Problemas geométricos que arrancan de la teoría clásica de funciones

Celia de Frutos Palacios [1]

30 de julio de 2018

[1] https://github.com/Celia95/TFG

Índice

Sample frame title

This is a text in second frame. For the sake of showing an example.

- Text visible on slide 1

Sample frame title

This is a text in second frame. For the sake of showing an example.

- Text visible on slide 1
- Text visible on slide 2

Sample frame title

This is a text in second frame. For the sake of showing an example.

- Text visible on slide 1
- Text visible on slide 2
- Text visible on slide 3

Sample frame title

This is a text in second frame. For the sake of showing an example.

- Text visible on slide 1
- Text visible on slide 2

- Text visible on slide 4

In this slide

In this slide
the text will be partially visible

In this slide
the text will be partially visible
And finally everything will be there

Sample frame title

In this slide, some important text will be highlighted beause it's important. Please, don't abuse it.

Remark

Sample text

Important theorem

Sample text in red box

Ejemplos

Sample text in green box. .[Ex]amplesïs fixed as block title.

Problema de Dirichlet

Integral de Poisson

Integral de Poisson de una función $f \in L^1(\partial\mathbb{D})$:

$$F = P[f] : z = re^{i\theta} \in \mathbb{D} \mapsto F(re^{i\theta}) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} P_r(\theta - t) f(e^{it}) dt.$$

La integral de Poisson proporciona una solución afirmativa al problema de Dirichlet.

$$u : z = re^{i\theta} \in \overline{\mathbb{D}} \mapsto u(re^{i\theta}) = \begin{cases} f(e^{i\theta}) & \text{si } r = 1 \\ F(re^{i\theta}) & \text{si } 0 \leq r < 1 \end{cases}$$

Teorema de Fatou

Teorema de Fatou

Para toda función $f \in \mathcal{H}^\infty(\mathbb{D})$, existe una función $f^* \in L^\infty(\partial\mathbb{D})$ definida por

$$f^*(e^{it}) = \lim_{r \to 1} f(re^{it}) \tag{1}$$

en casi todo punto.
Se tiene la igualdad $\|f\|_\infty = \|f^*\|_\infty$. Para todo $z \in \mathbb{D}$, la fórmula integral de Cauchy

$$f(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_\gamma \frac{f^*(\xi)}{\xi - z} d\xi \tag{2}$$

se satisface, donde γ es el círculo unidad positivamente orientado: $\gamma(t) = e^{it}, 0 \leq t \leq 2\pi$.
Las funciones $f^* \in L^\infty(\partial\mathbb{D})$ que se obtienen mediante este procedimiento son precisamente aquellas que cumplen la siguiente

Teorema de Carathéodory

Teorema de Carathéodory

Sea φ una aplicación conforme del disco unidad $\mathbb{D}$ en un dominio de Jordan Ω. Entonces φ tiene una extensión continua al disco cerrado $\overline{\mathbb{D}}$, y la extensión es inyectiva de $\overline{\mathbb{D}}$ en $\overline{\Omega}$.

Índice

Índice

Índice

Teorema de Julia

Si f es una función holomorfa del disco $\mathbb{D}$ en sí mismo no constante, y existen $w, \mu \in \partial\mathbb{D}$ y una sucesión $\{p_n\} \in \mathbb{D}$ que verifican

(a) $$\lim_{n\to\infty} p_n = w;$$

(b) $$\lim_{n\to\infty} f(p_n) = \mu;$$

(c) $$\lim_{n\to\infty} \frac{1-|f(p_n)|}{1-|p_n|} = \delta < \infty.$$

Entonces se cumple que

(I) $\delta > 0$;

(II) $f(H(w,\lambda)) \subseteq H(\mu, \lambda\delta)$, para todo $\lambda > 0$;

(III) $\angle \lim_{z\to w} f(z) = \mu$.

Además, si se da la igualdad en (**??**) para algún $\lambda > 0$, entonces f es un automorfismo del disco.