

Généralités sur les algorithmes récursifs

Algorithmes récursifs sur les nombres

Nombre de chiffres d'un nombre

Ecrire une fonction récursive qui prend un entier positif ou nul "n" en argument et renvoie son nombre de chiffres. Par exemple, nb_chiffres(2143) doit renvoyer 4.

Syracuse

Soit U_n la suite d'entiers définie par :

$U_{n+1} = U_n / 2$ si U_n est pair $U_{n+1} = 3U_n + 1$ sinon , avec U_0 un entier quelconque plus grand que 1

Ecrire une fonction récursive syracuse(u_n) qui affiche les valeurs successives de la suite U_n tant que U_n est plus grand que 1. La conjecture de Syracuse affirme que, quelque soit la valeur de U_0 , il existe un indice n dans la suite tel que $U_n = 1$.

Algorithme d'Euclide

L'algorithme d'Euclide permet de calculer le pgcd de deux nombres entiers, c'est-à-dire le plus grand entier positif divisant ces deux nombres, par des divisions successives.

Voici le déroulement de cet algorithme pour le calcul du pgcd de $a=119$ et $b=544$

a		b		q		r
119	=	544	x	0	+	119
544	=	119	x	4	+	68
119	=	68	x	1	+	51
68	=	51	x	1	+	17
51	=	17	x	3	+	0

Le pgcd de 119 et 544 est le dernier reste non nul, c'est-à-dire 17.

Le pgcd n'est pas défini lorsque les deux nombres sont nuls.

Exprimez de manière récursive cet algorithme. Vous pourrez supposer que les deux entiers a et b sont positifs ou nuls, et que l'un au moins de ces deux entiers n'est pas nul.

Codez cet algorithme en Python en utilisant l'opérateur modulo.

Algorithmes récursifs sur les chaînes de caractères

Palindrome

Un *palindrome* est un mot dont les lettres lues de gauche à droite sont les mêmes que celles lues de droite à gauche. Les mots `radar`, `elle`, `été`, `ici` sont des palindromes.

Réalisez un prédicat récursif qui teste si un mot est un palindrome.

Algorithmes sur les listes récursives

On ne s'autorise ici que l'existence de la liste vide (`[]`) et des opérations permettant

- de construire un couple (x, R) : `[x]+R`, où `R` est une liste ;
 - d'accéder à la tête d'une liste `l` non vide : `l[0]` ;
 - d'accéder au reste d'une liste `l` non vide : `l[1:]`.

Somme des éléments d'une liste

Donnez une version récursive du calcul de la somme des éléments d'une liste de nombres.

Autres exercices

NB Dans les exercices suivants, on utilise à nouveau les listes natives de Python.

Tri par insertion

Réalisez une version récursive du *tri par insertion* vu en classe de Première.

Les tours de Hanoï

Il s'agit d'un exemple très classique d'algorithme récursif.

Voici ce qu'en dit [Wikipedia](#)

Les tours de Hanoï sont un jeu de réflexion imaginé par le mathématicien français Édouard Lucas, et consistant à déplacer des disques de diamètres différents d'une tour de « départ » à une tour d'« arrivée » en passant par une tour « intermédiaire », et ceci en un minimum de coups, tout en respectant les règles suivantes :

- on ne peut déplacer plus d'un disque à la fois ;
- on ne peut placer un disque que sur un autre disque plus grand que lui ou sur un emplacement vide.

Trouver (puis programmer) un algorithme pour résoudre ce problème n disques. On pourra se contenter d'afficher sur la sortie standard les déplacements réalisés au cours de la résolution (par exemple `"disque de taille 3 déplacer de la tour 1 à la tour 2"`).