

Inhaltsverzeichnis

1. Zielsetzung	1
2. Theorie	1
2.1. Wechselwirkung von Gamma-Quanten mit Materie	1
2.1.1. Photoeffekt	3
2.1.2. Compton-Effekt	3
2.2. Aufbau und Funktionsweise eines Reinst-Germanium-Detektors	4
2.3. Eigenschaften eines Halbleiter-Detektors	4
2.4. Spektrum eines monochromatischen Gammastrahlers im Ge-Detektor	5
3. Aufbau und Durchführung	7
3.1. Aufbau	7
3.2. Durchführung	7
4. Auswertung	9
4.1. Energiekalibration und Bestimmung der Vollenergienachweiswahrscheinlichkeit	9
4.1.1. Energiekalibration	11
4.1.2. Bestimmung der Vollenergienachweiswahrscheinlichkeit	12
4.2. Untersuchung eines monochromatischen Gamma-Spektrums	14
4.3. Aktivitätsbestimmung	19
4.4. Anwendungsfall: Nuklidbestimmung	22
5. Diskussion	25
5.1. Energiekalibration	25
5.2. Vollenergienachweiswahrscheinlichkeit	25
5.3. Bestimmung der Halb- und Zehntelwertsbreite eines ^{137}Cs -Strahlers	25
5.4. Compton-Kontinuum und Absorptionswahrscheinlichkeiten	26
5.5. Aktivitätsbestimmung von ^{133}Ba	26
5.6. Nuklidbestimmung	26
A. Emissionsspektren	28

1. Zielsetzung

Ziel dieses Versuches ist die Bestimmung der Aktivität bekannter Gammastrahler und die Benennung eines unbekannten Gammastrahler mit Hilfe eines Germaniumdetektors. Dafür müssen zunächst eine Energiekalibration durchgeführt und die Vollenergienachweiswahrscheinlichkeit bestimmt werden.

2. Theorie

2.1. Wechselwirkung von Gamma-Quanten mit Materie

γ -Quanten beziehungsweise Photonen können auf unterschiedliche Weise mit Materie wechseln. In Halbleitersensoren sind die auftretenden Hauptprozesse der Photo-Effekt, der Compton-Effekt und die Paarbildung. Welcher Effekt dominiert ist abhängig von dem betrachteten Energiebereich. In Abbildung 1 ist die Abhängigkeit des Extinktionskoeffizienten von der Energie für die einzelnen Wechselwirkungen dargestellt. Der Extinktionskoeffizient gibt an, wie stark die elektromagnetische Strahlung pro Weglänge durch Absorption beziehungsweise Streuung geschwächt wird. Da die Paarbildung erst ab etwa einer Energie von 3 MeV stattfindet und dieser Energiebereich in diesem Versuch nicht erreicht wird, wird im Folgenden nur auf den Photo- und Compton-Effekt eingegangen.

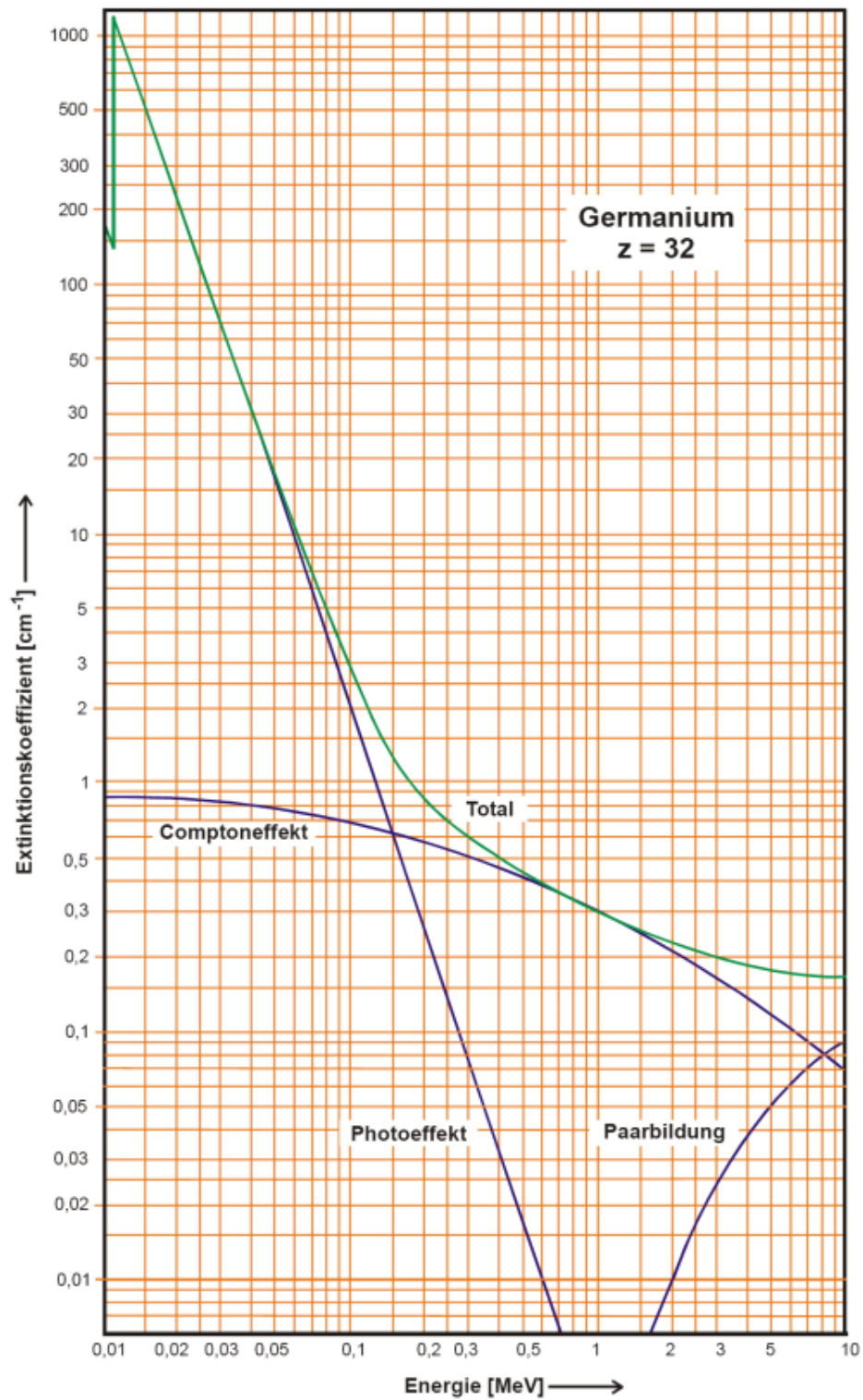


Abbildung 1: Energieabhängigkeit der verschiedenen Wechselwirkungen von γ -Quanten mit Materie. [1](#)

2.1.1. Photoeffekt

Beim Photo-Effekt wechselwirkt das γ -Quant mit einem Hüllenelektron, bevorzugt mit einem aus der K-Schale. Hierbei muss das γ -Quant eine mindestens genauso große Energie wie die Bindungsenergie E_B des Hüllenelektrons besitzen, damit es absorbiert werden kann und das Elektron emittiert wird. Falls das γ -Quant eine größere Energie als die Bindungsenergie des Hüllenelektrons besitzt, wird die überschüssige Energie in Form von kinetischer Energie an das nun freie Elektron übergeben. Da sich nach der Emission ein 'Loch' in der Elektronenhülle befindet, wird dieses durch ein Elektron einer höheren Schale aufgefüllt. Die bei diesem Vorgang frei werdende Energie wird durch Emission eines Röntgen-Quants abgegeben. Die beim Photoeffekt frei werdenden Röntgenquanten und Elektronen verbleiben in den meisten Fällen im Detektor. Zwangsläufig verbleibt somit die gesamte freigesetzte Energie im Detektor.

2.1.2. Compton-Effekt

Der Compton-Effekt beschreibt die elastische Streuung eines γ -Quants mit der Energie E_γ an einem quasifreien Elektron. Hierbei gibt das γ -Quant einen Teil seiner Energie an das Elektron ab und ändert gleichzeitig seine Ausbreitungsrichtung um den Winkel θ . Die Energie des gestreuten γ -Quants E'_γ ist gegeben durch

$$E'_\gamma = E_\gamma \frac{1}{1 + \epsilon(1 - \cos(\theta))}, \quad (1)$$

wobei $\epsilon := \frac{E_\gamma}{m_0 c^2}$ das Verhältnis der Energie des γ -Quants zu der Ruheenergie des Elektrons angibt.

Für die Energie des gestoßenen Elektrons E_e gilt

$$E_e = E_\gamma - E'_\gamma = E_\gamma \frac{\epsilon(1 - \cos(\theta))}{1 + \epsilon(1 - \cos(\theta))}. \quad (2)$$

$$(3)$$

Anhand der Gleichungen ist zu erkennen, dass es keinen diskreten Energieübertrag gibt, sondern dieser abhängig von dem Streuwinkel θ ist. Aufgrund dessen existiert ein kontinuierliches Spektrum an möglichen Energieüberträgen. Der maximale Energieübertrag findet bei $\theta = 180^\circ$ statt und wird als Compton-Kante bezeichnet.

Der Wirkungsquerschnitt definiert die Wahrscheinlichkeit, dass eine Wechselwirkung stattfindet. Für den Compton-Effekt gilt der differentielle Wirkungsquerschnitt nach der Energie und ist mit E als Energie des gestoßenen Elektrons und mit E_γ als Energie des einfallenden γ -Quants wie folgt definiert:

$$\frac{d\sigma}{dE} = \frac{3}{8} \sigma_{\text{Th}} \frac{1}{m_0 c^2 \epsilon^2} \left(2 + \left(\frac{E}{E_\gamma - E} \right)^2 \left[\frac{1}{\epsilon^2} + \frac{E_\gamma - E}{E_\gamma} - \frac{2}{\epsilon} \left(\frac{E_\gamma - E}{E} \right) \right] \right). \quad (4)$$

2.2. Aufbau und Funktionsweise eines Reinst-Germanium-Detektors

Stark vereinfacht lässt sich sagen, dass der Reinst-Germanium-Detektor eine in Sperrrichtung geschaltete Diode ist. Im Detektorkristall existieren also zwei aneinander grenzende Bereiche, die p- bzw. n-dotiert sind. Die frei beweglichen Ladungsträger der n-Schicht diffundieren zu den freien Akzeptoren in der p-Schicht und rekombinieren, so dass ein elektrisches Feld entgegen der Dotierung entsteht und eine weitere Diffusion der Ladungsträger verhindert. Wird zusätzlich eine Spannung angelegt, die die Spannung des entstandenen elektrischen Feldes verstärkt, so wird die Breite der ladungsträgerarmen Zone an dem p-n-Übergang vergrößert.

Beim Eintritt eines γ -Quants treten der Photo- bzw. auch der Compton-Effekt auf, wodurch Elektronen freigesetzt werden können. Das freigesetzte Elektron besitzt eine gewisse Energie, sodass dieses wiederum freie Elektronen erzeugen kann, die aus dem Valenzband in das Leitungsband gehoben werden. Im Valenzband bleiben dann sogenannte "Löcher", welche sich wie positive Ladungen verhalten. Werden nun die Elektronen und Löcher, bevor sie sich wieder rekombinieren, an den Elektroden gesammelt, wird ein Ladungsimpuls gemessen werden kann, welcher ein Maß für die im Detektor deponierte Energie des γ -Quants ist. Dazu ist eine breite Sperrschicht notwendig, denn nur in dieser Schicht ist es aufgrund eines hohen elektrischen Feldes möglich, die Ladungsträger vor einer erneuten Rekombination zu trennen.

Da auch durch thermische Aktivierung Elektronen aus dem Valenzband gelöst werden können und die geringe Energiedifferenz zwischen Valenz- und Leitungsband, die Bandlücke, überwinden können (bei Germanium beträgt die Bandlücke 0,67 eV), wird der Germanium-Detektor während der Messung stark gekühlt.

2.3. Eigenschaften eines Halbleiter-Detektors

Die Halbwertsbreite $\Delta E_{1/2}$ der Impulshöhenverteilung stellt eine wichtige Kenngröße für das energetische Auflösungsvermögen eines Detektors dar. Diese gibt an, bei welcher Breite zwei verschiedene Spektrallinien noch unterschieden werden können. Dabei wird die Breite der Impulshöhenverteilung im Wesentlichen durch die Zahl n der gebildeten Elektron-Loch-Paare bestimmt. Allerdings haben auch Störfaktoren wie das Rauschen des Leckstroms oder auch das Rauschen der Verstärker, die an den Detektor angeschlossen sind, Einfluss auf die Messung. Um die Störeinflüsse zu minimieren, muss eine passende Spannung angelegt werden und die Messung bei Kühlung des Detektors durchgeführt werden.

Eine weitere Kenngröße stellt die Effizienz dar, welche die Energieabhängigkeit der Nachweiswahrscheinlichkeit beschreibt. Wichtig für die γ -Spektrometrie sind diejenigen Prozesse, bei denen die gesamte Energie des γ -Quants an den Detektor abgegeben wird. In diesem Versuch wird dies nur durch den Photo-Effekt realisiert, allerdings wird mit zunehmender Energie der Extinktionskoeffizient μ des Photo-Effekts geringer, so dass die Absorptionswahrscheinlichkeit nach

$$P(d) = 1 - \exp(-\mu d) \quad (5)$$

stark abnimmt.

2.4. Spektrum eines monochromatischen Gammastrahlers im Ge-Detektor

Das Spektrum, welches der Germanium-Detektor aufnimmt, weist verschiedene charakteristische Komponenten auf, welche in [Abbildung 2](#) schematisch skizziert sind.

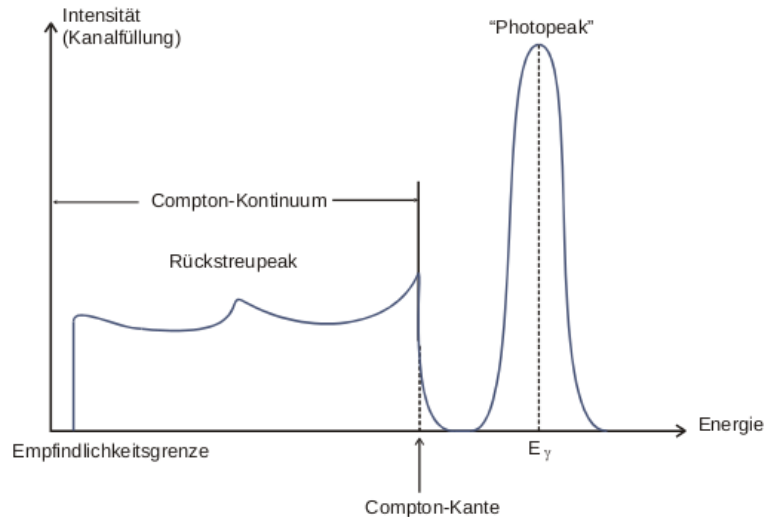


Abbildung 2: Spektrum eines monochromatischen γ -Strahlers mit Energie E_γ [\[1\]](#)

Ausschlaggebend für die Bestimmung der Gammaenergien ist der sogenannte 'Full-Energy-Peak (FEP)'. Dieser wird auch 'Vollenergielinie' oder wie in [Abbildung 2](#) 'Photopeak' genannt. Dieser Peak repräsentiert die gesamte Energie des eingefallenen γ -Quants. Die Deponierung der gesamten Energie im Detektor ist nur möglich, wenn der Photoeffekt stattgefunden hat, weshalb die Linie auch 'Photopeak' heißt. Die Halbwertsbreite des FEPs gibt die Energieauflösung des Detektors an.

Das bei kleineren Energien gelegene 'Compton-Kontinuum' ist über einen Bereich von $E_{\min} - E_{\max}$ verteilt. E_{\min} ist dabei bestimmt durch die untere Nachweisgrenze des Detektors, die hier zwischen 40 und 50 keV liegt. Grund für die Verteilung ist die kontinuierliche Energieabgabe beim Compton-Effekt (siehe [Unterunterabschnitt 2.1.2](#)). Die maximal abgegebene Energie in dem Gammaspektrum wird 'Compton-Kante' genannt und lässt sich mit

$$E_{\max} = E_\gamma \frac{2\epsilon}{1 + 2\epsilon} \quad (6)$$

berechnen.

Der erneute Anstieg des Compton-Kontinuums ist durch Rückstreueffekte verursacht und wird deshalb 'Rückstreupeak' genannt. Die Quelle strahlt nicht nur in eine Richtung γ -Quanten aus, sondern konzentrisch. Die Strahlung gelangt also nicht nur unmittelbar von der Quelle in den Detektor, sondern auch zum umliegenden Material. Somit können nicht

nur im Detektor selbst, sondern auch in seiner Umgebung Compton-Effekte stattfinden und die Quanten gelangen nach der Compton-Streuung in den Detektor, wodurch sich die höhere Zählrate ergibt.

Um die Lage des Rückstreupeaks abzuschätzen, wird in Gleichung 1 ein Winkel von 180° eingesetzt. Es ergibt sich

$$E = E_\gamma \frac{1}{1 + 2\epsilon}. \quad (7)$$

3. Aufbau und Durchführung

3.1. Aufbau

Für den Versuch wurde ein coaxialer Germaniumdetektor mit einem Durchmesser von 45 mm und einer Höhe von 39 mm verwendet. In dessen Oberfläche sind Lithiumatome eindiffundiert, sodass diese n-Dotiert ist. Die innere Oberfläche, also die Innenseite der coaxialen Bohrung, ist mit Gold bedampft. Dieser Metall-Halbleiterkontakt entspricht einer p-Dotierung, wodurch die Verarmungszone im Detektor ausgedehnt wird. Den Detektorkristall umgibt zur thermischen und elektrischen Isolierung eine Aluminiumhaube. Weil die Gammaquanten diese Haube zusätzlich durchdringen müssen, können Energien unter 40 keV bis 50 keV nicht nachgewiesen werden.

Ein schematischer Aufbau ist in **Abbildung 3** dargestellt.

Die Quellen der radioaktiven Proben werden in einem Abstand von 8 cm oberhalb der Aluminiumhaube eingebaut.

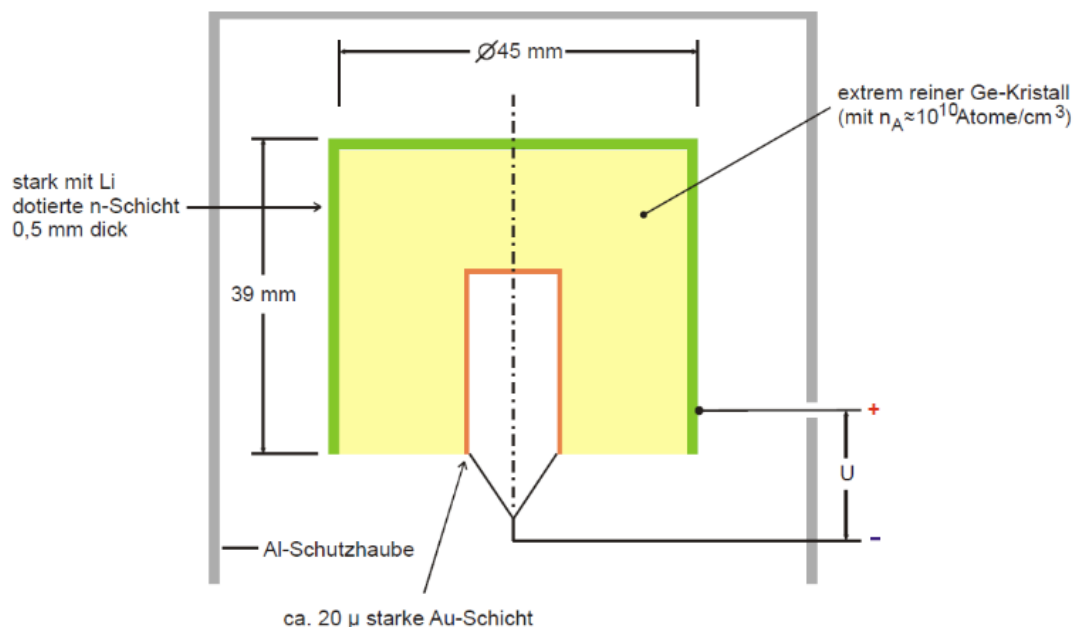


Abbildung 3: Querschnitt eines coaxialen Germaniumdetektors **2**.

3.2. Durchführung

Im ersten Aufgabenteil soll die Energiekalibration und die Messung der Vollenergienachweiswahrscheinlichkeit durchgeführt werden. Dazu wird das Spektrum eines kalibrierten ^{152}Eu -Strahlers aufgenommen.

Darauf folgend wird das Spektrum eines ^{137}Cs -Strahlers aufgenommen, um die Absorptionswahrscheinlichkeit des Detektors zu bestimmen und das Gammaspektrum zu charakterisieren.

Im dritten Aufgabenteil soll das Spektrum einer unbekannten Probe aufgenommen werden und ^{125}Sb oder ^{133}Ba zugeordnet werden. Außerdem wird die Aktivität der Probe bestimmt.

Zuletzt soll das Spektrum eines völlig unbekannten Strahlers aufgenommen und seinen aktiven Nukliden zugeordnet werden.

4. Auswertung

4.1. Energiekalibration und Bestimmung der Vollenergienachweiswahrscheinlichkeit

Für diesen Aufgabenteil wird das Spektrum des ^{152}Eu -Strahlers verwendet. In [Abbildung 4](#) sind die Messdaten dargestellt. Dem ersten Messwert wurde Kanal 1 zugeordnet, dem zweiten Kanal 2 und so weiter.

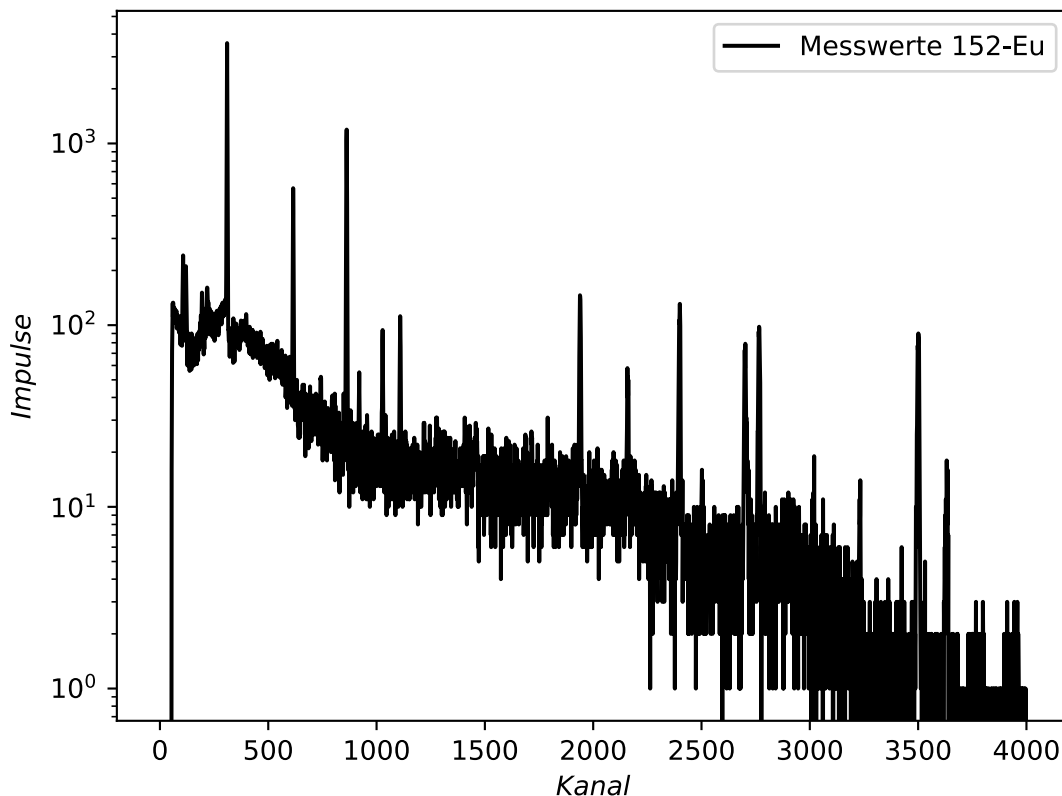


Abbildung 4: Gammaspektrum des ^{152}Eu -Strahlers.

Zunächst werden die Peaks ("Full Energie Peaks FEP") in dem Spektrum den bekannten Emissionsenergien von ^{152}Eu mit Hilfe von [Tabelle 5](#) zugeordnet.

So ergeben sich die in [Tabelle 1](#) aufgeführten Zusammenhänge zwischen Kanalnummer und Energie.

Um die Linieninhalte der Peaks zu berechnen, muss zunächst der Untergrund bestimmt werden. Dazu werden jeweils zehn Werten rechts und links von dem Peaks herangezogen. Von diesen in [Abbildung 5](#) blau eingezeichneten Werten wird der Mittelwert bestimmt.

Dieser Wert wird als gemessener Untergrund bei jedem Peak angenommen. Der Fehler für den Untergrund ergibt sich aus der Standardabweichung.

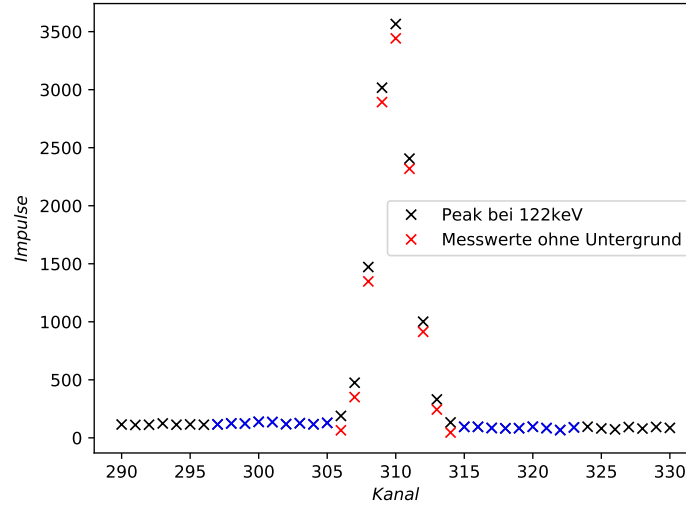


Abbildung 5: Bestimmung des Untergrunds zur Berechnung der Peakinhalte.

Für die Messung von Impulsen gilt die Poisson-Verteilung, sodass sich der Fehler für die einzelnen Impulse I berechnet mit

$$\Delta I = \sqrt{I}. \quad (8)$$

Der Untergrund wird von jeder gemessenen Impulszahl innerhalb des Peaks subtrahiert. Die 'wahren' Impulszahlen sind in [Abbildung 5](#) in rot eingezeichnet. Diese Impulse aufaddiert ergeben den Linieninhalt für die jeweiligen Peaks. So ergeben sich die ebenfalls in [Tabelle 1](#) aufgeführten Linienwerte.

Tabelle 1: Zuordnung der Energie zu den Kanälen anhand der FEPs.

<i>Kanalnr.</i>	<i>Energie/keV</i>	<i>Linieninhalt/Impulse</i>		
310	121,78	11 620,8	±	120
615	244,70	1929,2	±	70
862	344,30	4743,0	±	80
1939	778,90	916,6	±	40
2158	867,37	284,5	±	29
2400	964,08	833,4	±	50
2702	1085,90	679,4	±	170
2766	1112,10	741,7	±	50
3501	1408,00	796,3	±	40

4.1.1. Energiekalibration

Aus den Kanalnummern und ihrer zugeordneten Energie wird eine lineare Regression der Form

$$E(K) = a * K + b.$$

durchgeführt, bei der E die Energie, K die Kanalnummer und a und b die Parameter für die Regression sind.

Mit PYTHON [4] ergeben sich die Parameter

$$a = (0,403\,12 \pm 0,000\,11) \text{ keV}$$

$$b = (-3,10 \pm 0,22) \text{ keV}.$$

Die Ausgleichsgerade ist in [Abbildung 6](#) dargestellt.

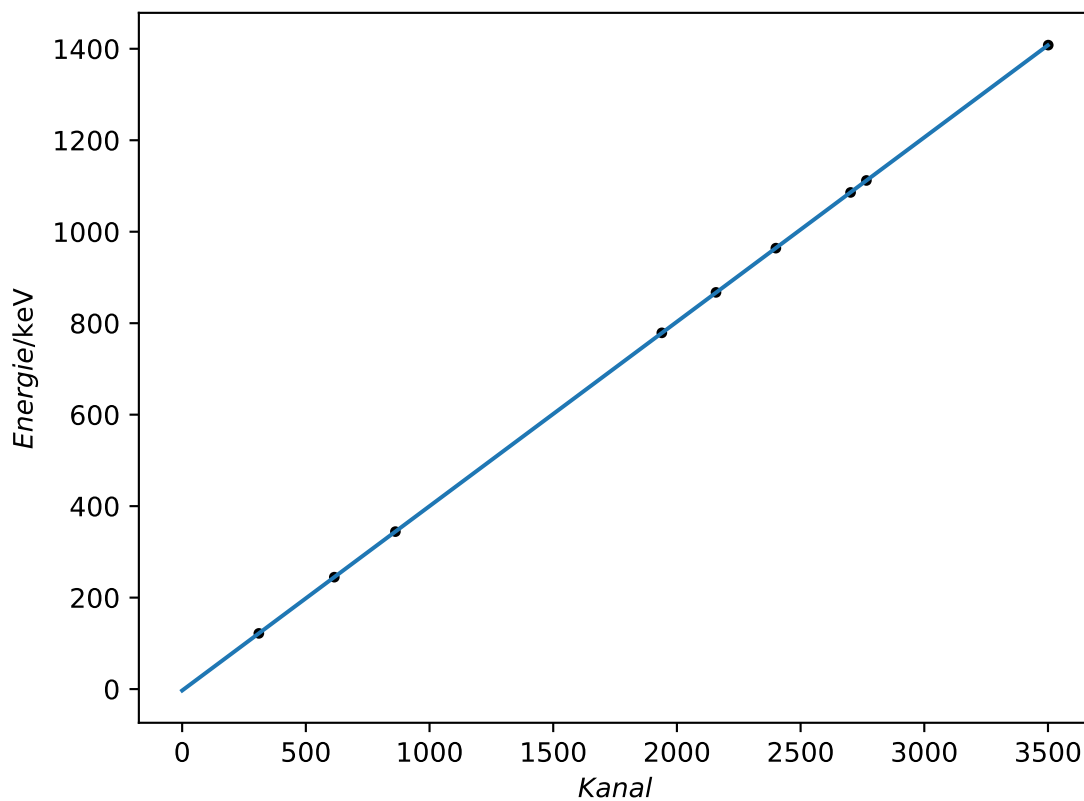


Abbildung 6: Ausgleichsrechnung zur Energiekalibration.

Die Energiekalibrierung ergibt somit den Zusammenhang

$$E(K) = (0,403\,12 \pm 0,000\,11) \text{ keV} * K + (-3,10 \pm 0,22) \text{ keV} \quad (9)$$

zwischen Kanalnummer und Emissionsenergie, welcher in der nachfolgenden Auswertung verwendet wird.

4.1.2. Bestimmung der Vollenergienachweiswahrscheinlichkeit

Die Vollenergienachweiswahrscheinlichkeit Q wird mit der Gleichung

$$Q = \frac{Z}{AWt} \frac{4\pi}{\Omega} \quad (10)$$

bestimmt. Z ist dabei der Linieninhalt zur Energielinie mit der entsprechenden Emissionswahrscheinlichkeit W , A die Aktivität der Probe am Tag der Messung (30.10.2019) und t die Zeitspanne, über die gemessen wurde.

Z ist aus [Tabelle 1](#) W aus [Tabelle 5](#) zu entnehmen. Bei der Messung für das ^{152}Eu -Spektrum wurde über einen Zeitraum von $t = 4111 \text{ s}$ gemessen.

Die Aktivität der Probe am Tag der Messung lässt sich aus dem Zerfallsgesetz herleiten als

$$A(t) = \lambda N_0 \exp(-\lambda t) = A_0 \exp(-\lambda t) = A_0 \exp\left(-\frac{\ln 2}{\tau} t\right).$$

Die Aktivität am 01.10.2000 [7](#) und die Halbwertszeit von ^{152}Eu [2](#) sind gegeben mit

$$\begin{aligned} \tau &= 13 \text{ Jahre und } 196 \text{ Tage} = 13,54 \text{ Jahre} \\ A_0 &= (4130 \pm 60) \text{ Bq.} \end{aligned}$$

Somit berechnet sich die Aktivität am 30.10.2019 zu

$$A = (1555 \pm 23) \text{ Bq.}$$

Der Raumwinkel bei einem großen Abstand zwischen Quelle und Detektor bestimmt sich mit

$$\frac{\Omega}{4\pi} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{a}{\sqrt{a^2 + r^2}}\right).$$

a und r ergeben sich nach dem Aufbau, wie in [Abbildung 7](#) dargestellt. In dem hier verwendeten Aufbau beträgt der Abstand zwischen Quelle und Aluminium-Haube 8 cm und der Abstand zwischen Aluminiumschicht und Detektor 1,5 cm.

Der koaxiale Ge-Detektor hat die Gestalt eines Zylinder mit Durchmesser $d = 45 \text{ mm}$. Es gilt somit

$$\begin{aligned} a &= 9,5 \text{ cm} \\ r &= 2,25 \text{ cm,} \end{aligned}$$

womit sich

$$\frac{\Omega}{4\pi} \approx 0,0135 \quad (11)$$

ergibt.

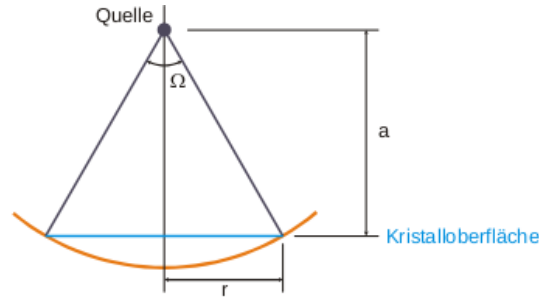


Abbildung 7: Skizze zur Berechnung des Raumwinkels Ω bei Vernachlässigung der Quellenabmessungen [1 Abb.18].

Für die Vollenergienachweiswahrscheinlichkeiten (Effizienzen) ergeben sich die in [Tabelle 2](#) notierten Werte. Es sollen dabei nur Energien größer als 150 keV berücksichtigt werden.

Tabelle 2: Werte zur Bestimmung der Vollenergienachweiswahrscheinlichkeiten.

<i>Energie</i> [keV]	<i>Effizienz</i> $Q/\%$		
244,70	29,50 \pm	1,16	
344,30	20,8 \pm	0,5	
778,90	8,3 \pm	0,9	
867,37	7,9 \pm	0,9	
964,08	6,6 \pm	0,5	
1085,90	7,7 \pm	2,0	
1112,10	6,3 \pm	0,5	
1408,00	4,41 \pm	0,24	

Die Effizienz ist in [Abbildung 8](#) gegen die Energie aufgetragen. Mit dem Potenzansatz

$$Q(E) = a \cdot \left(\frac{E}{1 \text{ keV}} \right)^b$$

wird ein Fit durch die Messwerte gelegt.

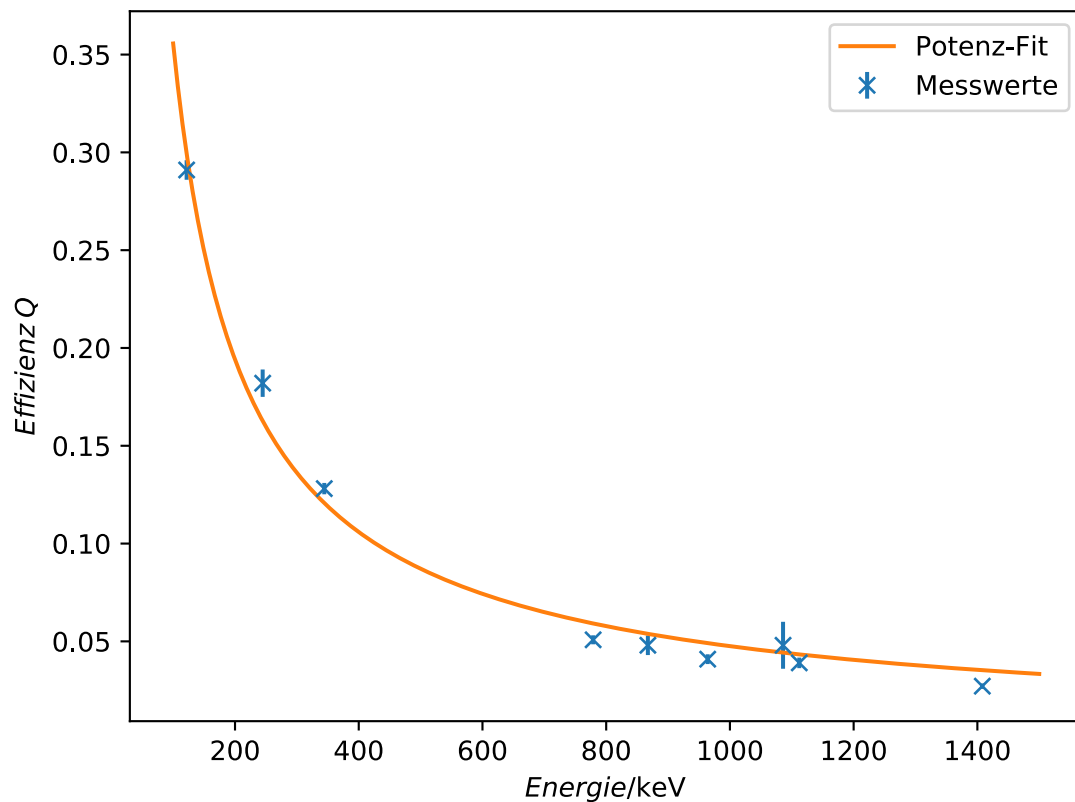


Abbildung 8: Effizienz des Ge-Detektors in Abhängigkeit der Energie.

Der Fit mit PYTHON 5 ergibt die Parameter

$$a = 88,0 \pm 17,4$$

$$b = -1,04 \pm 0,04.$$

Die Effizienz berechnet sich also in Abhängigkeit der Energie mit

$$Q(E) = 88,0 \pm 17,4 \cdot \left(\frac{E}{1 \text{ keV}}\right)^{-1,04 \pm 0,04}. \quad (12)$$

4.2. Untersuchung eines monochromatischen Gamma-Spektrums

Für diesen Aufgabenteil wird der ^{137}Cs -Strahler verwendet, das zugehörige monochromatische Spektrum ist in Abbildung 9 dargestellt. Zu sehen ist das Compton-Kontinuum, die Compton-Kante, die Vollenergielinie sowie der Rückstreupeak.

Zur Bestimmung der Energie des Strahlers sowie der Halbwerts- und Zehntelwertsbreite wird die Vollenergielinie mit Hilfe einer Gaußkurve wie in Abbildung 10 dargestellt. Dazu wird eine nicht-lineare Ausgleichsrechnung in der Form

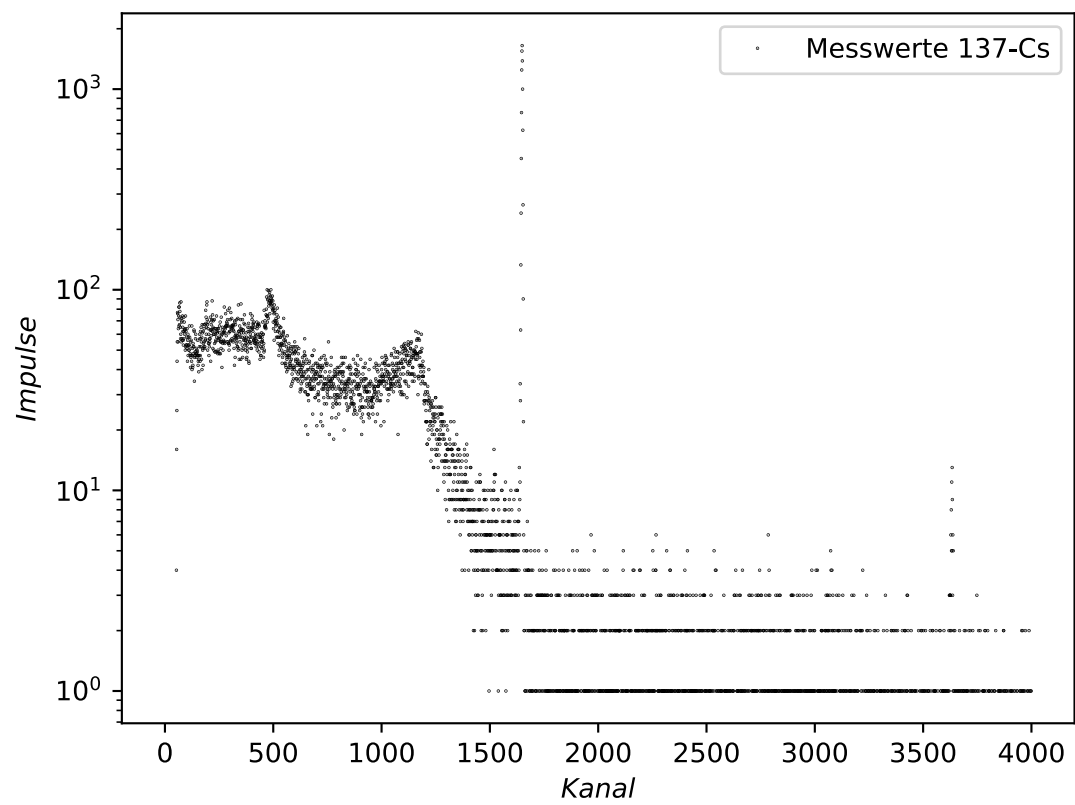


Abbildung 9: Monochromatisches Spektrum des ^{137}Cs -Strahlers.

$$f_{\text{Gauß}}(x) = \frac{a}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{(x - \mu)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (13)$$

$$(14)$$

durchgeführt.

Daraus ergeben sich für die Parameter folgende Werte:

$$a = 9442,54 \pm 71,13 \text{ Impulse}$$

$$\mu = 1647,720 \pm 0,021 \text{ Kanal}$$

$$\sigma = 2,308 \pm 0,021 \text{ Kanal.}$$

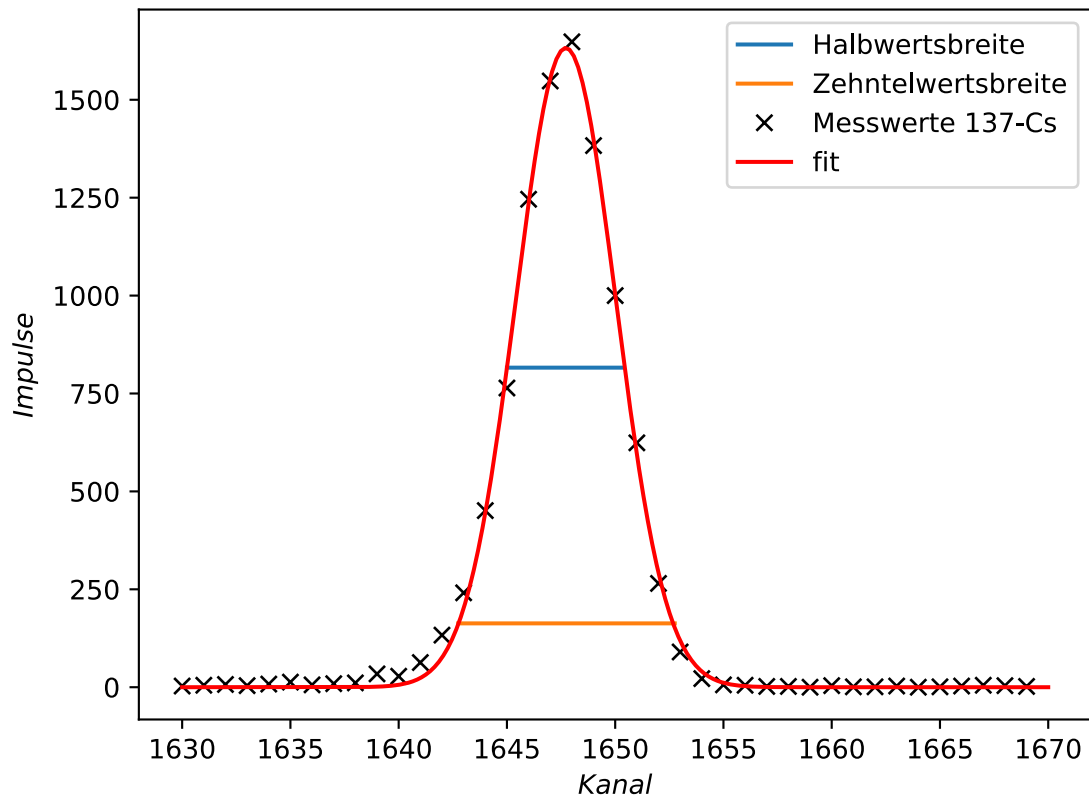


Abbildung 10: Vollenergielinie des ^{137}Cs -Strahlers.

Die Halbwerts- bzw. Zehntelwertsbreite (K_{halb} sowie K_{zehntel}) gibt in diesem Fall die Differenz der Kanalnummern an, bei der die maximale Impulszahl auf die Hälfte beziehungsweise auf ein Zehntel gesunken ist.

Die maximale Impulsanzahl f_{\max} lässt sich mit Hilfe der ermittelten Gaußkurve berechnen, aus f_{\max} lässt sich die Anzahl der Impulse von K_{halb} sowie K_{zehntel} bestimmen.

$$\begin{aligned}f_{\max} &= f_{\text{gauß}}(\mu) \\f_{\max} &= 1632,16 \text{ Impulse} \\K_{\text{halb}} &= 816 \text{ Impulse} \\K_{\text{zehntel}} &= 163 \text{ Impulse.}\end{aligned}$$

Es werden die Schnittpunkte x_i zwischen der ermittelten Gaußfunktion und K_{halb} sowie K_{zehntel} abgelesen, wobei der Ablesefehler der einzelnen Schnittpunkte auf $\Delta x = 0,1$ geschätzt wird und mit Hilfe der Gaußschen Fehlerfortpflanzung in den nachfolgenden Rechnungen berücksichtigt wird. Die Differenz der jeweiligen Schnittpunkte werden mit Hilfe der Energiekalibrierung aus [Unterabschnitt 4.1](#) in Halbwerts- bzw. Zehntelwertsbreiten der Energien umgerechnet, sodass sich

$$\begin{aligned}E_{1/2} &= 5,5 \cdot 0,403 \text{ keV} = (2,22 \pm 0,06) \text{ keV} \\E_{1/10} &= 10,04 \cdot 0,403 \text{ keV} = (4,05 \pm 0,06) \text{ keV}\end{aligned}$$

ergeben.

Zur Überprüfung, ob die gemessene Halbwerts- und Zehntelwertsbreite konsistent ist, müsste folgender durch die Gaußverteilung festgesetzter Zusammenhang gelten

$$\frac{E_{\text{g},1/10}}{E_{\text{g},1/2}} = 1,823.$$

Mit den experimentell bestimmten Werten ergibt sich als Proportionalitätsfaktor

$$\frac{E_{1/10}}{E_{1/2}} = 1,83 \pm 0,06,$$

welcher unter Berücksichtigung des Fehlerbereichs mit dem zu erwartendem Proportionalitätsfaktor übereinstimmt.

Der Inhalt der Vollenergielinie ergibt sich durch Integration von [Gleichung 14](#) über den gesamten reellen Bereich und entspricht dem Wert $a = (9442,54 \pm 71,13)$ Impulse aus der gefitteten Gaußkurve.

Zur Bestimmung des Inhalts des Compton-Kontinuums wird eine nicht-lineare Ausgleichsrechnung mit [Gleichung 4](#) in dem Bereich von etwa 300 keV bis 460 keV durchgeführt und ist in [Abbildung 11](#) zu sehen. Da [Gleichung 4](#) allerdings nicht das gemessene Spektrum beschreibt, wird die Gleichung mit einem konstanten Vorfaktor k , der ebenfalls die

Konstanten vor der Klammer beinhaltet, skaliert. Der konstante Vorfaktor k ergibt sich zu

$$k = 17,77 \pm 0,19.$$

Mit Hilfe von SCIPY [5] wird die Gleichung mit k als Vorfaktor integriert, um auf die Inhalte des Kontinuums zu schließen, so dass sich der Inhalt Z_C zu

$$Z_C = 326\,427,022\,550 \pm 0,000\,004 \text{ Impulse.}$$

ergibt.

Das Verhältnis von den Inhalten des Compton-Kontinuums zum Photopeak ergibt sich zu $\frac{Z_C}{a} \approx 3.9$

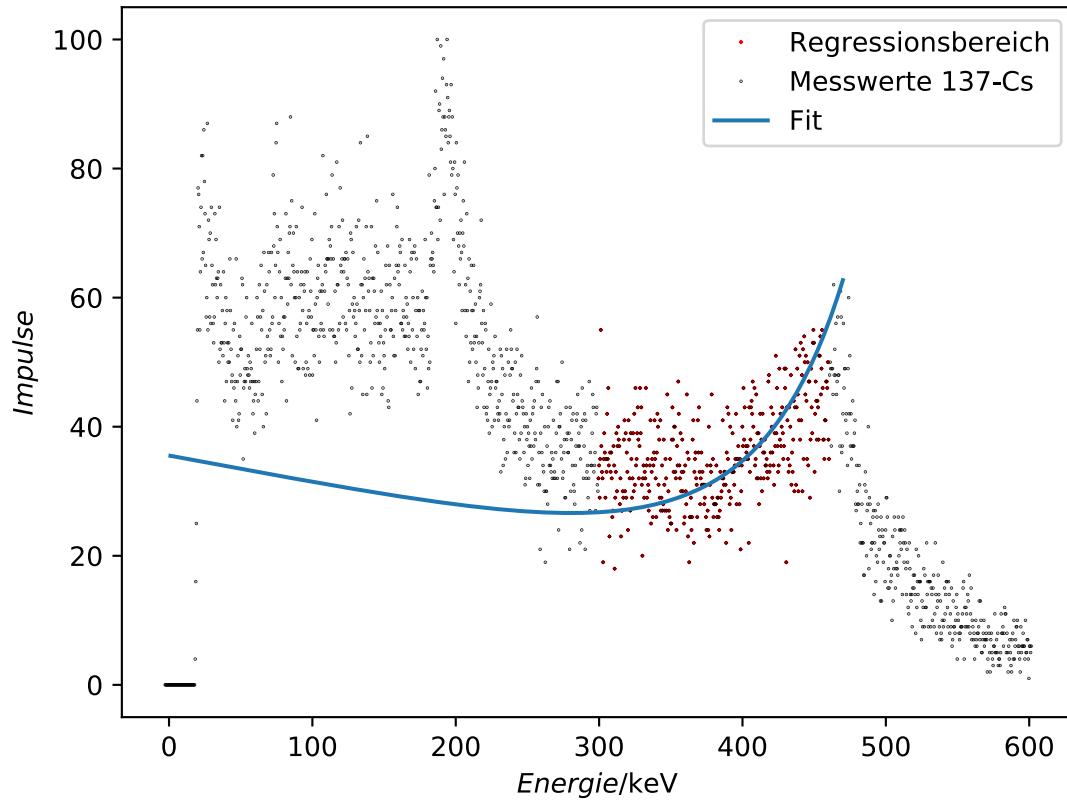


Abbildung 11: Dargestellt ist das Compton-Kontinuum.

Die Positionen der Compton-Kante E_{CK} und der Rückstreulinie E_{RP} werden abgelesen, wobei der Ablesefehler aufgrund der Ungenauigkeit auf etwa 2 keV geschätzt wird.

$$E_{\text{CK}} = (474 \pm 2) \text{ keV}$$

$$E_{\text{RP}} = (193 \pm 2) \text{ keV}$$

Mit Hilfe von [Gleichung 6](#) und [Gleichung 7](#) werden die theoretischen Werte berechnet. Dazu wird für die Energie des γ -Quants $E = 662 \text{ keV}$ [3](#) eingesetzt. Daraus ergeben sich

$$E_{\text{CK}} = 477,65 \text{ keV}$$

$$E_{\text{RP}} = 184,35 \text{ keV}.$$

Für die Absorptionswahrscheinlichkeit P von γ -Quanten gilt der Zusammenhang

$$P(d) = 1 - \exp(-\mu d).$$

Dabei stellt d die Detektorlänge und μ den Extinktionskoeffizienten dar. Die Extinktionskoeffizienten für den Photoeffekt μ_P und den Compton-Effekt μ_C können in [Abbildung 1](#) abgelesen werden und betragen

$$\mu_P = 0,008 \frac{1}{\text{cm}}$$

$$\mu_C = 0,37 \frac{1}{\text{cm}}.$$

Die Detektorlänge ist mit $d = 3,9 \text{ cm}$ gegeben, daraus resultiert für die einzelnen Absorptionswahrscheinlichkeiten

$$P_P = 3,07\%$$

$$P_C = 76,38\%.$$

Daraus lässt sich ableiten, dass der Inhalt des Compton-Kontinuums in etwa 25-mal so groß sein sollte wie der Inhalt des Photopeaks.

4.3. Aktivitätsbestimmung

In [Abbildung 12](#) sind die Messdaten für diesen Versuchsteil abgebildet. Bei der Probe handelt es sich entweder um ^{125}Sb oder ^{133}Ba .

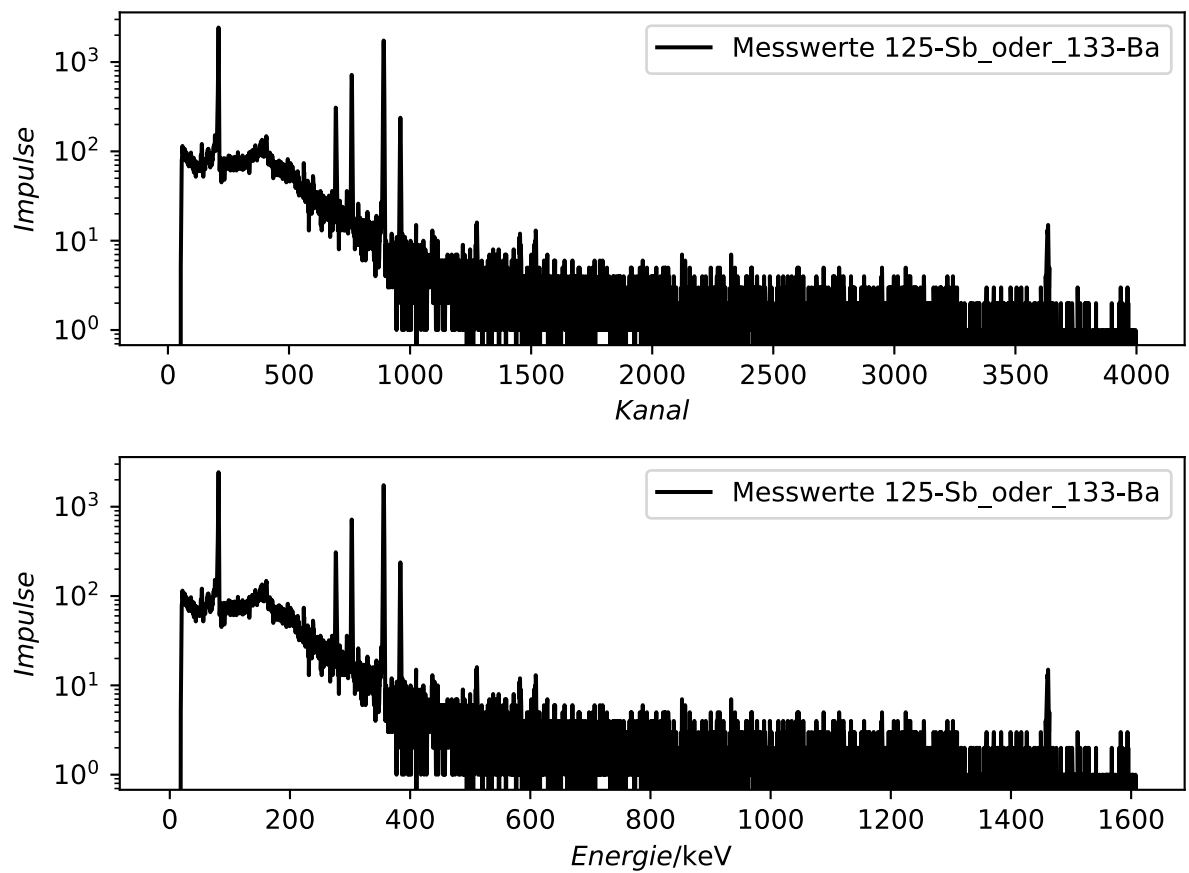


Abbildung 12: Gammaspektrum von ^{125}Sb oder ^{133}Ba .

Zunächst soll die Probe bestimmt werden. Dazu werden die FEPs mit den bekannten Gammalinien aus [Tabelle 6](#) und [Tabelle 7](#) abgeglichen. Zur besseren Ansicht ist das Spektrum in [Abbildung 13](#) noch einmal in dem interessanten Bereich vergrößert dargestellt.

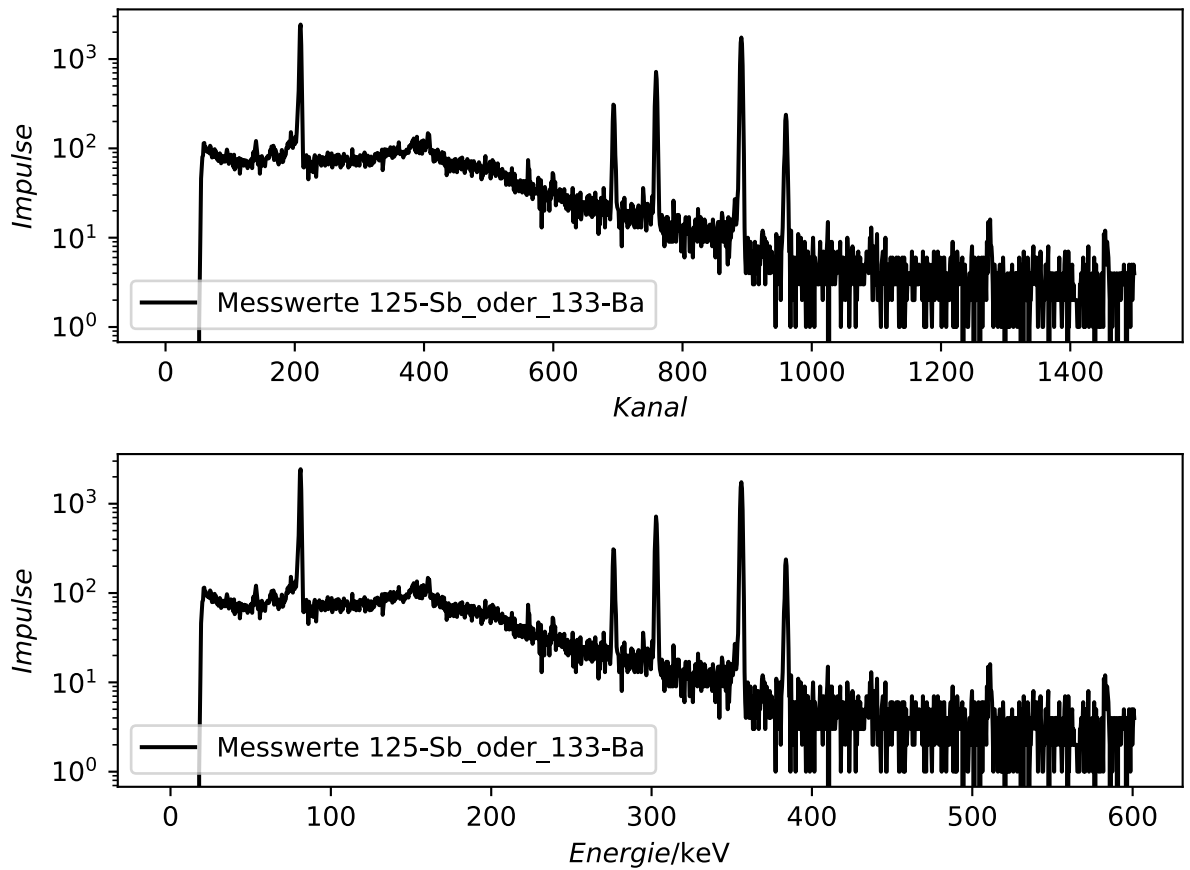


Abbildung 13: Ausschnitt Gammaspektrum von ^{125}Sb oder ^{133}Ba .

Die Gammalinien des Barium-Spektrums aus [Tabelle 7](#) mit einer Emissionswahrscheinlichkeit von mehr als 5% sind den Peaks in dem gemessenen Spektrum zuzuordnen. Es handelt sich bei der Probe demnach um ^{133}Ba .

Im Folgenden soll die Aktivität der Probe am Tag der Messung bestimmt werden. Dazu wird [Gleichung 10](#) nach der Aktivität A umgestellt:

$$A = \frac{Z}{QWt} \frac{4\pi}{\Omega}. \quad (15)$$

Für $\frac{4\pi}{\Omega}$ wird der in [Gleichung 11](#) erhaltene Wert eingesetzt. Z sind die Linieninhalte der Peaks und werden wie in [Unterabschnitt 4.2](#) mit Hilfe eines Gauß-Fits bestimmt. Die Effizienz Q für jede Energielinie lässt sich mit [Gleichung 12](#) berechnen.

Für die verschiedenen Peaks ergeben sich damit die in [Tabelle 3](#) aufgeführten Größen.

Tabelle 3: Berechnete Größen für die Aktivität für jede Gammalinie.

<i>Energie/keV</i>	<i>Effizienz Q/%</i>	Aktivität <i>A/Bq</i>
302,42 ± 0,22	0,14 ± 0,04	2164,65 ± 710,06
355,56 ± 0,22	0,12 ± 0,04	1996,05 ± 663,87
383,40 ± 0,22	0,11 ± 0,04	2023,17 ± 680,78

Der Mittelwert über die bestimmten Aktivitäten ergibt einen Wert von

$$A = (1800 \pm 600) \text{ Bq.}$$

4.4. Anwendungsfall: Nuklidbestimmung

In diesem Versuchsteil ist das Nuklid, dessen Gammaspektrum detektiert wurde, unbekannt. Mit Hilfe von Nuklid-Datenbanken sollen die aktiven Nuklide in der verwendeten Probe bestimmt werden. Dazu werden alle Peaks in dem aufgenommenen Spektrum herausgefiltert, die zugehörigen Energien bestimmt und mit der Datenbank abgeglichen.

Das aufgenommene Spektrum ist in [Abbildung 14](#) abgebildet.

Die FEPs, welche in [Tabelle 4](#) aufgeführt sind, wurden mit SCIPY [5](#) herausgefiltert. So ist anzunehmen, dass die Energien, zu denen nur eine Energie aus der Literatur aufgeführt wurde, zu einem einzigen FEP gehören, der Algorithmus aber zwei Peaks erkannt hat. Diese Peaks sind zusammenzufassen.

Zur Identifizierung der Nuklide wird eine Datenbank für Kernzerfälle [6](#) verwendet. Mit dieser ist es möglich, Nuklide nach einer bestimmten Energie und Emissionsart zu filtern. Die Nuklide, welche für die Energie eines bestimmten, deutlichen Peaks in Frage kommen, werden mit weiteren Energien des aufgenommenen Spektrums abgeglichen. Für ^{214}Bi lassen sich viele Übereinstimmungen finden. So ist anzunehmen, dass dieses Nuklid zur Aktivität der Probe beiträgt. Die weiteren Linien können von Mutter- und/oder Tochter-nukliden stammen. So werden diese auf passende Emissionsenergien untersucht. Bei ^{214}Pb als Mutternuklid von ^{214}Bi sind ebenfalls Übereinstimmungen des Emissionsspektrums aus der Datenbank mit dem gemessenen Spektrum zu finden. Die Zuordnungen und Energievergleiche sind in [Tabelle 4](#) aufgeführt.

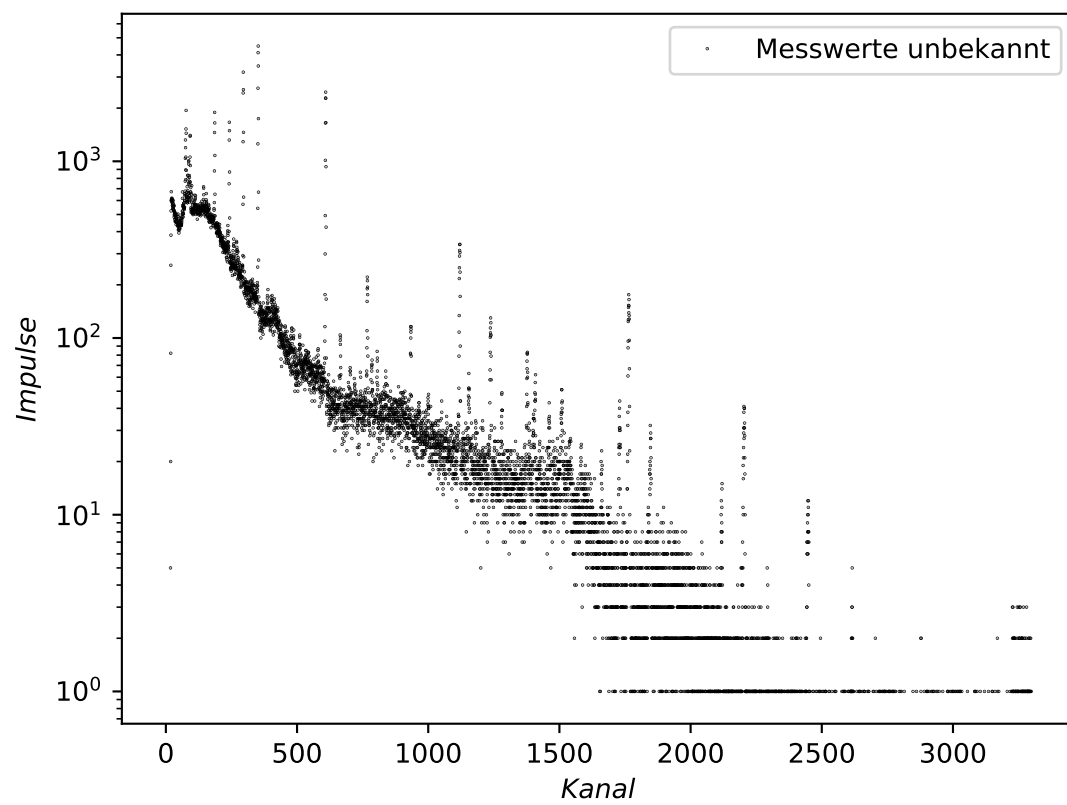


Abbildung 14: Energiespektrum der unbekannten Probe.

Tabelle 4: Energievergleich der Gammalinien der unbekannten Proben.

<i>FEP</i> /keV	<i>Nuklid</i>	<i>Literatur</i> /keV 6
$74,68 \pm 0,22$	/	
$77,10 \pm 0,22$	/	
$87,18 \pm 0,22$	/	
$92,82 \pm 0,22$	^{234}Th	92,80
$185,91 \pm 0,22$	^{226}Ra	186,21
$241,93 \pm 0,22$	^{214}Pb	242,00
$295,12 \pm 0,22$	^{214}Pb	295,22
$351,95 \pm 0,22$	^{214}Pb	351,93
$609,06 \pm 0,22$	^{214}Bi	609,31
$664,27 \pm 0,22$	^{214}Bi	664,45
$767,84 \pm 0,22$	^{214}Bi	768,36
$934,68 \pm 0,22$	^{214}Bi	934,06
$1120,47 \pm 0,22$	^{214}Bi	1120,29
$1237,74 \pm 0,22$	^{214}Bi	1238,11
$1378,00 \pm 0,22$	^{214}Bi	1377,67
$1409,02 \pm 0,22$	^{214}Bi	1407,98
$1458,99 \pm 0,22$	/	
$1461,00 \pm 0,22$	/	
$1508,56 \pm 0,22$	^{214}Bi	1509,23
$1510,57 \pm 0,22$		
$1661,00 \pm 0,22$	^{214}Bi	1661,28
$1729,80 \pm 0,22$	^{214}Bi	1729,60
$1764,06 \pm 0,22$	^{214}Bi	1764,49
$1846,27 \pm 0,22$	^{214}Bi	1847,42
$2119,91 \pm 0,22$	^{214}Bi	2118,55
$2203,33 \pm 0,22$	^{214}Bi	
$2205,75 \pm 0,22$		2204,21
$2446,74 \pm 0,22$	^{214}Bi	
$2449,16 \pm 0,22$		2447,86

So ist davon auszugehen, dass es sich bei der Probe um ^{214}Pb handelt, welches in ^{214}Bi zerfällt. Das Tochternuklid zerfällt ebenfalls wieder und trägt durch sein Emissionsspektrum zu dem Gesamtspektrum bei.

5. Diskussion

Die relativen Abweichungen, also die prozentualen Fehler der Größen in diesem Kapitel werden mit

$$p = \frac{|x_{\text{Abweichung}}|}{x_{\text{Wert}}} \quad (16)$$

berechnet.

5.1. Energiekalibration

Die lineare Regression ergab den Zusammenhang

$$E(K) = (0,403\,12 \pm 0,000\,11) \text{ keV} * K + (-3,10 \pm 0,22) \text{ keV}$$

zwischen Kanalnummer und zugehöriger Emissionsenergie. Der Fehler für den Umrechnungsfaktor ist auf drei Nachkommastellen gerundet null, sodass er zu vernachlässigen ist. Die Zuordnung der bekannten Energielinie zu dem aufgenommenen Spektrum war somit sehr genau. Bei Kanalnummer null ist im Optimalfall eine Energie von 0 keV zu erwarten. Die lineare Regression ergab sogar einen negativen y-Achsenabschnitt, was der Realität widerspricht. Negative Energien würden bedeuten, dass der Detektor Energie an die Gammaquanten abgibt. Da der Betrag des y-Achsenabschnitt aber im Vergleich zu den ansonsten vorkommenden Energien im keV-Bereich sehr klein ist, ist der abweichende Achsenabschnitt vertretbar.

5.2. Vollenergienachweiswahrscheinlichkeit

Der Fit für die Potenzfunktion zur Berechnung der Effizienz in Abhängigkeit der Energie ergab den Zusammenhang

$$Q(E) = 88,0 \pm 17,4 \cdot \left(\frac{E}{1 \text{ keV}}\right)^{-1,04 \pm 0,04}.$$

Der Fehler für die Parameter liegt bei ungefähr 20% und 4%. Da die Linieninhalte nur abgezählt wurden und es somit zu recht hohen Fehlern kommen kann, ist eine Abweichung 20% akzeptabel.

Der in Abbildung 8 abgebildete Fit ist gut an die Messwerte angepasst, sodass der erhaltene Übergang passend ist.

5.3. Bestimmung der Halb- und Zehntelwertsbreite eines ^{137}Cs -Strahlers

Der ermittelte Proportionalitätsfaktor zwischen Halb- sowie Zehntelwertsbreite ($E_{1/2}$ sowie $E_{1/10}$) beträgt 1.825 ± 0.054 , der zu erwartende Proportionalitätsfaktor beträgt 1.823, so dass der experimentell bestimmter Wert mit dem zu erwartendem übereinstimmt.

5.4. Compton-Kontinuum und Absorptionswahrscheinlichkeiten

Die abgelesenen Energien für den Rückstreupeak und die Compton-Kante ergeben sich zu

$$E_{\text{CK}} = (474 \pm 2) \text{ keV}$$

$$E_{\text{RP}} = (193 \pm 2) \text{ keV}$$

und die theoretisch erwarteten Energien zu

$$E_{\text{CK,theo}} = 477,65 \text{ keV}$$

$$E_{\text{RP,theo}} = 184,35 \text{ keV}.$$

Auch unter Berücksichtigung des Ablesefehlers, stimmen die Energien nicht miteinander überein, die prozentuale Abweichung beträgt für $E_{\text{CK}} = 0,76\%$ und für $E_{\text{RP}} = 4,69\%$. Damit liegt die prozentuale Abweichung beider Energien unter 5%, womit die Messergebnisse sehr nah an den theoretischen liegen. Daraus lässt sich schließen, dass der Ablesefehler von $\Delta E = 2 \text{ keV}$ zu gering gewählt wurde beziehungsweise andere Fehlerquellen nicht beachtet worden sind. Die Ungenauigkeiten sind darauf zurückzuführen, dass die Messwerte für den Rückstreupeak sowie für die Compton-Kante um den wahren Wert mit einer gewissen Breite verstreut sind, so dass es nicht möglich ist, die Energie genau abzulesen.

Die Inhalte des Compton-Kontinuums wurden zu $Z_C = 36\,427,022\,550 \pm 0,000\,004$ Impulse, und die Inhalte des Photo-Peaks zu $Z_P = 9442,54 \pm 71,13$ Impulse bestimmt. Daraus lässt sich erkennen, dass die Inhalte des Compton-Kontinuums ungefähr 3.9-fach so viele sind wie die Inhalte des Photo-Peaks und damit dem erwarteten 25-fachen Wert überhaupt nicht entsprechen. Dies lässt sich damit erklären, dass die γ -Quanten nach dem Compton-Effekt weiterhin Energie besitzen, um weitere Wechselwirkungen mit der Materie einzugehen. Deshalb werden auch Impulse im Photopeak, die nicht durch eine einzige Wechselwirkung, bei der das γ -Quant in einem einzigen Prozess seine Energie abgibt, registriert. Aufgrund dessen werden mehr Impulse im Photopeak gemessen.

5.5. Aktivitätsbestimmung von ^{133}Ba

Die Aktivität der Probe wurde anhand von vier Peaks berechnet. Drei der berechneten Werte liegen in einem relativ kleinen Bereich.

5.6. Nuklidbestimmung

Bei der Identifizierung der Probe anhand des Emissionsspektrums konnten nicht alle Energien den Nukliden zugeordnet werden. Die Peaks mit geringen Energien können von Röntgenemissionen der aktiven Nuklide stammen. Bei höheren Energien können

diese Peaks, die eventuell nur sehr kleine Peaks sind, auch Rückstreuulinien im Compton-Kontinuum oder andere Nebeneffekte sein. Der Großteil der Energielinien konnte jedoch den Nukliden ^{214}Pb und ^{214}Bi zugeordnet werden. Weitere Nuklide in dieser Zerfallsreihe konnten nicht den übrigen Energielinien zugeordnet werden.

A. Emissionsspektren

Tabelle 5: Emissionsspektrum ^{152}Eu [2].

<i>Energie</i> [keV]	<i>Em. – Wahrsch.</i> [%]
121,78	28,6
244,70	7,6
295,94	0,4
344,30	26,5
411,12	2,2
443,96	3,1
678,00	2,0
688,67	0,9
778,90	12,9
867,37	4,2
964,08	14,6
1005,30	0,6
1085,90	10,2
1112,10	13,6
1299,10	1,6
1408,00	21,0
1457,60	0,5

Tabelle 6: Emissionsspektrum ^{125}Sb [2].

<i>Energie</i> [keV]	<i>Em. – Wahrsch.</i> [%]
176	6
427	31
463	10
599	24
634	11
660	3

Tabelle 7: Emissionsspektrum ^{133}Ba [2].

<i>Energie</i> [keV]	<i>Em. – Wahrsch.</i> [%]
53,16	2,2
79,62	2,6
81,00	34,1
160,61	0,6
223,25	0,5
302,85	18,3
356,02	62,1
383,85	8,9

Literatur

- [1] TU Dortmund. *alte Versuchsanleitung zu Versuch Nr.18: Der Reinst-Germanium-Detektor als Instrument der Gamma-Spektroskopie*.
- [2] TU Dortmund. *Versuchsanleitung zu Versuch Nr.18: Hochreine Germaniumdetektoren in der Gamma-Spektrometrie*. 2020.
- [3] *Energie des Gamma-Quants von ^{137}Cs* . URL: [https://www.leifiphysik.de/kern-
teilchenphysik/radioaktivitaet-fortfuehrung/versuche/gammaspektrum-
von-cs-137](https://www.leifiphysik.de/kern-
teilchenphysik/radioaktivitaet-fortfuehrung/versuche/gammaspektrum-
von-cs-137) (besucht am 12.12.2020).
- [4] John D. Hunter. „Matplotlib: A 2D Graphics Environment“. Version 1.4.3. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 90–95. URL: <http://matplotlib.org/>.
- [5] Eric Jones, Travis E. Oliphant, Pearu Peterson u. a. *SciPy: Open source scientific tools for Python*. Version 0.16.0. URL: <http://www.scipy.org/>
- [6] *Nuklid-Datenbank*. URL: <http://www.nucleide.org/Laraweb/index.php> (besucht am 16.11.2020).
- [7] *Periodensystem*. URL: [http://www.periodensystem-online.de/index.php?id=
isotope&el=63&mz=152&nrg=0&show=nuklid&sel=](http://www.periodensystem-online.de/index.php?id=
isotope&el=63&mz=152&nrg=0&show=nuklid&sel=) (besucht am 13.11.2020).