Método da Iteração

- A ideia é expandir (iterar) a recorrência e expressá-la como uma soma de termos dependentes apenas de n e das condições iniciais. Técnicas para avaliar somas podem então ser usadas para encontrar a solução.

Exemplos:

$$\begin{cases} T(n) = T(n-1) + 1 \\ T(1) = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} T(n) = T(n/2)+1 \\ T(1) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} T(n) = T(n-1) + n \\ T(1) = 1 \end{cases}$$

Método da iteração

$$\begin{cases} T(n) = T(n-1) + 1 & p/\ n > 1 \\ T(1) = 1 & \text{passo base} \end{cases}$$

$$T(n-1) = T((n-1)-1) + 1$$

$$\to T$$

$$T(n) = T(n-1) + 1$$

$$= [T((n-1)-1) + 1] + 1 = T(n-2) + 2$$

$$= [T((n-2)-1) + 1] + 2 = T(n-3) + 3$$

$$= [T((n-3)-1) + 1] + 3 = T(n-4) + 4$$

$\vdots$ } iterar K vezes

$$= \boxed{T(n-K) + K}$$

Fazendo $n - k = 1$ $\quad \boxed{K = n - 1}$

$$= T(n-(n-1)) + n - 1$$

$$= T(1) + n - 1 = 1 + n - 1 = n$$

$$\boxed{T(n) = n}$$

Método da Iteração

$$\begin{cases} T(n) = T(n-1) + n & n > 1 \\ T(1) = 1 & n = 1 \end{cases}$$

$$T(n) = T(n-1) + n$$

$$= [T((n-1)-1) + (n-1)] + n = T(n-2) + (n-1) + n = T(n-2) + 2n - 1$$

$$= [T(n-3) + (n-2)] + (n-1) + n = T(n-3) + (n-2) + (n-1) + n = T(n-3) + 3n - 3$$

$$= [T(n-4) + (n-3)] + (n-2) + (n-1) + n = T(n-4) + (n-3) + (n-2) + (n-1) + n = T(n-4) + 4n - 6 \quad (1+2+3)$$

$$= [T(n-5) + (n-4)] + 4n - 6 = T(n-5) + 5n - 10 \quad (1+2+3+4)$$

$\vdots$ } K vezes

$$= \boxed{T(n-k) + kn - \left(\sum_{i=1}^{k-1} i\right)}$$

$i = 1$	2	3	...	$k-2$	$k-1$	Faltou

$$1 + 2 + 3 + \dots + (k-2) + (k-1) + k = \frac{k(k+1)}{2} - k$$

$$= \frac{k^2 - k}{2}$$

Fazendo $n - k = 1$

$k = (n-1)$

$$= T(n-k) + kn - \left(\frac{k^2 - k}{2}\right)$$

$$= \underbrace{T(n-(n-1))}_{T(1)} + (n-1)n - \left(\frac{(n-1)^2 - (n-1)}{2}\right)$$

$$= 1 + n^2 - n - \left(\frac{n^2 - 2n + 1 - n + 1}{2}\right) = n^2 - n + 1 - \left(\frac{n^2 - 3n + 2}{2}\right) = \frac{2n^2 - 2n + 2 - n^2 + 3n - 2}{2}$$

$$= \frac{n^2 + n}{2} \qquad T(n) = \frac{n^2 + n}{2} = O(n^2)$$

Método da Iteração

$$\begin{cases} T(n) = T\left(\frac{n}{2}\right) + 1 \\ T(1) = 0 \end{cases}$$

$$T(n) = \underbrace{T\left(\frac{n}{2}\right)} + 1$$

$$= \left[T\left(\frac{n/2}{2}\right) + 1\right] + 1 = \underbrace{T\left(\frac{n}{4}\right)} + 2 = T\left(\frac{n}{2^2}\right) + 2$$

$$= \left[T\left(\frac{n}{8}\right) + 1\right] + 2 = T\left(\frac{n}{8}\right) + 3 = \underbrace{T\left(\frac{n}{2^3}\right)} + 3$$

$$= \left[T\left(\frac{n}{16}\right) + 1\right] + 3 = T\left(\frac{n}{16}\right) + 4 = T\left(\frac{n}{2^4}\right) + 4$$

$$\vdots$$

$$= T\left(\frac{n}{2^K}\right) + K$$

Fazendo $\frac{n}{2^K} = 1 \Rightarrow n = 2^K$ $\quad 2^{\log_2 n} = 2^K$

$$\boxed{K = \log_2 n}$$

$$n = 10^{\log_{10} n}$$

$$n = 3^{\log_3 n}$$

$$n = 71^{\log_{71} n}$$

$$= T(1) + \log_2 n$$

$$T(n) = \log_2 n = O(\log_2 n)$$

$$T(n) = 3\,T(n/3) + n^2$$

$$T(1) = 1$$

$$T(n) = 9\,T(n/3) + n^2$$

$$T(1) = 1$$