CEFET-MG TIMÓTEO

GAAV – PROF. FABRÍCIO ALMEIDA DE CASTRO

14ª Lista de exercícios – ERE

1) Ache o **vetor unitário da bissetriz** do ângulo entre os vetores V = 2i + 2j + k e W = 6i + 2j − 3k. (Sugestão: observe que a soma de dois vetores está na direção da bissetriz se, e somente se, os dois tiverem o mesmo comprimento. Portanto, tome múltiplos escalares de V e W de forma que eles tenham o mesmo comprimento e tome o vetor unitário na direção da soma deles.)

2) Seja O = (0, 0, 0). Qual o lugar geométrico dos pontos P = (x, y, z) tais que $||OP||^2 = 4$? Qual figura é representada pela equação $x^2 + y^2 = 4$?

3) Mostre que A = (3, 0, 2), B = (4, 3, 0) e C = (8, 1, −1) são vértices de um triângulo retângulo. Em qual dos vértices está o ângulo reto?

4)

(a) Mostre que os planos 2x − y + z = 0 e x + 2y − z = 1 se interceptam segundo uma reta r;

(b) Ache equações da reta que passa pelo ponto A = (1, 0, 1) e intercepta a reta r ortogonalmente.

5) Determine a interseção da reta que passa pela origem e tem vetor diretor V = i + 2j + k com o plano 2x + y + z = 5.

6) Verifique se as retas r : (x, y, z) = (9t, 1 + 6t, −2 + 3t) e s : (x, y, z) = (1 + 2t, 3 + t, 1) se interceptam e em caso afirmativo determine a interseção. (Sugestão: a questão é se as trajetórias se cortam e não se as partículas se chocam, ou seja, elas não precisam estar num ponto no mesmo instante.)

7) Sejam P = (4, 1, −1) e r : (x, y, z) = (2 + t, 4 − t, 1 + 2t).

(a) Mostre que $P \notin r$;

(b) Obtenha uma equação geral do plano $\pi$ determinado por r e P.

8) Dados os planos $\pi_1 : x - y + z + 1 = 0$ e $\pi_2 : x + y - z - 1 = 0$, determine o plano que contém $\pi_1 \cap \pi_2$ e é ortogonal ao vetor (−1, 1, −1).

9) Sejam $r_1 : (x, y, z) = (1, 0, 2) + (2t, t, 3t)$ e $r_2 : (x, y, z) = (0, 1, -1) + (t, mt, 2mt)$ duas retas.

(a) Determine m para que as retas sejam coplanares (não sejam reversas).

(b) Para o valor de m encontrado, determine a posição relativa entre $r_1$ e $r_2$.

(c) Determine a equação do plano determinado por $r_1$ e $r_2$.

10) Transformar a equação em coordenadas retangulares em uma equação em coordenadas polares:

(a) $x^2 + y^2 = 4$

(b) $x^2 + y^2 - 2y = 0$

(c) $x^2 - 4y - 4 = 0$

11) Transformar a equação em coordenadas polares em uma equação em coordenadas retangulares:

(a) $r = \frac{2}{1 - 3\cos\theta}$

(b) $r = 4 \operatorname{sen} \theta$

12) Identificar a cônica cuja equação em coordenadas polares é dada. Determine a excentricidade, a equação da diretriz, a distância da diretriz ao foco e as coordenadas polares de dois vértices:

(a) $r = \frac{5}{2 - 2\cos\theta}$

(b) $r = \frac{6}{3 + \operatorname{sen}\theta}$

13) Determine o raio e e as coordenadas polares do centro da circunferência cuja equação em coordenadas polares é dada:

(a) $r = -3 \operatorname{sen} \theta$

(b) $r = -\frac{4}{3} \operatorname{sen} \theta$