https://skos.ii.uni.wroc.pl/course/view.php?id=782

Ćwiczenia
z ANALIZY NUMERYCZNEJ

Lista nr 1

8 października 2025 r.

Zajęcia 14 października 2025 r.
Zaliczenie listy **od 5 pkt.**

Uprzejmie proszę o ostrożne korzystanie z repozytoriów, w których studiujący wcześniej zgromadzili „rozwiązania” zadań ćwiczeniowych z minionych edycji przedmiotu. W materiałach tych jest bowiem baaaardzo dużo niepoprawnych lub niepełnych rozwiązań.

Zalecam też rozsądne wykorzystywanie narzędzi AI. Jak sprawdziliśmy, Chat GPT by ostatniego egzaminu nie zdał. Doświadczenie pokazuje, że nietrudno wpaść w pułapkę pozornie łatwego załatwienia sprawy — a nie o to tu chodzi. Liczę na Państwa roztropność!

L1.1. [1 punkt] Przeczytaj artykuł Romana Zubera, *Początki informatyki wrocławskiej. Wspomnienia lata 1945–1968.*, Antiquitates Mathematicae, 9 (2015), 125–168. Jak wyglądał odbiór pierwszego *wrocławskiego* komputera Odra 1001?

L1.2. [1 punkt] Obejrzyj film *Odra 1204* (reż. B. Bączyński, WFO, 1968). Czym była i jak działała *pamięć ferrytowa* komputera Odra 1024? W jaki sposób pamięci tego typu były produkowane we wrocławskich zakładach Elwro?

L1.3. [**Włącz komputer!**] [1 punkt] Niech dana będzie funkcja $f(x) := 162\dfrac{1-\cos(5x)}{x^2}$. Przy pomocy komputera oblicz w arytmetyce pojedynczej (`single`) i podwójnej precyzji (`double`) wartości $f(10^{-i})$ dla $i = 11, 12, \ldots, 20$. Czy otrzymane wyniki są poprawne? **Odpowiedź uzasadnij**.

L1.4. [**Włącz komputer!**] [1 punkt] Liczby rzeczywiste $y_0, y_1, \ldots$ są zdefiniowane rekurencyjnie w następujący sposób:

$$y_0 = 1, \qquad y_1 = -\frac{1}{9}, \qquad y_{n+2} = \frac{98}{9}y_{n+1} + \frac{11}{9}y_n \qquad (n = 0, 1, \ldots).$$

Użyj komputera i podanej zależności do obliczenia (w pojedynczej lub podwójnej precyzji) kolejno wartości liczb $y_2, y_3, \ldots, y_{50}$. Skomentuj otrzymane wyniki. Czy są one wiarygodne? **Odpowiedź uzasadnij**.

L1.5. [**Włącz komputer!**] [2 punkt] **Udowodnij**, że całki

$$I_n := \int_0^1 \frac{x^n}{x+2025}\mathrm{d}x \qquad (n = 0, 1, \ldots)$$

spełniają następującą zależność rekurencyjną:

$$I_n = \frac{1}{n} - 2025 I_{n-1} \qquad \left(n = 1, 2, \ldots;\ I_0 = \ln\frac{2026}{2025}\right). \tag{1}$$

Następnie wykorzystaj związek (1) do wyznaczenia wartości całek $I_1, I_2, \ldots, I_{20}$ (w takiej właśnie kolejności) wykonując obliczenia w arytmetyce pojedynczej lub podwójnej precyzji używając pętli `for`. Rozważ osobno podciągi $I_1, I_3, \ldots, I_{19}$ oraz $I_2, I_4, \ldots, I_{20}$. Czy w obu wypadkach wyniki są odpowiednie? **Odpowiedź uzasadnij**.

L1.6. **Włącz komputer!** | 1 punkt | Wykorzystując własności szeregów naprzemiennych, ustal ilu teoretycznie wyrazów szeregu

$$\pi = 4\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{2k+1}$$

należy użyć do obliczenia wartości π z błędem mniejszym niż 10^{-6}. Następnie wykonaj odpowiedni eksperyment obliczeniowy przy pomocy komputera w arytmetyce pojedynczej lub podwójnej precyzji. Co z niego wynika?

L1.7. **Włącz komputer!** | 1 punkt | Wykorzystując jedynie podstawowe operacje arytmetyczne $(+, -, *, /)$ oraz własności szeregów naprzemiennych, zaproponuj efektywny sposób wyznaczania wartości funkcji $\cos x$ dla $x \in [-\pi, \pi]$ z dokładnością bliską podwójnej precyzji. Opracowany **algorytm** porównaj z funkcją biblioteczną.

L1.8. | 1 punkt | W języku programowania `PWO++`[1] funkcja `LOG10`(x) oblicza z bardzo dużą dokładnością wartość $\log_{10}(x)$, jednak **tylko wtedy**, gdy $x \in [1, 10]$. Wykorzystując funkcję `LOG10`, zaproponuj szkic **algorytmu** wyznaczającego w języku `PWO++` wartości funkcji $\log_{10}$ z dużą dokładnością także dla $x \in (10, 10000]$ oraz dla $x \in [1/10000, 1)$.

(–) Paweł Woźny

– [...]

– Czyli, że zasadniczo pan się musi na tym rozeznać całkowicie żeby wiedzieć ile i gdzie...

– Dotychczas tak było, ale teraz mamy komputer. Może pan pisać co tylko Pan chce to nie ma żadnego znaczenia.

– Komputer?

– Eeee, on się i tak zawsze pomyli przy dodawaniu, proszę pana. Nie było miesiąca, żeby się nie pomylił.

– Czyli, że teraz nie trzeba się tak znać na robocie?

– A teraz już nie. Teraz jest dużo łatwiej, jest proszę pana.

– Komputer...

Miś, reż. S. Bareja, 1980 (1:23:50).

P.S. Film można obejrzeć przed ćwiczeniami, ale nie jest to konieczne do zaliczenia listy.

[1] Jak powszechnie wiadomo od wielu lat, jest to najlepszy język programowania. Dlatego rekomendujemy jego używanie nie tylko na analizie numerycznej, ale i na co dzień ☺