

## Лабораторная работа 1

### Решение нелинейных уравнений

1. Даны два уравнения (по вариантам)
2. **(+1балл)** Для алгебраического уравнения найти отрезки, содержащие все корни, применив Теорему о верхней границе положительных корней ЧЕТЫРЕ раза
3. **(+1балл)** Для каждого уравнения отделить корень, т.е. найти отрезок, содержащий ОДИН корень, который будет уточнен. Показать выполнение условий применимости методов

**Замечание 1.** На найденном отрезке **должны** выполняться условия применимости используемого метода и этот отрезок **может** не совпадать с отрезком из Теоремы о верхней границе

4. Запрограммировать метод половинного деления (МПД)
5. **(+1балл)** Запрограммировать один из методов уточнения корня (по вариантам)
  - а. Метод простых итераций
    - 1) Производная функции положительна и ограничена  
 $0 < m_1 < f'(x) < M_1, \quad \alpha = 1 / M_1, \quad q = 1 - m_1 / M_1$
    - 2) Производная функции ограничена  
 $m_1 < |f'(x)| < M_1 \quad q = \max(1 - \alpha f'), \quad |\alpha| < 2 / M_1, \quad \text{sign}(\alpha) = \text{sign}(f')$
    - 3)  $\alpha$  – оптимальное  
 $\alpha = 2 / (m_1 + M_1), \quad q = (M_1 - m_1) / (m_1 + M_1)$
  - б. Метод Ньютона
  - в. Модифицированный метод Ньютона
  - г. Метод секущих
  - д. Метод хорд
  - е. Метод обратной квадратичной интерполяции

6. Найти отделенный корень каждого уравнения МПД, заданным методом (по вариантам), и при помощи функции fzero (MatLab)
7. **(+1балл)** При проведении контрольных тестов построить зависимости (для двух корней и трех способов решения):
  - а. фактической ошибки (разности точного и найденного значений корня) от заданной точности. На график нанести линию заданной точности
  - б. числа итераций от заданной точности

**Замечание 2.** За точное значение корня принять значение, найденное в MatLab с большей точностью, чем исследуемая

## 8. (+1бонус) Исследовать на примере одного метода и одного корня

С помощью программы:

- а. Сходимость метода при нарушении условий применимости
- б. Сходимость метода при замене условия выхода на универсальное условие:  $f(x_{k+1} + \varepsilon) f(x_{k+1} - \varepsilon) < 0$
- в. Сходимость метода в зависимости от начального приближения

В MatLab:

- г. Графическое отделение корней при близком их расположении
- д. Функцию fzero, в зависимости от начального приближения
- е. Функцию fzero на примере функции с разрывом
- ж. Устойчивость поиска корня алгебраического уравнения в зависимости от коэффициентов

### Варианты

1.  $3x^4 + 4x^3 - 12x^2 - 5 = 0$

2.  $2x^3 - 9x^2 - 60x + 1 = 0$

3.  $x^4 - x - 1 = 0$

4.  $2x^4 - x^2 - 10 = 0$

5.  $3x^4 + 8x^3 + 6x^2 - 10 = 0$

6.  $x^4 - 18x^2 + 5x - 8 = 0$

7.  $x^4 + 4x^3 - 12x^2 + 1 = 0$

8.  $x^4 - x^3 - 2x^2 + 3x - 3 = 0$

9.  $3x^4 + 4x^3 - 12x^2 + 1 = 0$

10.  $3x^4 - 8x^3 - 18x^2 + 2 = 0$

11.  $2x^4 + 8x^3 + 8x^2 - 1 = 0$

12.  $2x^4 + 8x^3 + 8x^2 - 1 = 0$

13.  $x^4 - 4x^3 - 8x^2 + 1 = 0$

14.  $2x^4 - 9x^3 - 60x^2 + 1 = 0$

15.  $x^5 + x^2 - 5 = 0$

16.  $3x^4 + 4x^3 - 12x^2 - 7 = 0$

17.  $3x^4 + 8x^3 + 6x^2 - 11 = 0$

18.  $x^4 - 18x^3 - 10 = 0$

19.  $3x^4 - 8x^3 - 18x^2 + 2 = 0$

20.  $x^4 - 18x - 10 = 0$

21.  $x^4 + 18x - 10 = 0$

22.  $x^4 + 18x^3 - 6x^2 + x - 10 = 0$

23.  $x^4 + 12x^3 - 6x^2 + x - 10 = 0$

24.  $3x^5 - 8x^3 - 18x^2 + 2 = 0$

25.  $x^3 - 18x - 10 = 0$

$\ln(x) + (x + 1)^3 = 0$

$x2^x = 1$

$x + \cos(x) = 0$

$x + \lg(1 + x) = 1.5$

$\lg(2 + x) + 2x = 3$

$2^x + 5x = 3$

$5^x + 3x = 0$

$3e^x = 5x + 3$

$5^x = 6x + 3$

$2e^x + 5x = 6$

$2 \arctg(x) - x + 3 = 0$

$(x - 3) \cos(x) = 1$

$x^x = 20 - 9x$

$x \lg(x) = 1$

$\operatorname{tg}^3(x) = x - 1$

$5^x = 1 + e^{-x}$

$5^x = 3 - e^x$

$\arctg(x^2 + \frac{1}{x}) = x$

$\operatorname{tg}(0.55x + 0.1) = x^2$

$5^x - 6x = 7$

$5^x - 6x = 3$

$5^x = 1 + e^{-2x}$

$7^x - 6x = 2$

$5^x = 1 + e^{-2x}$

$x2^x = 3$