

Una larga bobina de alambre con muchas espiras muy apretadas se llama solenoide. Cuando un largo solenoide conduce una corriente eléctrica, se produce un campo magnético casi uniforme dentro de las espiras, como sugiere el alineamiento de las limaduras de hierro en esta fotografía. La magnitud del campo dentro de un solenoide se encuentra fácilmente usando la ley de Ampère, una de las importantes leyes generales del electromagnetismo, que relaciona los campos magnéticos con las corrientes eléctricas. En este capítulo se examinarán con detalle tales vinculaciones, así como otros medios para producir campos magnéticos.

CAPÍTULO 28

Fuentes de campo magnético

PREGUNTA DE INICIO DE CAPÍTULO: ¡Adivine ahora!

¿Cuál de los siguientes producirá un campo magnético?

- a) Una carga eléctrica en reposo.
- b) Una carga eléctrica en movimiento.
- c) Una corriente eléctrica.
- d) El voltaje de una batería no conectada a algo.
- e) Cualquier pieza de hierro.
- f) Un trozo de cualquier metal.

En el capítulo anterior estudiamos los efectos (fuerzas y torcas) que un campo magnético tiene sobre las corrientes eléctricas y sobre las cargas eléctricas en movimiento. También vimos que los campos magnéticos se producen no sólo mediante imanes, sino también mediante corrientes eléctricas (un gran descubrimiento de Oersted). Es este aspecto del magnetismo, la producción de campos magnéticos, el que se estudia en este capítulo. Ahora se verá cómo algunas situaciones simples determinan la intensidad del campo magnético, y se estudiarán algunas relaciones generales entre los campos magnéticos y sus fuentes, la corriente eléctrica. Más elegante es la ley de Ampère. También se estudia la ley de Biot-Savart, que es muy útil para resolver problemas prácticos.

CONTENIDO

- 28-1 Campo magnético debido a un alambre recto
- 28-2 Fuerza entre dos alambres paralelos
- 28-3 Definiciones de ampere y coulomb
- 28-4 Ley de Ampère
- 28-5 Campo magnético de un solenoide y un toroide
- 28-6 Ley de Biot-Savart
- 28-7 Materiales magnéticos: Ferromagnetismo
- *28-8 Electroimanes y solenoides: Aplicaciones
- *28-9 Campos magnéticos en materiales magnéticos; histéresis
- *28-10 Paramagnetismo y diamagnetismo

28-1 Campo magnético debido a un alambre recto

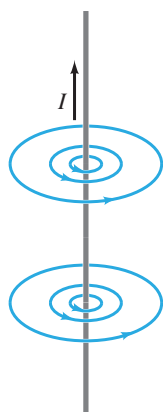
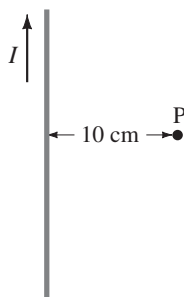


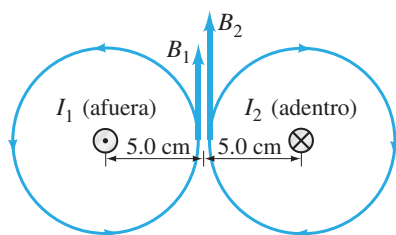
FIGURA 28-1 Igual que la figura 27-8b. Líneas de campo magnético en torno a un largo alambre recto que conduce una corriente eléctrica I .

FIGURA 28-2 Ejemplo 28-1.



⚠ CUIDADO
Una brújula, cerca de una corriente, podría no apuntar al norte

FIGURA 28-3 Ejemplo 28-2. El alambre 1, que conduce corriente I_1 hacia el lector, y el alambre 2, que transporta corriente I_2 hacia la página, producen campos magnéticos cuyas líneas son círculos en torno a sus alambres respectivos.



En la sección 27-2 vimos que el campo magnético debido a la corriente eléctrica en un largo alambre recto es tal que las líneas de campo son círculos con el alambre en el centro (figura 28-1). Se espera que la intensidad del campo en un punto dado sea mayor si la corriente que fluye en el alambre es mayor; y que el campo sea menor en puntos más alejados del alambre. De hecho, éste es el caso. Experimentos cuidadosos demuestran que el campo magnético B debido a un largo alambre recto en un punto cerca de él es directamente proporcional a la corriente I en el alambre e inversamente proporcional a la distancia r desde el alambre:

$$B \propto \frac{I}{r}.$$

Esta relación $B \propto I/r$ es válida en tanto r , la distancia perpendicular al alambre, sea mucho menor que la distancia hacia los extremos del alambre (es decir, el alambre es largo).

La constante de proporcionalidad se escribe[†] como $\mu_0/2\pi$; por lo tanto,

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I}{r}. \quad [\text{cerca de un largo alambre recto}] \quad (28-1)$$

El valor de la constante μ_0 , que se llama **permeabilidad del espacio libre**, es $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A}$.

EJEMPLO 28-1 Cálculo de \vec{B} cerca de un alambre. Un alambre eléctrico en la pared de un edificio conduce una corriente cd de 25 A, verticalmente hacia arriba. ¿Cuál es el campo magnético debido a esta corriente en un punto P, localizado 10 cm al norte del alambre (figura 28-2)?

PLANTEAMIENTO Se supone que el alambre es mucho más largo que la distancia de 10 cm hacia el punto P, así que aplicamos la ecuación 28-1.

SOLUCIÓN De acuerdo con la ecuación 28-1:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} = \frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(25 \text{ A})}{(2\pi)(0.10 \text{ m})} = 5.0 \times 10^{-5} \text{ T},$$

o 0.50 G. Por la regla de la mano derecha (figura 27-8c), el campo debido a la corriente apunta hacia el oeste (hacia la página en la figura 28-2) en esta posición.

NOTA El campo del alambre tiene aproximadamente la misma magnitud que el campo magnético de la Tierra, así que una brújula no apuntaría hacia el norte, sino en una dirección hacia el noroeste.

NOTA La mayor parte del cableado eléctrico en los edificios consta de cables con dos alambres en cada cable. Puesto que los dos alambres conducen corriente en direcciones opuestas, sus campos magnéticos se cancelan en gran medida, pero aun así podrían afectar dispositivos electrónicos sensibles.

EJERCICIO A En el ejemplo 25-10 se vio que un relámpago típico produce una corriente de 100 A durante 0.2 s. Estime el campo magnético a 10 m de un relámpago. ¿Tendría un efecto significativo sobre una brújula?

EJEMPLO 28-2 Campo magnético en medio de dos corrientes. Dos alambres rectos paralelos, separados 10.0 cm, conducen corrientes en direcciones opuestas (figura 28-3). La corriente $I_1 = 5.0 \text{ A}$ sale de la página, e $I_2 = 7.0 \text{ A}$ entra a la página. Determine la magnitud y dirección del campo magnético en el punto medio entre los dos alambres.

PLANTEAMIENTO La magnitud del campo producido por cada alambre se calcula a partir de la ecuación 28-1. La dirección del campo de *cada* alambre se determina con la regla de la mano derecha. El campo total es la suma vectorial de los dos campos en el punto medio.

SOLUCIÓN Las líneas de campo magnético debidas a la corriente I_1 forman círculos alrededor del alambre de I_1 , y la regla de la mano derecha 1 (figura 27-8c) dice que apuntan en sentido antihorario en torno al alambre. Las líneas de campo debidas a I_2 forman círculos alrededor del alambre de I_2 y apuntan en sentido horario (figura 28-3).

[†]La constante se elige de esta forma complicada porque la ley de Ampère (sección 28-4), que se considera más fundamental, tendrá una forma simple y elegante.

En el punto medio, ambos campos apuntan hacia arriba, como se indica, y por lo tanto se suman. El punto medio está a 0.050 m de cada alambre y, de acuerdo con la ecuación 28-1, las magnitudes de B_1 y B_2 son

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r} = \frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(5.0 \text{ A})}{2\pi(0.050 \text{ m})} = 2.0 \times 10^{-5} \text{ T};$$

$$B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi r} = \frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(7.0 \text{ A})}{2\pi(0.050 \text{ m})} = 2.8 \times 10^{-5} \text{ T}.$$

El campo total es *hacia arriba*, con una magnitud de

$$B = B_1 + B_2 = 4.8 \times 10^{-5} \text{ T}.$$

EJERCICIO B Suponga que I_1 e I_2 apuntan hacia la página en la figura 28-3. Entonces, ¿cuál es el campo a la mitad entre los dos alambres?

EJEMPLO CONCEPTUAL 28-3 **Campo magnético debido a cuatro alambres.** La figura 28-4 muestra cuatro largos alambres paralelos que conducen corrientes iguales hacia o desde la página, como se indica. ¿En cuál configuración, a) o b), el campo magnético es mayor en el centro del cuadrado?

RESPUESTA Es mayor en a). Las flechas ilustran las direcciones del campo producido por cada alambre; para confirmar estos resultados utilice la regla de la mano derecha. El campo neto en el centro es la superposición de los cuatro campos, que apuntará a la izquierda en a) y que es cero en b).

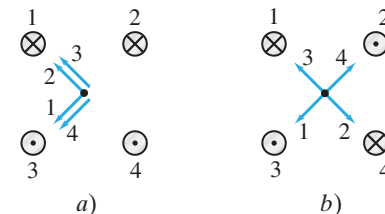


FIGURA 28-4 Ejemplo 28-3.

28-2 Fuerza entre dos alambres paralelos

Ya se vio que un alambre que conduce una corriente produce un campo magnético (magnitud dada por la ecuación 28-1 para un largo alambre recto). Además, un alambre que conduce corriente experimenta una fuerza cuando se coloca en un campo magnético (sección 27-3, ecuación 27-1). Por lo tanto, se espera que dos alambres que conducen corriente ejerzan una fuerza mutua.

Considere dos largos alambres paralelos separados por una distancia d , como en la figura 28-5a. Ambos transportan corrientes I_1 e I_2 , respectivamente. Cada corriente produce un campo magnético que “siente” el otro, así que cada uno debe ejercer una fuerza sobre el otro. Por ejemplo, el campo magnético B_1 producido por I_1 en la figura 28-5 está dado por la ecuación 28-1, que en la posición del alambre 2 es

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d}.$$

Observe la figura 28-5b, donde se muestra el campo debido *sólo* a I_1 . De acuerdo con la ecuación 27-2, la fuerza F_2 ejercida por B_1 sobre una longitud ℓ_2 del alambre 2, que conduce corriente I_2 , es

$$F_2 = I_2 B_1 \ell_2.$$

Advierta que la fuerza sobre I_2 se debe sólo al campo producido por I_1 . Desde luego, I_2 también produce un campo, pero no ejerce una fuerza sobre sí mismo. Al sustituir B_1 en la fórmula para F_2 , se encuentra que la fuerza sobre una longitud ℓ_2 del alambre 2 es

$$F_2 = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_1 I_2}{d} \ell_2. \quad [\text{alambres paralelos}] \quad (28-2)$$

Si empleamos la regla de la mano derecha 1 de la figura 27-8c, vemos que las líneas de B_1 son como se indica en la figura 28-5b. Entonces, al usar la regla de la mano derecha 2 de la figura 27-11c, vemos que la fuerza que se ejerce sobre I_2 estará a la izquierda en la figura 28-5b. Esto es, I_1 ejerce una fuerza de atracción sobre I_2 (figura 28-6a). Esto es cierto en tanto las corrientes estén en el mismo sentido. Si I_2 está en el sentido opuesto, la regla de la mano derecha indica que la fuerza está en el sentido opuesto. Esto es, I_1 ejerce una fuerza de repulsión sobre I_2 (figura 28-6b).

Un razonamiento similar al anterior demuestra que el campo magnético producido por I_2 ejerce una fuerza igual, pero opuesta, sobre I_1 . Se espera que esto también sea cierto a partir de la tercera ley de Newton. En consecuencia, como se observa en la figura 28-6, corrientes paralelas en el mismo sentido se atraen mutuamente, mientras que corrientes paralelas en sentidos opuestos se repelen.

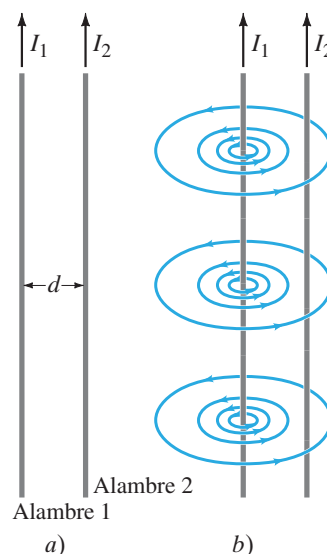
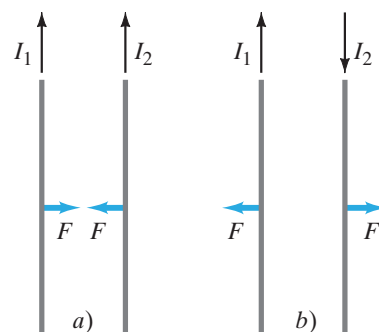


FIGURA 28-5 a) Dos conductores paralelos que transportan corrientes I_1 e I_2 . b) Campo magnético \vec{B}_1 producido por I_1 . (No se muestra el campo producido por I_2). \vec{B}_1 apunta hacia la página en la posición de I_2 .

FIGURA 28-6 a) Corrientes paralelas en el mismo sentido ejercen una fuerza de atracción mutua. b) Corrientes antiparalelas (en sentidos opuestos) ejercen entre sí una fuerza de repulsión.



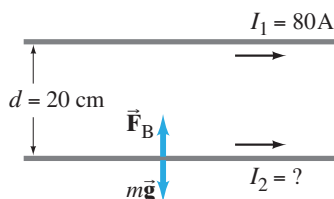


FIGURA 28-7 Ejemplo 28-5.

EJEMPLO 28-4 Fuerza entre dos alambres que conducen corriente. Los dos alambres del cordón de 2.0 m de largo de un aparato electrodoméstico están separados 3.0 mm y conducen una corriente de 8.0 A cd. Calcule la fuerza que un alambre ejerce sobre el otro.

PLANTEAMIENTO Cada alambre está en el campo magnético del otro cuando la corriente se enciende, así que aplicamos la ecuación 28-2.

SOLUCIÓN La ecuación 28-2 da por resultado

$$F = \frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(8.0 \text{ A})^2(2.0 \text{ m})}{(2\pi)(3.0 \times 10^{-3} \text{ m})} = 8.5 \times 10^{-3} \text{ N}.$$

Las corrientes están en sentidos opuestos (una hacia el electrodoméstico, la otra alejándose de él), así que la fuerza sería de repulsión y tendería a separar los alambres.

EJEMPLO 28-5 Suspensión de un alambre con una corriente. Un alambre horizontal transporta una corriente $I_1 = 80 \text{ A}$ cd. ¿Cuánta corriente I_2 debe conducir un segundo alambre paralelo, 20 cm debajo del primero (figura 28-7), para que no caiga por acción de la gravedad? El alambre inferior tiene una masa de 0.12 g por metro de longitud.

PLANTEAMIENTO Si el alambre 2 no debe caer por acción de la gravedad, que actúa hacia abajo, la fuerza magnética sobre él debe ser hacia arriba. Esto significa que la corriente en los dos alambres debe estar en el mismo sentido (figura 28-6). Podemos determinar la corriente I_2 al igualar las magnitudes de la fuerza magnética y la fuerza gravitacional sobre el alambre.

SOLUCIÓN La fuerza de gravedad sobre el alambre 2 es hacia abajo. Para cada 1.0 m de longitud de alambre, la fuerza gravitacional tiene magnitud

$$F = mg = (0.12 \times 10^{-3} \text{ kg/m})(1.0 \text{ m})(9.8 \text{ m/s}^2) = 1.18 \times 10^{-3} \text{ N}.$$

La fuerza magnética sobre el alambre 2 debe ser hacia arriba, y la ecuación 28-2 da por resultado

$$F = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_1 I_2}{d} \ell$$

donde $d = 0.20 \text{ m}$ e $I_1 = 80 \text{ A}$. Se despeja I_2 y se igualan las dos magnitudes de fuerza (sea $\ell = 1.0 \text{ m}$):

$$I_2 = \frac{2\pi d}{\mu_0 I_1} \left(\frac{F}{\ell} \right) = \frac{2\pi(0.20 \text{ m})}{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(80 \text{ A})} \frac{(1.18 \times 10^{-3} \text{ N/m})}{(1.0 \text{ m})} = 15 \text{ A}.$$

28-3 Definiciones de ampere y coulomb

Tal vez se pregunte cómo la constante μ_0 en la ecuación 28-1 podría ser exactamente $4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A}$. He aquí cómo ocurrió. Con una antigua definición de ampere, experimentalmente se midió que μ_0 estaba muy cerca de este valor. En la actualidad, μ_0 se define exactamente como $4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A}$. Esto no se podría hacer si el ampere se hubiera definido de manera independiente. El ampere, la unidad de corriente, ahora se define en términos del campo magnético B que produce utilizando el valor definido de μ_0 .

En particular, se usa la fuerza entre dos alambres paralelos portadores de corriente, ecuación 28-2, para definir con precisión el ampere. Si $I_1 = I_2 = 1 \text{ A}$ exactamente, y los dos alambres están separados exactamente 1 m, entonces

$$\frac{F}{\ell} = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_1 I_2}{d} = \frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A}) (1 \text{ A})(1 \text{ A})}{(2\pi) (1 \text{ m})} = 2 \times 10^{-7} \text{ N/m}.$$

Por lo tanto, un **ampere** se define como la corriente que fluye en cada uno de dos largos alambres paralelos separados 1 m, que da por resultado una fuerza de exactamente $2 \times 10^{-7} \text{ N}$ por metro de longitud de cada alambre.

Ésta es la definición precisa del ampere. Así, el **coulomb** se define *exactamente* como un ampere-segundo: $1 \text{ C} = 1 \text{ A} \cdot \text{s}$. El valor de k o ϵ_0 en la ley de Coulomb (sección 21-5) se obtiene de manera experimental.

Esto tal vez parezca una forma un tanto rebuscada de definir cantidades. La razón detrás de esto es el deseo de **definiciones operativas** de cantidades; esto es, definiciones de cantidades que realmente se puedan medir dado un conjunto definido de operaciones a realizar. Por ejemplo, la unidad de carga, el coulomb, se podría definir en términos de la fuerza entre dos cargas iguales después de definir un valor para ϵ_0 o k en las ecuaciones 21-1 o 21-2. Sin embargo, realizar un experimento real para medir la fuerza entre dos cargas es muy difícil. Por una razón: cualquier cantidad deseada de carga no se obtiene fácilmente con precisión; y la carga tiende a fugarse de los objetos hacia el aire. Por otra parte, la cantidad de corriente en un alambre puede variar con precisión y de manera continua (al colocar un resistor variable en un circuito). Por lo tanto, la fuerza entre dos conductores portadores de corriente es mucho más fácil de medir con precisión. Por ello, definimos primero el ampere, y luego el coulomb en términos del ampere. En el National Institute of Standards and Technology en Maryland, la medición exacta de corriente se realiza empleando bobinas circulares de alambre y no alambres rectos, porque es más práctico y exacto.

Las intensidades de los campos eléctrico y magnético también se definen de manera operativa: el campo eléctrico en términos de la fuerza medida en una carga, mediante la ecuación 21-3; y el campo magnético en términos de la fuerza por unidad de longitud en un alambre portador de corriente, mediante la ecuación 27-2.

28-4 Ley de Ampère

En la sección 28-1 vimos que la ecuación 28-1 proporciona la relación entre la corriente en un largo alambre recto y el campo magnético que produce. Esta ecuación es válida *sólo* para un largo alambre recto. ¿Existe una relación general entre una corriente en un alambre de cualquier forma y el campo magnético en torno a él? La respuesta es sí: el científico francés André Marie Ampère (1775-1836) propuso tal relación poco después del descubrimiento de Oersted. Considere una trayectoria cerrada arbitraria alrededor de una corriente, como se muestra en la figura 28-8, e imagine que esta trayectoria está constituida por segmentos cortos, cada uno de longitud $\Delta\ell$. Primero, tome el producto de la longitud de cada segmento por la componente de \vec{B} paralela a ese segmento (llamemos a esta componente B_{\parallel}). Si ahora sumamos todos estos términos, de acuerdo con Ampère, el resultado será igual a μ_0 por la corriente neta I_{enc} que pasa a través de las superficies encerradas por la trayectoria:

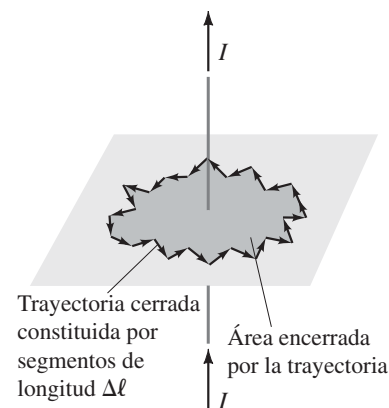
$$\sum B_{\parallel} \Delta\ell = \mu_0 I_{\text{enc}}.$$

Las longitudes $\Delta\ell$ se eligen de manera que B_{\parallel} sea en esencia constante a lo largo de cada segmento. La suma debe realizarse con base en la *trayectoria cerrada*; e I_{enc} es la corriente neta que pasa a través de la superficie acotada por esta trayectoria cerrada (anaranjado en la figura 28-8). En el límite $\Delta\ell \rightarrow 0$, esta relación se convierte en

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I_{\text{enc}}, \quad (28-3)$$

donde $d\vec{\ell}$ es un vector de longitud infinitesimal y el producto punto vectorial garantiza que se tome la componente paralela de \vec{B} . La ecuación 28-3 se conoce como **ley de Ampère**. El integrando en la ecuación 28-3 se lleva a través de una trayectoria cerrada, e I_{enc} es la corriente que pasa a través del espacio encerrado por la trayectoria o espira elegida.

FIGURA 28-8 Trayectoria arbitraria que encierra una corriente, para la ley de Ampère. La trayectoria se descompone en segmentos de igual longitud $\Delta\ell$.



LEY DE AMPÈRE

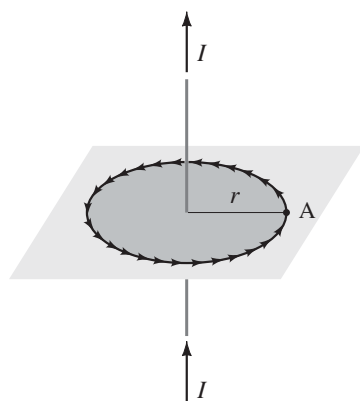


FIGURA 28-9 Trayectoria circular de radio r .

Para comprender mejor la ley de Ampère, apliquémosla al caso simple de un solo alambre recto y largo que conduce una corriente I que ya examinamos, y que sirvió de inspiración al mismo Ampère. Suponga que se quiere encontrar la magnitud de \vec{B} en algún punto A que esté a una distancia r del alambre (figura 28-9). Se sabe que las líneas del campo magnético son círculos con el alambre en su centro. Para aplicar la ecuación 28-3, elija como trayectoria de integración un círculo de radio r . La elección de la trayectoria es personal, así que elija una que sea conveniente: en cualquier punto sobre esta trayectoria circular, \vec{B} será tangente al círculo. Más aún, dado que todos los puntos sobre la trayectoria están a la misma distancia del alambre, por simetría se espera que B tenga la misma magnitud en cada punto. Por lo tanto, para cualquier segmento corto del círculo (figura 28-9), \vec{B} será paralelo a ese segmento, y (al establecer que $I_{\text{enc}} = I$)

$$\begin{aligned}\mu_0 I &= \oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} \\ &= \oint B d\ell = B \oint d\ell = B(2\pi r),\end{aligned}$$

donde $\oint d\ell = 2\pi r$, la circunferencia del círculo. Al despejar B se obtiene

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}.$$

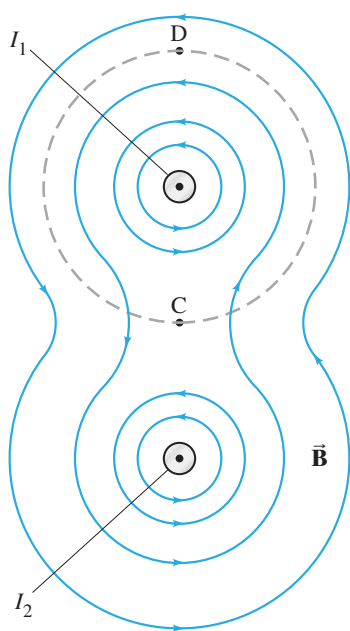
Ésta es justo la ecuación 28-1 para el campo cerca de un largo alambre recto, que se estudió antes.

Por lo tanto, la ley de Ampère funciona para este caso simple. Un gran cúmulo de experimentos indican que la ley de Ampère es válida en general. Sin embargo, al igual que la ley de Gauss para el campo eléctrico, su valor práctico como medio para calcular el campo magnético está limitado principalmente a situaciones simples o simétricas. Su importancia reside en que relaciona el campo magnético con la corriente en una forma directa y matemáticamente elegante. En consecuencia, la ley de Ampère se considera una de las leyes básicas de la electricidad y el magnetismo. Es válida para cualquier situación donde las corrientes y los campos sean estacionarios y no cambien con el tiempo, y donde no estén presentes materiales magnéticos.

Ahora podemos ver por qué la constante en la ecuación 28-1 se escribe $\mu_0/2\pi$. Esto se hace para que, en la ecuación 28-3, sólo aparezca μ_0 en vez de $2\pi k$, por ejemplo, si se usó k en la ecuación 28-1. De esta forma, la ecuación más fundamental, la ley de Ampère, tiene la forma más simple.

Cabe hacer notar que \vec{B} en la ley de Ampère no necesariamente se debe sólo a la corriente I_{enc} . La ley de Ampère, como la ley de Gauss para el campo eléctrico, es válida en general. \vec{B} es el campo en cada punto en el espacio a lo largo de la trayectoria elegida debido a todas las fuentes, incluida la corriente I encerrada por la trayectoria, pero también debida a cualquier otra fuente. Por ejemplo, el campo que rodea a los dos alambres paralelos portadores de corriente es la suma vectorial de los campos producidos por cada uno, y las líneas de campo se muestran en la figura 28-10. Si la trayectoria elegida para la integral (ecuación 28-3) es un círculo con centro en alguno de los alambres, con radio menor que la distancia entre los alambres (la línea punteada en la figura 28-10), sólo la corriente (I_1) en el alambre rodeado se incluye en el lado derecho de la ecuación 28-3. \vec{B} en el lado izquierdo de la ecuación debe ser el \vec{B} total en cada punto debido a ambos alambres. Advierta también que $\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell}$ para la trayectoria que se ilustra en la figura 28-10, es la misma ya sea que el segundo alambre esté o no presente (en ambos casos, es igual a $\mu_0 I_1$, de acuerdo con la ley de Ampère). ¿Cómo es posible esto? Es posible porque los campos debidos a los dos alambres se cancelan parcialmente uno a otro en algunos puntos entre ellos, como en el punto C en el diagrama ($\vec{B} = 0$ en un punto a la mitad del camino entre los alambres, si $I_1 = I_2$); en otros puntos, como D en la figura 28-10, los campos se suman para producir un campo más grande. En la suma, $\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell}$, estos efectos se equilibran de manera que $\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I_1$, ya sea que el segundo alambre esté o no presente. La integral $\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell}$ será la misma en cada caso, aun cuando \vec{B} no sea el mismo en cada punto para cada uno de los dos casos.

FIGURA 28-10 Líneas de campo magnético en torno a dos largos alambres paralelos cuyas corrientes iguales, I_1 e I_2 , van en la dirección del papel hacia el lector.



EJEMPLO 28-6 Campo adentro y afuera de un alambre. Un largo alambre conductor recto y cilíndrico, de radio R , transporta una corriente I con densidad de corriente uniforme en el conductor. Determine el campo magnético debido a esta corriente en *a*) puntos afuera del conductor ($r > R$), y *b*) puntos adentro del conductor ($r < R$). Véase la figura 28-11. Suponga que r , la distancia radial desde el eje, es mucho menor que la longitud del alambre. *c*) Si $R = 2.00$ mm e $I = 60$ A, ¿cuál es B en $r = 1.0$ mm, $r = 2.0$ mm y $r = 3.0$ mm?

PLANTEAMIENTO Podemos usar simetría: puesto que el alambre es largo, recto y cilíndrico, se espera, de acuerdo con la simetría, que el campo magnético deba ser el mismo en todos los puntos que estén a la misma distancia del centro del conductor. No hay razón por la que alguno de tales puntos deba tener preferencia sobre los demás a la misma distancia desde el alambre (son físicamente equivalentes). Así que B debe tener el mismo valor en todos los puntos a la misma distancia desde el centro. También se espera que \vec{B} sea tangente a los círculos alrededor del alambre (figura 28-1), así que se elige una trayectoria circular de integración como se hizo en la figura 28-9.

SOLUCIÓN *a*) Aplique la ley de Ampère e integre en torno a un círculo ($r > R$) con centro en el alambre (figura 28-11a) y luego $I_{\text{enc}} = I$:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = B(2\pi r) = \mu_0 I_{\text{enc}}$$

o

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}, \quad [r > R]$$

que es el mismo resultado que para el alambre delgado.

b) Dentro del alambre ($r < R$), de nuevo elegimos una trayectoria circular concéntrica con el cilindro; se espera que \vec{B} sea tangencial a esa trayectoria y, de nuevo, debido a la simetría, tendrá la misma magnitud en todos los puntos del círculo. La corriente encerrada en este caso es menor que I por un factor del cociente de las áreas:

$$I_{\text{enc}} = I \frac{\pi r^2}{\pi R^2}.$$

Así que la ley de Ampère da

$$\begin{aligned} \oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} &= \mu_0 I_{\text{enc}} \\ B(2\pi r) &= \mu_0 I \left(\frac{\pi r^2}{\pi R^2} \right) \end{aligned}$$

de manera que

$$B = \frac{\mu_0 I r}{2\pi R^2}. \quad [r < R]$$

El campo es cero en el centro del conductor y aumenta linealmente con r hasta $r = R$; más allá de $r = R$, B disminuye como $1/r$. Esto se ilustra en la figura 28-11b. Advierta que estos resultados sólo son válidos para puntos cerca del centro del conductor, en comparación con su longitud. Para que fluya una corriente, debe haber alambres conectores (por ejemplo, a una batería), y el campo debido a estos alambres conductores, si no están muy alejados, destruirá la simetría supuesta.

c) En $r = 2.0$ mm, la superficie del alambre, $r = R$, de manera que

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} = \frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(60 \text{ A})}{(2\pi)(2.0 \times 10^{-3} \text{ m})} = 6.0 \times 10^{-3} \text{ T}.$$

En *b*) se vio que, dentro del alambre, B es lineal en r . Así que, en $r = 1.0$ mm, B será la mitad de lo que es con $r = 2.0$ mm, o 3.0×10^{-3} T. Afuera del alambre, B disminuye como $1/r$, de manera que, con $r = 3.0$ mm, será dos tercios de lo que es con $r = 2.0$ mm, o $B = 4.0 \times 10^{-3}$ T. Para comprobar, use el resultado de *a*), $B = \mu_0 I / 2\pi r$, que da lo mismo.

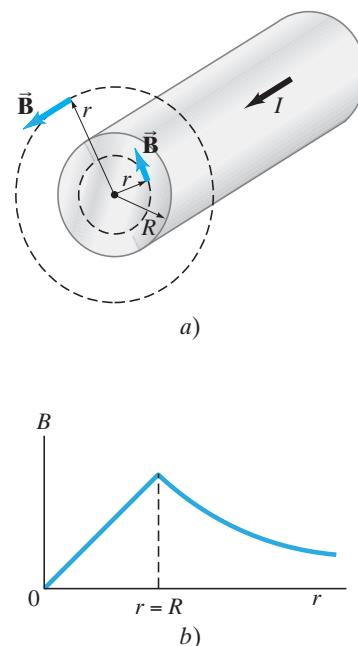


FIGURA 28-11 Campo magnético dentro y fuera de un conductor cilíndrico (ejemplo 28-6).

⚠ CUIDADO

Los alambres de conexión pueden destruir la simetría supuesta

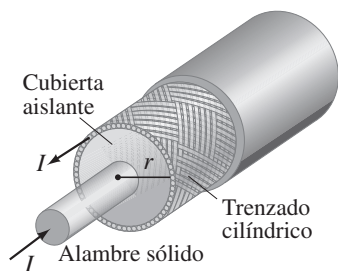


FIGURA 28-12 Cable coaxial. Ejemplo 28-7.

FIGURA 28-13 Ejercicio C.

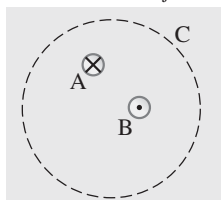
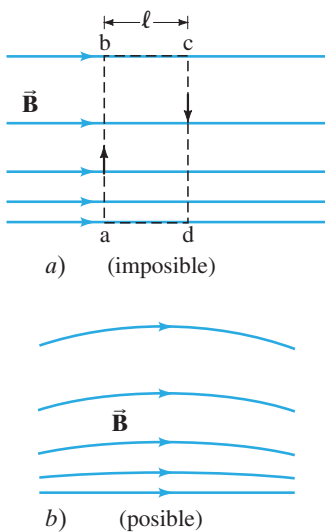


FIGURA 28-14 Ejemplo 28-8.



EJEMPLO CONCEPTUAL 28-7 Cable coaxial. Un cable coaxial es un solo alambre rodeado por un trenzado metálico cilíndrico, como se ilustra en la figura 28-12. Los dos conductores están separados por un aislante. El alambre central conduce corriente al otro extremo del cable, y el trenzado exterior transporta la corriente de regreso y generalmente se considera como tierra. Describa el campo magnético a) en el espacio entre los conductores y b) afuera del cable.

RESPUESTA a) En el espacio entre los conductores, es posible aplicar la ley de Ampère para una trayectoria circular en torno al alambre central, tal como se hizo para el caso que se representa en las figuras 28-9 y 28-11. Las líneas del campo magnético serán círculos concéntricos centrados en el centro del alambre, y la magnitud está dada por la ecuación 28-1. La corriente en el conductor exterior no tiene relación con este resultado. (La ley de Ampère sólo usa la corriente encerrada *adentro* de la trayectoria; en tanto las corrientes afuera de la trayectoria no afectan la simetría del campo, no contribuyen en absoluto con el campo a lo largo de la trayectoria). b) Afuera del cable, se puede dibujar una trayectoria circular similar, por lo que se espera que el campo tenga la misma simetría cilíndrica. Sin embargo, ahora hay dos corrientes encerradas por la trayectoria, y suman cero. El campo afuera del cable es cero.

La característica agradable de los cables coaxiales es que están autoblandados: afuera del cable no existen campos magnéticos extraviados. El conductor cilíndrico exterior también evita que entren los campos eléctricos externos (véase también el ejemplo 21-14). Esto los hace ideales para conducir señales cerca de equipo sensible. Los amantes de la música usan cables coaxiales entre componentes de equipo estéreo e incluso hacia los altavoces.

EJERCICIO C En la figura 28-13, A y B son alambres que conducen, cada uno, una corriente de 3.0 A, pero en direcciones opuestas. En el círculo C, ¿cuál enunciado es verdadero? a) $B = 0$; b) $\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = 0$; c) $B = 3\mu_0$; d) $B = -3\mu_0$; e) $\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = 6\mu_0$.

EJEMPLO 28-8 Un buen uso de la ley de Ampère. Con base en la ley de Ampère, demuestre que, en cualquier región del espacio donde no hay corrientes, el campo magnético no puede ser tanto unidireccional como no uniforme, tal como se ilustra en la figura 28-14a.

PLANTEAMIENTO El espaciamiento más ancho de líneas cerca de la parte superior de la figura 28-14a indica que el campo \vec{B} tiene una magnitud menor en la parte superior que en la parte inferior. Aplique la ley de Ampère a la trayectoria rectangular $abcd$ que se indica con líneas punteadas en la figura 28-14a.

SOLUCIÓN Puesto que ninguna corriente está encerrada en la trayectoria elegida, la ley de Ampère da

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = 0.$$

La integral a lo largo de las secciones ab y cd es cero, pues $\vec{B} \perp d\vec{\ell}$. Por lo tanto,

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = B_{bc}\ell - B_{da}\ell = (B_{bc} - B_{da})\ell,$$

que no es cero, pues el campo B_{bc} a lo largo de la trayectoria bc es menor que el campo B_{da} a lo largo de la trayectoria da . En consecuencia, se tiene una contradicción: $\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell}$ no puede ser tanto cero (pues $I = 0$) como distinto de cero. Por lo tanto, se demostró que un campo unidireccional no uniforme es incongruente con la ley de Ampère. Un campo no uniforme cuya dirección también cambia, como en la figura 28-14b, es congruente con la ley de Ampère (convéngase de que esto es así), además de posible. El borde del campo de un imán permanente (figura 27-7) tiene esta forma.

Ley de Ampère

1. La ley de Ampère, como la ley de Gauss, siempre es un enunciado válido. Pero como herramienta de cálculo está limitada principalmente a sistemas con un alto grado de simetría. El primer paso para aplicar la ley de Ampère es identificar la simetría útil.
2. Elija una trayectoria de integración que refleje la simetría (véanse los ejemplos). Busque trayectorias donde B tenga magnitud constante a lo largo de toda la trayectoria o a lo largo de segmentos de la trayectoria. Asegúrese de que la trayectoria de integración pase a través del punto donde quiere evaluar el campo magnético.

3. Use simetría para determinar la dirección de \vec{B} a lo largo de la trayectoria de integración. Con una elección inteligente de trayectoria, \vec{B} será paralelo o perpendicular a la trayectoria.
4. Determine la corriente encerrada, I_{enc} . Tenga cuidado con los signos. Enrolle los dedos de su mano derecha a lo largo de la dirección de \vec{B} de manera que su pulgar indique la dirección de la corriente positiva. Si tiene un conductor sólido y su trayectoria de integración no encierra toda la corriente, puede usar la densidad de corriente (corriente por unidad de área) multiplicada por el área encerrada (como en el ejemplo 28-6).

28-5 Campo magnético de un solenoide y un toroide

Una larga bobina de alambre que consiste en muchas espiras se llama **solenoides**. Cada espira produce un campo magnético, como se mostró en la figura 27-9. En la figura 28-15a se ve el campo generado por un solenoide cuando las espiras están separadas. Cerca de cada alambre, las líneas de campo son casi círculos, como para un alambre recto (esto es, a distancias que son pequeñas comparadas con la curvatura del alambre). Entre dos alambres cualesquiera, los campos debidos a cada espira tienden a cancelarse. Hacia el centro del solenoide, los campos se suman para dar un campo que puede ser bastante grande y muy uniforme. Para un solenoide largo con espiras muy juntas, el campo es casi uniforme y paralelo al eje del solenoide dentro de toda la sección transversal, como se observa en la figura 28-15b. El campo afuera del solenoide es muy pequeño en comparación con el campo interior, excepto cerca de los extremos. Advierta que el mismo número de líneas de campo que se concentran dentro del solenoide se dispersan hacia el amplio espacio abierto exterior.

Ahora, con base en la ley de Ampère, se determina el campo magnético dentro de un solenoide muy largo (idealmente, infinito) y con espiras muy apretadas. Elegimos la trayectoria *abcd* que se muestra en la figura 28-16, lejos de cualquier extremo, para aplicar la ley de Ampère. Aquí se considerará que esta trayectoria está constituida por cuatro segmentos: *ab*, *bc*, *cd*, *da*. Entonces el lado izquierdo de la ecuación 28-3, la ley de Ampère, se convierte en:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \int_a^b \vec{B} \cdot d\vec{\ell} + \int_b^c \vec{B} \cdot d\vec{\ell} + \int_c^d \vec{B} \cdot d\vec{\ell} + \int_d^a \vec{B} \cdot d\vec{\ell}.$$

El campo afuera del solenoide es muy pequeño como para despreciarse en comparación con el campo interior. Por ende, el primer término en esta suma será cero. Más aún, \vec{B} es perpendicular a los segmentos *bc* y *da* dentro del solenoide, y es casi cero entre las espiras y afuera de ellas, así que estos términos también son cero. Por lo tanto, la

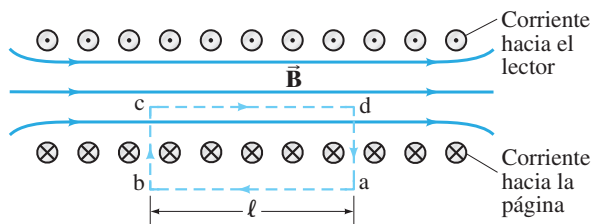


FIGURA 28-16 Vista transversal de un solenoide. El campo magnético interno es recto, excepto en los extremos. Las líneas punteadas indican la trayectoria elegida para usar en la ley de Ampère. \odot y \otimes son direcciones de corriente eléctrica (en las espiras de alambre) hacia el lector y hacia la página.

integral se redujo al segmento *cd* donde \vec{B} es el campo casi uniforme dentro del solenoide, y es paralelo a $d\vec{\ell}$, de manera que

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \int_c^d \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = B\ell,$$

donde ℓ es el segmento *cd*. Ahora se determinará la corriente encerrada por esta espira para el lado derecho de la ley de Ampère, ecuación 28-3. Si una corriente I fluye en el alambre del solenoide, la corriente total encerrada por la trayectoria *abcd* es NI , donde N es el número de espiras que abarca la trayectoria (cinco en la figura 28-16). Por lo tanto, la ley de Ampère produce

$$B\ell = \mu_0 NI.$$

Si $n = N/\ell$ es el número de espiras por unidad de longitud, entonces

$$B = \mu_0 nI. \quad [\text{solenoides}] \quad (28-4)$$

Ésta es la magnitud del campo magnético dentro de un solenoide. Advierta que B sólo depende del número de espiras por unidad de longitud, n , y la corriente I . El campo no depende de la posición dentro del solenoide, de manera que B es uniforme. Esto es estrictamente cierto sólo para un solenoide infinito, pero es una buena aproximación para puntos no cercanos a los extremos de uno real.

EJEMPLO 28-9 Campo dentro de un solenoide. Un delgado solenoide de 10 cm de largo, que se utiliza para rápida conmutación electromecánica, tiene un total de 400 espiras de alambre y conduce una corriente de 2.0 A. Calcule el campo interior cerca del centro.

PLANTEAMIENTO Se emplea la ecuación 28-4, donde el número de espiras por unidad de longitud es $n = 400/0.10 \text{ m} = 4.0 \times 10^3 \text{ m}^{-1}$.

SOLUCIÓN $B = \mu_0 nI = (4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(4.0 \times 10^3 \text{ m}^{-1})(2.0 \text{ A}) = 1.0 \times 10^{-2} \text{ T}.$

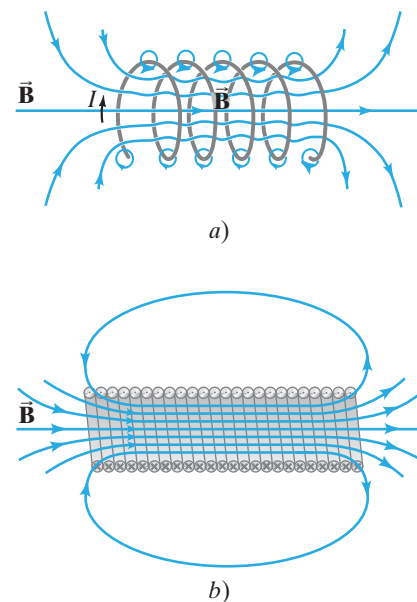


FIGURA 28-15 Campo magnético debido a un solenoide: a) espiras muy espaciadas, b) espiras muy juntas.

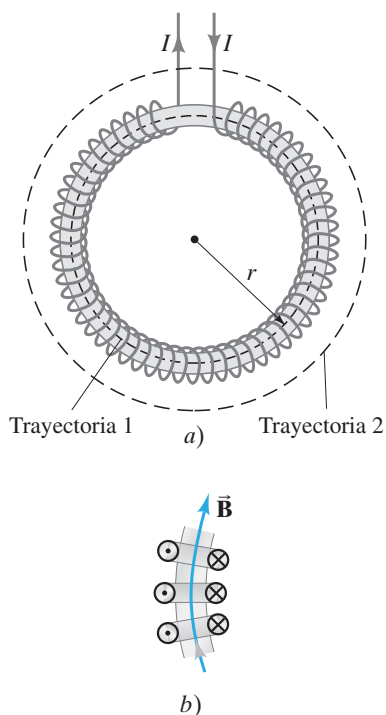


FIGURA 28-17 a) Un toroide. b) Una sección del toroide que indica la dirección de la corriente para tres espiras: \odot significa corriente hacia el lector, \otimes significa corriente que se aleja del lector.

Una mirada de cerca a la figura 28-15 revela que el campo afuera de un solenoide es muy parecido a un imán en forma de barra (figura 27-4). De hecho, un solenoide actúa como un imán, con un extremo que actúa como polo norte y el otro como polo sur, dependiendo de la dirección de la corriente en las espiras. Puesto que las líneas del campo magnético salen del polo norte de un imán, los polos norte de los solenoides en la figura 28-15 están a la derecha.

Los solenoides tienen muchas aplicaciones prácticas, y algunas de ellas se estudiarán más adelante en el capítulo, en la sección 28-8.

EJEMPLO 28-10 Toroide. Con base en la ley de Ampère, determine el campo magnético a) dentro y b) afuera de un toroide, que es un solenoide doblado en forma de círculo, como se muestra en la figura 28-17a.

PLANTEAMIENTO Las líneas del campo magnético dentro del toroide serán círculos concéntricos con el toroide. (Si considera al toroide como un solenoide doblado en círculo, las líneas de campo se doblan junto con el solenoide). La dirección de \vec{B} es en sentido horario. Elija como trayectoria de integración una de estas líneas de campo, de radio r , dentro del toroide, como se muestra mediante la línea punteada marcada como “trayectoria 1” en la figura 28-17a. Se hace esta elección para aprovechar la simetría de la situación, de manera que B será tangente a la trayectoria y tendrá la misma magnitud en todos los puntos a lo largo de la trayectoria (aunque no necesariamente es la misma en toda la sección transversal del toroide). Esta elección de trayectoria encierra *todas* las espiras; si hay N espiras, y cada una conduce corriente I , entonces $I_{\text{enc}} = NI$.

SOLUCIÓN a) La ley de Ampère aplicada a lo largo de esta trayectoria da

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I_{\text{enc}}$$

$$B(2\pi r) = \mu_0 NI,$$

donde N es el número total de espiras e I es la corriente en cada una de las espiras. Por lo tanto,

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r}.$$

El campo magnético B no es uniforme dentro del toroide: es más grande a lo largo del borde interior (donde r es menor) y más pequeño en el borde exterior. Sin embargo, si el toroide es grande, pero delgado (de manera que la diferencia entre los radios interior y exterior sea pequeña en comparación con el radio promedio), el campo será uniforme en esencia dentro del toroide. En este caso, la fórmula para B se reduce a la de un solenoide recto $B = \mu_0 nI$, donde $n = N/(2\pi r)$ es el número de espiras por unidad de longitud. b) Afuera del toroide, se elige como trayectoria de integración un círculo concéntrico con el toroide, la “trayectoria 2” en la figura 28-17a. Esta trayectoria encierra N espiras que conducen corriente I en un sentido y N espiras que transportan la misma corriente en el sentido opuesto. (La figura 28-17b indica las direcciones de la corriente para las partes de la espira en el interior y el exterior del toroide). Por lo tanto, la corriente neta encerrada por la trayectoria 2 es cero. Para un toroide con espiras muy apretadas, todos los puntos en la trayectoria 2 son equidistantes del toroide y equivalentes, así que se espera que B sea igual en todos los puntos a lo largo de la trayectoria. En consecuencia, la ley de Ampère da

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I_{\text{enc}}$$

$$B(2\pi r) = 0$$

o

$$B = 0.$$

Lo mismo es cierto para una trayectoria que se toma con un radio menor que el del toroide. De manera que no hay campo exterior para un toroide con espiras muy apretadas. Todo está en el interior de las espiras.

28-6 Ley de Biot-Savart

La utilidad de la ley de Ampère para determinar el campo magnético \vec{B} debido a corrientes eléctricas particulares está restringida a situaciones donde la simetría de las corrientes dadas permiten evaluar $\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell}$ con facilidad. Esto, desde luego, no invalida la ley de Ampère ni reduce su importancia fundamental. Recuerde el caso eléctrico, donde la ley de Gauss se considera fundamental, pero está limitada en su uso para calcular realmente \vec{E} . Con frecuencia debemos determinar el campo eléctrico \vec{E} mediante otro método que suma las aportaciones debidas a elementos de carga infinitesimales dq por medio de la ley de Coulomb $dE = (1/4\pi\epsilon_0)(dq/r^2)$. Un equivalente magnético a esta forma infinitesimal de la ley de Coulomb sería útil para corrientes que no tienen gran simetría. Tal ley la desarrollaron Jean Baptiste Biot (1774-1862) y Felix Savart (1791-1841), poco después del descubrimiento de Oersted en 1820 de que una corriente produce un campo magnético.

De acuerdo con Biot y Savart, una corriente I que fluye en cualquier trayectoria se puede considerar como muchos pequeños (infinitesimales) elementos de corriente, como en el alambre de la figura 28-18. Si $d\vec{\ell}$ representa cualquier longitud infinitesimal a lo largo de la cual fluye la corriente, entonces el campo magnético, $d\vec{B}$, en cualquier punto P en el espacio, debido a este elemento de corriente, está dado por

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\vec{\ell} \times \hat{r}}{r^2}, \quad (28-5) \quad \text{Ley de Biot-Savart}$$

donde \vec{r} es el vector de desplazamiento desde el elemento $d\vec{\ell}$ hasta el punto P, y $\hat{r} = \vec{r}/r$ es el vector unitario (magnitud = 1) en la dirección de \vec{r} (véase la figura 28-18).

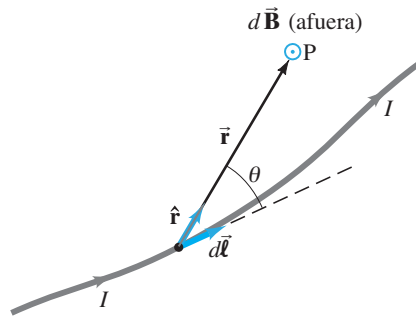


FIGURA 28-18 Ley de Biot-Savart: el campo en P debido al elemento de corriente $I d\vec{\ell}$ es $d\vec{B} = (\mu_0 I / 4\pi)(d\vec{\ell} \times \hat{r} / r^2)$.

La ecuación 28-5 se conoce como **ley de Biot-Savart**. La magnitud de $d\vec{B}$ es

$$dB = \frac{\mu_0 I d\ell \sin \theta}{4\pi r^2}, \quad (28-6)$$

donde θ es el ángulo entre $d\vec{\ell}$ y \vec{r} (figura 28-18). El campo magnético total en el punto P se encuentra entonces al sumar (integrando) todos los elementos de corriente:

$$\vec{B} = \int d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{d\vec{\ell} \times \hat{r}}{r^2}.$$

Advierta que esto es una suma *vectorial*. La ley de Biot-Savart es el equivalente magnético de la ley de Coulomb en su forma infinitesimal. Incluso es una ley de cuadrado inverso, como la ley de Coulomb.

Una importante diferencia entre la ley de Biot-Savart y la ley de Ampère (ecuación 28-3) es que en la ley de Ampère [$\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I_{\text{enc}}$], \vec{B} no necesariamente se debe sólo a la corriente encerrada por la trayectoria de integración. Pero en la ley de Biot-Savart el campo $d\vec{B}$ en la ecuación 28-5 se debe sólo, y por completo, al elemento de corriente $I d\vec{\ell}$. Para encontrar el \vec{B} total en cualquier punto del espacio, es necesario incluir *todas* las corrientes.

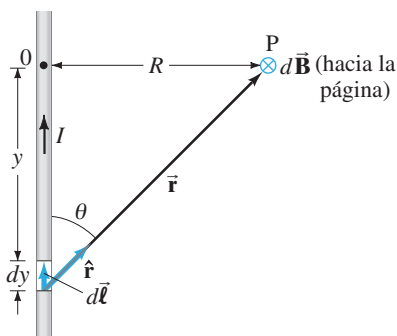
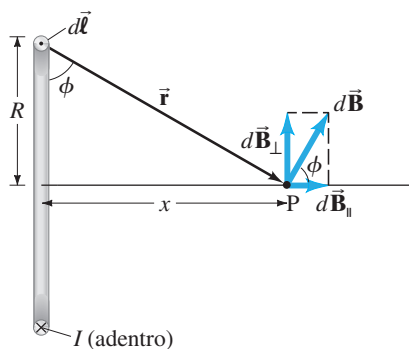


FIGURA 28-19 Determinación de \vec{B} debido a un largo alambre recto con base en la ley de Biot-Savart.

FIGURA 28-20 Determinación de \vec{B} debido a una espira de corriente.



EJEMPLO 28-11 \vec{B} debido a corriente I en un alambre recto. Para el campo cerca de un largo alambre recto que conduce una corriente I , demuestre que la ley de Biot-Savart produce el mismo resultado que la ecuación 28-1, $B = \mu_0 I / 2\pi r$.

PLANTEAMIENTO Calcule el campo magnético en la figura 28-19 en el punto P, que está a una distancia perpendicular R de un alambre infinitamente largo. La corriente se mueve hacia arriba, y tanto $d\vec{\ell}$ como \hat{r} , que aparece en el producto cruz de la ecuación 28-5, están en el plano de la página. En consecuencia, la dirección del campo $d\vec{B}$ debido a cada elemento de corriente debe dirigirse hacia el plano de la página, como se indica (regla de la mano derecha para el producto cruz $d\vec{\ell} \times \hat{r}$). Por lo tanto, todos los $d\vec{B}$ tienen la misma dirección en el punto P, y se suman para dar a \vec{B} la misma dirección, en concordancia con los resultados anteriores (figuras 28-1 y 28-11).

SOLUCIÓN La magnitud de \vec{B} será

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{y=-\infty}^{+\infty} \frac{dy \sin \theta}{r^2},$$

donde $dy = d\ell$ y $r^2 = R^2 + y^2$. Note que se integra sobre y (la longitud del alambre), de manera que R se considera constante. Tanto y como θ son variables, pero no son independientes. De hecho, $y = -R/\tan \theta$. Advierta que y se mide como positivo hacia arriba desde el punto 0, así que para el elemento de corriente que se considera, $y < 0$. Entonces,

$$dy = +R \csc^2 \theta d\theta = \frac{R d\theta}{\sin^2 \theta} = \frac{R d\theta}{(R/r)^2} = \frac{r^2 d\theta}{R}.$$

A partir de la figura 28-19 se puede ver que $y = -\infty$ corresponde a $\theta = 0$ y que $y = +\infty$ corresponde a $\theta = \pi$ radianes. Así que la integral se convierte en

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{1}{R} \int_{\theta=0}^{\pi} \sin \theta d\theta = -\frac{\mu_0 I}{4\pi R} \cos \theta \Big|_0^{\pi} = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}.$$

Ésta es justo la ecuación 28-1 para el campo cerca de un alambre largo, donde se usó R en vez de r .

EJEMPLO 28-12 **Espira de corriente.** Determine \vec{B} para puntos sobre el eje de una espira de alambre circular, de radio R , que conduce una corriente I , figura 28-20.

PLANTEAMIENTO Para un elemento de corriente en la parte superior de la espira, el campo magnético $d\vec{B}$ en el punto P sobre el eje es perpendicular a \vec{r} como se muestra, y tiene magnitud (ecuación 28-5)

$$dB = \frac{\mu_0 I d\ell}{4\pi r^2}$$

pues $d\vec{\ell}$ es perpendicular a \vec{r} de manera que $|d\vec{\ell} \times \hat{r}| = d\ell$. Es posible descomponer $d\vec{B}$ en componentes dB_\parallel y dB_\perp , que son paralela y perpendicular al eje, como se observa.

SOLUCIÓN Cuando se suma sobre todos los elementos de la espira, la simetría indica que las componentes perpendiculares se cancelarán en lados opuestos, de manera que $B_\perp = 0$. En consecuencia, el \vec{B} total apuntará a lo largo del eje y tendrá magnitud

$$B = B_\parallel = \int dB \cos \phi = \int dB \frac{R}{r} = \int dB \frac{R}{(R^2 + x^2)^{3/2}},$$

donde x es la distancia de P desde el centro del anillo, y $r^2 = R^2 + x^2$. Ahora ponga dB de la ecuación anterior e integre en torno a la espira de corriente, y note que todos los segmentos $d\vec{\ell}$ de corriente están a la misma distancia, $(R^2 + x^2)^{3/2}$, desde el punto P:

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{R}{(R^2 + x^2)^{3/2}} \int d\ell = \frac{\mu_0 I R^2}{2(R^2 + x^2)^{3/2}}$$

pues $\int d\ell = 2\pi R$, la circunferencia de la espira.

NOTA En el centro mismo de la espira (donde $x = 0$), el campo tiene su valor máximo

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R} \quad [\text{en el centro de la espira de corriente}]$$

Recuerde a partir de la sección 27-5 que una espira de corriente, como la que acabamos de examinar (figura 28-20), se considera un **dipolo magnético**. Ahí se vio que una espira de corriente tiene un momento dipolar magnético

$$\mu = NIA,$$

donde A es el área de la espira y N el número de vueltas en la espira, y cada una conduce una corriente I . En el capítulo 27 también se vio que un dipolo magnético colocado en un campo magnético externo experimenta una torca (o torque) y posee energía potencial, tal como un dipolo eléctrico. En el ejemplo 28-12 se observó otro aspecto de un dipolo magnético: el campo magnético *producido por* un dipolo magnético tiene magnitud, a lo largo del eje del dipolo, de

$$B = \frac{\mu_0 IR^2}{2(R^2 + x^2)^{3/2}}.$$

Esto se puede expresar en términos del momento dipolar magnético $\mu = IA = I\pi R^2$ (para una sola espira $N = 1$):

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{\mu}{(R^2 + x^2)^{3/2}}. \quad [\text{dipolo magnético}] \quad (28-7a)$$

(Tenga cuidado en distinguir μ para momento dipolar, de μ_0 , la constante de permeabilidad magnética). Para distancias lejanas de la espira, $x \gg R$, esto se convierte en

$$B \approx \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{\mu}{x^3}. \quad \left[\begin{array}{l} \text{sobre el eje,} \\ \text{dipolo magnético, } x \gg R \end{array} \right] \quad (28-7b)$$

El campo magnético sobre el eje de un dipolo magnético aumenta con el cubo de la distancia, tal como lo hace el campo eléctrico en el caso de un dipolo eléctrico. B disminuye como el cubo de la distancia, también para puntos que no están sobre el eje, aunque el factor multiplicador no es el mismo. El campo magnético debido a una espira de corriente se puede determinar en varios puntos con base en la ley de Biot-Savart y los resultados están en concordancia con los experimentos. En la figura 28-21 se muestran las líneas de campo en torno a una espira de corriente.

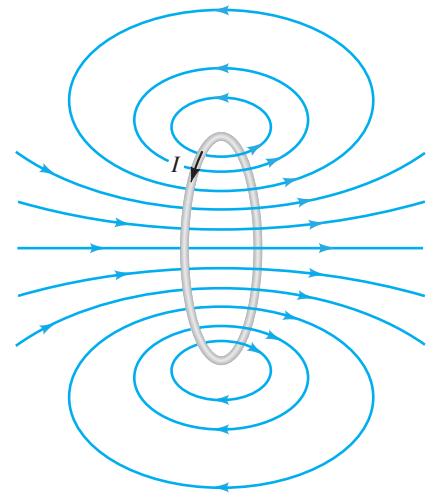


FIGURA 28-21 Campo magnético debido a una espira circular de alambre. (Igual que la figura 27-9.)

EJEMPLO 28-13 **\vec{B} debido a un segmento de alambre.** Un cuarto de una espira circular de alambre conduce una corriente I , como se muestra en la figura 28-22. La corriente I entra y sale sobre segmentos rectos de alambre, como se ilustra; los alambres rectos están a lo largo de la dirección radial desde el centro C de la porción circular. Determine el campo magnético en el punto C .

PLANTEAMIENTO La corriente en las secciones rectas no producen campo magnético en el punto C , porque $d\vec{\ell}$ y \hat{r} en la ley de Biot-Savart (ecuación 28-5) son paralelos y, por lo tanto, $d\vec{\ell} \times \hat{r} = 0$. Cada pieza $d\vec{\ell}$ de la sección curva del alambre produce un campo $d\vec{B}$ que apunta hacia la página en C (regla de la mano derecha).

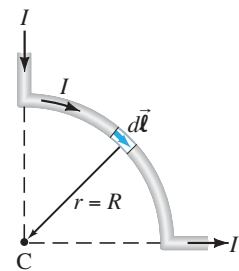
SOLUCIÓN La magnitud de cada $d\vec{B}$ debido a cada $d\ell$ de la porción circular de alambre es (ecuación 28-6)

$$dB = \frac{\mu_0 I d\ell}{4\pi R^2}$$

donde $r = R$ es el radio de la sección curva y $\sin q$ en la ecuación 28-6 es $\sin 90^\circ = 1$. Con $r = R$ para todos los segmentos $d\vec{\ell}$, se integra sobre un cuarto de círculo.

$$B = \int dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2} \int d\ell = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2} \left(\frac{1}{4} 2\pi R \right) = \frac{\mu_0 I}{8R}.$$

FIGURA 28-22 Ejemplo 28-13.



28-7 Materiales magnéticos: Ferromagnetismo

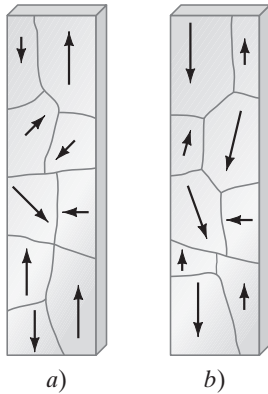
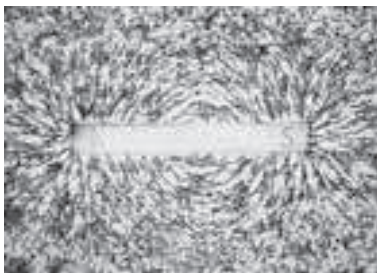


FIGURA 28-23 a) Un trozo no magnetizado de hierro está formado por dominios que se disponen de manera aleatoria. Cada dominio es como un pequeño imán; las flechas representan la dirección de magnetización, donde la punta es el polo norte. b) En un imán los dominios se alinean preferentemente en una dirección (hacia abajo en este caso) y se pueden alterar en tamaño por el proceso de magnetización.

FIGURA 28-24 Limaduras de hierro se alinean a lo largo de las líneas de campo magnético debido a un imán permanente.



! CUIDADO

\vec{B} Las líneas de forman circuitos cerrados, \vec{E} comienza en $+$ y termina en $-$

Los campos magnéticos se producen: **1.** por materiales magnéticos (imanes) y **2.** por corrientes eléctricas. Los materiales magnéticos comunes incluyen imanes ordinarios, núcleos de hierro en motores y electroimanes, cintas de grabación, discos duros de computadora y bandas magnéticas en las tarjetas de crédito. En la sección 27-1 vimos que el hierro (y algunos otros materiales) se pueden convertir en fuertes imanes. Se dice que estos materiales son **ferromagnéticos**. Ahora se estudiarán las fuentes del ferromagnetismo.

Un imán de barra, con sus dos polos opuestos cerca de cada extremo, recuerda un dipolo eléctrico (cargas positiva y negativa de igual magnitud separadas por una distancia). De hecho, a un imán de barra a veces se le conoce como “dipolo magnético”. Hay “polos” opuestos separados por una distancia. Y las líneas de campo magnético de un imán de barra forman un patrón muy parecido al del campo eléctrico de un dipolo eléctrico: compare la figura 21-34a con la figura 27-4 (o 28-24).

Un examen microscópico revela que un trozo de hierro está formado por pequeñas regiones conocidas como **dominios**, con menos de 1 mm de longitud o ancho. Cada dominio se comporta como un pequeño imán con un polo norte y un polo sur. En un trozo no magnetizado de hierro, estos dominios se disponen al azar, como se observa en la figura 28-23a. Los efectos magnéticos de los dominios se cancelan mutuamente, de manera que este trozo de hierro no es un imán. En un imán, los dominios se alinean preferentemente en una dirección, como se ilustra en la figura 28-23b (hacia abajo en este caso). Es posible elaborar un imán a partir de un trozo no magnetizado de hierro que se coloca en un fuerte campo magnético. (Usted puede imantar una aguja, por ejemplo, al frotarla con un polo de un fuerte imán). La dirección de magnetización de los dominios en realidad puede girar ligeramente para estar más paralela al campo externo, y las fronteras de los dominios se pueden mover de manera que los dominios con orientación magnética paralela al campo externo crezcan un poco más (compare las figuras 28-23a y b).

Ahora es posible explicar cómo un imán es capaz de levantar trozos no magnetizados de hierro, como sujetapapeles. El campo del polo sur (por ejemplo) de un imán causa un ligero reordenamiento de los dominios en el objeto no magnetizado, que entonces se convierte en un imán temporal con su polo norte de frente al polo sur del imán permanente; en consecuencia, se produce atracción. De igual modo, limaduras de hierro alargadas en un campo magnético adquieren dominios alineados y se alinean para revelar la forma del campo magnético, figura 28-24.

Un imán de hierro puede permanecer magnetizado durante largo tiempo, por lo que se le conoce como “imán permanente”. Pero si usted tira un imán al suelo o lo golpea con un martillo, puede sacudir los dominios al azar y el imán perderá parte o todo su magnetismo. Calentar un imán permanente también puede causar pérdida de magnetismo, pues elevar la temperatura aumenta el movimiento térmico aleatorio de los átomos, lo que tiende a disponer al azar los dominios. Por arriba de cierta temperatura, conocida como la **temperatura de Curie** (1043 K para el hierro), es imposible fabricar un imán. Hierro, níquel, cobalto, gadolinio y ciertas aleaciones son ferromagnéticos a temperatura ambiente; muchos otros elementos y aleaciones tienen temperatura de Curie baja y, por lo tanto, son ferromagnéticos sólo a bajas temperaturas. La mayoría de los otros metales, como el aluminio y el cobre, no manifiestan ningún efecto magnético apreciable (sin embargo, véase la sección 28-10).

La sorprendente similitud entre los campos producidos por un imán de barra y una espira de corriente eléctrica (figuras 27-4b y 28-21) ofrece un indicio de que tal vez los campos magnéticos producidos por corrientes eléctricas tienen algo que ver con el ferromagnetismo. De acuerdo con la teoría atómica moderna, los átomos se visualizan como poseedores de electrones que giran en órbita alrededor de un núcleo central. Los electrones tienen carga, de manera que constituyen una corriente eléctrica y, en consecuencia, producen un campo magnético; pero los campos debidos a electrones en órbita, por lo general, suman cero. Los electrones mismos producen un campo magnético adicional, como si ellos y su carga eléctrica giraran en torno a sus propios ejes. Se cree que el campo magnético debido al **espín**[†] del electrón es el que produce ferromagnetismo en la mayoría de los materiales ferromagnéticos.

En la actualidad se cree que *todos* los campos magnéticos son causados por corrientes eléctricas. Esto significa que las líneas de campo magnético siempre forman espiras cerradas, a diferencia de las líneas de campo eléctrico, que comienzan en cargas positivas y terminan en cargas negativas.

[†]El nombre “espín” proviene de una antigua sugerencia de que este momento magnético intrínseco surge del “giro” (*spin*) del electrón sobre su eje (así como de “girar en órbita” alrededor del núcleo) para producir el campo adicional. Sin embargo, esta visión de un electrón que gira es muy simplista y carece de validez.

EJERCICIO D Regrese a la pregunta de inicio del capítulo, página 733, y respóndala de nuevo. Trate de explicar por qué quizá usted la respondió de manera diferente la primera vez.

*28–8 Electroimanes y solenoides: Aplicaciones

Una larga bobina de alambre que consiste en muchas espiras (o vueltas) de alambre, como se estudió en la sección 28-5, se llama solenoide. El campo magnético dentro de un solenoide puede ser bastante grande, pues será la suma de los campos debidos a la corriente en cada espira (véase la figura 28-25). El solenoide actúa como un imán; un extremo se considera el polo norte y el otro el polo sur, dependiendo de la dirección de la corriente en las espiras (use la regla de la mano derecha). Puesto que las líneas del campo magnético salen del polo norte de un imán, el polo norte del solenoide en la figura 28-25 está a la derecha.

Si una pieza de hierro se coloca dentro del solenoide, el campo magnético aumenta enormemente, pues el campo magnético producido por la corriente alinea los dominios del hierro. El campo magnético resultante es la suma de los campos magnéticos debidos a la corriente y al hierro, y puede ser cientos o miles de veces mayor que el campo debido sólo a la corriente (véase la sección 28-9). Este arreglo se llama **electroimán**. Las aleaciones de hierro que se usan en los electroimanes adquieren y pierden su magnetismo muy fácilmente cuando la corriente se enciende o se apaga, y se les conoce como “hierro blando” (es blando sólo en el sentido magnético) o “hierro dulce”. El hierro que conserva su magnetismo incluso cuando no hay un campo aplicado externamente se llama “hierro duro”. El hierro duro se emplea en imanes permanentes. El hierro blando o dulce por lo general se utiliza en electroimanes, de manera que el campo se pueda encender y apagar con facilidad. Si el hierro es duro o blando depende del tratamiento térmico, el tipo de aleación y otros factores.

Los electroimanes tienen muchas aplicaciones prácticas; se utilizan en motores y generadores, así como en la producción de grandes campos magnéticos para investigación. A veces no está presente un núcleo de hierro: el campo magnético proviene sólo de la corriente en las bobinas de alambre. Cuando la corriente fluye de manera continua en un electroimán normal, se produce una gran cantidad de calor de desecho (potencia I^2R). Se necesitan bobinas de enfriamiento, que son tubos que transportan agua, para absorber el calor en las grandes instalaciones.

Para algunas aplicaciones, los alambres portadores de corriente están hechos de material superconductor conservado por abajo de la temperatura de transición (sección 25-9). Es posible generar campos muy elevados utilizando alambre superconductor, sin un núcleo de hierro. No se necesita potencia eléctrica para mantener grandes corrientes en las bobinas superconductoras, lo que significa grandes ahorros de electricidad; tampoco se disiparán enormes cantidades de calor. Sin embargo, todo esto tiene un costo, porque se requiere energía para mantener las bobinas superconductoras a la temperatura baja necesaria.

Otro dispositivo útil consiste en un solenoide en el que se inserta parcialmente una varilla de hierro. Esta combinación también se conoce como solenoide. Un uso simple es como timbre doméstico de entrada (figura 28-26). Cuando el circuito se cierra al oprimir el botón, la bobina efectivamente se convierte en imán y ejerce una fuerza sobre la varilla de hierro. La varilla se ve atraída hacia la bobina y toca la campana. En los motores de arranque de los automóviles se utiliza un gran solenoide; cuando se pone en marcha un vehículo, se cierra un circuito que no sólo acciona el motor del arranque, sino que activa un solenoide que primero pone en contacto directo el arranque con los engranes en el volante del motor. Los solenoides se usan como interruptores en muchos dispositivos. Tienen la ventaja de mover partes mecánicas con rapidez y exactitud.

*Interruptores de circuito magnético

Los interruptores de circuito magnético modernos, que protegen las casas y los edificios de sobrecargas e incendios, no sólo contienen partes “térmicas” (las tiras bimetálicas descritas en la sección 25-6, figura 25-19), sino también un sensor magnético. Si la corriente está por arriba de cierto nivel, el campo magnético producido tira de una placa de hierro que rompe los mismos puntos de contacto que en las figuras 25-19b y c. En los interruptores de circuito más avanzados, incluidos los interruptores de circuito de falla a tierra (GFCI, que se analizan en la sección 29-8), se emplea un solenoide. La varilla de hierro de la figura 28-26, en vez de tocar una campana, golpea un lado de un par de puntos para abrirlos y, así, abrir el circuito. Los interruptores de circuito magnético reaccionan rápidamente (< 10 ms) y en el caso de los edificios se diseñan para reaccionar a las altas corrientes de los cortos (sin que se apaguen para las sobrecargas de arranque de los motores).

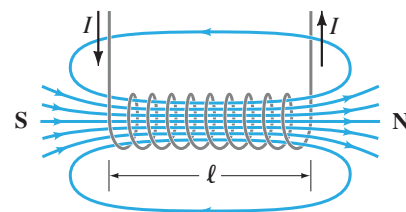


FIGURA 28–25 Campo magnético de un solenoide. El polo norte de este solenoide, considerado como un imán, está a la derecha, y el polo sur está a la izquierda.

FÍSICA APLICADA

Electroimanes y solenoides

FÍSICA APLICADA

Timbre, arranque de automóvil

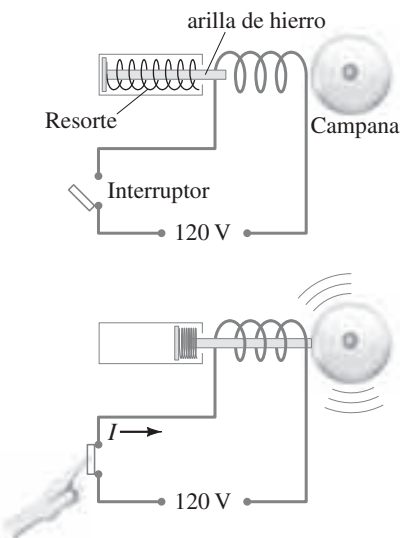


FIGURA 28–26 Solenoide usado como timbre.

FÍSICA APLICADA

Interruptores de circuito magnético

*28-9 Campos magnéticos en materiales magnéticos; histéresis

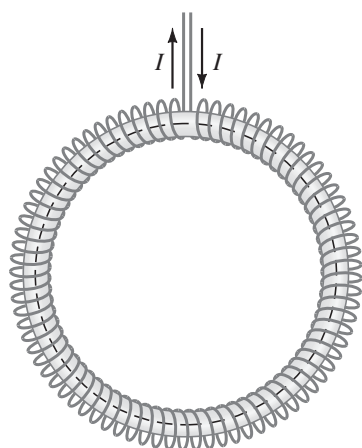


FIGURA 28-27 Toroide con núcleo de hierro.

FIGURA 28-28 Campo magnético total B en un toroide con núcleo de hierro como función del campo externo B_0 (la corriente I en la bobina produce B_0).

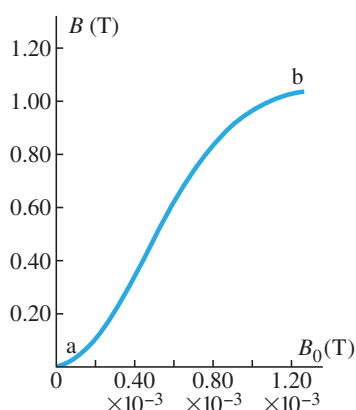
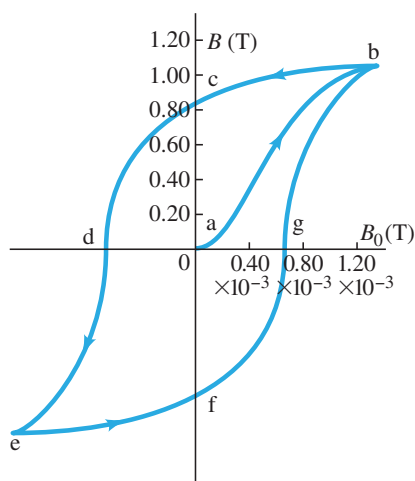


FIGURA 28-29 Curva de histéresis.



El campo de un solenoide largo es directamente proporcional a la corriente. De hecho, la ecuación 28-4 dice que el campo B_0 dentro de un solenoide está dado por

$$B_0 = \mu_0 nI.$$

Esto es válido si sólo existe aire dentro de la bobina. Si se coloca un trozo de hierro u otro material ferromagnético dentro del solenoide, el campo aumentará considerablemente, con frecuencia cientos o miles de veces. Esto ocurre porque los dominios en el hierro se alinean preferentemente con el campo externo. El campo magnético resultante es la suma del campo debido a la corriente y del campo debido al hierro. En ocasiones es conveniente expresar el campo total en este caso como una suma de dos términos:

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}_M. \quad (28-8)$$

Aquí, \vec{B}_0 se refiere al campo debido sólo a la corriente en el alambre (el “campo externo”). Es el campo que estaría presente en ausencia de un material ferromagnético. Entonces \vec{B}_M representa el campo adicional debido al material ferromagnético en sí; con frecuencia, $\vec{B}_M \gg \vec{B}_0$.

El campo total dentro de un solenoide, en tal caso, también se puede representar sustituyendo la constante μ_0 , en la ecuación 28-4, por otra constante, μ , característica del material dentro de la bobina:

$$B = \mu nI; \quad (28-9)$$

μ se llama **permeabilidad magnética** del material (evite confundir este símbolo con $\vec{\mu}$ para el momento dipolar magnético). Para materiales ferromagnéticos, μ es mucho mayor que μ_0 . Para todos los demás materiales, su valor está muy cerca de μ_0 (sección 28-10). Sin embargo, el valor de μ no es constante para materiales ferromagnéticos, pues depende del valor del campo externo B_0 , como demuestra el siguiente experimento.

Las mediciones en los materiales magnéticos por lo general se realizan con un toroide, que, en esencia, es un largo solenoide doblado en forma de círculo (figura 28-27), de manera que prácticamente todas las líneas de \vec{B} permanecen dentro del toroide. Suponga que el toroide tiene un núcleo de hierro que inicialmente no está magnetizado, y que no hay corriente en las espiras del toroide. Luego, la corriente I aumenta lentamente y B_0 aumenta de manera lineal con I . El campo total B también aumenta, pero sigue la línea curva que se trazó para la gráfica de la figura 28-28. (Advierta las escalas diferentes: $B \gg B_0$.) Inicialmente (punto *a*), los dominios (sección 28-7) están orientados al azar. Conforme B_0 aumenta, los dominios se alinean cada vez más hasta que, en el punto *b*, casi todos están alineados. Se dice que el hierro se aproxima a la **saturación**. El punto *b* generalmente es el 70% de la saturación total. (Si B_0 aumenta aún más, la curva continúa elevándose muy lentamente, y alcanza el 98% de saturación sólo cuando B_0 alcanza un valor aproximado de 1000 veces arriba del que se presenta en el punto *b*; los últimos dominios son muy difíciles de alinear). A continuación, suponga que el campo externo B_0 se reduce al disminuir la corriente en las bobinas del toroide. Conforme la corriente se reduce a cero, como se observa en las bobinas del toroide. Conforme la corriente invertida aumenta todavía más, el hierro se aproxima a la saturación en la dirección opuesta (punto *e*). Finalmente, si la corriente de nuevo se reduce a cero y luego aumenta en la dirección original, el campo total sigue la trayectoria *efgb*, y de nuevo se aproxima a la saturación en el punto *b*.

Advierta que, en este ciclo, el campo no pasó a través del origen (punto *a*). El hecho de que las curvas no vuelvan a trazar la misma trayectoria se llama **histéresis**. La curva *bcdefgb* se llama **círculo de histéresis**. En tal ciclo, buena parte de la energía se transforma en energía térmica (fricción) a causa del realineamiento de los dominios. Es posible demostrar que la energía disipada de esta forma es proporcional al área del circuito de histéresis.

En los puntos *c* y *f*, el núcleo de hierro se magnetiza aun cuando no haya corriente en las bobinas. Estos puntos corresponden a un imán permanente. Para un imán permanente, es deseable que *ac* y *af* sean tan grandes como sea posible. Los materiales para los cuales esto es cierto tienen alta **retentividad**.

Se dice que los materiales con una amplia curva de histéresis, como en la figura 28-29, son magnéticamente “duros” y forman buenos imanes permanentes. Por otra parte, una curva de histéresis como la de la figura 28-30 se presenta para el hierro “blando”, que se prefiere para construir electroimanes y transformadores (sección 29-6), pues el campo se puede apagar más fácilmente y se puede invertir con menos pérdida de energía.

Es posible desmagnetizar un material ferromagnético, es decir, volverlo no magnetizado. Esto se logra invirtiendo varias veces la corriente de magnetización mientras se reduce su magnitud. Esto da por resultado la curva de la figura 28-31. Las cabezas de una grabadora se desmagnetizan de esta forma. El campo magnético alternado que actúa en las cabezas debido a un desmagnetizador portátil es intenso cuando el desmagnetizador se coloca cerca de las cabezas y disminuye conforme se aleja lentamente. Las cintas de video y audio se pueden borrar y arruinar por la acción de un campo magnético, como los discos duros de computadora, otros dispositivos de almacenamiento magnético y las bandas magnéticas de las tarjetas de crédito.

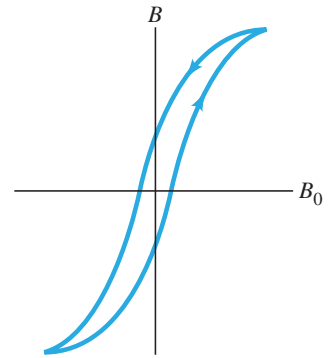
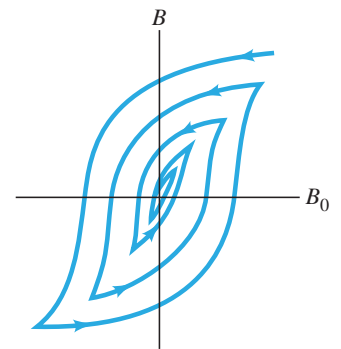


FIGURA 28-30 Curva de histéresis para hierro blando o dulce.

FIGURA 28-31 Circuitos de histéresis sucesivos durante la desmagnetización.



*28-10 Paramagnetismo y diamagnetismo

Todos los materiales son magnéticos, al menos en alguna medida. Los materiales no ferromagnéticos se clasifican en dos categorías principales: *paramagnéticos*, en los que la permeabilidad magnética μ es ligeramente mayor que μ_0 ; y *diamagnéticos*, en los que μ es ligeramente menor que μ_0 . La razón entre μ y μ_0 para cualquier material se llama **permeabilidad relativa** K_m :

$$K_m = \frac{\mu}{\mu_0}.$$

Otro parámetro útil es la **susceptibilidad magnética** χ_m , que se define como

$$\chi_m = K_m - 1.$$

Las sustancias paramagnéticas tienen $K_m > 1$ y $\chi_m > 0$, mientras que las sustancias diamagnéticas tienen $K_m < 1$ y $\chi_m < 0$. Véase la tabla 28-1 y note qué tan pequeño es el efecto

TABLA 28-1 Paramagnetismo y diamagnetismo: Susceptibilidades magnéticas

Sustancia paramagnética	χ_m	Sustancia diamagnética	χ_m
Aluminio	2.3×10^{-5}	Cobre	-9.8×10^{-6}
Calcio	1.9×10^{-5}	Diamante	-2.2×10^{-5}
Magnesio	1.2×10^{-5}	Oro	-3.6×10^{-5}
Oxígeno (TPE)	2.1×10^{-6}	Plomo	-1.7×10^{-5}
Platino	2.9×10^{-4}	Nitrógeno (TPE)	-5.0×10^{-9}
Tungsteno	6.8×10^{-5}	Silicio	-4.2×10^{-6}

La diferencia entre los materiales paramagnéticos y diamagnéticos se puede entender teóricamente a nivel molecular preguntándonos si las moléculas tienen o no un momento dipolar magnético permanente. Un tipo de **paramagnetismo** ocurre en los materiales cuyas moléculas (o iones) tienen un momento dipolar magnético permanente.[†] En ausencia de un campo externo, las moléculas se orientan aleatoriamente y no se observan efectos magnéticos. Sin embargo, cuando se aplica un campo magnético externo, por ejemplo, al colocar el material en un solenoide, el campo aplicado ejerce una torca sobre los dipolos magnéticos (sección 27-5), lo que tiende a alinearlos de forma paralela al campo. El campo magnético total (externo más el campo debido a dipolos magnéticos alineados) será ligeramente mayor que B_0 . Sin embargo, el movimiento tér-

[†]También ocurren otros tipos de paramagnetismo cuyo origen es diferente del descrito aquí, como en metales donde pueden contribuir los electrones libres.

mico de las moléculas reduce el alineamiento. Una cantidad útil es el **vector de magnetización**, \vec{M} , que se define como el momento dipolar magnético por unidad de volumen,

$$\vec{M} = \frac{\vec{\mu}}{V},$$

donde $\vec{\mu}$ es el momento dipolar magnético de la muestra y V su volumen. De manera experimental se ha determinado que M es directamente proporcional al campo magnético externo (que tiende a alinear los dipolos) e inversamente proporcional a la temperatura kelvin T (que tiende a disponer al azar las direcciones de dipolo). A esto se le llama *ley de Curie*, en honor de Pierre Curie (1859-1906), quien fue el primero en notarlo:

$$M = C \frac{B}{T},$$

donde C es una constante. Si la razón B/T es muy grande (B muy grande o T muy pequeña), la ley de Curie ya no es exacta; conforme B aumenta (o T disminuye), la magnetización se aproxima a algún valor máximo, $M_{\text{máx}}$. Desde luego, esto tiene sentido, pues $M_{\text{máx}}$ corresponde a la alineación completa de todos los dipolos magnéticos permanentes. Sin embargo, incluso para campos magnéticos muy grandes, ≈ 2.0 T, normalmente sólo se notan desviaciones de la ley de Curie a temperaturas muy bajas, en el orden de unos cuantos kelvin.

Los materiales ferromagnéticos, como se mencionó en la sección 28-7, ya no son ferromagnéticos por arriba de una temperatura característica llamada temperatura de Curie (1043 K para el hierro). Por lo general, arriba de esta temperatura de Curie, son paramagnéticos.

Los materiales **diamagnéticos** (para los que μ_m es ligeramente menor que μ_0) están hechos de moléculas que no tienen momento dipolar magnético permanente. Cuando se aplica un campo magnético externo, los dipolos magnéticos son inducidos, pero el momento dipolar magnético inducido está en la dirección opuesta a la del campo. En consecuencia, el campo total será ligeramente menor que el campo externo. El efecto del campo externo —en el modelo sencillo de electrones que giran en órbita alrededor de los núcleos— es aumentar la rapidez “orbital” de los electrones que dan vuelta en alguna dirección, y reducir la rapidez de los electrones que giran en la otra dirección; el resultado neto es un momento dipolar neto que se opone al campo externo. El diamagnetismo está presente en todos los materiales, pero es más débil incluso que el paramagnetismo y se ve rebasado por los efectos paramagnéticos y ferromagnéticos en materiales que presentan estas otras formas de magnetismo.

Resumen

El campo magnético B a una distancia r de un largo alambre recto es directamente proporcional a la corriente I en el alambre e inversamente proporcional a r :

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}. \quad (28-1)$$

Las líneas de campo magnético son círculos con centro en el alambre.

La fuerza que un largo alambre portador de corriente ejerce sobre un segundo alambre paralelo portador de corriente a 1 m de distancia permite definir la unidad ampere y también el coulomb.

La **ley de Ampère** afirma que la integral de línea del campo magnético \vec{B} en torno a cualquier circuito cerrado es igual a μ_0 por la corriente neta total I_{enc} encerrada por el circuito:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I_{\text{enc}}. \quad (28-3)$$

El campo magnético dentro de un largo solenoide con espiras muy apretadas es

$$B = \mu_0 nI \quad (28-4)$$

donde n es el número de espiras por unidad de longitud e I es la corriente en cada espira.

La **ley de Biot-Savart** es útil para determinar el campo magnético debido a un arreglo conocido de corrientes. Afirma que

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\vec{\ell} \times \hat{r}}{r^2}, \quad (28-5)$$

donde $d\vec{B}$ es la aportación al campo total en algún punto P que se debe a una corriente I a lo largo de una longitud infinitesimal $d\vec{\ell}$ de su trayectoria, y \hat{r} es el vector unitario a lo largo de la dirección del vector de desplazamiento \vec{r} de $d\vec{\ell}$ a P. El campo total \vec{B} será la integral sobre todos los $d\vec{B}$.

El hierro y algunos otros materiales se pueden convertir en fuertes imanes permanentes. Se dice que son **ferromagnéticos**. Los materiales ferromagnéticos están constituidos de pequeños **dominios** (cada uno de los cuales es un pequeño imán), que se alinean preferentemente en un imán permanente, pero de manera aleatoria en una muestra no magnetizada.

[*Cuando un material ferromagnético se coloca en un campo magnético B_0 debido a una corriente, por ejemplo, adentro de un solenoide o toroide, el material se magnetiza. Sin embargo, cuando la corriente se apaga, el material permanece magnetizado y, cuando la corriente se aumenta en el sentido opuesto (y luego se invierte de nuevo), una gráfica del campo total B contra B_0 es un **círculo de histéresis**; el hecho de que las curvas no se tracen de nuevo se llama **histéresis**].

[*Todos los materiales manifiestan algunos efectos magnéticos. Los materiales no ferromagnéticos tienen propiedades paramagnéticas o diamagnéticas mucho menores].

Preguntas

1. El campo magnético debido a la corriente en los alambres de las casas puede afectar una brújula. Discuta el problema en términos de corrientes, dependiendo de si son ca o cd, y su distancia de separación.
2. Compare el campo magnético debido a una larga corriente recta y el campo eléctrico debido a una larga línea recta de carga eléctrica en reposo (sección 21-7).
3. Dos largos alambres aislados que conducen iguales corrientes I se cruzan en ángulo recto. Describa la fuerza magnética que uno ejerce sobre el otro.
4. Un alambre horizontal conduce una gran corriente. Un segundo alambre que transporta una corriente en la misma dirección está suspendido por debajo del primero. ¿La corriente en el alambre de arriba podrá sostener el alambre de abajo en suspensión contra la gravedad? ¿En qué condiciones el alambre inferior estará en equilibrio?
5. Un alambre horizontal portador de corriente, libre para moverse en el campo gravitacional de la Tierra, está suspendido directamente arriba de un segundo alambre paralelo portador de corriente. *a)* ¿En qué sentido va la corriente en el alambre inferior? *b)* ¿El alambre superior puede mantenerse en equilibrio estable debido a la fuerza magnética del alambre inferior? Explique.
6. *a)* Escriba la ley de Ampère para una trayectoria que rodea a los dos conductores en la figura 28-10. *b)* Repita el inciso *a)*, pero suponga que la corriente inferior, I_2 , está en el sentido opuesto ($I_2 = -I_1$).
7. Suponga que el conductor cilíndrico de la figura 28-11a tiene una cavidad hueca cilíndrica concéntrica en su interior (de manera que parece una tubería). ¿Qué puede decir acerca de \vec{B} en la cavidad?
8. Explique por qué un campo como el que se representa en la figura 28-14b es congruente con la ley de Ampère. ¿Las líneas podrían curvarse hacia arriba y no hacia abajo?
9. ¿Cuál sería el efecto sobre B dentro de un largo solenoide si *a)* el diámetro de todas las espiras se duplica o *b)* el espacio entre espiras se duplica o *c)* la longitud del solenoide se duplica junto con una duplicación en el número total de espiras.
10. Con base en la ley de Biot-Savart, demuestre que el campo de la espira de corriente en la figura 28-21 es correcto, como se muestra para puntos afuera del eje.
11. ¿Cree que \vec{B} será igual para todos los puntos en el plano de la espira de corriente de la figura 28-21? Explique.
12. ¿Por qué torcer los alambres que entran a los dispositivos eléctricos reduce los efectos magnéticos de las conexiones?
13. Compare la ley de Biot-Savart con la ley de Coulomb. ¿Cuáles son las similitudes y las diferencias?
14. ¿Cómo podría definir o determinar la intensidad del polo magnético (el equivalente magnético de una sola carga eléctrica) para *a)* un imán de barra y *b)* una espira de corriente?
15. ¿Cómo podría medirse el momento dipolar magnético de la Tierra?
16. Un tipo de interruptor magnético similar a un solenoide es un **relevador** (figura 28-32). Un relevador es un electroimán (la varilla de hierro dentro de la bobina no se mueve) que, cuando se activa, atrae un trozo de hierro sobre un pivote. Diseñe un relevador para cerrar un interruptor eléctrico. Un relevador se usa cuando es necesario encender un circuito que conduce una corriente muy grande, pero no se desea que esa gran corriente fluya a través del interruptor principal. Por ejemplo, el motor de arranque de un automóvil se conecta a un relevador, de manera que la gran corriente necesaria para el arranque no pase hacia el interruptor del tablero.



FIGURA 28-32
Pregunta 16.

17. Un gran imán atrae, desde el reposo, un pesado bloque de hierro. Antes de golpear el imán, el bloque adquiere considerable energía cinética. *a)* ¿Cuál es la fuente de esta energía cinética? *b)* Cuando el bloque golpea al imán, parte de los dominios de éste quedan dispuestos al azar; describa las transformaciones de energía.
18. ¿Un imán atraerá a cualquier objeto metálico, como los que están hechos de aluminio, o sólo a los objetos de hierro? (Inténtelo y observe.) ¿Por qué es así?
19. Una aguja sin magnetizar no atraerá un sujetapapeles que esté sin magnetizar. Sin embargo, si un extremo de la aguja está en contacto con un imán, el otro extremo *atraerá* al sujetapapeles. Explique.
20. ¿Una varilla de hierro logrará atraer un imán? ¿Un imán atrae una varilla de hierro? ¿Qué debe considerar para responder estas preguntas?
21. ¿Cómo supone que se formaron los primeros imanes encontrados en Magnesia?
22. ¿Por qué cualquier polo de un imán atrae un trozo de hierro sin magnetizar?
23. Suponga que tiene tres varillas de hierro, dos de las cuales están magnetizadas, pero la tercera no. ¿Cómo determinaría, sin emplear un objeto adicional, cuáles dos son los imanes?
24. Dos barras de hierro se atraen mutuamente sin importar cuáles extremos se coloquen juntos. ¿Ambos son imanes? Explique.
- * 25. Describa la curva de magnetización para *a)* una sustancia paramagnética y *b)* una sustancia diamagnética, y compare con la curva de una sustancia ferromagnética (figura 28-29).
- * 26. ¿Todos los materiales se pueden considerar *a)* diamagnéticos, *b)* paramagnéticos, *c)* ferromagnéticos? Explique.

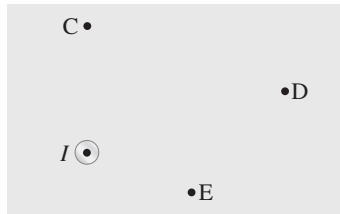
Problemas

28-1 y 28-2 Alambres rectos, campo magnético y fuerza

1. (I) Los cables pasacorrente que se usan para poner en marcha vehículos que se quedaron sin batería a menudo conducen una corriente de 65 A. ¿Cuál es la intensidad del campo magnético a 3.5 cm de un cable? Compare con el campo magnético de la Tierra (5.0×10^{-5} T).
2. (I) Si a un alambre eléctrico se le permite producir un campo magnético no mayor que el de la Tierra (0.50×10^{-4} T) a una distancia de 15 cm desde el alambre, ¿cuál es la corriente máxima que puede conducir el alambre?

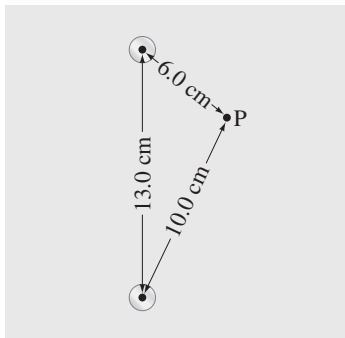
3. (I) Determine la magnitud y dirección de la fuerza entre dos alambres paralelos, de 25 cm de largo y separados 4.0 cm, cada uno de los cuales conduce 35 A en el mismo sentido.
4. (I) Un alambre recto vertical, que conduce una corriente hacia arriba de 28 A, ejerce una fuerza de atracción por unidad de longitud de 7.8×10^{-4} N/m sobre un segundo alambre paralelo alejado 7.0 cm. ¿Qué corriente (magnitud y dirección) fluye en el segundo alambre?
5. (I) En la figura 28-33, un largo alambre recto conduce corriente I afuera de la página, hacia el lector. Indique, con flechas adecuadas, la dirección de \vec{B} en cada uno de los puntos C, D y E en el plano de la página.

FIGURA 28-33
Problema 5.



6. (II) Un experimento acerca del campo magnético de la Tierra se realiza a 1.00 m de un cable eléctrico. ¿Cuál es la máxima corriente permisible en el cable, si el experimento debe ser exacto dentro de un margen de $\pm 2.0\%$?
7. (II) Dos largos alambres paralelos delgados, separados 13.0 cm, conducen corrientes de 35 A en el mismo sentido. Determine el vector de campo magnético en un punto a 10.0 cm de un alambre y 6.0 cm del otro (figura 28-34).

FIGURA 28-34
Problema 7.



8. (II) Una brújula horizontal se coloca 18 cm al sur de un alambre recto vertical que conduce una corriente de 43 A hacia abajo. ¿En qué dirección apunta la aguja de la brújula en esta posición? Suponga que la componente horizontal del campo de la Tierra en ese punto es 0.45×10^{-4} T y que la declinación magnética es 0° .
9. (II) Un largo alambre horizontal conduce 24.0 A de corriente hacia el norte. ¿Cuál es el campo magnético neto 20.0 cm al oeste del alambre, si ahí el campo de la Tierra apunta hacia abajo, 44° por debajo de la horizontal, y tiene 5.0×10^{-5} T de magnitud?
10. (II) Una corriente recta de protones pasa por un punto dado en el espacio a una tasa de 2.5×10^9 protones/s. ¿Qué campo magnético producen a 2.0 m del haz?
11. (II) Determine el campo magnético en el punto medio entre dos largos alambres rectos separados 2.0 cm, en términos de la corriente I en uno de ellos, cuando el otro conduce 25 A. Suponga que estas corrientes están a) en el mismo sentido y b) en sentidos opuestos.
12. (II) Dos alambres rectos paralelos están separados 6.0 cm. En el primer alambre hay un flujo de corriente de 2.0 A. Si la intensidad del campo magnético es cero entre los dos alambres a una distancia de 2.2 cm del primer alambre, ¿cuál es la magnitud y dirección de la corriente en el segundo alambre?

13. (II) Dos largos alambres rectos conducen, cada uno, una corriente I afuera de la página, hacia el lector, figura 28-35. Señale, con flechas apropiadas, la dirección de \vec{B} en cada uno de los puntos 1 a 6 en el plano de la página. Establezca si el campo es cero en alguno de los puntos.

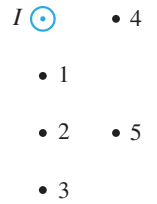


FIGURA 28-35
Problema 13.

14. (II) Un par de alambres largos y aislados sirven para conducir 28.0 A de corriente cada uno hacia y desde un instrumento. Si los alambres son de diámetro despreciable, pero están separados 2.8 mm, ¿cuál es el campo magnético a 10.0 cm de su punto medio, en su plano (figura 28-36)? Compare con el campo magnético de la Tierra.

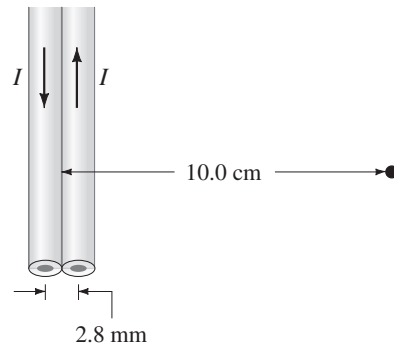


FIGURA 28-36 Problemas 14 y 15.

15. (II) Un tercer alambre se coloca en el plano de los dos alambres que se ilustran en la figura 28-36, paralelo y justo a la derecha. Si conduce 25.0 A hacia arriba, ¿qué fuerza por metro de longitud ejerce sobre cada uno de los otros dos alambres? Suponga que está a 2.8 mm del alambre más cercano, de centro a centro.
16. (II) Un tendido eléctrico conduce una corriente de 95 A en dirección oeste a lo largo de la parte superior de postes que miden 8.5 m de alto. a) ¿Cuáles son la magnitud y la dirección del campo magnético producido por este alambre directamente abajo en el suelo? ¿Cómo se compara esto con el campo de la Tierra de aproximadamente $\frac{1}{2}$ G? b) ¿Dónde cancelará el campo de la línea al campo de la Tierra?
17. (II) La aguja de una brújula apunta a 28° E del N en el exterior. Sin embargo, cuando se coloca a 12.0 cm al este de un alambre vertical dentro de un edificio, apunta a 55° E del N. ¿Cuáles son la magnitud y la dirección de la corriente en el alambre? El campo de la Tierra en ese lugar es 0.50×10^{-4} T y es horizontal.
18. (II) Una espira rectangular de alambre se coloca junto a un alambre recto, como se indica en la figura 28-37. En ambos alambres hay una corriente de 3.5 A. Determine la magnitud y dirección de la fuerza neta sobre la espira.

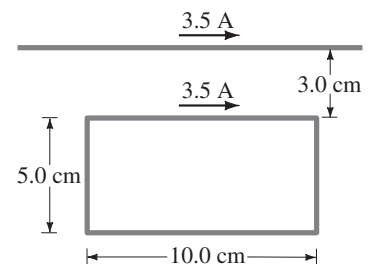


FIGURA 28-37
Problema 18.

19. (II) Se tienen dos largos alambres paralelos, separados una distancia d , que conducen igual corriente I en el mismo sentido. Un alambre está en $x = 0$, el otro en $x = d$, figura 28-38. Determine \vec{B} a lo largo del eje x , entre los alambres, como función de x .

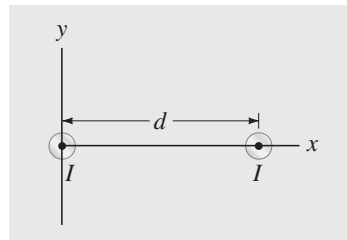


FIGURA 28-38
Problemas 19 y 20.

20. (II) Repita el problema 19 si el alambre en $x = 0$ conduce el doble de corriente ($2I$) que el otro alambre, y en el sentido opuesto.
21. (II) Dos largos alambres están orientados de manera que son perpendiculares entre sí. En su punto más cercano, están separados 20.0 cm (figura 28-39). ¿Cuál es la magnitud del campo magnético en un punto a medio camino entre ellos, si el alambre superior conduce una corriente de 20.0 A y el inferior transporta 12.0 A?

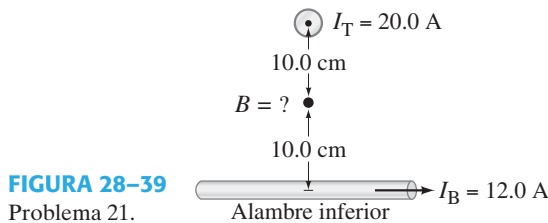


FIGURA 28-39
Problema 21.

22. (II) Dos largos alambres paralelos, separados 8.20 cm, conducen corrientes de 16.5 A en el mismo sentido. Determine el vector de campo magnético en un punto P, a 12.0 cm de un alambre y 13.0 cm del otro. Véase la figura 28-40. [Sugerencia: Utilice la ley de los cosenos].

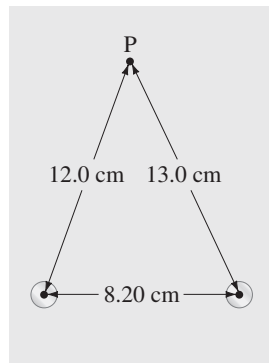


FIGURA 28-40
Problema 22.

23. (III) Una tira conductora plana muy larga, con ancho d y grosor despreciable, yace en un plano horizontal y conduce una corriente uniforme I a través de su sección transversal. a) Demuestre que, en puntos a una distancia y directamente arriba de su centro, el campo está dado por

$$B = \frac{\mu_0 I}{\pi d} \tan^{-1} \frac{d}{2y},$$

suponiendo que la tira es infinitamente larga. [Sugerencia: Divida la tira en muchos "alambres" delgados y sume (integre) sobre éstos]. b) ¿A qué valor se aproxima B para $y \gg d$? ¿Esto tiene sentido? Explique.

24. (III) Una espira triangular con longitud de lado a conduce una corriente I (figura 28-41). Si esta espira se coloca a una distancia d de un alambre recto muy largo que conduce una corriente I' , determine la fuerza sobre la espira.

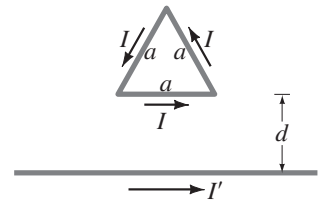


FIGURA 28-41
Problema 24.

28-4 y 28-5 Ley de Ampère, solenoides y toroides

25. (I) Un solenoide de 40.0 cm de largo y 1.35 cm de diámetro debe producir un campo de 0.385 mT en su centro. ¿Cuánta corriente debe conducir el solenoide si tiene 765 vueltas de alambre?
26. (I) Un solenoide, de 32 cm de largo y 1.8 cm de diámetro, debe producir un campo magnético de 0.30 T en su centro. Si la corriente máxima es 4.5 A, ¿cuántas vueltas debe tener el solenoide?
27. (I) Un alambre de cobre de 2.5 mm de diámetro conduce una corriente de 33 A (uniforme a través de su sección transversal). Determine el campo magnético: a) en la superficie del alambre; b) dentro del alambre, 0.50 mm debajo de la superficie; c) afuera del alambre, a 2.5 mm de la superficie.
28. (II) Un toroide (figura 28-17) tiene un diámetro interior de 50.0 cm y un diámetro exterior de 54.0 cm. Conduce una corriente de 25.0 A en sus 687 espiras. Determine el intervalo de valores para B dentro del toroide.
29. (II) Un largo alambre de cobre de 20.0 m y 2.00 mm de diámetro, incluido el aislamiento, se enrolla firmemente en una sola capa con espiras adyacentes en contacto para formar un solenoide de 2.50 cm de diámetro (borde exterior). ¿Cuál es a) la longitud del solenoide y b) el campo en el centro, cuando la corriente en el alambre es de 16.5 A?
30. (II) a) Con base en la ecuación 28-1 y la naturaleza vectorial de \vec{B} , demuestre que las líneas de campo magnético en torno a dos largos alambres paralelos que conducen corrientes iguales, $I_1 = I_2$, son como se muestra en la figura 28-10. b) Dibuje las líneas equipotenciales en torno a dos cargas eléctricas positivas estacionarias. c) ¿Estos dos diagramas son similares? ¿Idénticos? ¿Por qué?
31. (II) Un cable coaxial consiste en un conductor interior sólido con radio R_1 , rodeado por un tubo cilíndrico concéntrico con radio interior R_2 y radio exterior R_3 (figura 28-42). Los conductores transportan corrientes iguales y opuestas I_0 distribuidas de manera uniforme a través de sus secciones transversales. Determine el campo magnético a una distancia R del eje para: a) $R < R_1$; b) $R_1 < R < R_2$; c) $R_2 < R < R_3$; d) $R > R_3$. e) Sea $I_0 = 1.50$ A, $R_1 = 1.00$ cm, $R_2 = 2.00$ cm y $R_3 = 2.50$ cm. Grafique B desde $R = 0$ hasta $R = 3.00$ cm.

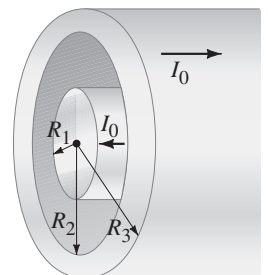


FIGURA 28-42
Problemas 31 y 32.

32. (III) Suponga que la corriente en el cable coaxial del problema 31, figura 28-42, no está distribuida de manera uniforme, sino que la densidad de corriente j varía linealmente con la distancia desde el centro: $j_1 = C_1 R$ para el conductor interno y $j_2 = C_2 R$ para el conductor externo. Cada conductor aún transporta la misma corriente total I_0 , en sentidos opuestos. Determine el campo magnético en términos de I_0 en las mismas cuatro regiones del espacio que en el problema 31.

28-6 Ley de Biot-Savart

33. (I) En esencia, el campo magnético de la Tierra es el de un dipolo magnético. Si el campo cerca del polo norte es más o menos 1.0×10^{-4} T, ¿cuál será (aproximadamente) a 13,000 km arriba de la superficie en el polo norte?

34. (II) Un alambre, en un plano, tiene la forma que se ilustra en la figura 28-43: dos arcos de un círculo conectados mediante longitudes radiales de alambre. Determine \vec{B} en el punto C, en términos de R_1 , R_2 , θ y la corriente I .

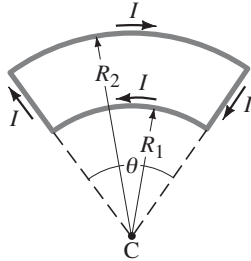


FIGURA 28-43
Problema 34.

35. (II) Un anillo conductor circular de radio R está conectado a dos alambres rectos exteriores en dos extremos de un diámetro (figura 28-44). La corriente I se divide en porciones desiguales (como se indica) mientras pasa a través del anillo. ¿Cuál es \vec{B} en el centro del anillo?

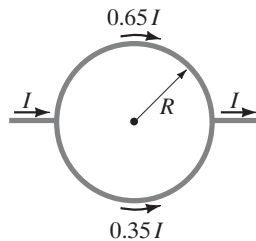


FIGURA 28-44
Problema 35.

36. (II) Una pequeña espira de alambre, de 1.8 cm de radio, se coloca en el centro de una espira de alambre con 25.0 cm de radio. Los planos de las espiras son perpendiculares entre sí, y en cada una fluye una corriente de 7.0 A. Estime la torca que ejerce la espira grande sobre la más pequeña. ¿Qué suposición simplificadora hizo?

37. (II) A un alambre se le da forma de dos medios círculos conectados mediante secciones rectas de igual longitud, como se ilustra en la figura 28-45. Una corriente I fluye en el circuito, en sentido horario, como se indica. Determine a) la magnitud y dirección del campo magnético en el centro, C, y b) el momento dipolar magnético del circuito.

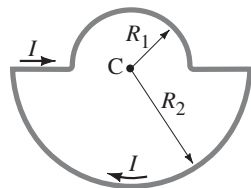


FIGURA 28-45
Problema 37.

38. (II) Una sola carga puntual q se mueve con velocidad \vec{v} . Con base en la ley de Biot-Savart, demuestre que el campo magnético \vec{B} que produce en un punto P, cuyo vector de posición relativo a la carga es \vec{r} está dado por

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q\vec{v} \times \vec{r}}{r^3}.$$

(Suponga que v es mucho menor que la rapidez de la luz).

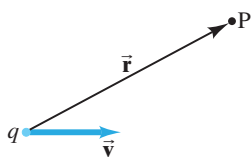


FIGURA 28-46
Problema 38.

39. (II) Un disco circular no conductor, con radio R , transporta una carga eléctrica Q uniformemente distribuida. La placa se hace girar con velocidad angular ω en torno a un eje perpendicular a la placa a través de su centro (figura 28-47). Determine a) su momento dipolar magnético y b) el campo magnético en puntos sobre su eje, a una distancia x de su centro; c) en ese caso, ¿se aplica la ecuación 28-7b para $x \gg R$?

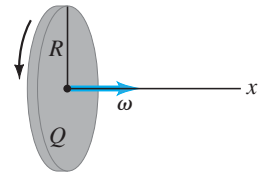


FIGURA 28-47
Problema 39.

40. (II) Considere una sección recta de alambre de longitud d , como en la figura 28-48, que conduce una corriente I . a) Demuestre que el campo magnético en un punto P a una distancia R del alambre, a lo largo de su bisectriz perpendicular, es

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \frac{d}{(d^2 + 4R^2)^{1/2}}.$$

b) Demuestre que esto es congruente con el ejemplo 28-11 para un alambre infinito.

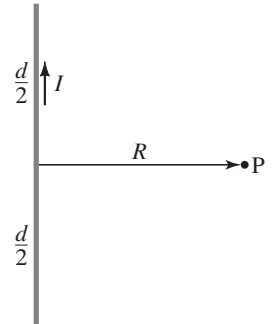


FIGURA 28-48
Problema 40.

41. (II) Un segmento de alambre de longitud d conduce una corriente I , como se indica en la figura 28-49. a) Demuestre que, para puntos a lo largo del eje positivo x (el eje del alambre), como el punto Q, el campo magnético \vec{B} es cero. b) Determine una fórmula para el campo en puntos a lo largo del eje y , como el punto P.

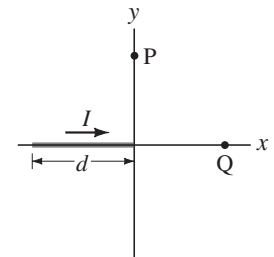


FIGURA 28-49
Problema 41.

42. (III) Use el resultado del problema 41 para encontrar el campo magnético en el punto P de la figura 28-50, debido a la corriente en la espira cuadrada.

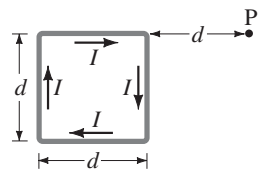


FIGURA 28-50
Problema 42.

43. (III) Un alambre se dobla en forma de un polígono regular con n lados, cuyos vértices están a una distancia R del centro. (Véase la figura 28-51, que ilustra el caso especial de $n = 6$). Si el alambre conduce una corriente I_0 , a) determine el campo magnético en el centro, b) si n se hace muy grande ($n \rightarrow \infty$), demuestre que la fórmula en el inciso a) se reduce a la de una espira circular (ejemplo 28-12).

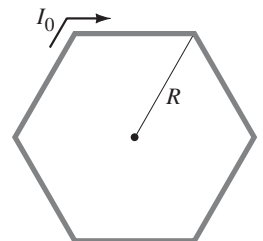


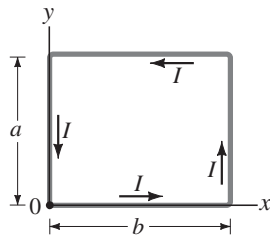
FIGURA 28-51
Problema 43.

44. (III) Utilice el resultado del ejemplo 28-12 para el campo magnético a lo largo del eje de una sola espira y determine el campo dentro de un solenoide muy largo con n vueltas por metro (ecuación 28-4) que se estira de $+\infty$ a $-\infty$.

45. (III) Una sola espira rectangular de alambre, con lados a y b , conduce una corriente I . Un sistema coordenado xy tiene su origen en la esquina inferior izquierda del rectángulo, con el eje x paralelo al lado b (figura 28-52). Determine el campo magnético B en todos los puntos (x, y) dentro de la espira.

FIGURA 28-52

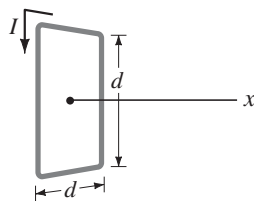
Problema 45.



46. (III) Una espira cuadrada de alambre, de lado d , conduce una corriente I . a) Determine el campo magnético B en puntos sobre una línea perpendicular al plano del cuadrado que pasa a través del centro del cuadrado (figura 28-53). Expresé B como función de x , la distancia a lo largo de la línea desde el centro del cuadrado. b) Para $x \gg d$, ¿el cuadrado parece ser un dipolo magnético? Si es así, ¿cuál es su momento dipolar?

FIGURA 28-53

Problema 46.



28-7 Materiales magnéticos: Ferromagnetismo

47. (II) Un átomo de hierro tiene un momento dipolar magnético de aproximadamente $1.8 \times 10^{-23} \text{ A} \cdot \text{m}^2$. a) Determine el momento dipolar de una barra de hierro de 9.0 cm de largo, 1.2 cm de ancho y 1.0 cm de grosor, si está 100% saturada. b) ¿Qué torca se ejercerá sobre esta barra cuando se coloque un campo de 0.80 T que actúe en ángulos rectos con la barra?

*28-9 Materiales magnéticos; histéresis

- *48. (I) Los siguientes son algunos valores de B y B_0 para una pieza de hierro templado conforme se magnetiza:

$B_0(10^{-4} \text{ T})$	0.0	0.13	0.25	0.50	0.63	0.78	1.0	1.3
$B(\text{T})$	0.0	0.0042	0.010	0.028	0.043	0.095	0.45	0.67
$B_0(10^{-4} \text{ T})$	1.9	2.5	6.3	13.0	130	1300	10,000	
$B(\text{T})$	1.01	1.18	1.44	1.58	1.72	2.26	3.15	

Determine la permeabilidad magnética μ para cada valor y trace una gráfica de μ contra B_0 .

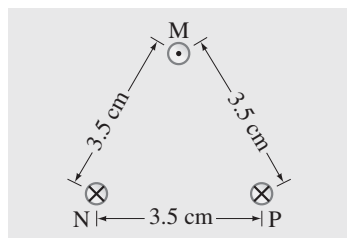
- *49. (I) Un gran toroide delgado tiene 285 espiras de alambre por metro, y a través del alambre fluye una corriente de 3.0 A. Si la permeabilidad relativa del hierro es $\mu/\mu_0 = 2200$, ¿cuál es el campo total B dentro del toroide?
- *50. (II) Un solenoide con núcleo de hierro mide 38 cm de largo y 1.8 cm de diámetro, y tiene 640 vueltas de alambre. El campo magnético dentro del solenoide es de 2.2 T cuando 48 A fluyen en el alambre. ¿Cuál es la permeabilidad μ a esta alta intensidad de campo?

Problemas generales

51. Tres largos alambres paralelos están separados 3.5 cm uno de otro. (En una vista transversal, están en las tres esquinas de un triángulo equilátero). La corriente en cada alambre es de 8.00 A, pero su sentido en el alambre M es opuesto al de los alambres N y P (figura 28-54). Determine la fuerza magnética por unidad de longitud en cada alambre debido a los otros dos.

FIGURA 28-54

Problemas 51, 52 y 53.



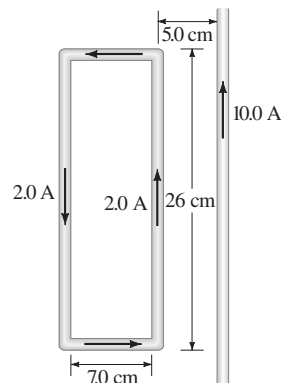
52. En la figura 28-54, determine la magnitud y dirección del campo magnético en el punto medio entre los puntos M y N.
53. En la figura 28-54, el alambre superior es alambre de cobre de 1.00 mm de diámetro, y está suspendido en el aire debido a las dos fuerzas magnéticas de los dos alambres inferiores. La corriente es de 40.0 A en cada uno de los dos alambres inferiores. Calcule el flujo de corriente requerido en el alambre suspendido.
54. Un electrón entra a un gran solenoide a un ángulo de 7.0° con el eje. Si el campo es uniforme con una magnitud de $3.3 \times 10^{-2} \text{ T}$, determine el radio y la separación (distancia entre vueltas) de la trayectoria helicoidal del electrón, si su rapidez es $1.3 \times 10^7 \text{ m/s}$.

55. Dos largos alambres rectos paralelos están separados 15 cm. El alambre A conduce 2.0 A de corriente. La corriente del alambre B es de 4.0 A en el mismo sentido. a) Determine el campo magnético debido al alambre A en la posición del alambre B. b) Determine el campo magnético debido al alambre B en la posición del alambre A. c) ¿Estos dos campos magnéticos son iguales y opuestos? ¿Por qué? d) Determine la fuerza por unidad de longitud sobre el alambre A debida al alambre B, y la del alambre B debida al alambre A. ¿Estas dos fuerzas son iguales y opuestas? ¿Por qué?

56. Una espira rectangular de alambre conduce una corriente de 2.0 A y se encuentra en un plano que también contiene un alambre recto y muy largo que conduce una corriente de 10.0 A, como se muestra en la figura 28-55. Determine a) la fuerza neta y b) la torca neta sobre la espira que se debe al alambre recto.

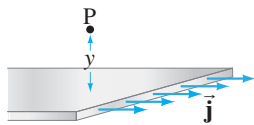
FIGURA 28-55

Problema 56.



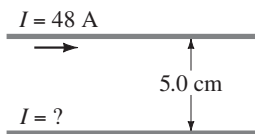
57. Una hoja conductora plana muy larga de grosor t conduce una densidad de corriente uniforme \vec{j} a todo lo largo (figura 28-56). Determine el campo magnético (magnitud y dirección) a una distancia y y arriba del plano. (Suponga que el plano es infinitamente largo y ancho).

FIGURA 28-56
Problema 57.



58. Un largo alambre horizontal conduce una corriente de 48 A. Un segundo alambre, hecho de cobre de 1.00 mm de diámetro y paralelo al primero, se mantiene en suspensión magnética 5.0 cm abajo (figura 28-57). a) Determine la magnitud y dirección de la corriente en el alambre inferior. b) ¿El alambre inferior está en equilibrio estable? c) Repita los incisos a) y b) si el segundo alambre está suspendido 5.0 cm arriba del primero debido al campo magnético del primero.

FIGURA 28-57
Problema 58.



59. Una espira cuadrada de alambre, de lado d , conduce una corriente I . Demuestre que el campo magnético en el centro del cuadrado es

$$B = \frac{2\sqrt{2}\mu_0 I}{\pi d}.$$

[Sugerencia: Determine \vec{B} para cada segmento de longitud d].

60. En el problema 59, si se vuelve a dar forma de círculo a la espira cuadrada, ¿ B aumentaría o se reduciría en el centro? Explique.

61. Las **bobinas de Helmholtz** son dos bobinas circulares idénticas que tienen el mismo radio R y el mismo número de vueltas N , separadas por una distancia igual al radio R y que conducen la misma corriente I en el mismo sentido. (Véase la figura 28-58). Se usan en instrumentos científicos para generar campos magnéticos casi uniformes. (Se pueden ver en la fotografía, figura 27-18.) a) Determine el campo magnético B en puntos x a lo largo de la línea que une sus centros. Sea $x = 0$ en el centro de una bobina, y $x = R$ en el centro de la otra. b) Demuestre que el campo a medio camino entre las bobinas es particularmente

uniforme estableciendo que $\frac{dB}{dx} = 0$ y $\frac{d^2B}{dx^2} = 0$ en el punto medio entre las bobinas.

- c) Si $R = 10.0$ cm, $N = 250$ vueltas e $I = 2.0$ A, ¿cuál es el campo en el punto medio entre las bobinas, $x = R/2$?

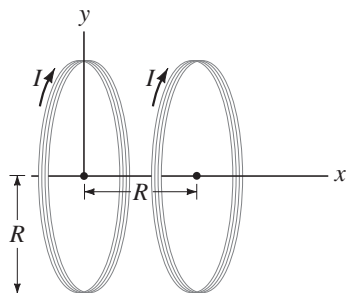


FIGURA 28-58
Problema 61.

62. Para dos largos alambres paralelos separados una distancia d , que conducen corrientes I_1 e I_2 , como en la figura 28-10, demuestre directamente (ecuación 28-1) que la ley de Ampère es válida (pero no utilice la ley de Ampère) para una trayectoria circular de radio r ($r < d$) con centro en I_1 :

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I_1.$$

63. Cerca de los polos de la Tierra, el campo magnético es aproximadamente 1 G (1×10^{-4} T). Imagine un modelo simple en el cual el campo de la Tierra se produce mediante una sola espira de corriente alrededor del ecuador. Estime aproximadamente la corriente que conduciría esa espira.

64. Un modelo de avión de 175 g, cargado a 18.0 mC y que viaja a 2.8 m/s, pasa a 8.6 cm de un alambre, casi paralelo a su trayectoria, que conduce una corriente de 25 A. ¿Qué aceleración (en g) proporciona esta interacción al avión?

65. Suponga que un electroimán usa una bobina de 2.0 m de diámetro hecha de alambre de cobre cuadrado de 2.0 mm por lado; la fuente de poder produce 35 V a una salida de potencia máxima de 1.0 kW. a) ¿Cuántas vueltas se necesitan para hacer funcionar la fuente de poder a potencia máxima? b) ¿Cuál es la intensidad del campo magnético en el centro de la bobina? c) Si se emplea un número mayor de vueltas y esa misma fuente de poder, ¿se producirá un campo magnético más grande? Explique.

66. Cuatro largos alambres paralelos rectos, ubicados en las esquinas de un cuadrado de lado d , conducen iguales corrientes I_0 perpendiculares a la página, como se ilustra en la figura 28-59. Determine la magnitud y dirección de \vec{B} en el centro C del cuadrado.

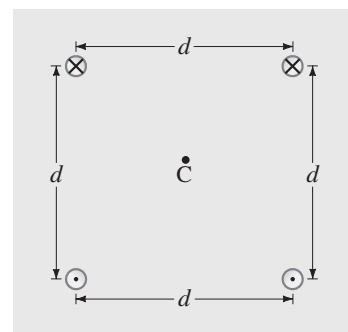


FIGURA 28-59
Problema 66.

67. Determine el campo magnético en el punto P debido a un alambre muy largo, con un doblez de forma cuadrada como se muestra en la figura 28-60. El punto P está a la mitad entre las dos esquinas. [Sugerencia: Puede usar los resultados de los problemas 40 y 41].

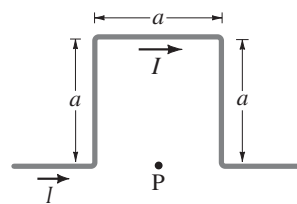


FIGURA 28-60
Problema 67.

68. Un solenoide de 12 cm de largo tiene un total de 420 vueltas de alambre y conduce una corriente de 2.0 A. Calcule el campo dentro del solenoide cerca del centro.

69. Un solenoide de 550 vueltas mide 15 cm de longitud. La corriente en él es de 33 A. Un alambre recto de 3.0 cm de longitud corta a través del centro del solenoide, a lo largo de un diámetro. Este alambre conduce hacia abajo una corriente de 22 A (y está conectado a otros alambres, los cuales no nos interesan). ¿Cuál es la fuerza sobre este alambre, suponiendo que el campo del solenoide apunta hacia el este?

70. Usted tiene 1.0 kg de cobre y quiere elaborar un solenoide práctico que produzca el mayor campo magnético posible para un voltaje dado. ¿Debe hacer su alambre de cobre largo y delgado, corto y ancho, o con alguna otra característica? Considere otras variables, como diámetro y longitud del solenoide.

71. Un pequeño solenoide (radio r_a) está dentro de un solenoide más grande (radio $r_b > r_a$). Son coaxiales con n_a y n_b vueltas por unidad de longitud, respectivamente. Los solenoides conducen la misma corriente, pero en sentidos opuestos. Sea r la distancia radial desde el eje común de los solenoides. Si el campo magnético dentro del solenoide interior ($r < r_a$) debe estar en la dirección opuesta al campo entre los solenoides ($r_a < r < r_b$), pero con la mitad de la magnitud, determine la proporción requerida n_b/n_a .
72. Determine B en el centro del semicírculo de 4.0 cm de radio en la figura 28-61. Los alambres rectos se extienden una gran distancia hacia fuera a la izquierda y conducen una corriente $I = 6.0$ A.

FIGURA 28-61
Problema 72.



73. El diseño de una trampa atómica magneto-óptica requiere un campo magnético B que sea directamente proporcional a la posición x a lo largo de un eje. Tal campo perturba la absorción de luz láser por parte de los átomos en la forma necesaria para confinar espacialmente átomos en la trampa. Demostremos que bobinas “anti-Helmholtz” proporcionarán el campo necesario $B = Cx$, donde C es una constante. Las bobinas anti-Helmholtz son dos bobinas de alambre circular idénticas, cada una con radio R y N vueltas, que conducen corriente I en direcciones opuestas (figura 28-62). Las bobinas comparten un eje común [definido como el eje x , con $x = 0$ en el punto medio (0) entre las bobinas]. Suponga que los centros de las bobinas están separados por una distancia igual al radio R de las bobinas. a) Demuestre que el campo magnético en la posición x a lo largo del eje x está dada por

$$B(x) = \frac{4\mu_0 NI}{R} \left\{ \left[4 + \left(1 - \frac{2x}{R} \right)^2 \right]^{-\frac{3}{2}} - \left[4 + \left(1 + \frac{2x}{R} \right)^2 \right]^{-\frac{3}{2}} \right\}.$$

b) Para pequeñas excursiones desde el origen, donde $|x| \ll R$, demuestre que el campo magnético está dado por $B \approx Cx$, donde la constante $C = 48\mu_0 NI/25\sqrt{5} R^2$. c) Para una óptima captura de átomos, dB/dx debe ser aproximadamente 0.15 T/m. Suponga que una trampa de átomos usa bobinas anti-Helmholtz con $R = 4.0$ cm y $N = 150$. ¿Qué corriente debe fluir a través de las bobinas? [La separación de bobina igual al radio de bobina, como se supone en este problema, no es un requisito estricto para las bobinas anti-Helmholtz].

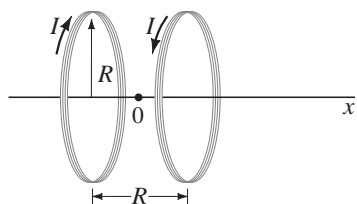


FIGURA 28-62
Problema 75.

74. Usted quiere tener una idea de la magnitud de los campos magnéticos producidos por las líneas eléctricas aéreas. Usted estima que un alambre de transmisión está aproximadamente a 12 m sobre el suelo. La compañía eléctrica local le dice que la línea opera a 15 kV y suministra un máximo de 45 MW al área local. Estime el campo magnético máximo que puede experimentar al caminar bajo tal línea eléctrica, y compare con el campo de la Tierra. [Para una corriente ca, los valores son rms, y el campo magnético será variable].

* Problemas numéricos/por computadora

- * 75. (II) Una espira de corriente circular, de 15 cm de radio y 250 vueltas, conduce una corriente de 2.0 A. Su centro está en el origen y su eje yace a lo largo del eje x . Calcule el campo magnético B en un punto x sobre el eje x para $x = -40$ cm a $+40$ cm en incrementos de 2 cm y elabore una gráfica de B como función de x .
- * 76. (III) Un conjunto de bobinas de Helmholtz (véase el problema 61, figura 28-58) tiene un radio $R = 10.0$ cm; las bobinas están separadas una distancia $R = 10.0$ cm. Cada bobina tiene 250 vueltas que conducen una corriente $I = 2.0$ A. a) Determine el campo magnético total B a lo largo del eje x (la línea central para las dos bobinas) en incrementos de 0.2 cm desde el centro de una bobina ($x = 0$) al centro de la otra ($x = R$). b) Grafique B como función de x . c) ¿En qué porcentaje varía B de $x = 5.0$ cm a $x = 6.0$ cm?

Respuesta a los ejercicios

- A: 2×10^{-6} G; no a esta distancia, y luego sólo brevemente.
B: 0.8×10^{-5} T, arriba.

- C: b).
D: b), c).