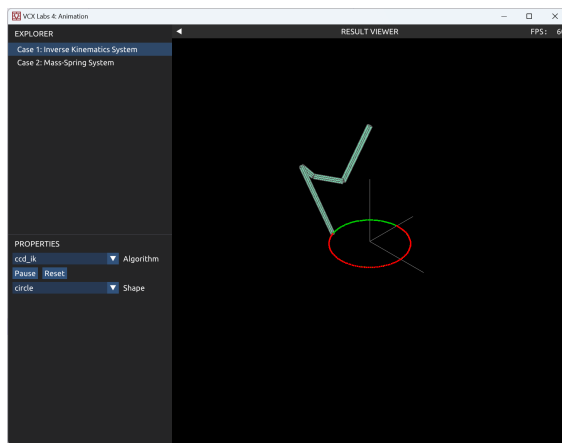


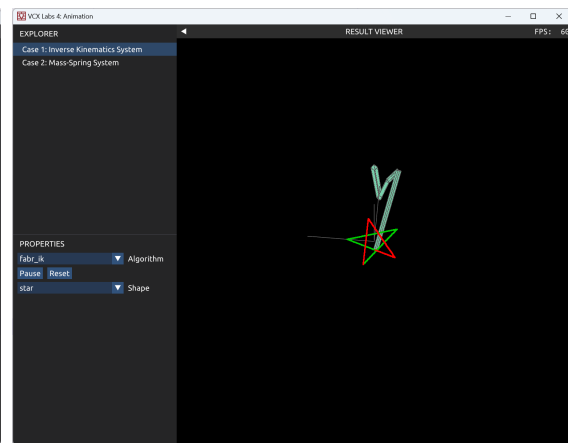
# Task 1: Inverse Kinematics

## Sub-Task 1, 2, 3

直接按照算法流程实现。



(a) CCD IK

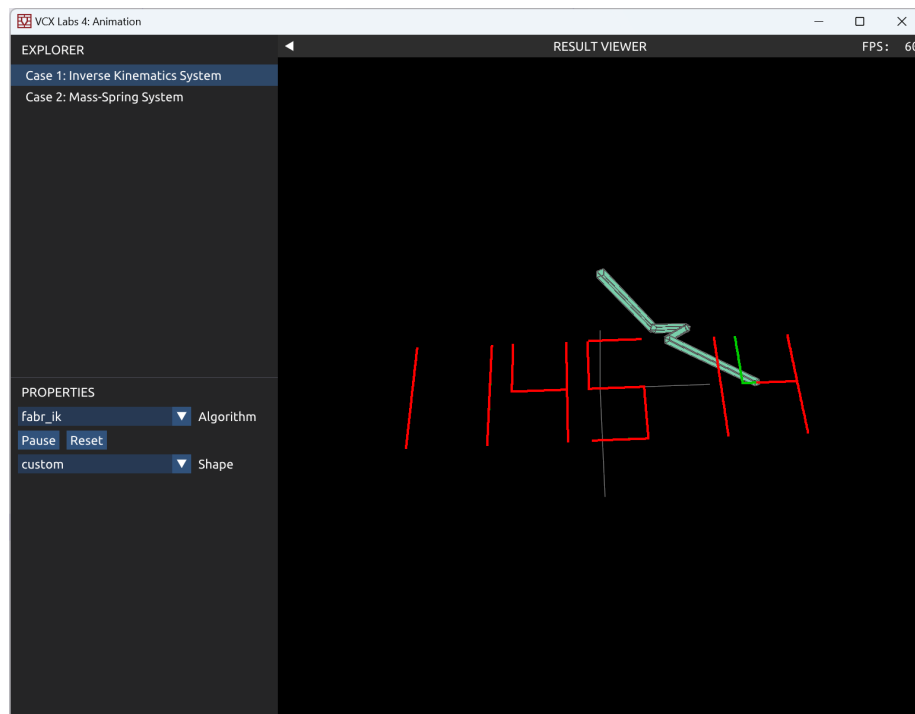


(b) FABR IK

## Task 1

## Sub-Task 4

自定义了一些数字。



Sub-Task 4

## 问题

1. 如果目标位置太远，无法到达，IK 结果会怎样？
  - 在一定迭代次数后，机械臂会收敛到朝向目标位置伸直的状态。
2. 比较 CCD IK 和 FABR IK 所需要的迭代次数。
  - CCD IK 需要的迭代次数较多，在这个 Lab 的任务中大多数情况都到达了上限 100，这意味着要达到目标精度实际上仍需要更多次迭代。
  - FABR IK 迭代次数较少，在这个 Lab 的任务中大多数情况迭代次数不超过 4，不过若目标距离比较接近机械臂的最大长度时可能会出现 30 到 50 的迭代次数。

## Task 2: Mass-Spring System

设当前时间点所有质点的位置和速度分别为  $x_n, v_n$ 。则时间  $h$  后的位置和速度分别为

$$\begin{aligned}x_{n+1} &= x_n + \Delta x = x_n + h v_{n+1}, \\v_{n+1} &= v_n + \Delta v = v_n + h \left( g + \frac{f(x_{n+1}, v_{n+1})}{m} \right),\end{aligned}$$

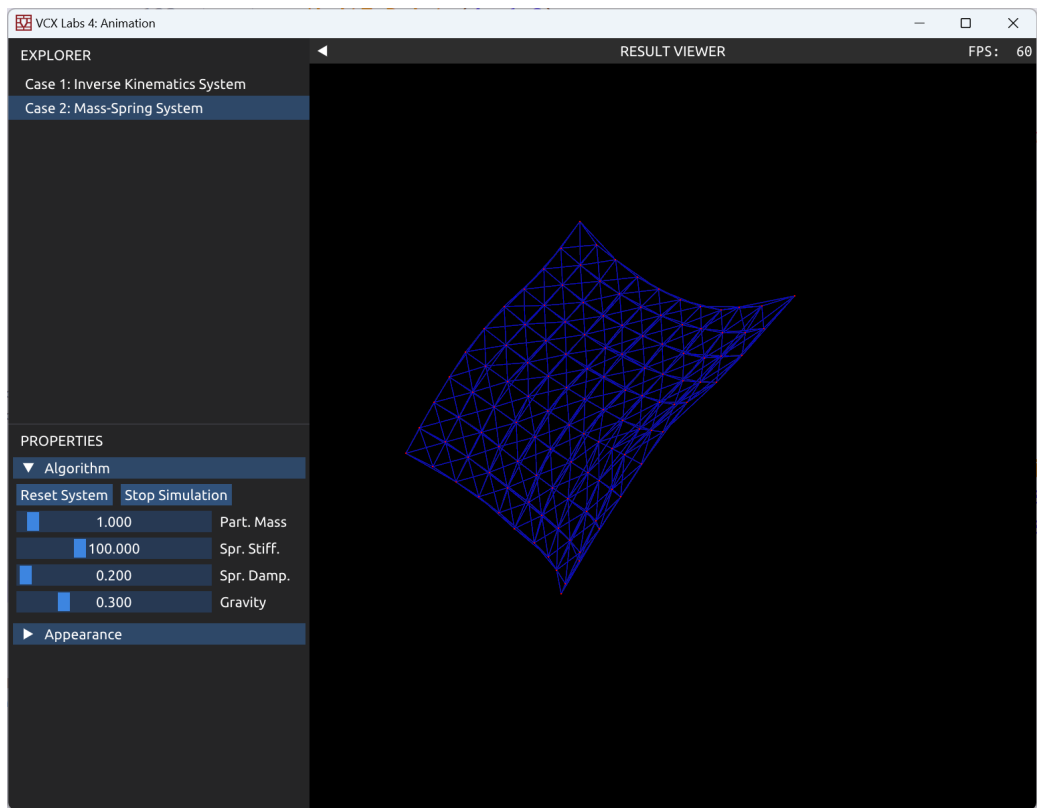
其中  $g$  为重力加速度， $m$  为质量， $f$  为受力函数。为了简化计算，使用泰勒级数展开，得到一阶近似

$$f(x_{n+1}, v_{n+1}) = f(x_n, v_n) + \frac{\partial f}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial f}{\partial v} \Delta v.$$

将要求解的  $v_{n+1}$  移到左边，得到

$$\left( 1 - \frac{h^2}{m} \cdot \frac{\partial f}{\partial x} - \frac{h}{m} \cdot \frac{\partial f}{\partial v} \right) v_{n+1} = v_n + h \left( g + \frac{1}{m} \left( f(x_n, v_n) + \frac{\partial f}{\partial v} \cdot v_n \right) \right).$$

为了简化计算，认为  $\partial f / \partial v = 0$ ，也即忽略了 damping 的隐式求解。由于隐式方法耗时较长，减小迭代次数至 10，效果如下。



Task 2