Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais
Timóteo - Campus VII
ENGENHARIA DA COMPUTAÇÃO
INFORMÁTICA INDUSTRIAL

PROJETO DE CIRCUITOS LÓGICOS COMBINACIONAIS

Prof. Elder de O. Rodrigues

CEFET-MG

PROJETO DE CIRCUITOS LÓGICOS COMBINACIONAIS

Expressões do Tipo Soma-de-produtos

Os métodos de simplificação e de projeto de circuitos lógicos que iremos estudar exigem que a expressão lógica esteja na forma de soma-de-produtos, que são compostas por termos AND (produtos) que serão as entradas de uma porta OR (soma):

$$ABC + \overline{A}B\overline{C}$$

$$AB + \overline{A}B\overline{C} + \overline{C}\,\overline{D} + D$$

Uma vez obtida a expressão booleana relativa a um determinado circuito lógico, podemos reduzi-la a uma forma mais simples, com menos termos e menos variáveis em cada termo, que resulte em um circuito com menos portas lógicas e menos conexões entre elas.

PROJETO DE CIRCUITOS LÓGICOS COMBINACIONAIS

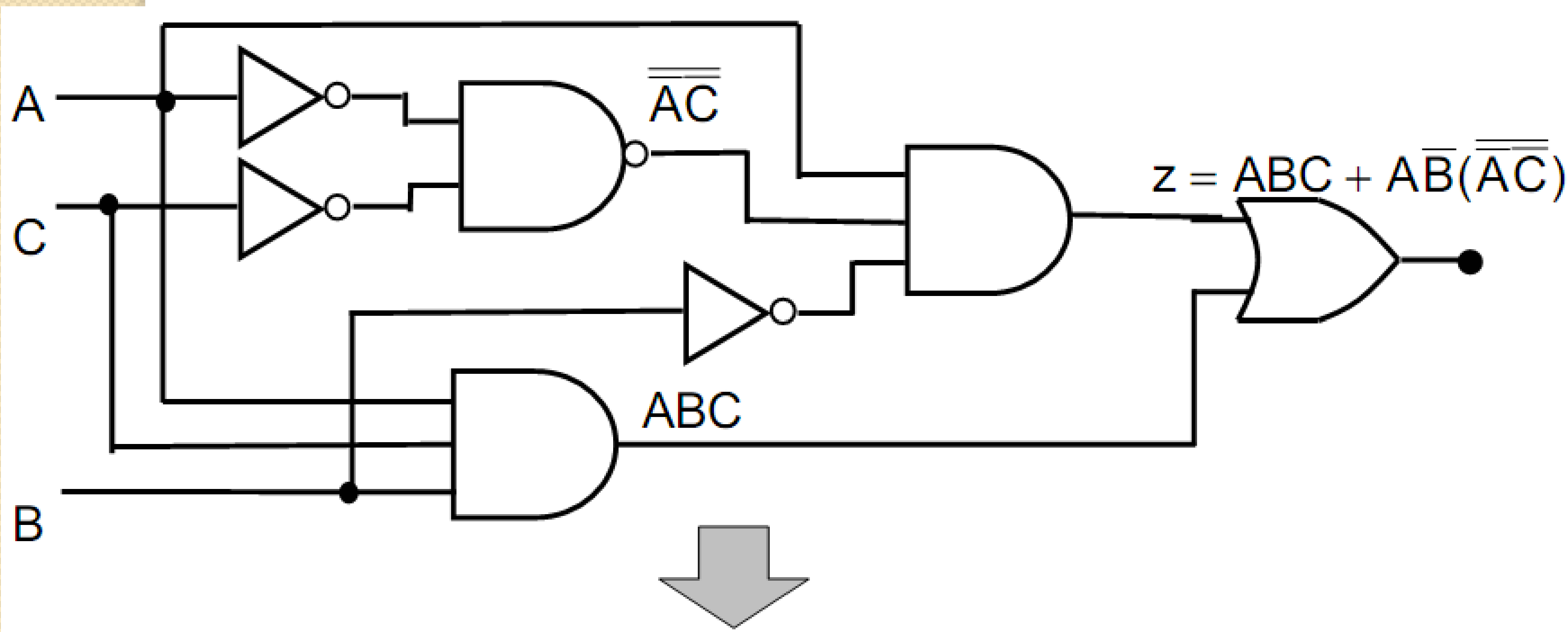
Simplificação Algébrica

Os teoremas da álgebra booleana podem ser usados para simplificar uma expressão, seguindo os seguintes passos:

1. A expressão original é colocada na forma de soma-de-produtos por aplicações repetidas dos teoremas de DeMorgan e pela multiplicação dos termos obtidos.
2. Uma vez na forma de soma-de-produtos, os termos de cada produtos são verificados de maneira a encontrar fatores comuns, sendo a fatoração executada visando a e eliminação de dois ou mais termos.

PROJETO DE CIRCUITOS LÓGICOS COMBINACIONAIS

Simplifique o seguinte circuito lógico:

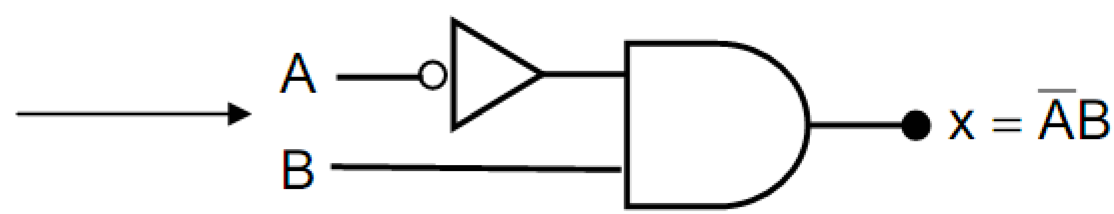


PROJETO DE CIRCUITOS LÓGICOS COMBINACIONAIS

Projeto de Circuitos Lógicos Combinacionais

Quando o nível de saída de um circuito lógico é conhecido para todas as possíveis combinações de entrada, a expressão booleana pode ser obtida a partir da tabela-verdade.

A	B		X
0	0		0
0	1		1
1	0		0
1	1		0



CEFET-MG

PROJETO DE CIRCUITOS LÓGICOS COMBINACIONAIS

Projeto de Circuitos Lógicos Combinacionais

A	B	C		X
0	0	0		0
0	0	1		0
0	1	0		1
0	1	1		1
1	0	0		0
1	0	1		0
1	1	0		0
1	1	1		1

$\rightarrow \overline{A}B\overline{C}$

$\rightarrow \overline{A}BC$

$\rightarrow ABC$

$$x = \overline{A}B\overline{C} + \overline{A}BC + ABC$$

MAPA DE KARNAUGH DE 2, 3, 4 e 5 VARIÁVEIS

Projeto de Circuitos Lógicos Combinacionais

O *Mapa de Karnaugh* é um método gráfico para simplificar uma equação lógica ou para converter uma tabela-verdade em seu circuito lógico correspondente.

Apesar do Mapa de Karnaugh poder ser aplicado em problemas envolvendo qualquer número de entradas, na prática sua utilização se limita a 4 entradas, sem uso de computador, e até 6 entradas com uso de computador.

MAPA DE KARNAUGH DE 2, 3, 4 e 5 VARIÁVEIS

A	B	X
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

$$\left\{x = \overline{A}\,\overline{B} + AB\right\}$$

	$\overline{B}$	B
$\overline{A}$	1	0
A	0	1

A	B	C	X
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

$$\left\{\begin{array}{l} x = \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C} + \overline{A}\,\overline{B}C \\ \quad + \overline{A}B\overline{C} + AB\overline{C} \end{array}\right\}$$

	$\overline{C}$	C
$\overline{A}\,\overline{B}$	1	1
$\overline{A}B$	1	0
AB	1	0
$A\overline{B}$	0	0

ou

	$\overline{B}\,\overline{C}$	$\overline{B}C$	BC	$B\overline{C}$
$\overline{A}$	**1**	**1**	**0**	**1**
A	**0**	**0**	**0**	**1**

$$\mathbf{S} = \overline{A}\,\overline{B} + B\overline{C}$$

MAPA DE KARNAUGH DE 2, 3, 4 e 5 VARIÁVEIS

A	B	S
0	0	m_0
0	1	m_1
1	0	m_2
1	1	m_3

	$\bar{B}$	B
$\bar{A}$	m_0	m_1
A	m_2	m_3

A	B	C	S
0	0	0	m_0
0	0	1	m_1
0	1	0	m_2
0	1	1	m_3
1	0	0	m_4
1	0	1	m_5
1	1	0	m_6
1	1	1	m_7

	$\bar{B}\bar{C}$	$\bar{B}C$	BC	$B\bar{C}$
$\bar{A}$	m_0	m_1	m_3	m_2
A	m_4	m_5	m_7	m_6

ou

	$\bar{C}$	C
$\bar{A}\bar{B}$	m_0	m_1
$\bar{A}B$	m_2	m_3
AB	m_6	m_7
$A\bar{B}$	m_4	m_5

MAPA DE KARNAUGH DE 2, 3, 4 e 5 VARIÁVEIS

A	B	C	D	S
0	0	0	0	m_0
0	0	0	1	m_1
0	0	1	0	m_2
0	0	1	1	m_3
0	1	0	0	m_4
0	1	0	1	m_5
0	1	1	0	m_6
0	1	1	1	m_7
1	0	0	0	m_8
1	0	0	1	m_9
1	0	1	0	m_{10}
1	0	1	1	m_{11}
1	1	0	0	m_{12}
1	1	0	1	m_{13}
1	1	1	0	m_{14}
1	1	1	1	m_{15}

	$\overline{C}\,\overline{D}$	$\overline{C}D$	CD	$C\overline{D}$
$\overline{A}\,\overline{B}$	m_0	m_1	m_3	m_2
$\overline{A}B$	m_4	m_5	m_7	m_6
AB	m_{12}	m_{13}	m_{15}	m_{14}
$A\overline{B}$	m_8	m_9	m_{11}	m_{10}

MAPA DE KARNAUGH DE 2, 3, 4 e 5 VARIÁVEIS

A	B	C	D		X
0	0	0	0		0
0	0	0	1		1
0	0	1	0		0
0	0	1	1		0
0	1	0	0		0
0	1	0	1		1
0	1	1	0		0
0	1	1	1		0
1	0	0	0		0
1	0	0	1		0
1	0	1	0		0
1	0	1	1		0
1	1	0	0		0
1	1	0	1		1
1	1	1	0		0
1	1	1	1		1

$$\left\{\begin{aligned} x &= \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}D \\ &+ \overline{A}B\overline{C}D \\ &+ AB\overline{C}D \\ &+ ABCD \end{aligned}\right\}$$

	$\overline{C}\,\overline{D}$	$\overline{C}D$	CD	$C\overline{D}$
$\overline{A}\,\overline{B}$	0	1	0	0
$\overline{A}B$	0	1	0	0
AB	0	1	1	0
$A\overline{B}$	0	0	0	0

MAPA DE KARNAUGH DE 2, 3, 4 e 5 VARIÁVEIS

Mapa de Karnaugh para 5 variáveis (E, A, B, C, D):

E	A	B	C	D	S
0	0	0	0	0	m_0
0	0	0	0	1	m_1
0	0	0	1	0	m_2
0	0	0	1	1	m_3
0	0	1	0	0	m_4
0	0	1	0	1	m_5
0	0	1	1	0	m_6
0	0	1	1	1	m_7
0	1	0	0	0	m_8
0	1	0	0	1	m_9
0	1	0	1	0	m_{10}
0	1	0	1	1	m_{11}
0	1	1	0	0	m_{12}
0	1	1	0	1	m_{13}
0	1	1	1	0	m_{14}
0	1	1	1	1	m_{15}

E	A	B	C	D	S
1	0	0	0	0	m_{16}
1	0	0	0	1	m_{17}
1	0	0	1	0	m_{18}
1	0	0	1	1	m_{19}
1	0	1	0	0	m_{20}
1	0	1	0	1	m_{21}
1	0	1	1	0	m_{22}
1	0	1	1	1	m_{23}
1	1	0	0	0	m_{24}
1	1	0	0	1	m_{25}
1	1	0	1	0	m_{26}
1	1	0	1	1	m_{27}
1	1	1	0	0	m_{28}
1	1	1	0	1	m_{29}
1	1	1	1	0	m_{30}
1	1	1	1	1	m_{31}

MAPA DE KARNAUGH DE 2, 3, 4 e 5 VARIÁVEIS

Mapa de Karnaugh para 5 variáveis (E, A, B, C, D):

$\overline{E}$

⇩

	$\overline{C}\,\overline{D}$	$\overline{C}D$	CD	$C\overline{D}$
$\overline{A}\,\overline{B}$	m_0	m_1	m_3	m_2
$\overline{A}B$	m_4	m_5	m_7	m_6
AB	m_{12}	m_{13}	m_{15}	m_{14}
$A\overline{B}$	m_8	m_9	m_{11}	m_{10}

E

⇩

	$\overline{C}\,\overline{D}$	$\overline{C}D$	CD	$C\overline{D}$
$\overline{A}\,\overline{B}$	m_{16}	m_{17}	m_{19}	m_{18}
$\overline{A}B$	m_{20}	m_{21}	m_{23}	m_{22}
AB	m_{28}	m_{29}	m_{31}	m_{30}
$A\overline{B}$	m_{24}	m_{25}	m_{27}	m_{26}

MAPA DE KARNAUGH DE 2, 3, 4 e 5 VARIÁVEIS

Processo Completo de Simplificação:

1. Construa o mapa de Karnaugh e coloque os 1s nos quadrados correspondentes com base na tabela-verdade.
2. Examine os 1s adjacentes e separe os 1s que não são adjacentes a nenhum outro (1s isolados).
3. Combine todos pares de 1s que só tenha um único 1 adjacente.
4. Combine todos os octetos, mesmo que parte dos 1s já esteja incluída em outras combinações.
5. Combine qualquer quadra que contenham um ou mais 1s que não façam parte de qualquer outra combinação.
6. Combine em pares os 1s que ainda não tenham sido combinados, usando o mínimo de combinações.
7. Forme a soma OR de todos os termos envolvidos em combinações.

MAPA DE KARNAUGH DE 2, 3, 4 e 5 VARIÁVEIS

Combinações (Looping):

A expressão para saída X pode ser simplificada pela combinação dos quadrados do mapa que contiverem 1.

Combinando Grupos de Dois Quadrados (Pares):

	$\bar{B}\bar{C}$	$\bar{B}C$	BC	$B\bar{C}$
$\bar{A}$	0	0	0	1
A	0	0	0	1

$$x = \bar{A}B\bar{C} + AB\bar{C} = B\bar{C}$$

	$\bar{B}\bar{C}$	$\bar{B}C$	BC	$B\bar{C}$
$\bar{A}$	0	0	1	1
A	0	0	0	0

$$x = \bar{A}B\bar{C} + \bar{A}BC = \bar{A}B$$

	$\bar{B}\bar{C}$	$\bar{B}C$	BC	$B\bar{C}$
$\bar{A}$	1	0	0	0
A	1	0	0	0

$$x = \bar{A}\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}\bar{C} = \bar{B}\bar{C}$$

MAPA DE KARNAUGH DE 2, 3, 4 e 5 VARIÁVEIS

Combinações (Looping):

A expressão para saída X pode ser simplificada pela combinação dos quadrados do mapa que contiverem 1.

Combinando Grupos de Dois Quadrados (Pares):

	$\overline{C}$	C
$\overline{A}\,\overline{B}$	0	0
$\overline{A}B$	1	0
AB	1	0
$A\overline{B}$	0	0

$$x = \overline{A}B\overline{C} + AB\overline{C} = B\overline{C}$$

	$\overline{C}$	C
$\overline{A}\,\overline{B}$	0	0
$\overline{A}B$	1	1
AB	0	0
$A\overline{B}$	0	0

$$x = \overline{A}B\overline{C} + \overline{A}BC = \overline{A}B$$

	$\overline{C}$	C
$\overline{A}\,\overline{B}$	1	0
$\overline{A}B$	0	0
AB	0	0
$A\overline{B}$	1	0

$$x = \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C} + A\overline{B}\,\overline{C} = \overline{B}\,\overline{C}$$

MAPA DE KARNAUGH DE 2, 3, 4 e 5 VARIÁVEIS

Combinações (Looping):

A expressão para saída X pode ser simplificada pela combinação dos quadrados do mapa que contiverem 1.

	$\overline{C}\,\overline{D}$	$\overline{C}D$	CD	$C\overline{D}$
$\overline{A}\,\overline{B}$	0	0	1	1
$\overline{A}B$	0	0	0	0
AB	0	0	0	0
$A\overline{B}$	1	0	0	1

$$x = \overline{A}\,\overline{B}CD + \overline{A}\,\overline{B}C\overline{D} + A\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D} + A\overline{B}C\overline{D}$$

$$= \overline{A}\,\overline{B}C + A\overline{B}\,\overline{D}$$

MAPA DE KARNAUGH DE 2, 3, 4 e 5 VARIÁVEIS

Combinando Grupo de Quatro Quadrados (Quadras):

	$\overline{B}\,\overline{C}$	$\overline{B}C$	BC	$B\overline{C}$
$\overline{A}$	0	1	1	0
A	0	1	1	0

$x = C$

	$\overline{C}$	C
$\overline{A}\,\overline{B}$	0	1
$\overline{A}B$	0	1
AB	0	1
$A\overline{B}$	0	1

$x = C$

	$\overline{C}\,\overline{D}$	$\overline{C}D$	CD	$C\overline{D}$
$\overline{A}\,\overline{B}$	0	0	0	0
$\overline{A}B$	0	1	1	0
AB	0	1	1	0
$A\overline{B}$	0	0	0	0

$x = BD$

	$\overline{C}\,\overline{D}$	$\overline{C}D$	CD	$C\overline{D}$
$\overline{A}\,\overline{B}$	0	0	0	0
$\overline{A}B$	0	0	0	0
AB	1	0	0	1
$A\overline{B}$	1	0	0	1

$x = A\overline{D}$

	$\overline{C}\,\overline{D}$	$\overline{C}D$	CD	$C\overline{D}$
$\overline{A}\,\overline{B}$	1	0	0	1
$\overline{A}B$	0	0	0	0
AB	0	0	0	0
$A\overline{B}$	1	0	0	1

$x = \overline{B}\,\overline{D}$

	$\overline{C}\,\overline{D}$	$\overline{C}D$	CD	$C\overline{D}$
$\overline{A}\,\overline{B}$	0	0	0	0
$\overline{A}B$	0	0	0	0
AB	1	1	1	1
$A\overline{B}$	0	0	0	0

$x = AB$

MAPA DE KARNAUGH DE 2, 3, 4 e 5 VARIÁVEIS

Combinando Grupo de Oito Quadrados (Octetos):

	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	CD	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$	0	0	0	0
$\bar{A}B$	1	1	1	1
AB	1	1	1	1
$A\bar{B}$	0	0	0	0

$x = B$

	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	CD	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$	1	1	0	0
$\bar{A}B$	1	1	0	0
AB	1	1	0	0
$A\bar{B}$	1	1	0	0

$x = \bar{C}$

	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	CD	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$	1	1	1	1
$\bar{A}B$	0	0	0	0
AB	0	0	0	0
$A\bar{B}$	1	1	1	1

$x = \bar{B}$

	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	CD	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$	1	0	0	1
$\bar{A}B$	1	0	0	1
AB	1	0	0	1
$A\bar{B}$	1	0	0	1

$x = \bar{D}$

MAPA DE KARNAUGH DE 2, 3, 4 e 5 VARIÁVEIS

Condições "Sem Importância"("Don't Care"):

Alguns circuitos lógicos podem ser projetados de maneira que existam certas condições de entrada para as quais não haja especificação de saída, em função de não ser permitida a ocorrência de tais combinações de entrada. Nas linhas correspondentes de tais condições, denominadas *condições "sem importância"* ou *"sem efeito"*, aparece um X no lugar de 0 ou 1. O projetista fica livre para substituir o X por 0 ou 1 de modo a obter a melhor simplificação possível para o circuito lógico:

A	B	C	z
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	X
1	0	0	X
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

	$\overline{C}$	C
$\overline{A}\,\overline{B}$	0	0
$\overline{A}B$	0	X
AB	1	1
$A\overline{B}$	X	1

	$\overline{C}$	C
$\overline{A}\,\overline{B}$	0	0
$\overline{A}B$	0	0
AB	1	1
$A\overline{B}$	1	1

$z = A$

ou

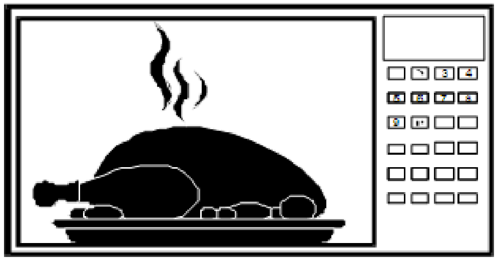
	$\overline{B}\,\overline{C}$	$\overline{B}C$	BC	$B\overline{C}$
$\overline{A}$	0	0	X	0
A	X	1	1	1

	$\overline{B}\,\overline{C}$	$\overline{B}C$	BC	$B\overline{C}$
$\overline{A}$	0	0	0	0
A	1	1	1	1

$z = A$

Problema:

Um forno de microondas deve funcionar quando a porta estiver fechada, “timer” acionado e o botão de “Liga/Desliga” acionado. Mas a luz interna deve ficar acesa sempre que a porta estiver aberta, ou quando o forno estiver funcionando. Implemente o circuito para fazer este controle.



<u>Determine:</u>

- As variáveis de entrada e saída
- A convenção adotada para as variáveis de entrada e saída
- A tabela com as variáveis de entrada e saída que expressa a análise do problema a ser resolvido
- A expressão minimizada do circuito
- O circuito que representa o problema dado