

V51

# **Schaltungen mit Operationsverstärkern**

Durchführung: 21.01.2019

Abgabe: 11.03.2019

TU Dortmund – Fakultät Physik

# Inhaltsverzeichnis

|          |   |           |
|----------|---|-----------|
| <b>1</b> | <b>Ziel</b>   | <b>1</b>  |
| <b>2</b> | <b>Theorie</b>  | <b>1</b>  |
| 2.1      | Kenngrößen eines Operationsverstärkers . . . . .                  | 1         |
| 2.2      | Grundlegende Schaltungen . . . . .                                | 2         |
| 2.2.1    | Invertierender Verstärker . . . . .                               | 2         |
| 2.2.2    | Umkehr-Integrator . . . . .                                       | 3         |
| 2.2.3    | Umkehr-Differentiator . . . . .                                   | 4         |
| 2.3      | Erweiterte Schaltungen . . . . .                                  | 5         |
| 2.3.1    | Der Schmitt-Trigger . . . . .                                     | 5         |
| 2.3.2    | Der Signalgenerator . . . . .                                     | 5         |
| 2.3.3    | Sinusschwingungen mit zeitlich veränderlicher Amplitude . . . . . | 6         |
| <b>3</b> | <b>Durchführung</b>   | <b>7</b>  |
| <b>4</b> | <b>Auswertung</b>   | <b>8</b>  |
| 4.1      | Fehlerrechnung . . . . .  | 8         |
| 4.2      | Einzelne Frequenzgänge des Linearverstärker . . . . .             | 8         |
| 4.3      | Umkehr-Integrator und -Differentiator . . . . .                   | 12        |
| 4.4      | Schmitt-Trigger als Schalter . . . . .                            | 16        |
| 4.5      | Signalgenerator . . . . .   | 17        |
| 4.6      | Gedämpfte Schwingung . . . . .                                    | 18        |
| <b>5</b> | <b>Diskussion</b>   | <b>20</b> |
| <b>6</b> | <b>Anhang</b>   | <b>21</b> |
|          | <b>Literatur</b>  | <b>25</b> |

## 1 Ziel

Ziel des Versuchs ist es, verschiedene Funktionsweisen von Operationsverstärkern an unterschiedlichen Schaltungen zu testen.

## 2 Theorie

Der Operationsverstärker ist ein gleichstromgekoppelter Differenzverstärker, der einen invertierten ( $-$ ) und einen nicht-invertierten ( $+$ ) Eingang besitzt. Am Ausgang legt der Operationsverstärker (OP) eine Spannung  $U_A$  an, die proportional zu der Differenz der angelegten Spannungen an den Eingängen ist. Ein Operationsverstärker ist in Abbildung 1 dargestellt. Mithilfe der Leerlaufverstärkung  $V$ , die frequenzunabhängig ist, kann nun eine Formel für  $U_A$  aufgestellt werden.

$$U_A = V(U_p - U_N) \quad (1)$$

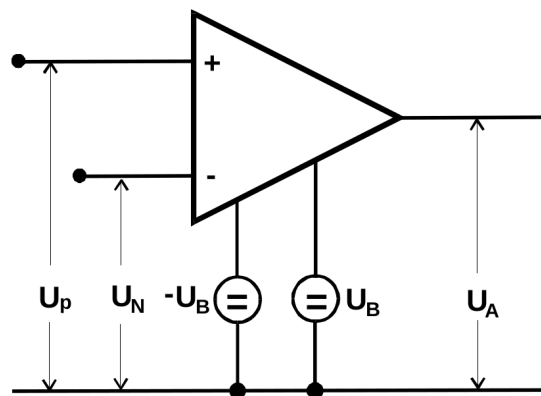


Abbildung 1: Schematische Darstellung eines Operationsverstärkers [1].

Die Ausgangsspannung  $U_A$  hängt zudem von der Betriebsspannung  $U_B$  ab.  $U_A$  kann nur im Bereich  $-U_B < U_A < U_B$  variieren. Wenn  $U_A$  größer/kleiner wird, dann gibt der OP nur  $U_B/-U_B$  aus.

### 2.1 Kenngrößen eines Operationsverstärkers

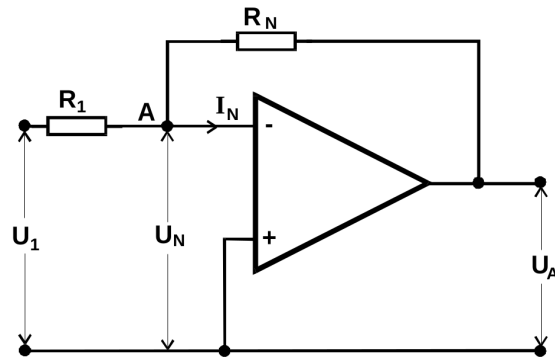
In der Theorie wird hauptsächlich ein idealer OP behandelt. Dieser hat die Eigenschaften von  $V_{id} = \infty$ ,  $R_{E_{id}}$  und  $R_{A_{id}}$ . Dabei ist  $R_A$  der Widerstand des Ausgangs,  $R_E$  der Widerstand der Eingänge und  $V$  die bereits erwähnte Leerlaufverstärkung. Für einen realen OP sind diese Werte natürlich nicht zu erreichen. Es wird versucht, die Leerlaufverstärkung und den Eingangswiderstand groß und den Ausgangswiderstand klein zu halten. Um

Berechnungen für den OP durchzuführen wird normalerweise das ideale Modell genommen. Dadurch werden die Berechnungen sehr stark vereinfacht. Jedoch muss für eine korrekte Darstellung die Korrekturen von Offsetstrom und Offsetspannung mit betrachtet werden. Diese werden für die Aufgabenstellung aber erstmal vernachlässigt.

## 2.2 Grundlegende Schaltungen

### 2.2.1 Invertierender Verstärker

Durch Gegenkopplung, also das Legen einer Rückkopplung auf den invertierenden Eingang, kann ein Linearverstärker gebaut werden. Dieser ist in Abbildung 2 dargestellt.



**Abbildung 2:** Schematische Darstellung eines invertierenden Verstärkers [1].

Durch die sehr große Leerlaufverstärkung wird  $U_N = 0$  angenommen. Unter Nutzung der Kirchhoffschen Regeln für Knoten lässt sich

$$\frac{U_1}{R_1} + \frac{U_A}{R_N} = 0 \quad (2)$$

herleiten. Hiermit kann nun ein Zusammenhang für die reale Leerlaufverstärkung  $V'$  hergeleitet werden. Diese ist gegeben durch:

$$V' = \frac{U_A}{U_E} = -\frac{R_N}{R_1} \quad (3)$$

Dabei sind die Widerstände  $R_1$  und  $R_N$  die des Gegenkopplungs-Systems. Im realen OP muss natürlich eine endliche Leerlaufverstärkung angenommen werden. Für  $U_N$  lässt sich also folgern:

$$U_N = -\frac{U_A}{V} \quad (4)$$

Mit  $I_N = 0$  kann daraus für den unbelasteten Spannungsteiler am Knotenpunkt A die Relation

$$\frac{U_N - U_1}{U_A - U_1} = \frac{R_1}{R_1 + R_N} \quad (5)$$

hergeleitet werden. Über das Verhältnis von  $U_A$  zu  $U_1$  folgt damit:

$$\frac{1}{V'} = \frac{1}{V} + \frac{R_1}{R_N} \quad (6)$$

Durch diese Art der Gegenkopplung werden Schwankungen von  $V$  sehr effektiv abgefangen.  $V'$  ist durch diese Schwankungen so gut wie garnicht betroffen. Die Gegenkopplung erhöht also die Stabilität der Verstärkerschaltung.

### 2.2.2 Umkehr-Integrator

Wird nun eine Kapazität  $C$  in den Rückkopplungskreis eingebaut, so kann das Eingangssignal integriert werden. Die neue Schaltung ist in Abbildung 3 dargestellt.

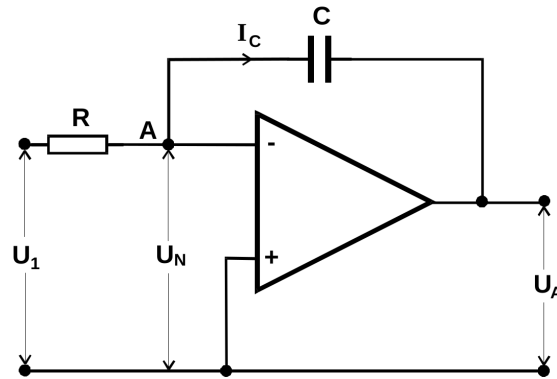


Abbildung 3: Schematische Darstellung eines Umkehr-Integrators [1].

Durch den Zusammenhang

$$\int I_C dt = C U_A \quad (7)$$

lässt sich für den Punkt A mit der Knotenregel

$$U_A = -\frac{1}{RC} \int U_1(t) dt \quad (8)$$

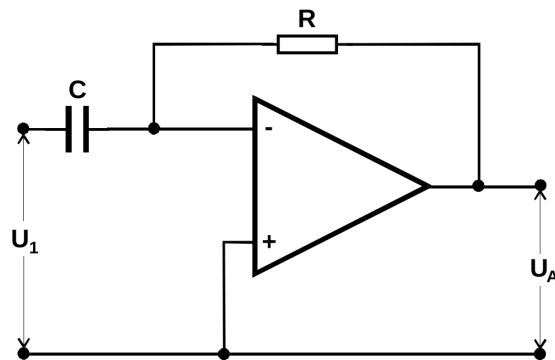
herleiten. Mit einer Sinusspannung  $U_1 = U_0 \sin(\omega t)$  folgt

$$U_A = \frac{U_0}{\omega RC} \cos(\omega t) \quad (9)$$

für  $U_A$ . Wird also eine Sinusspannung angelegt, so ist die Ausgangsspannung antiproportional zur Frequenz.

### 2.2.3 Umkehr-Differentiator

Wird nun die eben eingesetzte Kapazität mit dem Widerstand vertauscht, so wird der Umkehr-Integrator zu einem Umkehr-Differentiator. Dieser ist in Abbildung 4 dargestellt.



**Abbildung 4:** Schematische Darstellung eines Umkehr-Differentiators [1].

Für diesen lässt sich die Beziehung

$$U_A = -RC \frac{dU_1}{dt} \quad (10)$$

für  $U_A$  herleiten. Unter Verwendung einer Sinusspannung  $U_1 = U_0 \sin(\omega t)$  folgt aus (10)

$$U_A = -\omega RC U_0 \cos(\omega t) \quad (11)$$

für  $U_A$ . Dabei ist direkt eine Proportionalität zwischen der Amplitude der Ausgangsspannung und Frequenz sichtbar.

## 2.3 Erweiterte Schaltungen

### 2.3.1 Der Schmitt-Trigger

Wird der OP nun mit einer sogenannten Mitkopplung gebaut, also eine Rückkopplung auf den nicht-invertierten Eingang über einen Widerstand, so erhält der OP die Eigenschaft eines Schalters. Dies bedeutet, dass der OP bei einem gewissen Eingangswert schlagartig die Ausgangsspannung von einem Zustand in einen anderen kippt. Dieser sogenannte Schwellwert  $U_+$  kann mit der Gleichung

$$U_+ = \frac{R_1}{R_p} U_B \quad (12)$$

beschrieben werden. Wird der Wert  $U_+$  überschritten, so springt  $U_A$  auf  $+U_B$ . Ebenfalls springt  $U_A$  auf  $-U_B$  wenn der Schwellwert von  $-\frac{R_1}{R_p} U_B$  unterschritten wird. Diese Art von Schaltung wird Schmitt-Trigger genannt. Dieser ist in Abbildung 6 dargestellt.

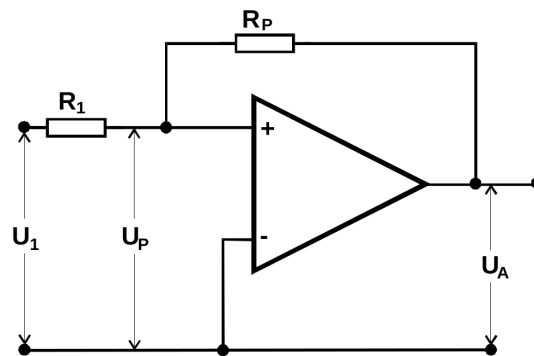
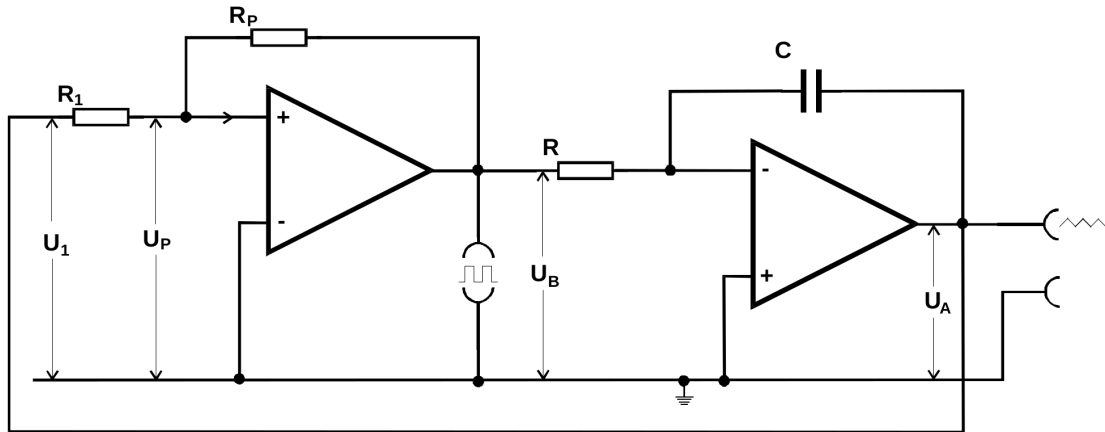


Abbildung 5: Schematische Darstellung eines Schmitt-Triggers [1].

### 2.3.2 Der Signalgenerator

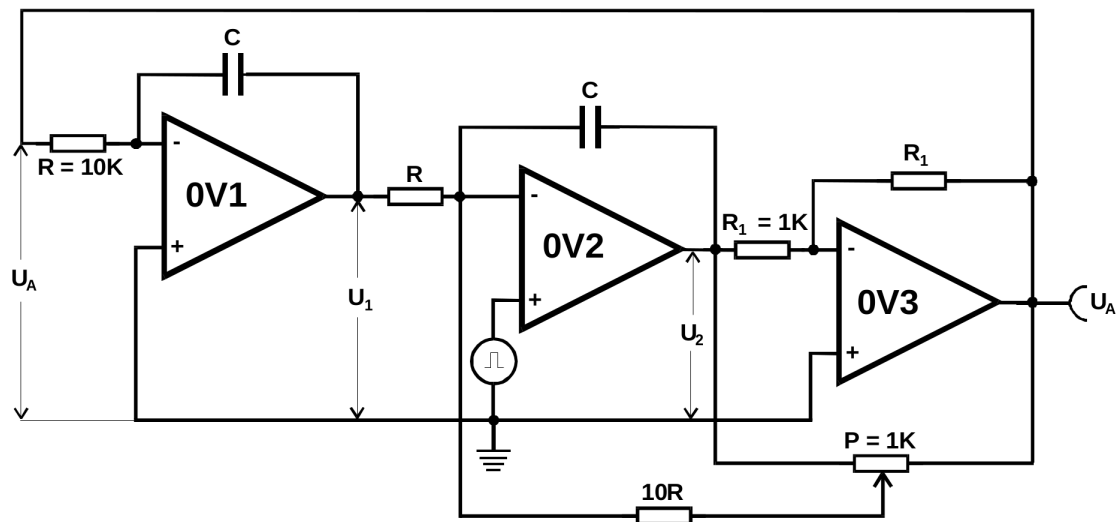
Durch die Kombination von Schmitt-Trigger und Integrator ist es möglich einen Signalgenerator zu bauen. Dabei liefert der Schmitt-Trigger eine konstante Spannung  $+U_B$  bis der Schwellwert von  $-\frac{R_1}{R_p} U_B$  unterschritten wird. Dann kippt der Wert des Ausgangs des Schmitt-Triggers auf  $-U_B$ . Dabei wird das Ausgangssignal des Schmitt-Triggers integriert und es entsteht eine Rechteckspannung am Ausgang des Schmitt-Triggers. Durch das Integrieren der Ausgangsspannung vom Schmitt-Trigger entsteht am Ausgang des Integrators eine Dreieckspannung die ebenfalls dort abgegriffen werden kann. Diese periodischen Schwingungen hängen von der Frequenz der Integratorzeitkonstante und vom Teilverhältnis des Mitkopplungszweiges ab. Diese Art von Signalgenerator ist in Abbildung 6 dargestellt.



**Abbildung 6:** Schematische Darstellung des Signalgenerators aus einem Schmitt-Trigger und einem Integrator [1].

### 2.3.3 Sinusschwingungen mit zeitlich veränderlicher Amplitude

Ebenfalls kann eine gedämpfte harmonische Schwingung durch zwei Integratoren und einen Invertierer hergestellt werden. Der Aufbau ist in Abbildung 7 dargestellt.



**Abbildung 7:** Schematische Darstellung des Aufbaus zur Erzeugung von gedämpften harmonischen Schwingungen [1].

Die Schwingung lässt sich durch die Differentialgleichung

$$\frac{d^2 U_A}{dt^2} - \frac{\eta}{10RC} \frac{dU_A}{dt} + \frac{1}{R^2 C^2} U_A = 0 \quad (13)$$



beschreiben. Dabei ist  $-1 \leq \eta \leq +1$  die durch das Potentiometer einstellbare Konstante. Unter der Annahme  $\left(\frac{\eta}{10RC}\right)^2 \ll \left(\frac{1}{RC}\right)^2$  oder  $\eta^2 \ll 100$  ist die Gleichung lösbar mit dem Ansatz

$$U_A(t) = U_0 \exp\left(\frac{t}{\tau}\right) \cdot \sin\left(2\pi \frac{t}{T}\right) \quad (14)$$

für  $U_A(t)$  mit der Abklingdauer

$$\tau = \frac{20RC}{\eta} \quad (15)$$

und der Schwingungsdauer  $T = 2\pi RC$ . Die Wahl von  $\eta$  entscheidet also darüber, ob die Schwingung exponentiell abfällt oder ansteigt.

### 3 Durchführung

Die in Kapitel 2 eingeführten Schaltungen werden nun aufgebaut und getestet.

- Beim invertierenden Linearverstärker wird eine Sinusspannung angelegt und mit der Ausgangsspannung auf ein Oszilloskop gegeben. Die Verstärkung wird nun auf Frequenzabhängigkeit und Phasenverschiebung hin untersucht. Dies wird für mehrere Widerstandskombinationen wiederholt.
- Beim Integrator und Differentiator wird mithilfe eines Signalgenerators die Art der Eingangsspannung variiert, also zwischen Sinus- Dreieck- oder Rechteckspannung. Die Funktionsweise der Schaltungen und die Reaktionen auf die verschiedenen Eingangsspannungen werden mittels eines Oszilloskopes untersucht. Ebenfalls wird weiterhin die Frequenzabhängigkeit der Ausgangsspannung gemessen.
- Beim Schmitt-Trigger wird der Schwellwert für das Kippen ermittelt. Dies wird mittels eines Oszilloskopes untersucht. Die Eingangs- und Ausgangsspannung wird auf das Oszilloskop gegeben. Das Schalterverhalten des Schmitt-Triggers sollte damit sichtbar werden.
- Beim Signalgenerator wird die Ausgangsspannung vom Schmitt-Trigger und die Ausgangsspannung vom Integrator auf das Oszilloskop gegeben und genau vermessen.
- Bei der gedämpften harmonischen Schwingung wird ebenfalls Eingangs- und Ausgangsspannung auf das Oszilloskop gegeben und vermessen.

## 4 Auswertung

### 4.1 Fehlerrechnung

Zur Fehlerrechnung werden die Fehlerfortpflanzung nach Gauß

$$\sigma_f = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 \sigma_x^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 \sigma_y^2} \quad (16)$$

und die Standardabweichung vom Mittelwert

$$\sigma_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{k=1}^N (x_k - \bar{x})^2} \quad (17)$$

mit

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N x_k \quad (18)$$

verwendet.

### 4.2 Einzelne Frequenzgänge des Linearverstärker

Für vier unterschiedliche Gegenkopplungen wurden die Frequenzgänge eines Linearverstärkers gemessen. Dazu wurde für jede Gegenkopplung bei einer Messung die Phasenverschiebung  $\phi$  und die Ausgangsspannung  $U_A$  notiert, während die Frequenz  $\nu$  variiert wurde.

Die Messwerte sind in die Tabellen 2,3,4 und 5 eingetragen worden.

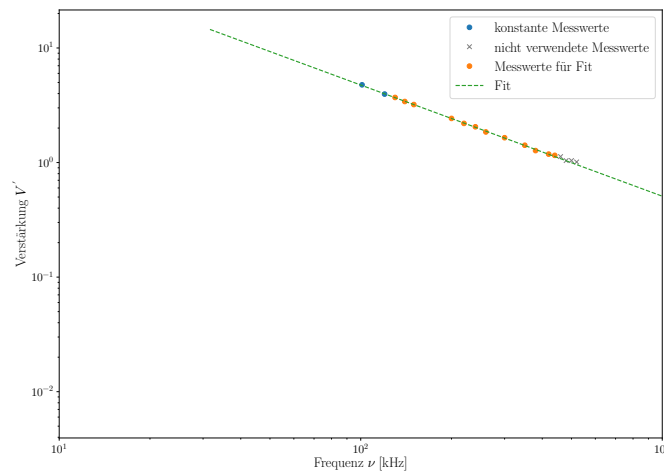
Zunächst wurde die Verstärkung gemäß Gleichung (3) bestimmt und graphisch aufgetragen (vgl. Abbildung 8, 9, 10 und 11). Dabei wurde im Bereich des linearen Abfalls der doppellogarithmischen Darstellung die Funktion

$$V'(\nu) = a \cdot \nu^b \quad (19)$$

verwendet und diese an einen Teil der Messwerte, welche hier orange gekennzeichnet sind, gefittet. Die grauen Messpunkte werden für die weitere Auswertung nicht verwendet.

In den Bereichen, wo die Messwerte annähernd konstant waren, wurden diese blau gekennzeichnet. Die jeweiligen Fitfunktionen lauten:

$$\begin{aligned} f_1(\nu) &= (414 \pm 15) \cdot \left( \frac{\nu}{\text{kHz}} \right)^{-0.970 \pm 0.0070}, \\ f_2(\nu) &= (286 \pm 20) \cdot \left( \frac{\nu}{\text{kHz}} \right)^{-0.907 \pm 0.0123}, \\ f_3(\nu) &= (234 \pm 17) \cdot \left( \frac{\nu}{\text{kHz}} \right)^{-0.876 \pm 0.0133}, \\ f_4(\nu) &= (0.0563 \pm 0.0282) \cdot \left( \frac{\nu}{\text{kHz}} \right)^{-1.31 \pm 0.0175}. \end{aligned}$$



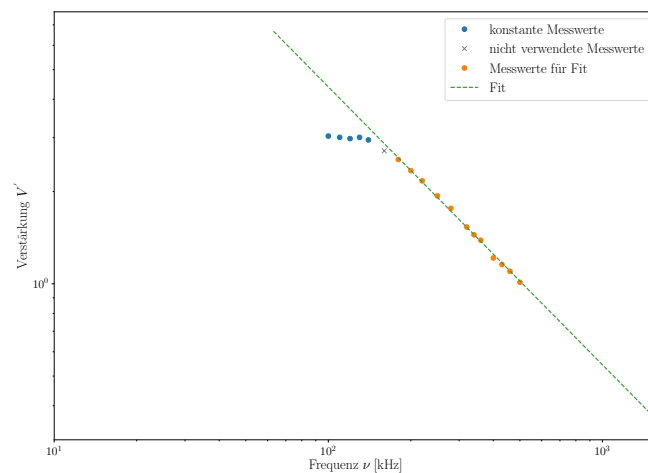
**Abbildung 8:** Messung des ersten Frequenzgangs: Messwerte für die Verstärkung  $V'$  wurden gegen die Frequenz  $\nu$  aufgetragen und ein Fit der Potenzfunktion im linearen Bereich wurde durchgeführt.

Aus den annähernd konstanten Messwerten wird im Folgenden die Grenzfrequenz  $\nu_{\text{Grenz}}$  ermittelt. Dazu wird zuerst der Mittelwert der  $V'_{\text{const}}$  bestimmt und anschließend die Abweichung

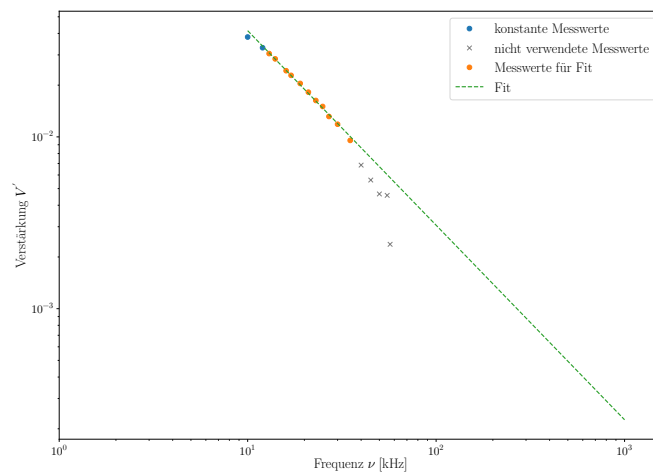
$$\Delta f = \left( \frac{V'_{\text{i,const}}}{\sqrt{2}} - f_i(\nu) \right)^2$$

minimiert. Dadurch kann die Grenzfrequenz  $\nu_{\text{Grenz}}$  mit Hilfe des Fits berechnet werden, indem das Verstärkungs-Bandbreiten-Produkt, d.h.  $\nu_{\text{Grenz}} \cdot V'_{\text{const}}$ . Gemäß der Theorie 2 ist dieses auch zwischen den Messreihen annähernd konstant. Anschließend wurde die Leerlaufspannung  $V$  berechnet. Die Ergebnisse wurde in Tabelle 1 eingetragen.

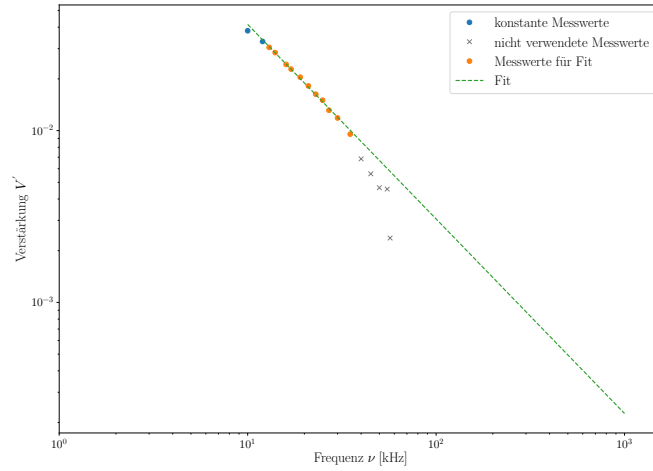
Des Weiteren wurde der Verlauf der Phasenverschiebung zwischen der Eingangs- und Ausgangsspannung untersucht. Dazu wurden in Abbildung 12 die Phase  $\phi$  gegen die Frequenz  $\nu$  für alle Messreihen aufgetragen.



**Abbildung 9:** Messung des zweiten Frequenzgangs: Messwerte für die Verstärkung  $V'$  wurden gegen die Frequenz  $\nu$  aufgetragen und ein Fit der Potenzfunktion im linearen Bereich wurde durchgeführt.



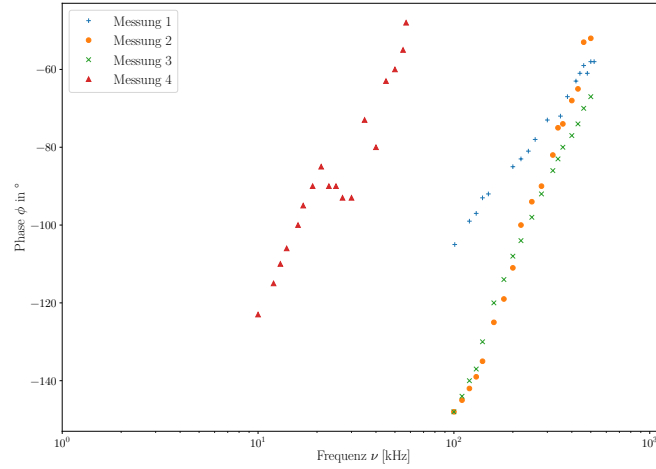
**Abbildung 10:** Messung des dritten Frequenzgangs: Messwerte für die Verstärkung  $V'$  wurden gegen die Frequenz  $\nu$  aufgetragen und ein Fit der Potenzfunktion im linearen Bereich wurde durchgeführt.



**Abbildung 11:** Messung des vierten Frequenzgangs: Messwerte für die Verstärkung  $V'$  wurden gegen die Frequenz  $\nu$  aufgetragen und ein Fit der Potenzfunktion im linearen Bereich wurde durchgeführt.

**Tabelle 1:** Ergebnisse der Messungen der Frequenzgänge.

| Parameter  | Messung 1              | Messung 2              | Messung 3              | Messung 4              |
|--|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|
| $R_1[\text{k}\Omega]$                            | 9.940                  | 33.300                 | 9.940                  | 0.176                  |
| $R_N[\text{k}\Omega]$                            | 99.30                  | 99.30                  | 33.30                  | 9.94                   |
| $R_N/R_1$  | 9.990                  | 2.982                  | 3.350                  | 56.480                 |
| $V'_{\text{const}}$                              | $4.36400 \pm 0.572200$ | $2.99400 \pm 0.032950$ | $3.23500 \pm 0.138300$ | $0.03558 \pm 0.003602$ |
| $\nu'_{\text{Grenz}}[\text{kHz}]$                | $156.00 \pm 21.250$    | $223.60 \pm 15.840$    | $196.40 \pm 16.840$    | $15.56 \pm 1.774$      |
| $V'_{\text{const}}\nu'_{\text{Grenz}}[\text{V}]$ | $680.8000 \pm 128.70$  | $669.5000 \pm 48.79$   | $635.3000 \pm 65.25$   | $0.5537 \pm 103.80$    |
| $V$  | $8.5250 \pm 1.9850$    | $-974.30 \pm 2613.00$  | $122.70 \pm 153.20$    | $0.03623 \pm 0.003671$ |



**Abbildung 12:** Messung des vierten Frequenzgangs: Messwerte für die Verstärkung  $V'$  wurden gegen die Frequenz  $\nu$  aufgetragen und ein Fit der Potenzfunktion im linearen Bereich wurde durchgeführt.

### 4.3 Umkehr-Integrator und -Differentiator

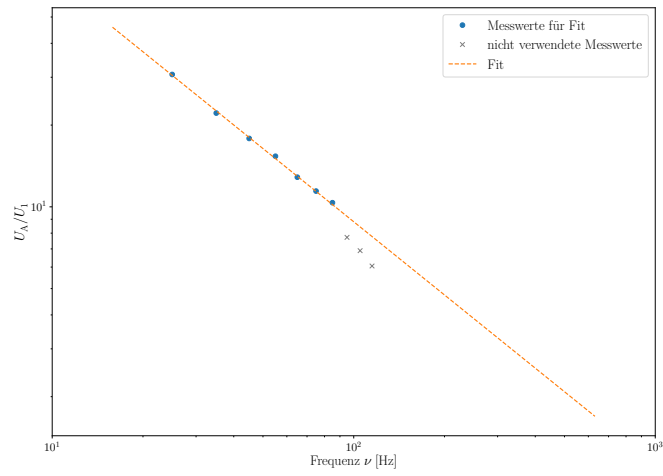
In weiteren Messungen wurde die Umkehr-Integrator- und -Differentiator-Schaltung aufgebaut und jeweils die Ausgangsspannung  $U_A$  und die Frequenz  $\nu$  gemessen. Dabei wurde ein Kondensator mit einer Kapazität von  $C = 1 \mu\text{F}$  und einem Widerstand von  $R = 205 \Omega$  bei der Integrator- und einem Widerstand von  $R = 9,97 \text{ k}\Omega$  bei der Differentiator-Schaltung verwendet. Die Messwerte wurden in die Tabelle 6 eingetragen und anschließend wie zuvor bei dem Linearverstärker mit Hilfe der Formel (3) gefittet:

$$f_{\text{diff}}(\nu) = (544 \pm 28) \cdot \left( \frac{\nu}{\text{kHz}} \right)^{-0.895 \pm 0.0141},$$

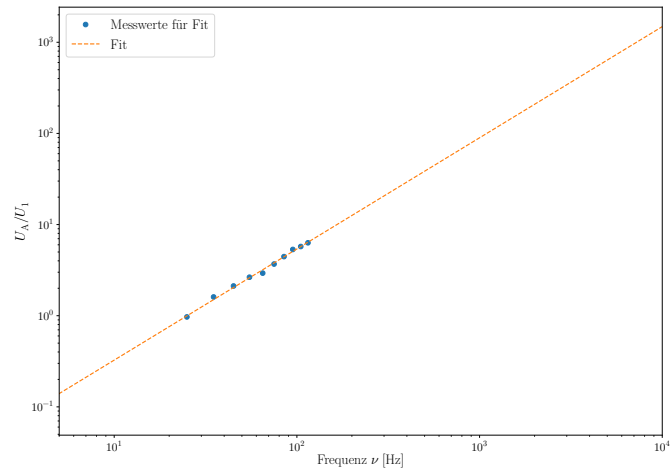
$$f_{\text{int}}(\nu) = (286 \pm 20) \cdot \left( \frac{\nu}{\text{kHz}} \right)^{1.22 \pm 0.0427}.$$

Die Ergebnisse wurden graphisch aufgetragen (vgl. Abbildung 13 und 14).

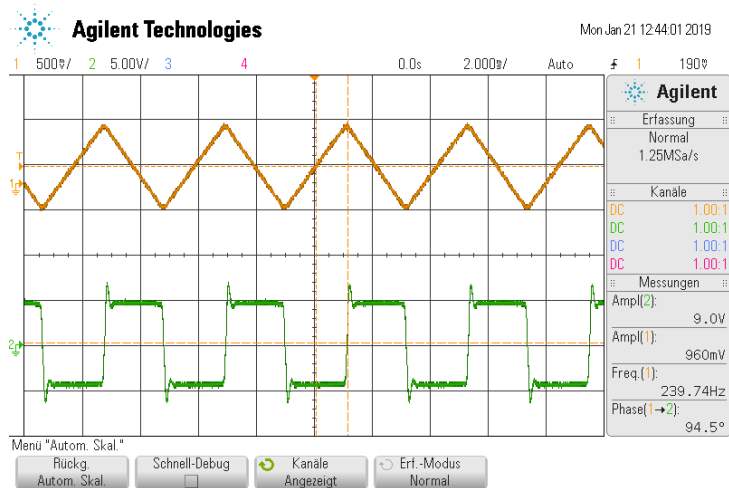
Des Weiteren wurde untersucht, welches Signal der Differentiator und der Integrator bei einer Dreieck-, Rechteck- und Sinusspannung zeigen. Dabei ist das Eingangssignal gelb und das Ausgangssignal grün gekennzeichnet. Die Ergebnisse sind in Abbildung 15 und 16 dargestellt.



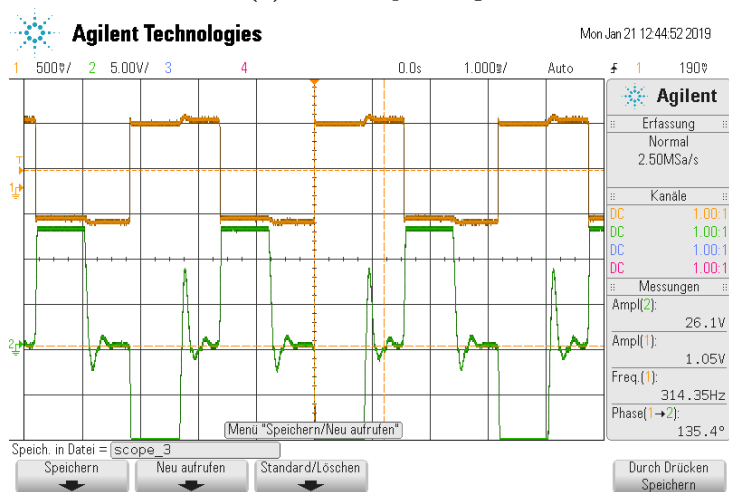
**Abbildung 13:** Das Verhältnis von Ausgangs- zu Eingangssignal wurde gegen die Frequenz aufgetragen - Umkehr-Integrator-Schaltung.



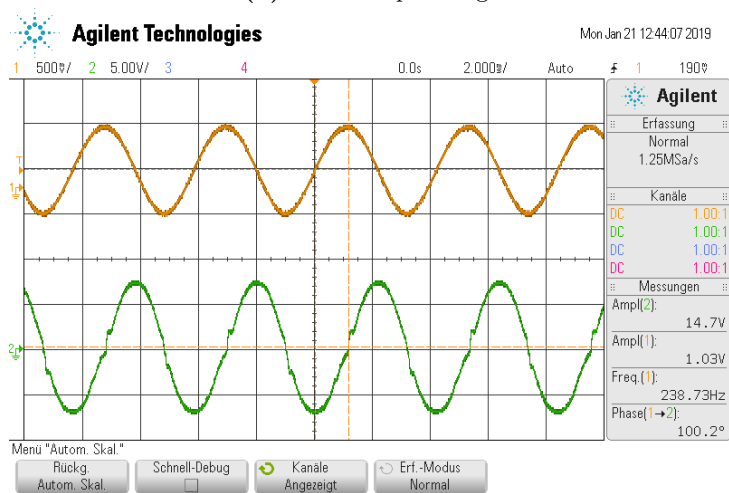
**Abbildung 14:** Das Verhältnis von Ausgangs- zu Eingangssignal wurde gegen die Frequenz aufgetragen - Umkehr-Differentiator-Schaltung.



(a) Dreiecksspannung.



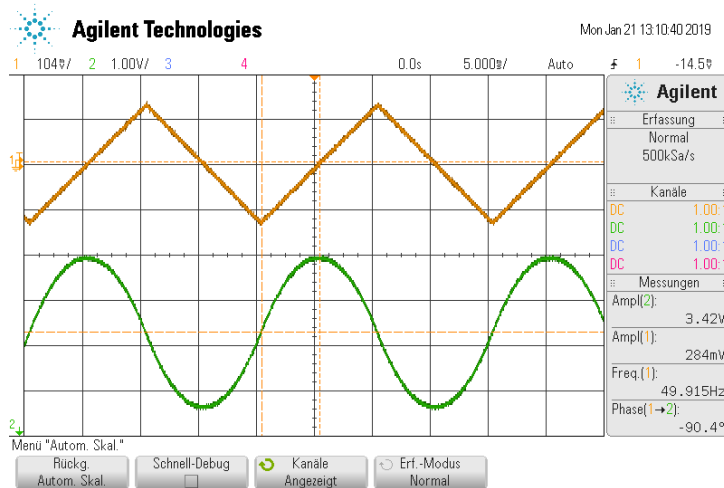
(b) Rechtecksspannung.



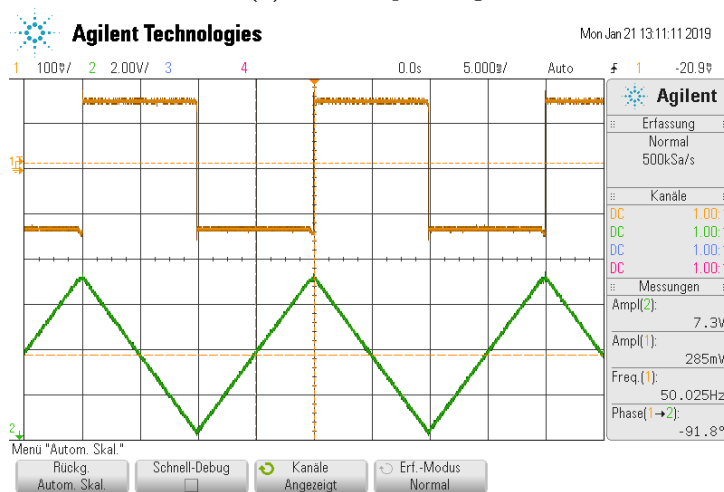
(c) Sinusspannung.

Abbildung 15: Signale des Differentiators.

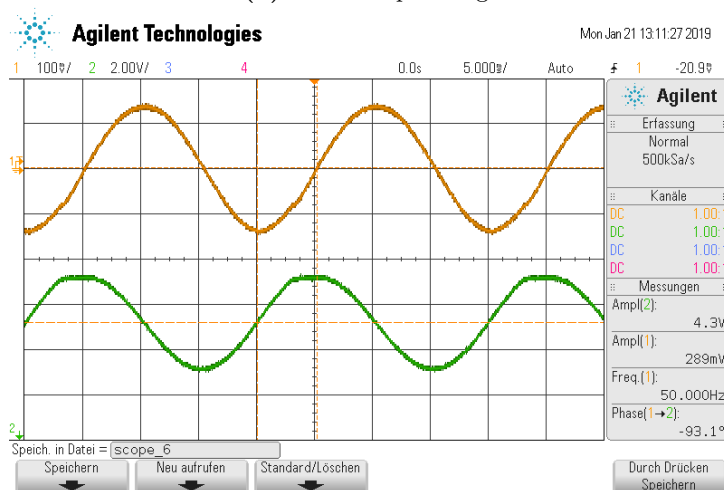




(a) Dreiecksspannung.



(b) Rechtecksspannung.



(c) Sinusspannung.

Abbildung 16: Signale des Integrators.

Beim Differentiator wird die Ableitung des Eingangssignal erwartet während beim Integrator die Stammfunktion des Eingangssignals erwartet wird. Für die Dreiecksspannung wird beim Differentiator eine Rechtecksspannung mit Spannungsspitzen an den Flanken erwartet. Für die Sinusspannung wird eine Kosinusspannung erwartet und für die Rechtecksspannung eine weitere Rechtecksspannung.

Beim Integrator wird für die Dreiecksspannung ebenfalls eine Sinusspannung erwartet. Für die Rechtecksspannung wird eine Dreiecksspannung erwartet während beim der Sinusspannung eine Kosinusspannung erwartet wird.

An den Bildern ist zu erkennen, das dies sehr gut funktioniert.

#### 4.4 Schmitt-Trigger als Schalter

Der Aufbau des Schmitt-Triggers besitzt einige Werte die im vorhinein gemessen werden müssen. Diese ergeben sich zu

$$\begin{aligned} R_1 &= 0,305 \text{ k}\Omega \\ R_p &= 33,2 \text{ k}\Omega \\ U_{B+} &= (14,00 \pm 0,005) \text{ V} \\ U_{B-} &= (-14,00 \pm 0,005) \text{ V} \end{aligned} \tag{20}$$

Mit diesen Werten lässt sich ein theoretischer Schwellenwert für den Trigger berechnen. Dieser ergibt sich zu

$$U_{\text{Schwell, Theo}} = (128,61 \pm 0,02) \text{ mV} \tag{21}$$

Die experimentell bestimmten Schwellenwerte ergeben sich zu

$$U_{\text{Schwell, Exp} +} = 134,5 \text{ mV} \tag{22}$$

$$U_{\text{Schwell, Exp} -} = -136 \text{ mV} \tag{23}$$

Zudem wurde der Wert  $2U_B = 28 \text{ V}$  gemessen. In Abbildung 17 ist die Messung am Schwellwertpunkt dargestellt

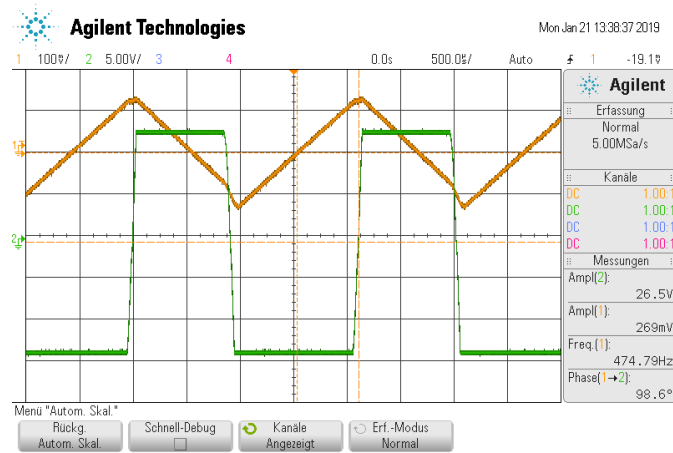


Abbildung 17: Bild vom Oszilloskop bei der Messung der Schwellwertpunkte.

## 4.5 Signalgenerator

Zur Erstellung eines Signalgenerators wird der eben beschriebene Schmitt-Trigger zusammen mit einem Differentiator und einem Integrator aufgebaut. Die dafür genutzten Bauteile wurden vermessen und ergeben sich zu:

$$\begin{aligned}
 U_B &= 14 \text{ V} \\
 R_1 &= 0,99 \text{ k}\Omega \\
 R_p &= 99,3 \text{ k}\Omega \\
 R &= 9,7 \text{ k}\Omega \\
 C &= 10 \mu\text{F}
 \end{aligned} \tag{24}$$

Die mit dem Signalgenerator erzeugten Spannungen sind in Abbildung 18 dargestellt.

Die erzeugten Spannungen wurden vermessen zu:

$$\begin{aligned}
 \nu_{\text{Rechteck, Exp}} &= 225,23 \text{ Hz} & \nu_{\text{Dreieck, Exp}} &= 260,42 \text{ Hz} \\
 U_{\text{Rechteck, Exp}} &= 26,439 \text{ V} & U_{\text{Dreieck, Exp}} &= 240,625 \text{ mV}
 \end{aligned} \tag{25}$$

Mit der theoretischen Frequenz die gegeben ist durch

$$\nu_{\text{Theo}} = \frac{R_p}{4R_1 \cdot RC} = 258,51 \text{ Hz} \tag{26}$$

kann das Ergebnis verglichen werden.

Die gemessenen Werte passen demnach sehr gut zum theoretischen Wert.

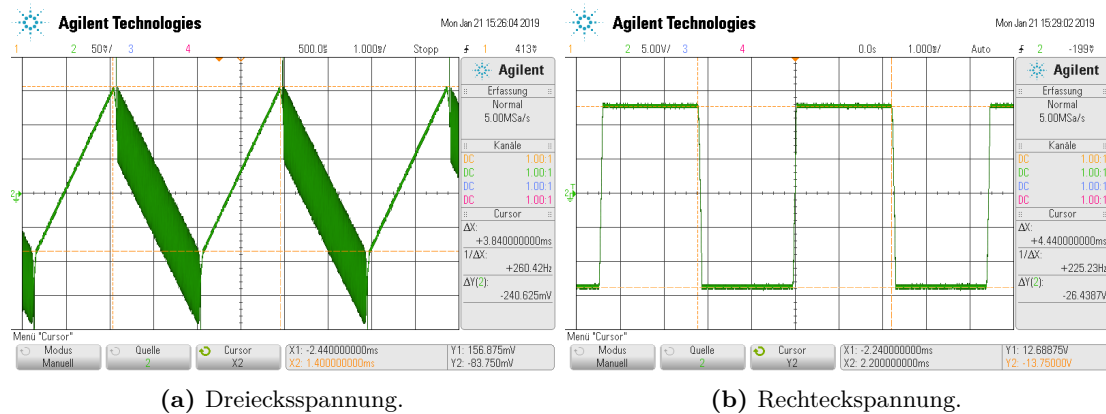


Abbildung 18: Bild der durch den Signalgenerator generierten Spannungen.

## 4.6 Gedämpfte Schwingung

Die Schaltung für die gedämpfte Schwingung wird mit zwei Integratoren und einem Umkehrverstärker nach Abbildung 7 aufgebaut. Dabei sind einige Kenngrößen zu bestimmen. Diese ergeben sich zu:

$$\begin{aligned}
 R &= 9,9 \text{ k}\Omega \\
 10R &= 99,7 \text{ k}\Omega \\
 R_1 &= 1 \text{ k}\Omega \\
 C &= 13,23 \text{ nF}
 \end{aligned}
 \tag{27}$$

Die Messung der gedämpften und ungedämpften Schwingung ist in Abbildung 19 dargestellt.

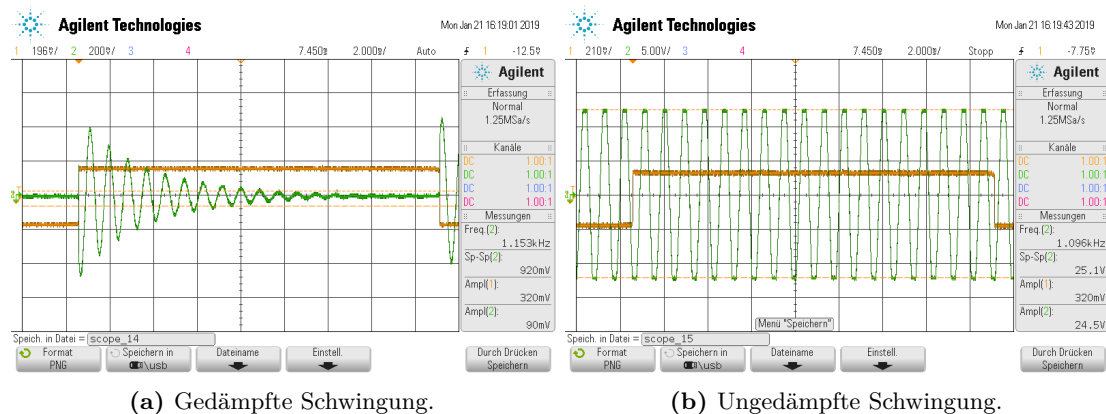


Abbildung 19: Bilder der Messungen der verschiedenen Schwingungen.

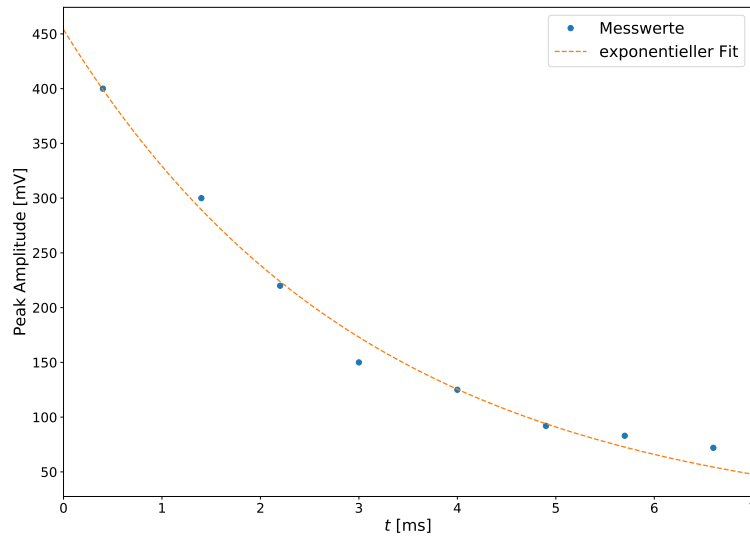
Bei 19a wurden die positiven Maxima der Schwingung vermessen. Die Werte sind in Tabelle 7 dargestellt. Mittels eines exponentiellen Fits der Form  $U(t) = a \cdot \exp(-\frac{t}{\tau})$  wurde mit den Messwerten die Zeitkonstante  $\tau_{\text{Exp}}$  bestimmt. Die Fit Funktion ergibt sich zu

$$U(t) = (454 \pm 15, 3) \text{ mV} \cdot \exp\left(\frac{-t}{(3, 11 \pm 0, 16) \text{ ms}}\right) \quad (28)$$

mit der Zeitkonstante  $\tau$

$$\tau_{\text{Exp}} = (3, 11 \pm 0, 16) \text{ ms}. \quad (29)$$

Der Fit und die Messwerte sind in Abbildung 20 dargestellt.



**Abbildung 20:** Darstellung der Messwerte und des exponentiellen Fits für die Bestimmung der Zeitkonstante  $\tau$ .

Mittels der Gleichung 15 lässt sich die theoretische Zeitkonstante berechnen zu

$$\tau_{\text{Theo}} = 2,646 \text{ ms}. \quad (30)$$

## 5 Diskussion

Für die Messung der Frequenzgänge ist sehr schön zu sehen, dass die ermittelten Daten den verschiedenen erwarteten Graden folgt. Die erwartete Verstärkung um den Faktor  $\frac{R_N}{R_1}$  ist deutlich sichtbar, weicht jedoch bei einigen Messungen leicht nach unten ab. Dies hat den Grund, dass die theoretische maximale Verstärkung in der Realität aufgrund von Störeffekten, wie nicht betrachtete Innenwiderstände, nicht auftreten kann. Weitere Störeffekte könnten die Leerlaufspannung oder die Toleranzbereiche der Bauteile sein.

Für die aufgebauten und vermessenen Schaltungen des Operationsverstärkers zeigen sich die erwarteten Ergebnisse. Der Differentiator liefert passende Signale für die Eingangsspannung genauso wie der Integrator. Zudem konnte die Proportionalität der Ausgangsspannung beim Integrator zu  $\propto 1/\nu$  und beim Differentiator zu  $\propto \nu$  gezeigt werden. Dies konnte jedoch nur im Bereich niedriger Frequenzen gezeigt werden, da der Operationsverstärker ähnlich wie ein Tiefpass arbeitet und dadurch hohe Frequenzen gefiltert werden. Die hohen Frequenzen werden also nicht weiter verstärkt und sind im Vergleich zum verstärkten Bereich sehr klein.

Die Messung des Schmitt-Triggers als Schalter ergab Werte in einem akzeptablen Bereich. Die Abweichung vom Theoriewert lag im Rahmen bei 4,6 % und 5,7 %.

Die Schaltungen zur Generierung von Signalen erwies sich als sehr präzise. Die Messungen der Frequenz ergab akzeptable Werte mit einer Abweichung vom Theoriewert von 12,87 % und 0,7 %. Diese Abweichungen hierbei können aus verschiedenen nicht beachteten Innenwiderständen kommen oder aus kleinen Fehlern in den Bauteilen.

Die Messung der gedämpften Schwingung zeigte einige Schwierigkeiten bei der Messung selbst. In der Auswertung jedoch zeigte sich ein akzeptabler Wert für die experimentell bestimmte Zeitkonstante. Diese wich vom Theoriewert um 17,54 % ab. Dies kann jedoch dadurch erklärt werden, dass die Messung mittels eines Geodreiecks am Bildschirm gemacht wurde, da die mit dem Cursor genommenen Punkte nicht mehr vorhanden waren.

## 6 Anhang

**Tabelle 2:** Erste Messung des Frequenzgangs, wobei  $U_1 = 346 \text{ mV}$ ,  $R_1 = 9,94 \text{ k}\Omega$  und  $R_N = 99,3 \text{ k}\Omega$ .

| $U_A [\text{V}]$ | $\phi [^\circ]$ | $\nu [\text{kHz}]$ |
|------------------|-----------------|--------------------|
| 1.650            | -105            | 101                |
| 1.370            | -99             | 120                |
| 1.280            | -97             | 130                |
| 1.180            | -93             | 140                |
| 1.110            | -92             | 150                |
| 0.840            | -85             | 200                |
| 0.760            | -83             | 220                |
| 0.710            | -81             | 240                |
| 0.640            | -78             | 260                |
| 0.570            | -73             | 300                |
| 0.490            | -72             | 350                |
| 0.440            | -67             | 380                |
| 0.410            | -63             | 420                |
| 0.400            | -61             | 440                |
| 0.390            | -59             | 460                |
| 0.360            | -61             | 480                |
| 0.360            | -58             | 500                |
| 0.350            | -58             | 520                |

**Tabelle 3:** Zweite Messung des Frequenzgangs, wobei  $U_1 = 346 \text{ mV}$ ,  $R_1 = 33,3 \text{ k}\Omega$  und  $R_N = 99,3 \text{ k}\Omega$ .

| $U_A [\text{V}]$ | $\phi [^\circ]$ | $\nu [\text{kHz}]$ |
|------------------|-----------------|--------------------|
| 1.050            | -148            | 100                |
| 1.040            | -145            | 110                |
| 1.030            | -142            | 120                |
| 1.040            | -139            | 130                |
| 1.020            | -135            | 140                |
| 0.940            | -125            | 160                |
| 0.880            | -119            | 180                |
| 0.810            | -111            | 200                |
| 0.750            | -100            | 220                |
| 0.670            | -94             | 250                |
| 0.610            | -90             | 280                |
| 0.530            | -82             | 320                |
| 0.500            | -75             | 340                |
| 0.480            | -74             | 360                |
| 0.420            | -68             | 400                |
| 0.400            | -65             | 430                |
| 0.380            | -53             | 460                |
| 0.350            | -52             | 500                |



**Tabelle 4:** Dritte Messung des Frequenzgangs, wobei  $U_1 = 346 \text{ mV}$ ,  $R_1 = 9,94 \text{ k}\Omega$  und  $R_N = 33,3 \text{ k}\Omega$ .

| $U_A [\text{V}]$ | $\phi [^\circ]$ | $\nu [\text{kHz}]$ |
|------------------|-----------------|--------------------|
| 1.170            | -148            | 100                |
| 1.140            | -144            | 110                |
| 1.110            | -140            | 120                |
| 1.070            | -137            | 130                |
| 1.040            | -130            | 140                |
| 0.940            | -120            | 160                |
| 0.850            | -114            | 180                |
| 0.780            | -108            | 200                |
| 0.740            | -104            | 220                |
| 0.640            | -98             | 250                |
| 0.590            | -92             | 280                |
| 0.520            | -86             | 320                |
| 0.480            | -83             | 340                |
| 0.470            | -80             | 360                |
| 0.420            | -77             | 400                |
| 0.400            | -74             | 430                |
| 0.366            | -70             | 460                |
| 0.360            | -67             | 500                |

**Tabelle 5:** Vierte Messung des Frequenzgangs, wobei  $U_1 = 346 \text{ mV}$ ,  $R_1 = 0,176 \text{ k}\Omega$  und  $R_N = 9,94 \text{ k}\Omega$ .

| $U_A [\text{V}]$ | $\phi [^\circ]$ | $\nu [\text{kHz}]$ |
|------------------|-----------------|--------------------|
| 12.200           | -123            | 10                 |
| 10.900           | -115            | 12                 |
| 10.200           | -110            | 13                 |
| 9.500            | -106            | 14                 |
| 8.300            | -100            | 16                 |
| 7.800            | -95             | 17                 |
| 7.000            | -90             | 19                 |
| 6.300            | -85             | 21                 |
| 5.700            | -90             | 23                 |
| 5.200            | -90             | 25                 |
| 4.600            | -93             | 27                 |
| 4.100            | -93             | 30                 |
| 3.300            | -73             | 35                 |
| 2.370            | -80             | 40                 |
| 1.940            | -63             | 45                 |
| 1.610            | -60             | 50                 |
| 1.580            | -55             | 55                 |
| 0.820            | -48             | 57                 |

**Tabelle 6:** Messwerte der Differentiator- und Integrator-Schaltung.

| $U_{A,\text{diff}} [\text{V}]$ | $U_{1,\text{diff}} [\text{V}]$ | $\phi_{\text{diff}} [^\circ]$ | $U_{A,\text{int}} [\text{V}]$ | $U_{1,\text{int}} [\text{V}]$ | $\phi_{\text{int}} [^\circ]$ | $\nu_{\text{int}} [\text{kHz}]$ |
|--------------------------------|--------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|------------------------------|---------------------------------|
| 960                            | 990                            | 91.0                          | 8600                          | 280                           | -90                          | 25                              |
| 1670                           | 1040                           | 94.0                          | 6200                          | 280                           | -89                          | 35                              |
| 2310                           | 1090                           | 94.0                          | 5000                          | 280                           | -90                          | 45                              |
| 2010                           | 760                            | 95.0                          | 4300                          | 280                           | -90                          | 55                              |
| 2580                           | 880                            | 94.0                          | 3600                          | 280                           | -93                          | 65                              |
| 4020                           | 1090                           | 94.0                          | 3200                          | 280                           | -92                          | 75                              |
| 4540                           | 1020                           | 94.4                          | 2900                          | 280                           | -93                          | 85                              |
| 4800                           | 900                            | 97.0                          | 2200                          | 285                           | -93                          | 95                              |
| 5800                           | 1010                           | 94.0                          | 2000                          | 290                           | -95                          | 105                             |
| 6500                           | 1030                           | 95.0                          | 1750                          | 289                           | -95                          | 115                             |

**Tabelle 7:** Zeiten  $t$  und Amplituden  $U$  der positiven Maxima der gedämpften Schwingung.

| $t$ [ms] | $U$ [mV] |
|----------|----------|
| 0,4      | 400      |
| 1,4      | 300      |
| 2,2      | 220      |
| 3,0      | 150      |
| 4,0      | 125      |
| 4,9      | 92       |
| 5,7      | 83       |
| 6,6      | 72       |

## Literatur

- [1] TU Dortmund. *Schaltungen mit Operationsverstärkern*. URL: <http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/MASTER/SKRIPT/V51.pdf> (besucht am 30.01.2019).