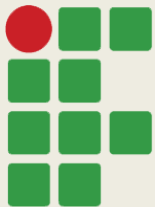


Probabilidade e Estatística



INSTITUTO FEDERAL

Catarinense

Campus Blumenau

Professor Jeovani Schmitt



Probabilidade e Estatística

Distribuições Amostrais e Estimação de parâmetros

- Conceitos básicos
- Parâmetros e estatísticas
- Distribuições amostrais
- Estimação de parâmetros
- Tamanho da amostra

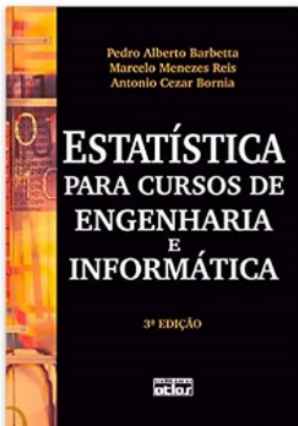
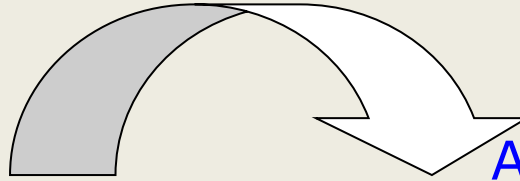


Ilustração dos Conceitos básicos da Estatística

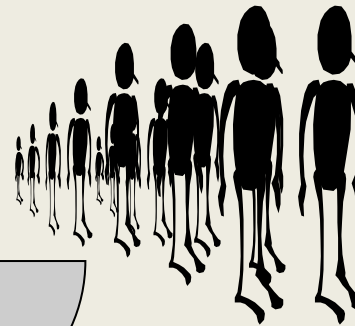
POPULAÇÃO:
conjunto de elementos



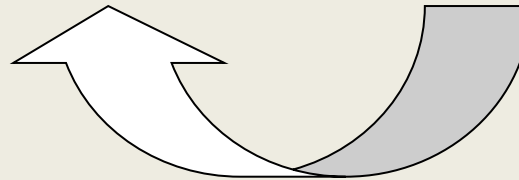
amostragem



AMOSTRA: um subconjunto
de n elementos da população

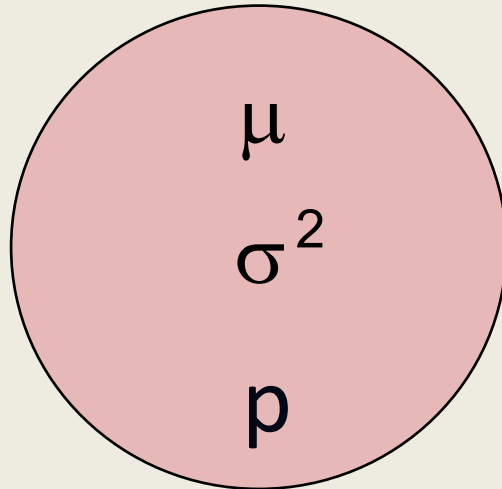


inferência



Parâmetros e estatísticas

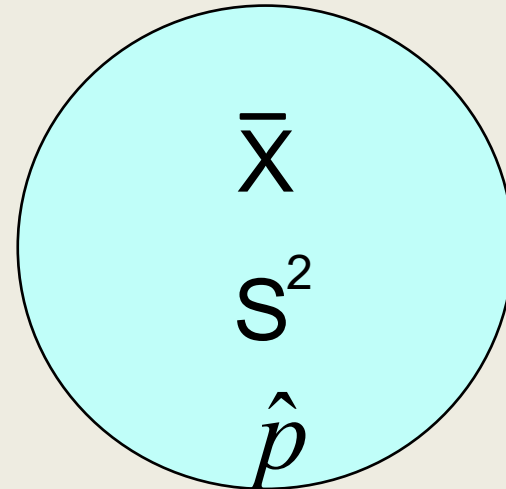
População



N

(parâmetros: números reais desconhecidos)

Amostra



n

(estatísticas / estimadores: variáveis aleatórias)

Intervalo de confiança para uma proporção **p**

Intervalo de confiança para **p**: $IC(p, \gamma) = \hat{p} \pm z_{\gamma} \times S_{\hat{p}}$

Obs.: O desvio padrão da distribuição amostral de uma estatística é chamado de **erro padrão** da estatística.



Área γ (nível de confiança)	0,800	0,900	0,950	0,980	0,990	0,995	0,998
z_{γ}	1,282	1,645	1,960	2,326	2,576	2,807	3,090

Intervalo de confiança para uma proporção **p**

Intervalo de confiança para **p**: $IC(p, \gamma) = \hat{p} \pm \underbrace{z_\gamma \times S_{\hat{p}}}_{\text{margem de erro}}$

$$S_{\hat{p}} = \sqrt{\frac{\hat{p} \cdot (1 - \hat{p})}{n}}$$

$$S_{\hat{p}} = \sqrt{\frac{\hat{p} \cdot (1 - \hat{p})}{n}} \cdot \sqrt{\frac{N - n}{N - 1}} \quad (\text{tamanho } N \text{ da população conhecido})$$

Obs.: Se $N \gg n$, pode-se usar a primeira expressão de $S_{\hat{p}}$

Intervalo de confiança para uma proporção p

Exemplo 1 - Numa amostra aleatória simples de 120 alunos de uma certa universidade, observou-se que 33,3% são favoráveis a prática de sábados letivos. Considerando que existam 460 estudantes nesta universidade:

- a) Encontre um intervalo de 95% de confiança para a proporção de estudantes favoráveis a prática de sábados letivos.
- b) Qual é a margem de erro dessa pesquisa?

Intervalo de confiança para uma proporção **p**

Exemplo 1 - $IC(p, \gamma) = \hat{p} \pm z_\gamma \times S_{\hat{p}}$

$$S_{\hat{p}} = \sqrt{\frac{\hat{p} \cdot (1 - \hat{p})}{n}} \cdot \sqrt{\frac{N - n}{N - 1}}$$

Intervalo de confiança para uma proporção p

Exemplo 2 - O gestor de uma faculdade deseja determinar a proporção de acadêmicos que pretendem de trocar de curso. Uma pesquisa em que 200 acadêmicos foram entrevistados revelou que 35 alunos pretendem de trocar de curso.

Qual o intervalo de 90% confiança da estimativa real da proporção de acadêmicos que pretendem de trocar de curso?

Como diminuir a margem de erro?

$$IC(p, \gamma) = \hat{p} \pm \underbrace{z_\gamma \times S_{\hat{p}}}_{\text{margem de erro}}$$

$$S_{\hat{p}} = \sqrt{\frac{\hat{p} \cdot (1 - \hat{p})}{n}}$$

Tamanho da amostra para uma proporção

$$n_0 = \frac{z_{\gamma}^2 \cdot \hat{p} \cdot (1 - \hat{p})}{e^2}$$

n_0 = tamanho inicial da amostra
 e = o erro de amostragem permitido

Caso o tamanho da população for conhecido, pode-se fazer a seguinte correção:

$$n = \frac{N \times n_0}{N + n_0}$$

Tamanho da amostra para uma proporção

Exemplo 3 - Supondo que o gestor queira ter 90% de confiança de calcular a proporção de acadêmicos que pretendem trocar de curso, com uma margem de erro de $\pm 4\%$ do seu valor real. Com esses critérios, calcule o tamanho de amostra necessário.

Tamanho da amostra para uma proporção

$$\text{Dados: } \begin{cases} z = 1,645 \text{ (para 90\%)} \\ e = 0,04 \text{ (4\%)} \\ \hat{p} = ? \\ n = ? \\ \gamma = 0,90 \end{cases}$$

$$n_0 = \frac{z_{\gamma}^2 \cdot \hat{p} \cdot (1 - \hat{p})}{e^2}$$

O valor de , \hat{p} pode ser obtido de estudos anteriores, ou quando isto não for possível, utilizar $\hat{p} = 0,5$ (prova-se matematicamente que este valor nunca subestimaria o tamanho da amostra necessário) $\hat{p} = 0,5$ produz o maior tamanho de amostra possível. Porém este é o único caminho caso não se tenha ideia ou conhecimento do valor de \hat{p} de estudos passados.

Caso o tamanho da população for conhecido, pode-se fazer a seguinte correção

$$n_0 = \frac{z_{\gamma}^2 \cdot \hat{p} \cdot (1 - \hat{p})}{e^2}$$

$$n = \frac{N \times n_0}{N + n_0}$$

Tamanho da amostra para uma proporção

Exemplo 4 - Supondo que o gestor queira ter 90% de confiança de calcular a proporção de acadêmicos que pretendem trocar de curso, com uma margem de erro de $\pm 4\%$ do seu valor real. Sabendo que na faculdade tem 6.000 alunos, com esses critérios, calcule o tamanho de amostra necessário.

Tamanho da amostra para uma proporção

$$\text{Dados: } \begin{cases} z = 1,645 \text{ (para 90\%)} \\ e = 0,04 \text{ (4\%)} \\ N = 6.000 \text{ alunos} \\ \gamma = 0,90 \\ \hat{p} = ? \\ n = ? \end{cases}$$

Aplicando-se:
$$n_0 = \frac{z_{\gamma}^2 \cdot \hat{p} \cdot (1 - \hat{p})}{e^2}$$

$$n = \frac{N \times n_0}{N + n_0}$$



EXERCÍCIOS



Qual deve ser o tamanho de uma amostra aleatória simples para avaliar a preferência por um candidato de certo partido em um grande município, admitindo erro amostral máximo de 3%, com 95% de confiança:

- a) Supondo que usualmente o partido obtém 40% de preferência popular?
- b) Utilizando uma estimativa exagerada.