

Лабораторная работа 3

Решение систем линейных алгебраических уравнений методами ортогонализации

1. Создать СЛАУ (размерность не менее 10) с матрицей с заданным числом обусловленности

Замечание 1. Матрица должна иметь специальные свойства (симметрия, положительная определенность и т.д.) только тогда, когда этого требует метод

2. **(+2балла)** Запрограммировать один из методов решения СЛАУ (по вариантам)

- а. QR- разложение (способ Грама-Шмидта)
- б. QR- разложение (модифицированный способ Грама-Шмидта)
- в. Вращений
- г. Отражений

3. Найти решение СЛАУ запрограммированным методом, вычислить

- а. Норму фактической ошибки $\|x - x^*\|$
- б. Норму невязки $\|Ax - b\|$
- в. Проверить выполнение неравенства

$$\|\delta x\| / \|x\| \leq \frac{\text{cond}(A)}{1 - \text{cond}(A) \|\delta A\| / \|A\|} (\|\delta A\| / \|A\| + \|\delta b\| / \|b\|),$$

задав только возмущение матрицы коэффициентов ($\delta b = 0$)

4. **(+2балла)** При проведении контрольных тестов построить

- а. зависимости нормы фактической ошибки решения СЛАУ и нормы невязки от числа обусловленности матрицы. Сравнить с методом из работы 2
- б. совокупность точек относительной ошибки в решении в зависимости от относительного возмущения матрицы коэффициентов при двух числах обусловленности («хорошем» и «плохом»). Провести линию строгого выполнения неравенства

5. **(+1бонус)** Исследование метода на специальных матрицах и сравнение со встроенными функциями

- а. Исследовать поведение метода на матрице Гильберта (число обусловленности матрицы Гильберта зависит от размерности). Как можно улучшить решение
- б. Проверить работу метода на тестовой матрице A (с нулевым определителем) и на матрице $B = 10A$. В каком месте алгоритм дает сбой?
- в. Сравнить результаты работы для двух видов норм
- г. На построенной матрице исследовать встроенную функцию MatLab `qr()`