

Trabalho sobre

MODULAÇÕES DIGITAIS NÃO-BINÁRIAS II

1 OBJECTIVOS

No trabalho anterior foram introduzidas as modulações não-binárias e neste será abordado o efeito nas mesmas de ruído gaussiano branco. Consideraremos 8PSK e 16QAM.

2 PRELIMINARES TEÓRICOS

Nas modulações digitais não-binárias um conjunto de k bits (e não apenas um) faz variar a frequência, a fase e/ou a amplitude de uma portadora. Esse conjunto de bits chama-se *símbolo* e daí se falar em *probabilidade de símbolo errado* (P_e). Como a fonte de informação é uma sequência de bits, no que estaremos interessados é, no entanto, na contagem do número de bits errados, isto é, na *probabilidade de bit errado* (P_b). Este cálculo é relativamente simples uma vez conhecido P_e .

As modulações digitais a abordar neste trabalho são MPSK e QAM, tal como no trabalho anterior. As suas constelações representam os sinais em banda-base.

Cada um dos pontos de uma constelação 2-D corresponde a um número complexo (parte real nas abcissas e parte imaginária nas ordenadas) e a sua potência é igual ao quadrado da respectiva amplitude. A potência média da constelação é igual à média das potências dos pontos. Assim, em MPSK a potência média é igual ao quadrado do raio da circunferência onde os pontos estão inscritos e em

QAM quadrada é igual a $\langle P \rangle = \frac{M-1}{6} d_{\min}^2$, em que d_{\min} é a distância mínima entre pontos.

De um modo geral pode dizer-se que, em igualdade de circunstâncias, a modulação QAM tem um melhor desempenho que a modulação MPSK. A quantificação do comportamento pode ser feita através do cálculo das probabilidades de símbolo errado as quais, em presença de ruído aditivo gaussiano branco (ruído AWGN), são dadas, respectivamente, pelas seguintes expressões:

- MPSK:
$$P_e \approx 2Q \left(\sqrt{\frac{2E}{N_0}} \sin \frac{\pi}{M} \right), \quad E/N_0 \gg 1$$

- QAM:
$$P_e \approx 4 \left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}} \right) Q \left(\sqrt{\frac{2E_0}{N_0}} \right) = 4 \left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}} \right) Q \left(\sqrt{\frac{3}{M-1} \frac{E}{N_0}} \right), \quad E/N_0 \gg 1.$$

E representa a energia média dos M símbolos e N_0 a densidade espectral de potência unilateral do ruído AWGN.

A probabilidade de bit errado está relacionada com P_e através de $P_b \approx \frac{P_e}{\log_2 M}$, admitindo que, como é de boa prática, o mapeamento dos bits em símbolos se faz com *codificação de Gray* e que se verifica $E/N_0 \gg 1$.

3 EXPERIÊNCIAS

Durante as experiências com os modelos passa-banda *MPSK_passmodem* e *QAM_passmodem* vão usar-se os seguintes parâmetros de simulação:

- Taxa de símbolos: $R = 1/T = 1000$ símbolos/s
- Amplitude da portadora: $A_c = 1$ V (8PSK) e $A_c = \sqrt{2E_0/T} = 1$ V (16QAM)
- Frequência da portadora: $f_c = 10$ kHz
- Frequência de amostragem da simulação: $f_s = 1/T_s = 10f_c = 100$ kHz
- Número de pontos da constelação: $M = 4$ para QPSK, $M = 8$ para 8PSK e $M = 16$ para 16QAM.

3.1 DESMODULAÇÃO DE MPSK E ESTIMATIVA DAS PROBABILIDADES DE ERRO

3.1.1 MODELO MPSK_PASSMODEM

Na Fig. 1 está representado o modelo Simulink passa-banda de um modulador e desmodulador de MPSK pré-definido para 8PSK. O utilizador pode, contudo, escolher outra constelação MPSK, como QPSK ou 16PSK, e se tomar $M = 4$ pode também escolher OQPSK. O sinal de saída do modulador passa por um canal AWGN cuja relação E/N_0 pode ser variada. Tem-se acesso aos blocos constituintes do modulador e do desmodulador clicando duas vezes em cada um deles (Figs. 2 e 3, respectivamente).

No modulador é possível escolher sinalização rectangular NRZ ou usar filtros de cosseno elevado “normais” ou de raiz de cosseno elevado. No desmodulador a detecção é coerente e em cada um dos seus ramos (em fase e em quadratura) é possível escolher um de três filtros: 1) filtro *Integrate and Dump* (I&D), que integra o sinal de entrada durante o intervalo de tempo de um símbolo, T ; 2) filtro de cosseno elevado “normal”; 3) filtro de raiz de cosseno elevado. Após a amostragem dos sinais de saída dos integradores ou dos filtros de cosseno elevado a fase do sinal recebido é calculada por conversão de

coordenadas e atribuída ao ponto da constelação mais próximo (bloco *Maximum Likelihood Estimation*). Por fim, é efectuado o mapeamento de Gray inverso.

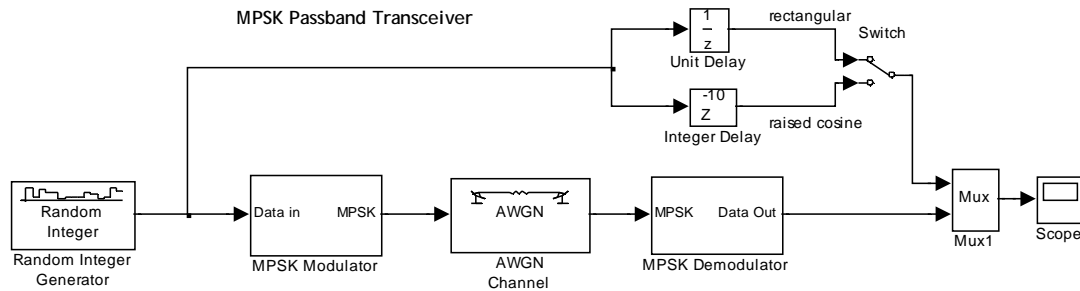


Fig. 1: *MPSK_passmodem* – modulador/desmodulador passa-banda de MPSK.

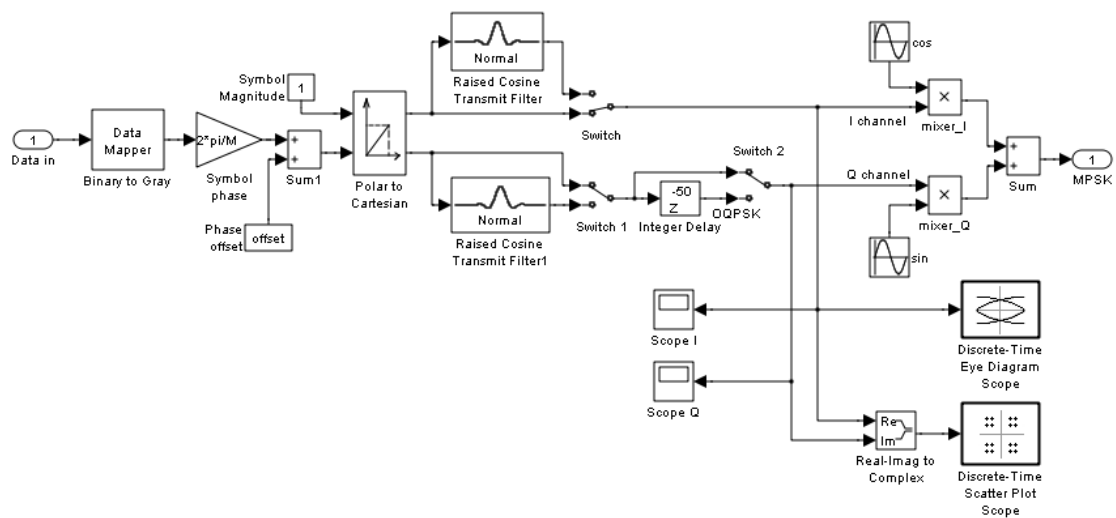


Fig. 2: Modulador passa-banda de MPSK.

Se se desejar trabalhar com sinais OQPSK é necessário accionar os dois blocos de atraso de $T/2$ segundos que se encontram, um no ramo em quadratura do emissor e o outro no ramo em fase do receptor.

Uma palavra para o comutador e os blocos de atraso da Fig. 1. Pretendendo-se visualizar no *Scope* dessa figura a sequência de símbolos enviados e recebidos, é necessário sincronizá-los. Para isso é preciso atrasar a sequência enviada para compensar o atraso introduzido pelo modulador e pelo desmodulador. De quanto? Vejamos: o bloco *Integrate and Dump*, situado no receptor, introduz um atraso de 1 símbolo e cada bloco *Raised Cosine Filter* introduz (por escolha) um atraso de 5 símbolos – ou seja, 10 símbolos no conjunto modulador + desmodulador.

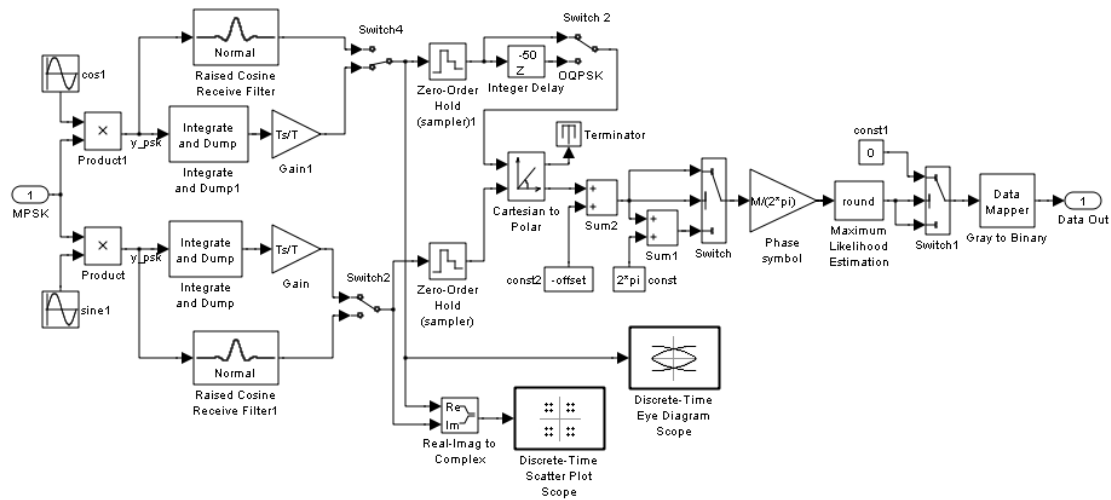


Fig. 3: Desmodulador passa-banda de MPSK.

É certamente instrutivo “brincar” com as diversas opções permitidas por este modelo Simulink. Experimente, por exemplo, usar filtros de cosseno elevado “normais” quer no emissor quer no receptor, e observe em ambos os locais os diagramas de olho e as representações no espaço de sinal, procurando justificar ou compreender o que vê. Pode também incluir blocos *XY Graph* para visualizar as trajetórias no espaço de sinal, e procurar responder a perguntas do género: “Porque é que em OQPSK com sinalização rectangular e sem ruído se observam mais de quatro pontos no *Discrete-Time Scatter Plot Scope* do receptor?”

Como se referiu atrás, o modelo Simulink fornecido está pré-definido para 8PSK. Escolha então sinalização rectangular NRZ e observe a saída do integrador do ramo em fase no diagrama de olho para uma potência de ruído muito baixa (correspondente a $E/N_0 = 100$ dB, por exemplo). Observe também o sinal no modulador e no desmodulador através dos blocos *Discrete-Time Scatter Plot Scope*. Poderá confirmar que, no receptor e na ausência de ruído, em cada eixo do espaço de sinal 8PSK os vectores de sinal só podem ter cinco valores. Certamente sabe porquê.

1. Aumente a potência do ruído impondo $E/N_0 = 25$ dB e 10 dB. Observe no bloco *Scope* as sequências de símbolos transmitidos e recebidos no intervalo [0, 100ms] e conte o número de decisões erradas nesse intervalo de tempo.
2. Analise o desmodulador e explique o seu funcionamento, referindo a função de cada bloco.
3. Reestabeleça a relação $E/N_0 = 100$ dB no bloco *AWGN Channel* (canal praticamente sem ruído) e introduza um erro de fase de $\pi/5$ rad nas sinusóides de referência dos correlacionadores. No receptor observe o diagrama de olho e a representação no espaço de sinal. Em seguida modifique o erro de fase para $\pi/10$ rad só na onda de referência *em fase*. O que observa agora no diagrama de olho e no espaço de sinal?

4. Mantendo $E/N_0 = 100$ dB, regule o modelo para QPSK com constelação em $\pm 45^\circ$ e $\pm 135^\circ$ e desmodulação sem erros de fase. Qual das seguintes combinações no emissor e receptor **não** é recomendada?

- 1) Sinalização rectangular no emissor e filtro I&D no receptor (*Rect + I&D*)?
- 2) Filtros de cosseno elevado “normais” com $\alpha = 0,4$ no emissor e no receptor (*RC + RC*)?
- 3) Filtros de raiz de cosseno elevado com $\alpha = 0,4$ no emissor e no receptor (*SRRC + SRRC*)?

3.1.2 MODELO MPSK_BASEMODEM

Nesta secção vai proceder-se à avaliação da taxa de erros de símbolo e bit (P_e e P_b , respectivamente) em 16PSK. Para tal apague as variáveis do *Workspace* e carregue o modelo apresentado na Fig. 4, onde encontra os blocos correspondentes ao modulador e desmodulador em banda-base de MPSK (pré-definidos para 16PSK), bem como medidores de probabilidades de erro (para símbolos e bits). Note que nem a frequência da portadora nem a frequência de simulação são especificadas.

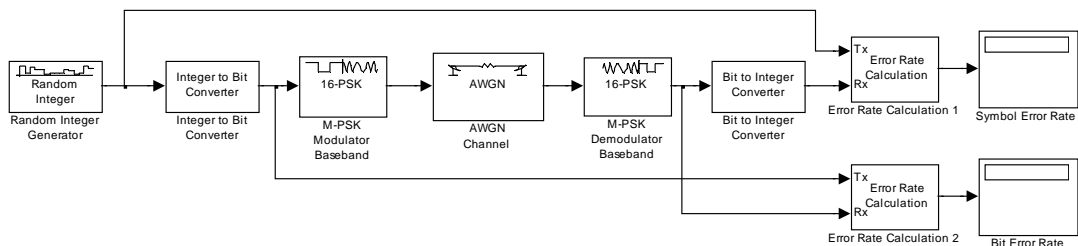


Fig. 4: *MPSK_baseodem* – modulador/desmodulador em banda-base de MPSK.

5. Para os valores indicados da relação E/N_0 coloque na tabela seguinte os valores de E_b/N_0 correspondentes e calcule as probabilidades de símbolo errado teóricas. Em seguida ajuste os mesmos valores de E/N_0 no canal AWGN e efectue simulações. Registe os valores das probabilidades de símbolo e bit errados observados no fim de cada simulação.

E/N_0 (dB)	E_b/N_0 (dB)	P_e (teórica)	P_e (estimada)	P_b (estimada)
8				
12				
16				
20				

6. Reavalie as probabilidades de erro para $E/N_0 = 16$ dB sem o mapeamento de Gray e tire conclusões acerca do efeito deste mapeamento.

7. Supondo mapeamento de Gray de novo, represente as curvas teóricas das probabilidades de bit errado (P_b) para BPSK e 16PSK, bem como os pontos estimados obtidos anteriormente.

3.2 DESMODULAÇÃO DE QAM E ESTIMATIVA DAS PROBABILIDADES DE ERRO

3.2.1 MODELO QAM_PASSMODEM

Na Fig. 5 é apresentado o modelo Simulink passa-banda de um modulador e desmodulador de QAM pré-definido para 16QAM e na Fig. 6 é mostrado o conteúdo do receptor. O sinal de saída do modulador passa por um canal AWGN cuja potência de ruído pode ser variada. A sinalização é rectangular NRZ e a desmodulação é efectuada coerentemente através de dois correlacionadores, um para a componente em fase e outro para a componente em quadratura. Os integradores operam sobre o sinal de entrada durante o intervalo de tempo de um símbolo (T).

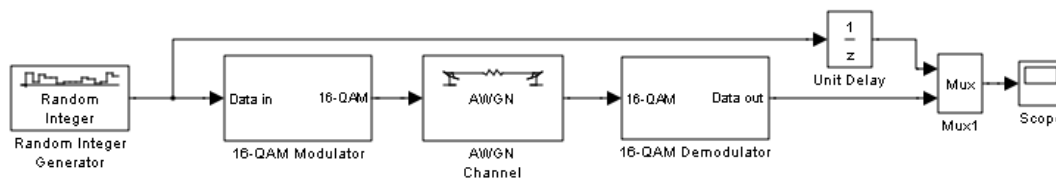


Fig. 5: *QAM_passmodem* – modulador/desmodulador passa-banda de QAM.

Para uma potência de ruído muito baixa (correspondente a $E/N_0 = 100$ dB) observe a constelação do sinal e, no diagrama de olho, a saída do integrador do ramo em fase. Poderá confirmar que, na ausência de ruído, em cada eixo do espaço de sinal 16QAM os vectores de sinal só podem ter quatro valores.

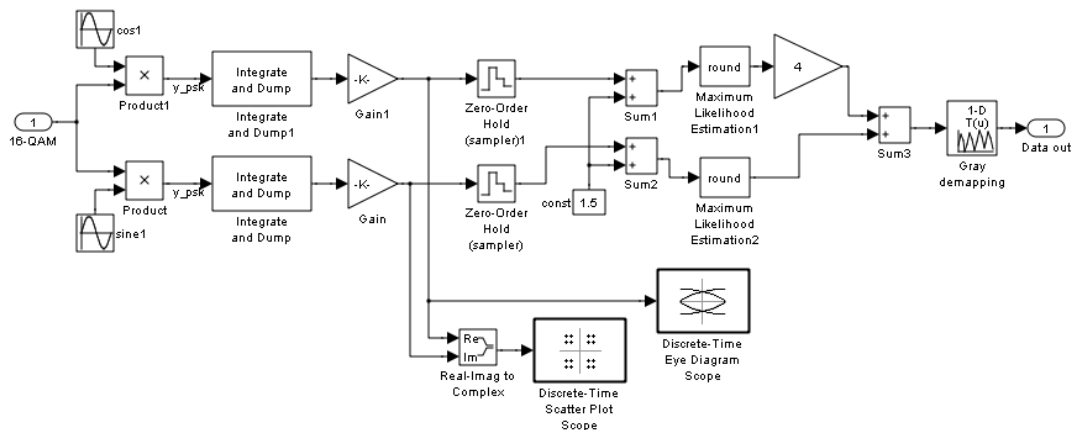


Fig. 6: Desmodulador passa-banda de QAM.

8. Analise o desmodulador e explique o seu funcionamento, referindo a função de cada bloco.
9. Introduza um erro de fase de $\pi/10$ rad no desmodulador coerente do receptor, corra uma simulação e descreva o que observa no espaço de sinal. Aproveite para contar o número de decisões erradas no intervalo de tempo [0, 50ms].

3.2.2 MODELO QAM_BASEMODEM

Nesta secção vai proceder-se à avaliação da taxa de erros de símbolo e bit (P_e e P_b , respectivamente) em 16QAM. Para tal carregue o modelo apresentado na Fig. 7. Neste encontra os blocos correspondentes ao modulador e desmodulador em banda-base de QAM – pré-definido para 16QAM – bem como medidores de probabilidades de erro (para os símbolos e bits). Note que nem a frequência da portadora nem a frequência de simulação são especificadas.

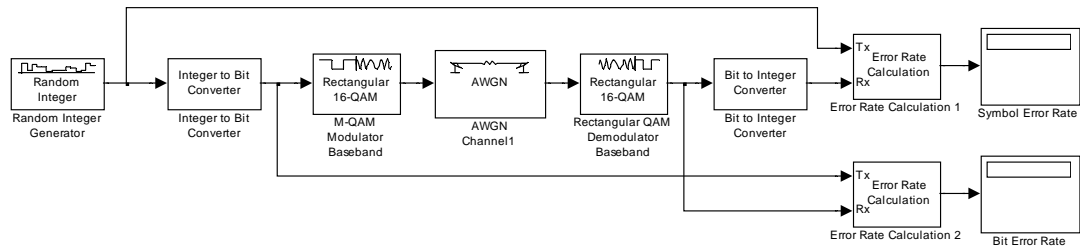


Fig. 7: QAM_basemodem – modulador/desmodulador em banda-base de QAM.

10. Na tabela seguinte indique os valores das probabilidades teóricas de símbolo e de bit errados.

E_b/N_0 (dB)	E/N_0 (dB)	E_0/N_0 (dB)	P_e (teórica)	P_e (estimada)	P_b (teórica)	P_b (estimada)
2						
6						
10						
14						

11. Preencha a restante tabela com as probabilidades estimadas de P_e e de P_b obtidas por simulação.

12. Compare os resultados que obteve para a modulação 16QAM com os da modulação 16PSK.

13. Configure a constelação de 16QAM de modo que $d_{\min} = 1$ e preencha a tabela seguinte.

E/N_0 (dB)	P_e (teórica)	P_e (estimada)
10		
14		

14. No *Workspace* do Matlab modifique M para $M = 64$. Configure a correspondente constelação de 64QAM para uma potência média de 42W e preencha a tabela seguinte.

E/N_0 (dB)	P_e (teórica)	P_e (estimada)
16		
20		

4 COMENTÁRIOS FINAIS

O facto de se usar portadoras de frequência bastante superior à da taxa de símbolo, obriga a que a frequência da simulação seja muito elevada — nos modelos *MPSK_passmodem* e *QAM_passmodem* deste trabalho a frequência da portadora foi de 10 kHz e a frequência de amostragem foi de 100 kHz; com esta frequência cada símbolo foi representado por 100 amostras! Agora imagine quantas amostras no total seriam precisas para representar, por exemplo, apenas dez segundos de sinal... (fez a conta?). Uma maneira vulgarmente usada para ultrapassar esta limitação é usar as envolventes complexas dos sinais e os equivalentes complexos dos filtros e canais (foi o que se fez com os modelos *MPSK_basemodem* e *QAM_basemodem*). Desse modo se evita usar a portadora, o que permite utilizar frequências de amostragem da simulação compatíveis com sinais em banda-base, logo, muito menores, e portanto conseguir efectuar estimativas, com intervalos de confiança adequados, de probabilidades de erro mais baixas.