

**V16**

# **Rutherford-Streuung**

Celina Wieberg

celina.wieberg@tu-dortmund.de

Aaron Schink

aaron.schink@tu-dortmund.de

Durchführung: 8.12.2025

Abgabe: 10.12.2025

TU Dortmund – Fakultät Physik

# **Inhaltsverzeichnis**

<b>1. Zielsetzung</b>	<b>3</b>
<b>2. Theorie</b>	<b>3</b>
2.1. Energieverlust und Wechselwirkung mit Hüllenelektronen . . . . .	3
2.2. Elastische Coulomb-Streuung und differentieller Wirkungsquerschnitt . . . . .	3
2.3. Näherungen, Abschirmung und endliche Kernstruktur . . . . .	4
2.4. Mehrfachstreuung . . . . .	4
<b>3. Durchführung</b>	<b>5</b>
3.1. Aufbau . . . . .	5
3.2. Durchführung . . . . .	6
<b>4. Auswertung</b>	<b>6</b>
4.1. Verstärkung . . . . .	6
4.2. Strahlcharakteristik und Wirkungsquerschnitte . . . . .	7
4.2.1. Vakuum . . . . .	7
4.2.2. Gold . . . . .	9
4.2.3. Bismut . . . . .	9
<b>5. Diskussion</b>	<b>10</b>
5.1. Verstärkung . . . . .	10
5.2. Strahlcharakteristik und Wirkungsquerschnitte . . . . .	11
5.2.1. Vakuum . . . . .	11
5.2.2. Gold . . . . .	11
5.2.3. Bismut . . . . .	11
<b>A. Originaldaten</b>	<b>11</b>
<b>Literatur</b>	<b>13</b>

## 1. Zielsetzung

Der vorliegende Versuch dient dazu, die Wechselwirkungen zwischen  $\alpha$ -Teilchen und Atomkernen experimentell zu untersuchen und damit das Rutherford-Streuungsmodell zu prüfen. An einer dünnen Gold- und Bismutfolie werden die Winkelverteilung der gestreuten Teilchen sowie die Abhängigkeit des Streuverhaltens von der Kernladungszahl  $Z$  verschiedener Targetmaterialien ermittelt.

## 2. Theorie

### 2.1. Energieverlust und Wechselwirkung mit Hüllenelektronen

Der kontinuierliche Energieverlust geladener Teilchen durch Anregung und Ionisation der Hüllenelektronen wird durch das Störungsverhalten der Elektronen beschrieben und für schnelle, nichtrelativistische bis moderat relativistische Teilchen durch die Bethe-Bloch-Gleichung [1] genähert,

$$\frac{dE}{dx} = -\frac{4\pi e^4 z^2 N Z}{m_0 v^2 (4\pi \varepsilon_0)^2} \ln\left(\frac{2m_0 v^2}{I}\right),$$

wobei  $z$  die Ladungszahl des Projektils,  $N$  die Atomdichte des Targets,  $Z$  die Kernladungszahl des Targetmaterials,  $m_0$  die Elektronenruhemasse,  $v$  die Teilchengeschwindigkeit und  $I$  die mittlere Ionisationsenergie des Materials bezeichnet. Aus dem Energieverlust folgt durch Integration über die Energie die Reichweite  $R(E)$  der Teilchen, sodass die effektive Folienstärke  $x$  aus dem gemessenen Energieverlust  $\Delta E$  über

$$x = \int_{E_\alpha - \Delta E}^{E_\alpha} \left( \frac{dE}{dx} \right)^{-1} dE$$

bestimmt werden kann. Die Atomdichte  $N$  wird durch die Materialdichte  $\rho$ , die molare Masse  $M$  und die Avogadrozahl  $N_A$  über

$$N = \frac{\rho N_A}{M} \quad (1)$$

ausgedrückt. Für die Kalibrierung der Pulshöhen ist zu berücksichtigen, dass die gemessene Pulshöhe proportional zur verbliebenen kinetischen Energie der  $\alpha$ -Teilchen ist.

### 2.2. Elastische Coulomb-Streuung und differentieller Wirkungsquerschnitt

Die Ablenkung der  $\alpha$ -Teilchen durch die Coulombkraft des positiv geladenen Kerns wird durch den differentiellen Wirkungsquerschnitt beschrieben. Unter der Annahme der Einzelstreuung und der Vernachlässigung quantenmechanischer Feinheiten ergibt sich für den Rutherford-Wirkungsquerschnitt [2] die Form

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta) = \left( \frac{zZe^2}{4\pi \varepsilon_0 E_\alpha} \right)^2 \frac{1}{\sin^4(\theta/2)}, \quad (2)$$

wobei  $E_\alpha$  die kinetische Energie der  $\alpha$ -Teilchen und  $\theta$  der Streuwinkel ist. Der differentielle Wirkungsquerschnitt gibt die Wahrscheinlichkeit an, in einen bestimmten Raumwinkel  $d\Omega$  gestreut zu werden, und skaliert quadratisch mit dem Produkt der Ladungszahlen  $zZ$ . Experimentell wird die Zählrate  $I(\theta)$  gemessen, die mit dem differentiellen Wirkungsquerschnitt durch die Beziehung

$$I(\theta) = I_0 N d \frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta) \Delta\Omega \varepsilon \quad (3)$$

[3]

verknüpft ist. Hierbei bezeichnet  $I_0$  den einfallenden Teilchenstrom,  $x$  die Folienstärke,  $\Delta\Omega$  den vom Detektor abgedeckten Raumwinkel und  $\varepsilon$  die Detektionseffizienz. Für kleine Detektoren in ausreichendem Abstand  $r$  zur Streustelle kann der Raumwinkel näherungsweise durch

$$\Delta\Omega = 4 \arctan\left(\frac{b_x}{2l}\right) \arctan\left(\frac{b_x}{2l}\right) \quad (4)$$

beschrieben werden, wobei  $A$  die effektive Detektorfläche und  $\alpha$  der Winkel zwischen Detektorebene und Sichtlinie ist.

### 2.3. Näherungen, Abschirmung und endliche Kernstruktur

Bei der Anwendung der Rutherford-Formel werden mehrere Näherungen getroffen, die experimentell überprüft werden müssen. Die Einzelstreuungsannahme ist nur für dünne Folien gültig. Bei zunehmender Folienstärke werden Mehrfachstreuungen relevant und führen zu einer Aufweitung der Winkelverteilung. Bei großen Impactparametern wird die Kernladung durch die Hüllenelektronen abgeschirmt, sodass bei sehr kleinen Streuwinkeln Abweichungen von der reinen Coulomb-Form auftreten. Bei sehr kleinen Impactparametern wird die Annahme eines punktförmigen Kerns unzureichend, die endliche Ladungsverteilung des Kerns führt zu Abweichungen bei großen Streuwinkeln und ermöglicht Rückschlüsse auf den effektiven Kernradius [4].

### 2.4. Mehrfachstreuung

Die Streuung an vielen kleinen Stößen innerhalb der Folie führt zu einer statistischen Aufweitung des Streuwinkels, die durch Näherungsformeln beschrieben werden kann. Für die charakteristische RMS-Ablenkung  $\theta_0$  wird häufig die Highland-Formel [5] verwendet,

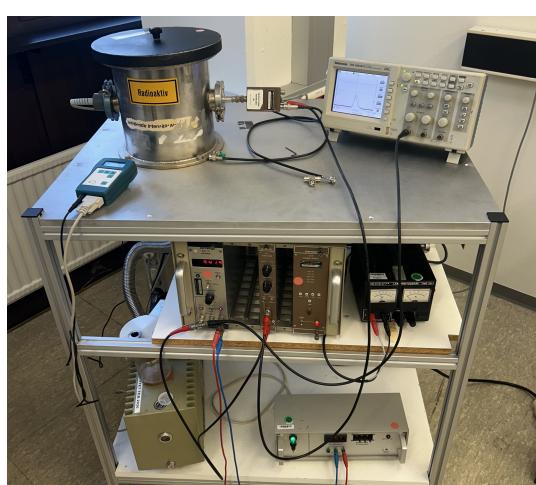
$$\theta_0 \approx \frac{13,6 \text{ MeV}}{\beta pc} z \sqrt{\frac{x}{X_0}} \left[ 1 + 0,038 \ln\left(\frac{x}{X_0}\right) \right],$$

wobei  $\beta$  und  $p$  die relative Geschwindigkeit bzw. der Impuls des Projektils,  $z$  dessen Ladungszahl,  $x$  die Materialdicke und  $X_0$  die Strahlungslänge des Materials bezeichnen. Durch Vergleich der gemessenen Winkelverteilung für verschiedene Folienstärken kann der Übergang von der Einzelstreuung zur Mehrfachstreuung quantifiziert werden.

### 3. Durchführung

#### 3.1. Aufbau

Der Versuch wird in einer evakuierten Messkammer durchgeführt, da die Reichweite der  $\alpha$ -Strahlung in Luft sehr gering ist. Die Kammer wird mit einer Vakuumpumpe auf Betriebsdrucks von 0 mbar gebracht. Als Strahlquelle dient ein  $^{241}\text{Am}$ -Präparat, das  $\alpha$ -Teilchen mit einer Energie von etwa  $E_\alpha = 5,486 \text{ MeV}$  emittiert. Zur räumlichen Begrenzung des Strahls sind zwei hintereinander angeordnete Schlitzblenden mit einer Öffnung von 2 mm installiert, diese Kollimation sorgt dafür, dass die  $\alpha$ -Teilchen nahezu senkrecht auf die Probenfolie treffen. Die Probe ist auf einem drehbaren Probenhalter montiert, sodass die Streuwinkel  $\theta$  präzise eingestellt werden können. Die an der Folie gestreuten  $\alpha$ -Teilchen werden von einem Surface-Barrier-Halbleiterdetektor registriert. In der Sperrschicht des Detektors erzeugen die einfallenden  $\alpha$ -Teilchen Elektronen-Loch-Paare. Diese Ladungsträger werden durch das angelegte elektrische Feld zu den Elektroden beschleunigt und erzeugen so einen messbaren Stromimpuls. Zur Signalaufbereitung werden die Detektorsignale vorverstärkt und gegebenenfalls weiter verstärkt. Für die Auswertung stehen ein Oszilloskop zur Bestimmung von Energieverlusten und ein Zählwerk zur Erfassung der Zählraten zur Verfügung. Alle relevanten Komponenten (Vakuumpumpe, Strahlquelle, Schlitzblenden, Probenhalter, Detektor, Vorverstärker, Verstärker, Oszilloskop, Zählwerk) sind mechanisch und elektrisch so angeordnet, dass Justage, Probenwechsel und winkelabhängige Messungen reproduzierbar und sicher durchgeführt werden können. Der Aufbau ist in Abbildung 1 dargestellt.



(a) Vollständiger Versuchsaufbau mit Vakuumpumpe, Kollimation und Detektor.



(b) Evakuerter Rezipient mit eingesetzter Goldfolie auf dem Probenhalter.

**Abbildung 1:** Vergleichende Darstellung: (a) Gesamtaufbau und (b) Detailaufnahme des evakuierten Rezipienten.

### **3.2. Durchführung**

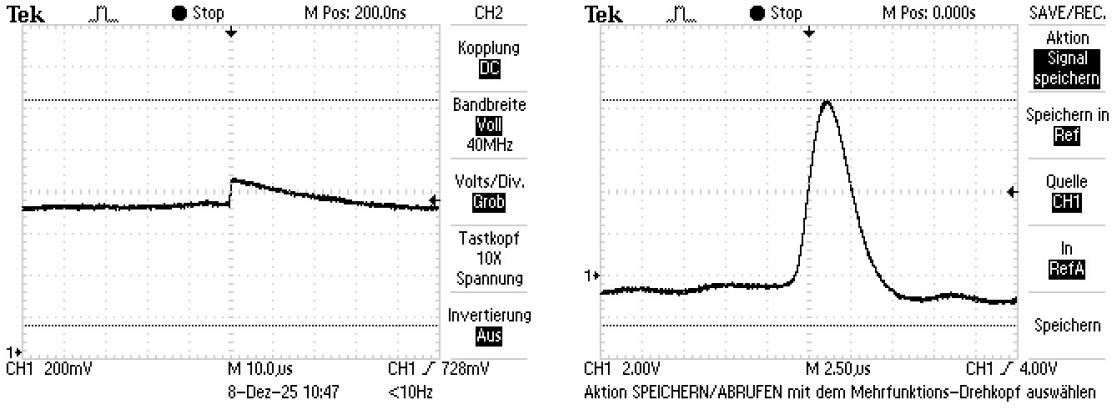
Zu Beginn des Versuchs wird die Messkammer mit einer Drehschieberpumpe evakuiert, um Streuungen an Restgasen zu minimieren. Nach Erreichen des Betriebsdrucks werden Quelle und Detektor so zu einander positioniert, dass ein gerader Durchtritt der  $\alpha$ -Teilchen gewährleistet ist. Über das eingebaute Goniometer wird der Detektor genullt. Anschließend wird ohne Einbringen einer Probe das Strahlprofil aufgenommen und dokumentiert, um später Korrekturen der Winkelabhängigkeit und die Detektorempfindlichkeit vornehmen zu können. Zur Bestimmung des Untergrunds und der ungestörten Aktivität wird die Zählrate ohne Folie im evakuierten Zustand für  $t = 300\text{ s}$  gemessen. Für die eigentlichen Streumessungen werden nacheinander eine Goldfolie und eine Bismutfolie eingesetzt. Für jedes Material werden Messungen an verschiedenen Winkelpositionen durchgeführt. An jeder Winkelposition wird die Zählrate  $I$  über eine feste Messzeit von  $t = 300\text{ s}$  aufgenommen. Die Wahl der Messzeit berücksichtigt die poisson'sche Statistik des  $\alpha$ -Zerfalls, sodass der statistische Fehler  $\Delta I = \sqrt{I}$  und der relative Fehler  $\Delta I/I = 1/\sqrt{I}$  für die Auswertung verwendet werden. Bei Bedarf kann die Messzeit an Winkel mit sehr geringer Zählrate verlängert werden, um die gewünschte relative Unsicherheit zu erreichen. Es werden der eingestellte zu messende Streuwinkels  $\theta$ , die Messzeit  $t$  und die gemessene Zählrate  $I$  aufgenommen.

## **4. Auswertung**

Für die Auswertung wird die Python-Bibliothek `numpy` [6] benutzt. Die Fits entstehen mit `curve_fit` aus `scipy.optimize` [7]. Die Fehlerrechnung wird mit `uncertainties` [8] durchgeführt. Plots entstehen mit `matplotlib.pyplot` [9].

### **4.1. Verstärkung**

Um die Wirkung des Verstärkers zu demonstrieren, werden Oszilloskopbilder jeweils mit und ohne Verstärker aufgenommen, dargestellt in Abbildung 2



(a) Ohne Verstärker.

(b) Mit Verstärker.

**Abbildung 2:** Oszilloskopaufnahmen ohne und mit Verstärker.

Es ist erkennbar, dass die Messung mit dem Verstärker ein klareres, stärkeres Signal liefert.

## 4.2. Strahlcharakteristik und Wirkungsquerschnitte

Für die Folien werden die gemessenen Zählraten über Gleichung 3 mit Gleichung 1 und Gleichung 4 in differentielle Streuquerschnitte umgerechnet. Dafür wird für beide Folien die Folienstärke  $d = 2 \mu\text{m}$  und die Abmessung der Apparatur mit  $b_x = 2 \text{ mm}$ ,  $b_y = 10 \text{ mm}$  und  $l = 45 \text{ mm}$  verwendet. Die einfallende Zählrate wird über die Aktivität des Präparats multipliziert mit dem Raumwinkel des Targets berechnet. Mit der Aktivität von  $330 \text{ kBq}$  im Jahr 1994, einer Halbwertszeit von 432 Jahren und einer Blendenfläche von  $20 \text{ mm}^2$  ergibt sich eine einfallende Zählrate von  $C_0 = 155,805 \text{ 1/s}$ .

Die Messwerte werden mit einem Fit der Form

$$f(\theta) = \frac{a}{\sin^4\left(\frac{\theta}{2}\right)} \quad (5)$$

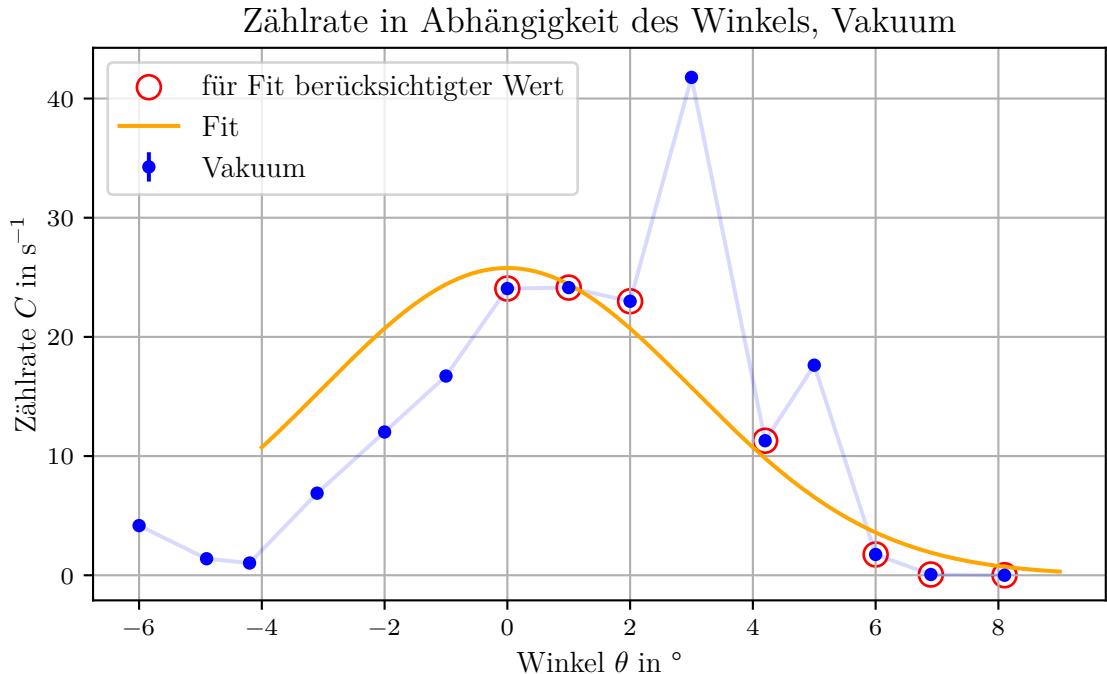
versehen und der theoretische Streuquerschnitt nach Gleichung 2 dargestellt. Die dafür verwendeten Parameter lauten

$$\begin{aligned} z &= 2 \\ E &= 8,789\,54 \cdot 10^{-13} \text{ J} \end{aligned}$$

[10].

### 4.2.1. Vakuum

Die Strahlcharakteristik wird in einem Vakuum von 0 mbar durchgeführt, welches konstant aufrecht gehalten wird. Die gemessenen Zählraten sind in Abbildung 3 dargestellt.



**Abbildung 3:** Strahlcharakteristik des Präparats im Vakuum. Ebenfalls dargestellt ist ein Gauß-Fit für die positiven Winkel, wobei Ausreißer nicht beachtet wurden.

Die Zählraten folgen grob einer Normalverteilung um  $0^{\circ}$ . Zuerst wurde von  $0^{\circ}$  ausgehend die Zählrate für negative Winkel vermessen, nach einer Fehleinstellung beim Wechsel auf positive Winkel musste die Apparatur neu geeicht werden. Ebenfalls wurde nach dem ersten Ausreißer bei  $3^{\circ}$  der Diskriminatior erhöht.

Die Parameter des Gaußfits

$$f(\theta) = a \cdot e^{-b \cdot x^2}$$

lauten

$$a = (25,782 \pm 1,268) \frac{1}{s}$$

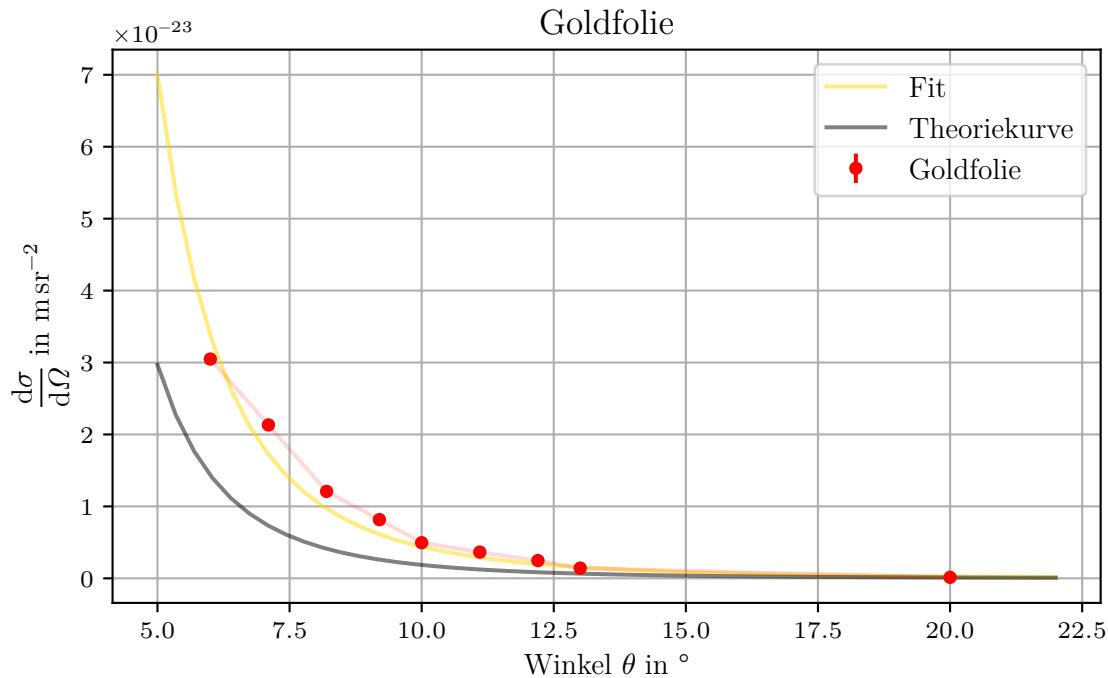
$$b = 0,054 \pm 0,008 \frac{1}{^{\circ}2}.$$

Es wird nur die positive Seite der Messung für den Fit berücksichtigt, da auf dieser Seite die nachfolgenden Messungen stattfinden und die erneute Eichung in der Durchführung zu einer Unvergleichbarkeit der beiden Seiten führt.

Die Zählrate nimmt mit steigendem Winkel rapide ab, was auf fehlende Stöße zurückzuführen ist, die die -Teilchen aus ihrer Bahn lenken würden.

#### 4.2.2. Gold

Für die Umrechnung der Zählraten in den Wirkungsquerschnitt nach Gleichung 3 werden  $\rho_{\text{Au}} = 19\,320 \text{ kg/m}^3$  und  $M_{\text{Au}} = 0,197 \text{ kg/mol}$  [11] verwendet. Die Ordnungszahl ist  $Z_{\text{Au}} = 79$ . Die gemessenen Zählraten sind in Abbildung 4 dargestellt.



**Abbildung 4:** Winkelabhängiger Wirkungsquerschnitt von einer  $2 \mu\text{m}$  dicken Goldfolie. Ebenfalls dargestellt ist ein Fit nach Gleichung 5 und der theoretische Wirkungsquerschnitt nach Gleichung 2.

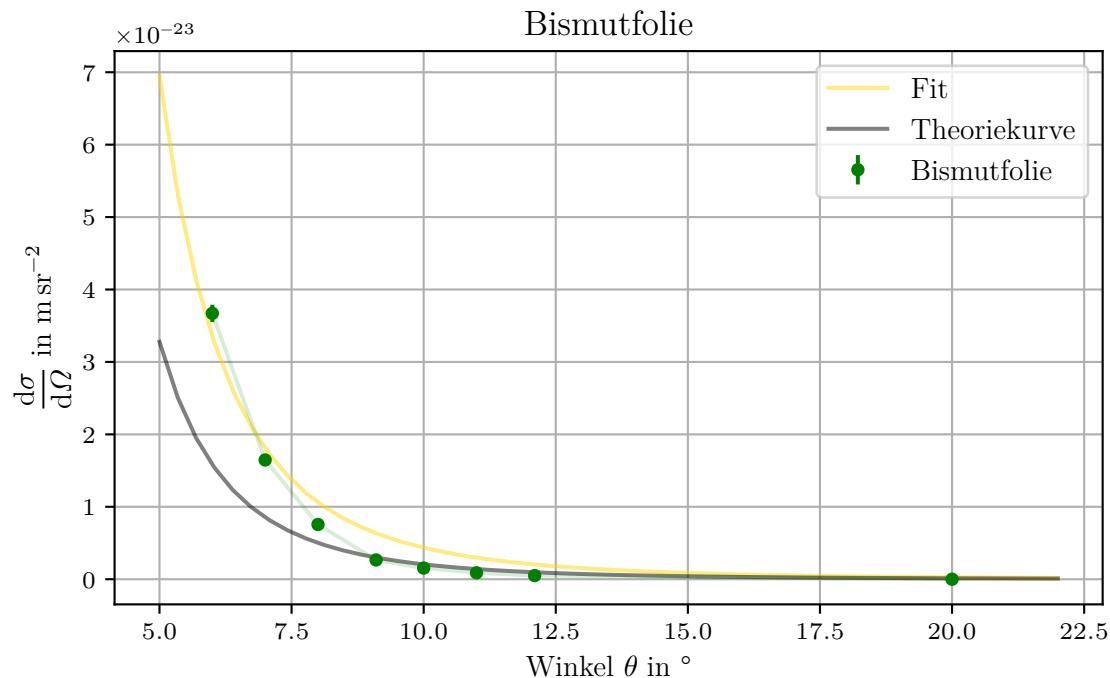
Der Parameter des Fits nach Gleichung 5 lautet

$$a_{\text{Au}} = (7,627 \pm 0,138) \cdot 10^{-28} \frac{\text{m}}{\text{sr}^2}.$$

Die Streuquerschnitte folgen dem Verlauf der Theoriekurve qualitativ, allerdings ist eine Verschiebung der Werte nach oben zu erkennen. Werte bei höheren Winkeln liegen näher an der Theoriekurve als jene bei kleineren Winkeln.

#### 4.2.3. Bismut

Für die Umrechnung der Zählraten in den Wirkungsquerschnitt nach Gleichung 3 werden  $\rho_{\text{Bi}} = 9790 \text{ kg/m}^3$  und  $M_{\text{Bi}} = 0,209 \text{ kg/mol}$  [12] verwendet. Die Ordnungszahl ist  $Z_{\text{Bi}} = 83$ . Die gemessenen Zählraten sind in Abbildung 5 dargestellt.



**Abbildung 5:** Winkelabhängiger Wirkungsquerschnitt von einer  $2\text{ }\mu\text{m}$  dicken Bismutfolie. Ebenfalls dargestellt ist ein Fit nach Gleichung 5 und der theoretische Wirkungsquerschnitt nach Gleichung 2.

Der Parameter des Fits nach Gleichung 5 lautet

$$a_{\text{Bi}} = (2,513 \pm 0,167) \cdot 10^{-28} \frac{\text{m}}{\text{sr}^2}.$$

Auch hier liegen die gemessenen Streuquerschnitte über der Theoriekurve, wobei die Abweichung bei kleineren Winkeln größer ist als bei größeren, im Falle von Bismut ist dieser Unterschied bei den ersten Messwerten besonders stark ausgeprägt, wird dann aber für Winkel ab  $7^\circ$  beinahe irrelevant.

## 5. Diskussion

### 5.1. Verstärkung

Wie in Abbildung 2 dargestellt ist der Verstärker unerlässlich für diesen Versuch. Noch relevanter wäre er bei Messungen, die abhängig vom Umgebungsdruck bzw. der Dichte des Mediums sind, wie z. B. die Messung des Energieverlustes der Teilchen.

## **5.2. Strahlcharakteristik und Wirkungsquerschnitte**

### **5.2.1. Vakuum**

Die Messung des Vakuums zeigt keine besonderen Auffälligkeiten. Wenn der Detektor mitten im Strahl steht, werden viele Events registriert; bei kleiner Abweichung fallen diese rapide ab. Die hier gemessenen Ausreißer in Abbildung 3 sind auf äußere Störungen zurückzuführen wie elektrische Störungen im Netz. Über den Diskriminatator wurde versucht, die Events rauszufiltern.

### **5.2.2. Gold**

Die Messung der Streuung in der Goldfolie zeigt qualitativ den zu erwartenden Verlauf, jedoch mit einer erkennbaren Abweichung für kleine Winkel. Die kleineren Winkel liegen in dem Winkelbereich, in dem in Abbildung 3 die Zählrate vergleichsweise hoch, was auf eine Verzerrung der Messwerte hindeutet. Da diese Zählrate bei größeren Winkel sehr schnell abnimmt, ist der Effekt dort weniger relevant.

Da Gold eine hohe Dichte von  $\rho_{\text{Au}} = 19\,320 \text{ kg/m}^3$  bei ähnlicher molaren Masse zu Bismut besitzt, sind hier aufgrund der größeren Anzahl an Streuzentren höhere Streuquerschnitte bei größeren Winkeln zu erwarten, was ein Vergleich der Messungen an beiden Folien bestätigt.

### **5.2.3. Bismut**

Die Messung an der Bismutfolie ist ähnlich wie bei der Goldfolie. Hier nimmt die Differenz zwischen Theoriekurve und Messwerten jedoch schneller ab.

Die Dichte von Bismut ist mit  $\rho_{\text{Bi}} = 9790 \text{ kg/m}^3$  fast halb so groß wie die von Gold, wodurch bei größeren Winkeln niedrigere Streuquerschnitte zu erwarten sind, was die Messung bestätigt.

## **A. Originaldaten**

# Winkel / °	t / s	counts
-6.0	300	1250
-4.9	300	416
-4.2	300	308
-3.1	300	2066
-2.0	300	3606
-1.0	300	5015
0.0	600	14435
1.0	300	7241 # hierfür wurde neu genullt
2.0	300	6897
3.0	300	12533
4.2	300	3386 # hierfür wurde discriminator umgestellt
5.0	300	5288
6.0	300	523
6.9	300	19
8.1	300	0

Abbildung 6: Originaldaten für die Vakuummessung.

# Winkel in °	t / s	c	foil thickness = 2 μm
6.0	300	1655	
7.1	300	1158	
8.2	300	656	
#9.1	300	1102	
9.2	300	443	
10.0	300	269	
11.1	300	198	
12.2	300	134	
13.0	300	77	
20.0	400	10	

Abbildung 7: Originaldaten für die Goldfolie.

#	Winkel in °	t / s	c	foil thickness = 2 µm
6.0		300	952	
7.0		300	427	
8.0		300	196	
9.1		300	69	
10.0		300	40	
11.0		300	23	
12.1		300	13	
20.0		400	0	

Abbildung 8: Originaldaten für die Bismutfolie.

## Literatur

- [1] Bianca Hoegel. *Bethe-Formel*. URL: <https://www.biancahoegel.de/wissen/kern/bethe-formel.html>.
- [2] 5 Streuprozesse und Zerfälle. Universität Hamburg. 2018. URL: <https://www.physik.uni-hamburg.de/en/iexp/gruppe-schleper/lehre/physik5-ws1819/documents/physik5-ws1819-seite28-46.pdf>.
- [3] gsi. *Kernphysik I - Grundlegende Eigenschaften der Atomkerne*. URL: [https://webdocs.gsi.de/~wolle/TELEKOLLEG/KERN/LECTURE/Reiter/Kernphysik\\_1/KP0506web.pdf](https://webdocs.gsi.de/~wolle/TELEKOLLEG/KERN/LECTURE/Reiter/Kernphysik_1/KP0506web.pdf).
- [4] LEIFI Physik. *Ermittlung der Kernradien durch Streuung*. URL: <https://www.leifiphysik.de/kern-teilchenphysik/kernphysik-grundlagen/versuche/ermittlung-der-kernradien-durch-streuung>.
- [5] Harvard University. *Techniques of Proton Radiotherapy - 06 - Multiple Scattering*. URL: [https://radoncphysics.massgeneralbrigham.org/media/com\\_attachments/attachments/com\\_content.article/Techniques-of-Proton-Radiotherapy-06-Multiple-Scattering.pdf](https://radoncphysics.massgeneralbrigham.org/media/com_attachments/attachments/com_content.article/Techniques-of-Proton-Radiotherapy-06-Multiple-Scattering.pdf).
- [6] Charles R. Harris u. a. „Array programming with NumPy“. In: *Nature* 585.7825 (Sep. 2020), S. 357–362. DOI: 10.1038/s41586-020-2649-2. URL: <https://doi.org/10.1038/s41586-020-2649-2>.
- [7] Pauli Virtanen u. a. „SciPy 1.0: Fundamental Algorithms for Scientific Computing in Python“. In: *Nature Methods* 17 (2020), S. 261–272. DOI: 10.1038/s41592-019-0686-2.
- [8] Eric O. Lebigot. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties*. Version 3.1.7. URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/>.

- [9] John D. Hunter. „Matplotlib: A 2D Graphics Environment“. Version 1.4.3. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 90–95. DOI: 10.1109/MCSE.2007.55. URL: <http://matplotlib.org/>. Current version 3.7.2, DOI: 10.5281/zenodo.8118151.
- [10] LNHB. *Table de Radionucléides*. URL: [http://www.lnhb.fr/nuclides/Am-241\\_tables.pdf](http://www.lnhb.fr/nuclides/Am-241_tables.pdf).
- [11] Periodensystem Online. *79, Gold (Au)*. URL: <https://www.periodensystem-online.de/index.php?el=79&id=modify>.
- [12] Periodensystem Online. *83, Wismut (Bi)*. URL: <https://www.periodensystem-online.de/index.php?el=83&id=modify>.