GUIA DE EJERCICIOS
FUNCIONES

1) **Determinar el valor** $y(x)$ **(variable dependiente) de la función lineal** $y(x)=3+2x$ **para los valores** $x=0,\ 2,\ 4,\ 6,\ 12$ **(variable independiente).**

2) **Considere una varilla de largo** $L=0.5\ m$ **que posee una distribución de temperatura que varía linealmente a lo largo de ella, y está descrita por la siguiente función** $T(x)=\alpha(3x)+25\quad(T:{}^{o}C,\ x:m)$**, donde** $\alpha=5\ {}^{o}C/m$**. Evalúe la temperatura de la varilla en las posiciones** $x=0,\ 0.1,\ 0.25,\ 0.3\ y\ 0.5\,\mathrm{m}$

3) **Represente en un gráfico las siguientes rectas:**

   a. $y(x)=2x$
   b. $y(x)=5$
   c. $y(x)=4+2x$
   d. $y(x)=4-2x$

4) **El alcance de una radio es función de la altura de su antena, y viene dado por la ecuación** $R(h)=3.56\sqrt{h}$ **, donde** R **es el alcance en** km **y** h **la altura de la antena en** m **.**
   a. **Calcule el alcance para las alturas de antena de 10, 20, 30 y 50 m**
   b. **Representa en un gráfico el alcance en función de la altura de la antena.**
   c. **¿Puedes determinar desde el gráfico el alcance de una antena de 45 m?**
   d. **¿Qué altura debe tener la antena para tener un alcance de 30 km?**

5) **Determinar el valor** $g(x)$ **(variable dependiente) de la función** $g(x)=x^3+4$ **para los valores** $x=-3,-2,-1,0,\ +1,+2,\ +3$ **(variable independiente).**

6) **Determine las ecuaciones de las rectas L1, L2, L3 y L4 conocida la siguiente información para cada una de ellas.**

   a. **L1, pasa por el punto P(2, 0) y es paralela al eje de las ordenadas**
   b. **L2, tiene pendiente 4 y pasa por el origen**
   c. **L3, pasa por los puntos A(2, 1) y B(-4, 3)**
   d. **L4, pasa por el punto C(-2, 3) y es paralela a la recta** $y(x)=-x+4$

7) **La función que describe la energía de una partícula como función de la velocidad está dada por** $E(v)=10v^2\quad(E:J,\quad v:m/s)$**. Determinar.**
   a. **La energía de la partícula cuando se mueve a razón de 4 m/s.**
   b. **La velocidad que debe tener la partícula para que su energía sea el doble que la obtenida en la pregunta a.**

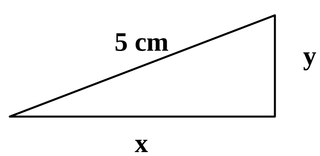
8) Determinar el valor de $f(z)$ (variable dependiente) de la función $f(z)=\dfrac{1}{2+z}$ para los valores $z=0, 5, 10, 50, 100$ (variable independiente).

9) Un tren sigue una trayectoria rectilínea. Un controlador de tráfico del sistema de trenes realiza la siguiente toma de datos de la posición del tren (medida en metros) en diferentes instantes del tiempo (medidos en segundos):

t (s)	*x (m)*
0	**50**
10	**250**
20	**450**
30	**650**
40	**850**
50	**1050**

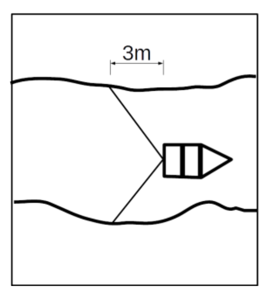
a. Determinar la ecuación de itinerario (ecuación para la posición del tren en función del tiempo).
b. ¿Cuál es la velocidad del tren?

10) La ecuación $y(x)=\sqrt{25-x^2}$ define el valor del cateto *y* de un triángulo rectángulo de hipotenusa 5 cm, en función del valor del otro cateto *x*.



a. Construye un gráfico que represente esta función $y(x)$
b. Para qué rango de valores de x, esta función representaría a un triángulo rectángulo de de 5 cm de hipotenusa.
c. ¿Es posible construir un triángulo de hipotenusa 5 cm y cateto y = 6 cm?

11) Una persona mientras pasea a la vera de un río, observa que hay una pequeña balsa con un pescador sobre ella. La balsa está amarrada a las orillas del río mediante dos cuerdas de distinto tamaño. Nuestro personaje, le pregunta al pescador cual es el ancho del río. El pescador le responde que en realidad no lo sabe, pero si sabe que las cuerdas que lo sujetan a las orillas miden 5 y 7 metros cada una. El caminante saca su regla portátil y determina que la distancia entre el punto de amarre de una orilla y la posición sobre el río de la balsa es de 3 metros. Con la información obtenida, ¿Cual es el ancho del río?



12) Un carrito se mueve aceleradamente y presenta la ecuación de itinerario (posición del carrito en cada instante de tiempo) correspondiente a una ecuación cuadrática de la forma $x(t)=10+10t-10t^2 \quad (x:m, \quad t:s)$. Determinar
a. La posición inicial del carrito.
b. El tiempo para el cual la posición es nula.

13) Si $x(t) = 5 - 4t^2$ muestra la dependencia de x en función de t.

- **a. ¿Cómo se expresa la dependencia de t en función de x?.**
- **b. ¿Para qué valores esta dependencia no tiene sentido en la realidad?**

14) Un objeto sigue una trayectoria en el plano *xy*. La siguiente tabla muestra algunos puntos de la trayectoria:

X (m)	*Y (m)*
0	**-3**
1	**-2**
2	**1**
3	**6**
4	**13**
5	**22**

- **a. Realice un gráfico en el plano *xy* de la curva que atraviesa los puntos.**
- **b. Encontrar la ecuación de la trayectoria (coordenada *y* en función de *x*)**

15) Dada la ecuación $x^2 - 3x - 4 = 0$.

- **a. Encuentre los valores de x que satisfacen esta relación.**
- **b. Realice el gráfico de la curva $y(x) = x^2 - 3x - 4$.**

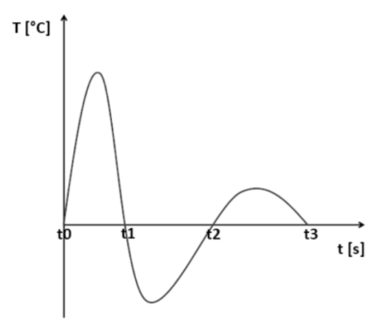
16) Una cooperativa ha calculado que su cosecha anual de manzanas es de 100 000 kg, que piensa vender a razón de 300 pesos/kg. Cada semana que transcurre se estropean 2000 kg de manzanas, y para compensar la pérdida, los miembros de la cooperativa aumentan en 50 pesos el precio del kilogramo por cada semana que pasa.

- **a. Escribir la función que determina el valor de las manzanas, dependiendo de las semanas transcurridas.**
- **b. ¿Cual es el costo del kilogramo de manzanas a la quinta semana?, ¿y a la décima semana?**

17) Simplifique la siguiente expresión $\dfrac{a^{3x}b^{y}a^{2x}b^{4y}}{a^{(3x+2-3y)}b^{(y-2x+1)}}$

18) El siguiente gráfico muestra la temperatura del agua en un estanque en función del tiempo:

Un aumento de la temperatura implica un aumento de la energía calórica del agua y una disminución de la temperatura una disminución de la energía calórica. Suponiendo que en 0 °C el agua pasa de líquido a sólido y viceversa, se afirma que:



- **a. Entre t_0 y t_1 el agua es líquida.**
- **b. La menor temperatura se alcanza entre t_1 y t_2.**
- **c. Entre t_0 y t_3 la mayor cantidad de tiempo el agua es hielo.**
- **d. En t_2 el agua pasa de sólido a líquido.**
- **e. Entre t_2 y t_3 la energía calórica siempre aumenta.**

Para cada alternativa responda verdadero (V) o falso (F) y justifique.

19) (*) El espesor total de 500 hojas de papel es de 40 mm. Suponiendo que las hojas de papel son de espesor uniforme, dibuje un gráfico que represente el espesor en función del número de hojas. A continuación responda las siguientes preguntas:

a. **Encuentre una ecuación que represente del espesor en función del número de hojas.**
b. **A partir del gráfico o la ecuación determine el espesor de 200, 300, 630 y 990 hojas**
c. **¿Cuántas hojas tendría un libro de 48 mm de espesor, elaborado con este tipo de papel?**

20) (*) Sea $f: R \to R$ **una función real definida por:**

$$f(x)=\begin{cases} 5x & \text{si } x \le -2 \\ 2x - 6 & \text{si} -2 < x < 2 \\ 1-x & \text{si } x \ge 2 \end{cases}$$

Evalúe $f(-\frac{7}{3})$, $f(-\frac{3}{2})$, $f(2)$ **y grafique** $f(x)$.

21) (*) El movimiento de una partícula que se mueve verticalmente hacia arriba se puede describir por la función $y(t) = 40 + 25t - 5t^2 \quad (y: m, \quad t: s)$**. Encuentre.**

a. **El instante en que pasa por los 60 m de altura**
b. **El instante en que pasa por los 20 m de altura**

22) (*) Un automóvil se desplaza sobre un camino recto (que consideraremos como el eje X **) y su posición en cada momento está descrita por la función** $x(t) = 3t^2 + 2t + 1$ **[m], donde** t **representa el tiempo. Calcule la distancia recorrida por el automóvil entre los instantes** $t = 5\,\text{s}$ **y** $t = 10\,\text{s}$

23) (*) Se sabe que la función cuadrática de ecuación $y(x) = ax^2 + bx + c$ **pasa por los puntos (1,1), (0,-2) y (-1,3). Calcula a, b y c.**

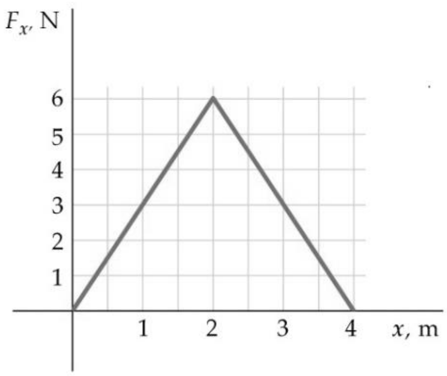
24) (*) La presión que ejerce una fuerza perpendicular a una superficie, depende del área sobre la cual actúa, de la forma $\text{Pr}esión = \frac{Fuerza}{Area}$.

a. **Encuentre el valor de la presión que ejerce una fuerza de 15 N sobre una superficie circular de 0,24 m de diámetro**
b. **En cuanto se reduce la presión, si el radio aumenta a 0,60 m**

25) (*) Un avión sobrevuela a una altura constante de 100 *m* sobre el nivel del mar. Un radar militar ubicado en el punto de coordenadas (0,0) detecta que el avión se acerca siguiendo la trayectoria $y(x) = x^2 - 5x - 50 \quad (x, y: km)$. **Si el avión se acerca a menos de 4 *km* un misil será enviado.**

a. **Dibuje la trayectoria utilizando los puntos: x = -10, -5, 0, 5 y 10.**
b. **¿será lanzado el misil?**

26) (*) El gráfico de la figura representa la fuerza en función de la posición $F(x)$ que actúa sobre una partícula en un intervalo de $0 \leq x \leq 4\,m$. Determine la ecuación que representa a esta función.



27) (*) Las deslindes de un terreno se pueden definir por las siguientes funciones: *x = 0 m*, *y = 0 m*, *y(x)=10-2x m*. Determine el área del terreno.

28) (**) Dos autos siguen una trayectoria recta a lo largo del eje x, y se mueven en la dirección positiva. La posición de los autos está descrita, en función del tiempo, por las siguientes funciones:

$$x_1(t) = 50 + 10t \text{ y } x_2(t) = -5 + 4t + 2t^2.$$

Considerando que la posición se mide en metros y el tiempo en segundos, determinar:

- **a. ¿Cuál es la posición de los autos en $t = 0\ s$?**
- **b. ¿Quién llega primero a $x = 200\ m$?**
- **c. ¿Para qué tiempo los autos se encuentran en la misma posición?**

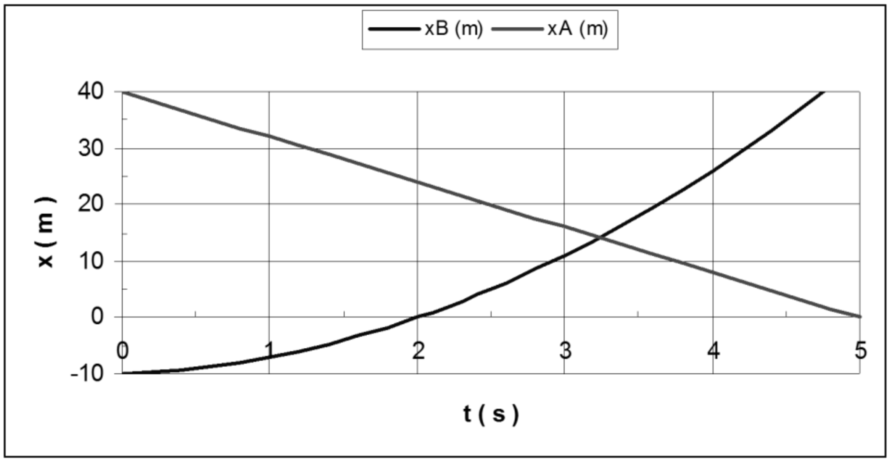
29) (**) Un carrito A se mueve sobre un riel rectilíneo y lo hace de izquierda a derecha. Otro carrito B, ubicado a $15\ m$ del primero, se mueve sobre el mismo riel, pero lo hace de derecha a izquierda. Sus ecuaciones de itinerario respectivas son:

$$x_A(t) = 6t \qquad x_B(t) = 15 - 2t - t^2 \qquad (x : m, \quad t : s)$$

- **a. Calcula el tiempo en que los carritos chocan.**
- **b. Determina la posición del choque.**

30) (**) Dos cuerpos A y B se mueven siguiendo una trayectoria recta. La figura presenta la gráfica posición-tiempo de ambos movimientos. El movimiento de B está descrito por la ecuación $x_B(t) = -10.0 + t + 2.00\,t^2\ m$

- **a. Escriba una ecuación que represente el movimiento de A.**
- **b. Determine el instante de tiempo en que A y B se cruzan**
- **c. A los 5 segundos ¿Cuál es la distancia entre A y B?**



31) (**) La ecuación que describe la trayectoria de una partícula en el eje vertical en función del tiempo es: $y(t) = y_0 + v_{0y}t + (1/2)a\,t^2$, donde y_0, v_{0y} y a son valores conocidos. Por otro lado, la ecuación que describe la posición en el plano horizontal para una partícula es: $x(t) = x_0 + v_{0x}t$. Demuestre que al combinar ambas ecuaciones, se obtiene una trayectoria parabólica dada por $y(x) = Ax^2 + Bx + C$, donde $A = \dfrac{a}{2v_{0x}^2}$, $B = \dfrac{v_{0y}}{v_{0x}} - \dfrac{ax_0}{v_{0x}^2}$ y

$$C = y_0 + \frac{ax_0^2}{2v_{0x}^2} - \frac{v_{0y}x_0}{v_{0x}} \quad .$$

(*) Dificultad regular, (**) Dificultad mayor.

Respuesta a los Problemas.

1) {3, 7, 11, 15, 27}
2) {25, 26.5, 28.75, 29.5, 32.5}
3) Gráfica.
4) a. 11.25 km ; 115.92 km; 15.50 km y 25.17 km c. Sí …. d. 71 m
5) {-24, -4, 3, 4, 5, 12, 31}

6) $y(x)=2$, $y(x)=4$, $y(x)=-\dfrac{1}{3}x+\dfrac{5}{3}$, $y(x)=-x+1$

7) a. 160 J, b. 5,66 m/s
8) {0,5; 0,143; 0,083; 0,019; 0,010}
9) a. $x=50+20t\ m$, **b.** $v=20\ m/s$.
10) b) $0<x<5\,cm$ **c) No**
11) Usando el teorema de Pitágoras, vemos que el primer tramo del río es de 4 metros, y el segundo tramo es de $\sqrt{40}\ m$**, por lo que el ancho del río es aproximadamente 10.32 m**
12) a. 10 m, b. 1.62 s
13) $\{t=\dfrac{\sqrt{5-x}}{2}, x>5\}$
14) b. Es una parábola definida por $y(x)=x^2-3$.
15) Los puntos solución son x1= 4 y x2=-1
16) a. Si transcurren x semanas, el número de manzanas que hay es 100000-2000x, y el kilo cuesta 300 + 50x pesos, luego el precio total de las manzanas es: f(x)=(100000-2000x)(300 + 50x) pesos. b. A la quinta semana, las manzanas cuestan 550 pesos el kilogramo, y a la décima 800 pesos por kilogramo.
17) La expresión se reduce a $a^{3y}b^{(2x+3)}$.
18) a. V, b. V, c. F (la mayor cantidad de tiempo la temperatura es mayor que 0°C, es decir, agua), d. V, y e. F (primero aumenta y luego disminuye)
19) a. $E=0.08x\ mm$ **; b. 16 mm ; 24 mm; 50.4 mm y 79.2 mm ; c. 600 hojas**
20) -35/3, -9, -1
21) a. $t_1=1$ **s,** $t_2=4$ **b.** $t_1=5,7$ **s,** $t_2=-0,7$**s (este valor no tiene sentido físico)**
22) 235 m
23) a=4, b=-1 y c=-2
24) a. 331,57 N/m² **b. la presión disminuye a 1/25**
25) a. (x,y) = (-10,75), (-5,0), (0,-50), (5,-50) y (10,0), b. No, la distancia mínima es de 5 *km*.

26) $F(x)=\begin{cases}3x & \text{si } 0\le x\le 2\ m\\ 6-3(x-2) & \text{si } 2\le x\le 4\ m\end{cases}$

27) *25 m²*.
28) a. $x_1=50\ m$ **y** $x_2=-5\ m$, **b.** $t_1=15\ s$ **y** $t_2=9.17\ s$, **c.** $t=6.95\ s$.
29) a. 1.57 s, b. 9.4 m
30) a. $x(t)=40-8t\ \ m$ **b. 3.23 s c. 45 m**
31) Su demostración.