CEFET-MG TIMÓTEO

GAAV – PROF.

6ª Lista de exercícios – ERE

1) Resolva, usando propriedades, os determinantes abaixo:

a) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 7 & -3 \\ 0 & 1 & -4 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{vmatrix} =$ b) $\begin{vmatrix} 3 & 1 & 9 \\ -1 & 2 & -3 \\ 1 & 5 & 3 \end{vmatrix} =$ c) $\begin{vmatrix} -2 & 1 & 3 \\ 1 & -7 & 4 \\ -2 & 1 & 3 \end{vmatrix} =$

2) Encontre o determinante dado sabendo que $\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = -6$.

a) $\begin{vmatrix} d & e & f \\ g & h & i \\ a & b & c \end{vmatrix} =$

b) $\begin{vmatrix} a+g & b+h & c+i \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} =$

c) $\begin{vmatrix} 3a & 3b & 3c \\ -d & -e & -f \\ 4g & 4h & 4i \end{vmatrix} =$

3) Sejam A e B matrizes 4 × 4 tais que $\det(A) = -2$ e $\det(B) = 5$. Calcule

(a) $\det(2A)$ (b) $\det(-A)$

(c) $\det\left(A^t B\right)$ (d) $\det\left(A^{-1} B^2\right)$

4) A matriz B foi obtida a partir da matriz A (4 × 4) através das seguintes operações elementares:
- Multiplicação da linha L_1 por 2. (fico multiplicado por 2)
- Troca da linha L_2 pela linha L_3. (trocou o sinal)
- Substituição da linha L_4 por $L_4 + 2L_1$ (não altera o valor)

(a) Sabendo que detA = 1, calcule detB.

(b) Se C = $\begin{pmatrix} 3 & 10 & 13 & \pi \\ 0 & -1 & 0{,}1 & -5 \\ 0 & 0 & \sqrt{2} & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$, calcule $\det(B.C^{-1}.B^{T})$.

5) Sejam A e B matrizes n × n invertíveis. Considere as matrizes $C = AB^{t}A^{-1}$ e $D = A\,(AB^{-1})^{-1}$. Sabendo que $B^{-1} = B^{t}$, mostre que $C^{-1} = D$.

6) Sejam A e B matrizes 3 × 3 invertíveis tais que det A = $\frac{1}{2}$ e $A^{3}B^{-1}A^{-1}(2B)B^{t} = I_3$ onde I_3 denota a matriz identidade 3 × 3. Calcule o determinante da matriz B. Justifique os passos de sua resolução.

7) Uma matriz é chamada de ortogonal se a sua inversa é igual a sua transposta. Mostre que se A é uma matriz ortogonal, então $\det(A) = \pm 1$.

8) Considere o sistema de equações $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = 4 \\ x_1 + x_2 + ax_3 = b \end{cases}$

Determine os valores de **a** e **b** para os quais o sistema possui nenhuma solução, apenas uma solução, um número infinito de soluções, respectivamente.

9) Considere o sistema linear $\begin{cases} 2x - 5y + 2z = 0 \\ x + y + z = 0 \\ 2x + kz = 0 \end{cases}$.

(a) Para que valor(es) de **k** o sistema tem uma infinidade de soluções?
(b) Para que valor(es) de **k** o sistema possui solução única?

10) Determine condições sobre a e b para que o sistema linear $\begin{cases} ax \quad + 2z = 2 \\ 5x + 2y \quad = 1 \\ x - 2y + bz = 3 \end{cases}$ possua uma única solução; infinitas soluções; e nenhuma solução.