

Ciencias de la Computación I

Árboles



Eduardo Contrera Schneider

Universidad de la Frontera

21 de noviembre de 2016

- 1 Árboles
- 2 Árboles con Raíz
- 3 Árboles Binarios

Árboles

Árbol

Sea $G = (V, E)$ un grafo no dirigido sin lazos. El grafo G es un **árbol** si G es conexo y no contiene ciclos.

En general, un grafo que es conexo siempre contiene un árbol recubridor que es subgrafo del grafo en cuestión. Denotaremos con T aquellos grafos que sean árboles para destacar la estructura que poseen.

Teorema

Si a, b son vértices distintos en un árbol $T = (V, E)$, entonces hay un único camino que conecta estos vértices.

Observaciones

- En cualquier árbol $T = (V, E)$ se tiene que $|V| = |E| + 1$.
- Todo árbol con más de dos vértices tiene al menos dos vértices colgantes (de grado uno).

El siguiente teorema proporciona varias formas de caracterizar los árboles.

Teorema 2

Las siguientes proposiciones son equivalentes para un grafo no dirigido $G = (V, E)$ sin lazos:

- 1 G es un árbol.
- 2 G es conexo minimal.
- 3 G es acíclico maximal.
- 4 G es conexo y $|V| = |E| + 1$.
- 5 G es acíclico y $|V| = |E| + 1$.

Árboles con Raíz

Seguiremos estudiando la estructura de árbol, pero de ahora en adelante incluyendo a los grafos dirigidos.

Árbol Dirigido

Si G es un grafo dirigido, entonces G es un **árbol dirigido** si el grafo no dirigido asociado con G es un árbol

Árbol con Raíz

Si G es un árbol dirigido, G es un árbol con raíz si existe un único vértice r en G , llamado la raíz, tal que el grado de entrada de r es igual a cero y para todos los demás vértices v , el grado de entrada de v es uno.

Árbol Binario

Una de las aplicaciones de los árboles con raíz a las ciencias de la computación son los árboles binarios, importantes en la teoría de autómatas y lenguajes formales, para la construcción y caracterización de gramáticas.

Árbol Binario

Un árbol con raíz es binario si para cada vértice v , $\delta^+(v) = 0, 1$ ó 2 ; es decir, si v tiene cuando mucho dos hijos. Si $\delta^+(v) = 0$ ó 2 para todo $v \in V$, entonces el árbol con raíz se dice *árbol binario completo*.

Este tipo de árboles pueden representar operaciones binarias del tipo $a \circ b$, de modo tal que etiquetamos con \circ a la raíz, y con a y b a los hijos izquierdo y derecho respectivamente.

Ejemplo

Construya los árboles binarios con raíz para las siguientes expresiones algebraicas.

- $((7 - a)/5) * ((a + b) \uparrow 3)$
- $(a - (3/b)) + 5$
- $a - (3/(b + 5))$

Códigos Prefijos

Podemos codificar un mensaje a través de la propia codificación del alfabeto inglés (o algún otro), a través de su posicionamiento en besa dos. Sin embargo, esto puede ser ineficiente siendo que hay letras que tienen más presencia en el lenguaje. Por tanto, la idea es usar sucesiones binarias más cortas para aquellas letras que aparecen con más frecuencia.

Código Prefijo

Un conjunto P de sucesiones binarias (que representa un conjunto de símbolos) es un **código prefijo** si ninguna de las sucesiones de P es el prefijo de otra sucesión de P .

Arbol Binario Total

Si T es un árbol binario completo de altura a , entonces T es un árbol binario **total** si todas las hojas de T están en el nivel a .