問 1

次の計算をした結果として正しいものを、それぞれ 1〜4 の中から選びなさい。

1. $7-(-12)$
   (a) -19
   (b) -5
   (c) 5
   (d) 19
2. $-27+\frac{3}{5}$
   (a) $-\frac{31}{5}$
   (b) $-\frac{11}{5}$
   (c) $\frac{11}{5}$
   (d) $\frac{31}{5}$
3. $\frac{54a^2b\times 3b}{9ab}$
   (a) $2ab$
   (b) $2a^2b$
   (c) $18ab$
   (d) $18a^2b$
4. $\frac{3x-y}{2}-\frac{2x+4y}{3}$
   (a) $\frac{5x-11y}{6}$
   (b) $\frac{5x-5y}{6}$
   (c) $\frac{13x-11y}{6}$
   (d) $\frac{13x-5y}{6}$
5. $(3+\sqrt{5})(3-\sqrt{5})-6(1-\sqrt{5})$
   (a) $-8+6\sqrt{5}$
   (b) $-2+6\sqrt{5}$
   (c) $-8+12\sqrt{5}$
   (d) $-2+12\sqrt{5}$

問 2

次の問いに対する答えとして正しいものを、それぞれ 1〜4 の中から選びなさい。

1. $(x-3)^2-4(x-3)-32$ を因数分解しなさい。
   (a) $(x-11)(x+1)$
   (b) $(x-8)(x+4)$
   (c) $(x+8)(x-4)$
   (d) $(x+11)(x-1)$

2. 二次方程式 $4x^2+6x+1=0$ を解きなさい。
   (a) $x=\frac{-3\pm\sqrt{5}}{4}$
   (b) $x=\frac{-3\pm\sqrt{13}}{4}$
   (c) $x=\frac{3\pm\sqrt{5}}{4}$
   (d) $x=\frac{3\pm\sqrt{13}}{4}$
3. 関数 $y=ax^2$ について、x の値が 2 から 4 まで増加するときの変化の割合が 4 であった。このときの a の値を求めなさい。
   (a) $a=\frac{1}{4}$
   (b) $a=\frac{1}{3}$
   (c) $a=\frac{1}{2}$
   (d) $a=\frac{2}{3}$
4. 大，小 2 つの正方形があり、大きい正方形の 1 辺の長さは小さい正方形の 1 辺の長さより 9 cm 長く、2 つの正方形の面積の和は 305 cm^2 であった。このとき、小さい正方形の 1 辺の長さを求めなさい。
   (a) 3 cm
   (b) 5 cm
   (c) 7 cm
   (d) 9 cm
5. 半径が 9 cm、弧の長さが 2π cm のおうぎ形の面積を求めなさい。
   (a) $6\pi\ \text{cm}^2$
   (b) $9\pi\ \text{cm}^2$
   (c) $18\pi\ \text{cm}^2$
   (d) $27\pi\ \text{cm}^2$
6. $360n$ が整数となるような正の整数 n の個数を求めなさい。
   (a) 3 個
   (b) 4 個
   (c) 5 個
   (d) 6 個

問 3

次の問いに答えなさい。

(ア) 右の図 1 のように、円 O の周上に異なる 3 点 A, B, C を $AB<AC$ で、$\angle ABC$ が鋭角となるようにとり、点 A を含まない BC 上に点 D を、$\angle ABC=\angle ACD$ となるようにとる。

また、線分 AC 上に点 E を、$DC \parallel BE$ となるようにとり、線分 AD と線分 BE との交点を F とする。

このとき、次の (イ)、(ウ) に答えなさい。

(i) $\triangle ABF$ と $\triangle BCE$ が相似であることを次のように証明した。(**a**), (**b**) に最も適するものをそれぞれ選択肢の 1〜4 の中から 1 つずつ選びなさい。

証明

- $\triangle ABF$ と $\triangle BCE$ において、

- まず、BD に対する円周角は等しいから、

$$(\mathbf{a})$$

- また、$DC \parallel BE$ より、平行線の錯角は等しいから、

$$\angle BCD = \angle CBE$$

- よって、$\angle BAF = \angle CBE \quad (1)$
- 次に、仮定より、

$$\angle ABC = \angle ACD$$

- よって、

$$\angle ABE = \angle ABC - \angle CBE$$
$$= \angle ACD - \angle BCD$$

- これより、$\angle ABF = \angle ACB \quad (2)$
- (1), (2) より、(**b**) から、

$$\triangle ABF \sim \triangle BCE$$

(a) の選択肢

1. $\angle ABC = \angle ADC$
2. $\angle ACD = \angle AEB$
3. $\angle ABE = \angle BCD$
4. $\angle BED = \angle CDE$

(b) の選択肢

1. 1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい
2. 2 組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい
3. 3 組の辺の比がすべて等しい
4. 2 組の角がそれぞれ等しい

(ii) 次の (**あ**), (**い**), (**う**), (**え**), (**お**) にあてはまる数字をそれぞれ 0〜9 の中から 1 つずつ選びなさい。

線分 BC と線分 DE の交点を G とする。$AE = 9$ cm, $CD = 8$ cm, $DF = 3$ cm のとき、三角形 CEG の面積は

$$\frac{(\text{あ})(\text{い})(\text{う})}{(\text{え})(\text{お})}$$

cm^2 である。

(イ) K さんは、ある中学校の 3 年生で、サッカー部に所属している。右の図 2 は、サッカー部に所属する 3 年生 20 人それぞれの、サッカーの経験年数をヒストグラムに表したものである。なお、階級はいずれも、1 年以上 2 年未満、2 年以上 3 年未満などのように、階級の幅を 1 年にとって分けている。

放課後に 1 人 10 本ずつ 20 人全員がシュートの練習を行い、それぞれのシュートの成功した数を記録することになった。

K さんは、サッカー部の 3 年生を、経験年数 3 年未満の生徒と 3 年以上の生徒の 2 つのグループに分け、シュートの成功した数を比較することにした。

次の資料は、経験年数 3 年未満の生徒と 3 年以上の生徒について、それぞれのシュートの成功した数を K さんが調べて記録したものである。

資料 (単位：本)

- 経験年数 3 年未満の生徒: 5, 4, 2, 9, 5, 3, 5, 6, 10
- 経験年数 3 年以上の生徒: 4, 3, 4, 5, 8, 8, 6, 8, 3, 5, 9

(i) サッカーの経験年数の中央値が含まれる階級として正しいものを、次の 1〜4 の中から 1 つ選び、その番号を答えなさい。

1. 1 年以上 2 年未満
2. 2 年以上 3 年未満
3. 3 年以上 4 年未満
4. 4 年以上 5 年未満

(ii) K さんは、資料から読み取ったことを次のようにまとめた。(**a**) 、(**b**) にあてはまるものの組み合わせとして最も適するものを、次の 1〜9 の中から 1 つ選び、その番号を答えなさい。

資料からわかったこと

- 経験年数 3 年以上の生徒のほうが、3 年未満の生徒よりも (**a**) がどちらも大きい。
- 経験年数 3 年以上の生徒のほうが、3 年未満の生徒よりも (**b**) 。

1. (a): 平均値と最頻値, (b): 最大値と最小値がどちらも大きい
2. (a): 平均値と最頻値, (b): 第 1 四分位数と第 3 四分位数がどちらも大きい
3. (a): 平均値と最頻値, (b): 成功した数が 5 本以上の生徒の割合が大きい
4. (a): 最頻値と中央値, (b): 最大値と最小値がどちらも大きい
5. (a): 最頻値と中央値, (b): 第 1 四分位数と第 3 四分位数がどちらも大きい
6. (a): 最頻値と中央値, (b): 成功した数が 3 本以下の生徒の割合が小さい
7. (a): 中央値と平均値, (b): 第 1 四分位数と第 3 四分位数がどちらも大きい
8. (a): 中央値と平均値, (b): 成功した数が 5 本以上の生徒の割合が大きい
9. (a): 中央値と平均値, (b): 成功した数が 3 本以下の生徒の割合が小さい

(ウ) 右の図 3 のような、$AB = CD = 10$ cm、$AD = 6$ cm、$BC = 22$ cm、$AD \parallel BC$ の台形 $ABCD$ があり、この台形の辺上を動く点 P がある。

点 P は毎秒 1 cm の速さで、点 A を出発して辺 AD を通って点 C まで動き、点 C に着いたところで止まる。

このとき、次の (i)、(ii) に答えなさい。

(i) 点 P が点 A を出発してから 4 秒後の、三角形 ABP の面積として正しいものを、次の 1〜6 の中から 1 つ選び、その番号を答えなさい。

1. 12cm^2
2. 14cm^2

3. 16cm^2
4. 18cm^2
5. 20cm^2

(ii) 点 P が点 A を出発してから x 秒後の、三角形 ABP の面積を y cm^2 とする。点 P が辺 DC 上を動くときの、x と y の関係を式で表したものとして正しいものを、次の 1〜6 の中から 1 つ選び、その番号を答えなさい。

1. $y = 3x$
2. $y = \frac{5}{2}x + 5$
3. $y = \frac{18}{5}x + 5$
4. $y = \frac{24}{5}x - 54$
5. $y = \frac{24}{5}x + 18$

(エ) 次の□の中の「か」「き」にあてはまる数字をそれぞれ 0〜9 の中から 1 つずつ選び、その数字を答えなさい。

右の図 4 において、四角形 $ABCD$ は $AD \parallel BC$、$\angle BCD = 90°$ の台形であり、点 E は線分 AC の中点、$\angle CDE = 34°$ である。

また、点 F は辺 AB 上の点で、$AD = AF$、AB $\perp$ CF である。

このとき、$\angle BEF = \boxed{\text{か}}°$ である。

問 4

右の図において、直線①は関数 $y = \frac{1}{6}x + 5$ のグラフであり、直線②は関数 $y = ax^2$ のグラフ、直線③は関数 $y = -\frac{5}{2}x$ のグラフである。

点 A は直線①と直線②の交点で、その x 座標は -6 である。点 B は直線①の直線で、線分 AB は y 軸に平行である。点 C は線分 AB 上の点で、$AC : CB = 1 : 2$ である。

また、2 点 D, E は直線③の上にあって、その x 座標はそれぞれ $-5, 4$ である。

また、点 F は直線③と D を結んだ交点であり、点 G は線分 DE 上の点で、$DG = GE$ である。

原点を O とするとき、次の問いに答えなさい。

(ア) 直線の式 $y = ax^2$ の a の値として正しいものを、次の 1〜6 の中から 1 つ選び、その番号を答えなさい。

1. $a = \frac{1}{9}$
2. $a = \frac{1}{6}$
3. $a = \frac{2}{9}$
4. $a = \frac{1}{3}$
5. $a = \frac{2}{3}$

(イ) 直線 BF の式を $y = mx + n$ とするときの (i) m の値と、(ii) n の値として正しいものを、それぞれ次の 1〜6 の中から 1 つずつ選び、その番号を答えなさい。

(i) m の値

1. $m = \frac{3}{7}$
2. $m = \frac{5}{7}$
3. $m = \frac{7}{5}$
4. $m = \frac{8}{7}$
5. $m = \frac{7}{3}$

(ii) n の値

1. $n = \frac{10}{7}$
2. $n = \frac{12}{7}$
3. $n = \frac{14}{5}$
4. $n = \frac{16}{5}$
5. $n = \frac{18}{7}$

(ウ) 次の□の中の「く」「け」「こ」にあてはまる数字をそれぞれ 0〜9 の中から 1 つずつ選び、その数字を答えなさい。

線分 BC 上に点 H を、四角形 $CDGH$ と四角形 $BHGE$ の面積が等しくなるようにとる。このときの、点 H の x 座標は $\frac{\boxed{くけ}}{\boxed{こ}}$ である。

問 5

右の図 1 のような、$AB = 5$ cm、$BC = 13$ cm の長方形 $ABCD$ がある。

大、小 2 つのさいころを同時に 1 回投げ、大きいさいころの出た目を a、小さいさいころの出た目の数を b とする。出た目の数によって、次の【操作 1】、【操作 2】を順に行い、長方形 $ABCD$ を 3 つの長方形に分ける。

【操作 1】辺 AD 上に点 E を、$AE = (a+b)$ cm となるようにとり、辺 BC 上に点 F を、$AB \parallel EF$ となるようにとり、線分 EF を引く。

【操作 2】辺 AB 上に点 H を、線分 EF 上に点 H を、$AE \parallel GH$ で、長方形 $AGHE$ の面積が abc cm^2 となるようにとり、線分 GH を引く。

長方形 $AGHE$ を P、長方形 $BFHG$ を Q、長方形 $CDEF$ を R とし、それぞれの面積について考える。

例えば、大きいさいころの出た目の数が 4、小さいさいころの出た目の数が 2 のとき、$a = 4, b = 2$ だから、【操作 1】により、辺 AD 上に点 E を、$AE = 6$ cm となるようにとり、辺 BC 上に点 F を、$AB \parallel EF$ となるようにとり、線分 EF を引く。

次に、【操作 2】により、辺 AB 上に点 H を、線分 EF 上に点 H を、$AE \parallel GH$ で、長方形 $AGHE$ の面積が 8 cm^2 となるようにとり、線分 GH を引く。

この結果、P, Q, R は図 2 のようになり、P の面積は 8 cm^2、Q の面積は 22 cm^2、R の面積は 35 cm^2 となる。

いま、図 1 の状態で、大、小 2 つのさいころを同時に 1 回投げるとき、次の問いに答えなさい。ただし、大、小 2 つのさいころはともに、1 から 6 までの目が出ることも同様に確からしいものとする。

(ア) 次の□の中の「さ」「し」にあてはまる数字をそれぞれ 0〜9 の中から 1 つずつ選び、その数字を答えなさい。

P の面積が $6\ \mathrm{cm}^2$ となる確率は $\boxed{さし}$ である。

(イ) 次の□の中の「す」「せ」にあてはまる数字をそれぞれ 0〜9 の中から 1 つずつ選び、その数字を答えなさい。

P の面積と R の面積がどちらも Q の面積より小さくなる確率は $\boxed{すせ}$ である。

問 6

右の図は、正方形 $ABCD$ を底面とし、点 E を頂点とする正四角すいであり、点 F は辺 AE の中点である。

また、点 G は辺 AB 上の点で、$AG : GB = 1 : 2$ である。

$AB = AE = 6\ \mathrm{cm}$ のとき、次の問いに答えなさい。

(ア) この正四角すいの表面積として正しいものを、次の 1〜6 の中から 1 つ選び、その番号を答えなさい。

1. $(18 + 6\sqrt{3})\ \mathrm{cm}^2$
2. $(18 + 18\sqrt{3})\ \mathrm{cm}^2$
3. $(18 + 36\sqrt{3})\ \mathrm{cm}^2$
4. $(36 + 6\sqrt{3})\ \mathrm{cm}^2$
5. $(36 + 18\sqrt{3})\ \mathrm{cm}^2$
6. $(36 + 36\sqrt{3})\ \mathrm{cm}^2$

(イ) 次の□の中の「そ」「た」「ち」「つ」にあてはまる数字をそれぞれ 0〜9 の中から 1 つずつ選び、その数字を答えなさい。

この正四角すいにおいて、3 点 C, F, G を結んでできる三角形の面積は $\boxed{そたち}$ cm^2 である。