



CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE MINAS GERAIS
CAMPUS VII - UNIDADE TIMÓTEO

1ª Avaliação ERE – Geometria Analítica e Álgebra Vetorial - GAAV

Assunto: Matriz, Sistemas Lineares e Determinantes

Valor: 27,0 pontos

Professor:

Aluno(a):

- A avaliação deve ser enviada para o e-mail: até as 24:00h do dia 04/07/21
(domingo).
 - Leia com atenção antes de responder.
 - Dê respostas completas às questões e redija-as.
 - **LEMBRE-SE DE QUE VOCÊ SERÁ AVALIADO PELO QUE ESCREVEU E NÃO PELO QUE “PENSOU” EM ESCREVER; ATENTE À FORMULAÇÃO DE SUAS RESPOSTAS.**
-

1º Questão (5,0 pontos)

Considere o sistema linear $\begin{cases} x + 3y + z = 3 \\ x - ay = 2 \\ 2x + 3y - z = b \end{cases}$, com **a** e **b** $\in \mathbb{R}$

- a) Para qual(is) valor(es) de **a** e **b** o sistema possui solução única?
- b) Para qual(is) valor(es) de **a** e **b** o sistema possui infinitas soluções?
- c) Para qual(is) valor(es) de **a** e **b** o sistema não possui solução?

2º Questão (5,0 pontos)

I) Se a matriz A é igual $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$, então calcule a matriz $(A^t)^2$.

II) Calcule o determinante da matriz $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 2 & 5 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & -3 & -1 \end{bmatrix}$.

3º Questão (4,0 pontos)

Seja $A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ r & s & t \\ x & y & z \end{bmatrix}$ uma matriz 3 x 3 tal que $\det A = -3$. Calcule:

a) $\begin{vmatrix} a & r & x \\ b & s & y \\ c & t & z \end{vmatrix} =$

b) $\begin{vmatrix} -x & -y & -z \\ a+r & b+s & c+t \\ 5a & 5b & 5c \end{vmatrix} =$

4º Questão (3,0 pontos)

Considere as matrizes invertíveis A e B cujas inversas são: $A^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 2 \end{bmatrix}$ e $B^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 5 & 3 \end{bmatrix}$.

Encontre a matriz C tal que $2CA = A^{-1} \cdot (A^{-1}B)^{-1}$

5º Questão (5,0 pontos)

Usando aço reciclado, uma fábrica produz peças de aço que devem conter 4 quilos de cromo, 8 quilos de tungstênio e 7 quilos de carbono por tonelada de aço produzido. O fabricante tem três fontes de aço reciclado:

- ✓ Fonte 1: Cada tonelada contém 2 quilos de cromo, 8 quilos de tungstênio e 6 quilos de carbono.
- ✓ Fonte 2: Cada tonelada contém 3 quilos de cromo, 9 quilos de tungstênio e 6 quilos de carbono.
- ✓ Fonte 3: Cada tonelada contém 12 quilos de cromo, 6 quilos de tungstênio e 12 quilos de carbono.

Sejam x, y e z a percentagem de aço reciclado utilizado das fontes 1, 2 e 3, respectivamente, para cada tonelada de aço produzido. Encontre e resolva o sistema linear em x, y e z cuja solução diz qual a percentagem que deve ser utilizada de cada fonte para atender às exigências do produto final.

6º Questão (5,0 pontos)

Considere o sistema linear $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 5 \\ 2x_1 + 5x_2 + 3x_3 = 3 \\ x_1 + 8x_3 = 17 \end{cases}$. Este sistema pode ser escrito em formato matricial como $AX = B$, onde

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 3 \\ 1 & 0 & 8 \end{bmatrix}, X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \text{ e } B = \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \\ 17 \end{bmatrix}.$$

a) Calcule a matriz inversa da matriz A.

b) Resolva o sistema linear $AX = B$.