

Questão 1) (3 pontos cada letra) Resolva as seguintes equações diferenciais ordinárias:

a) $ty' + 2y = \sin t$

b) $(1 + t^2)y' + 4ty = (1 + t^2)^{-2}$

c) $\left(\frac{y}{x} + 6x\right) + (\ln x - 2)y' = 0; x > 0$

Questão 2) (3 pontos cada letra) Resolva os seguintes problemas de valor inicial (PVI):

a)
$$\begin{cases} y' + \cotg t y = 4 \sin t \\ y\left(\frac{-\pi}{2}\right) = 0 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} y' + (tg t)y - \sin(2t)y^3 = 0 \\ y(0) = 2, \frac{\pi}{2} < t < \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

Questão 3) (3 pontos) Resolva a EDO homogênea $\frac{dy}{dx} = \frac{4x^2y - y^3}{x^3 - 2xy^2}$, fazendo a mudança de variáveis $v = \frac{y}{x}$.

Questão 4) (2 pontos) Um tanque contém originalmente 200 litros de água pura. Uma solução de 0,5 kg/litro de um certo sal é introduzida no tanque com uma vazão de 2 litros/minuto e a solução homogênea resultante sai do tanque com a mesma vazão. Depois de 12 minutos o processo é interrompido e água pura começa a ser despejada no tanque com uma vazão de 2 litros/minuto; a solução sai novamente do tanque com a mesma vazão. Determine a quantidade de sal no tanque após mais 12 minutos.

Questão 5) (3 pontos) Suponha que a temperatura de uma xícara de café obedece a lei de Newton do Resfriamento de corpos. Se o café está a uma temperatura de 90°C logo depois de coado e um minuto depois a temperatura diminui para 83°C em uma cozinha que se encontra a uma temperatura de 22°C, determine o tempo que o café levará para chegar a uma temperatura de 62°C.

Questão 6) (2 pontos) Encontrar uma fórmula para o fator integrante que transforme a EDO não exata em exata, e em seguida, resolvê-la: $e^x dx + (e^x \cotg y + 2y \operatorname{cosec} y) dy = 0$.

Boa Prova!!!