

LISTA DE EXERCÍCIOS 2
PROPOSIÇÕES QUANTIFICADAS – CÁLCULO DE PREDICADOS

1. Determine o conjunto verdade para o predicado

$$n^2 \leq 30$$

e domínio \mathbb{Z} .

2. Diga se a seguinte afirmação é verdadeira ou falsa. Se for falsa apresente um contra-exemplo:

$$\forall a \in \mathbb{Z}, \frac{(a-1)}{a} \text{ não é um inteiro.}$$

3. Escreva a negação da afirmação:

$$\forall n \in \mathbb{Z}, \text{ se } n \text{ é primo então } n \text{ é ímpar ou } n = 2.$$

4. Qual é o contrapositivo da afirmação:

$$\forall \text{ inteiros } a, b \text{ e } c, \text{ se } a - b \text{ é par e } b - c \text{ é par, então } a - c \text{ é par.}$$

5. Seja $P(x)$ um predicado tal que $x \in \mathbb{R}$ e os seguintes predicados:

- $R(x) : \forall x \in \mathbb{Z}, P(x)$;
- $S(x) : \forall x \in \mathbb{Q}, P(x)$;
- $T(x) : \forall x \in \mathbb{R}, P(x)$.

Encontre uma definição para $P(x)$ que não use “ $x \in \mathbb{Z}$ ” de modo que $R(x)$ seja verdadeiro e $S(x)$ e $T(x)$ sejam falsos. Note que o domínio do predicado $R(x)$ é mais restritivo que o domínio de $P(x)$ já que o tipo de número que pode ser aplicado ao predicado R é apenas do tipo inteiro. Uma observação similar vale para o predicado S , mas nesse caso apenas para números racionais.

6. Considere o string de números 0204. Seja a seguinte afirmação: “ $\forall x$, se $x = 1$ e x é um caractere no string 0204, então x está à esquerda de todos os 0’s no string”. Essa afirmação é verdadeira?

7. Reescreva cada afirmação na forma se-então.

- (a) Obter conceito D nesta disciplina é condição suficiente para um estudante ser aprovado.
- (b) Chegar no horário todo o dia é uma condição necessária para uma pessoa manter o emprego.
- (c) Ser divisível por 8 não é uma condição necessária para um número ser divisível por 4.
- (d) Ter um grande rendimento não é uma condição suficiente para uma pessoa ser feliz.

8. Escreva cada uma das proposições abaixo na forma “ p se e somente se q ” em português.

- (a) Se está calor lá fora, você compra um sorvete e se você compra um sorvete é porque está calor lá fora.
- (b) Para que você ganhe na loteria, é necessário e suficiente que você tenha o único bilhete premiado.
- (c) Você será promovido apenas se você tiver contatos, e você só terá contatos se for promovido.
- (d) Se você assistir à televisão sua mente se deteriorará, e vice-versa.
- (e) Os trens atrasam exatamente naqueles dias em que eu viajo neles.

9. Uma brochura de um clube para passageiros frequentes de vôos diz o seguinte: “você pode selecionar a companhia aérea **somente se** se elas oferecem a mesma tarifa mais baixa”. Assumindo que “somente se” tem o seu significado formal (significado lógico), este anúncio garante se duas ou mais companhias aéreas oferecem a mesma tarifa mais baixa, o cliente poderá escolher entre elas? Explique.
10. Sejam os predicados $P(x)$ e $Q(x)$ e suponha que D é o domínio de x . Determine se as seguintes proposições são equivalentes logicamente ou não:

$$\forall x \in D, (P(x) \wedge Q(x)) \stackrel{?}{\equiv} (\forall x \in D, P(x)) \wedge (\forall x \in D, Q(x))$$

11. Diga se a forma do argumento abaixo é válida ou não, apresentando a justificativa.

Todas as pessoas saudáveis comem uma banana por dia.

João não é uma pessoa saudável.

\therefore João não come uma banana por dia.

12. Diga se a forma do argumento abaixo é válida ou não, apresentando a justificativa.

Se uma série infinita converge, então os termos da série vão para 0.

Os termos da série infinita $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ vão para 0.

\therefore A série infinita $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ converge.