



**CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE MINAS GERAIS**  
CAMPUS VII - UNIDADE TIMÓTEO

Exame Especial ERE – Geometria Analítica e Álgebra Vetorial - GAAV

Assunto: Conteúdo Anual

Valor: 100,0 pontos

Professor: Fabrício Almeida de Castro

Aluno(a): .....

- A avaliação deve ser enviada para o e-mail: [prof.fabriciocastro@gmail.com](mailto:prof.fabriciocastro@gmail.com) até as 12:00h do dia 17/09/21 (sexta feira).
  - Leia com atenção antes de responder.
  - Dê respostas completas às questões e redija-as.
  - **LEMBRE-SE DE QUE VOCÊ SERÁ AVALIADO PELO QUE ESCREVEU E NÃO PELO QUE "PENSOU" EM ESCREVER; ATENTE À FORMULAÇÃO DE SUAS RESPOSTAS.**
- 

**1º Questão**

Na matriz abaixo, responda os itens (a) e (b).

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 1 & 6 \\ 0 & 2 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

(a) Encontre todos os valores do escalar  $\lambda$  para os quais o sistema linear homogêneo  $(A - \lambda I_3) X = \vec{0}$  tem solução não trivial.

(b) Para cada um dos valores de  $\lambda$  encontrados no item (a), determine o conjunto solução do sistema linear homogêneo  $(A - \lambda I_3) X = \vec{0}$ .

**2º Questão**

Considere o seguinte sistema linear nas variáveis  $x$ ,  $y$  e  $z$ .

$$\begin{cases} x + 2y + z = 1 \\ x + 3y + z = 1 \\ 3x + 7y + (a^2 - 1)z = a + 1 \end{cases}$$

(a) Encontre todos os valores de  $a$  para os quais o sistema não tem solução, tem solução única e tem infinitas soluções.

(b) Para o caso em que o sistema possui infinitas soluções, encontre a solução geral do sistema.

**3º Questão**

Obtenha a equação do lugar geométrico dos pontos equidistantes do plano  $\pi : x = 2$  e do ponto  $P = (-2, 0, 0)$ . Que conjunto é este?

**4º Questão**

Uma matriz é chamada de ortogonal se a sua inversa é igual a sua transposta. Mostre que se  $A$  é uma matriz ortogonal, então  $\det(A) = \pm 1$ .

**5º Questão**

Encontre as equações da reta que intercepta as retas  $r_1$  e  $r_2$  e é perpendicular a ambas.

$$r_1: \begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2 + 3t, \text{ para } t \in \mathbb{R} \text{ e } r_2: x = \frac{y-4}{2} = \frac{z-3}{3} \\ z = 4t \end{cases}$$

**6º Questão**

Sejam dados os pontos  $A = (1, 2, 1)$ ,  $B = (2, 1, 0)$  e  $C = (0, 0, 1)$ .

- a) Determine a equação do plano  $\alpha$  que contém A, B e C.
- b) Determine a equação do plano  $\beta$ , perpendicular a  $\alpha$ , e que passa por A e por B.

**7º Questão**

Em relação a hipérbole de equação  $9(x+2)^2 - 16y^2 = 144$ , julgue as informações como verdadeiras ou falsas, justifique sua afirmação.

- I) o seu centro é  $(-2, 0)$
- II) os focos são  $(3, 0)$  e  $(-7, 0)$
- III) o ponto da hipérbole mais próximo de Oy é  $(2, 0)$

**8º Questão**

Considere a matriz  $A = \begin{pmatrix} -3 & 4 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ .

- a) Ache o polinômio característico da matriz A e determine seus autovalores.
- b) Determine os autovetores associados a cada um dos autovalores encontrados no item a).
- c) Ache, se possível, uma matriz invertível P e uma matriz diagonal D tais que  $A = PDP^{-1}$ .
- d) Encontre  $P^{-1}$  e verifique se  $A = PDP^{-1}$ .

**9º Questão**

Sejam  $V = 4i$ ,  $W = 2i + 5j$  e  $U = 3i + 3j + 4k$ . Determine o volume do paralelepípedo com vértice na origem e arestas determinadas por U, V e W.

**10º Questão**

Identifique a cônica cuja equação em coordenadas polares é dada por:  $r = \frac{4}{2 + \cos \theta}$ .