UNIVERSIDAD DE LA FRONTERA
FACULTAD DE INGENIERÍA Y CIENCIAS
DEPARTAMENTO DE CIENCIAS FISICAS

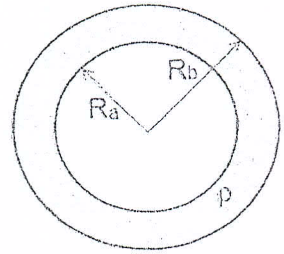
SEGUNDA PRUEBA PENDIENTE DE FÍSICA II
ICF- 190
PRIMER SEMESTRE DE 2015
01 / Junio / 2015

PAUTA			
NOMBRE COMPLETO		**PUNTAJE**	**NOTA**
CARRERA	**MÓDULO**		

Instrucciones

1. *Esta prueba tiene **11 preguntas**. En las preguntas de desarrollo, es necesario que explicite los cálculos realizados.*
2. *El puntaje total de la prueba es de **24 puntos**. El puntaje asignado a cada pregunta está en la primera columna.*
3. *La nota 4.0 se obtiene con el 50% del puntaje total y el 7.0 con el 100% del puntaje.*
4. *Usted está autorizado para usar calculadora.*
5. *A partir de este momento usted dispone de **2 horas** para responder la prueba.*

(5) 1.- Una esfera sólida de radio R_b tiene una cavidad esférica concéntrica de radio R_a. Si la densidad volumétrica de carga en la región $R_a \leq r \leq R_b$ es $\rho = \alpha/r^2$, donde α es una constante positiva. Encuentre el potencial eléctrico en el centro de la cavidad, considerando $V = 0$ en el infinito.
(Debe incluir el desarrollo)



Si $0 \leq r \leq R_a$ $\quad Q_{enc} = 0 \quad \vec{E} = 0$

Si $R_a \leq r \leq R_b$ $\quad \oint \vec{E}\cdot d\vec{S} = E\,4\pi r^2 = \dfrac{Q_{enc}}{\epsilon_0}$

$$Q_{enc} = \iiint \rho\, dV = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}\int_{R_a}^{r} \frac{\alpha}{r^2} r^2 \operatorname{sen}\phi\, dr\, d\phi\, d\theta = 4\pi\alpha \int_{R_a}^{r} dr = 4\pi\alpha (r - R_a)$$

$$\to \vec{E}(r) = \frac{\cancel{4\pi}\alpha (r-R_a)}{\cancel{4\pi} r^2 \epsilon_0}\hat{r}$$

, Si $r \geq R_b$ $\quad \oint \vec{E}\cdot d\vec{S} = \dfrac{Q_{enc}}{\epsilon_0}$ $\quad Q_{enc} = 4\pi\alpha\displaystyle\int_{R_a}^{R_b} dr$

$Q_{enc} = 4\pi\alpha(R_b - R_a)$

$$\to \vec{E}(r) = \frac{\alpha \cancel{4\pi}(R_b - R_a)}{\cancel{4\pi}\epsilon_0 r^2}\hat{r}$$

Por lo tanto

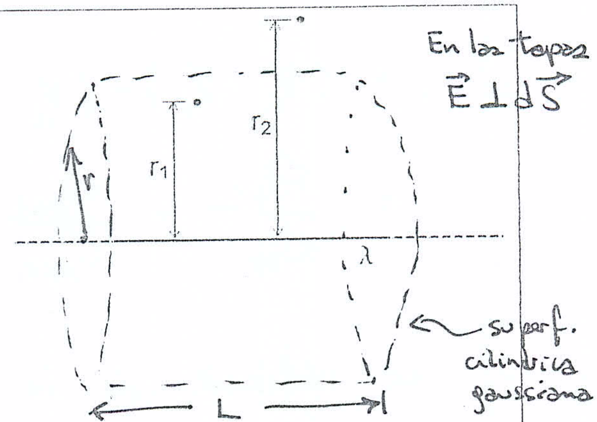
$$V(0) = -\int_{\infty}^{0}\vec{E}\cdot d\vec{l} = -\int_{\infty}^{R_b}\vec{E}\cdot d\vec{l} - \int_{R_b}^{R_a}\vec{E}\cdot d\vec{l} - \int_{R_a}^{0}\vec{E}\cdot d\vec{l}$$

$$= -\int_{\infty}^{R_b}\frac{\alpha}{\epsilon_0}\frac{(R_b - R_a)}{r^2}dr - \int_{R_b}^{R_a}\frac{\alpha}{\epsilon_0}\left(\frac{r - R_a}{r^2}\right)dr - \int_{R_a}^{0} 0\, dr$$

$$= \frac{\alpha}{\epsilon_0}\cancel{\left(\frac{R_b - R_a}{R_b}\right)} - \frac{\alpha}{\epsilon_0}\ln\left(\frac{R_a}{R_b}\right) - \frac{\alpha}{\epsilon_0}\cancel{\left(\frac{1}{R_a} - \frac{1}{R_b}\right)}$$

$$\boxed{V(0) = \frac{\alpha}{\epsilon_0}\ln\left(\frac{R_b}{R_a}\right)}$$

(3)	2.-	Calcule la diferencia de potencial eléctrico entre dos puntos que están a una distancia r_1 y r_2, respectivamente, de un alambre recto infinitamente largo que tiene una densidad lineal uniforme de carga λ. Considere $r_1 < r_2$. *(Debe incluir el desarrollo)*



$$\oint \vec{E}\cdot d\vec{S} = E\, 2\pi r L = \frac{Q_{enc}}{\epsilon_0} = \frac{\lambda L}{\epsilon_0}$$

$$\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}\hat{r}$$

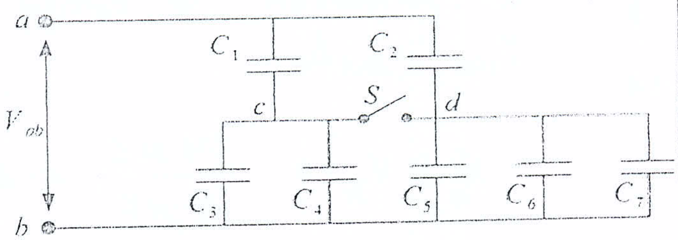
$$V(r_1) - V(r_2) = -\int_{r_2}^{r_1} \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{2\lambda}{r'}dr'$$

$$= -\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0}\ln r'\Big|_{r_2}^{r_1} = -\frac{1}{2\pi\epsilon_0}\lambda(\ln r_1 - \ln r_2)$$

$$\boxed{V(r_1) - V(r_2) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0}\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}$$

Información para las pregunta 3 a 6.

La red de condensadores mostrados está montada con los condensadores inicialmente descargados. Una diferencia de potencial de 10 V se aplica a través de la red manteniendo el interruptor S abierto. Los valores de los condensadores son como siguen: $C_1 = 6\ \mu F$, $C_2 = 4\ \mu F$, $C_3 = C_5 = 1\ \mu F$, $C_4 = C_7 = 3\ \mu F$, $C_6 = 2\ \mu F$ y los puntos a y b se encuentran bajo la diferencia de potencial de antes mencionada, como indica la figura.

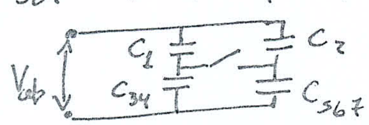


(1)	3.-	Determine la capacidad equivalente de la red.

C_3 y C_4 en paralelo

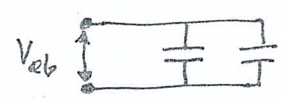
$C_3 + C_4 = C_{34} = 4\mu F$

$C_{567} = C_5 + C_6 + C_7 = 6\mu F$



(1)

$$C_{134} = C_{2567} = \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_{34}}\right)^{-1} = 2{,}4\mu F$$



(2)

$$C_{ef} = 2C_{134} = 4{,}8\mu F$$

(3)	4.-	Calcule la diferencia de potencial $V_c - V_d$.

(1) 5.- Calcule la carga en C_6.

C_5, C_6 y C_7 están en paralelo y están a una d.d.p de $V_{db} = 4\ V$ cada uno, por lo que la carga en C_6 es

$$Q_6 = C_6 V_{bd} = 8\,\mu C.$$

(3) 6.- Si se cierra el interruptor manteniendo la d.d.p de 10 V entre los puntos a y b, determine la diferencia de energía potencial antes y después de cerrar el interruptor.

De la figura (1) (parte a), una vez cerrado el interruptor las partes superior en inferior poseen la misma capacitancia que es de 10 μF, entonces la d.d.p en ambos segmentos es 5V. Por tanto

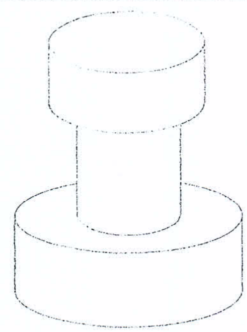
$$U_i = \frac{1}{2} C_{eq,i} V^2 = \frac{1}{2}(4{,}8\,\mu F)(10V)^2$$

$$U_f = \frac{1}{2} C_{eq,f} V^2 = \frac{1}{2}(5\,\mu F)(10\,V)^2$$

$$\Rightarrow \boxed{\Delta U = 10\,\mu J}$$

Información para preguntas 7 y 8.

El cuerpo mostrado en la figura está compuesto por tres cilindros de radios R_1, R_2 y R_3 y largos L_1, L_2 y L_3 respectivamente. Si todos los cilindros son del mismo material, cuya resistividad es ρ.



(2) 7.- Encuentre la resistencia del cuerpo mostrado. (***Debe incluir desarrollo***).

Cada cilindro tiene una resistencia $R_i = \rho \frac{L}{\pi R_i^2}$ y están conectados uno a continuación del otro. Entonces:

$$R_T = R_1 + R_2 + R_3 \Rightarrow \boxed{R_T = \frac{\rho}{\pi}\left(\frac{L_1}{R_1^2} + \frac{L_2}{R_2^2} + \frac{L_3}{R_3^2}\right)}$$

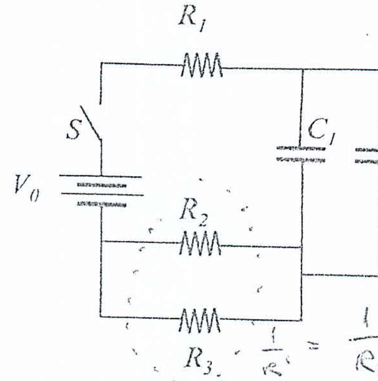
(1) 8.- Determine la corriente que circula por el cuerpo al aplicar una diferencia de potencial V entre sus caras circulares opuestas. (***Debe incluir desarrollo***).

Utilizando la Ley de Ohm $V = RI \Rightarrow I = V/R_T$

$$I = \frac{V\pi}{\rho\left(\frac{L_1}{R_1^2} + \frac{L_2}{R_2^2} + \frac{L_3}{R_3^2}\right)} \quad //$$

Información para preguntas 9 a 11.

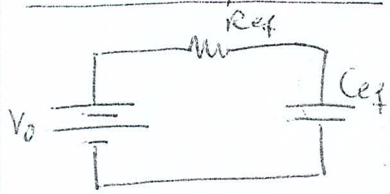
En el circuito mostrado en la figura, $R_1 = 2\ k\Omega$, $R_2 = 4\ k\Omega$, $R_3 = 6\ k\Omega$ y $V_0 = 10\ V$. *Considere que* el interruptor S se cierra en $t = 0$, cuando los capacitores $C_1 = 1\mu F$ y $C_2 = 4\mu F$ se encuentran descargados.



$\frac{1}{R'} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$

(1) 9.- Encuentre la constante de tiempo del circuito completo. (***Debe incluir desarrollo***).

Circuito Equivalente:



$C_{ef} = C_1 + C_2$

$C_{ef} = 5\ \mu F$

$\frac{1}{R'} = \frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{10}{24}$; $R' = 2.4\ k\Omega$ ∴ $R_{ef} = R_1 + R'$

$\boxed{R_{ef} = 4.4\ k\Omega}$

$\tau = R_{ef} C_{ef}$

$\boxed{\tau = (4.4k)(5\mu) = 22\ ms}$

(2) 10.- Determine el tiempo que tarda el condensador C_1 en alcanzar la mitad de su carga final. (***Debe incluir desarrollo***).

La carga final en C_1 es $Q_F = C_1 V_0$

$Q(t) = \underbrace{C_1 V_0}_{=Q_F}(1 - e^{-t/\tau})$

Si en $\bar{t}$ alcanza su carga final $Q(\bar{t}) = \frac{Q_F}{2} = Q_F(1 - e^{-\bar{t}/\tau})$

de donde $e^{-\bar{t}/\tau} = \frac{1}{2} \Rightarrow \bar{t} = \tau \ln(2)$ $\boxed{\bar{t} = 15.25\ ms}$

(2) 11.- ¿Cuánta energía se disipa en la resistencia R_1 al cabo de *40 ms*? (***Debe incluir desarrollo***).

La corriente en R_1 en función del tiempo es

$I(t) = I_0 e^{-t/\tau}$ donde $I_0 = \frac{V_0}{R_{ef}} \Rightarrow I_0 = 2.27\ mA$

La potencia disipada en R_1 es entonces:

$P(t) = R_1 I_0^2 e^{-2t/\tau}$. Además $P(t) = \frac{dW}{dt} = \frac{dE}{dt}$ energía disipada en la resistencia

$\Rightarrow E(t) = \int_0^{t} P(t')\,dt' \rightarrow E(t) = -\frac{R_1 I_0^2}{2} \tau e^{-2t'/\tau}\Big|_0^t$

$E(t) = \frac{R_1 I_0^2}{2} \tau (1 - e^{-2t/\tau}) \longrightarrow$ Evaluando para $t = 40\ ms$

$E(40\ ms) = 5.15[\mu J](1 - e^{-\frac{2\cdot 40}{22}})$ $\boxed{E(40\ ms) = 5.00[\mu J]}$ 4