

V46

## Der Faraday-Effekt

Jonas Ollesch

jonas.ollesch@tu-dortmund.de

Lukas Annuss

lukas.annuss@tu-dortmund.de

Durchführung: 01.11.2023

Abgabe: 12.11.2023

TU Dortmund – Fakultät Physik

# 1 Versuchsziel

Ziel des Versuches ist es, mithilfe des Faraday-Effekt, sprich der Drehung der Polarisationssebene von linear polarisiertem Licht innerhalb eines Mediums unter anliegendem Magnetfeld, die effektive Masse von Elektronen in Halbleitern, hier konkret in Galliumarsenid zu bestimmen.

## 2 Theorie

Bevor wir mit der Erläuterung des Faraday-Effekts beginnen, wiederholen wir zunächst einige Grundlagen der Festkörperphysik.

### 2.1 Bandstruktur kristalliner Festkörper

In kristallinen Festkörpern liegen die Gitteratome in einem periodischen Gitter vor. Die dazugehörigen Elektronen sind dabei in der Lage, sich mehr oder weniger frei durch das Gitter zu bewegen. Jedes Elektron jedes einzelnen Atoms besetzt dabei ein diskretes Energieniveau, sodass sich insgesamt eine überlappende Struktur aus Energieniveaus bildet, die Band genannt werden. So gibt es unterschiedliche Bänder, die sich meist nicht überlappen, sondern durch eine diskrete Bandlücke getrennt sind. Hier sind insbesondere das Valenz- und das Leitungsband relevant. Als Valenzband wird dabei das höchste auch bei  $T = 0\text{ K}$  besetzte Band bezeichnet; Leitungsband heißt dagegen das Band, das bei Besetzung für die elektrische Leitfähigkeit des Festkörpers sorgt.

Je nachdem, wie groß die Bandlücke zwischen Valenz- und Leitungsband ist, lässt sich ein Festkörper in drei verschiedene Klassen einteilen. Ist die Bandlücke so groß, dass sie auch bei thermischer Anregung nur schwer überwunden werden kann, sprich der Festkörper auch bei großen Temperaturen nicht leitfähig wird, wird von einem Isolator gesprochen. Die typische Bandlücke von Isolatoren liegt im Bereich oberhalb von  $3\text{ eV}$ . Bei einer Bandlücke zwischen  $1\text{ eV}$  und  $3\text{ eV}$  wird der Festkörper als Halbleiter bezeichnet. Hier ist es möglich, durch vergleichsweise geringe thermische Anregung eine deutliche Steigerung der Leitfähigkeit zu erreichen. Metalle dagegen besitzen keinerlei Bandlücke; das Valenzband und das Leitungsband überlappen sich zumindest teilweise, sodass auch ohne thermische Anregung Strom fließt.

Hier interessieren uns Halbleiter, insbesondere dotierte Halbleiter. Der Prozess der Dotierung, also der Einführung von Fremdatomen in ein Material, wird bei Halbleitern genutzt, um die Eigenschaften der elektrischen Leitfähigkeit zu verändern. Dabei unterscheiden wir zwischen p- und n-Dotierung. Die p-Dotierung beschreibt dabei die Einführung sogenannter Akzeptoren, also Fremdatomen, die weniger Elektronen als das ersetzte Ursprungsatom besitzt und so ein Loch innerhalb des Valenzbandes erzeugen.

Bei der n-Dotierung werden dagegen Donatoren, also Atome mit Überschusselektronen in den Halbleiter eingeführt. Die Fremdatome bei der n-Dotierung sind dabei so gewählt,

dass ihr Energieniveau knapp unter dem des Leitungsbands, aber deutlich über dem des Valenzbandes liegt. So erhöht die n-Dotierung die elektrische Leitfähigkeit des Festkörpers.

## 2.2 Effektive Masse

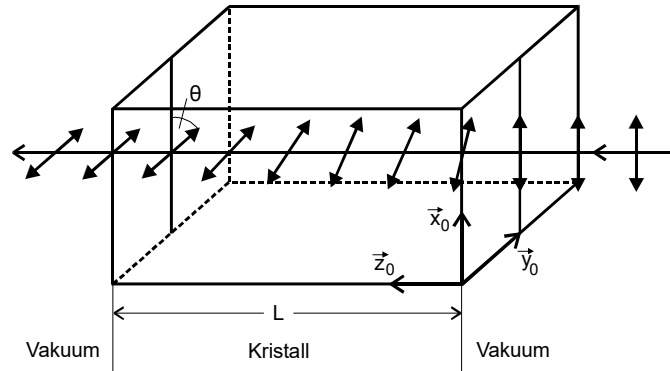
Das Konzept der effektiven Masse, hier von den Elektronen im Festkörper, beschreibt die Ersetzung der Masse  $m$  durch eine veränderte Masse

$$m_i^* = \frac{\hbar^2}{\left[ \frac{\partial^2 E}{\partial k_i^2} \right]_{k_i=0}}, \quad (1)$$

wobei  $i = x, y, z$  mit den Komponenten  $k_i$  des Wellenvektors der Elektronen identifiziert wird. Diese effektive Masse  $m^*$  folgt aus einer Taylorentwicklung der Energie  $E(\vec{k})$  bis zur zweiten Ordnung um  $k = 0$  und berücksichtigt das Gitterpotential, welches bei der quasifreien Bewegung der Elektronen durch das Gitter mit ihnen wechselwirkt. Da bei den hier verwendeten GaAs-Proben eine hinreichend hohe Gittersymmetrie gegeben ist, ist die effektive Masse nicht richtungsabhängig.

## 2.3 Zirkulare Doppelbrechung

Die zirkulare Doppelbrechung beschreibt, wie in Abbildung 1 schematisch dargestellt, die Drehung der Polarisationssebene linear polarisierten Lichts beim Einfall in ein Kristallmedium.



**Abbildung 1:** Schematische Darstellung der Drehung der Polarisationssebene einfallenden linear polarisierten Lichts in einem kristallinen Medium um den Winkel  $\theta$  [6].

Um den Effekt anschaulich zu erklären, sei angenommen, dass linear polarisiertes Licht aus einer Überlagerung zweier zirkular polarisierter Wellen entgegengesetzter Umlauffrichungen besteht.

Ist in dem betrachteten Medium die Phasengeschwindigkeit links und rechts polarisierter Wellen unterschiedlich, verschiebt sich das Gleichgewicht zwischen den beiden zirkular polarisierten Wellen, sodass effektiv eine Drehung der Polarisationssebene zu beobachten

ist. Ein solches Medium wird auch als aktives Medium bezeichnet.

Die Diskrepanz in den Phasengeschwindigkeiten zwischen Licht unterschiedlicher Polarisationsrichtungen lässt sich auf im Medium induzierte Dipole zurückführen. Konkret entstehen diese induzierten Dipole durch elektrische Dipolmomente der Gitteratome und durch die Wechselwirkung der Bandelektronen mit den Atomrümpfen. Insgesamt entsteht so eine makroskopische Polarisation

$$\vec{P} = \varepsilon_0 \chi \vec{E} \quad (2)$$

mit der Influenzkonstante  $\varepsilon_0$  für hinreichend geringe E-Felder  $\vec{E}$ . Die dielektrische Suszeptibilität  $\chi$  ist in doppelbrechenden Medien ein Tensor mit nicht-diagonalen komplex-konjugierten Koeffizienten der Form

$$\chi = \begin{pmatrix} \chi_{xx} & i\chi_{xy} & 0 \\ -i\chi_{xy} & \chi_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \chi_{zz} \end{pmatrix},$$

sodass sich der Rotationswinkel

$$\begin{aligned} \theta &= \frac{L}{2}(k_R - k_L) \\ &= \frac{L\omega}{2} \left( \frac{1}{v_{\text{ph},R}} - \frac{1}{v_{\text{ph},L}} \right) \\ &= \frac{L\omega}{2c}(n_R - n_L) \end{aligned}$$

mit der Phasengeschwindigkeit  $v_{L/R} = \frac{1}{k_{L/R}}$  und dem Brechungsindex  $n_{L/R} = \frac{c}{v_{L/R}}$  in guter Näherung zu

$$\theta = \frac{L\omega}{2cn} \chi_{xy} \quad (3)$$

ergibt.

## 2.4 Faraday-Effekt

Während die bisher diskutierte zirkulare Doppelbrechung nur bei optisch aktiver Materie auftritt, diskutieren wir jetzt den Spezialfall, bei dem es unter Anlegung eines äußeren Magnetfelds parallel zur Einfallsebene des Lichts auch bei optisch inaktiver Materie zur zirkularen Doppelbrechung kommt. Hier wird dann explizit vom Faraday-Effekt gesprochen.

So lässt sich aus der Bewegungsgleichung für gebundene Elektronen eine Verschiebungspolarisation von  $\vec{P} = -Ne_0\vec{r}$  herleiten. Dabei ist  $N$  die Anzahl der Elektronen pro Volumeneinheit und  $e_0$  die Elementarladung. Nach einiger Rechnung folgt näherungsweise

$$\theta = \frac{2\pi^2 e_0^3 c}{\varepsilon_0 m^2} \frac{1}{\lambda^2 \omega_0^4} \frac{NBL}{n}$$

für den Rotationswinkel  $\theta$  beim Durchqueren des Mediums der Dicke  $L$  und anliegender Magnetfeldstärke  $B$  für Licht der Wellenlänge  $\lambda$ . Die Resonanzfrequenz der Elektronen wird dabei durch  $\omega_0$  beschrieben.

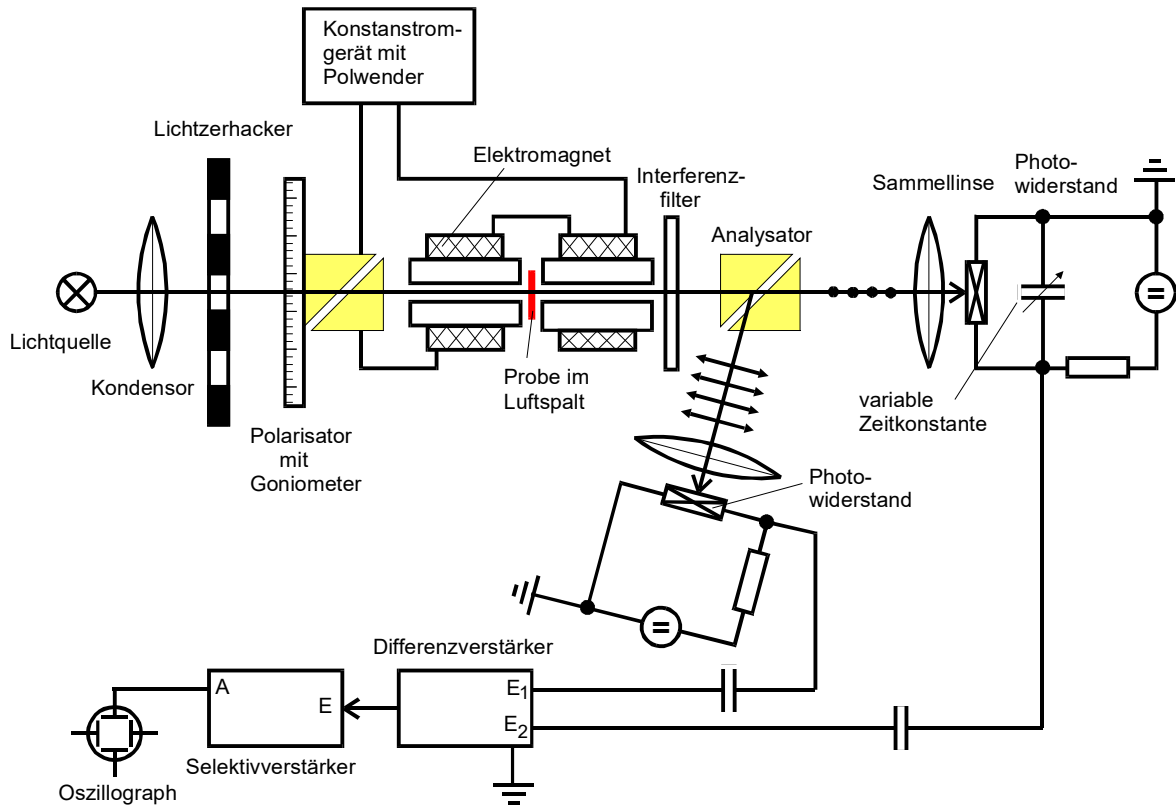
Im Limes  $\omega_0 \rightarrow 0$  finden wir mit der effektiven Masse der Elektronen  $m^*$

$$\theta_{\text{frei}} = \frac{e_0^3}{8\pi^2 \varepsilon_0 c^3} \frac{1}{(m^*)^2} \lambda^2 \frac{NB}{n} \quad (4)$$

für  $\theta_{\text{frei}} = \frac{\theta}{L}$ . Dabei sind die Einheiten so gewählt, das die effektive Masse  $m^*$  in kg angegeben ist. So lässt sich aus bekannten und messbaren Parametern die effektive Masse der Elektronen bestimmen.

### 3 Durchführung

Eine schematische Darstellung des Versuchsaufbaus findet sich in Abbildung 2.



**Abbildung 2:** Schematischer Aufbau des Versuches [5].

Von einer Halogenlampe wird dabei Licht emittiert. Dieses wird durch eine Kondensorlinse fokussiert und durch ein Glan-Thompson-Prisma linear polarisiert. Die Kondensorlinse

hat darüber hinaus die Aufgabe, einen parallelen Strahlengang zu gewährleisten, da die Lampe prinzipiell Licht in alle Richtungen aussendet. Das nun linear polarisierte Licht fällt nun durch die Probe im Elektromagneten. Damit dort ein Magnetfeld herrschen kann, befindet sich die Probe in einem Luftspalt im Magneten. Nach dem Verlassen des Elektromagneten passiert das Licht einen Interferenzfilter, der nur die gewünschte infrarote Wellenlänge herausfiltert und trifft auf ein weiteres Glan-Thompson-Prisma. Dort wird es in zwei Lichtstrahlen aufgespalten und durch Sammellinsen auf zwei unterschiedliche Photowiderstände abgebildet. Die an den beiden Widerständen abfallenden Spannungen werden an einen Differenzverstärker gekoppelt. Um eine möglichst gute Rauschunterdrückung sicherzustellen, wird das Licht vor dem Durchgang durch den Magneten von einem Lichtzerhacker (Chopper) in kürzere Pulse zerteilt, sodass mittels eines Selektivverstärkers die Frequenz des Choppers verstärkt werden kann.

### 3.1 Justierung der Apparatur

Vor der eigentlichen Durchführung muss der Strahlengang justiert werden. Dazu wird zunächst die Abdeckung beider Photowiderstände entfernt. Es wird sichergestellt, dass bei geeigneter Polarisierung die einfallenden Lichtpunkte an beiden Widerständen zum Verschwinden gebracht werden können. Ist dies nicht der Fall, muss die Position der Widerstände angepasst werden, sodass am seitlichen Widerstand der verschwindende der beiden Lichtpulse gewählt wird.

Jetzt wird der Zerhacker eingeschaltet und auf eine Frequenz von 450 Hz eingestellt. Durch Maximierung des Differenzsignals am Oszilloskop wird der Selektivverstärker auf die gewählte Frequenz eingestellt.

Zur abschließenden Justage werden Probe und Interferenzfilter in die Apparatur gesetzt und überprüft, dass bei geeigneter Polarisierung das Signal am Oszilloskop näherungsweise null wird.

### 3.2 Messung

Nun wird das Magnetfeld bei einem Strom von  $I = 10$  A eingeschaltet und die Messung begonnen. Zunächst wird eine n-dotierte GaAs-Probe genutzt. Der Polarisationswinkel wird für neun verschiedene Interferenzfilter so eingestellt, dass das Signal am Oszilloskop möglichst klein wird. Anschließend wird das Magnetfeld umgepolt, sodass eine effektive Drehwinkeldifferenz von  $2\theta$  entsteht und die Messung für alle Filter wiederholt. Dieser Prozess wird für eine weitere n-dotierte sowie eine undotierte Probe als Vergleichsmessung erneut durchgeführt.

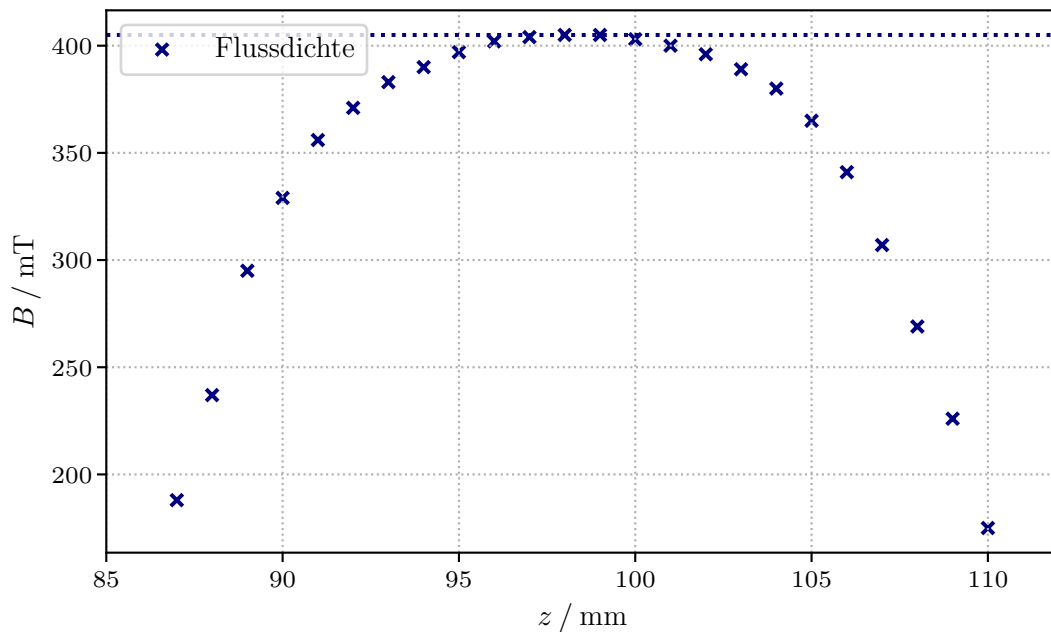
Für den Drehwinkel gilt dann  $\theta_{\text{nom}} = \frac{1}{2L}(\theta_1 - \theta_2)$ .

## 4 Auswertung

Die Fehlerfortpflanzung wird mithilfe des Paketes UNCERTAINTIES [4] durchgeführt. Für die lineare Regression wird SCIPY.CURVE\_FIT [3] verwendet. Grafiken werden mit MATPLOTLIB [2] erstellt.

### 4.1 Stärke des Magnetfeldes

Zunächst wird die Stärke des Magnetfeldes untersucht, welches durch den verwendeten Elektromagneten erzeugt wird. Diese Messung wurde zwar zuletzt durchgeführt, jedoch ist die maximale magnetische Flussdichte für die weitere Auswertung entscheidend. Die gemessenen Flussdichten sind in Abbildung 3 dargestellt. Der maximale Wert beläuft sich auf  $B_{\max} = 405 \text{ mT}$ . Vor dieser Messung wurde am Gleichstromnetzteil eine Stromstärke  $10 \text{ A}$  eingestellt, jedoch fiel die Stromstärke für diese Messung auf  $9,8 \text{ A}$  und der vorherige Wert konnte nicht erneut erreicht werden. Aus diesem Grund wird die Stärke des Magnetfeldes im Folgenden um einen Faktor von  $1,02$  korrigiert.



**Abbildung 3:** Gemessene Stärke des verwendeten Magnetfeldes in Abhängigkeit der Sondenposition.

### 4.2 Faraday-Effekt

Die entscheidenden Eigenschaften der untersuchten Proben sind in Tabelle 1 dargestellt.

**Tabelle 1:** Dicke und Dotierungsstärke der verwendeten Proben.

-	Probe 1	Probe 2	Probe 3
Dotierung $N / \text{cm}^{-3}$	$2.8 \cdot 10^{18}$	$1.2 \cdot 10^{18}$	-
Dicke $L / \text{mm}^{-3}$	1.296	1.36	5.11

Die gemessenen Rotationswinkel für alle drei Proben sind in Tabelle 2 dargestellt. Diese Winkel werden mit  $\alpha_{\text{rad}} = \alpha_{\text{deg}} \cdot \frac{\pi}{180^\circ}$  vom Gradmaß in das dimensionslose Bogenmaß umgerechnet. Die umgerechneten Winkel sind in Tabelle 3 abgebildet. Zunächst wird der normierte Drehwinkel nach

$$\theta_{\text{frei}} = \frac{1}{2L} (\theta_1 - \theta_2)$$

berechnet, wobei  $L$  die Länge der Probe ist und  $\theta_1$  und  $\theta_2$  die Drehwinkel repräsentieren. Diese Grafik ist in Abbildung 4 dargestellt.

Nun wird der normierte Winkel der Faraday-Rotation der undotierten Probe von den normierten Winkel der dotierten Proben abgezogen, um das Signal der quasi freien Elektronen zu erhalten. Die Differenz in zwischen der undotierten und der dotierten Probe ist in Abbildung 5 aufgetragen.

Jetzt wird die x-Achse um den Faktor  $\lambda$  skaliert, damit einer lineare Regression nach der Form

$$\theta_{\text{frei}} = \alpha \cdot \lambda^2 \cdot \frac{NB}{n} + \beta \cdot \frac{NB}{n}.$$

durchgeführt werden kann.

Die freien Parametern werden zu

$$\alpha_1 = (-36,45 \pm 0,48) \cdot 10^{-12} \frac{1}{\text{m}^3\text{T}}, \beta_1 = (426,6 \pm 2,1) \cdot 10^{-24} \frac{1}{\text{mT}}$$

und

$$\alpha_2 = (-213,6 \pm 1,1) \cdot 10^{-12} \frac{1}{\text{m}^3\text{T}}, \beta_2 = (1764,6 \pm 4,9) \cdot 10^{-24} \frac{1}{\text{mT}}.$$

Diese Gleichung wird nun mit (4) verglichen. Aus dem Parameter  $\alpha$  kann nun die effektive Masse freier Ladungsträger nach der Gleichung

$$\sqrt{\frac{8\pi^2\epsilon_0 c^3}{e^3}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\alpha}} = m^*$$

berechnet werden.

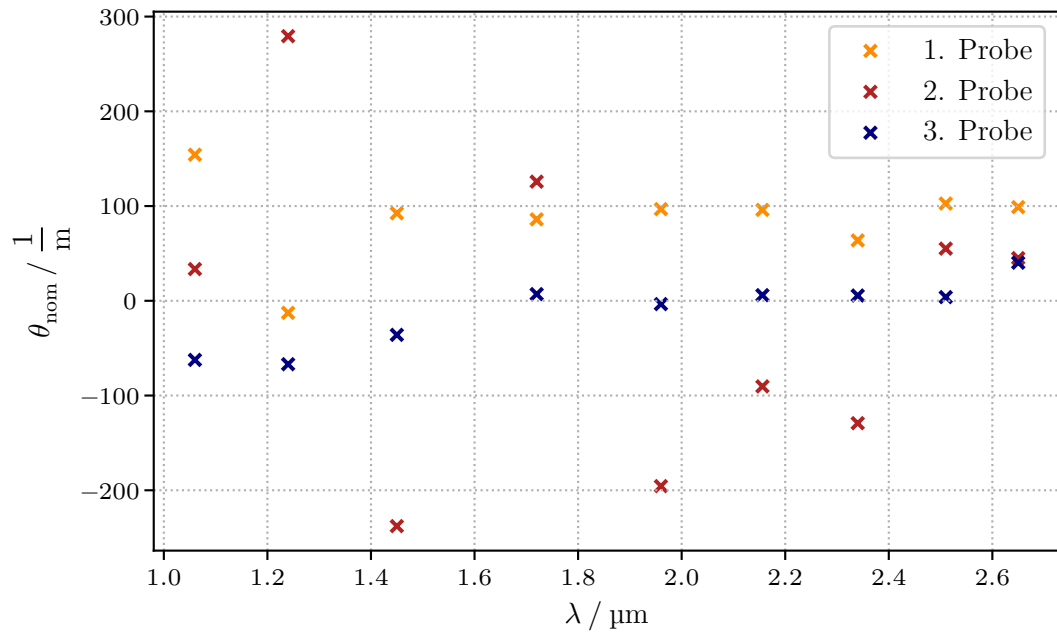
Die berechnete Masse beläuft sich somit auf

$$m_1^* = (773,8 \pm 5,1) \cdot 10^{-34} \text{ kg}$$

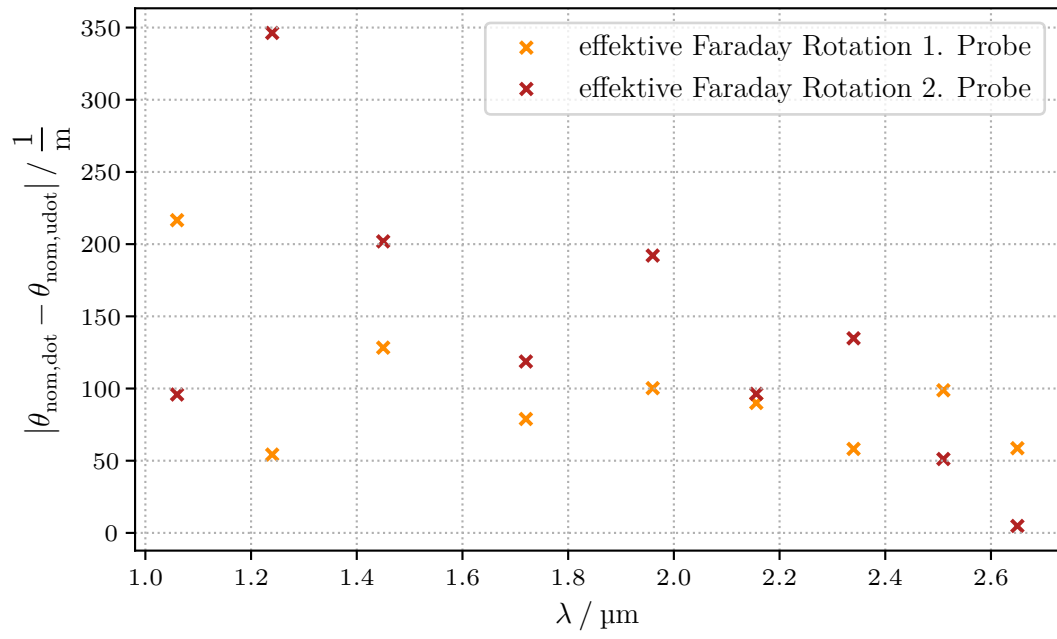
und

$$m_2^* = (3196,5 \pm 8,4) \cdot 10^{-35} \text{ kg}.$$

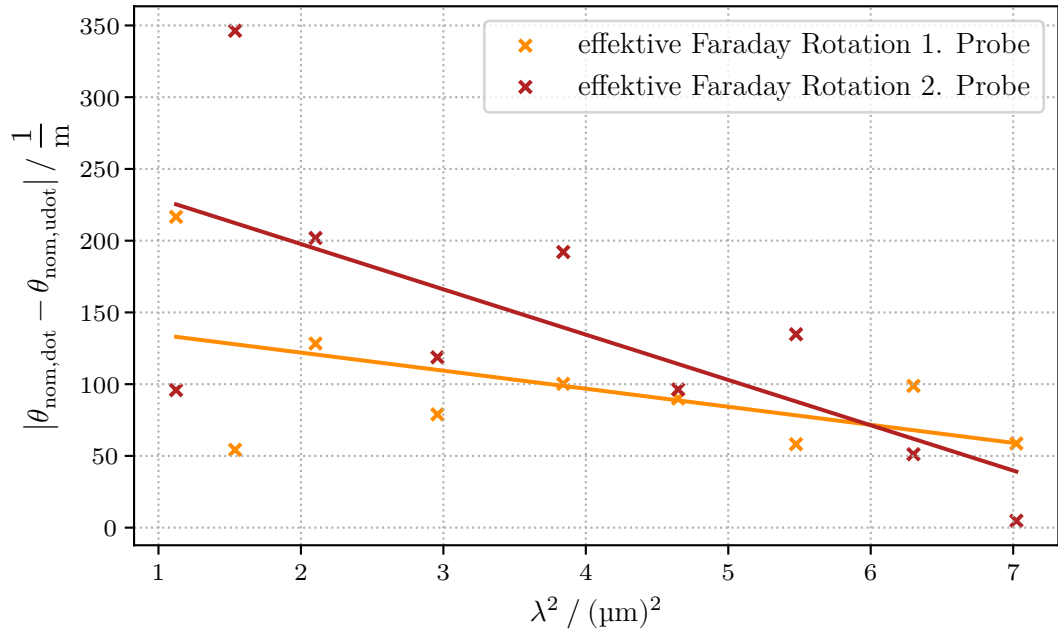




**Abbildung 4:** Normierter Rotationswinkel gegen die Wellenlänge  $\lambda$  zusammen mit einer linearen Regression der untersuchten Wellen.



**Abbildung 5:** Differenz zwischen dem Faraday-Winkel der undotierten und dotierten Probe gegen eine lineare x-Achse.



**Abbildung 6:** Differenz zwischen dem Faraday-Winkel der undotierten und dotierten Probe gegen eine skalierte x-Achse.

**Tabelle 2:** Messwerte für die gemessenen Rotationswinkel für beide Polrichtungen des Magnetfeldes für drei verschiedene Proben Galliumarsenid im Gradmaß.

$\lambda / \mu\text{m}$	$\theta_1^{1\text{deg}}$	$\theta_2^{1\text{deg}}$	$\theta_1^{2\text{deg}}$	$\theta_2^{2\text{deg}}$	$\theta_1^{3\text{deg}}$	$\theta_2^{3\text{deg}}$
1.06	61°00′	83°54′	78°32′	83°45′	69°30′	32°58′
1.24	86°45′	84°52′	19°06′	62°38′	69°06′	29°54′
1.45	71°20′	85°03′	77°09′	40°05′	44°55′	23°52′
1.72	70°30′	83°16′	60°30′	80°06′	27°28′	31°36′
1.96	67°28′	81°50′	69°40′	39°11′	29°11′	27°08′
2.156	64°45′	79°00′	72°13′	58°08′	19°21′	22°50′
2.34	44°10′	53°38′	40°54′	20°46′	20°55′	24°11′
2.510	20°00′	35°15′	16°40′	25°15′	19°36′	21°53′
2.65	61°20′	76°01′	57°44′	64°45′	11°30′	35°03′

**Tabelle 3:** Werte für die Rotationswinkel für beide Polrichtungen des Magnetfeldes für drei verschiedene Proben Galliumarsenid im Bogenmaß.

$\lambda / \mu\text{m}$	$\theta_1^{\text{rad}}$	$\theta_2^{\text{rad}}$	$\theta_1^{\text{rad}}$	$\theta_2^{\text{rad}}$	$\theta_1^{\text{rad}}$	$\theta_2^{\text{rad}}$
1.06	1.0647	1.4643	1.3707	1.4617	1.2130	0.5754
1.24	1.5141	1.4812	0.3334	1.0932	1.2060	0.5219
1.45	1.2450	1.4844	1.3465	0.6996	0.7839	0.4166
1.72	1.2305	1.4533	1.0559	1.3980	0.4794	0.5515
1.96	1.1775	1.4283	1.2159	0.6839	0.5093	0.4736
2.156	1.1301	1.3788	1.2604	1.0146	0.3377	0.3985
2.34	0.7709	0.9361	0.7138	0.3624	0.3651	0.4221
2.510	0.3491	0.6152	0.2909	0.4407	0.3421	0.3819
2.65	1.0705	1.3267	1.0076	1.1301	0.2007	0.6117

## 5 Diskussion

Vor der Messung der Faraday-Rotation, für die 3. Probe änderte sich die angegebene Stromstärke des Elektromagneten von 10 A auf 9,8 A. Aus diesem Grund wird die maximale gemessene Feldstärke von 405 mT für die ersten Proben mit einem Faktor von 1,02 auf 413,1 mT korrigiert. Der Verlauf des magnetischen Feldstärke ist symmetrisch um die Position der Proben, was den Erwartungen entspricht. Auch ist das Magnetfeld im Mittelpunkt nahezu homogen, sodass auch die längste Probe, mit einer Dicke von 5,11 mm, von einem nahezu homogenen Magnetfeld durchdrungen wird.

Der Quotient aus effektiver und reeller Masse beträgt  $\frac{m_{\text{eff}}}{m_e} \approx 0,063$  [1]. Die gemessenen Verhältnisse betragen  $\frac{m_{\text{eff}}^1}{m_e} = (0,08494 \pm 0,00056)$  und  $\frac{m_{\text{eff}}^2}{m_e} = (0,035095 \pm 0,000093)$ , was relative Abweichungen von  $\Delta_{\%}^1 = (34,83 \pm 0,89) \%$  und  $\Delta_{\%}^2 = (44,29 \pm 0,15) \%$  bedeutet. Das bedeutet, dass die gemessenen Werte signifikant von dem Literaturwerten abweichen.

Während der Justage konnte die Apparatur nicht so eingestellt werden, dass die Minima genau einen Abstand von  $90^\circ$  voneinander haben. Das deutet darauf hin, dass mit einer besseren Justage ein genaueres Ergebnis erzielt werden kann. Zusätzlich hat starkes Rauschen das Ablesen der Messwerte erschwert. Es ergeben sich größere Ungenauigkeiten beim Ablesen der Winkel für die resultierenden Minima. Abbildung 4 zeigt hier eine große Streuung besonders für die Messwerte der 2. Probe.

## Literatur

- [1] Rudolf Gross und Achim Marx. *Festkörperphysik*. Berlin, Boston: De Gruyter, 2018. ISBN: 9783110559187. DOI: doi:10.1515/9783110559187. URL: <https://doi.org/10.1515/9783110559187>.

- [2] John D. Hunter. „Matplotlib: A 2D Graphics Environment“. Version 1.4.3. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 90–95. URL: <http://matplotlib.org/>.
- [3] Eric Jones, Travis E. Oliphant, Pearu Peterson u. a. *SciPy: Open source scientific tools for Python*. Version 0.16.0. URL: <http://www.scipy.org/>.
- [4] Eric O. Lebigot. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties*. Version 2.4.6.1. URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/>.
- [5] *V46 - Faraday-Effekt an Halbleitern*. TU Dortmund, Fakultät Physik. 2019.
- [6] *V46 - Faraday-Effekt an Halbleitern. Berechnung des Rotationswinkels der Polarisationssebene beim Faraday-Effekt*. TU Dortmund, Fakultät Physik. 2023.

# V46 - Faraday - Effekt

20.12.2023

Probe 1: GaAs n-dotiert,  $N_D = 2 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ ,  $d = 1,236 \text{ mm}$

Filz / $\mu\text{m}$	$\theta_{\text{min}}$	$\theta_{\text{max}}$	$B = 100 \text{ mT}$ Eingangsleistung 450 Hz
1,06	$61^\circ 0'$	$83^\circ 54'$	
1,24	$86^\circ 15'$	$84^\circ 52'$	
1,45	$74^\circ 20'$	$85^\circ 03'$	
1,72	$40^\circ 20'$	$86^\circ 18'$	
1,96	$67^\circ 28'$	$81^\circ 50'$	
2,156	$64^\circ 45'$	$78^\circ 00'$	
2,34	$44^\circ 10'$	$58^\circ 38'$	
2,510	$20^\circ 0'$	$35^\circ 15'$	
2,65	$81^\circ 20'$	$76^\circ 01'$	

Probe 2: GaAs (n-dotiert)  $N_D = 1,2 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ ,  $d = 1,36 \text{ mm}$

Filz / $\mu\text{m}$	$\theta_{\text{min}}$	$\theta_{\text{max}}$
1,06	$78^\circ 33'$	$83^\circ 45'$
1,24	$13^\circ 06'$	$62^\circ 38' 12''$
1,45	$77^\circ 08'$	$40^\circ 05'$
1,72	$60^\circ 30'$	$80^\circ 06'$
1,96	$69^\circ 40'$	$39^\circ 11'$
2,156	$72^\circ 13'$	$58^\circ 08'$
2,34	$40^\circ 54'$	$20^\circ 46'$
2,510	$16^\circ 40'$	$25^\circ 15'$
2,65	$57^\circ 44'$	$64^\circ 45'$

Das B-Feld hat im Anschluss nur noch 984 (bei 20V)

Probe 3: GaAs hochrein,  $d = 5,11 \text{ mm}$

Filz / $\mu\text{m}$	$\theta_{\text{min}}$	$\theta_{\text{max}}$
1,06	$68^\circ 30'$	$32^\circ 58'$
1,24	$69^\circ 06'$	$29^\circ 54'$
1,45	$44^\circ 55'$	$23^\circ 52'$
1,72	$27^\circ 28'$	$31^\circ 36'$
1,96	$28^\circ 11'$	$27^\circ 08'$
2,156	$19^\circ 21'$	$22^\circ 50'$
2,34	$20^\circ 55'$	$24^\circ 11'$
2,510	$19^\circ 36'$	$21^\circ 53'$
2,65	$11^\circ 30'$	$35^\circ 03'$

Hallsonde

$z/\text{mm}$	$B/\text{mT}$	$z/\text{mm}$	$B/\text{mT}$	$z/\text{mm}$	$B/\text{mT}$
85	397	103	389	94	350
86	402	104	380	93	383
97	404	105	365	92	371
98	405	106	341	91	356
99	405	107	307	90	329
100	403	108	269	89	295
101	400	109	226	88	237
102	396	110	175	87	188