



CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE MINAS GERAIS - CEFET MG  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA - DM

Disciplina: Cálculo III (Ensino Remoto Emergencial - ERE)

Turma: Engenharia Metalúrgica

Lista de Exercícios: Aulas 37 e 38

---

**Questão 1.** Encontre a solução de cada uma das seguintes equações (supondo  $t > 0$ ) observando-as como **Equações de Cauchy-Euler**.

(a)  $t^2 y'' + 3ty' - 3y = 0$

(b)  $t^2 y'' + 5ty' + 4y = 0$

---

**Questão 2.** Uma equação da forma

$$t^2 \frac{d^2 y}{dt^2} + \alpha t \frac{dy}{dt} + \beta y = 0, \quad t > 0 \quad (1)$$

em que  $\alpha$  e  $\beta$  são constantes reais, é chamada de equação de Cauchy-Euler. A sua solução também pode ser determinada seguindo os seguintes passos.

(a) Faça a mudança de variável  $x = \ln t$  e calcule  $\frac{dy}{dt}$  e  $\frac{d^2 y}{dt^2}$  em termos de  $\frac{dy}{dx}$  e  $\frac{d^2 y}{dx^2}$ .

(b) Use os resultados do item (a) para transformar a Equação (1) em

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + (\alpha - 1) \frac{dy}{dx} + \beta y = 0. \quad (2)$$

Observe que a Equação (2) tem coeficientes constantes. Se  $y_1(x)$  e  $y_2(x)$  formarem um conjunto fundamental de soluções de Equação (2), então  $y_1(\ln t)$  e  $y_2(\ln t)$  formarão um conjunto fundamental de soluções da Equação (1).

---

**Questão 3.** Use o método do Exercício anterior para resolver a equação dada para  $t > 0$ .

(a)  $t^2 y'' + 3ty' - 3y = 0$

(b)  $t^2 y'' - ty' + 5y = 0$

(c)  $t^2 y'' + 5ty' + 4y = 0$

---