GUÍA DE EJERCICIOS SOBRE CONCEPTOS DE CINEMÁTICA

1. **(*) La posición de una partícula que se mueve en el plano está descrita por la función** $\vec{r}(t) = 15t\,\hat{i} + (20t - 2t^2)\,\hat{j} \quad (x : m,\ t : s)$.

   a. **Determine la posición en los instantes de tiempo** $t = 0, 3, 5, 7, 10\ s$.
   b. **Calcule el desplazamiento entre los instantes** $t_1 = 3\ y\ t_2 = 5\ s$, $t_1 = 3\ y\ t_2 = 7\ s$.
   c. **Calcule las velocidades medias para los intervalos definidos en el punto anterior.**

2. **(*) En un movimiento unidimensional una partícula está definida por la ecuación de itinerario** $x(t) = 8 + 40t - 2t^2 \quad (x : m,\ t : s)$.

   a. **Calcule la posición para los instantes** $t_1 = 0\ y\ t_2 = 5\ s$ **y para** $t_1 = 10\ y\ t_2 = 15\ s$.
   b. **Determine las velocidades medias entre** $t_1 = 0\ y\ t_2 = 5\ s$ **y para** $t_1 = 10\ y\ t_2 = 15\ s$.
   c. **Calcule las velocidades medias para los intervalos que se muestran en la tabla y obtenga la velocidad instantánea para el instante** $t = 5\ s$.

t_1	t_2	x_1	x_2	Δx	Δt	v_m=(Δx/ Δt)
5	**6**	**158**				
5	**5.5**	**158**	**167.5**	**9.5**	**0.5**	**19**
5	**5.1**	**158**				
5	**5.01**	**158**				
5	**5.001**	**158**				

   d. **Usando el concepto de límite, determine la función velocidad instantánea** $v(t)$ **para los instantes de tiempo** $t_1 = 5\ y\ t_2 = 15\ s$.
   e. **Usando el concepto de límite, determine la función aceleración instantánea** $a(t)$ **para los instantes de tiempo** $t_1 = 5\ y\ t_2 = 15\ s$.
   f. **Grafique las funciones** $x(t)$, $v(t)$ **y** $a(t)$

3. **(*) En un movimiento unidimensional de un movimiento vertical hacia abajo, la posición de una partícula está determinada por la ecuación de itinerario descrita por** $y(t) = 10 - 20t - 4.9t^2\ (y : m,\ t : s)$.

   a. **Esquematice la situación anterior en el instante** $t = 0\ s$.
   b. **Determine la velocidad** $v(t)$ **y** $a(t)$ **para este movimiento.**
   c. **Calcule el tiempo y la velocidad con que la partícula llega al suelo.**

4. **(*) Dada la función de itinerario de una partícula** $\vec{r}(t) = 3t^2\,\hat{i} + 2t^3\,\hat{j} + 2\hat{k} \;\; (x:m,\, t:s)$**. Encuentre la velocidad y aceleración de la partícula para todo instante de tiempo.**

5. **(*) El vector de posición de una partícula es** $\vec{r}(t) = (t+2)\hat{i} + t^2\,\hat{j} \;\; (x:m,\, t:s)$**. ¿Qué desplazamiento ha experimentado la partícula en el intervalo de tiempo entre** $t_1 = 2 \; y \; t_2 = 4\, s$ **?**

6. **(*) Un auto viaja a lo largo de una curva sobre un plano. Sus coordenadas cartesianas en función del tiempo están dadas por las ecuaciones:**

$$x(t) = 2t - 1, \quad y(t) = 2t^3 - 3t^2 \;\; (x, y : m,\, t:s)$$

   a. **La posición del auto en** $t = 1\, s$**.**
   b. **La velocidad y la aceleración para cualquier instante de tiempo.**
   c. **La ecuación de la trayectoria de la partícula.**

7. **(*) Dado el vector posición** $\vec{r}(t) = 2t^2\,\hat{i} - 2t\,\hat{j} \;\; (\vec{r}:m,\, t:s)$**. Hallar:**

   a. **Las componentes del vector posición para** $t = 3s$**.**
   b. **El vector velocidad.**
   c. **El vector aceleración.**
   d. **La ecuación de la trayectoria.**

8. **(*) Considere el movimiento de una partícula en el plano. Las coordenadas de la posición de la partícula en cada instante son:**

$$x(t) = 2 + 3t, \quad y(t) = 3 + 2t^2 \;\; (x, y : m,\, t:s)$$

Estudie el movimiento de la partícula en el intervalo de tiempo $0 < t < 10\, s$**. Para ello realice las siguientes actividades.**

   a. **Calcule la posición de la partícula en** $t = 0\, s$ **y** $t = 10\, s$**.**
   b. **Calcule el desplazamiento de la partícula entre** $t = 0\, s$ **y** $t = 10\, s$**.**
   c. **Calcule la velocidad media en ese intervalo de tiempo.**
   d. **Calcule la velocidad media entre** $t = 3\, s$ **y** $t = 3.5\, s$**; entre** $t = 3\, s$ **y** $t = 3.2\, s$**; entre** $t = 3\, s$ **y** $t = 3.05\, s$**; entre** $t = 3\, s$ **y** $t = 3.005\, s$**; entre** $t = 3\, s$ **y** $t = 3.0005\, s$**. ¿Cuánto vale la velocidad en** $t = 3\, s$ **?**
   e. **Calcule la aceleración media entre** $t = 0\, s$ **y** $t = 10\, s$**.**
   f. **Calcule la aceleración en el instante** $t = 2\, s$ **siguiendo el proceso del límite como lo realizó para la velocidad media.**
   g. **Determine la trayectoria que sigue la partícula en el plano.**

(*) Dificultad regular.

Respuestas a los problemas:

1.

a. $\vec{r}(0) = 0\hat{i} + 0\hat{j}\ m$

$\vec{r}(3) = 45\hat{i} + 42\hat{j}\ \ m$

$\vec{r}(5) = 75\hat{i} + 50\hat{j}\ \ m$

$\vec{r}(7) = 105\hat{i} + 42\hat{j}\ \ m$

$\vec{r}(10) = 150\hat{i} + 0\hat{j}\ \ m$

b. $\Delta\vec{r}_1 = 30\hat{i} + 8\hat{j}\ \ m$

$\Delta\vec{r}_2 = 60\hat{i}\ \ m$

c. $< \vec{v}_1 > = 15\hat{i} + 4\hat{j}\ \ m/s$

$< \vec{v}_2 > = 15\hat{i}\ m/s$

2.

a. $x(0) = 8\,m$

$x(5) = 158\,m$

$x(10) = 208\,m$

$x(15) = 158\,m$

b. $< \vec{v}_1 > = 30\hat{i}\ \ m/s$

$< \vec{v}_2 > = -10\hat{i}\ \ m/s$

c.

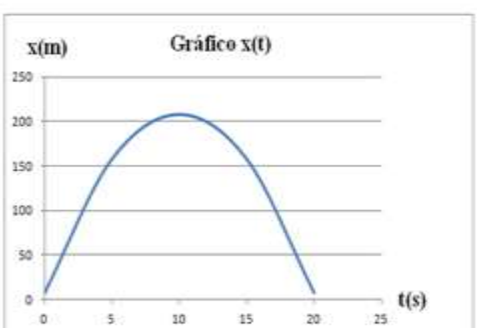
t_1	t_2	x_1	x_2	Δx	Δt	v_m=(Δx/ Δt)
5	**6**	**158**	**176**	**18**	**1**	**18**
5	**5.5**	**158**	**167.5**	**9.5**	**0.5**	**19**
5	**5.1**	**158**	**159.98**	**1.98**	**0.1**	**19.8**
5	**5.01**	**158**	**158.1998**	**0.1998**	**0.01**	**19.98**
5	**5.001**	**158**	**158.019998**	**0.019998**	**0.001**	**19.998**

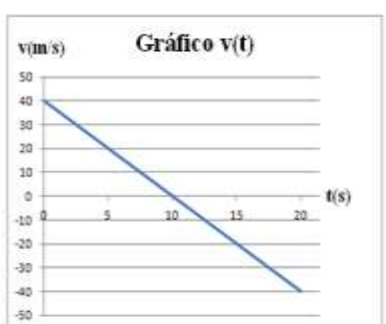
Entonces $\vec{v}(5) = 20\hat{i}\ \ m/s$

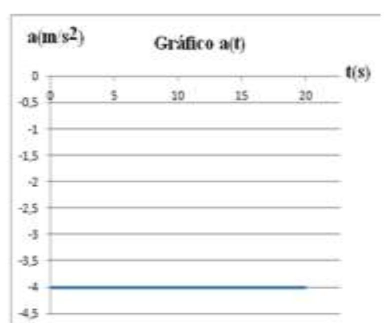
d. $\vec{v}(t) = (40 - 4t)\hat{i}\ \ m/s$, $\vec{v}(5) = 20\hat{i}\ \ m/s$, $\vec{v}(15) = -20\hat{i}\ \ m/s$

e. $\vec{a}(t) = -4\hat{i}\ \ m/s^2$, $\vec{a}(5) = -4\hat{i}\ \ m/s^2$, $\vec{a}(15) = -4\hat{i}\ \ m/s^2$

f. Gráficos.







3. **a.** $y(0) = 10\, m$*, indica la altura a la que se encontraba el cuerpo en t = 0.*

b. $v(t) = -20 - 9.8t \;\; m/s$, $a(t) = -9.8 \; m/s^2$

c. $t = 0.45\, s \;\; y \;\; v = -24{,}41 \;\; m/s$

4. $\vec{v}(t) = 6t\,\hat{i} + 6t^2\,\hat{j} \;\; m/s$, $\vec{a}(t) = 6\,\hat{i} + 12t\,\hat{j} \;\; m/s^2$

5. $\Delta\vec{r} = 2\,\hat{i} + 12\,\hat{j} \;\; m$

6. **a.** $\vec{r}(1) = \hat{i} - \hat{j} \;\; m$

b. $\vec{v}(t) = 2\,\hat{i} + (6t^2 - 6t)\,\hat{j} \;\; m/s$, $\vec{a}(t) = (12t - 6)\,\hat{j} \;\; m/s^2$

c. $y(x) = 2\left(\dfrac{x+1}{2}\right)^3 - 3\left(\dfrac{x+1}{2}\right)^2 \; m = \dfrac{1}{4}\,(\mathrm{x}^3 - 3\mathrm{x} - 2)\, m$

7. **a.** $x = 18\, m, \;\; y = -6\; m$

b. $\vec{v}(t) = 4t\,\hat{i} - 2\,\hat{j} \;\; m/s$

c. $\vec{a}(t) = 4\hat{i} \;\; m/s^2$

d. $y(x) = -\sqrt{2\mathrm{x}} \;\; \mathrm{m}$

8. **a.** $\vec{r}(0) = 2\hat{i} + 3\hat{j} \;\; m$, $\vec{r}(10) = 32\hat{i} + 203\hat{j} \;\; m$

b. $\Delta\vec{r} = 30\hat{i} + 200\hat{j} \;\; m$

c. $< \vec{v} > = 3\hat{i} + 20\hat{j} \;\; m/s$

d. $< \vec{v}_1 > = 3\hat{i} + 13\hat{j} \;\; m/s$

$< \vec{v}_2 > = 3\hat{i} + 12.4\hat{j} \;\; m/s$

$< \vec{v}_3 > = 3\hat{i} + 12.1\hat{j} \;\; m/s$

$< \vec{v}_4 > = 3\hat{i} + 12.01\hat{j} \;\; m/s$

$< \vec{v}_5 > = 3\hat{i} + 12.002\hat{j} \;\; m/s$

Luego en *t=3 s,* $\vec{v} = 3\hat{i} + 12\hat{j} \;\; m/s$

e. $< \vec{a} > = 4\,\hat{j} \;\; m/s^2$

f. $\vec{a}(2) = 4\,\hat{j} \;\; m/s^2$

g. $y(x) = 3 + 2\left(\dfrac{x-2}{3}\right)^2 \; m = \dfrac{1}{9}\,(2\mathrm{x}^2 - 8\mathrm{x} + 35)\, m$