

Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais
ENGENHARIA DA COMPUTAÇÃO

Aula 02

Sistemas de Numeração

Sistemas de Numeração Digital

Muitos sistemas de numeração são utilizados no desenvolvimento da **tecnologia digital**. Os mais comuns são:

- Binário (Base 2) $\Rightarrow N_2$
- Octal (Base 8) $\Rightarrow N_8$
- Decimal (Base 10) $\Rightarrow N_{10}$
- Hexadecimal (Base 16) $\Rightarrow N_{16}$

Sistema Decimal

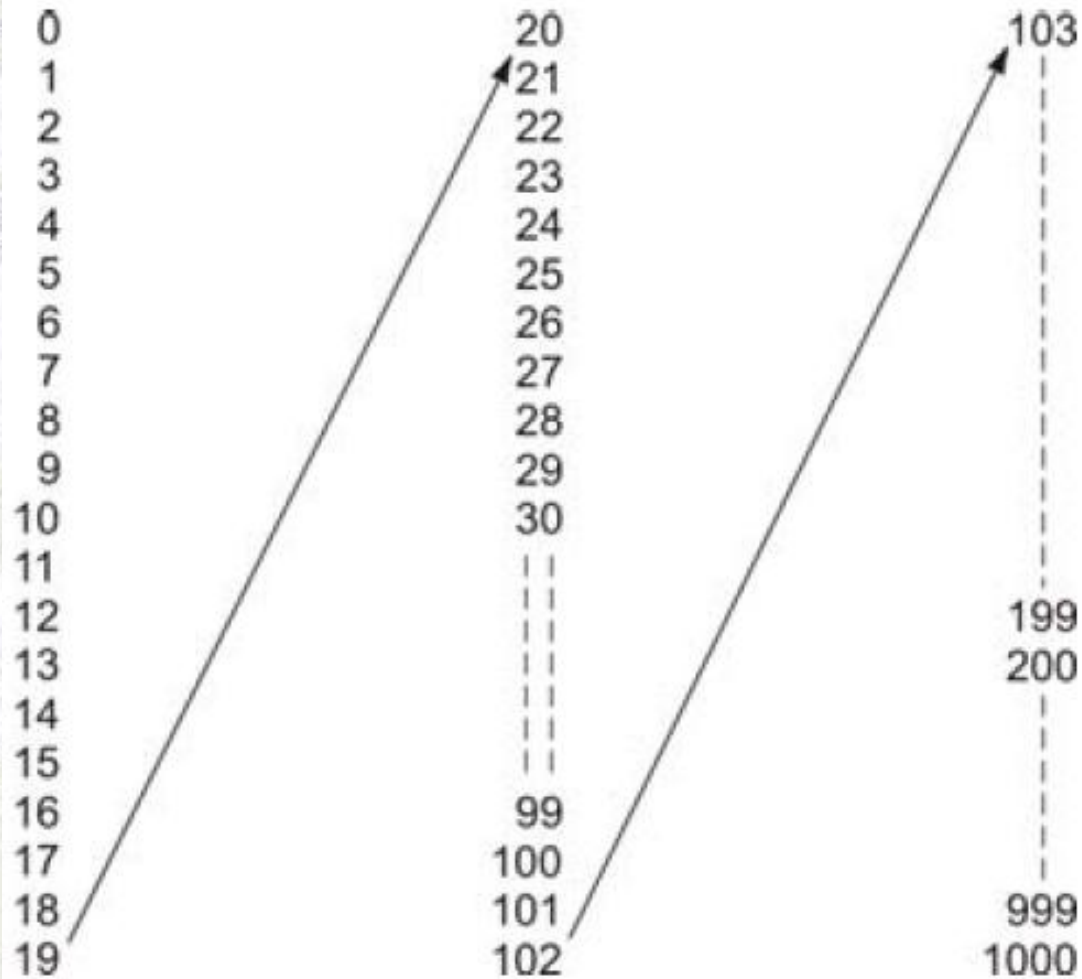
Composto por 10 símbolos, sendo:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9

Observações:

- Cada símbolo representa uma quantidade;
- Os dez símbolos não nos limita a expressar apenas 10 quantidades diferentes.

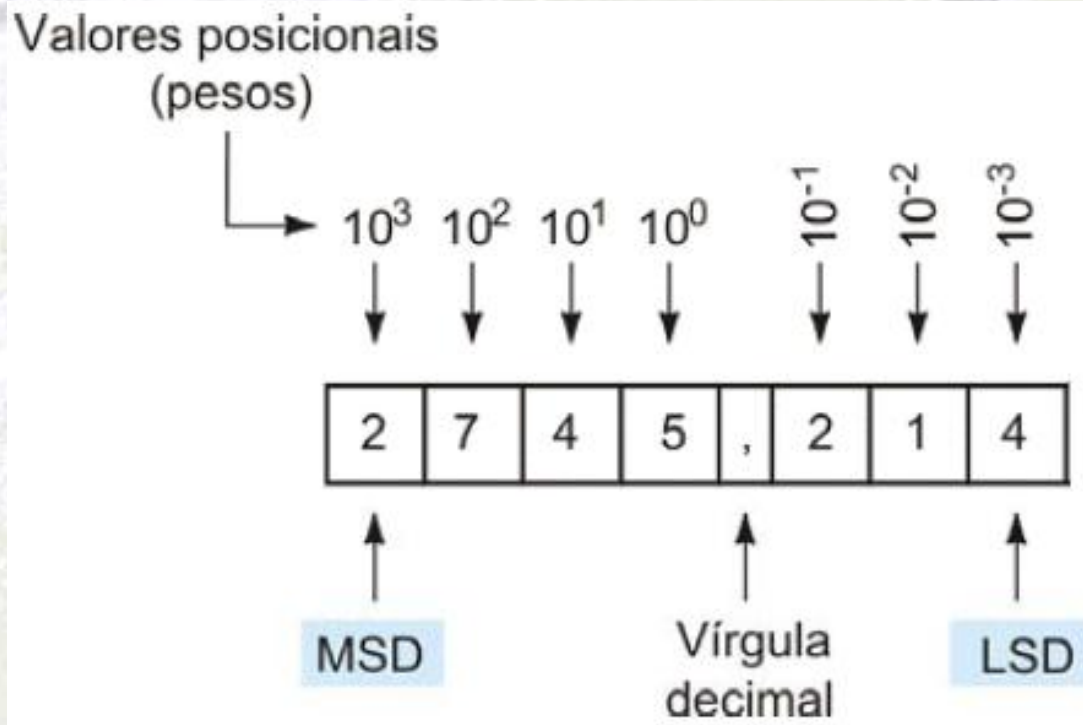
Contagem Decimal



Sistema Decimal

Exemplo - 1

O número 2745,214 pode ser decomposto em:



MSD – Most Significant Digit

LSD – Least Significant Digit

Sistema Decimal

Infelizmente, o sistema de numeração decimal não é conveniente para ser implementado em sistemas digitais.

Por exemplo, é muito difícil projetar um equipamento eletrônico para que ele opere com dez níveis diferentes de tensão (cada um representando um dígito decimal, 0 a 9). Por outro lado, é muito fácil projetar um circuito eletrônico simples e preciso que opere com apenas dois níveis de tensão.

Sistema Binário

Composto por 2 dígitos, sendo:

0 e 1

Observações:

- Mesmo assim é possível representar qualquer valor do sistema decimal com apenas 2 dígitos;
- Entretanto, este sistema utiliza um número maior de dígitos binários para representar uma dada quantidade.

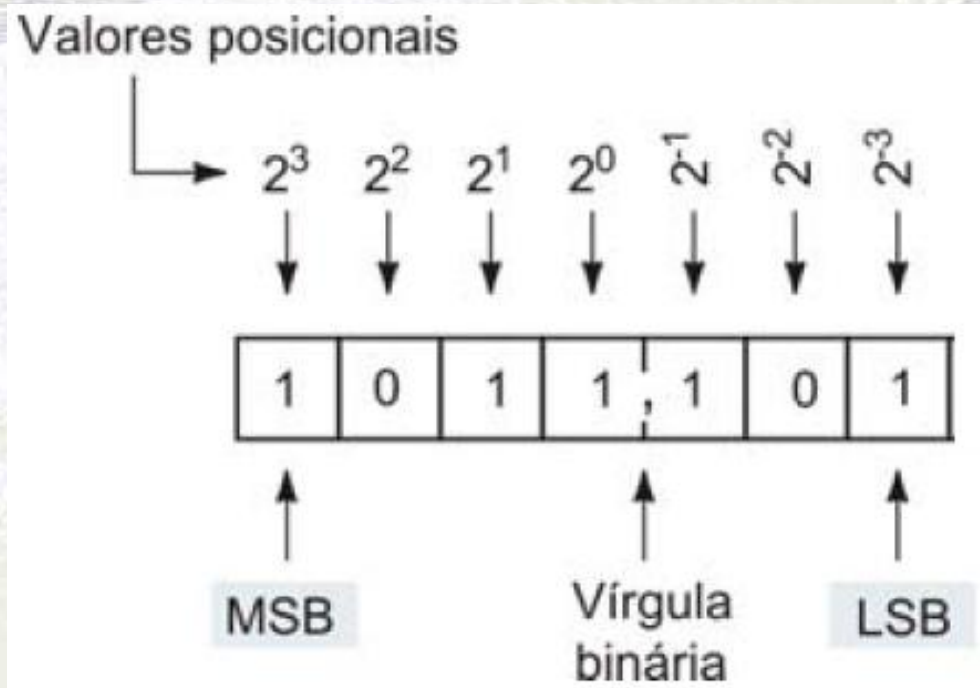
Contagem no Sistema Binário

Pesos →	$2^3 = 8$	$2^2 = 4$	$2^1 = 2$	$2^0 = 1$		Número decimal equivalente
	0	0	0	0	→	0
	0	0	0	1	→	1
	0	0	1	0		2
	0	0	1	1		3
	0	1	0	0		4
	0	1	0	1		5
	0	1	1	0		6
	0	1	1	1		7
	1	0	0	0		8
	1	0	0	1		9
	1	0	1	0		10
	1	0	1	1		11
	1	1	0	0		12
	1	1	0	1		13
	1	1	1	0	→	14
	1	1	1	1	→	15
				↑		
				LSB		

Sistema Binário

Exemplo - 2

O número $1011,101_2$ pode ser decomposto em:



MSD – Most Significant Digit

LSD – Least Significant Digit

Conversão de Binário p/ Decimal

Realizado através da multiplicação pelos pesos na **base 2**.

Exemplo - 3

Converter o número 11011_2 em decimal:

Conversão de Binário p/ Decimal

Realizado através da multiplicação pelos pesos na **base 2**.

Exemplo - 3

Converter o número 11011_2 em decimal:

$$\begin{aligned} 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 &= \\ 16 + 8 + 0 + 2 + 1 &= \\ 27_{10} \end{aligned}$$

Conversão de Binário p/ Decimal

Exercícios:

Converter os seguintes números binários em decimal:

a) 10110101_2

b) 100011011011_2

c) 001100_2

Representação no Sistema Binário

Exemplo - 4

Qual é o maior número que pode ser representado usando 8 bits?



Representação no Sistema Binário

Exemplo - 4

Qual é o maior número que pode ser representado usando 8 bits?

$$2^N - 1 =$$

$$2^8 - 1 =$$

$$256_{10} - 1_{10} =$$

$$255_{10} = 11111111_2$$

Conversão de Decimal p/ Binário

Existem duas formas de se converter um número decimal inteiro para a representação equivalente em binário:

1º Método é o inverso do processo descrito anteriormente.

Conversão de Decimal p/ Binário

Existem duas formas de se converter um número decimal inteiro para a representação equivalente em binário:

1º Método é o inverso do processo descrito anteriormente.

$$45_{10} =$$

Conversão de Decimal p/ Binário

Existem duas formas de se converter um número decimal inteiro para a representação equivalente em binário:

1º Método é o inverso do processo descrito anteriormente.

$$45_{10} =$$

$$\underline{1} \times 2^5 + \underline{0} \times 2^4 + \underline{1} \times 2^3 + \underline{1} \times 2^2 + \underline{0} \times 2^1 + \underline{1} \times 2^0 =$$

$$45_{10} = 101101_2$$

Observação: todas as posições têm que ser consideradas !

Conversão de Decimal p/ Binário

2º Método realiza divisões sucessivas por 2.

Exemplo - 5: Converter o número 25_{10} em binário:

Conversão de Decimal p/ Binário

2º Método realiza divisões sucessivas por 2.

Exemplo - 5: Converter o número 25_{10} em binário:

$$\begin{array}{r} 25 \quad | \quad 2 \\ 1 \quad 12 \quad | \quad 2 \\ \quad 0 \quad 6 \quad | \quad 2 \\ \quad \quad 0 \quad 3 \quad | \quad 2 \\ \quad \quad \quad 1 \quad 1 \quad | \quad 2 \\ \quad \quad \quad \quad 1 \quad 0 \quad | \quad 2 \end{array}$$

Conversão de Decimal p/ Binário

2º Método realiza divisões sucessivas por 2.

Exemplo - 5: Converter o número 25_{10} em binário:

$$\begin{array}{r} 25 \quad | \quad 2 \\ 1 \quad 12 \quad | \quad 2 \\ 0 \quad 6 \quad | \quad 2 \\ 0 \quad 3 \quad | \quad 2 \\ 1 \quad 1 \quad | \quad 2 \\ \text{MSB} \rightarrow \textcircled{1} \quad 0 \quad | \quad 2 \end{array}$$

$$25_{10} = 11001_2$$

Conversão de Binário p/ Decimal

Exercícios:

Converter os seguintes números decimais em binário:

a) 8_{10}

b) 15_{10}

c) 100_{10}

Sistema Octal

Composto por 8 dígitos, sendo:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 e 7

Neste sistema (base 8) os pesos são:

8^4	8^3	8^2	8^1	8^0	8^{-1}	8^{-2}	8^{-3}	8^{-4}	8^{-5}
-------	-------	-------	-------	-------	----------	----------	----------	----------	----------

,

vírgula octal

Contagem no Sistema Octal

Para contagem acima de 7, basta iniciar a combinação dos dígitos, considerando os valores posicionais:

..., 7, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 20, 21, 22, ...

Conversão de Octal p/ Decimal

Realizado através da multiplicação pelos pesos na **base 8**.

Exemplo - 6

Converter o número 2374_8 em decimal:

Conversão de Octal p/ Decimal

Realizado através da multiplicação pelos pesos na **base 8**.

Exemplo - 6

Converter o número 2374_8 em decimal:

$$\begin{aligned} 2374_8 &= N_{10} \\ &= 2 \times 8^3 + 3 \times 8^2 + 7 \times 8^1 + 4 \times 8^0 \\ &= 2 \times 512 + 3 \times 64 + 7 \times 8 + 4 \times 1 \\ &= 1024 + 192 + 56 + 4 \\ &= 1276_{10} \end{aligned}$$

Conversão de Octal p/ Decimal

Exercícios:

Converter os seguintes números em octal para decimal:

a) 13_8

b) 25_8

c) 140_8

Conversão de Decimal p/ Octal

Para converter números **decimais** em **octal**, basta realizar o processo de **divisão sucessiva por 8**, da mesma forma apresentada para a conversão Decimal para Binário.

Exercícios:

Converter os seguintes números em decimal para octal:

a) 163_{10}

b) 98_{10}

c) 359_{10}

Conversão de Octal p/ Binário

Para converter números em **octal** para **binário**, basta realizar a conversão de cada bit, separadamente, para seu equivalente em binário, considerando sempre **3 bits**.

Exemplo - 7

Converter o número 472_8 em binário:

Conversão de Octal p/ Binário

Para converter números em **octal** para **binário**, basta realizar a conversão de cada bit, separadamente, para seu equivalente em binário, considerando sempre **3 bits**.

Exemplo - 7

Converter o número 472_8 em binário:

4	7	2
↓	↓	↓
100	111	010

Conversão de Octal p/ Binário

Para converter números em **octal** para **binário**, basta realizar a conversão de cada bit, separadamente, para seu equivalente em binário, considerando sempre **3 bits**.

Exemplo - 7

Converter o número 472_8 em binário:

4	7	2
↓	↓	↓
100	111	010

Assim, número 472_8 é igual a:

100111010_2

Conversão de Octal p/ Binário

Exercícios:

Converter os seguintes números em octal para binário:

a) 123_8

b) 756_8

c) 5431_8

Conversão de Binário p/ Octal

Para converter números **binários** em **octal** basta agrupar os bits em grupos de 3, da esquerda para a direita. Posteriormente, faça a conversão de cada grupo de 3 bits ao seu equivalente octal.

Exemplo - 8

Converter o número 110100001_2 em octal:

Conversão de Binário p/ Octal

Para converter números **binários** em **octal** basta agrupar os bits em grupos de 3, da esquerda para a direita. Posteriormente, faça a conversão de cada grupo de 3 bits ao seu equivalente octal.

Exemplo - 8

Converter o número 110100001_2 em octal:

110	100	001
↓	↓	↓
6	4	1

Conversão de Binário p/ Octal

Para converter números **binários** em **octal** basta agrupar os bits em grupos de 3, da esquerda para a direita. Posteriormente, faça a conversão de cada grupo de 3 bits ao seu equivalente octal.

Exemplo - 8

Converter o número 110100001_2 em octal:

110	100	001
↓	↓	↓
6	4	1

Assim, número 110100001_2 é igual a:

641_8

Conversão de Binário p/ Octal

Exercícios:

Converter os seguintes números binários em octal:

a) 10111_2

b) 11010101_2

c) 1000110011_2

Vantagem do Sistema Octal

Importante:

Neste momento é importante destacar a principal vantagem do sistema octal, que é a facilidade em que as conversões entre binário e octal podem ser realizadas. Assim, quando lidamos com números binários muito grandes é mais conveniente trabalhar com o sistema octal.

Sistema Hexadecimal

Composto por 16 dígitos, sendo:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E e F

Neste sistema (base 16) os pesos são:

16^4	16^3	16^2	16^1	16^0	16^{-1}	16^{-2}	16^{-3}	16^{-4}	16^{-5}
--------	--------	--------	--------	--------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------

,

vírgula hexadecimal

Contagem Hexadecimal

Base 10	Base 2	Base 8	Base 16
0	0	0	0
1	1	1	1
2	10	2	2
3	11	3	3
4	100	4	4
5	101	5	5
6	110	6	6
7	111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F

Contagem Hexadecimal

Para contagem acima de **F**, basta iniciar a combinação dos dígitos, considerando os valores posicionais:

..., **E, F, 10, 11, ..., 29, 2A, 2B, 2C, 2D, 2E, 2F, 30, 31, 32, ...**

Conversão de Hexa p/ Decimal

Novamente, basta realizar a multiplicação do valores posicionais por cada peso da **base 16**.

Exemplo - 9

Converter o número $3F_{16}$ em decimal:

Conversão de Hexa p/ Decimal

Novamente, basta realizar a multiplicação do valores posicionais por cada peso da **base 16**.

Exemplo - 9

Converter o número $3F_{16}$ em decimal:

$$= 3 \times 16^1 + F \times 16^0$$

$$= 3 \times 16^1 + 15 \times 16^0$$

$$= 48 + 15$$

$$\therefore 3F_{16} = 63_{10}$$

Conversão de Decimal p/ Hexa

Divisões sucessivas por 16.

Exemplo - 10

Converter o número 1000_{10} em hexadecimal:

Conversão de Decimal p/ Hexa

Divisões sucessivas por 16.

Exemplo - 10

Converter o número 1000_{10} em hexadecimal:

$$\begin{array}{r} 1000 \overline{) 16} \\ 8 \overline{) 62} \overline{) 16} \\ 14 \overline{) 3} \overline{) 16} \\ 3 \overline{) 0} \overline{) 16} \end{array}$$

$$\therefore 1000_{10} = 3E8_{16}$$

Conversão de Hexadecimal

Exercícios:

1) Converter os números em hexadecimal para decimal:

a) $1C3_{16}$

b) 238_{16}

c) $2FC9_{16}$

2) Converter os números em decimal para hexadecimal:

a) 134_{10}

b) 385_{10}

c) 3882_{10}

Conversão de Hexa p/ Binário

Para converter números em **hexadecimal** para **binário**, basta realizar a conversão de cada bit, separadamente, para seu equivalente em binário de 4 bits.

Exemplo - 11

Converter o número $9F2_{16}$ em binário:

Conversão de Hexa p/ Binário

Para converter números em **hexadecimal** para **binário**, basta realizar a conversão de cada bit, separadamente, para seu equivalente em binário de 4 bits.

Exemplo - 11

Converter o número $9F2_{16}$ em binário:

$$\begin{array}{rcll} 9F2_{16} & = & 9 & F & 2 \\ & & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ & = & 1001 & 1111 & 0010 \\ & = & 100111110010_2 \end{array}$$

Conversão de Binário p/ Hexa

Para converter números **binários** em **hexadecimal**, basta agrupar todos os bits em grupos de 4 bits, da esquerda para a direita. Posteriormente, faça a conversão de cada grupo de 4 bits ao seu equivalente hexadecimal.

Exemplo - 12

Converter o número 1110100110_2 em hexadecimal:

Conversão de Binário p/ Hexa

Para converter números **binários** em **hexadecimal**, basta agrupar todos os bits em grupos de 4 bits, da esquerda para a direita. Posteriormente, faça a conversão de cada grupo de 4 bits ao seu equivalente hexadecimal.

Exemplo - 12

Converter o número 1110100110_2 em hexadecimal:

$$\begin{aligned} 1110100110_2 &= \underbrace{11}_3 \underbrace{1010}_A \underbrace{0110}_6 \\ &= 3A6_{16} \end{aligned}$$

Conversão de Hexa p/ Binário

Exercícios:

Converter os seguintes números em hexadecimal para binário:

a) $CAFE_{16}$

b) $BABA_{16}$

c) $8DE7_{16}$

Converter os seguintes números em binário para hexadecimal:

a) 10111_2

b) 11010101_2

c) 1000110011_2

Números Binários Negativos

A notação de números binários positivos e negativos pode ser feita utilizando-se os sinais “+” e “-”, representados por “0” ou “1”, respectivamente.



Números Binários Negativos

A notação de números binários positivos e negativos pode ser feita utilizando-se os sinais “+” e “-”, representados por “0” ou “1”, respectivamente.

Importante: Neste caso o número passará a ser representado na forma conhecida como **SINAL-MÓDULO**.

Números Binários Negativos

A notação de números binários positivos e negativos pode ser feita utilizando-se os sinais “+” e “-”, representados por “0” ou “1”, respectivamente.

Importante: Neste caso o número passará a ser representado na forma conhecida como **SINAL-MÓDULO**.

Exemplo 13 - Seja o número 35_{10}

$35_{10} = 100011_2$ Notação em binário.

Números Binários Negativos

A notação de números binários positivos e negativos pode ser feita utilizando-se os sinais “+” e “-”, representados por “0” ou “1”, respectivamente.

Importante: Neste caso o número passará a ser representado na forma conhecida como **SINAL-MÓDULO**.

Exemplo 13 - Seja o número 35_{10}

$35_{10} = 100011_2$ Notação em binário.

$35_{10} = 0100011_2$ Notação na forma sinal-módulo.

Números Binários Negativos

A notação de números binários positivos e negativos pode ser feita utilizando-se os sinais “+” e “-”, representados por “0” ou “1”, respectivamente.

Importante: Neste caso o número passará a ser representado na forma conhecida como **SINAL-MÓDULO**.

Exemplo 14 - Seja o número -73_{10}

$73_{10} = 1001001_2$ Notação em binário.

Números Binários Negativos

A notação de números binários positivos e negativos pode ser feita utilizando-se os sinais “+” e “-”, representados por “0” ou “1”, respectivamente.

Importante: Neste caso o número passará a ser representado na forma conhecida como **SINAL-MÓDULO**.

Exemplo 14 - Seja o número -73_{10}

$$73_{10} = 1001001_2 \quad \text{Notação em binário.}$$

$$73_{10} = 11001001_2 \quad \text{Notação na forma sinal-módulo.}$$

Código BCD-8421

Se cada dígito de um número decimal é representado por seu equivalente binário, o resultado é o que chamamos de **Decimal Codificado em Binário - BCD** (do inglês, Binary-Coded-Decimal). **OBS:** São utilizados apenas os números entre 0000 e 1001.

Exemplo 15 - Seja o número 874_{10} :

Código BCD-8421

Se cada dígito de um número decimal é representado por seu equivalente binário, o resultado é o que chamamos de **Decimal Codificado em Binário - BCD** (do inglês, Binary-Coded-Decimal). **OBS:** São utilizados apenas os números entre 0000 e 1001.

Exemplo 15 - Seja o número 874_{10} :

8	7	4
↓	↓	↓
1000	0111	0100

Assim, número 874_{10} é igual a:

100001110100_2

Código BCD-8421

Importante: Deve ser ressaltado que o BCD não é outro sistema de numeração tal como o binário, octal, etc...

O BCD também não é um código binário puro.

Exemplo 16 - Seja o número 137:

$$137_{10} = 10001001_2$$

$$137_{10} = 000100110111_{BCD}$$

Código BCD-8421

Importante: Deve ser ressaltado que o BCD não é outro sistema de numeração tal como o binário, octal, etc...

O BCD também não é um código binário puro.

Exemplo 16 - Seja o número 137:

$$137_{10} = 10001001_2$$

$$137_{10} = 000100110111_{BCD}$$

$$10001001_2 \neq 000100110111_{BCD}$$

Números Fracionários

Existem duas formas de se converter um número decimal fracionário para a sua representação equivalente em binário:

1º Método: Preencher com 1 ou 0 cada peso, de acordo com número desejado (método já apresentado no slide 17).

Ex: Seja o número $0,375_{10}$

$$0,375_{10} = 0, \underline{0} \times 2^{-1} + \underline{1} \times 2^{-2} + \underline{1} \times 2^{-3}$$

$$0,375_{10} = 0, \underline{011}_2$$

$$0,375_{10} = 0,011_2$$

Números Fracionários

2º Método realiza **multiplicações** sucessivas por 2.

Exemplo: Converter o número $0,375_{10}$ em binário:

$$\begin{array}{r} 0,375 \\ \times 2 \\ \hline 0,750 \end{array}$$

Números Fracionários

2º Método realiza **multiplicações** sucessivas por 2.

Exemplo: Converter o número $0,375_{10}$ em binário:

$$\begin{array}{r} 0,375 \\ \times 2 \\ \hline 0,750 \end{array}$$

$$0,375_{10} = 0,0$$

Números Fracionários

2º Método realiza **multiplicações** sucessivas por 2.

Exemplo: Converter o número $0,375_{10}$ em binário:

$$\begin{array}{r} 0,375 \\ \times 2 \\ \hline 0,750 \\ \times 2 \\ \hline 1,500 \end{array}$$

$$0,375_{10} = 0,0$$

Números Fracionários

2º Método realiza **multiplicações** sucessivas por 2.

Exemplo: Converter o número $0,375_{10}$ em binário:

$$\begin{array}{r} 0,375 \\ \times 2 \\ \hline 0,750 \\ \times 2 \\ \hline 1,500 \end{array}$$

$$0,375_{10} = 0,01$$

Números Fracionários

2º Método realiza **multiplicações** sucessivas por 2.

Exemplo: Converter o número $0,375_{10}$ em binário:

$$\begin{array}{r} 0,375 \\ \times 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \boxed{0},750 \\ \times 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \boxed{1},500 \\ \times 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \boxed{1},000 \\ \times 2 \\ \hline \end{array}$$

$$0,375_{10} = 0,01$$

Números Fracionários

2º Método realiza **multiplicações** sucessivas por 2.

Exemplo: Converter o número $0,375_{10}$ em binário:

$$\begin{array}{r} 0,375 \\ \times 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \boxed{0},750 \\ \times 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \boxed{1},500 \\ \times 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \boxed{1},000 \\ \times 2 \\ \hline \end{array}$$

$$0,375_{10} = 0,011_2$$