CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE MINAS GERAIS
Lista de Exercícios - Assunto: Derivadas Parciais - Cálculo 2 (ERE) - EC e EM
Professor

1 - Calcule as derivadas parciais de 1ª ordem das funções abaixo:

a) $f(x,y) = x^4 - x^3y + x^2y^2 - xy^3 + y^4$ R: $f_x = 4x^3 - 3x^2y + 2xy^2 - y^3$; $f_y = -x^3 + 2x^2y - 3xy^2 + 4y^3$

b) $f(x,y) = x \operatorname{sen} y$ R: $f_x = \operatorname{sen} y$; $f_y = x \cos y$

c) $f(x,y) = \mathrm{e}^x(\cos y - \operatorname{sen} y)$ R: $f_x = \mathrm{e}^x(\cos y - \operatorname{sen} y)$; $f_y = \mathrm{e}^x(-\operatorname{sen} y - \cos y)$

d) $f(x,y) = x^2\,\mathrm{e}^{xy}$ R: $f_x = x\,\mathrm{e}^{xy}(2 + xy)$; $f_y = x^3\,\mathrm{e}^{xy}$

e) $f(x,y) = \dfrac{x+y}{x-y}$ R: $f_x = \dfrac{-2y}{(x-y)^2}$; $f_y = \dfrac{2x}{(x-y)^2}$

f) $f(x,y) = \ln\left(x^2 + y^2\right)$ R: $f_x = \dfrac{2x}{(x^2+y^2)}$; $f_y = \dfrac{2y}{(x^2+y^2)}$

g) $f(x,y) = x^y$ R: $f_x = x^{y-1}y$; $f_y = x^y \ln x$

h) $f(x,y,z) = \mathrm{e}^{xyz}$ R: $f_x = yz\,\mathrm{e}^{xyz}$; $f_y = xz\,\mathrm{e}^{xyz}$; $f_z = xy\,\mathrm{e}^{xyz}$

i) $f(x,y,z) = x^2\,\mathrm{e}^y \ln z$ R: $f_x = 2x\,\mathrm{e}^y \ln z$; $f_y = x^2\,\mathrm{e}^y \ln z$; $f_z = \dfrac{x^2\,\mathrm{e}^y}{z}$

2 - Para cada função abaixo verifique que $f_{xy} = f_{yx}$:

a) $f(x,y) = x^2 - 4xy + 3y^2$ b) $f(x,y) = x^2\,\mathrm{e}^{-y^2}$

c) $f(x,y) = \ln(x+y)$ d) $f(x,y) = \mathrm{e}^{-3x}\cos y$

3 - A temperatura $u(t,x)$ no instante t no ponto x de uma haste isolada, longa, disposta ao longo do eixo x satisfaz a equação unidimensional do calor

$$\frac{\partial u}{\partial t} = k\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

k é constante. Mostre que a função $u(t,x) = \mathrm{e}^{-n^2kt}\operatorname{sen}(nx)$ satisfaz a equação unidimensional do calor qualquer que seja a constante n.

Bons Estudos!!!