机器学习笔记

机器学习

机器学习笔记（一）

1. 一些希腊字母的写法

α :\alpha β: \beta γ: \gamma δ: \delta ϵ: \epsilon η: \eta θ: \theta λ: \lambda μ:\mu

2. 线性回归与梯度下降

2.1线性回归模型

Hypothesis: $h_\theta(x) = \theta^T x = \theta_0 x_0 + \theta_1 x_1 + \theta_2 x_2 + \cdots + \theta_n x_n$
Parameters: $\theta_0, \theta_1, \ldots, \theta_n$
Cost function:

$$J(\theta_0, \theta_1, \ldots, \theta_n) = \frac{1}{2m}\sum_{i=1}^{m}(h_\theta(x^{(i)}) - y^{(i)})^2$$

2.2 梯度下降算法

$repeat \quad until \quad convergence: \{$
$\theta_j := \theta_j - \alpha \frac{\partial}{\partial\theta_j} J(\theta_0, \theta_1)$
$\}$
直接将线性回归模型公式代入梯度下降公式可得出公式:
$repeat \quad until \quad convergence: \{$

$$\theta_0 := \theta_0 - \alpha\sum_{i=1}^{m}(h_\theta(x^{(i)}) - y^{(i)})$$

$$\theta_1 := \theta_1 - \alpha \sum_{i=1}^{m} (h_\theta(x^{(i)}) - y^{(i)}) x_1^{(i)}$$

}

$$\begin{aligned} &\text{repeat until convergence: } \{ \\ &\qquad \theta_0 := \theta_0 - \alpha \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} (h_\theta(x_i) - y_i) \\ &\qquad \theta_1 := \theta_1 - \alpha \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} \left((h_\theta(x_i) - y_i) x_i \right) \\ &\quad \} \end{aligned}$$

3.正规方程法代价函数:

$\theta = (X^T X)^{-1} X^T y$

4.Octave基本代码

4.1 分号抑制打印

```
>>a = 3;
>>
```

4.2 屏幕输出

```
>>disp(a)
 3.1400
>>a=3.14
a =  3.1400
>>disp(sprintf('2 decimals:%0.2f',a))
2 decimals:3.14
>>a=pi
a =  3.1416
>>format long
>>a
a =  3.14159265358979
>>format short
>>a
a =  3.1416
```

4.3 矩阵与向量

4.3.1 *矩阵的创建*

```
>>>A = [1 2; 3 4; 5 6]
A =
```

```
   1   2
   3   4
   5   6
>>>v = [1 2 3]
v =
   1   2   3
>>>v = [1; 2; 3]
v =
   1
   2
   3
>>>v = 1:6
v =
   1   2   3   4   5   6
```

4.3.2 全为1的矩阵

```
>>>ones(2,3)
ans =
   1   1   1
   1   1   1
>>>w = ones(1,3)
w =
   1   1   1
```

4.3.3 随机矩阵

```
>>>w = rand(3,3)
w =
   0.91025   0.82671   0.14067
   0.90400   0.34350   0.51289
   0.25501   0.24975   0.80750

>>>w = randn(1,3)
w =
  -0.052546  -1.786869   0.754202
```

4.3.4 单位矩阵

```
>>eye(3)
ans =
Diagonal Matrix
     1   0   0
     0   1   0
     0   0   1
>>flipud(eye(3)) %反方向的矩阵
ans =
Permutation Matrix
   0   0   1
```

```
     0   1   0
     1   0   0
```

4.3.5 *幻方矩阵*

```
>> A = magic(5)
A =
   17   24    1    8   15
   23    5    7   14   16
    4    6   13   20   22
   10   12   19   21    3
   11   18   25    2    9
>> sum(A,1) %每列元素求和
ans =

   65   65   65   65   65

>> sum(A,2) %每行元素求和
ans =

   65
   65
   65
   65
   65
>> sum(sum(A.*eye(5))) %对角线元素之和
ans =  65
```

4.4 移动数据

4.4.1 *显示当前路径和修改路径*

```
>>pwd
ans = C:\Users\pamela
>>cd 'C:\Users\Public\Desktop'
>>pwd
ans = C:\Users\Public\Desktop
```

4.4.2 *加载数据*

```
load featuresX.dat
load priceY.dat
```

4.4.3 *显示所有变量*

```
>> who
Variables in the current scope:
```

```
a     ans   b     c
```

4.4.4 *保存数据*

```
>>save hello.dat v
保存数据为指定格式
>>save hello.txt v -ascii
```

4.4.5 *根据矩阵索引获取指定元素*

```
>> A = [1 2; 3 4; 5 6]
A =
   1   2
   3   4
   5   6
>> A(3,2)
ans =  6
>> A(2,:) % 取第二行数据
ans =
   3   4
>> A(:,2) % 取第二列数据
ans =
   2
   4
   6
>> A([1 3], :)  %取第一行和第三行数据
ans =
   1   2
   5   6
>>A(:)  %把A中所有元素放入一个单独的列向量
ans =
   1
   3
   5
   2
   4
   6
```

4.4.6 *矩阵的合并*

```
>> A = [1 2; 3 4; 5 6];
>> B = [11 12; 13 14; 15 16];
>> C = [A B]
C =
    1     2    11    12
    3     4    13    14
    5     6    15    16
>> C = [A; B]
C =
```

```
     1     2
     3     4
     5     6
    11    12
    13    14
    15    16
```

4.4.7 *矩阵的计算*

```
>> A = [1 2; 3 4; 5 6];
>> B = [11 12; 13 14; 15 16];
>> C = [1 1; 2 2];
>> A*C    %矩阵相乘
ans =
     5     5
    11    11
    17    17
>> A .* B  % 矩阵之间对应元素之间相乘
ans =
    11    24
    39    56
    75    96
>> A .^ 2  %A中各元素求平方
ans =
     1     4
     9    16
    25    36
>> A'  %矩阵转置
ans =

   1   3   5
   2   4   6
```

4.4.8 *对向量中的每个元素加1的三种方式*

```
>> v = [1;2;3]
v =
   1
   2
   3
>> v + ones(length(v), 1) %构造3行1列的列向量
ans =
   2
   3
   4
>> v + ones(3,1)
ans =
   2
   3
   4
```

```
>> v + 1  %直接加1
ans =
   2
   3
   4
```

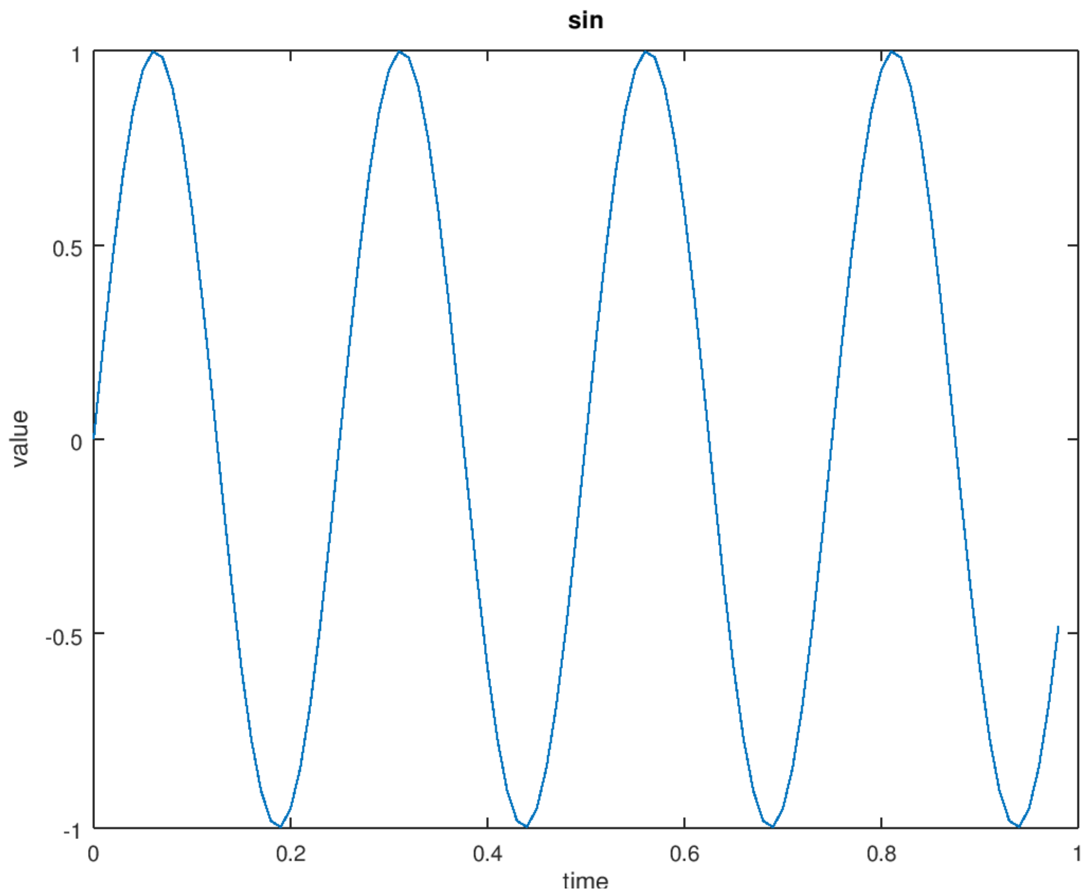
4.4.9 *矩阵求逆*

```
>> A = magic(3)
A =
   8   1   6
   3   5   7
   4   9   2
>> pinv(A)
ans =
   0.147222  -0.144444   0.063889
  -0.061111   0.022222   0.105556
  -0.019444   0.188889  -0.102778
>> temp = pinv(A)
temp =
   0.147222  -0.144444   0.063889
  -0.061111   0.022222   0.105556
  -0.019444   0.188889  -0.102778
>> temp * A
ans =
   1.00000   0.00000  -0.00000
  -0.00000   1.00000   0.00000
   0.00000   0.00000   1.00000
```

4.5 绘制函数图像

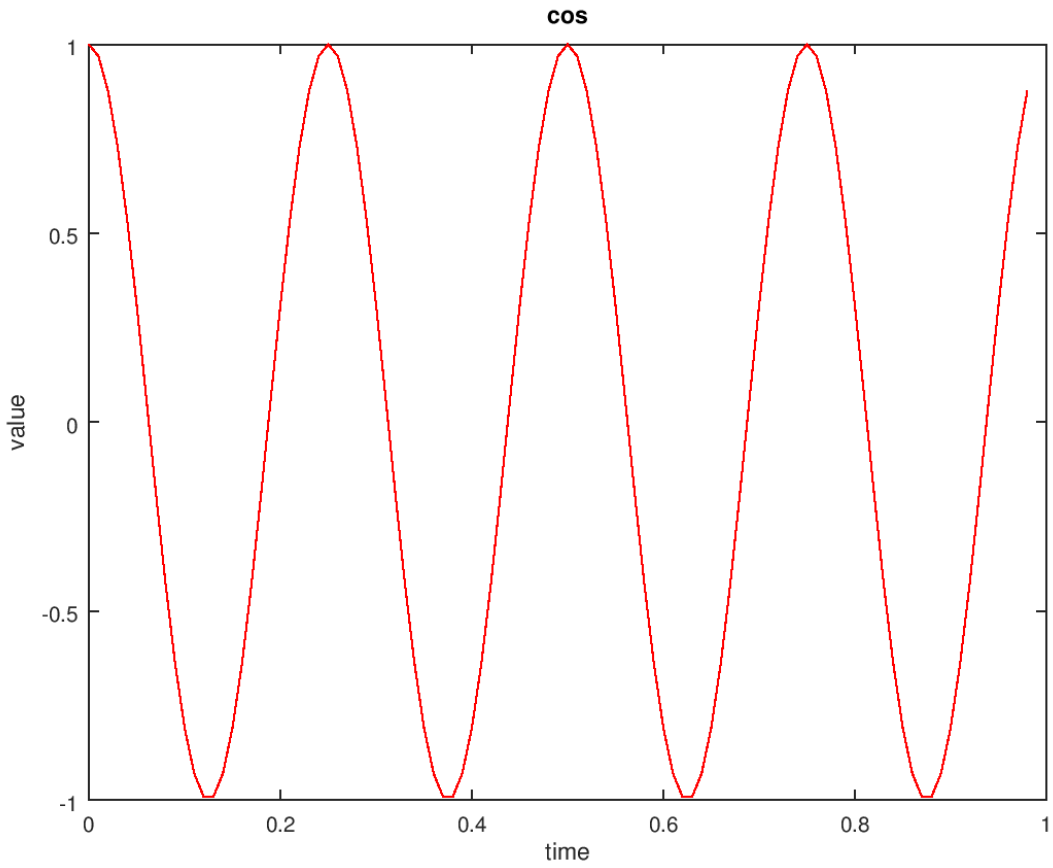
4.5.1 *绘制正弦函数*

```
>>t=[0:0.01:0.98];
>>y1=sin(2*pi*4*t);
>>plot(t,y1);
>>print -dpng 'myplot.png'
```



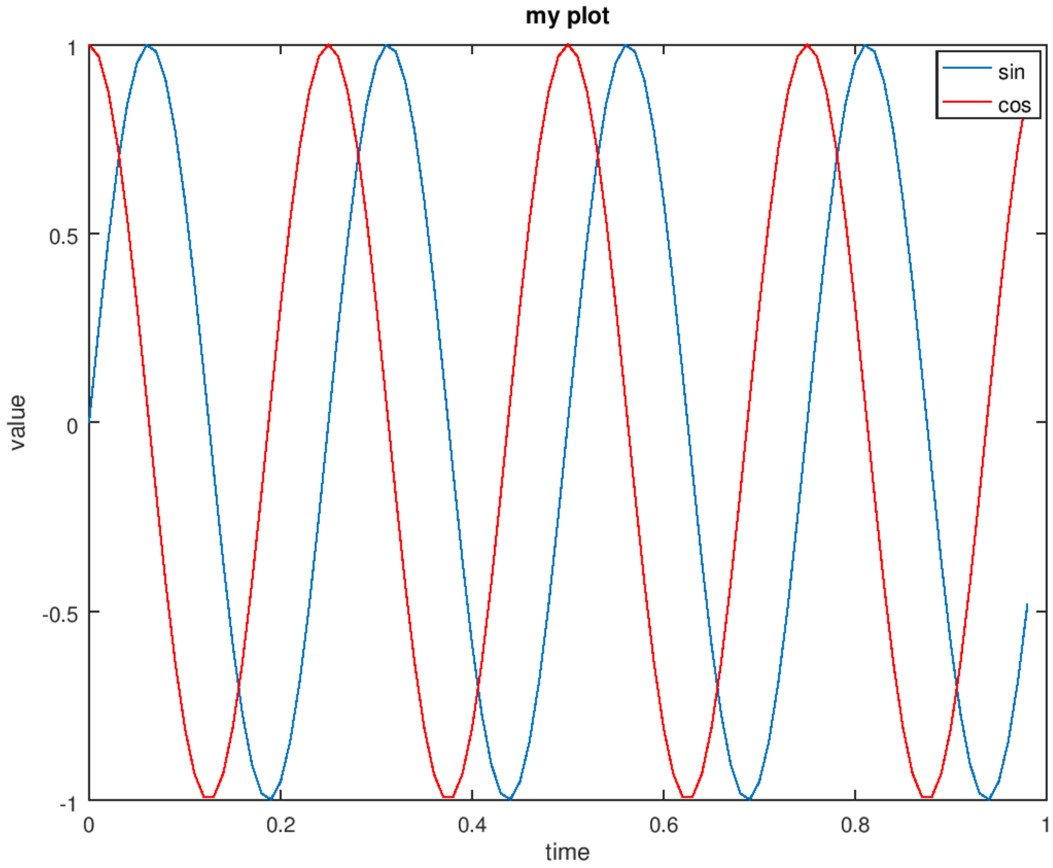
4.5.2 *绘制余弦函数*

```
>>t=[0:0.01:0.98];
>>y2=cos(2*pi*4*t);
>>plot(t,y2);
>>xlabel('time')
>>ylabel('value')
>>#title('')
>>title('cos')
>>print -dpng 'cos.png'
```



4.5.3 *正弦、余弦展示在同一坐标轴*

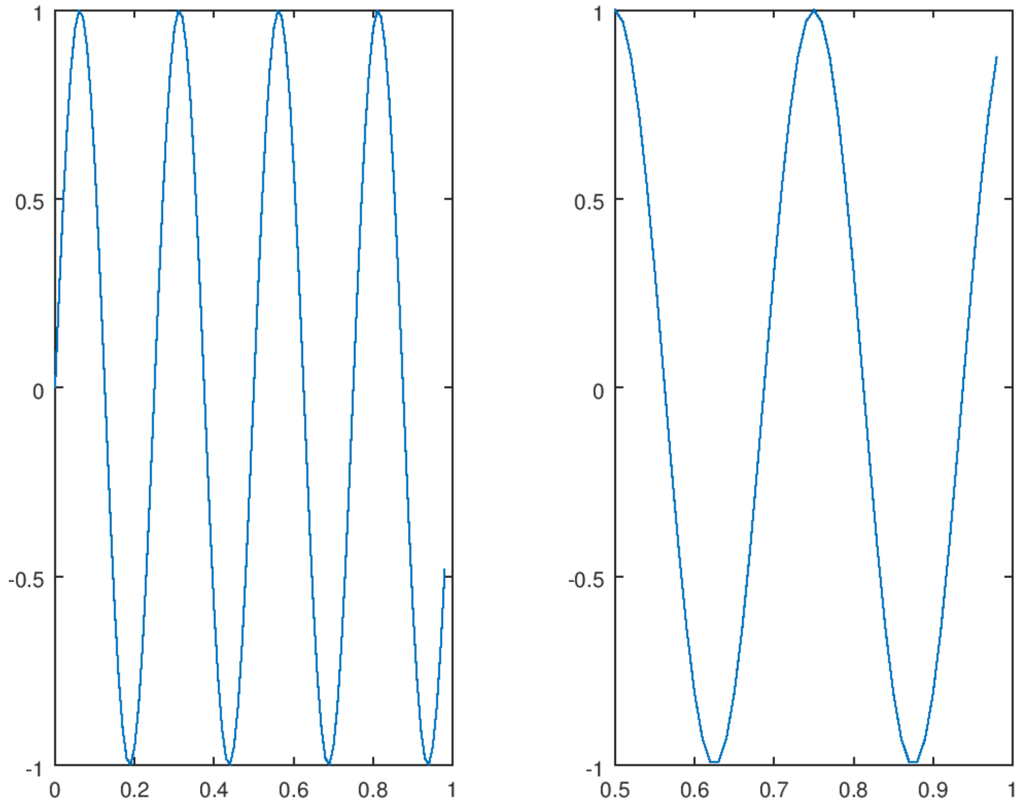
```
>> plot(t, y1);
>> hold on;
>> plot(t, y2, 'r');
>> xlabel('time')
>> ylabel('value')
>> legend('sin', 'cos')
>> title('my plot')
>> print -dpng 'myplot.png'
```



4.5.4 *将两个图像放入同一表格*

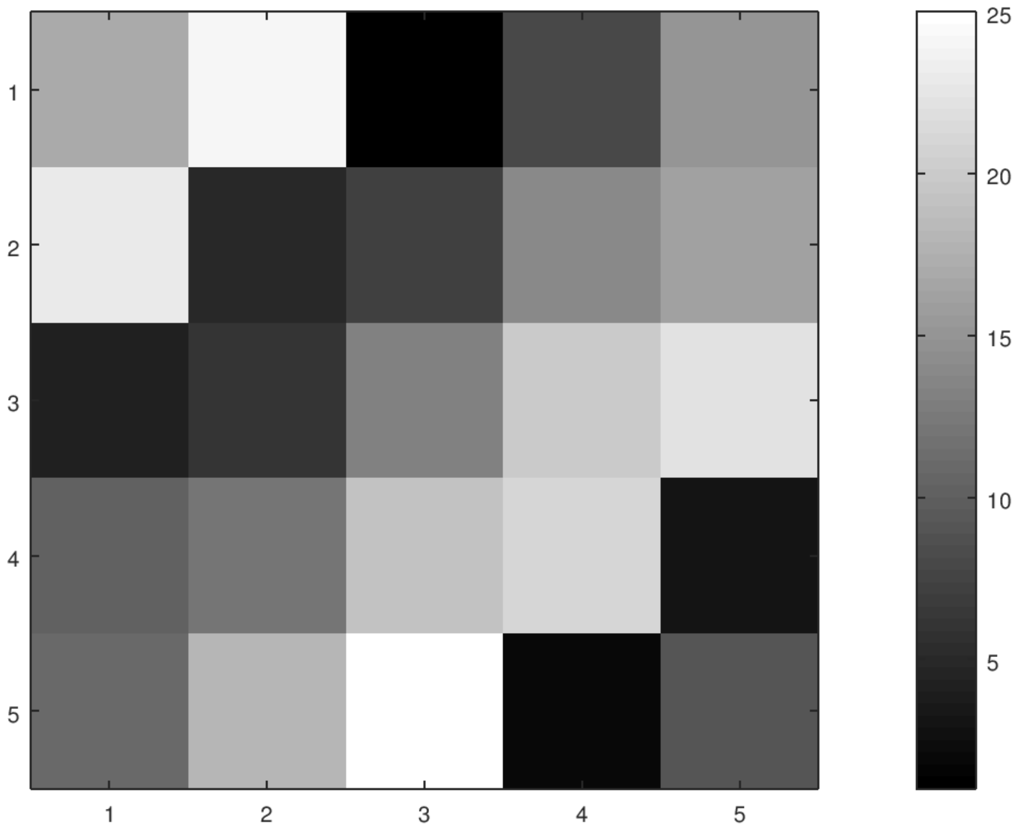
将图像分为2个格子，调整第二个格子的坐标轴刻度，x轴调整到0.5到1的范围，y轴调整到-1到1的范围

```
>> subplot(1,2,1);
>> plot(t, y1);
>> subplot(1,2,2);
>> plot(t, y2);
>> axis([0.5 1 -1 1])
```



4.5.5 *把矩阵绘制成图像*

```
>> A = magic(5);
>> imagesc(A) %绘制颜色图像
>> imagesc(A), colorbar, colormap gray;
% colorbar 绘制颜色条
% colormap gray 绘制灰度分布图
```



4.6定义函数和调用函数

4.6.1 *定义函数*

```
function J = costFunctionJ(X,y,theta)
m = size(X,1);
predictions = X*theta;
sqrErrors = (predictions-y).^2;
J = 1/(2*m) * sum(sqrErrors);
```

解释：设定 m 为训练样本的数量，也就是 X 的行数。 计算预测值 predictions 预测值等于 X 乘以 theta 。下面就是计算平方误差公式，就是预测值减去 y 值， 然后取出来每一项进行平方， 最后就可以 计算代价函数 J 。

4.6.2 *调用函数*

```
>> x = [1 1; 1 2; 1 3];
>> y = [1; 2; 3];
>> theta = [0;1];
>> j = costFunctionJ(x,y,theta)
j=0
```

4.7 基本命令

- 简化命令行：PS1('>> ');
- 关闭图表：close或close all

- 命令行清屏：clc
- ls : 列出目录文件和文件夹
- cd .. : 回到上级目录

5.逻辑回归

5.1逻辑回归代价函数

$h_\theta(x) = g(\theta^T x)$
$z = \theta^T x$
$g(z) = \frac{1}{1+e^{-z}}$

$$J(\theta) = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} Cost(h_\theta(x^{(i)}), y^{(i)})$$

$$Cost(h_\theta(x), y) = \begin{cases} -log(h_{\theta)}(x)) & if \quad y=1 \\ -log(1-h_{\theta)}(x)) & if \quad y=0 \end{cases}$$

$Note: y = 0 \quad or \quad 1 \quad always$

5.2 简化代价函数

$$J(\theta) = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} Cost(h_\theta(x^{(i)}), y^{(i)}) = -\frac{1}{m}[\sum_{i=1}^{m} y^{(i)} logh_\theta(x^{(i)}) + (1-y^{(i)})log(1-h_\theta(x^{(i)})]$$

$Want \quad min_\theta J(\theta):$
$Repeat \quad \{$
$\qquad \theta_j := \theta_j - \alpha \frac{\partial}{\partial\theta_j} J(\theta)$
$\quad \}$
$\frac{\partial}{\partial\theta_j} J(\theta)$的求导过程如下：

所给代价函数：
$J(\theta)=-\frac{1}{m}[\sum_{i=1}^m y^{(i)}logh_\theta(x^{(i)})+(1-y^{(i)})log(1-h_\theta(x^{(i)}))]$

其中：
$h_\theta(x^{(i)})=\frac{1}{1+e^{-\theta^T x}}$

令 $z=\theta^T x=\theta_0+\theta_1 x_1+....+\theta_n x_n$

则 $\frac{\partial z}{\partial(\theta_j)}=x_j^{(i)}$

$h_\theta(x^{(i)})=\frac{1}{1+e^{-z}}=\frac{e^z}{1+e^z}$

$j(\theta)=-\frac{1}{m}[\sum_{i=1}^m y^{(i)}log\frac{h_\theta(x^{(i)})}{1-h_\theta(x^{(i)})}+log(1-h_\theta(x^{(i)}))$

$=-\frac{1}{m}[\sum_{i=1}^m y^{(i)}log\frac{\frac{e^{z^{(i)}}}{1+e^{z^{(i)}}}}{1-\frac{e^{z^{(i)}}}{1+e^{z^{(i)}}}}+log(1-\frac{e^{z^{(i)}}}{1+e^{z^{(i)}}})]$

$=-\frac{1}{m}[\sum_{i=1}^m y^{(i)}z^{(i)}-log(1+e^{z^{(i)}})]$

$j(\theta)'=-\frac{1}{m}[\sum_{i=1}^m y^{(i)}*\frac{\partial z^{(i)}}{\partial j}-\frac{e^{z^{(i)}}}{1+e^{z^{(i)}}}*\frac{\partial z^{(i)}}{\partial j}]$

$=-\frac{1}{m}[\sum_{i=1}^m y^{(i)}-h_\theta(x^{(i)})]*\frac{\partial z^{(i)}}{\partial j}$

$=\frac{1}{m}[\sum_{i=1}^m(h_\theta(x^{(i)})-y^{(i)})*x_j^{(i)}]$

最终的迭代公式为：

$$\theta_j:=\theta_j-\alpha\sum_{i=1}^m(h_\theta(x^{(i)})-y^{(i)})x_j^{(i)}$$

5.3高级优化算法

```
>>cd 'C:\Users\pamela\Desktop'  %进入存放函数文件的目录
>>options=optimset('GradObj','on','MaxIter',100);
%GradObj - 用户定义的目标函数的梯度
%on - 使用自定义的梯度下降公式
%MaxIter - 最大允许迭代次数。
%100 - 迭代次数
>>initialTheta=zeros(2,1)
initialTheta  =
   0
   0
>>[optTheta,functionVal,exitFlag]=fminunc(@costFunction,initialTheta,opti
ons);
%@costFunction -调用代价函数
%initialTheta -该列向量为用户自定义梯度下降法的输出参数。使用前要预先初始化
%options -指定是否使用用户自定义的梯度下降公式（GradObj）以及迭代次数（MaxIter）。
>optTheta =
```

```
   5.0000
   5.0000
 %自定义参数的最优值
functionVal =   1.5777e-030
%代价函数的输出结果
exitFlag  =  1
% exitflag 描述退出条件
exitflag>0 表示目标函数收敛于解x处。
exitflag=0 表示已经达到函数评价或迭代的最大次数。
exitflag<0 表示目标函数不收敛。
```

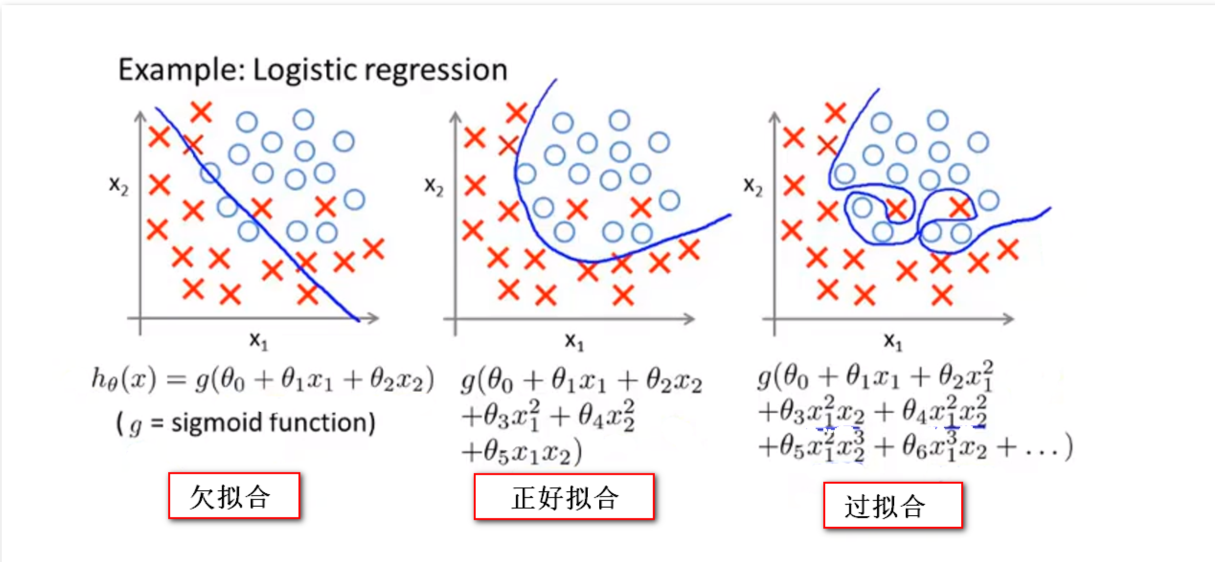
机器学习笔记（二）

1 .正则化

1.1过拟合

1.1.1 定义

如果我们有非常多的特征，那么所学的Hypothesis有可能对训练集拟合的非常好()，但是对于新数据预测的很差。



1.1.2解决途径

a) 减少特征的数量:

- 人工的选择保留哪些特征;
- 模型选择算法

b) 正则化

- 保留所有的特征，但是降低参数的量/值;
- 正则化的好处是当特征很多时，每一个特征都 会对预测y贡献一份合适的力量;

1.2代价函数

假设我们的模型是：

$h_\theta(x) = \theta_0 + \theta_1 x_1 + \theta_2 x_2 + \theta_3 x_3 + \theta_4 x_4$

从上图可以看出正式那些高次项导致了过拟合的产生。所以如果让这些高次项的系数接近于0的话，就能很好的拟合了。所以我们要在一定程度上减小这些参数θ的值，这是正则化的基本方法所以修改代价函数，在θ_3和θ_4上加一些惩罚。修改后的代价函数如下：

$$min_\theta \frac{1}{2m}[\sum_{i=1}^{m}(h_\theta(x^{(i)}) - y^{(i)})^2 + 1000\theta_3^2 + 1000\theta_4^2]$$

通过这样的代价函数选择出的θ_3和θ_4对预测结果的影响就比之前小许多。但是如果有许多的特征，但是我们不清楚哪些特征需要惩罚。所以需要我们找到一个比价全面的代价函数：

$$J(\theta) = \frac{1}{2m}[\sum_{i=1}^{m}(h_\theta(x^{(i)}) - y^{(i)})^2 + \lambda \sum_{j=1}^{n} \theta_j^2]$$

其中λ又称为正则化参数，λ的取值要选择合理的值。注：根据惯例，不对θ_0进行惩罚。

1.3正则化线性回归

正则化线性回归的代价函数为：

$$J(\theta) = \frac{1}{2m}[\sum_{i=1}^{m}(h_\theta(x^{(i)}) - y^{(i)})^2 + \lambda \sum_{j=1}^{n} \theta_j^2]$$

1.3.1梯度下降

用梯度下降法令代价函数最小化：

$Repeat \quad until \quad convergence\{$

$$\theta_0 := \theta_0 - \alpha \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m}[h_\theta(x^{(i)}) - y^{(i)}]x_0^{(i)}$$

$$\theta_j := \theta_j - \alpha \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m}[h_\theta(x^{(i)}) - y^{(i)}]x_j^{(i)} + \frac{\lambda}{m}\theta_j$$

$\}$

$Repeat$

对上面的算法中 $j = 1, 2, \cdots, n$ 时的更新式子进行调整可得：

$$\theta_j := \theta_j(1 - \frac{\lambda}{m}) - \alpha \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m}[h_\theta(x^{(i)}) - y^{(i)}]x_j^{(i)}$$

可以看出，正则化线性回归的梯度下降算法的变化在于：每次都在原有算法更新规则的基础上令θ值减少一个额外的值

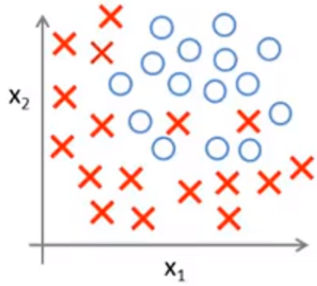
1.3.2正规化方程

$$\theta = \left(X^T X + \lambda \begin{bmatrix} 0 & & & & \\ & 1 & & & \\ & & 1 & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & 1 \end{bmatrix} \right)^{-1} X^T y$$

图中的矩阵尺寸为 (n+1)*(n+1)。

1.4正则化的逻辑回归模型

Regularized logistic regression.



$$h_\theta(x) = g(\theta_0 + \theta_1 x_1 + \theta_2 x_1^2 + \theta_3 x_1^2 x_2 + \theta_4 x_1^2 x_2^2 + \theta_5 x_1^2 x_2^3 + \dots)$$

Cost function:

$$J(\theta) = -\left[\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} y^{(i)} \log h_\theta(x^{(i)}) + (1 - y^{(i)}) \log\left(1 - h_\theta(x^{(i)})\right)\right]$$

给代价函数增加一个正则化表达式：

$$J(\theta) = -\frac{1}{m}[\sum_{i=1}^{m} y^{(i)} log h_\theta(x^{(i)}) + (1 - y^{(i)}) log(1 - h_\theta(x^{(i)})] + \frac{\lambda}{2m}\sum_{j=1}^{n}\theta_j^2$$

想要最小化该代价函数，通过求导，得出梯度下降算法为：

$Repeat \quad until \quad convergence\{$

$$\theta_0 := \theta_0 - \alpha \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}(h_\theta(x^{(i)}) - y^{(i)})x_0^{(i)}$$

$$\theta_j := \theta_j - \alpha \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}(h_\theta(x^{(i)}) - y^{(i)})x_j^{(i)} + \frac{\lambda}{m}\theta_j$$

$\}$

$Repeat$

注：虽然看上去同线性回归一样，但是 $h_\theta(x) = g(\theta^T X)$，所以和线性回归不一样。