Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais

ENGENHARIA DA COMPUTAÇÃO

Aula 04

Operações Aritméticas

Operações Aritméticas:

1ª Operação - Adição

De modo geral, a **operação de adição** pode ser entendida como sendo um **deslocamento à direita** na série acima, cada deslocamento correspondente a adição de uma unidade.

A adição é a operação aritmética mais importante nos sistemas digitais. Como veremos, as operações de subtração, multiplicação e divisão, do modo como são realizadas na maioria dos computadores modernos e calculadoras, usam apenas a adição em suas operações básicas.

Sistema Binário:

Adição Binária

A adição de dois números binários é realizada, exatamente, da mesma forma que a adição de **números decimais**.

Exemplo soma decimal:

1

LSD

$$
\begin{array}{rccc}
 & 3 & 7 & 6 \\
+ & 4 & 6 & 1 \\
\hline
 & 8 & \boxed{1}3 & 7
\end{array}
$$

carry ou **vai-um**

Sistema Binário:

Adição Binária

Os mesmos passos são seguidos em uma adição binária. Entretanto, temos um número menor de casos que podem ocorrer na soma de dois dígitos binários (bits) em qualquer posição.

Esses casos são:

0	+	0	=	0	
0	+	1	=	1	
1	+	0	=	1	
1	+	1	=	0	+ carry 1 para próxima posição

Sistema Binário:

SOMA DE DOIS NÚMEROS BINÁRIOS

Álgebra Booleana (OR)

0 + 0 = 0

0 + 1 = 1

1 + 0 = 1

1 + 1 = 1

Aritmética (+)

"Carry"

0 + 0 = 0

0 + 1 = 1 + 0 = 1

1 + 1 = 0 e "vai um" = (10)

1 + 1 + 1 = 1 e "vai um" = (11)

Sistema Binário:

SOMA DE DOIS NÚMEROS BINÁRIOS

Álgebra Booleana (OR)	Aritmética (+)
0 + 0 = 0	0 + 0 = 0
0 + 1 = 1	0 + 1 = 1 + 0 = 1
1 + 0 = 1	1 + 1 = 0 e "vai um" = (10)
1 + 1 = 1	1 + 1 + 1 = 1 e "vai um" = (11)

"Carry"

SOMA LÓGICA (operador OR) ≠ SOMA ARITMÉTICA !

Sistema Binário:

Adição Binária

Não é necessário considerar a adição de mais de dois números binários de uma vez porque em todos os sistemas digitais o circuito que realiza a adição pode efetuar uma operação apenas com dois números de cada vez.

$$\begin{array}{rr} & 011 \quad (3) \\ + & 110 \quad (6) \\ \hline & 1001 \quad (9) \end{array} \qquad \begin{array}{rr} & 1001 \quad (9) \\ + & 1111 \quad (15) \\ \hline & 11000 \quad (24) \end{array} \qquad \begin{array}{rr} & 11{,}011 \quad (3{,}375) \\ + & 10{,}110 \quad (2{,}750) \\ \hline & 110{,}001 \quad (6{,}125) \end{array}$$

Quando mais de dois números devem ser somados, os dois primeiros são somados e o resultado é somado com o terceiro número, e assim por diante.

Sistema Binário:

Adição Binária

Exercícios 1 - Calcule:

$a)\ 111_2 + 11_2$

$b)\ 1111_2 + 1001_2$

$c)\ 100_2 + 10101_2$

$d)\ 10011101_2 + 11101_2 + 11_2$

Sistema Hexadecimal:

Adição Hexadecimal

Procedimento geral:

1) Lembre que o maior dígito em hexadecimal é F em vez de 9;

2) Some os dois dígitos hexadecimal em decimal, inserindo mentalmente o equivalente decimal para os dígitos maiores que 9;

3) Se a soma for menor ou igual a 15, coloque o dígito hexadecimal.

4) Se a soma for maior ou igual a 16, subtraia 16 e transporte um *carry* 1 para a posição do próximo dígito.

Sistema Hexadecimal:

Adição Hexadecimal

Resumindo: No sistema hexadecimal, o mecanismo é exatamente o mesmo, só que **o transporte (*carry*)** ocorre quando o algarismo "F_{16}" é ultrapassado, já que esse sistema é formado por 16 símbolos.

$$\begin{array}{r} 5 \\ +\ \underline{8} \\ D \end{array}$$

$$D_{16} = 13_{10}$$

Sistema Hexadecimal:

Adição Hexadecimal

Resumindo: No sistema hexadecimal, o mecanismo é exatamente o mesmo, só que **o transporte (*carry*)** ocorre quando o algarismo "F_{16}" é ultrapassado, já que esse sistema é formado por 16 símbolos.

$$\begin{array}{r} 5 \\ +\ 8 \\ \hline D \end{array}$$

$$D_{16} = 13_{10}$$

$$\begin{array}{rcccc} & 1 & 1 & 0 & \\ & & 4 & B & 7 \\ + & & D & 8 & 3 \\ \hline & 1 & 2 & 3 & A \end{array}$$

$$123A_{16} = 4666_{10}$$

Sistema Hexadecimal:

Adição Hexadecimal

Exercícios 2 - Calcule:

$a)\ 3A_{16} + FF_{16}$

$b)\ 8CD_{16} + 19_{16}$

$c)\ 100_{16} + EFF_{16}$

$d)\ 1930_{16} + 9856_{16}$

Sistema Hexadecimal:

Adição Hexadecimal

Exercícios 2 - Calcule:

$$a)\ 3A_{16} + FF_{16} = 139_{16}$$

$$b)\ 8CD_{16} + 19_{16} = 8E6_{16}$$

$$c)\ 100_{16} + EFF_{16} = FFF_{16}$$

$$d)\ 1930_{16} + 9856_{16} = B186_{16}$$

Sistema BCD:

Adição BCD-8421

Soma menor ou igual a 9

	0101	(5)	0100 0101	(45)
+	0100	(4)	+ 0011 0011	(33)
	1001	(9)	0111 1000	(78)

Nestes exemplos, nenhuma das somas dos pares de dígitos excedeu a 9; portanto, **nenhum *carry* foi produzido**.

Sistema BCD:

Adição BCD-8421

Soma maior do que 9

```
  0110   (6)  ←——— BCD para 6
+ 0111   (7)  ←——— BCD para 7
---------
  1101  (13)  ←——— código BCD inválido
```

Sistema BCD:

Adição BCD-8421

Soma maior do que 9

	0110	(6)	← BCD para 6
+	0111	(7)	← BCD para 7
	1101	(13)	← código BCD inválido

O resultado 1101 não existe no código BCD, pois esse é um dos seis códigos de quatro bits proibidos ou inválidos.

Sempre que isso ocorrer, o resultado deverá ser corrigido **adicionando-se seis (0110)** para pular os códigos inválidos.

Sistema BCD:

Adição BCD-8421

Exercícios 3 - Calcule:

$a)\ 0100_{BCD} + 0101_{BCD}$

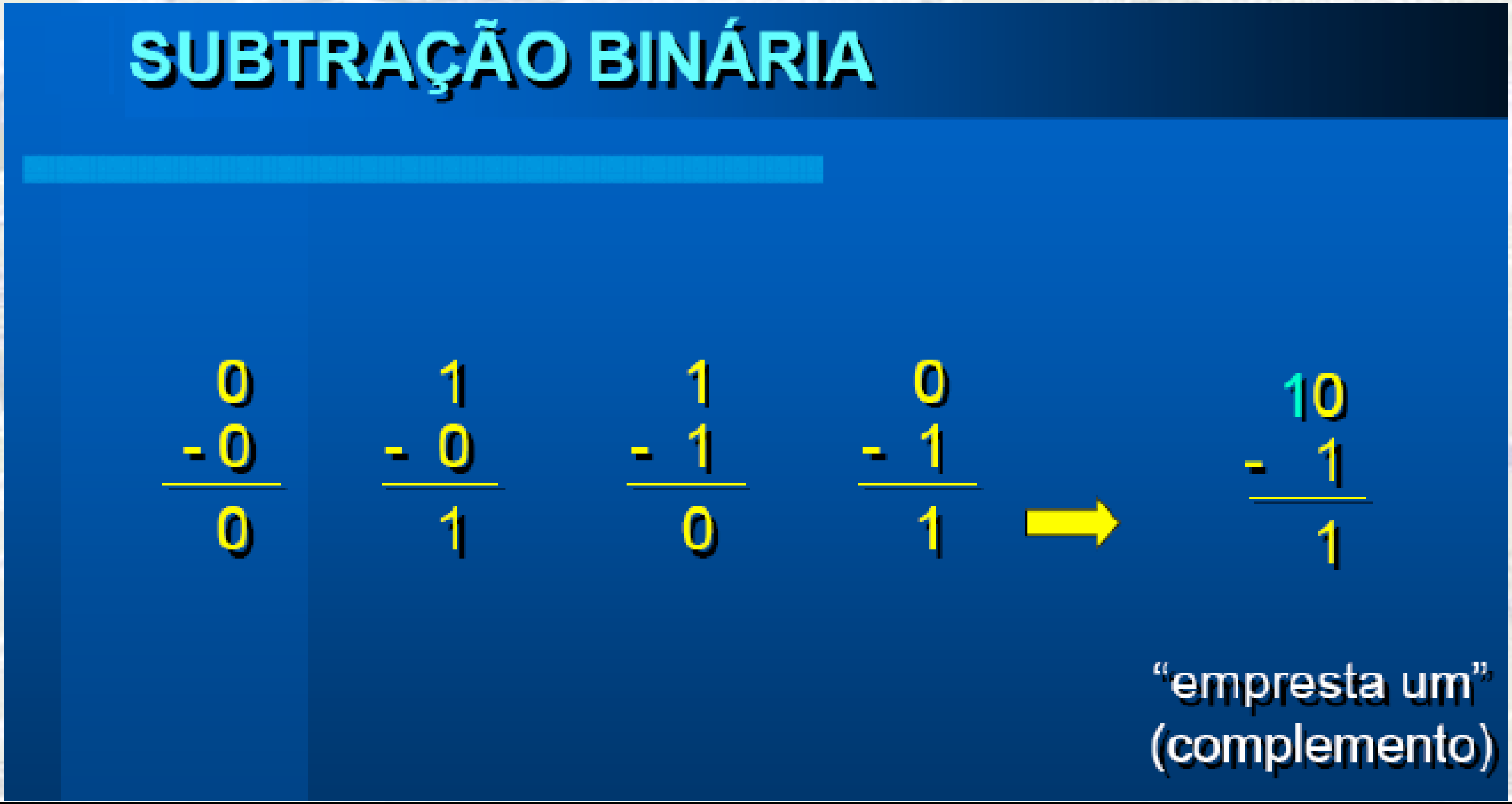
$b)\ 0111_{BCD} + 0011_{BCD}$

$c)\ 10001001_{BCD} + 01110111_{BCD}$

$d)\ 000100100011_{BCD} + 100110000111_{BCD}$

Sistema Binário:

Subtração Binária: **método de resolução é análogo ao sistema decimal.**



Sistema Binário:

Subtração Binária

Exemplos:

$$\begin{array}{r} 1\;\;1\;\;1 \\ -\;\;1\;\;0\;\;0 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1\;\;0\;\;0\;\;0 \\ -\;\;1\;\;1\;\;1 \\ \hline \end{array}$$

Sistema Binário:

Subtração Binária

Exemplos:

$$
\begin{array}{cccc}
 & 1 & 1 & 1 \\
- & 1 & 0 & 0 \\
\hline
 & 0 & 1 & 1
\end{array}
$$

$$111_2 - 100_2 = 11_2$$

$$
\begin{array}{cccc}
1 & 0 & 0 & 0 \\
{\color{red}1} & {\color{red}1} & {\color{red}1} & \\
- & 1 & 1 & 1 \\
\hline
0 & 0 & 0 & 1
\end{array}
$$

$$1000_2 - 111_2 = 1_2$$

Sistema Binário:

Subtração Binária

Exercícios 4 - Calcule:

$a)\ 10100_2 - 1000_2$

$b)\ 10010_2 - 10001_2$

$c)\ 11000_2 - 111_2$

$d)\ 101010_2 - 10101_2$

Sistema Binário:

Multiplicação Binária

Procede-se como em uma multiplicação normal no sistema decimal.

Exercícios 5 - Calcule:

$a)\ 1100_2 \times 11_2$

$b)\ 11010_2 \times 101_2$

$c)\ 100101_2 \times 1001_2$

$d)\ 1111_2 \times 1111_2$

Sistema Binário:

Divisão Binária

Procede-se como em uma divisão (divisão longa) no sistema decimal.

Exemplos:

$$
\begin{array}{r|l}
1001 & 11 \\
\cline{2-2}
-011 & 11 \\
\cline{1-1}
11 & \\
0 &
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{r|l}
1010 & 100 \\
\cline{2-2}
-100 & 10,1 \\
\cline{1-1}
100 & \\
00 &
\end{array}
$$

Sistema Binário:

Divisão Binária

Exercícios 6 - Calcule:

$a)\ 1100{,}1_2 \div 10_2$

$b)\ 11{,}01_2 \div 1000_2$

$c)\ 10000_2 \div 10000_2$

$d)\ 1111_2 \div 11_2$