Fuerza y Campo Magnético

Material de Apoyo para el Curso de Física II (ICF-190)

PROBLEMA RESUELTO 1

a) Calcular la fuerza magnética que actúa sobre un electrón que lleva una velocidad cuyas componentes son $v_x = 4.4x10^6\ m/s$, $v_y = -3.2x10^6\ m/s$, $v_z = 0$ en un punto donde el campo magnético tiene las componentes $B_x = 0$, $B_y = -12\ mT$, $B_x = 12\ mT$.

b) Repetir el cálculo para un protón con la misma velocidad en el mismo campo.

Solución

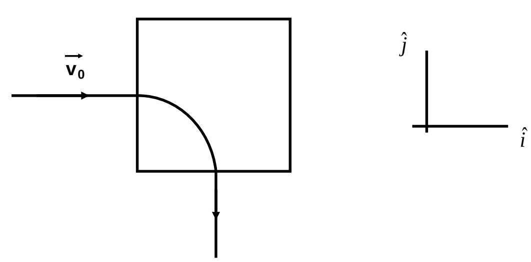
La fuerza ejercida por un campo magnético $\vec{B}$ sobre una carga q en movimiento con velocidad $\vec{v}$ se determina aplicando la ecuación $\vec{F} = q\vec{v}\times\vec{B}$. En el caso de un electrón $q = -e$, para un protón $q = +e$ donde $e = 1.6x10^{-19}\ C$. Por lo tanto:

$$\vec{F}_{electrtón} = -1.6x10^{-19}\ 10^6\ 10^{-3}\begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 4.4 & -3.2 & 0 \\ 0 & -12 & 12 \end{vmatrix} = \left(6.1\hat{i} + 8.5\,\hat{j} + 8.5\hat{k}\right)10^{-15}\ N$$

$$\vec{F}_{protón} = -\vec{F}_{electrón}$$

PROBLEMA RESUELTO 2

Un haz de electrones con velocidad $\vec{v} = 10^6\,\hat{i}\ m/s$ es desviado en *90º* al ingresar en una región de campo magnético uniforme como se muestra en la figura. La masa y carga de un electrón son $m_e = 9.1x10^{-31}\ kg$ .y $q_e = -1.6x10^{-19}\ C$ respectivamente. La intensidad del campo magnético es $10^{-3}\ T$.



a) ¿Hacia dónde apunta el campo magnético?

b) Determine el radio de la trayectoria del haz de electrones.

c) Si la trayectoria dibujada representa un cuarto de circunferencia. Calcule el tiempo que tarda en cruzar el haz de electrones la región de campo magnético.

Solución

a) La fuerza magnética ejercida sobre el electrón está dada por $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$. En esta situación, la fuerza, la velocidad y la trayectoria de un electrón están contenidas en el plano XY. La fuerza magnética y las condiciones iniciales del problema determinan un movimiento circular uniforme, donde la fuerza magnética es la fuerza centrípeta. Por otra parte, teniendo presente que la carga del electrón es negativa, para que ocurra el movimiento descrito, el campo magnético debe apuntar en la dirección $-\hat{k}$, decir $\vec{B} = -10^{-3}\hat{k}\, T$.

b) Para determinar el radio de la circunferencia escribimos la ecuación de movimiento de la forma

$$F_{mag} = F_{centripeta} = m\frac{v^2}{R}$$

$$qvB = m\frac{v^2}{R}$$

De donde obtenemos $R = \dfrac{mv}{qB}$, evaluado $R = \dfrac{9.1x10^{-31}\,10^{6}}{1.6x10^{-19}\,10^{-3}} = 5.68\ mm$

c) El tiempo que un electrón tarda en describir un cuarto de circunferencia corresponde a un cuarto de periodo T . Si escribimos la velocidad en la ecuación de movimiento de la forma $v = \omega R$, tenemos

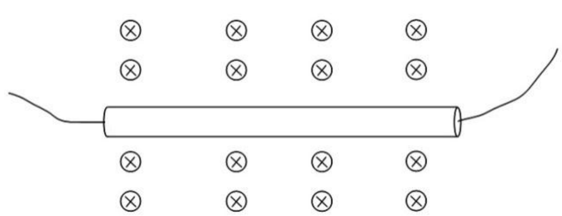
$$q\,\omega R\, B = m\omega^2 R$$

De donde obtenemos $\omega = \dfrac{qB}{m} = \dfrac{2\pi}{T}$, por lo tanto el tiempo en recorrer un cuarto de circunferencia es.

$$t = \frac{T}{4} = \frac{\pi m}{2qB} \quad \text{, evaluando } t = \frac{9.1x\,10^{-31}\,\pi}{2\,(1.6\,x\,10^{-19})10^{-3}} = 8.9\ ns$$

PROBLEMA RESUELTO 3

Considerar una varilla conductora, de densidad ρ y una sección transversal de área A, situada perpendicular a un campo magnético $\vec{B}$, como se muestra en la figura. Sus extremos están conectados por alambres flexibles por los que se hace pasar una corriente I tal que la fuerza magnética contrarresta el peso de la varilla.



a) Determinar la corriente I en función de ρ, A, g y B.
b) ¿Qué sentido tiene la corriente?
c) Calcular la corriente para $\rho = 2.7\times10^{3}\, kg/m^{3}$, $A = 100\, mm^{2}$, $B = 200\, mT$, y $g = 9.8\, m/s^{2}$.

Solución

a) Consideremos un sistema coordenado de forma tal que la varilla coincida con el eje x, la fuerza peso paralela al eje y dirigida hacia abajo, y el eje z positivo saliendo de la página. Dado que la fuerza magnética equilibra al peso de la varilla, entonces se cumple que

$$\vec{F}_B + \vec{F}_g = 0,$$

Asumiendo que la varilla tiene un largo L y como las dos fuerzas están en la dirección vertical, la fuerzas ejercida por el campo magnético y el peso son

$$\vec{F}_B = I\vec{L}\times\vec{B} = ILB\,\hat{j} \qquad \text{y} \qquad \vec{F}_g = -mg\,\hat{j}$$

Así, la condición anterior expresada en términos de las magnitudes de las fuerzas es

$$ILB = mg$$

Por otra parte, si escribimos la masa de la varilla en función de su densidad ρ , área de sección transversal A y longitud L , se obtiene $m = \rho V = \rho AL$ Por tanto, la ecuación anterior toma la forma

$$ILB = \rho ALg$$

Finalmente la corriente queda determinada por

$$I = \frac{\rho A g}{B}$$

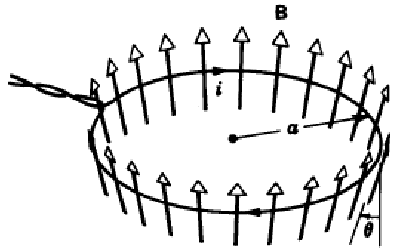
b) De acuerdo a la figura y utilizando la regla de la mano derecha se puede inferir que la corriente recorre la varilla de izquierda a derecha.

c) Reemplazando los datos en el resultado anterior obtenido en (a) tendremos

$$I = \frac{\left(2.7\times 10^{3}\,kg/m^{3}\right)\cdot\left(100\times 10^{-6}\,m^{2}\right)\cdot\left(9.8\,m/s^{2}\right)}{200\times 10^{-3}\,T} = 13.23\,A$$

PROBLEMA RESUELTO 4

La figura muestra un anillo de alambre de radio a perpendicular a la dirección general de un campo magnético divergente simétrico radial. El campo magnético en el anillo es en todas partes de magnitud B, y forma un ángulo θ con una normal al plano del anillo en todos los puntos de éste. Los alambres de alimentación torcidos no tienen ninguna influencia en el problema. Encontrar la magnitud y dirección de la fuerza que ejerce el campo magnético sobre el anillo si éste lleva una corriente i como lo muestra la figura.

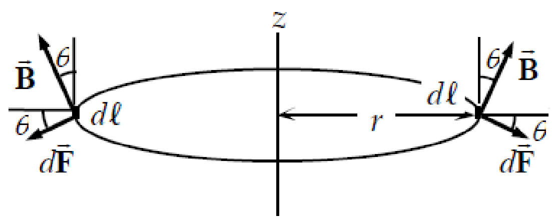


Solución

La fuerza neta sobre el anillo, es la suma de las fuerzas infinitesimales $d\vec{F}$ sobre cada uno de los elementos de corriente di. Donde $d\vec{F} = id\vec{l} \times \vec{B}$. Así la fuerza neta es

$$\vec{F} = \oint id\vec{l} \times \vec{B}$$

La fuerza neta tendrá una componente en $-\hat{k}$ en todo punto del anillo y una componente radial, la cual por simetría se anulará y la fuerza neta solo tendrá componente en $-\hat{k}$ (esto se puede ver utilizando la regla de la mano derecha). El campo magnético tiene una componente radial y una componente en $\hat{k}$. La componente que contribuirá a la fuerza neta será la componente radial, la cual tiene por magnitud $Bsen\theta$. Así tenemos que



$$\vec{F} = -iBsen\theta \oint dl\,\hat{k}$$
$$\vec{F} = -iBsen\theta\; 2\pi a\,\hat{k}$$

PROBLEMA SEMI-RESUELTO 1

Un trozo de granizo de $2\ g$, con una carga de $-7\ pC$, cae verticalmente con una velocidad de 80 *m/s*. En esta región existen superpuestos los campos gravitatorio, eléctrico y magnético, cuyos valores son $g = 9.8 m/s^2$, $E = 120\,N/C$ y $B = 40\,\mu T$ respectivamente. Los campo $\vec{g}$ y $\vec{E}$ están dirigidos verticalmente hacia abajo, mientras que $\vec{B}$ es horizontal hacia el norte.

a) Calcular la fuerza que cada uno de estos campos ejerce sobre el trozo de granizo.
b) ¿Es despreciable alguna de estas fuerzas?
c) Mencionar cualquier otra fuerza que pueda estar actuando de forma apreciable sobre el trozo de granizo.

Solución

a) Cada una de las fuerzas ejercidas sobre el trozo de granizo están definidas por las expresiones

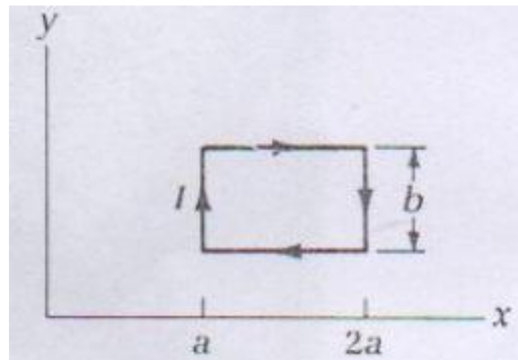
$$\vec{F}_g = m\vec{g} \quad , \qquad \vec{F}_E = q\vec{E} \quad , \qquad \vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$$

Reemplazando los datos del enunciado se obtienen tanto sus módulos como sus direcciones.

b) La respuesta se deja al estudiante.
c) La respuesta se deja al estudiante.

PROBLEMA SEMI-RESUELTO 2

Una espira rectangular de lados a y b transporta una corriente i en un campo magnético no uniforme. La espira se encuentra en el plano xy, como se muestra en la figura, perpendicular al campo magnético que está dirigido hacia fuera del plano de la figura. En los puntos del plano el campo viene dado por $B_x = B_y = 0$, y $B_z = \frac{B_0 a}{x}$, donde B_0 es una constante. Por tanto el campo va en dirección z y su valor depende de la coordenada x. Determinar el valor de la fuerza magnética (a) sobre cada lado de la espira, y (b) sobre toda ella. (c) Determinar el valor del momento de fuerza (torque) sobre la espira con respecto a un eje paralelo al eje y que pase por el centro de ésta.



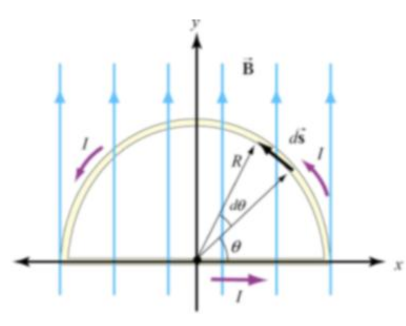
Solución

En presencia de un campo magnético uniforme la fuerza neta sería cero, pues las contribuciones de los lados opuestos de la espira se anularían. En este caso como el campo depende de x, las fuerzas no se anularan pues a pesar de tener misma dirección pero sentido contrario, tendrán distintas magnitudes.
Para calcular la fuerza en cada uno de los lados de la espira, debemos aplicar la ecuación $\vec{F} = \int_\ell i d\vec{\ell} \times \vec{B}$

Para calcular el torque sobre la espira, con respecto al eje especificado en el enunciado, debemos calcular los torques de cada una de las fuerzas, con respecto de un punto del eje aplicando $\vec{\tau}_0 = \vec{r}_0 \times \vec{F}$, donde 0 es un punto perteneciente al eje. Luego evaluar si éstos tienen una componente a lo largo del eje.

PROBLEMA SEMI-RESUELTO 3

Considere una espira semi-circular cerrada ubicada en el plano xy por la cual circula una corriente i en sentido contrario al de las agujas del reloj, tal como se muestra en la figura. Se aplica un campo magnético uniforme en dirección $+y$. Encuentre la fuerza neta sobre la espira.



Solución

Para calcular la fuerza magnética sobre el segmento recto de la espira, basta aplicar la ecuación $\vec{F_1} = i\vec{l} \times \vec{B}$. La fuerza tiene dirección en $\hat{k}$.
Para calcular la fuerza sobre el segmento circular de la espira, debemos aplicar la ecuación $\vec{F_2} = \int i d\vec{l} \times \vec{B}$, donde $d\vec{l} = R d\theta(-sen\theta\hat{\imath} + cos\theta\hat{\jmath})$ y $\vec{B} = B\hat{\jmath}$, por lo que

$$\overrightarrow{F_2} = \int_0^{2\pi} iRd\theta(-sen\theta\hat{\imath} + cos\theta\hat{\jmath}) \times B\hat{\jmath},$$

Finalmente se obtiene que $\vec{F}_{neta} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 0$

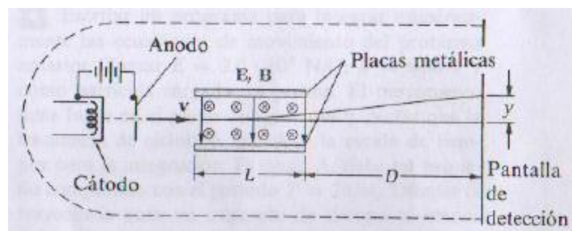
PROBLEMA DESAFIO 1

Comparar el valor de la fuerza ejercida por el campo magnético terrestre cerca de la superficie de la Tierra sobre un electrón que se mueve con una rapidez de 10^6 *m*/*s*, con la fuerza ejercida sobre este electrón por el campo eléctrico terrestre. Las magnitudes de los campos magnético y eléctrico cerca de la superficie de la Tierra son 10^{-5} *T* y 100 *N*/*C* respectivamente.

Resp.: $F_E / F_B = 6.25x10^{25}$

PROBLEMA DESAFIO 2

El *Experimento de Thomson.* J.J. Thomson estableció la naturaleza de los rayos catódicos (rayos que salen del cátodo de un tubo similar al del televisor) midiendo la relación carga-masa q/m de los electrones. En la figura se observa que cuando tenemos un campo eléctrico $\vec{E}$, pero no un campo magnético, entre dos placas deflectoras, el haz de electrones se desvía una distancia y en la pantalla de detección. Demostrar que esta desviación viene dada por



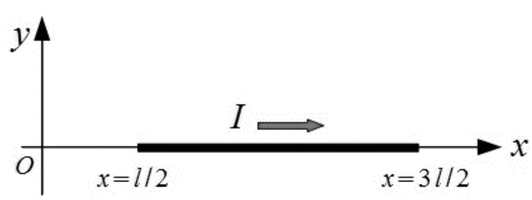
$$y = \frac{eE}{mv^2}\left(DL + \frac{1}{2}L^2\right),$$

donde v es la velocidad de los electrones que entran entre las placas. Thomson aplicó después un campo magnético, ajustando su valor hasta que el haz no se desviase. Demostrar que la relación carga-masa viene dada en función de magnitudes medibles por

$$\frac{e}{m} = \frac{yE}{B^2(DL + \frac{1}{2}L^2)}$$

PROBLEMA DESAFIO 3

Una parte de un circuito está formada por un alambre recta de longitud *l* por el que circula una corriente *I*, orientado según el eje *x* como se muestra en la figura. En los puntos de este eje el campo magnético tiene únicamente componente *y*, que varía como B_y=*A*/*x*, donde *A* es una constante positiva.



Determinar:

a) La dirección de la fuerza magnética.
b) El módulo de la fuerza magnética como función de *I*, *A*, *l*.

Resp.: a) dirección de la fuerza $+\hat{k}$; b) $F = IA\ln(3)$