

V18

Germanium-Detektor

Celina Wieberg

celina.wieberg@tu-dortmund.de

Aaron Schink

aaron.schink@tu-dortmund.de

Durchführung: 6.11.2024

Abgabe: 11.11.2024

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung	3
2 Theorie	3
2.1 Wechselwirkungsprozesse von Gammaquanten	3
2.1.1 Photoeffekt	3
2.1.2 Compton-Effekt	4
2.2 Spektrum eines Monochromatischen Gammastrahlers	5
2.3 Der Reinst-Germanium-Detektor	5
2.3.1 Technische Eigenschaften	6
2.3.2 Detektionsprozess	7
3 Durchführung	7
3.1 Versuchsaufbau	7
3.2 Durchführung	9
4 Auswertung	9
4.1 Europium-152	9
4.2 Cäsium-137	12
4.3 Barium-133	16
4.4 Unbekanntes Erz	17
5 Diskussion	18
5.1 Europium-152	19
5.2 Cäsium-137	19
5.3 Barium-133	20
5.4 Unbekanntes Erz	20
6 Anhang: Emissionsspektren	20
Literatur	21

1 Zielsetzung

Ziel des Versuchs ist es, die Energiekalibration des Detektors durchzuführen, sowie die Vollenergienachweiswahrscheinlichkeit in Abhängigkeit der Energie zu messen. Auf Basis der kalibrierten Daten sollen anschließend Spektren bekannter und unbekannter Strahler hinsichtlich ihrer Energie und Aktivität ausgewertet werden.

2 Theorie

2.1 Wechselwirkungsprozesse von Gammaquanten

Gammastrahlung ist eine Form hochenergetischer, elektromagnetischer Strahlung. Typischerweise entsteht sie wenn nach einem Alpha- oder Betazerfall der zurückbleibende Kern in einem angeregten Zustand ist. Beim Übergang in einen energetisch niedrigeren Zustand wird ein Photon abgestrahlt, dieser Übergang wird als Gammazerfall bezeichnet. Dringen die Photonen in Materie ein, können sie je nach Energie verschiedenen Wechselwirkungsprozesse mit den Atomen durchführen. Bei niedrigen Energien unter 50 KeV ist die dominierende Wechselwirkung die Rayleigh-Streuung. Dabei werden Photonen ohne Energieverlust an den Elektronen eines Atoms gestreut, Das Photon ändert lediglich seine Richtung. Werden die niederenergetischen Photonen an freien Elektronen gestreut, wird von Thomson-Streuung gesprochen. Im Gegensatz zur Rayleigh-Streuung ist die Intensität der Thompson-Streuung unabhängig von der Wellenlänge des Lichts. Bei Photon-Energien bis 500 keV kommt es zum Photoeffekt, bei Energien bis 5 MeV tritt der Compton-Effekt auf. Bei diesen Energien arbeitet auch der Germaniumdetektor. Im Bereich oberhalb von 3 MeV kann es zur Paarbildung kommen, dabei wird ein Photon in der Nähe eines Atomkerns vollständig absorbiert und erzeugt ein Elektron und Positron. In Halbleitersensoren treten Photoeffekt, Compton-Effekt und die Paarbildung auf, da Energien, bei denen es zur Paarbildung kommt, in dem Versuch nicht erreicht werden, wird dieser Prozess nicht ausführlicher erläutert. Wie viel Licht in Folge der Wechselwirkungsprozesse absorbiert oder gestreut wird, wird mit dem Extinktionskoeffizienten μ beschrieben. Er ist ein Maß dafür, wie stark die Photonen im Material abgeschwächt werden. Bei Photonen mit geringer Energie, wo die Rayleigh-Streuung dominiert ist dieser Koeffizient groß, da viel Licht gestreut wird. Bei Photonen die sehr viel Energie besitzen, dominiert der Photoeffekt bei welchem das Licht absorbiert wird, auch hier ist der Koeffizient groß. Betrachtet man Photonen, die in Energiebereichen des Compton-Effekts liegen, ist dieser Koeffizient klein. [2]

2.1.1 Photoeffekt

Der Photoeffekt tritt auf, wenn ein Photon mit einem Atom Wechselwirkt und dabei seine Energie auf ein Hüllen-Elektron in diesem Atom überträgt. Ein Photon mit der Energie

$$E_{\gamma} = h \cdot \nu \quad (1)$$

trifft auf ein Atom und wird absorbiert von einem Elektron auf einer der inneren Schalen. Dabei ist h das Planksche Wirkungsquantum und ν die Frequenz des Photons. Das Photon überträgt seine gesamte Energie auf das Elektron, ist diese Energie größer als die Bindungsenergie des Elektrons E_b , so springt das Elektron aus seinem ursprünglich gebundenen Zustand in einen freien Zustand. Das Elektron wird mit der kinetischen Energie

$$E_k = E_\gamma - E_b \quad (2)$$

aus dem Atom geschleudert. Der frei gewordene Platz auf der Schale wird durch ein Elektron einer höheren Schale aufgefüllt. Bei diesem Prozess wird Energie frei, welche durch Emission eines Gamma-Quants abgegeben wird. Sowohl die Gamma-Quanten als auch die frei gewordenen Elektronen verlassen den Detektor in aller Regel nicht, somit ist die gesamte Energie, welche das ursprüngliche Photon deponiert hat, im Detektor zu messen. [5]

2.1.2 Compton-Effekt

Beim Compton-Effekt trifft ein Photon mit E_γ auf ein freies oder schwach gebundenes Elektron. Beim Zusammenstoß überträgt es einen Teil seiner Energie auf das Elektron. Nach der Kollision gewinnt das Elektron an kinetischer Energie und wird in eine bestimmte Richtung beschleunigt. Das Photon wird in eine andere Richtung gestreut und besitzt nun im Gegensatz zu dem Elektron, welches an Energie gewonnen hat, eine geringere Energie E'_γ . Die Wellenlänge des gestreuten Photons ist größer als die des ursprünglich einfallenden. Die genaue Änderung dieser Wellenlänge $\Delta\lambda$ ist abhängig von dem Streuwinkel θ des Photons. Sie wird durch die Compton-Gleichung beschrieben:

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e c} \cdot (1 - \cos(\theta)) \quad (3)$$

Dabei ist $\frac{h}{m_e c}$ die Compton-Wellenlänge des Elektrons, m_e die Elektronenmasse und c die Lichtgeschwindigkeit. Die Wahrscheinlichkeit, dass eine Wechselwirkung stattfindet, ist gegeben durch den Wirkungsquerschnitt

$$\frac{d\sigma}{dE} = \frac{3}{8} \sigma_{Th} \frac{1}{m_0 c^2 \epsilon^2} \left(2 + \left(\frac{E}{E_\gamma - E} \right)^2 \left(\frac{1}{\epsilon^2} + \frac{E_\gamma - E}{E_\gamma} - \frac{2}{\epsilon} \left(\frac{E_\gamma - E}{E} \right) \right) \right). \quad (4)$$

Das Verhältnis der Energie des Gamma-Quants zu der Ruheenergie des Elektrons ist dabei

$$\epsilon = \frac{E_\gamma}{m_0 c^2}. \quad (5)$$

Die Energie des gestreuten Gammaquants E'_γ und des gestoßenen Elektrons E_e berechnen sich dabei wie folgt.

$$E'_\gamma = E_\gamma \frac{1}{1 + \epsilon(1 - \cos(\theta))} \quad (6)$$

$$E_e = E_\gamma \frac{\epsilon(1 - \cos(\theta))}{1 + \epsilon(1 - \cos(\theta))} \quad (7)$$

Wie viel Energie bei dem Zusammenstoß tatsächlich übertragen wird, hängt von dem Streuwinkel ab und führt zu einem kontinuierlichen Energiespektrum von möglichen Energieüberträgen. Bei $\theta = 180^\circ$ kommt es zum maximalen Energieübertrag. [12]

2.2 Spektrum eines Monochromatischen Gammastrahlers

In der Gamma-Spektroskopie gibt es drei wichtige Merkmale im Spektrum eines Monochromatischen Gammastrahlers: Der Photopeak, die Compton-Kante und Backscattering-Effekte. Diese Merkmale ermöglichen eine detaillierte Analyse der Strahlung und des Detektionsprozesses. Der Photopeak oder Full energy Peak ist das Hauptmaximum im Spektrum und entspricht der vollständigen Energie des Strahlers, der vollständig im Detektor absorbiert wird. Dieser scharfe Peak spiegelt die Energie des Gammastrahlers direkt wieder. Die Halbwertsbreite des Photopeaks ist ein Maß für die Energieauflösung des Detektors, ein schmaler Photopeak bedeutet eine hohe Auflösung, ein breiter Peak zeigt eine geringe Energieauflösung an. Die Compton-Kante ist ein Abschnitt im Spektrum, welcher entsteht, wenn Gammastrahlen mit Elektronen im Detektor Wechselwirken und nur einen Teil ihrer Energie abgeben. Da diese Energie vom Streuwinkel abhängt entsteht ein kontinuierlicher Bereich im Spektrum. Die Compton-Kante ist der Energiereichste Teil dieses Spektrums und entspricht einem Streuwinkel von 180° . Diese Energie E_{\max} ist gegeben durch

$$E_{\max} = E_\gamma \frac{2\epsilon}{1 + 2\epsilon}. \quad (8)$$

Backscattering-Effekte treten auf, wenn Gammastrahlen nach der ersten Wechselwirkung mit einem Elektron erneut gestreut werden und so in den Detektor zurückkehren. Diese Effekte sind durch flache Peaks im Spektrum gekennzeichnet, welche deutlich kleiner als der Photopeak sind. Die Photonen haben bei Detektierung eine geringere Energie als ursprünglich. Die Rückstreuung kann an der Rückwand des Präparats oder des Detektors entstehen.

2.3 Der Reinst-Germanium-Detektor

Der Reinst-Germanium-Detektor ist ein Halbleiterdetektor, der hauptsächlich in der Gamma-Spektroskopie Anwendung findet. Der Detektor besteht aus einem hochreinen Germanium-Einkristall, der von einer Aluminium-Schutzschicht eingeschlossen ist, um ihn vor Verunreinigungen zu schützen. Um die thermische Bewegung der Atome möglichst gering zu halten, wird der Kristall auf -196°C gekühlt. Zur Kühlung wird flüssiger Stickstoff verwendet. Der Detektor weist zwei Dotierungsarten auf. Bei der N-Dotierung von Halbleitern aus der vierten Hauptgruppe wie Germanium werden Elemente mit fünf Valenzelektronen (z.B. Phosphor) in das Halbleitermaterial eingebracht. Diese zusätzlichen Elektronen sind nicht vollständig an die Atomkerne gebunden und stehen als freie Ladungsträger zur Verfügung. Diese freien Elektronen erhöhen die Leitfähigkeit des

Halbleiters, da sie leicht durch das Material wandern können.

Bei der P-Dotierung werden Elemente mit drei Valenzelektronen (z.B. Bor) in das Halbleitermaterial eingebracht. Diese Elemente erzeugen fehlende Elektronen im Kristallgitter, die als positive Ladungsträger fungieren. Diese Löcher ermöglichen es Elektronen zu wandern und dabei einen Strom zu erzeugen, indem sie von Loch zu Loch springen.

Halbleitermaterialien sind durch ihre Bandstruktur ausgezeichnet, sie besitzen ein Valenzband und ein Leitungsband. Das Valenzband ist das höchste Energieband, das bei niedrigen Temperaturen vollständig besetzt ist. Die Elektronen in diesem Band sind fest gebunden und tragen nicht zur elektrischen Leitfähigkeit bei. Das Leitungsband liegt energetisch über dem Valenzband und ist bei niedrigen Temperaturen normalerweise leer. Wenn Elektronen genügend Energie haben, können sie in dieses Band gelangen und zur Leitfähigkeit beitragen.

2.3.1 Technische Eigenschaften

Um die Funktion und Leistungsfähigkeit eines Germaniumdetektors in der Gammaspektroskopie vollständig zu verstehen, ist es wichtig, die verschiedenen Störfaktoren und deren Reduzierung, die Bedeutung der Halbwertsbreite der Impulshöhenverteilung sowie die Effizienz der Detektion in Abhängigkeit von der Energie der einfallenden Gammastrahlung zu verstehen. Ein Germaniumdetektor kann durch verschiedene Störfaktoren beeinflusst werden, die die Genauigkeit und Effizienz der Messungen beeinträchtigen können. Dazu gehören thermisches Rauschen, elektronisches Rauschen und Raumladungseffekte. Durch Kühlung des Detektors mit flüssigem Stickstoff kann das thermische Rauschen signifikant reduziert werden. Das elektronische Rauschen kann unterdrückt werden, indem angepasst konzipierte Verstärkerschaltungen einbaut werden. Durch das anlegen einer geeigneten Spannung, um ein starkes und gleichmäßiges elektrisches Feld zu gewährleisten, das die schnelle Trennung und Abführung der Elektron-Loch-Paare unterstützt, können Raumladungseffekte verhindert werden, welche zu Signalverzerrung führen. Die Halbwertsbreite der Impulshöhenverteilung ist ein Maß für die Breite eines Peaks in einem Detektorspektrum bei halber Höhe des Maximums. Sie ist entscheidend für das energetische Auflösungsvermögen eines Germaniumdetektors, da sie die Fähigkeit des Detektors beschreibt, verschiedene Energiepeaks voneinander zu unterscheiden. Eine kleinere Halbwertsbreite bedeutet eine bessere Energieauflösung und ermöglicht eine präzisere Identifikation der Energien der einfallenden Gammastrahlen. Die Breite der Impulshöhenverteilung kann aus der Zahl der erzeugten Elektron-Loch-Paare bestimmt werden. Diese Paare entstehen, wenn Gammastrahlen auf den Detektor treffen und ihre Energie auf die Elektronen im Valenzband übertragen, die dann in das Leitungsband gehoben werden. Die Anzahl der Elektron-Loch-Paare ist proportional zur Energie der einfallenden Strahlung, und die Variation in der erzeugten Anzahl trägt zur Breite der Impulshöhenverteilung bei. Eine weitere wichtige Eigenschaft ist die Absorptionswahrscheinlichkeit. Da der Extinktionskoeffizienten geringer wird, wenn der Photoeffekt bei höheren Energien stattfindet, wird die Absorptionswahrscheinlichkeit geringer gemäß

$$P(d) = 1 - e^{-\mu d} \quad (9)$$

Diese beeinflusst die Effizienz des Detektors, welche beschreibt wie die Nachweiswahrscheinlichkeit von der Energie abhängt.

2.3.2 Detektionsprozess

Wenn Gammastrahlung auf den Kristall trifft, übertragen die Photonen ihre Energie auf die Elektronen im Valenzband, durch die hinzugeführte Energie können sie in das Leitungsband gehoben werden. Dabei entstehen Elektron-Loch-Paare im Kristall. An den Detektor ist ein äußeres elektrisches Feld angelegt, das entscheidend für den Trennungsprozess der erzeugten Elektronen und Löcher ist. Die Verarmungszone, die sich an der Grenzfläche zwischen der P- und N-dotierten Schicht bildet, spielt hierbei eine zentrale Rolle. In dieser Zone sind alle freien Ladungsträger (Elektronen und Löcher) abwesend, was bedeutet, dass dort ein starkes elektrisches Feld herrscht. Dieses Feld sorgt dafür, dass die erzeugten Elektronen und Löcher sofort getrennt und beschleunigt werden. Die Löcher wandern zur P-dotierten Seite, während die Elektronen zur N-dotierten Seite wandern. Durch die Bewegung der Elektronen und Löcher in der Verarmungszone entsteht ein messbarer Strom. Die Größe des Stroms ist direkt proportional zu der Energie der einfallenden Gammastrahlung. Die resultierenden Stromimpulse werden zu einem Spektrum zusammengefasst, das die Energien der detektierten Gammastrahlen zeigt.

3 Durchführung

3.1 Versuchsaufbau

In dem Versuch wird ein Koaxialer Germanium-Detektor in Zylinder Form verwendet, sein Durchmesser beträgt 45 mm und seine Länge 39 mm. Durch die Eindiffusion von Lithium-Atomen ist die Oberfläche des Detektors n-dotiert, das stellt eine gute Leitfähigkeit sicher und ermöglicht es, den Pluspol der Sperrspannung anzuschließen. Im Innere des Detektorkristalls befindet sich eine koaxiale Bohrung. Die innere Oberfläche dieser Bohrung ist mit einer Goldschicht überzogen, wodurch ein Kontakt zwischen Metall und Halbleiter entsteht, der stark p-dotiert ist. Diese intensive p-Dotierung erzeugt eine ausgedehnte Verarmungszone, weil die Akzeptorendichte im Germaniumkristall sehr gering ist. Eine Aluminium-Schutzhaube umschließt den Detektorkristall vollständig. Sollen Gammaquanten detektiert werden, müssen sie sowohl die Aluminium-Schicht, als auch die Li-dotierte Oberfläche durchdringen. Dies führt zu einer minimalen Energiegrenze für nachweisbare Gammastrahlen. Bei dem verwendeten Detektor liegt diese Grenze zwischen 40 keV und 50 keV. Um präzise und Messergebnisse zu erhalten, sollten für die Bestimmung der Vollenergienachweiswahrscheinlichkeit nur Energien über 150 keV betrachtet werden.

[11]

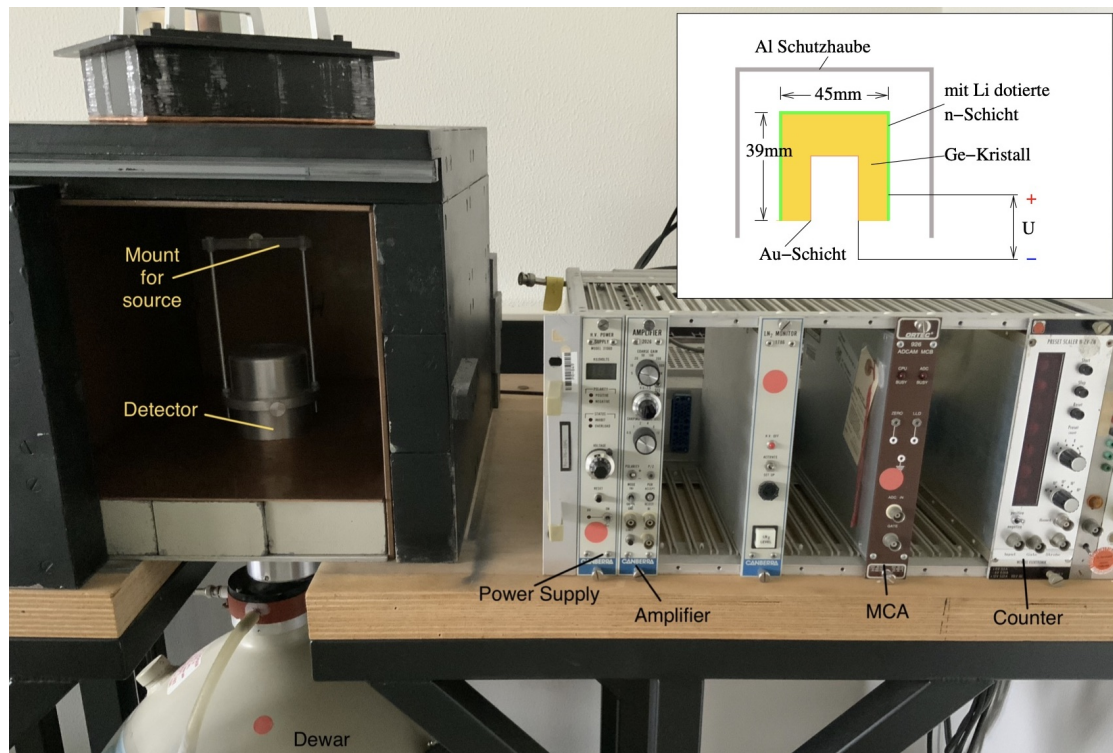


Abbildung 1: Der Aufgebaute Versuch.

3.2 Durchführung

Zuerst wird das Spektrum eines ^{152}Eu Strahlers erfasst, dessen Emissionsspektrum bekannt ist, um eine Energiekalibration der Apparatur und eine Messung der Vollenergienachweiswahrscheinlichkeit des Detektors durchzuführen. Dabei sind sowohl die Position der Linien als auch deren Intensität zu bestimmen. Als nächstes wird das Spektrum eines ^{137}Cs Strahlers zur Bestimmung von Detektoreigenschaften aufgenommen und zusätzlich die Aktivität der Probe bestimmt. Eine weitere Aktivitätsmessung wird anschließend für ^{133}Ba durchgeführt. Der letzte Teil des Versuches besteht darin, das Spektrum eines unbekannten Strahlers aufzuzeichnen und die aktiven Nuklide in der Probe zu identifizieren und zu benennen. Auch hier ist die Aktivität der verschiedenen Nuklide zu berechnen.

4 Auswertung

Für die Auswertung wird die Python-Bibliothek `numpy` [3] benutzt. Die Fits entstehen mit `curve_fit` aus `scipy.optimize` [13]. Die Fehlerrechnung wird mit `uncertainties` [6] durchgeführt. Plots entstehen mit `matplotlib.pyplot` [4].

Der Mittelwert \bar{x} von N gemessenen Werten a bestimmt sich über

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N a_i, \quad (10)$$

der Fehler des Mittelwertes über

$$\Delta x = \sqrt{\frac{1}{N \cdot (N-1)} \sum_{i=1}^N (a_i - \bar{x})^2}. \quad (11)$$

Die Gaußsche Fehlerfortpflanzung für eine berechnete Größe f lautet

$$\Delta f = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 \cdot (\Delta x_i)^2}. \quad (12)$$

Prozentuale Abweichungen werden mit

$$\Delta x = \left| \frac{x - a}{a} \right| \quad (13)$$

berechnet, wobei a ein Vergleichswert und x der erhaltene Wert ist.

4.1 Europium-152

Die Messung von Europium ergibt folgendes Spektrum.

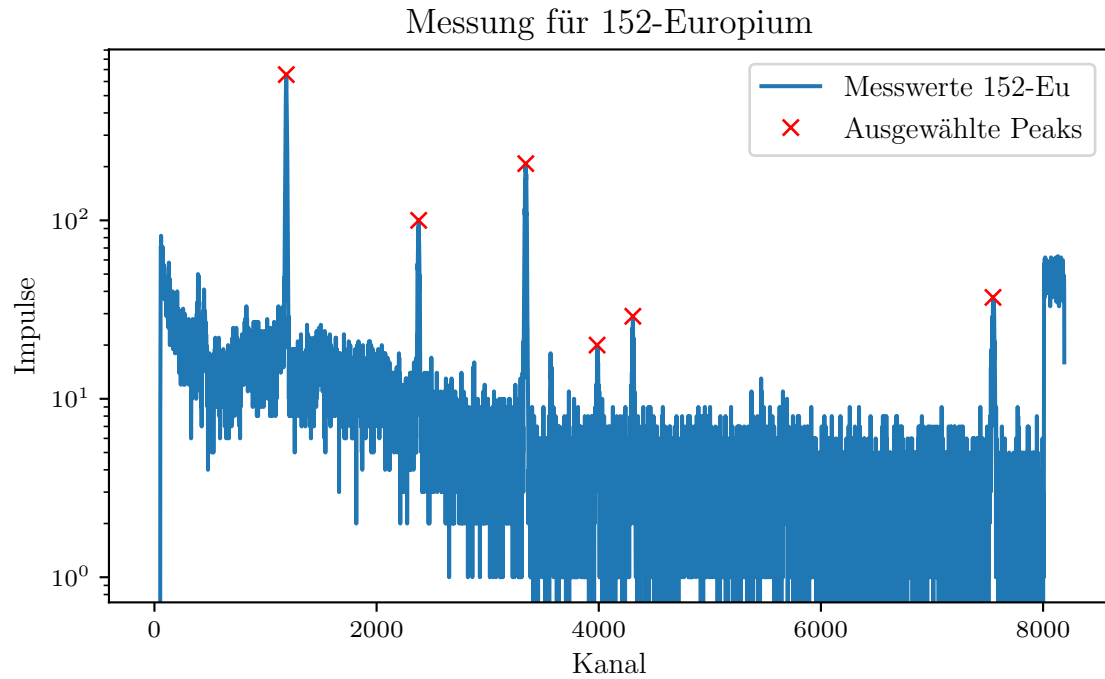


Abbildung 2: Die Messung für Europium mit ausgewählten, markierten Peaks.

Die Kanäle können anhand ihrer relativen Lage und ihrer Impulsmenge bestimmten bekannten Energien zugeordnet werden. Die Linieninhalte, also die Menge an Impulsen, wird hier lediglich als eine Summe über alle beitragenden Kanäle berechnet. Eine genauere Alternative wäre ein numerisches Integral.

Tabelle 1: Europium-Peaks, vgl. Tabelle 9

Energie (keV)	Wahrscheinlichkeit in %	Kanalnr.	Linieninhalt
121,78	28,6	1188	10375 ± 101
244,70	7,6	2380	1905 ± 43
344,30	26,5	3344	4081 ± 63
411,12	2,2	3986	406 ± 20
443,96	3,1	4308	488 ± 22
778,90	12,9	7550	841 ± 29

Das Verhältnis von Kanälen zu Energien kann linear beschrieben werden und gibt dann eine Funktion, mit der die Kanalnummer in eine Energie übersetzt werden kann.

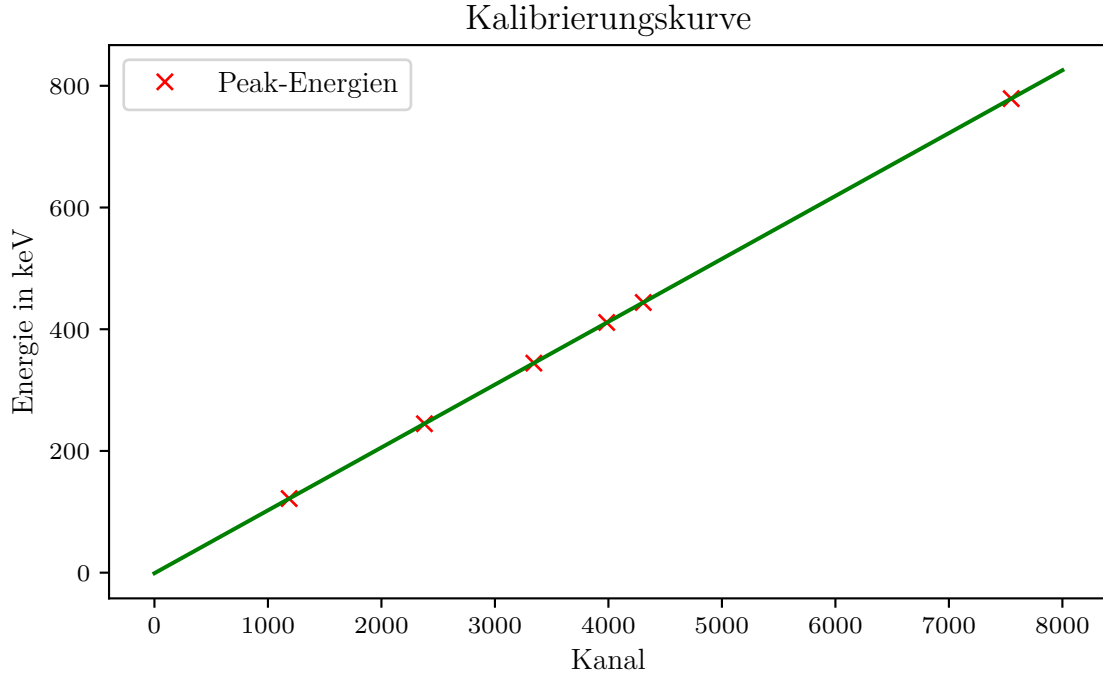


Abbildung 3: Energie und Kanalnummer, linear gefittet.

Die Fitfunktion lautet

$$E(K) = (0,103304 \pm 0,000044) \text{ keV} \cdot K - (0,903881 \pm 0,188430) \text{ keV} \quad (14)$$

Die Anfangsaktivität A_0 am 1. Oktober 2000 beträgt $A_0 = (4130 \pm 60) \text{ Bq}$. Europium-152 hat eine Halbwertszeit von ungefähr 13,53 Jahren [10]. Die Durchführung fand ungefähr 24,11 Jahre später statt. Die daraus errechnete Aktivität beträgt

$$A = (1202 \pm 17) \text{ Bq}. \quad (15)$$

Der vorliegende Raumwinkel lässt sich geometrisch mit

$$\Omega = 2\pi \left(1 - \frac{a}{\sqrt{a^2 + r^2}} \right) = 0,20826 \pm 0,00023 \quad (16)$$

berechnen, wobei $a = (70,20 \pm 0,05) \text{ mm} + 15 \text{ mm}$ der Abstand zwischen Probe und Hülle sowie Hülle und Detektor ist und $r = 22,5 \text{ mm}$ der Radius des Detektors ist. Mit der Messdauer, $t = 3553 \text{ s}$, den Linieninhalten, den Wahrscheinlichkeiten und den Energien aus Tabelle 1 können die Effizienzen gemäß

$$Q = \frac{4\pi Z}{AWt\Omega} \quad (17)$$

berechnet werden, wobei A die Aktivität, W die Wahrscheinlichkeit zur Energie, Z der Linieninhalt des Peaks ist.

Tabelle 2: Europium-Peaks.

Energie (keV)	Q
121,78	$0,512 \pm 0,009$
244,70	$0,354 \pm 0,009$
344,30	$0,217 \pm 0,004$
411,12	$0,260 \pm 0,013$
443,96	$0,222 \pm 0,010$
778,90	$0,092 \pm 0,003$

Die Effizienz in Abhängigkeit von der Energie kann als Potenzfunktion gefittet werden.

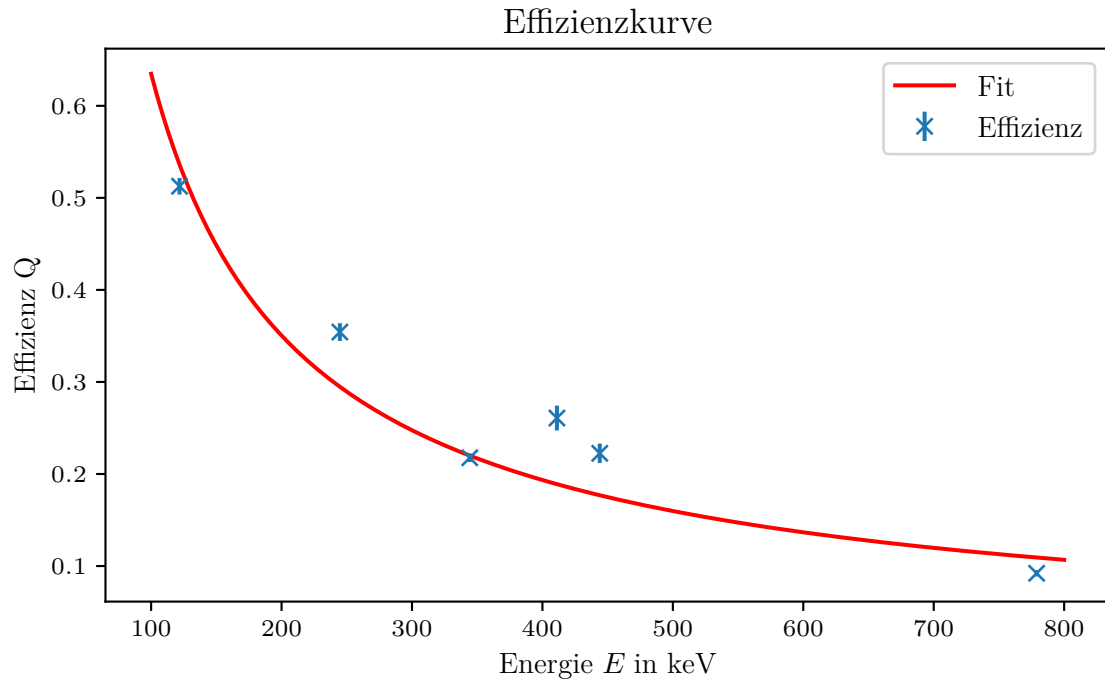


Abbildung 4: Effizienz in Abhängigkeit der Energie.

Der Fit ist gegeben durch

$$Q(E) = (32,9 \pm 3,0) \left(\frac{E}{\text{keV}} \right)^{-0,857 \pm 0,016}. \quad (18)$$

4.2 Cäsium-137

Für Cäsium-137 wird folgendes Spektrum aufgenommen.

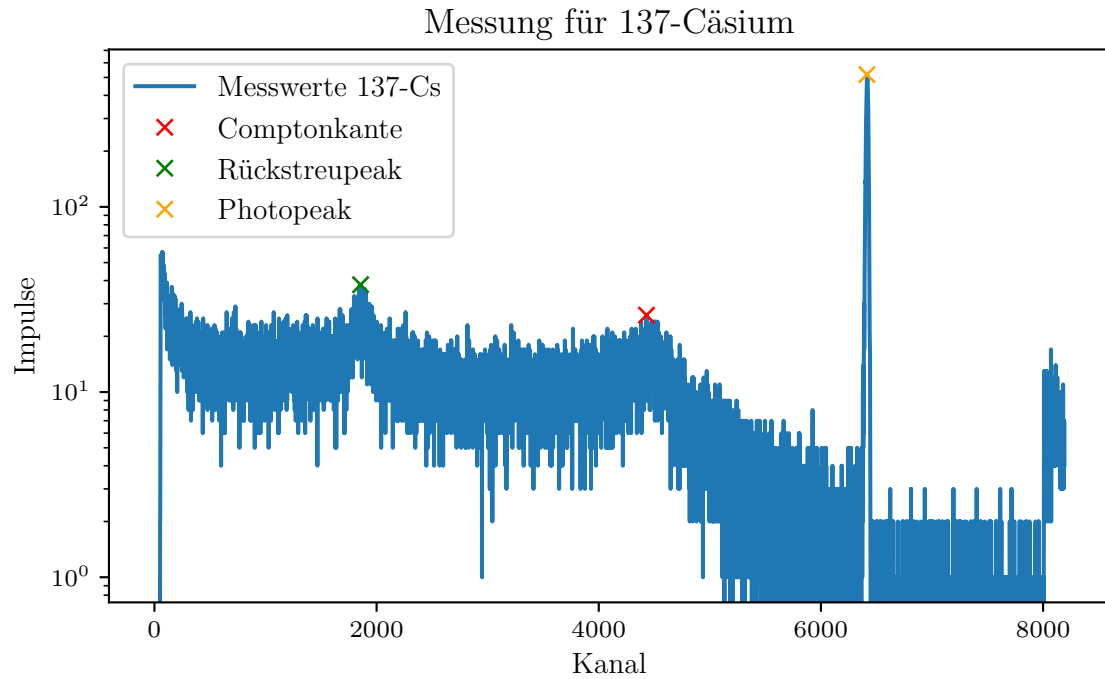


Abbildung 5: Die Messung für Cäsium mit ausgewählten, markierten Peaks, vgl. Tabelle 10

Der Photopeak, die Comptonkante und der Rückstreupeak können abgelesen werden. Mit Gleichung 8 können die letzten beiden Werte auch berechnet werden. Der Inhalt des Comptonkontinuums, also der Inhalt der Comptonkante in Tabelle 8, kann über einen Fit des differentiellen Wirkungsquerschnittes (4) berechnet werden, zu sehen in Abbildung 6. Für die lineare Regression werden die Kanäle 2000 bis 4000 benutzt.

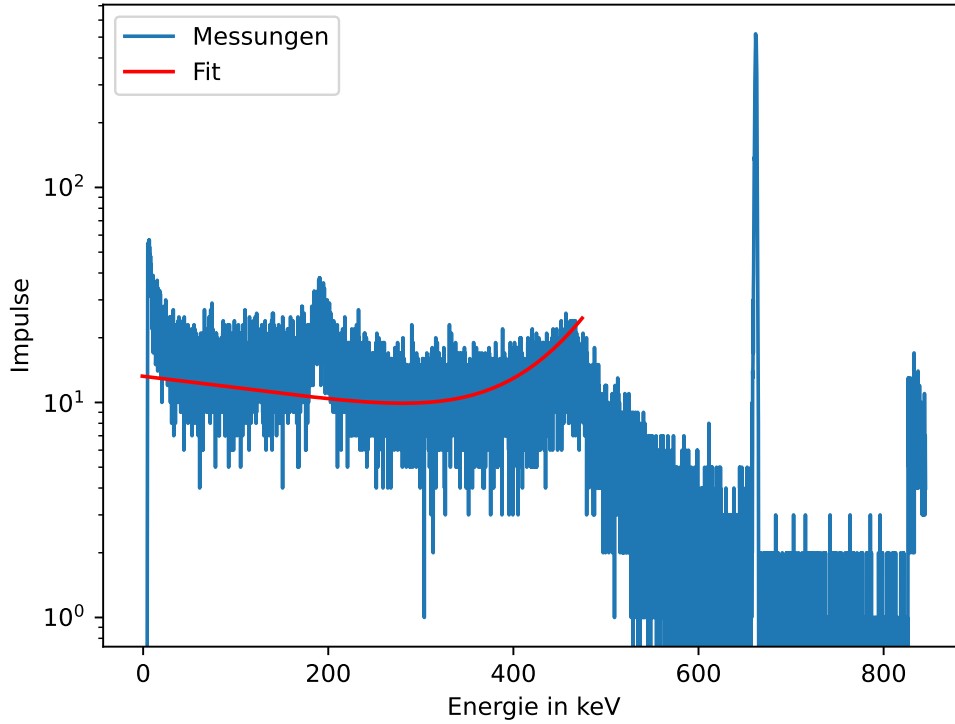


Abbildung 6: Fit des differentiellen Wirkungsquerschnittes. Der Vorfaktor des Fittes berechnet sich zu $6,6185 \pm 0,0050$.

Der Vorfaktor $k = \frac{3}{8} \sigma_{\text{Th}} \frac{1}{m_0 c^2 \epsilon^2}$ berechnet sich hier zu

$$k = (6,618 \pm 0,005) \text{ b} \quad (19)$$

Tabelle 3: Photopeak, Comptonkante, Rückstreupeak

Name	Kanalnr.	Energie (keV)	Theoretische Energie (keV)	Inhalt
Photopeak	6415	661 ± 8	661.65	$(1176 \pm 11) \cdot 10^4$
Comptonkante	4430	457 ± 7	477	12125
Rückstreupeak	1856	191 ± 4	184	-

Für den Photopeak des Cäsium-Spektrum lassen sich für einen Gauß-Fit der Form

$$f(x) = \frac{a}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \cdot \exp^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (20)$$

folgende Parameter bestimmen.

$$a = (12\,233,183 \pm 110,637) \text{ Impulse} \quad (21)$$

$$\mu = (6415,685 \pm 0,089) \text{ Kanal} \quad (22)$$

$$\sigma = (9,764 \pm 0,063) \text{ Kanal} \quad (23)$$

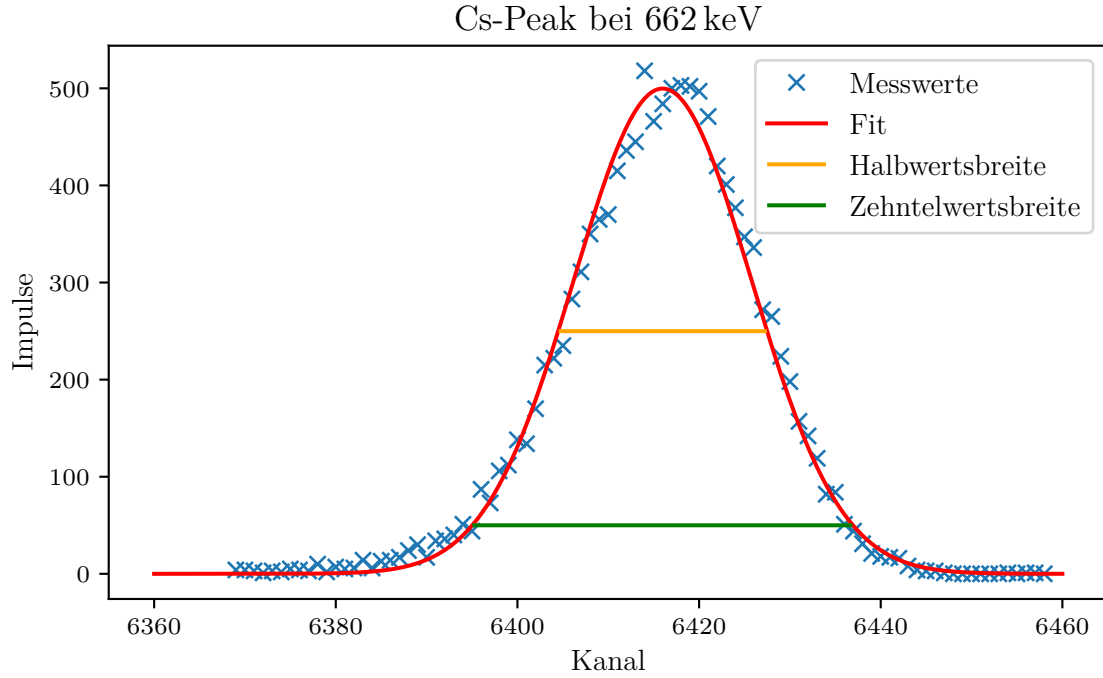


Abbildung 7: Der Cäsium-Peak mit Fit, Halbwerts- und Zehntelwertsbreiten.

Für die Halbwerts- und Zehntelwertsbreiten findet sich

Tabelle 4: Halbwerts- und Zehntelwertsbreiten

Breite	Impulse	Breite (Kanäle)	Breite (keV)
Halbwertsbreite	249,89	22,922	$(1,464 \pm 0,188) \text{ keV}$
Zehntelwertsbreite	49,978	41,841	$(3,419 \pm 0,188) \text{ keV}$

Das Verhältnis von Zehntel- zu Halbwertsbreite $\frac{E_{\text{Zehntel}}}{E_{\text{Halb}}}$ einer Normalverteilung ist konstant und kann zur Überprüfung genutzt werden. Es gilt

$$\frac{E_{\text{Zehntel}}}{E_{\text{Halb}}} \approx 1,823 \quad (24)$$

$$\frac{41,841}{22,922} \approx 1,825 \quad (25)$$

Die Absorptionswahrscheinlichkeiten lassen sich mit Hilfe der Extinktionskoeffizienten und (9) berechnen. Die μ werden dabei dem Altprotokoll [1] entnommen. Die Einschätzung eines sinnvollen Fehlers war nicht möglich.

$$\mu_{\text{Photo}} = 0,007 \quad (26)$$

$$P_{\text{Photo}} = 2,693\% \quad (27)$$

$$\mu_{\text{Compton}} = 0,37 \quad (28)$$

$$P_{\text{Compton}} = 76,37\% \quad (29)$$

4.3 Barium-133

Für Barium lässt sich folgendes Spektrum aufzeichnen.

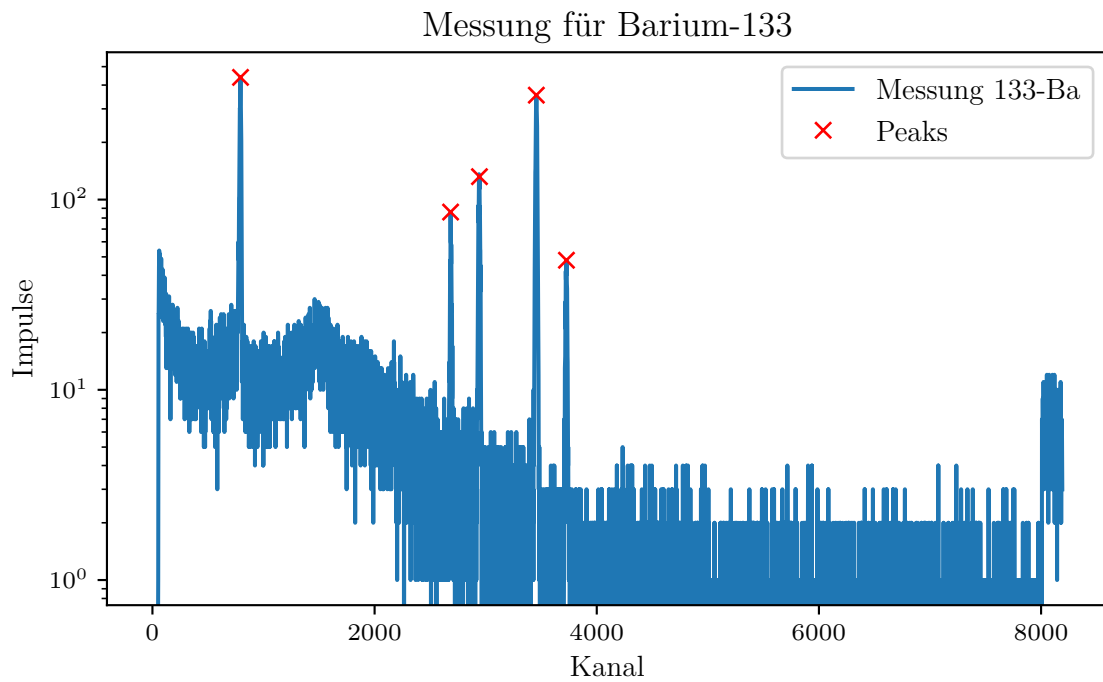


Abbildung 8: Die Messung von Barium-133 mit ausgewählten, markierten Peaks.

Die Kanäle, entsprechenden Energien, Wahrscheinlichkeiten und Effizienzen können Abbildung 8 entnommen werden.

Tabelle 5: Kanäle, Energien, Linieninhalte, Wahrscheinlichkeiten und Effizienzen von Barium-133., vgl. Tabelle 11

Kanalnr.	Energie (keV)	Inhalt	Wahrscheinlichkeit (%)	Q ($1 \cdot 10^{-3}$)
793	$81,02 \pm 0,19$	6879 ± 33	$33,31 \pm 0,03$	$7,60 \pm 0,01$
2684	$276,37 \pm 0,22$	1095 ± 33	$7,13 \pm 0,06$	$2,65 \pm 0,01$
2944	$303,23 \pm 0,23$	2258 ± 47	$18,31 \pm 0,11$	$2,45 \pm 0,01$
3456	$356,12 \pm 0,24$	6183 ± 78	$62,05 \pm 0,19$	$2,13 \pm 0,01$
3727	$384,11 \pm 0,25$	855 ± 29	$8,94 \pm 0,06$	$2,00 \pm 0,01$

Die Effizienzen werden dabei mit (18) berechnet. Mit (17) können Aktivitäten berechnet werden, wobei die Messzeit hier 3461 s lautet. Die mittlere Aktivität ermittelt sich zu

$$\bar{A}_{\text{Ba}} = (801 \pm 10) \text{ Bq} \quad (30)$$

4.4 Unbekanntes Erz

Für das unbekannte Erz wird folgendes Spektrum aufgenommen.

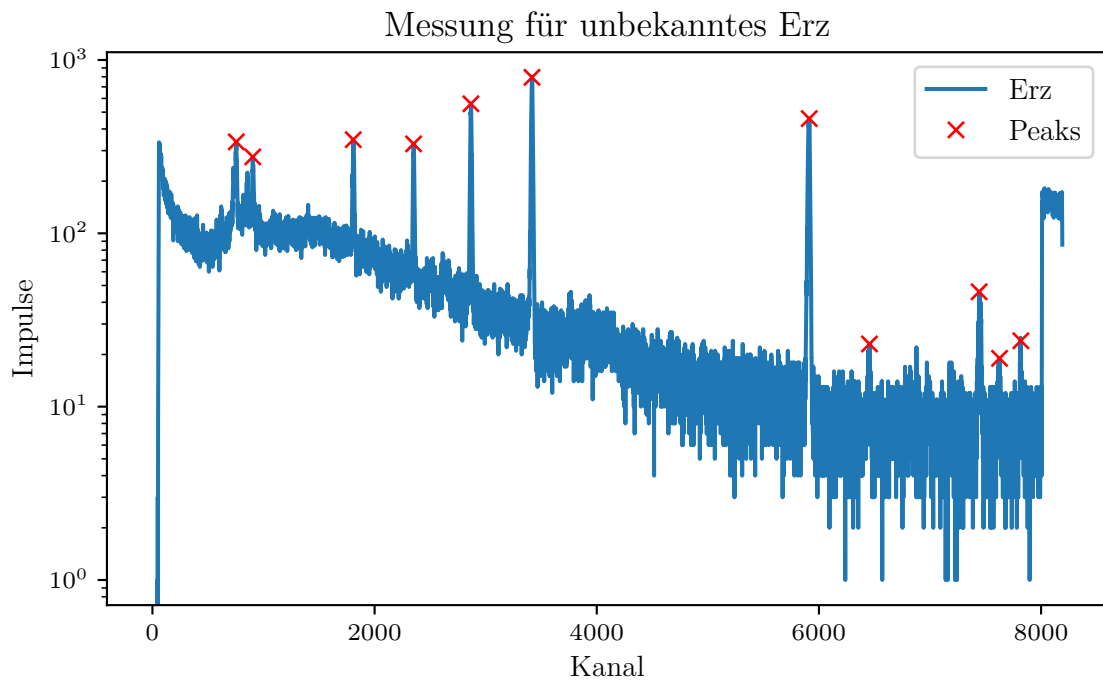


Abbildung 9: Spektrum des unbekannten Erzes mit deutlich erkennbaren Peaks.

Tabelle 6: Kanäle, Energien, Elemente, Linieninhalte, Wahrscheinlichkeiten und Effizienzen vom Erz. [1]

Kanalnr.	Energie (keV)	Element	Inhalt	Wahrscheinlichkeit (%)	Effizienz ($1 \cdot 10^{-3}$)
755	$77,09 \pm 0,19$	Th	8215 ± 90	$3,75 \pm 0,08$	$7,934 \pm 0,016$
903	$92,38 \pm 0,19$	Th	6982 ± 83	$2,18 \pm 0,19$	$6,794 \pm 0,012$
1808	$185,87 \pm 0,20$	Ra	7362 ± 85	$3,555 \pm 0,019$	$3,731 \pm 0,035$
2351	$241,96 \pm 0,21$	Pb	6209 ± 78	$7,268 \pm 0,022$	$2,976 \pm 0,022$
2867	$295,27 \pm 0,22$	Pb	9925 ± 99	$18,414 \pm 0,036$	$2,509 \pm 0,016$
3417	$352,08 \pm 0,24$	Pb	$15\,003 \pm 122$	$35,6 \pm 0,7$	$2,157 \pm 0,012$
5913	$609,93 \pm 0,32$	Bi	$10\,148 \pm 100$	$45,49 \pm 0,19$	$1,347 \pm 0,060$
6455	$665,92 \pm 0,34$	Bi	572 ± 23	$1,530 \pm 0,007$	$1,249 \pm 0,054$
7442	$767,88 \pm 0,37$	Bi	1084 ± 32	$4,892 \pm 0,016$	$1,105 \pm 0,046$
7626	$786,89 \pm 0,38$	Pb	459 ± 21	$1,064 \pm 0,013$	$1,082 \pm 0,045$
7818	$806,73 \pm 0,39$	Bi	520 ± 22	$1,262 \pm 0,006$	$1,060 \pm 0,044$

Die berechneten Aktivitäten können folgender Tabelle entnommen werden.

Tabelle 7: Aktivität vom Erz.

Kanalnr.	Aktivität (Bq)
755	4650 ± 112
903	7940 ± 698
1808	9349 ± 120
2351	4835 ± 63
2867	3618 ± 37
3417	3289 ± 70
5913	2789 ± 30
6455	5040 ± 212
7442	3375 ± 103
7626	6710 ± 323
7818	6547 ± 288

Da sich die Werte für dieselben Isotope stark unterscheiden, wird auf eine Mittelwertbildung verzichtet.

5 Diskussion

Die Auswertung ist insbesondere dadurch eingeschränkt, dass die Peaks händisch gesucht werden mussten. Aus diesem Grund sind sehr kleine Peaks vernachlässigt und nur eindeutig erkennbare Energien mit genügend großen Wahrscheinlichkeiten berücksichtigt worden. Der Einfluss dieser Tatsache ist aber gering und würde lediglich Mittelwerten und Fits kleinere Unsicherheiten geben.

5.1 Europium-152

Die Kalibrierungsfunktion (14)

$$E(K) = (0,103304 \pm 0,000044) \text{keV} \cdot K - (0,903881 \pm 0,188430) \text{keV} \quad (31)$$

weist in ihrer Steigung eine sehr kleine Unsicherheit auf, der y -Achsenabschnitt ist jedoch mit ungefähr 20% vergleichsweise hoch. Zu erwarten wäre ein y -Achsenabschnitt von 0, da der Kanal 0 keine Energie beschreiben würde. Alternativ wäre ein positiver Achsenabschnitt für die Berücksichtigung von Untergrund denkbar. Da der Detektor allerdings eine untere Nachweisgrenze von 50 keV hat, spielt dieser Einfluss keine Rolle.

Die berechnete Aktivität von $A = (1202 \pm 17) \text{Bq}$ ist im Hinblick auf die Ursprungsaktivität plausibel.

Die berechneten Vollenergienachweiswahrscheinlichkeiten in 2 sind im Vergleich zu Altprotokollen sehr klein, diese liegen meist in der Größenordnung von $1 \cdot 10^{-2}$ bis $1 \cdot 10^{-1}$. Entsprechend sind die Parameter der Fitfunktion

$$Q(E) = 0,3290 \pm 0,0307 \left(\frac{E}{\text{keV}} \right)^{-0,8472 \pm 0,0169}. \quad (32)$$

sehr klein. Das Verhalten der Nachweiswahrscheinlichkeit entspricht der Erwartung, da niederenergetische Photonen unwahrscheinlicher sind, den Detektor ohne Wechselwirkungen zu durchdringen.

5.2 Cäsium-137

Für die Energien und Inhalte der signifikanten Stellen findet sich

Tabelle 8: Photopeak, Comptonkante, Rückstreupeak

Name	Energie (keV)	Theoretische Energie (keV)	Inhalt
Photopeak	661,69	661,65	$(1,176 \pm 0,011) \cdot 10^4$
Comptonkante	457 ± 7	477	12125
Rückstreupeak	191 ± 4	184	-

Die Abweichungen der Photopeaks ist weit unter 0,1%. Der Unterschied der Comptonkante beträgt ungefähr 4%, was in Anbetracht der Auflösung und des relativen Fehlers akzeptabel ist. Die Abweichung im Rückstreupeak beträgt ungefähr 3%.

Die Inhalte der Photopeaks entsprechen nicht den Erwartungen in Anbetracht der Absorptionswahrscheinlichkeiten. Die Wahrscheinlichkeit für die Photoabsorption und für die Comptonstreuung,

$$P_{\text{Photo}} = 2,693\% \quad (33)$$

$$P_{\text{Compton}} = 76,37\% \quad (34)$$

deuten auf einen ungefähr 25 mal größeren Linieninhalt des Comptonkontinuums an, da dieser 25 mal wahrscheinlicher ist. Das Verhältnis von $\frac{\text{Linieninhalt(Compton)}}{\text{Linieninhalt(Photo)}} \approx 1,03$.

Die Gaußfunktion mit den Parametern

$$a = 12\,233,183 \pm 110,637 \quad (35)$$

$$\mu = 6415,685 \pm 0,089 \quad (36)$$

$$\sigma = 9,764 \pm 0,063, \quad (37)$$

die eine Fehler von maximal ein paar Prozenten aufweisen, beschreiben den Peak augenscheinlich sehr gut.

Das Verhältnis von Zehntel- zu Halbwertsbreite,

$$\frac{41,841}{22,922} \approx 1,825, \quad (38)$$

ist akzeptabel, da es nur um ungefähr 0,1% vom Soll-Wert von 1,823 abweicht.

5.3 Barium-133

Die mittlere Aktivität der Barium-Probe hat mit

$$\bar{A}_{\text{Ba}} = (801 \pm 10) \text{ Bq} \quad (39)$$

eine kleine Unsicherheit, da fünf Peaks zur Bestimmung genutzt werden konnten.

5.4 Unbekanntes Erz

Insbesondere hier kommt die Schwierigkeit der Peaksuche zum Tragen. Viele mögliche Peaks mussten wegen ihrer Uneindeutigkeit oder geringen Ausprägung vernachlässigt werden.

Eine mittlere Aktivitätsbestimmung der verschiedenen Isotope wird für zwecklos gehalten, da dasselbe Isotop, z.B. Blei, mit einer Aktivität von $(3289 \pm 70) \text{ Bq}$ in einem Kanal und $(6710 \pm 323) \text{ Bq}$ in einem anderen Kanal einen zu großen Unterschied aufweist.

6 Anhang: Emissionsspektren

Die Vergleichsdaten sind dem Laboratoire National Henri Becquerel entnommen.

Tabelle 9: Emissionen von Europium-152. [8]

Energie (keV)	Emissionswahrscheinlichkeit (%)
$121,7817 \pm 0,0003$	$28,41 \pm 0,13$
$244,6984 \pm 0,0008$	$7,44 \pm 0,04$
$344,2785 \pm 0,0012$	$26,59 \pm 0,12$
$411,1165 \pm 0,0012$	$2,238 \pm 0,010$
$443,965 \pm 0,003$	$2,80 \pm 0,02$
$778,9045 \pm 0,0024$	$12,97 \pm 0,06$

Tabelle 10: Emissionen für Cäsium-137. [7]

Energie (keV)	Emissionswahrscheinlichkeit (%)
$661,655 \pm 0,003$	$85,01 \pm 0,20$

Tabelle 11: Emissionen für Barium-133. [9]

Energie (keV)	Emissionswahrscheinlichkeit (%)
$80,9979 \pm 0,0011$	$33,31 \pm 0,30$
$276,3989 \pm 0,0012$	$7,13 \pm 0,06$
$302,8508 \pm 0,0005$	$18,31 \pm 0,11$
$356,0129 \pm 0,0007$	$62,05 \pm 0,19$
$383,8485 \pm 0,0012$	$8,94 \pm 0,06$

Literatur

- [1] J. Annuss L. und Ollesch. „V18 Germaniumdetektor“. In: (”2024”).
- [2] TU Dortmund. *Gammastrahlung*. Wikipedia. 2024-09-08. URL: <https://de.wikipedia.org/wiki/Gammastrahlung> (besucht am 07.11.2024).
- [3] Charles R. Harris u. a. „Array programming with NumPy“. In: *Nature* 585.7825 (Sep. 2020), S. 357–362. DOI: 10.1038/s41586-020-2649-2. URL: <https://doi.org/10.1038/s41586-020-2649-2>.
- [4] John D. Hunter. „Matplotlib: A 2D Graphics Environment“. Version 1.4.3. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 90–95. DOI: 10.1109/MCSE.2007.55. URL: <http://matplotlib.org/>. Current version 3.7.2, DOI: 10.5281/zenodo.8118151.
- [5] Dr. H. Künstner. *Phys. Grundlagen der Nuklearmedizin: Wechselwirkung von Gamma-Strahlung*. KNuk Uni Rostock. Unknown. URL: https://nuklear.med.uni-rostock.de/fileadmin/Kliniken/nuk/MTRA-Unterrichtsskripte/04script_WW_Gamma.pdf (besucht am 07.11.2024).

- [6] Eric O. Lebigot. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties*. Version 3.1.7. URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/>.
- [7] LNHB. "Table de Radionucléides". URL: www.lnhb.fr/nuclides/Ba-133_tables.pdf (besucht am 11.11.2024).
- [8] LNHB. *Table de Radionucléides*. "http://www.lnhb.fr/nuclides/Eu-152_tables.pdf". [Online; 11.11.2024]. 2004.
- [9] LNHB. *Table de Radionucléides*. URL: www.lnhb.fr/nuclides/Cs-137_tables.pdf (besucht am 11.11.2024).
- [10] René Rausch. *Das Periodensystem der Elemente online*. URL: <https://www.periodensystem-online.de/index.php?id=isotope&el=63&mz=152&show=nuklid> (besucht am 30.11.2024).
- [11] Unknown. *Aufbau*. TU Dortmund. 2024. URL: <https://moodle.tu-dortmund.de/mod/resource/view.php?id=1694343> (besucht am 08.11.2024).
- [12] Unknown. *ComptonEffekt*. Physki. 2022-02-12. URL: <https://www2.physki.de/PhysKi/index.php/Compton-Effekt> (besucht am 07.11.2024).
- [13] Pauli Virtanen u. a. „SciPy 1.0: Fundamental Algorithms for Scientific Computing in Python“. In: *Nature Methods* 17 (2020), S. 261–272. DOI: 10.1038/s41592-019-0686-2.