias, $x \gg a$, por lo que el resultado se reduce a $E = Q/(4\pi\epsilon_0 x^2)$. Este resultado es de esperarse porque, a grandes distancias, el anillo aparece como una carga puntual (dependencia de $1/r^2$). Observe también que nuestro resultado da $E = 0$ en $x = 0$, como es de esperarse, puesto que todas las componentes se cancelan en el centro del círculo.

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
Use la simetría cuando sea posible

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
Revise el resultado considerando que, a grandes distancias, el anillo aparece como una carga puntual

†Como creemos que hay una carga mínima (e), este tratamiento es sólo por conveniencia; sin embargo, es útil y preciso, puesto que e es, por lo general, mucho más pequeña que las cargas macroscópicas.

Observe en este ejemplo tres técnicas importantes de resolución de problemas que pueden usarse en otras ocasiones: **1.** Utilice simetría para reducir la complejidad del problema; **2.** exprese la carga dQ en términos de una densidad de carga (en este caso, lineal, $\lambda = Q/2\pi a$); y **3.** verifique el resultado en el límite, cuando r es grande, lo que sirve como una indicación (pero no una prueba) de que la respuesta es correcta (si su resultado no es consistente a grandes r, estaría incorrecto).

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Use la simetría, la densidad de carga y los valores límite $r = 0$ e ∞

EJEMPLO CONCEPTUAL 21–10 **Carga en el centro de un anillo.** Imagine una pequeña carga positiva localizada en el centro de un anillo no conductor, con una distribución de carga negativa uniforme. ¿La carga positiva se encuentra en equilibrio si se desplaza ligeramente del centro a lo largo del eje del anillo? Si lo está, ¿el equilibrio es estable? ¿Qué pasa si la pequeña carga es negativa? Desprecie la gravedad, puesto que es mucho menor que las fuerzas electrostáticas.

RESPUESTA La carga positiva está en equilibrio, porque no hay una fuerza neta sobre ella, por *simetría*. Si la carga positiva se mueve alejándose del centro del anillo, a lo largo del eje en cualquier dirección, la fuerza neta será de regreso hacia el centro del anillo, así que la carga está en equilibrio *estable*. Una carga negativa en el centro del anillo no sentiría una fuerza neta, pero está en equilibrio *inestable* porque, si se mueve a lo largo del eje del anillo, la fuerza neta estaría alejándose del centro del anillo y la carga sería empujada hacia fuera.

EJEMPLO 21–11 **Línea larga de carga.** Determine la magnitud del campo eléctrico en cualquier punto P a una distancia x del punto central 0, de una línea muy larga de carga positiva (un alambre, por ejemplo) distribuida de manera uniforme (figura 21-29). Considere que x es mucho menor que la longitud del alambre, y sea λ la carga por unidad de longitud (C/m).

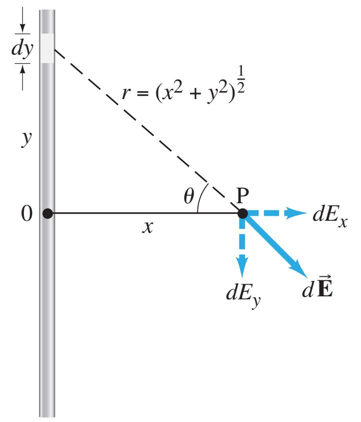


FIGURA 21–29 Ejemplo 21–11.

PLANTEAMIENTO Elegimos un sistema coordenado de manera que el alambre sea paralelo al eje y con el origen en 0, como se representa en la figura. Un segmento de alambre dy tiene una carga $dQ = \lambda\, dy$. El campo eléctrico $d\vec{\mathbf{E}}$ en el punto P debido a esta longitud dy del alambre (en la coordenada y) es de magnitud

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{dQ}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{\lambda\, dy}{(x^2 + y^2)},$$

donde $r = (x^2 + y^2)^{\frac{1}{2}}$ como se aprecia en la figura 21-29. El vector $d\vec{\mathbf{E}}$ tiene componentes dE_x y dE_y, como se muestra, donde $dE_x = dE \cos\theta$ y $dE_y = dE \operatorname{sen}\theta$.

SOLUCIÓN Como 0 está en el punto medio del alambre, la componente y de $\vec{\mathbf{E}}$ será cero, ya que habrá contribuciones iguales a $E_y = \int dE_y$ de segmentos del alambre arriba y abajo del punto 0:

$$E_y = \int dE \operatorname{sen}\theta = 0.$$

Así que

$$E = E_x = \int dE\cos\theta = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0}\int\frac{\cos\theta\, dy}{x^2 + y^2}.$$

La integración aquí es sobre y, a lo largo del alambre, con x igual a la constante. Ahora debemos escribir θ como función de y, o y como función de θ. Hacemos esto último: como $y = x\tan\theta$, tenemos $dy = x\, d\theta/\cos^2\theta$. Más aún, como $\cos\theta = x/\sqrt{x^2 + y^2}$, entonces $1/(x^2 + y^2) = \cos^2\theta/x^2$ la integral de arriba queda como $(\cos\theta)(x\, d\theta/\cos^2\theta)(\cos^2\theta/x^2) = \cos\theta\, d\theta/x$. Por lo tanto,

$$E = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{x}\int_{-\pi/2}^{\pi/2}\cos\theta\, d\theta = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 x}(\operatorname{sen}\theta)\Big|_{-\pi/2}^{\pi/2} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0}\frac{\lambda}{x},$$

donde hemos considerado que el alambre es extremadamente largo en ambas direcciones ($y \to \pm\infty$) que corresponde al límite $\theta = \pm\pi/2$. Así que el campo cerca de un alambre largo recto de carga uniforme disminuye inversamente con la distancia desde el alambre a la primera potencia.

NOTA Este resultado, obtenido para un alambre infinito, es una buena aproximación para un alambre de longitud finita, siempre y cuando x sea pequeña en comparación con la distancia de P a los extremos del alambre.

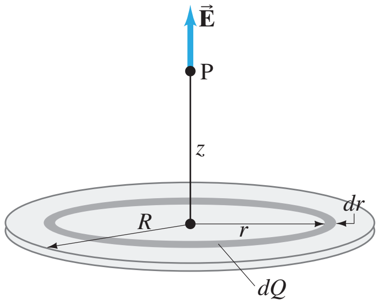


FIGURA 21–30 Ejemplo 21-12: un disco plano de radio R cargado de manera uniforme.

EJEMPLO 21–12 **Disco cargado de manera uniforme.** Se distribuye carga de manera uniforme sobre un disco delgado circular de radio R. La carga por unidad de área (C/m^2) es σ. Calcule el campo eléctrico sobre un punto P en el eje del disco a una distancia z de su centro (figura 21-30).

PLANTEAMIENTO Podemos considerar al disco como un conjunto de anillos concéntricos. Es posible entonces aplicar el resultado del ejemplo 21-9 a cada uno de estos anillos y luego sumar sobre todos los anillos

SOLUCIÓN Para el anillo de radio r, mostrado en la figura 21-30, el campo eléctrico tiene una magnitud (véase el resultado del ejemplo 21-9)

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{z\,dQ}{(z^2 + r^2)^{\frac{3}{2}}}$$

donde hemos escrito dE (en lugar de E) para este anillo delgado de carga total dQ. El anillo tiene una área $(dr)(2\pi r)$ y carga por unidad de área $\sigma = dQ/(2\pi r\,dr)$. Despejamos de aquí dQ ($= \sigma\,2\pi r\,dr$) e insertamos esto en la ecuación anterior para dE:

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{z\sigma 2\pi r\,dr}{(z^2 + r^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{z\sigma r\,dr}{2\epsilon_0(z^2 + r^2)^{\frac{3}{2}}}.$$

Ahora sumamos sobre todos los anillos, comenzando en $r = 0$, hasta el anillo más grande, con $r = R$:

$$E = \frac{z\sigma}{2\epsilon_0}\int_0^R \frac{r\,dr}{(z^2 + r^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{z\sigma}{2\epsilon_0}\left[-\frac{1}{(z^2 + r^2)^{\frac{1}{2}}}\right]_0^R$$

$$= \frac{\sigma}{2\epsilon_0}\left[1 - \frac{z}{(z^2 + R^2)^{\frac{1}{2}}}\right].$$

Lo anterior nos da la magnitud de $\vec{\mathbf{E}}$ en cualquier punto z a lo largo del eje del disco. La dirección de cada $d\vec{\mathbf{E}}$ debida a cada anillo es a lo largo del eje z (como en el ejemplo 21-9); por lo tanto, la dirección de $\vec{\mathbf{E}}$ es a lo largo del eje z. Si Q y σ son positivas, $\vec{\mathbf{E}}$ apunta alejándose del disco; si Q y σ son negativas, $\vec{\mathbf{E}}$ apunta hacia el disco.

Si el radio del disco, en el ejemplo 21-12, es mucho más grande que la distancia del punto P al centro del disco (es decir, $z \ll R$) podemos obtener un resultado muy útil: el segundo término en la solución anterior se vuelve muy pequeño, así que

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}. \qquad \text{[plano infinito]} \qquad \textbf{(21–7)}$$

Este resultado es válido para cualquier punto por arriba (o abajo) de un plano infinito de forma arbitraria con densidad de carga uniforme σ. También es válido para puntos cerca de un plano finito, siempre y cuando el punto esté cerca del plano en comparación con la distancia hacia los bordes del plano. En consecuencia, el campo cercano a un plano cargado uniformemente es homogéneo y se dirige hacia fuera del plano si la carga es positiva.

Es interesante comparar aquí la dependencia con la distancia del campo eléctrico debido a una carga puntual ($E \sim 1/r^2$), debido a una línea larga de carga uniforme ($E \sim 1/r$) y a un plano grande de carga uniforme (E no depende de r).

EJEMPLO 21–13 **Dos placas paralelas.** Determine el campo eléctrico entre dos placas paralelas grandes u hojas, que son muy delgadas y están separadas por una distancia d que es muy pequeña comparada con el largo y el ancho de las placas. Una placa porta una densidad superficial de carga uniforme σ y la otra lleva una densidad superficial de carga uniforme $-\sigma$, como se muestra en la figura 21-31 (las placas se extienden hacia arriba y hacia abajo más allá de lo que se ve en la figura).

PLANTEAMIENTO A partir de la ecuación 21-7, cada placa produce un campo eléctrico de magnitud $\sigma/2\epsilon_0$. El campo debido a la placa positiva se aleja de la placa, mientras que el campo debido a la placa negativa apunta hacia ella.

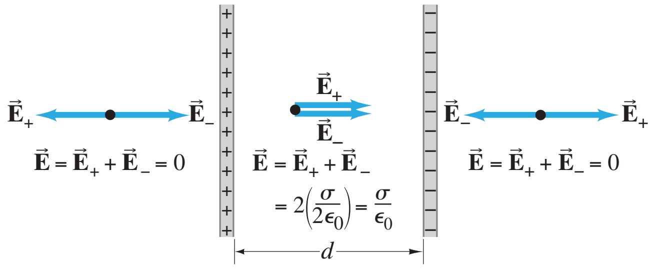


FIGURA 21–31 Ejemplo 21-13. (Sólo se muestra la parte central de estas placas: sus dimensiones son grandes comparadas con su separación d).

SOLUCIÓN En la región entre las placas, los campos se suman como se muestra en la figura:

$$E = E_+ + E_- = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} + \frac{\sigma}{2\epsilon_0} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}.$$

El campo es uniforme, puesto que las placas son muy largas, comparadas con la separación entre ellas, así que el resultado es válido para cualquier punto, ya sea que esté cerca de una u otra placa o en el punto medio entre ellas, siempre y cuando el punto esté lejos de los bordes. Fuera de las placas, los campos se cancelan,

$$E = E_+ + E_- = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} - \frac{\sigma}{2\epsilon_0} = 0,$$

como se muestra en la figura 21-31. Tales resultados son válidos en forma ideal para placas infinitamente largas y son una buena aproximación para placas finitas, si la separación es mucho menor que las dimensiones de las placas y para puntos que no están cerca de los bordes.

NOTA: Estos útiles y extraordinarios resultados ilustran el principio de superposición y su gran poder.

21–8 Líneas de campo

Puesto que el campo eléctrico es un vector, en ocasiones se dice que es un **campo vectorial**. Podríamos indicar el campo eléctrico con flechas en varios puntos en una situación dada; por ejemplo, en los puntos A, B y C de la figura 21-32. Las direcciones de $\vec{E}_A$, $\vec{E}_B$ y $\vec{E}_C$ son iguales a las direcciones de las fuerzas mostradas en la figura 21-22, pero sus magnitudes (la longitud de las flechas) son diferentes, ya que dividimos $\vec{F}$ en la figura 21-33 entre q para obtener $\vec{E}$. Sin embargo, las longitudes relativas de $\vec{E}_A$, $\vec{E}_B$ y $\vec{E}_C$ son las mismas que para las fuerzas, puesto que dividimos siempre entre la misma q. No obstante, para indicar el campo eléctrico de esta manera en *muchos* puntos, obtendríamos demasiadas flechas, lo cual resultaría complicado o confuso. Para evitar lo anterior, usamos otra técnica, las llamadas líneas de campo.

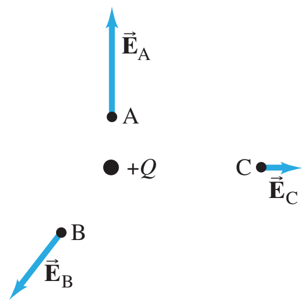
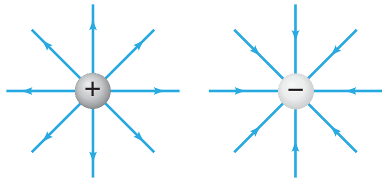


FIGURA 21–32 Vector de campo eléctrico mostrado en tres puntos diferentes, debido a una carga puntual Q. (Compare con la figura 21-22).

Para visualizar el campo eléctrico, dibujamos una serie de líneas para indicar la dirección del campo eléctrico en varios puntos del espacio. Estas **líneas de campo eléctrico** (también llamadas **líneas de fuerza**) se dibujan de manera que señalen la dirección de la fuerza debida al campo dado sobre una carga de prueba positiva. La figura 21-33a muestra las líneas de fuerza debidas a una sola carga positiva aislada, mientras que la figura 21-33b presenta las líneas de fuerza debidas a una sola carga negativa aislada. En el inciso *a*), las líneas apuntan radialmente hacia fuera de la carga y en el inciso *b*) apuntan radialmente hacia la carga, porque ésa es la dirección de la fuerza que actuaría sobre una carga de prueba positiva en cada caso (como en la figura 21-25). Sólo se indican algunas líneas representativas. Podríamos dibujar también líneas intermedias entre aquellas mostradas, ya que también existe un campo eléctrico ahí. Sería posible dibujar las líneas de forma que *el número de líneas que empiecen en una carga positiva, o que terminen en una carga negativa, sea proporcional a la magnitud de la carga.* Observe que cerca de la carga, donde el campo eléctrico es más intenso ($F \propto 1/r^2$), las líneas están más juntas. Ésta es una propiedad general de las líneas de campo eléctrico: *cuanto más cerca estén las líneas de campo, mayor será el campo eléctrico en esa región.* De hecho, es posible dibujar las líneas de campo de manera que el número de líneas que cruzan una área unitaria perpendicular a $\vec{E}$ es proporcional a la magnitud del campo eléctrico.

FIGURA 21–33 Líneas de campo eléctrico *a*) cerca de una carga puntual positiva aislada y *b*) cerca de una carga puntual negativa aislada.



a) *b*)

La figura 21-34a muestra las líneas de campo eléctrico debidas a dos cargas iguales de signos opuestos, una combinación que se conoce con el nombre de **dipolo eléctrico**. Las líneas de campo se curvan en este caso y están dirigidas de la carga positiva a la carga negativa. La dirección del campo eléctrico en cualquier punto es tangente a la línea de campo en ese punto, como se indica con el vector $\vec{\mathbf{E}}$ en el punto P. Para que se convenza de que éste es el patrón de las líneas de campo eléctrico, puede realizar cálculos como los que se hicieron en el ejemplo 21-8, justo para este caso (véase la figura 21-27). La figura 21-34b contiene las líneas de campo para dos cargas iguales positivas y la figura 21-34c, para cargas desiguales $-Q$ y $+2Q$. Observe que salen el doble de líneas de $+2Q$, que las que entran a $-Q$ (el número de líneas es proporcional a la magnitud de Q). Por último, en la figura 21-34d hay líneas de campo entre dos placas paralelas con cargas de la misma magnitud, aunque de signos opuestos. Observe que las líneas de campo eléctrico entre las dos placas empiezan perpendiculares a la superficie de las placas de metal (en la siguiente sección veremos por qué esto es verdad) y van directamente de una placa a la otra, como es de esperarse, porque una carga de prueba positiva localizada entre las placas sentirá una fuerte repulsión de la placa positiva y una fuerte atracción hacia la placa negativa. Las líneas de campo entre dos placas cercanas son paralelas y están igualmente espaciadas en la parte central, pero se curvan un poco cerca de los bordes. Así, en la región central, el campo eléctrico tiene la misma magnitud en todos los puntos, por lo que es posible escribir (véase el ejemplo 21-13).

$$E = \text{constante} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}. \quad \left[\begin{array}{l}\text{entre dos placas paralelas,}\\ \text{muy cercanas, con cargas opuestas}\end{array}\right] \qquad \textbf{(21–8)}$$

Por lo general, la curvatura del campo cerca de los bordes puede ignorarse, sobre todo si la separación entre las placas es pequeña comparada con su ancho y su largo.

Resumimos las propiedades de las líneas de campo como sigue:

1. Las líneas de campo eléctrico indican la dirección del campo eléctrico; el campo apunta en la dirección tangente a la línea de campo en cualquier punto.
2. Las líneas de campo eléctrico se dibujan de manera que la magnitud del campo eléctrico, E, es proporcional al número de líneas que atraviesan un área unitaria perpendicular a las líneas. Cuanto más cercanas estén las líneas, más intenso será el campo.
3. Las líneas de campo eléctrico empiezan en las cargas positivas y terminan en las cargas negativas; el número de líneas que empiezan o terminan es proporcional a la magnitud de la carga.

También advierta que las líneas de campo nunca se cruzan. ¿Por qué? Porque el campo eléctrico no puede tener dos direcciones distintas en un punto dado, ni ejercer más de una fuerza sobre una carga de prueba.

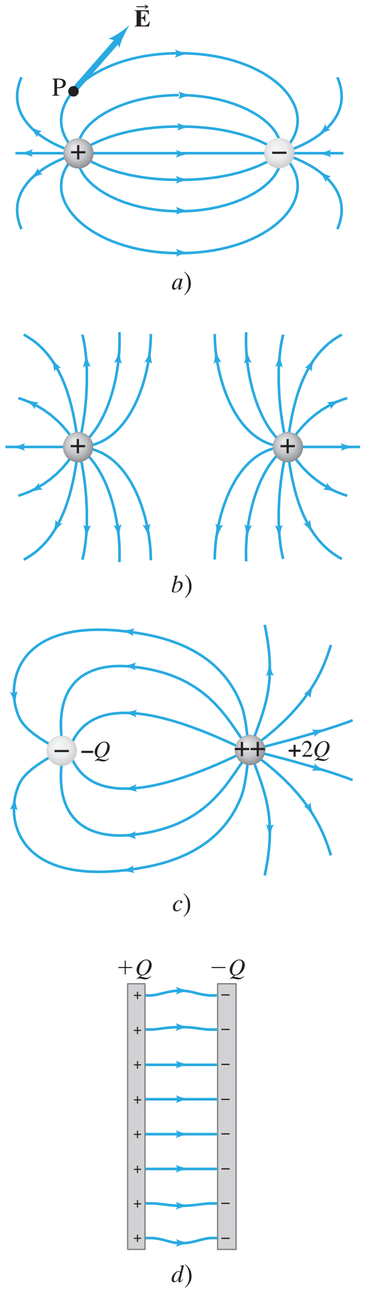


FIGURA 21–34 Líneas de campo eléctrico para cuatro arreglos de cargas.

Campo gravitacional

El concepto de campo también puede aplicarse a la fuerza gravitacional, como se mencionó en el capítulo 6. Así, es posible afirmar que existe un **campo gravitacional** para cada objeto con masa. Un objeto atrae a otro a través del campo gravitacional. Puede decirse que la Tierra, por ejemplo, posee un campo gravitacional (figura 21-35), que es el responsable de la fuerza gravitacional sobre los objetos. El *campo gravitacional* se define como la *fuerza por unidad de masa*. La magnitud del campo gravitacional de la Tierra, en cualquier punto arriba de la superficie terrestre, es, por lo tanto, (GM_E/r^2), donde M_E es la masa de la Tierra, r es la distancia del punto en cuestión al centro de la Tierra y G es la constante de gravitación universal (capítulo 6). En la superficie de la Tierra, r es el radio de la Tierra y el campo gravitacional es igual a g, la aceleración debida a la gravedad. Más allá de la Tierra, el campo gravitacional puede calcularse en cualquier punto como una suma de términos debidos a la Tierra, el Sol, la Luna y otros cuerpos que contribuyan de manera significativa.

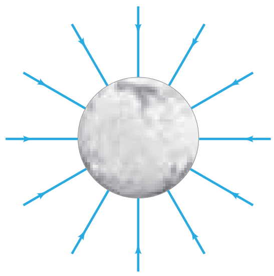


FIGURA 21–35 El campo gravitacional de la Tierra.

21–9 Campos eléctricos y conductores

Ahora veremos algunas propiedades de los materiales conductores. Primero, *el campo eléctrico dentro de un conductor es cero en una situación estática*, esto es, cuando las cargas están en reposo. Si hubiera un campo eléctrico dentro de un conductor, entonces habría una fuerza sobre los electrones libres. Los electrones se moverían hasta alcanzar posiciones donde el campo eléctrico y, por lo tanto, la fuerza eléctrica sobre ellos sean cero.

Este razonamiento produce consecuencias interesantes. La primera es que *cualquier carga neta en un conductor se distribuye sobre su superficie.* (Si *hubiera* cargas adentro, habría un campo eléctrico.) Para un conductor cargado negativamente, puede pensarse que las cargas negativas se repelen entre sí y corren hacia la superficie para alejarse una de otra lo más posible. Otra consecuencia es la siguiente. Suponga que una carga positiva Q está rodeada de un material conductor descargado y aislado con forma de cascarón esférico (figura 21-36). Como no puede haber campo dentro del metal, las líneas que dejan la carga central positiva deben terminar en cargas negativas en la superficie interna del metal, así que una cantidad igual de carga negativa, $-Q$, se induce sobre la superficie interna del cascarón esférico. Luego, como el cascarón es neutro, habrá una carga positiva de la misma magnitud, $+Q$, en la superficie externa del cascarón. Así, aunque no hay un campo en el metal mismo, existe un campo eléctrico fuera de él, como se observa en la figura 21-36, como si el metal no estuviera ahí.

Una propiedad relacionada de los campos eléctricos estáticos y los conductores es que *el campo eléctrico siempre es perpendicular a la superficie externa de un conductor.* Si hubiera una componente de $\vec{\mathbf{E}}$ paralela a la superficie (figura 21-37), ejercería una fuerza sobre los electrones libres de la superficie, lo cual produciría que los electrones se muevan a lo largo de la superficie hasta alcanzar posiciones donde no se ejerza una fuerza neta sobre ellos paralela a la superficie, es decir, hasta que el campo eléctrico sea perpendicular a la superficie.

Tales propiedades se cumplen sólo para conductores. Dentro de un material no conductor, el cual no cuenta con electrones libres, puede haber un campo eléctrico estático, como veremos en el siguiente capítulo. Además, el campo eléctrico afuera de un no conductor no necesariamente forma un ángulo de 90° con la superficie.

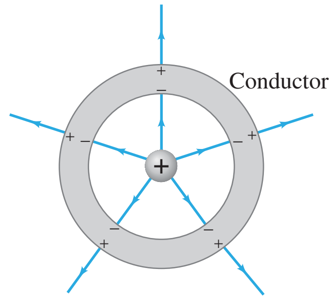
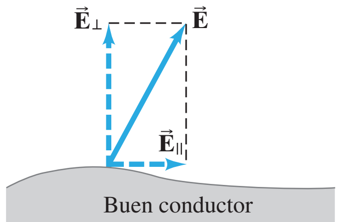


FIGURA 21–36 Una carga dentro de un cascarón de metal esférico neutro induce cargas en sus superficies. El campo eléctrico existe aún más allá del cascarón, pero no dentro del conductor mismo.

FIGURA 21–37 Si el campo eléctrico $\vec{\mathbf{E}}$ en la superficie de un conductor tuviera una componente paralela a la superficie, $\vec{\mathbf{E}}_{\parallel}$, este último pondría los electrones en movimiento. En el caso estático, $\vec{\mathbf{E}}_{\parallel}$ debe ser cero, y el campo eléctrico debe ser perpendicular a la superficie del conductor: $\vec{\mathbf{E}} = \vec{\mathbf{E}}_{\perp}$.



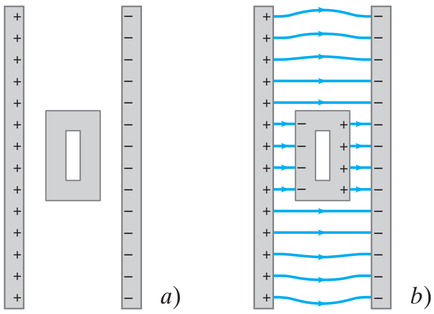


FIGURA 21–38 Ejemplo 21–14.

FIGURA 21–39 En la vecindad de esta "jaula de Faraday" hay un intenso campo eléctrico, tanto, que electrones sueltos en la atmósfera son acelerados hasta la energía cinética necesaria para arrancar electrones de los átomos del aire, lo que produce una avalancha de carga, la cual fluye a (o desde) la jaula de metal. Aun así, la persona en el interior de la jaula no resulta afectada.

EJEMPLO CONCEPTUAL 21–14 **Escudo eléctrico y seguridad en una tormenta.** Una caja de metal hueca neutra se coloca entre dos placas paralelas con carga, como se ilustra en la figura 21-38a. ¿Cómo es el campo dentro de la caja?

RESPUESTA Si nuestra caja de metal fuera sólida, y no hueca, los electrones libres en la caja se redistribuirían a sí mismos a lo largo de la superficie hasta que todos sus campos individuales se cancelaran uno a otro dentro de la caja. El campo neto dentro de la caja sería cero. Para una caja hueca, el campo externo no cambia, puesto que los electrones en el metal se pueden mover a la superficie tan libremente como antes. De ahí que el campo dentro de la caja de metal hueca también es cero y las líneas de campo son como se ilustra en la figura 21-38b. Una caja conductora usada de esta manera es un aparato efectivo para resguardar instrumentos delicados y circuitos electrónicos de campos eléctricos externos no deseados. También vemos que un lugar relativamente seguro para resguardarse durante una tormenta eléctrica es el interior de un automóvil, ya que está rodeado de metal. Véase también la figura 21-39, donde una persona dentro de una "jaula" está protegida de fuertes descargas eléctricas.

FÍSICA APLICADA
Escudo eléctrico

21–10 Movimiento de una partícula cargada en un campo eléctrico

Si un objeto con carga eléctrica q está en un punto del espacio donde el campo eléctrico es $\vec{\mathbf{E}}$, la fuerza sobre el objeto está dada por

$$\vec{\mathbf{F}} = q\vec{\mathbf{E}}$$

(véase la ecuación 21-5). En las secciones anteriores vimos cómo determinar $\vec{\mathbf{E}}$ para situaciones particulares. Ahora supongamos que conocemos $\vec{\mathbf{E}}$, y que deseamos calcular la fuerza sobre un objeto cargado así como el movimiento posterior del objeto. (Supongamos que no actúa ninguna otra fuerza).

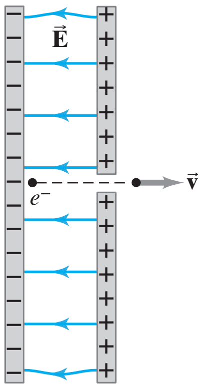


FIGURA 21–40 Ejemplo 21–15.

EJEMPLO 21–15 **Electrón acelerado por un campo eléctrico.** Un electrón (masa $m = 9.1 \times 10^{-31}$ kg) es acelerado en el campo eléctrico uniforme $\vec{\mathbf{E}}$ ($E = 2.0 \times 10^4$N/C) entre dos placas cargadas paralelas. La separación entre las placas es de 1.5 cm. El electrón es acelerado a partir del reposo cerca de la placa negativa y pasa a través de un pequeño agujero en la placa positiva (figura 21-40). *a*) ¿Con qué rapidez deja el agujero? *b*) Muestre que la fuerza gravitacional puede ignorarse. Considere que el agujero es tan pequeño que no afecta el campo uniforme entre las placas.

PLANTEAMIENTO Podemos obtener la velocidad de electrón usando las ecuaciones cinemáticas del capítulo 2, luego de encontrar su aceleración a partir de la segunda ley de Newton, $F = ma$. La magnitud de la fuerza sobre el electrón es $F = qE$ y se dirige hacia la derecha.

SOLUCIÓN *a*) La magnitud de la aceleración del electrón es

$$a = \frac{F}{m} = \frac{qE}{m}.$$

Entre las placas $\vec{\mathbf{E}}$ es uniforme, así que el electrón sufre un movimiento uniformemente acelerado con aceleración

$$a = \frac{(1.6 \times 10^{-19}\,\mathrm{C})(2.0 \times 10^4\,\mathrm{N/C})}{(9.1 \times 10^{-31}\,\mathrm{kg})} = 3.5 \times 10^{15}\,\mathrm{m/s^2}.$$

Viaja una distancia $x = 1.5 \times 10^{-2}$ m antes de llegar al agujero y, como su rapidez inicial es cero, es posible usar la ecuación cinemática $v^2 = v_0^2 + 2ax$ (ecuación 2-12c), con $v_0 = 0$:

$$v = \sqrt{2ax} = \sqrt{2(3.5 \times 10^{15}\,\mathrm{m/s^2})(1.5 \times 10^{-2}\,\mathrm{m})} = 1.0 \times 10^7\,\mathrm{m/s}.$$

No hay campo eléctrico fuera de las placas, así que, después de pasar por el agujero, el electrón continúa moviéndose con esta velocidad, que ahora es constante.

b) La magnitud de la fuerza eléctrica sobre el electrón es

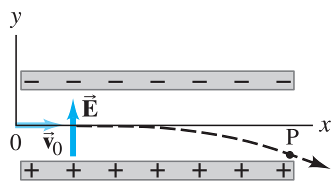
$$qE = (1.6 \times 10^{-19}\,\mathrm{C})(2.0 \times 10^4\,\mathrm{N/C}) = 3.2 \times 10^{-15}\,\mathrm{N}.$$

La fuerza gravitacional es

$$mg = (9.1 \times 10^{-31}\,\mathrm{kg})(9.8\,\mathrm{m/s^2}) = 8.9 \times 10^{-30}\,\mathrm{N},$$

la cual es ¡10^{14} veces menor! Observe que el campo eléctrico debido al electrón no se usa en el problema (pues una partícula no puede ejercer una fuerza sobre sí misma).

FIGURA 21–41 Ejemplo 21–16.



EJEMPLO 21–16 **Electrón que se mueve en forma perpendicular a $\vec{\mathbf{E}}$.** Suponga que un electrón que viaja con rapidez v_0 e $\vec{\mathbf{E}}$. Entra a un campo eléctrico uniforme $\vec{\mathbf{E}}$ que es perpendicular a $\vec{\mathbf{v}}_0$ como se indica en la figura 21-41. Describa su movimiento dando la ecuación de su trayectoria mientras se mueve dentro del campo eléctrico. Ignore la gravedad.

PLANTEAMIENTO De nuevo usamos la segunda ley de Newton, con $F = qE$, y las ecuaciones cinemáticas del capítulo 2.

SOLUCIÓN Cuando el electrón entra al campo eléctrico (en $x = y = 0$) tiene una velocidad $\vec{\mathbf{v}}_0 = v_0\hat{\mathbf{i}}$ en la dirección x. El campo eléctrico $\vec{\mathbf{E}}$, que apunta verticalmente hacia arriba, imparte una aceleración vertical uniforme al electrón dada por

$$a_y = \frac{F}{m} = \frac{qE}{m} = -\frac{eE}{m},$$

donde establecimos que $q = -e$ para el electrón.

La posición vertical del electrón está dada por la ecuación 2-12b,

$$y = \frac{1}{2} a_y t^2 = -\frac{eE}{2m} t^2$$

puesto que el movimiento es con aceleración constante. La posición horizontal está dada por

$$x = v_0 t$$

ya que $a_x = 0$. Eliminamos t entre estas dos ecuaciones para obtener

$$y = -\frac{eE}{2mv_0^2} x^2,$$

que es la ecuación de una parábola (como en el movimiento de proyectiles, sección 3-7).

21–11 Dipolos eléctricos

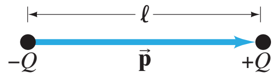
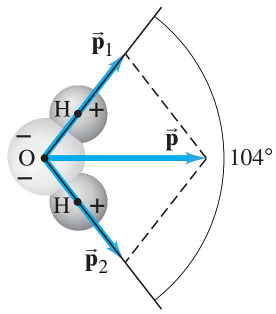


FIGURA 21–42 Un dipolo consiste de dos cargas iguales de signos opuestos, $+Q$ y $-Q$, separadas por una distancia ℓ. El momento dipolar es $\vec{\mathbf{p}} = Q\vec{\boldsymbol{\ell}}$ y apunta de la carga negativa a la carga positiva.

La combinación de dos cargas de la misma magnitud, pero de signos opuestos, $+Q$ y $-Q$, separadas por una distancia ℓ, se conoce como **dipolo eléctrico**. La cantidad $Q\ell$ se llama **momento dipolar** y se representa[†] con el símbolo p. El momento dipolar puede considerarse como un vector $\vec{\mathbf{p}}$, de magnitud $Q\ell$, que apunta en la dirección que va de la carga negativa a la carga positiva, como se indica en la figura 21-42. Muchas moléculas, como la molécula diatómica CO, tienen un momento dipolar (C con una carga positiva pequeña y O con una carga negativa pequeña de la misma magnitud), y se les conoce como **moléculas polares**. Aun cuando la molécula es neutra como un todo, hay una separación de carga que resulta de una distribución desigual de los electrones entre los dos átomos.[‡] (Las moléculas simétricas diatómicas, como el O_2, no tienen momento dipolar.) La molécula de agua, con su distribución desigual de electrones (O es negativo y los dos H son positivos), también cuenta con un momento dipolar (véase la figura 21-43).

FIGURA 21–43 En la molécula del agua (H_2O), los electrones pasan más tiempo alrededor del átomo de oxígeno que alrededor de los dos átomos de hidrógeno. El momento dipolar neto $\vec{\mathbf{p}}$ puede considerarse como la suma vectorial de los dos momentos dipolares $\vec{\mathbf{p}}_1$ y $\vec{\mathbf{p}}_2$ que apuntan desde el O hacia cada uno de los H, como se muestra en la figura: $\vec{\mathbf{p}} = \vec{\mathbf{p}}_1 + \vec{\mathbf{p}}_2$.



Dipolo en un campo externo

Primero consideremos un dipolo, de momento dipolar $p = Q\ell$, que se localiza dentro de un campo eléctrico uniforme $\vec{\mathbf{E}}$, como se muestra en la figura 21-44. Si el campo es uniforme, la fuerza $Q\vec{\mathbf{E}}$ sobre la carga positiva y la fuerza $-Q\vec{\mathbf{E}}$ sobre la carga negativa, dan por resultado una fuerza neta nula sobre el dipolo. Sin embargo, habrá una *torca* (también llamada *torque* o *momento de torsión*) sobre el dipolo (figura 21-44), con una magnitud (calculada con respecto al centro, 0, del dipolo).

$$\tau = QE\frac{\ell}{2}\operatorname{sen}\theta + QE\frac{\ell}{2}\operatorname{sen}\theta = pE\operatorname{sen}\theta. \qquad \textbf{(21–9a)}$$

Lo anterior puede escribirse en notación vectorial como

$$\vec{\boldsymbol{\tau}} = \vec{\mathbf{p}} \times \vec{\mathbf{E}}. \qquad \textbf{(21–9b)}$$

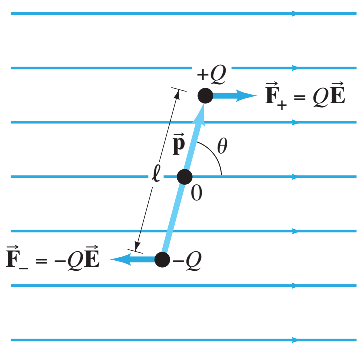
El efecto de la torca es tratar de hacer girar al dipolo de manera que $\vec{\mathbf{p}}$ sea paralelo a $\vec{\mathbf{E}}$. El trabajo que realiza el campo eléctrico sobre el dipolo para cambiar el ángulo θ de θ_1 a θ_2 es (véase la ecuación 10-22):

$$W = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \tau\, d\theta.$$

Necesitamos escribir la torca como $\tau = -pE\operatorname{sen}\theta$, porque su dirección es opuesta a la dirección en que se incrementa θ (regla de la mano derecha). Por lo tanto,

$$W = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \tau\, d\theta = -pE\int_{\theta_1}^{\theta_2} \operatorname{sen}\theta\, d\theta = pE\cos\theta\Big|_{\theta_1}^{\theta_2} = pE(\cos\theta_2 - \cos\theta_1).$$

FIGURA 21–44 (abajo) Un momento dipolar eléctrico en un campo eléctrico uniforme.



El trabajo positivo que realiza el campo disminuye la energía potencial, U, del dipolo en este campo. (Recuerde la relación entre trabajo y energía potencial, ecuación 8-4, $\Delta U = -W$.) Si elegimos $U = 0$, cuando $\vec{\mathbf{p}}$ es perpendicular a $\vec{\mathbf{E}}$ (esto es, considerando $\theta_1 = 90°$, de manera que $\cos\theta_1 = 0$), y estableciendo que $\theta_2 = \theta$, tenemos

$$U = -W = -pE\cos\theta = -\vec{\mathbf{p}}\cdot\vec{\mathbf{E}}. \qquad \textbf{(21–10)}$$

Si el campo eléctrico *no* es uniforme, la fuerza sobre $+Q$ del dipolo puede no tener la misma magnitud que la fuerza sobre $-Q$, así que es posible que haya una fuerza neta además de la torca.

[†]Tenga cuidado de no confundir esta p para el momento dipolar con la p usada para la cantidad de movimiento.

[‡]El valor de las cargas separadas puede ser una fracción de e (digamos $\pm$ 0.2e o $\pm$ 0.4e), pero observe que estas cargas no violan lo que afirmamos acerca de que e es la carga más pequeña. Estas cargas menores que e no pueden aislarse y sólo representan cuánto tiempo pasan los electrones alrededor de un átomo o del otro.

EJEMPLO 21–17 **Dipolo en un campo.** El momento dipolar de la molécula de agua es 6.1×10^{-30} C·m. Se coloca una molécula de agua en un campo eléctrico uniforme de magnitud 2.0×10^5 N/C. *a*) ¿Cuál es la magnitud de la torca máxima que puede ejercer el campo sobre la molécula? *b*) ¿Cuál es la energía potencial cuando la torca alcanza su valor máximo? *c*) ¿En que posición la energía potencial tomará su valor máximo? ¿Por qué ésta es diferente de la posición donde la torca alcanza su valor máximo?

PLANTEAMIENTO La torca está dada por la ecuación 21-9 y la energía potencial por la ecuación 21-10.

SOLUCIÓN *a*) De la ecuación 21-9, vemos que τ se maximiza cuando θ es 90°. Por lo tanto $\tau = pE = (6.1 \times 10^{-30}\,\mathrm{C \cdot m})(2.0 \times 10^5\,\mathrm{N/C}) = 1.2 \times 10^{-24}\,\mathrm{N \cdot m}$.

b) La energía potencial para $\theta = 90°$ es cero (ecuación 21-10). Observe que la energía potencial es negativa para valores menores de θ, así que U no es un mínimo para $\theta = 90°$.

c) La energía potencial U será un máximo cuando $\cos\theta = -1$ en la ecuación 21-10, así que $\theta = 180°$, lo cual significa que $\vec{\mathbf{E}}$ y $\vec{\mathbf{p}}$ son antiparalelos. La energía potencial se maximiza cuando el dipolo está orientado de manera que tenga que girar a través del mayor ángulo posible, 180°, para alcanzar la posición de equilibrio en $\theta = 0°$. La torca, por el otro lado, se maximiza cuando las fuerzas eléctricas son perpendiculares a $\vec{\mathbf{p}}$.

Campo eléctrico producido por un dipolo

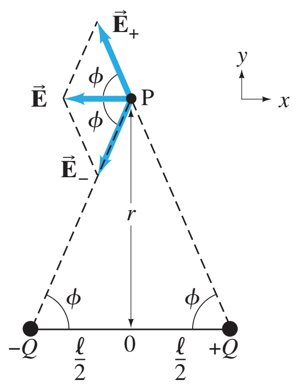


FIGURA 21–45 Campo eléctrico debido a un dipolo eléctrico.

Acabamos de ver cómo un campo eléctrico afecta a un dipolo eléctrico. Ahora supongamos que no hay un campo externo y que queremos calcular el campo eléctrico producido *por* el dipolo. Por simplicidad, nos restringimos a puntos que están en la bisectriz perpendicular del dipolo, como el punto P en la figura 21-45, que está a una distancia r sobre el punto medio del dipolo. Observe que r en la figura 21-45 no es la distancia de ninguna de las cargas al punto P; esta última es $\left(r^2 + \ell^2/4\right)^{\frac{1}{2}}$ que es la que debe usarse en la ecuación 21-4. El campo total en el punto P es

$$\vec{\mathbf{E}} = \vec{\mathbf{E}}_+ + \vec{\mathbf{E}}_-,$$

donde $\vec{\mathbf{E}}_+$ y $\vec{\mathbf{E}}_-$ son los campos debidos a las cargas + y −, respectivamente. Las magnitudes de E_+ y E_- son iguales:

$$E_+ = E_- = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r^2 + \ell^2/4}.$$

Sus componentes y se cancelan en el punto P (de nuevo por simetría), así que la magnitud del campo total $\vec{\mathbf{E}}$ es

$$E = 2E_+\cos\phi = \frac{1}{2\pi\epsilon_0}\left(\frac{Q}{r^2 + \ell^2/4}\right)\frac{\ell}{2\left(r^2 + \ell^2/4\right)^{\frac{1}{2}}}$$

o, considerando que $Q\ell = p$,

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{p}{\left(r^2 + \ell^2/4\right)^{\frac{3}{2}}}. \qquad \left[\begin{array}{c}\text{sobre la bisectriz}\\ \text{perpendicular del dipolo}\end{array}\right] \qquad \textbf{(21–11)}$$

Lejos del dipolo, $r \gg \ell$, esto se reduce a

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{p}{r^3}. \qquad \left[\begin{array}{c}\text{sobre la bisectriz perpendicular}\\ \text{del dipolo, para } r \gg \ell\end{array}\right] \qquad \textbf{(21–12)}$$

Así que el campo disminuye más rápidamente para un dipolo que para una carga puntual ($1/r^3$ *versus* $1/r^2$), lo cual es de esperarse, puesto que, a grandes distancias, las dos cargas opuestas aparecen muy juntas y tienden a neutralizarse una con otra. La dependencia $1/r^3$ también se aplica para puntos que no están en la bisectriz perpendicular (véase el problema 67).

*21–12 Fuerzas eléctricas en biología molecular; ADN

El interior de todas las células está compuesto principalmente por agua. Podemos imaginar una célula como un vasto océano de moléculas en movimiento constante (teoría cinética, capítulo 18), con diferentes cantidades de energía cinética y que colisionan una contra otra. Tales moléculas interactúan unas con otras por la *atracción electrostática* entre moléculas.

FÍSICA APLICADA

Dentro de una célula: Teoría cinética más fuerzas electrostáticas

De hecho, ahora se considera que los procesos celulares son resultado del *movimiento molecular al azar ("térmico"), además del efecto ordenador de la fuerza electrostática.* Por ejemplo, veamos la estructura del ADN y su duplicación. El esquema que presentamos no se ha visto "en acción". Sin embargo, es un modelo de lo que sucede, con base en teorías físicas y en la experimentación.

La información genética que se transmite de una generación a otra en todas las células vivas está contenida en los cromosomas, los cuales están hechos de genes. Cada gen contiene la información necesaria para producir un tipo particular de moléculas de proteína, cuya información está almacenada en la molécula principal de un cromosoma, el ácido desoxirribonucleico (ADN; figura 21-46). Las moléculas de ADN están hechas de muchas pequeñas moléculas conocidas como bases nucleótidos, que son moléculas polares como resultado de una repartición desigual de los electrones. Hay cuatro tipos de bases nucleótidos en el ADN: adenina (A), citosina (C), guanina (G) y tianina (T).

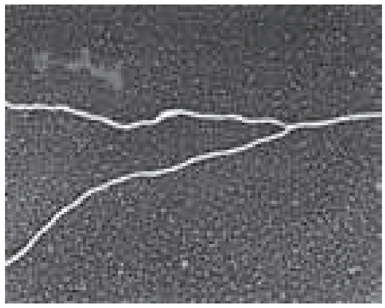
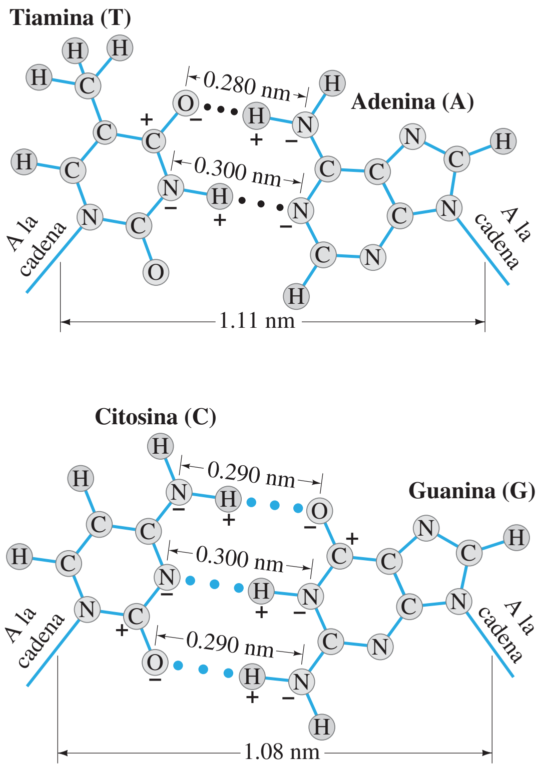


FIGURA 21–46 ADN duplicador en una célula de cáncer humana *HeLa*. Ésta es una imagen tomada con un microscopio electrónico de transmisión (TEM, del cual hablaremos en el capítulo 37).

El ADN de un cromosoma generalmente consiste en dos hebras largas de ADN enrolladas una sobre la otra en forma de una "doble hélice". La información genética está contenida en el orden específico de las cuatro bases (A, C, G, T) a lo largo del filamento. Como se muestra en la figura 21-47, las dos hebras son atraídas por fuerzas electrostáticas, es decir, por la atracción de cargas positivas a negativas que existe sobre partes de las moléculas. Vemos en la figura 21-47a que una A (adenina) en una hebra siempre está opuesta a una T en la otra hebra; de manera análoga, una G siempre está opuesta a una C. Este importante efecto de orden ocurre porque las formas de A, T, C y G son tales que T ajusta muy cercanamente sólo dentro de A, y G sólo dentro de C, sólo que en el caso de este corto acercamiento de las porciones cargadas es que la fuerza electrostática es lo suficientemente grande para mantenerlas juntas aun por un tiempo mínimo (figura 21-47b); así se forma lo que se conoce como "enlaces débiles."

a)



b)

FIGURA 21–47 *a*) Sección de la doble hélice del ADN. *b*) Acercamiento de la hélice que muestra cómo A y T se atraen entre sí, mientras que C y G se atraen mediante fuerzas electrostáticas. Los signos + y − representan cargas netas, generalmente una fracción de *e*, debidas a la distribución dispareja de los electrones. Los puntos color naranja indican atracción electrostática (comúnmente llamados "enlaces débiles" o "puentes de hidrógeno"; sección 40-3). Observe que hay dos enlaces débiles entre A y T, y tres entre C y G.

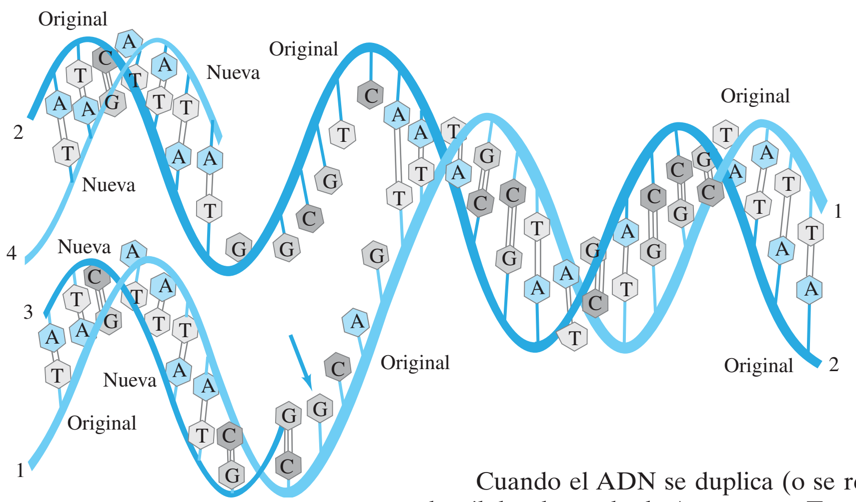


FIGURA 21–48 Duplicación del ADN.

Cuando el ADN se duplica (o se replica) a sí mismo, justo antes de la división de la célula, el arreglo de A opuesto a T y de G opuesto a C es crucial para asegurar que la información genética se transmita de manera precisa a la siguiente generación (figura 21-48). Las dos hebras de ADN se separan (con ayuda de las enzimas, las cuales operan también mediante fuerzas electrostáticas), dejando expuestas las partes cargadas de las bases. Una vez que comienza la duplicación, veamos cómo ocurre el orden correcto de bases fijándonos en la molécula G señalada con la flecha en la figura 21-48. Muchas de las bases nucleótidos de los cuatro tipos que no han sido atraídas están rebotando por ahí dentro del fluido celular, mientras que el único tipo que experimentará una atracción, si se acerca lo suficiente, será una C. Las cargas de las otras tres bases no les permiten acercarse tanto a las cargas en G para proveer de una fuerza de atracción significativa (recuerde que la fuerza disminuye rápidamente con la distancia ($\propto 1/r^2$). Como las G no atraen apreciablemente a A, T o G, una A, T o G será expulsada por colisiones con otras moléculas antes de que las enzimas puedan unirla a la cadena en crecimiento (número 3). Pero la fuerza electrostática mantendrá de forma preferente una C opuesta a nuestra G el tiempo suficiente para que una enzima logre unir una C al extremo en crecimiento de la nueva cadena. Así, vemos que las fuerzas electrostáticas son responsables de seleccionar las bases en el orden apropiado durante la duplicación.

Este proceso de duplicación del ADN generalmente se presenta como si ocurriera de una manera ordenada –como si cada molécula supiera su papel y se dirigiera a su lugar asignado. Pero no ocurre así. Las fuerzas de atracción son más bien débiles, y si las formas moleculares no son las necesarias, casi no habrá atracción electrostática, razón por la cual se presentan algunos errores. Así, haciendo a un lado el movimiento caótico de las moléculas, la fuerza electrostática actúa para poner algo de orden dentro del caos.

Las velocidades aleatorias (térmicas) de moléculas en una célula afectan la *clonación*. Cuando una célula bacterial se divide, las dos nuevas bacterias tienen ADN casi idéntico. Incluso si el ADN fuera perfectamente idéntico, las dos nuevas bacterias no terminarían comportándose de la misma forma. Las proteínas largas, el ADN y las moléculas de ARN toman diferentes formas y, por lo tanto, la expresión de los genes es diferente. Las partes sujetas de forma holgada en las moléculas grandes, como las del grupo metilo (CH_3), también pueden ser extraídas por una colisión fuerte con otra molécula. Por lo tanto, los organismos clonados no son idénticos, incluso si su ADN fuera idéntico. De hecho, no puede haber determinismo genético en realidad.

*21–13 Las máquinas copiadoras y las computadoras electrónicas usan la electrostática

Las máquinas fotocopiadoras y las impresoras láser usan la atracción electrostática para imprimir una imagen. Cada una utiliza una técnica diferente para proyectar una imagen sobre un tambor cilíndrico especial. Por lo general, el tambor está hecho de aluminio, un buen conductor; su superficie está cubierta con una delgada capa de selenio, con la interesante propiedad (llamada “fotoconductividad”) de ser un no conductor de la electricidad en la oscuridad, pero un buen conductor cuando está expuesto a la luz.

En una *fotocopiadora*, lentes y espejos enfocan una imagen de la hoja original de papel sobre el cilindro, de la misma forma en que la lente de una cámara enfoca su

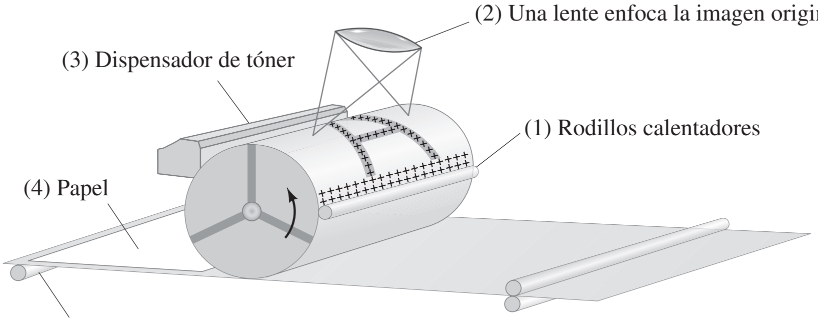


FIGURA 21–49 Dentro de una máquina fotocopiadora: **1.** se da una carga + al tambor de selenio; **2.** la lente enfoca una imagen sobre el tambor (sólo los puntos oscuros se mantienen con carga); **3.** las áreas con carga positiva del tambor atraen partículas de tóner (cargado negativamente); **4.** la imagen se transfiere al papel; **5.** el calor fija la imagen en el papel.

FÍSICA APLICADA
Máquinas fotocopiadoras

imagen sobre la película. El primer paso es colocar una carga positiva uniforme sobre la capa de selenio del tambor, mediante una varilla o un rodillo, en la oscuridad. En el paso 2, la imagen que se va a imprimir o a copiar se proyecta sobre el tambor. Por simplicidad, suponemos que la imagen es una letra oscura A sobre un fondo blanco (como en la página de un libro) como se muestra en la figura 21-49. La letra A sobre el tambor es oscura, pero todo lo que hay alrededor es claro. En todos estos lugares claros el selenio se vuelve conductor y los electrones fluyen desde el aluminio que hay abajo neutralizando aquellas áreas positivas. En las áreas oscuras de la letra A el selenio es no conductor, así que mantiene una carga positiva (figura 21-49). En el paso 3, se imparte una carga negativa a un polvo fino oscuro conocido como *tóner* y se frota sobre el tambor mientras éste gira. Las partículas de tóner cargadas negativamente son atraídas a las áreas positivas del tambor (la letra A, en nuestro caso) y se quedan adheridas sólo ahí. En el paso 4, el tambor giratorio ejerce presión sobre una hoja de papel que ha sido cargada positivamente más fuerte que en el selenio, así que las partículas se transfieren al papel, formando la imagen final. Por último, en el paso 5, el papel se calienta para fijar las partículas de tóner firmemente en el papel.

FÍSICA APLICADA
Impresora láser

En una copiadora a color (o impresora), este proceso se repite para cada color –negro, azul (cian), magenta (rojo) y amarillo. Combinando estos colores en diferentes proporciones se obtiene cualquier color deseado.

Por otra parte, una *impresora láser* usa una señal de computadora para programar la intensidad de un rayo láser sobre un tambor cubierto de selenio. El delgado rayo de luz proveniente del láser se barre (mediante un espejo móvil) de lado a lado sobre el tambor en una serie de líneas horizontales, cada línea debajo de la anterior. Mientras el rayo barre sobre el tambor, la intensidad del haz varía mediante la señal de una computadora: fuerte para un punto que será blanco o brillante, y débil o cero para puntos que serán oscuros. Después de cada barrido, el tambor gira muy lentamente para barridos adicionales (figura 21-50), hasta que se forma una imagen completa sobre él. Las partes ligeras del selenio se vuelven conductoras y pierden su carga eléctrica, mientras el tóner se adhiere sólo en las áreas oscuras, cargadas eléctricamente. El tambor transfiere luego la imagen al papel, como en una fotocopiadora.

FÍSICA APLICADA
Impresora de inyección de tinta

Una *impresora de inyección de tinta* no utiliza un tambor. En vez de ello, se rocía con gotas de tinta directamente sobre el papel mediante boquillas pequeñas. Las boquillas realizan un barrido sobre el papel (cada barrido justo abajo del anterior) mientras el papel avanza hacia abajo. En cada barrido, la tinta marca puntos sobre el papel, excepto en aquellos puntos donde no se desea tinta de acuerdo con la computadora. La imagen consiste en un número enorme de puntos muy pequeños. La calidad de resolución de la impresora generalmente se indica en puntos por pulgada (dpi, por las siglas de *dots per inch*) en cada dirección (lineal).

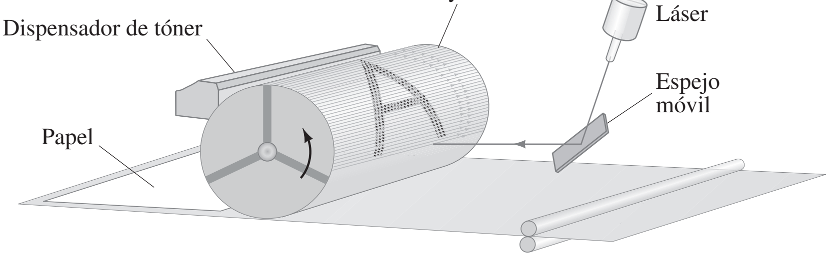


FIGURA 21–50 Dentro de una impresora láser, un espejo móvil barre el rayo láser en líneas horizontales a través del tambor.

Resumen

Hay dos tipos de **cargas eléctricas**, positivas y negativas. Tales designaciones se toman algebraicamente, es decir, cualquier carga es positiva o negativa en un número dado de coulombs (C), en unidades del SI.

La carga eléctrica se **conserva**: si se produce una cierta cantidad de un tipo de carga en un proceso, entonces también se produce una cantidad igual de carga opuesta, así que la carga *neta* producida es cero.

De acuerdo con la teoría atómica, la electricidad se origina en el átomo, el cual está constituido por un núcleo con carga positiva, rodeado de electrones cargados negativamente. Cada electrón tiene una carga $-e = -1.6 \times 10^{-19}$ C.

Los **conductores** eléctricos son materiales en los cuales hay muchos electrones que pueden moverse con relativa libertad, mientras que los **aislantes** eléctricos son materiales en los que casi no hay electrones para moverse con libertad.

Un objeto tiene carga negativa cuando cuenta con un exceso de electrones, y carga positiva cuando posee menos electrones que su cantidad normal de electrones. La carga de cualquier objeto es un múltiplo entero de $+e$ o $-e$. Esto es, la carga está **cuantizada**.

Un objeto puede cargarse por frotamiento (en el cual se transfieren electrones de un material a otro), por conducción (en la cual se transfieren electrones de un objeto a otro cuando se tocan) o por inducción (la separación de cargas dentro de un objeto debido al acercamiento de otro objeto cargado, pero sin que haya contacto).

Las cargas eléctricas ejercen fuerzas entre sí. Dos cargas de tipos opuestos, una positiva y la otra negativa, ejercen mutuamente una fuerza de atracción. Si las cargas son del mismo tipo, entonces se repelen entre sí.

La magnitud de la fuerza que ejerce una carga puntual sobre otra carga es proporcional al producto de sus cargas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre ellas:

$$F = k\frac{Q_1Q_2}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q_1Q_2}{r^2}; \qquad \textbf{(21–1, 21–2)}$$

Ésta es la **ley de Coulomb**. En unidades del SI, k se escribe normalmente como $1/4\pi\epsilon_0$.

Pensamos que alrededor de una carga o un grupo de cargas hay un **campo eléctrico** en el espacio que las rodea. Se dice que la fuerza sobre un objeto cargado se debe al campo eléctrico presente en esa posición.

El *campo eléctrico*, $\vec{\mathbf{E}}$, debido a una o más cargas en cualquier punto del espacio se define como la fuerza por unidad de carga que actuaría sobre una carga de prueba positiva q localizada en ese punto:

$$\vec{\mathbf{E}} = \frac{\vec{\mathbf{F}}}{q}. \qquad \textbf{(21–3)}$$

La magnitud del campo eléctrico a una distancia r de una carga puntual Q es

$$E = k\frac{Q}{r^2}. \qquad \textbf{(21–4a)}$$

El campo eléctrico total en un punto del espacio es igual a la suma vectorial de los campos debidos a cada una de las cargas que contribuyen al campo (**principio de superposición**).

El campo eléctrico se representa con **líneas de campo eléctrico**, que empiezan en las cargas positivas y terminan en las cargas negativas. Su dirección en un punto dado indica la dirección de la fuerza que sentiría una pequeña carga de prueba positiva localizada en ese punto. Las líneas pueden dibujarse de manera que el número de líneas por unidad de área es proporcional a la magnitud de E.

El campo eléctrico estático dentro de un conductor es cero, mientras las líneas de campo eléctrico, justo fuera de un conductor cargado, son perpendiculares a su superficie.

Un **dipolo eléctrico** es una combinación de dos cargas de la misma magnitud, pero de signos opuestos, $+Q$ y $-Q$, separadas una distancia ℓ. El **momento dipolar** es $p = Q\ell$. Un dipolo localizado en un campo eléctrico uniforme no experimenta ninguna fuerza neta, pero experimenta una torca neta (a menos que $\vec{\mathbf{p}}$ sea paralelo a $\vec{\mathbf{E}}$). El campo eléctrico producido por un dipolo disminuye con la distancia r al cubo desde el dipolo ($E \propto 1/r^3$) para valores grandes de r en comparación con ℓ.

[*En la duplicación del ADN, la fuerza electrostática desempeña un papel crucial en la selección de las moléculas apropiadas para que la información genética se transmita con precisión de una generación a otra].

Preguntas

1. Si usted carga un peine de bolsillo frotándolo con un paño de seda, ¿cómo puede determinar si el peine adquiere carga positiva o carga negativa?
2. ¿Por qué algunas veces al sacar una camisa o una blusa de la secadora de ropa se adhieren a su cuerpo?
3. Explique por qué la neblina o las gotas de lluvia tienden a formarse alrededor de iones o electrones en el aire.
4. Una varilla cargada positivamente se acerca a una pieza de papel neutra, la cual es atraída. Elabore un diagrama que muestre la separación de cargas en el papel y explique por qué ocurre la atracción.
5. ¿Por qué una regla de plástico que se ha frotado con una tela puede levantar pequeños pedacitos de papel? ¿Por qué es más difícil hacer esto en un día húmedo?
6. Compare la *carga neta* en un conductor con las “cargas libres” en el conductor.
7. Las figuras 21-7 y 21-8 muestran cómo una varilla cargada localizada cerca de un objeto de metal puede atraer (o repeler) electrones. Hay una gran cantidad de electrones en el metal; sin embargo, sólo se mueven algunos de ellos, como se ilustra. ¿Por qué no se mueven todos?
8. Cuando se carga un electroscopio, las dos hojas se repelen una a la otra y permanecen a cierto ángulo. ¿Qué equilibra a la fuerza eléctrica de repulsión de manera que las hojas no se separen aún más?
9. La forma de la ley de Coulomb es muy similar a la de la ley de la gravitación universal de Newton. ¿Cuáles son las diferencias entre estas dos leyes? Compare también la masa gravitacional con la carga eléctrica.
10. Normalmente no estamos conscientes de las fuerzas gravitacionales o eléctricas entre dos objetos cualesquiera. ¿Cuál es la razón de esto en cada caso? Dé un ejemplo donde sí estamos conscientes de esto y explique por qué.
11. ¿La fuerza eléctrica es una fuerza conservativa? ¿Por qué? (Véase el capítulo 8).
12. ¿Qué observaciones experimentales mencionadas en el texto excluyen la posibilidad de que el numerador de la ley de Coulomb contenga la suma $(Q_1 + Q_2)$ y no el producto Q_1Q_2?
13. Cuando una regla cargada atrae pequeños trozos de papel, en ocasiones una pieza de papel salta rápidamente después de tocar la regla. Explique por qué.
14. Explique por qué las cargas de prueba que usamos para hacer mediciones del campo eléctrico deben ser pequeñas.
15. Cuando calculamos un campo eléctrico, ¿debemos usar una carga de prueba *positiva* o podríamos utilizar también una carga de prueba negativa? Explique por qué.
16. Dibuje las líneas de campo alrededor de dos cargas eléctricas negativas separadas una distancia ℓ.

17. Suponga que las dos cargas opuestas de la figura 21-34a están separadas 12.0 cm. Considere la magnitud del campo eléctrico a 2.5 cm de la carga positiva. ¿En qué punto alrededor de esta carga —arriba, abajo, a la derecha o a la izquierda— está el campo eléctrico más intenso? ¿Y el menos intenso?

18. Considere el campo eléctrico en los tres puntos A, B y C mostrados en la figura 21-51. Dibuje primero una flecha en cada punto indicando la dirección de la fuerza neta que experimentaría una partícula de prueba positiva, localizada en ese punto; luego, liste los tres puntos en orden *decreciente* de la intensidad del campo (comenzando con el más intenso).

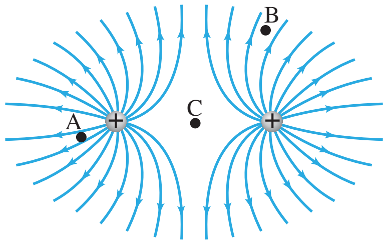


FIGURA 21–51
Pregunta 18.

19. ¿Por qué no se pueden cruzar nunca dos líneas de campo?

20. Usando las tres reglas de las líneas de campo de la sección 21-8, muestre que las líneas de campo que empiezan o terminan en una carga puntual deben estar simétricamente espaciadas alrededor de la carga.

21. Dadas dos cargas puntuales, Q y $2Q$, separadas una distancia ℓ, ¿existe un punto a lo largo de la línea que une las cargas donde $E = 0$ cuando los signos son *a*) opuestos, *b*) iguales? Si es así, indique aproximadamente dónde estaría ese punto.

22. Suponga que el anillo de la figura 21-28 tiene una carga Q negativa distribuida de manera uniforme. ¿Cuáles son la magnitud y la dirección de $\vec{\mathbf{E}}$ en el punto P?

23. Considere una pequeña carga de prueba positiva localizada en una línea de campo en un punto dado, como el punto P en la figura 21-34a. ¿La dirección de la velocidad y/o aceleración de la carga de prueba es a lo largo de esta línea? Argumente su respuesta.

24. Queremos determinar el campo eléctrico en un punto cerca de una esfera de metal cargada positivamente (un buen conductor). Hacemos esto acercando una pequeña carga de prueba q_0 a este punto y luego medimos la fuerza F_0 sobre ella. ¿El cociente F_0/q_0 será mayor que, menor que o igual al campo eléctrico $\vec{\mathbf{E}}$ que había en ese punto antes de que estuviera presente la carga de prueba?

25. ¿De qué manera el movimiento del electrón en el ejemplo 21-16 se asemeja al movimiento de proyectiles (sección 3-7)? ¿De qué manera difiere?

26. Describa el movimiento del dipolo mostrado en la figura 21-44 si se libera del reposo en la posición indicada.

27. Explique por qué puede haber una fuerza neta sobre un dipolo localizado en un campo eléctrico no uniforme.

Problemas

21–5 Ley de Coulomb

$[1\text{ mC} = 10^{-3}\text{ C},\ 1\ \mu\text{C} = 10^{-6}\text{ C},\ 1\text{ nC} = 10^{-9}\text{ C}]$.

1. (I) ¿Cuál es la magnitud de la fuerza eléctrica de atracción entre un núcleo de hierro ($q = +26e$) y su electrón más interno si la distancia entre ellos es de 1.5×10^{-12} m?

2. (I) ¿Cuántos electrones se necesitan para formar una carga de –38 μC?

3. (I) ¿Cuál es la magnitud de la fuerza que ejerce una carga de +25 μC sobre otra carga de +25 mC si están separadas 28 cm?

4. (I) ¿Cuál es la fuerza eléctrica de repulsión entre dos protones separados 4.0×10^{-15} m uno de otro en el núcleo atómico?

5. (II) Cuando un objeto como un peine de plástico se carga por frotamiento con una tela, la carga neta, por lo general, es de unos cuantos microcoulombs. Si esa carga es de 3.0 μC, ¿en qué porcentaje cambia la masa de un peine de 35 g durante el proceso de carga?

6. (II) Dos partículas de polvo cargadas ejercen una fuerza mutua de 3.2×10^{-2} N. ¿Cuál será la fuerza si se mueven de forma que queden separadas sólo 1/8 de la distancia inicial?

7. (II) Dos esferas cargadas están separadas 8.45 cm. Se mueven las esferas y se encuentra que la fuerza entre ellas se ha triplicado. ¿A qué distancia se encuentran ahora?

8. (II) Una persona que arrastra sus pies sobre una alfombra de lana en un día seco acumula una carga neta de –46 μC. ¿Cuántos electrones acumula en exceso?¿En cuánto se incrementa su masa?

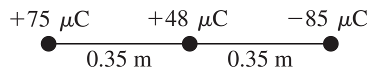
9. (II) ¿Cuál es la carga total de todos los electrones que hay en una barra de oro de 15 kg? ¿Cuál es la carga neta de la barra? (El oro tiene 79 electrones por átomo y una masa atómica de 197 u).

10. (II) Compare la fuerza eléctrica que mantiene al electrón en órbita ($r = 0.53 \times 10^{-10}$ m) alrededor del protón en el núcleo de un átomo de hidrógeno, con la fuerza gravitacional entre el mismo electrón y el protón. ¿Cuál es el cociente de las dos fuerzas?

11. (II) Dos cargas puntuales están separadas una distancia fija. La suma de sus cargas es Q_T. ¿Qué carga debe tener cada una para *a*) maximizar la fuerza eléctrica entre ellas y *b*) minimizarla?

12. (II) Se colocan en una línea partículas con cargas de +75, +48 y –85 μC (figura 21-52). La partícula del centro está a 0.35 m de las otras. Calcule la fuerza neta en cada una de las cargas debida a las otras dos.

FIGURA 21–52
Problema 12.



13. (II) Tres partículas cargadas se colocan en las esquinas de un triángulo equilátero de 1.20 m de lado (figura 21-53). Las cargas son +7.0 μC, –8.0 μC y –6.0 μC. Calcule la magnitud y la dirección de la fuerza neta en cada una de ellas debido a las otras dos.

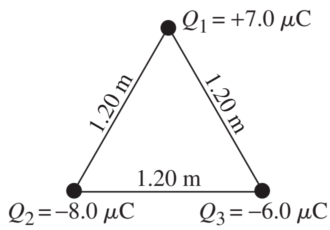


FIGURA 21–53
Problema 13.

14. (II) Dos pequeñas esferas no conductoras tienen una carga total de 90.0 μC. *a*) Cuando se colocan a 1.16 m, la fuerza que ejercen entre sí es de 12.0 N y es de repulsión. ¿Cuál es la carga en cada una de ellas? *b*) ¿Y si la fuerza es de atracción?

15. (II) Se coloca una carga de 4.15 mC en cada uno de los vértices de un cuadrado de 0.100 m de arista. Determine la magnitud y la dirección de la fuerza en cada carga.

16. (II) Dos cargas puntuales positivas y dos negativas (magnitud $Q = 4.15$ mC) se colocan en las esquinas opuestas de un cuadrado, como se ilustra en la figura 21-54. Determine la magnitud y la dirección de la fuerza en cada carga.

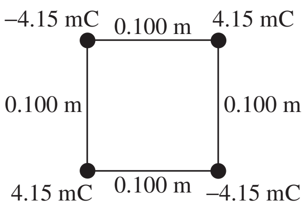


FIGURA 21–54
Problema 16.

17. (II) Se transfiere una carga Q desde una bola de plástico, inicialmente sin carga, hacia otra bola idéntica alejada 12 cm. La fuerza de atracción es entonces de 17 mN. ¿Cuántos electrones se transfirieron de una pelota a otra?

18. (III) Dos cargas, $-Q_0$ y $-4\,Q_0$, están separadas una distancia ℓ. Estas dos cargas pueden moverse libremente, pero no lo hacen, debido a una tercera carga cercana. ¿Cuál debe ser la magnitud de la tercera carga y su posición para que las dos primeras cargas permanezcan en equilibrio?

19. (III) Dos cargas positivas $+Q$ están fijas rígidamente al eje x, una en $x = +d$, y la otra en $x = -d$. Una tercera carga $+q$ de masa m, que está restringida a moverse sólo a lo largo del eje x, se desplaza a partir del origen en una pequeña distancia $s \ll d$ y luego se libera a partir del reposo. *a*) Muestre que (en buena aproximación) $+q$ describirá un movimiento armónico simple y determine una expresión para su periodo de oscilación T. *b*) Si estas tres cargas son átomos de sodio ionizados ($q = Q = +e$) con el desplazamiento de equilibrio $d = 3 \times 10^{-10}$ m, característico del espaciamiento atómico en un sólido, encuentre el periodo T en picosegundos.

20. (III) Dos esferas pequeñas cargadas cuelgan de cuerdas de igual longitud ℓ, como se ilustra en la figura 21-55, y forman ángulos pequeños θ_1 y θ_2 con la vertical. *a*) Si $Q_1 = Q$, $Q_2 = 2Q$ y $m_1 = m_2 = m$, determine el cociente θ_1/θ_2. *b*) Si $Q_1 = Q$, $Q_2 = 2Q$ y $m_1 = m$ y $m_2 = 2m$, determine el cociente θ_1/θ_2. *c*) Estime la distancia entre las esferas en cada caso.

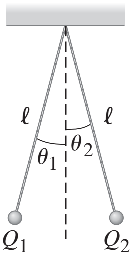


FIGURA 21–55
Problema 20.

21–6 a 21–8 Campo eléctrico, líneas de campo

21. (I) ¿Cuáles son la magnitud y la dirección de la fuerza eléctrica sobre un electrón en un campo eléctrico uniforme de magnitud 1920 N/C que apunta hacia el este?

22. (I) Se libera un protón en un campo eléctrico uniforme y experimenta una fuerza eléctrica de 2.18×10^{-14} N hacia el sur. ¿Cuáles son la magnitud y la dirección del campo eléctrico?

23. (I) Determine la magnitud y la dirección del campo eléctrico a 16.4 cm directamente arriba de una carga aislada de 33.0×10^{-6} C.

24. (I) Se ejerce una fuerza eléctrica hacia bajo de 8.4 N sobre una carga de $-8.8\ \mu$C. ¿Cuáles son la magnitud y la dirección del campo eléctrico en la posición de esta carga?

25. (I) La fuerza eléctrica sobre una carga de $+4.20\ \mu$C es $\vec{\mathbf{F}} = (7.22 \times 10^{-4}\,\mathrm{N})\hat{\mathbf{j}}$. ¿Cuál es el campo eléctrico en la posición de la carga?

26. (I) ¿Cuál es el campo eléctrico en un punto donde la fuerza sobre una carga de 1.25 μC localizada en ese punto es $\vec{\mathbf{F}} = (3.0\hat{\mathbf{i}} - 3.9\hat{\mathbf{j}}) \times 10^{-3}$ N?

27. (II) Determine la magnitud de la aceleración que experimenta un electrón en un campo eléctrico de 576 N/C. ¿Cómo depende la dirección de la aceleración de la dirección del campo en ese punto?

28. (II) Determine la magnitud y la dirección del campo eléctrico en un punto a la mitad entre una carga de $-8.0\ \mu$C y $+5.8\ \mu$C separadas 8.0 cm. Suponga que no hay otras cargas presentes.

29. (II) Dibuje, aproximadamente, las líneas de campo eléctricas en torno a dos cargas puntuales, $+Q$ y $-3Q$, separadas una distancia ℓ.

30. (II) ¿Cuál es la intensidad del campo eléctrico en un punto del espacio donde un protón experimenta una aceleración de 1.8 millones de "g"?

31. (II) Una línea larga de carga uniforme (densidad lineal de carga $\lambda = 2.5$ C/m) yace a lo largo del eje x en la figura 21-56. Además, en el punto $x = 0$ cm y $y = -5.0$ cm, hay una pequeña esfera cargada ($Q = -2.0$ C). ¿Cuál es el campo eléctrico en el punto $x = 7.0$ cm, $y = 7.0$ cm? $\vec{\mathbf{E}}_{\text{línea}}$ y $\vec{\mathbf{E}}_{Q}$ representan los campos debidos a la línea de carga y a la carga Q, respectivamente.

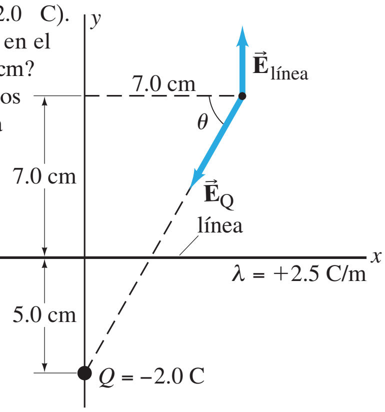


FIGURA 21–56
Problema 31.

32. (II) El campo eléctrico a la mitad del camino entre dos cargas puntuales iguales, pero opuestas, es de 586 N/C y la distancia entre las cargas es de 16.0 cm. ¿Cuál es la magnitud de cada una de las cargas?

33. (II) Calcule el campo eléctrico en la esquina de un cuadrado de 1.22 m de lado si las otras tres esquinas están ocupadas por cargas puntuales de 2.25×10^{-6} C.

34. (II) Calcule el campo eléctrico en el centro de un cuadrado de 52.5 cm de lado si una esquina está ocupada por una carga de $-38.6\ \mu$C y las otras tres esquinas están ocupadas por cargas de $-27.0\ \mu$C.

35. (II) Determine la magnitud y la dirección del campo eléctrico en el punto P de la figura 21-57. Las cargas están separadas por una distancia de $2a$ y el punto P está a una distancia x del punto medio entre las dos cargas. Exprese su resultado en términos de Q, x, a y k.

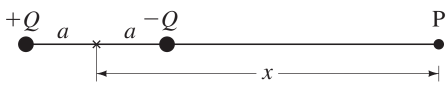


FIGURA 21–57
Problema 35.

36. (II) Dos cargas puntuales, $Q_1 = -25\ \mu$C y $Q_2 = +45\ \mu$C, están separadas por una distancia de 12 cm. El campo eléctrico en el punto P (véase la figura 21-58) es cero. ¿A qué distancia está Q_1 de P?

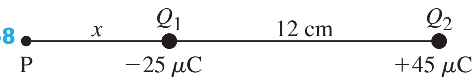


FIGURA 21–58
Problema 36.

37. (II) Una línea muy delgada de carga yace a lo largo del eje x, desde $x = -\infty$ hasta $x = +\infty$. Otra línea de carga similar yace a lo largo del eje y desde $y = -\infty$ hasta $y = +\infty$. Ambas líneas tienen una carga uniforme por unidad de longitud λ. Determine la magnitud y la dirección del campo eléctrico resultante (con respecto al eje x) en un punto (x, y) del primer cuadrante del plano xy.

38. (II) *a*) Determine el campo eléctrico $\vec{\mathbf{E}}$ en el origen 0 de la figura 21-59 debido a las dos cargas en A y B. *b*) Repita el inciso *a*), pero considerando ahora que la carga en B es de signo contrario.

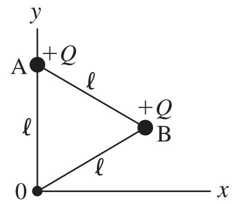


FIGURA 21–59
Problema 38.

39. (II) Dibuje aproximadamente las líneas de campo eléctrico que emanan de un alambre recto cargado uniformemente, cuya longitud ℓ no es tan grande. La separación entre las líneas cerca del alambre debe ser mucho menor que ℓ. [*Sugerencia:* También considere puntos muy lejanos del alambre].

40. (II) Dos anillos circulares paralelos de radio R tienen sus centros a lo largo del eje x y están separados una distancia ℓ, como se ve en la figura 21-60. Si cada anillo lleva una carga Q distribuida de manera uniforme, encuentre el campo $\vec{\mathbf{E}}(x)$, en puntos a lo largo del eje x.

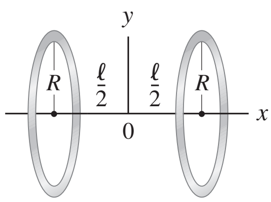


FIGURA 21–60
Problema 40.

41. (II) Se le dan dos cargas puntuales desconocidas, Q_1 y Q_2. En un punto sobre la línea que las une, a un tercio del camino entre Q_1 y Q_2, el campo eléctrico es cero (figura 21-61). ¿Cuál es el cociente Q_1/Q_2?

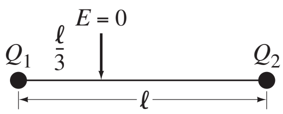


FIGURA 21–61
Problema 41.

42. (II) Con base en la ley de Coulomb determine la magnitud y la dirección del campo eléctrico en los puntos A y B de la figura 21-62, debidos a las dos cargas positivas ($Q = 5.7\ \mu$C) mostradas en la figura. ¿Sus resultados son congruentes con la figura 21-34b?

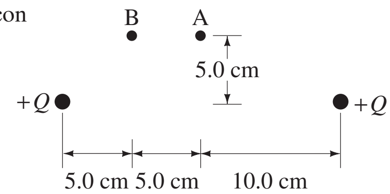


FIGURA 21–62
Problema 42.

43. (II) *a*) Dos cargas iguales están localizadas en los puntos ($x = \ell$, $y = 0$) y ($x = -\ell$, $y = 0$). Determine el campo eléctrico como una función de y para puntos a lo largo del eje y. *b*) Demuestre que el campo tiene un máximo en $y = \pm \ell/\sqrt{2}$.

44. (II) ¿En qué posición, $x = x_M$, es máxima la magnitud del campo eléctrico a lo largo del eje x del anillo en el ejemplo 21-9?

45. (II) Estime el campo eléctrico en un punto a 2.40 cm perpendicular al punto medio de un alambre delgado de 2.00 m de longitud con una carga total uniforme de 4.75 μC.

46. (II) El alambre recto cargado de manera uniforme de la figura 21-29 tiene una longitud ℓ, donde el punto 0 está en su punto medio. Demuestre que el campo en el punto P, a una distancia x perpendicular desde 0, está dado por

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \frac{\ell}{x(\ell^2 + 4x^2)^{1/2}},$$

donde λ es la carga por unidad de longitud.

47. (II) Use su resultado del problema 46 para encontrar el campo eléctrico (magnitud y dirección) a una distancia z sobre el centro de una espira cuadrada de alambre, cuyos lados tienen longitud ℓ y carga uniforme por unidad de longitud λ.

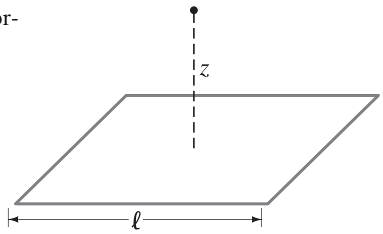


FIGURA 21–63
Problema 47.

48. (II) Determine la magnitud y la dirección del campo eléctrico en el punto P mostrado en la figura 21-64. Las dos cargas están separadas por una distancia $2a$. El punto P está sobre la bisectriz perpendicular a la línea que une las cargas, a una distancia x del punto medio entre ellas. Exprese su respuesta en términos de Q, x, a y k.

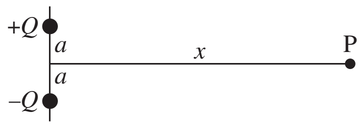


FIGURA 21–64
Problema 48.

49. (III) Una varilla delgada con la forma de un arco de circunferencia de radio R lleva una carga uniforme por unidad de longitud λ. El arco subtiende un ángulo total $2\theta_0$, simétrico en torno al eje x, como se muestra en la figura 21-65. Determine el campo eléctrico $\vec{\mathbf{E}}$ en el origen 0.

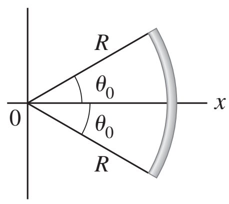


FIGURA 21–65
Problema 49.

50. (III) Una varilla delgada de vidrio tiene la forma de un semicírculo de radio R (figura 21-66). Posee un carga no uniforme distribuida a lo largo de la varilla con una densidad lineal de carga dada por $\lambda = \lambda_0 \operatorname{sen}\theta$, donde λ_0 es una constante positiva. El punto P está en el centro del semicírculo. *a*) Encuentre el campo eléctrico $\vec{\mathbf{E}}$ (magnitud y dirección) en el punto P. [*Sugerencia:* Recuerde que sen $(-\theta) = -$sen θ, así que las dos mitades de la varilla están con cargas opuestas.] *b*) Determine la aceleración (magnitud y dirección) de un electrón localizado en el punto P, suponiendo que $R = 1.0$ cm y $\lambda_0 = 1.0\ \mu$C/m.

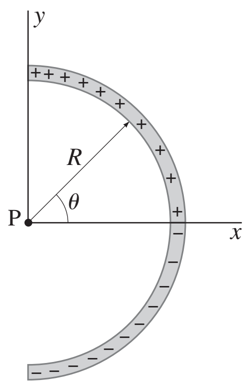


FIGURA 21–66
Problema 50.

51. (III) Suponga que un alambre cargado de manera uniforme empieza en el punto 0 y se levanta verticalmente a lo largo del eje y positivo hasta una longitud ℓ. *a*) Determine las componentes del campo eléctrico E_x y E_y en el punto $(x, 0)$. Esto es, calcule $\vec{\mathbf{E}}$ cerca de un extremo de un alambre largo en el plano perpendicular al alambre. *b*) Si el alambre se extiende desde $y = 0$ hasta $y = \infty$, de manera que $\ell = \infty$, demuestre que $\vec{\mathbf{E}}$ forma un ángulo de 45° con la horizontal para cualquier valor de x. [*Sugerencia:* Véase el ejemplo 21-11 y la figura 21-29].

52. (III) Suponga en el ejemplo 21-11 que $x = 0.250$ m, $Q = 3.15$ μC, y que el alambre cargado de manera uniforme mide sólo 6.00 m de longitud y se extiende a lo largo del eje y, desde $y = -4.00$ m hasta y $= +2.50$ m. *a*) Calcule E_x y E_y en el punto P. *b*) Determine cuál sería el error si usara simplemente el resultado del ejemplo 21-11, $E = \lambda/2\pi\epsilon_0 x$. Exprese este error como $(E_x - E)/E$ y E_y/E.

53. (III) Una varilla delgada de longitud ℓ tiene una carga total Q distribuida de manera uniforme sobre su longitud. Véase la figura 21-67. Determine el campo eléctrico a lo largo del eje de la varilla empezando en un extremo; es decir, $E(x)$ para $x \geq 0$ en la figura 21-67.

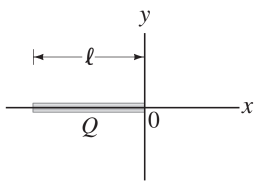


FIGURA 21–67
Problema 53.

54. (III) *Plano cargado de manera uniforme.* Se distribuye carga de manera uniforme sobre un plano grande cuadrado de longitud ℓ, como se muestra en la figura 21-68. La carga por unidad de área es σ (C/m^2). Determine el campo eléctrico en un punto P a una distancia z, sobre el centro del plano, en el límite cuando $\ell \to \infty$. [*Sugerencia:* Divida el plano en franjas delgadas largas de ancho dy, y use el resultado del ejemplo 21-11; luego, sume los campos debidos a cada franja para obtener el campo total en el punto P].

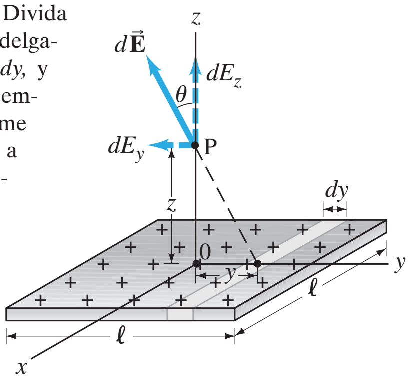


FIGURA 21–68
Problema 54.

55. (III) Suponga que la carga Q en el anillo de la figura 21-28 está toda distribuida uniformemente sólo en la mitad superior del anillo y que no hay carga en la mitad inferior. Determine el campo $\vec{\mathbf{E}}$ en P. (Tome y verticalmente hacia arriba).

21–10 Movimiento de cargas en un campo eléctrico

56. (II) Un electrón con una velocidad $v_0 = 27.5 \times 10^6$ m/s viaja paralelamente a un campo eléctrico uniforme de magnitud $E = 11.4 \times 10^3$ N/C. *a*) ¿Qué distancia recorrerá el electrón antes de detenerse? *b*) ¿Cuánto tiempo pasará para que la elipse regrese al punto de partida?

57. (II) Un electrón tiene una velocidad inicial $\vec{\mathbf{v}}_0 = (9.80 \times 10^4 \text{ m/s})\hat{\mathbf{j}}$. Entra a una región donde $\vec{\mathbf{E}} = (2.0\hat{\mathbf{i}} + 8.0\hat{\mathbf{j}}) \times 10^4$ N/C. *a*) Determine el vector de aceleración del electrón como función del tiempo. *b*) ¿A qué ángulo θ se está moviendo (con respecto a su dirección inicial) en $t = 1.0$ ns?

58. (II) Un electrón que se desplaza a la derecha a 7.5×10^5 m/s entra a un campo eléctrico uniforme paralelo a su dirección de desplazamiento. Si el electrón se lleva al reposo en una distancia de 4.0 cm, *a*) ¿qué dirección se requiere para el campo eléctrico? y *b*) ¿cuál es la intensidad del campo?

59. (II) ¿A qué ángulo dejarán los electrones del ejemplo 21-16 el campo eléctrico uniforme al final de las placas paralelas (punto P en la figura 21-41)? Suponga que las placas miden 4.9 cm de longitud y que $E = 5.0 \times 10^3$ N/C. Ignore los efectos de borde del campo.

60. (II) Un electrón viaja a través de un campo eléctrico uniforme. El campo es constante y está dado por $\vec{\mathbf{E}} = (2.00 \times 10^{-11} \text{ N/C})\hat{\mathbf{i}} - (1.20 \times 10^{-11} \text{ N/C})\hat{\mathbf{j}}$. En $t = 0$, el electrón está en el origen y viaja en la dirección x con una rapidez de 1.90 m/s. ¿Cuál es su posición 2.00 s después?

61. (II) Se coloca una carga positiva q en el centro de un anillo circular de radio R. El anillo lleva una carga negativa distribuida de manera uniforme de magnitud total $-Q$. *a*) Si la carga q se desplaza del centro una pequeña distancia x, como se indica en la figura 21-69, demuestre que describirá un movimiento armónico simple cuando se libere. *b*) Si su masa es m, ¿cuál es su periodo?

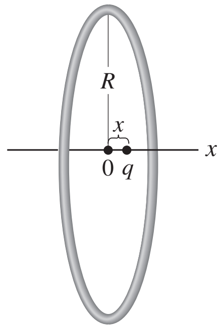


FIGURA 21–69
Problema 61.

21–11 Dipolos eléctricos

62. (II) Un dipolo consiste en cargas $+e$ y $-e$ separadas por 0.68 nm. Está dentro de un campo eléctrico $E = 2.2 \times 10^4$ N/C. *a*) ¿Cuánto vale su momento dipolar? *b*) ¿Cuál es la torca sobre el dipolo cuando se encuentra perpendicular al campo? *c*) ¿Cuál es la torca sobre el dipolo cuando está a un ángulo de 45° del campo eléctrico? *d*) ¿Cuál es el trabajo que se requiere para hacer girar el dipolo desde su posición orientada paralelamente al campo hasta una posición antiparalela al campo?

63. (II) La molécula HCl tiene un momento dipolar cercano a 3.4×10^{-30} C·m. Los dos átomos están separados por 1.0×10^{-10} m, aproximadamente. *a*) ¿Cuál es la carga neta en cada átomo? *b*) ¿Es ésta igual a un múltiplo entero de e? Si no, explique. *c*) ¿Cuál es la torca máxima que experimentaría este dipolo en un campo eléctrico de 2.5×10^4 N/C? *d*) ¿Cuánta energía es necesaria para hacer girar la molécula 45° a partir de su posición de equilibrio de menor energía potencial?

64. (II) Suponga que ambas cargas de la figura 21-45 (para un dipolo) fueran positivas. *a*) Demuestre que el campo eléctrico en la bisectriz perpendicular, para $r \gg \ell$, está dado por $(1/4\pi\epsilon_0)(2Q/r^2)$. *b*) Explique por qué el campo disminuye como $1/r^2$, mientras que para un dipolo disminuye como $1/r^3$.

65. (II) Se sitúa un dipolo eléctrico de momento dipolar p y momento de inercia I, en un campo eléctrico uniforme $\vec{\mathbf{E}}$. *a*) Si se hace girar el dipolo un ángulo θ, como se muestra en la figura 21-44, y se libera, ¿en qué condiciones oscilará con movimiento armónico simple? *b*) ¿Cuál será su frecuencia de oscilación?

66. (III) Suponga que un dipolo $\vec{\mathbf{p}}$ se localiza en un campo eléctrico no uniforme $\vec{\mathbf{E}} = E\hat{\mathbf{i}}$ que apunta a lo largo del eje x. Si $\vec{\mathbf{E}}$ depende sólo de x, demuestre que la fuerza neta sobre el dipolo es

$$\vec{\mathbf{F}} = \left(\vec{\mathbf{p}} \cdot \frac{d\vec{\mathbf{E}}}{dx}\right)\hat{\mathbf{i}},$$

donde $d\vec{\mathbf{E}}/dx$ es el gradiente del campo en la dirección x.

67. (III) *a*) Demuestre que para puntos a lo largo del eje de un dipolo (sobre la misma recta que contiene las cargas $+Q$ y $-Q$), el campo eléctrico tiene una magnitud

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{2p}{r^3}$$

para $r \gg \ell$ (figura 21-45), donde r es la distancia del punto donde se evalúa el campo al centro del dipolo. *b*) ¿En qué dirección apunta $\vec{\mathbf{E}}$?

Problemas generales

68. ¿Qué tan cerca deben estar dos electrones para que la fuerza eléctrica entre ellos sea igual al peso de uno de ellos en la superficie de la Tierra?

69. Puesto que el cuerpo humano está hecho principalmente de agua, estime la cantidad de carga positiva en una persona de 65 kg.

70. Una moneda de cobre de 3.0 g tiene una carga de 38 μC. ¿Qué fracción de sus electrones ha perdido?

71. Ciertas mediciones indican que hay un campo eléctrico alrededor de la Tierra. Su magnitud es de cerca de 150 N/C en la superficie de la Tierra y apunta radialmente hacia el centro del planeta. ¿Cuál es la magnitud de la carga eléctrica de la Tierra? ¿Es positiva o negativa? [*Sugerencia:* Considere que el campo eléctrico fuera de una esfera cargada de manera uniforme es igual que si toda la carga estuviera concentrada en el centro].

72. *a*) El campo eléctrico cerca de la superficie de la Tierra tiene una magnitud de 150 N/C. ¿Cuál es la aceleración que experimenta un electrón cerca de la superficie de la Tierra? *b*) ¿Para un protón? *c*) Calcule el cociente de cada aceleración con respecto a $g = 9.8 \text{ m/s}^2$.

73. Una gota de agua de radio de 0.018 mm se mantiene suspendida en el aire. Si el campo eléctrico de la Tierra dirigido hacia abajo es de 150 N/C, ¿cuántas cargas electrónicas debe tener la gota de agua?

74. Estime la fuerza neta entre el grupo CO y el grupo HN mostrados en la figura 21.70. El C y el O tienen cargas $\pm 0.40e$ y el H y el N tienen cargas $\pm 0.20e$, donde $e = 1.6 \times 10^{-19}$ C. [*Sugerencia:* No incluya las fuerzas "internas" entre el C y el O, o entre el H y el N].

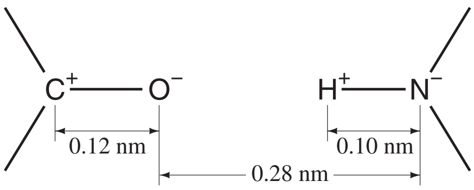


FIGURA 21–70
Problema 74.

75. Suponga que la atracción eléctrica, y no la gravedad, fuera la responsable de mantener a la Luna en órbita alrededor de la Tierra. Si se colocan cargas Q iguales y opuestas en la Tierra y en la Luna, ¿cuál debería ser el valor de Q para mantener la órbita actual? Use datos de la segunda de forros de este libro y considere que la Tierra y la Luna son partículas puntuales.

76. En un modelo simple del átomo de hidrógeno, el electrón gira en una órbita circular en torno al protón con una rapidez de 2.2×10^6 m/s. Determine el radio de la órbita del electrón. [*Sugerencia:* Revise el capítulo 5 sobre movimiento circular].

77. Una carga puntual positiva $Q_1 = 2.5 \times 10^{-5}$ C está fija en el origen del sistema de coordenadas, y una carga puntual negativa $Q_2 = -5.0 \times 10^{-6}$ C está fija en el eje x en $x = +2.0$ m. Encuentre las posiciones a lo largo del eje x para las cuales el campo eléctrico debido a estas dos cargas es cero.

78. Cuando se saca la ropa de la secadora, un calcetín de 40 g se queda pegado a un suéter. Estime la fuerza de atracción mínima entre el suéter y el calcetín. Luego, estime la carga mínima en el suéter y el calcetín. Considere que la carga provino exclusivamente de frotar el calcetín contra el suéter, así que tienen cargas iguales y opuestas; considere el suéter como una hoja plana de carga uniforme.

79. Una pequeña esfera de plomo está recubierta de plástico aislante y suspendida verticalmente de un resorte ideal (constante del resorte $k = 126$ N/m), como se ilustra en la figura 21-71. La masa total de la esfera cubierta es de 0.650 kg y su centro está a 15.0 cm sobre una mesa cuando se encuentra en equilibrio. Se tira de la esfera hacia abajo 5.00 cm y se deposita en ella una carga $Q = -3.00 \times 10^{-6}$ C y luego se suelta. Usando su conocimiento sobre el movimiento armónico simple, escriba una expresión para la intensidad del campo eléctrico como función del tiempo que se mediría en un punto P sobre la mesa directamente debajo de la esfera.

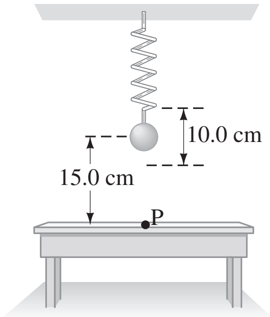


FIGURA 21–71
Problema 79.

80. Se construye un electroscopio grande usando "hojas" que son alambres de 78 cm de longitud con pequeñas esferas de 24 g en sus extremos. Si cada alambre forma 26° con la vertical (figura 21-72), ¿cuál es la carga total Q que debió transferirse al electroscopio? Ignore la masa de los alambres.

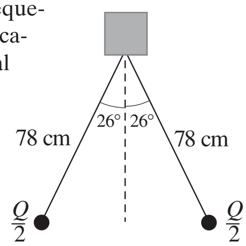


FIGURA 21–72
Problema 80.

81. El aire seco "se rompe" y genera una chispa si el campo eléctrico presente excede 3×10^6 N/C. ¿Cuánta carga debe empacarse dentro de un guisante verde (diámetro de 0.75 cm) antes de que el guisante se descargue espontáneamente? [*Sugerencia:* Las ecuaciones 21-4 funcionan afuera de una esfera si r se mide desde su centro].

82. Dos cargas puntuales, $Q_1 = -6.7\ \mu$C y $Q_2 = 1.8\ \mu$C, están localizadas entre dos placas paralelas con cargas opuestas, como se muestra en la figura 21-73. Las dos cargas están separadas una distancia $x = 0.34$ m. Suponga que el campo eléctrico producido por las placas cargadas es uniforme e igual a $E = 73{,}000$ N/C. Calcule la fuerza electrostática neta sobre Q_1 e indique su dirección.

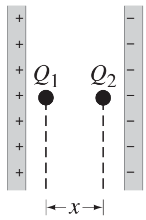


FIGURA 21–73
Problema 82.

83. El material para empaques está hecho de piezas de poliestireno, las cuales pueden cargarse fácilmente y adherirse entre sí. Ya que la densidad de este material es de 35 kg/m^3, aproximadamente, estime cuánta carga puede haber en una esfera de unicel de 2.0 cm de diámetro, suponiendo que la fuerza eléctrica entre dos esferas pegadas entre sí es igual al peso de una de las esferas.

84. Un tipo de *cuadrupolo eléctrico* consiste en dos dipolos colocados extremo con extremo, de manera que sus cargas negativas (por ejemplo) se traslapen; esto es, en el centro hay una carga $-2Q$ flanqueada (en línea) por cargas $+Q$ a cada lado (figura 21-74). Determine el campo eléctrico $\vec{\mathbf{E}}$ en puntos a lo largo de la bisectriz perpendicular y demuestre que E disminuye como $1/r^4$. Mida r desde la carga $-2Q$ y considere que $r \gg \ell$.

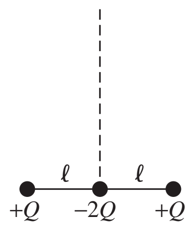


FIGURA 21–74
Problema 84.

85. Suponga que un haz de electrones entra a un campo eléctrico uniforme en el punto medio entre dos placas en un ángulo θ_0 con la horizontal, como se ilustra en la figura 21-75. La trayectoria es simétrica, así que salen con el mismo ángulo θ_0 y justo libran la placa superior. ¿Cuál es el valor de θ_0? Ignore los efectos de borde del campo.

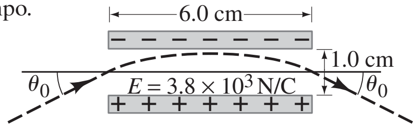


FIGURA 21–75 Problema 85.

86. Un electrón se desplaza en una trayectoria circular r alrededor de un alambre largo cargado de manera uniforme en una cámara de vacío, como se muestra en la figura 21-76. La densidad de carga del alambre es $\lambda = 0.14\ \mu$C/m. *a*) ¿Cuál es el campo eléctrico sobre el electrón (magnitud y dirección en términos de r y λ)? *b*) ¿Cuál es la rapidez del electrón?

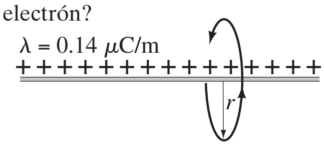


FIGURA 21–76 Problema 86.

87. Tres planos largos cuadrados y con carga se arreglan como se muestra (lateralmente) en la figura 21-77. De izquierda a derecha, los planos tienen densidades de carga por unidad de área de $-0.50\ \mu\text{C/m}^2$, $+0.25\ \mu\text{C/m}^2$ y $-0.35\ \mu\text{C/m}^2$. Determine el campo eléctrico total (magnitud y dirección) en los puntos A, B, C y D. Suponga que las placas son mucho más grandes que la distancia AD.

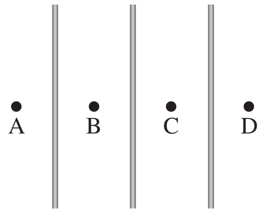


FIGURA 21–77 Problema 87.

88. Una carga puntual ($m = 1.0$ g) en el extremo de una cuerda aislante con longitud de 55 cm se encuentra en equilibrio en un campo eléctrico horizontal de 15,000 N/C, cuando la posición del péndulo es como se indica en la figura 21-78, con la carga a 12 cm sobre la posición (vertical) más baja. Si el campo apunta a la derecha en la figura 21-78, determine la magnitud y el signo de la carga puntual.

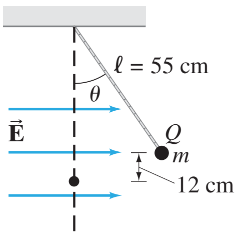


FIGURA 21–78 Problema 88.

89. Se colocan cuatro cargas puntuales positivas iguales, cada una de 8.0 μC, en las esquinas de un cuadrado de 9.2 cm de arista. ¿Qué carga eléctrica debe colocarse en el centro del cuadrado para que las cuatro cargas queden en equilibrio? ¿Es este equilibrio estable o inestable (sección 12-3) en el plano?

90. Dos pequeñas esferas conductoras idénticas A y B están separadas una distancia R, cada una con la misma carga Q. *a*) ¿Cuál es la fuerza que ejerce la esfera B sobre la esfera A? *b*) Una esfera idéntica sin carga, la esfera C, hace contacto con la esfera B y luego se lleva muy lejos. ¿Cuál es la fuerza neta que actúa ahora sobre la esfera A? *c*) La esfera C se trae de regreso y ahora hace contacto con la esfera A; luego, se lleva muy lejos. ¿Cuál es la fuerza neta sobre la esfera A en este tercer caso?

91. Una carga puntual de masa 0.210 kg y carga neta $+0.340\ \mu$C cuelga en reposo del extremo de una cuerda aislante sobre una larga hoja cargada. La hoja horizontal de carga uniforme, fija, crea un campo eléctrico vertical uniforme en la vecindad de la carga puntual. Se observa que la tensión en la cuerda es de 5.18 N. *a*) Calcule la magnitud y la dirección del campo eléctrico producido por la hoja cargada (figura 21-79). *b*) ¿Cuál es la densidad superficial de carga μ (C/m²) de la hoja?

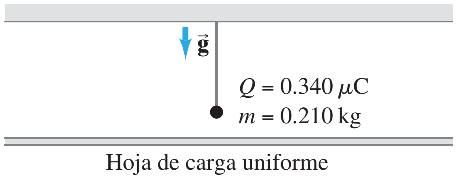


FIGURA 21–79 Problema 91.

92. Una fila unidimensional de iones positivos, cada uno con carga $+Q$, separados cada uno de sus vecinos por una distancia d, ocupa la mitad derecha del eje x. Esto es, hay una carga $+Q$ en $x = 0$, $x = d$, $x = 2d$, $x = 3d$, y así hasta el infinito. *a*) Si se coloca un electrón en la posición $x = -d$, determine la magnitud de la fuerza F que ejerce esta fila de cargas sobre el electrón. *b*) Si el electrón se localiza ahora en $x = -3d$, ¿cuál es el valor de F? [*Sugerencia:* La suma infinita $\sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$, donde n es un entero positivo.]

* Problemas numéricos/por computadora

*** 93.** (III) Un objeto delgado con forma de anillo de radio a contiene una carga total Q distribuida de manera uniforme sobre su longitud. El campo eléctrico en un punto sobre su eje, a una distancia x desde su centro, está dado en el ejemplo 21-9 y es

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qx}{(x^2 + a^2)^{\frac{3}{2}}}.$$

a) Use la derivada para encontrar en qué punto sobre el eje x ($x > 0$), E_x es un máximo. Considere que $Q = 6.00\ \mu$C y $a = 10.0$ cm. *b*) Calcule el campo eléctrico desde $x = 0$ hasta $x = +12.0$ cm en pasos de 0.1 cm; luego, construya una gráfica del campo eléctrico. ¿Coincide el máximo de la gráfica con el máximo del campo eléctrico que obtuvo analíticamente? También calcule y grafique el campo eléctrico *c*) debido al anillo y *d*) debido a una carga puntual $Q = 6.00\ \mu$C, localizada en el centro del anillo. Construya una sola gráfica, desde $x = 0$ (o $x = 1.0$ cm) hasta $x = 50.0$ cm en pasos de 1.0 cm, con las curvas de estos dos campos y muestre que ambos campos convergen a grandes distancias del centro. *e*) ¿A qué distancia difiere el campo eléctrico del anillo del campo eléctrico de la carga puntual en 10%?

*** 94.** (III) Una carga de 8.00 μC está sobre el eje x de un sistema de coordenadas en $x = +5.00$ cm. Una carga de $-2.00\ \mu$C está en $x = -5.00$ cm. *a*) Grafique la componente x del campo eléctrico para puntos sobre el eje x, desde $x = -30.0$ cm hasta $x = +30.0$ cm. El signo de E_x es positivo cuando $\vec{\mathbf{E}}$ apunta hacia la derecha y es negativo si apunta hacia la izquierda. *b*) Construya una grafica de E_x y E_y para puntos sobre el eje y, desde $y = -30.0$ cm hasta $y = +30.0$ cm.

Respuestas a los ejercicios

A: *e*).

B: 5 N.

C: 1.2 N a la derecha.

D: *a*) No; *b*) Sí, a la mitad del camino entre ellas.

E: *d*), si las dos cargas positivas no están en las esquinas opuestas (use simetría).