

6ª Lista de exercícios – ERE

1) Resolva, usando propriedades, os determinantes abaixo:

$$a) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 7 & -3 \\ 0 & 1 & -4 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{vmatrix} =$$

$$b) \begin{vmatrix} 3 & 1 & 9 \\ -1 & 2 & -3 \\ 1 & 5 & 3 \end{vmatrix} =$$

$$c) \begin{vmatrix} -2 & 1 & 3 \\ 1 & -7 & 4 \\ -2 & 1 & 3 \end{vmatrix} =$$

2) Encontre o determinante dado sabendo que $\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = -6$.

$$a) \begin{vmatrix} d & e & f \\ g & h & i \\ a & b & c \end{vmatrix} =$$

$$b) \begin{vmatrix} a+g & b+h & c+i \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} =$$

$$c) \begin{vmatrix} 3a & 3b & 3c \\ -d & -e & -f \\ 4g & 4h & 4i \end{vmatrix} =$$

3) Sejam A e B matrizes 4×4 tais que $\det(A) = -2$ e $\det(B) = 5$. Calcule

(a) $\det(2A)$

(b) $\det(-A)$

(c) $\det(A^t B)$

(d) $\det(A^{-1} B^2)$

4) A matriz B foi obtida a partir da matriz A (4×4) através das seguintes operações elementares:

- Multiplicação da linha L_1 por 2. (fico multiplicado por 2)
- Troca da linha L_2 pela linha L_3 . (trocou o sinal)
- Substituição da linha L_4 por $L_4 + 2L_1$ (não altera o valor)

(a) Sabendo que $\det A = 1$, calcule $\det B$.



GEOMETRIA ANALÍTICA E ÁLGEBRA LINEAR - GAAV

(b) Se $C = \begin{pmatrix} 3 & 10 & 13 & \pi \\ 0 & -1 & 0,1 & -5 \\ 0 & 0 & \sqrt{2} & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$, calcule $\det(B.C^{-1}.B^T)$.

5) Sejam A e B matrizes $n \times n$ invertíveis. Considere as matrizes $C = AB^tA^{-1}$ e $D = A(AB^{-1})^{-1}$. Sabendo que $B^{-1} = B^t$, mostre que $C^{-1} = D$.

6) Sejam A e B matrizes 3×3 invertíveis tais que $\det A = \frac{1}{2}$ e $A^3B^{-1}A^{-1}(2B)B^t = I_3$ onde I_3 denota a matriz identidade 3×3 . Calcule o determinante da matriz B . Justifique os passos de sua resolução.

7) Uma matriz é chamada de ortogonal se a sua inversa é igual a sua transposta. Mostre que se A é uma matriz ortogonal, então $\det(A) = \pm 1$.

8) Considere o sistema de equações
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = 4 \\ x_1 + x_2 + ax_3 = b \end{cases}$$

Determine os valores de a e b para os quais o sistema possui nenhuma solução, apenas uma solução, um número infinito de soluções, respectivamente.

9) Considere o sistema linear
$$\begin{cases} 2x - 5y + 2z = 0 \\ x + y + z = 0 \\ 2x + kz = 0 \end{cases}.$$

(a) Para que valor(es) de k o sistema tem uma infinidade de soluções?

(b) Para que valor(es) de k o sistema possui solução única?

10) Determine condições sobre a e b para que o sistema linear
$$\begin{cases} ax + 2z = 2 \\ 5x + 2y = 1 \\ x - 2y + bz = 3 \end{cases}$$
 possua uma única solução;

infinitas soluções; e nenhuma solução.

