Отчёт по лабораторной работе 8

Простейший вариант 25

Тейшейра Боа Морте селмилтон

Содержание

Цель работы

Решаем Задача об Конкуренция двух фирм.

Задание

Формула определения номера задания: (SnmodN)+1, где Sn — номер студбилета, N — количество заданий.

Вариант № 25

1. Постройте графики изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 без учета постоянных издержек и с веденной нормировкой для случая 1.

2. Постройте графики изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 без учета постоянных издержек и с веденной нормировкой для случая 2.

Обозначения

N – число потребителей производимого продукта. τ – длительность производственного цикла p – рыночная цена товара p̃– себестоимость продукта, то есть переменные издержки на производство единицы продукции. q – максимальная потребность одного человека в продукте в единицу времени $\theta = \frac{1}{c\ 1}$ - безразмерное время

Теоретическое введение

Случай 1

Рассмотрим две фирмы, производящие взаимозаменяемые товары одинакового качества и находящиеся в одной рыночной нише. Последнее означает, что у потребителей в этой нише нет априорных предпочтений, и они приобретут тот или иной товар, не обращая внимания на знак фирмы. В этом случае, на рынке устанавливается единая цена, которая определяется балансом суммарного предложения и спроса. Иными словами, в рамках нашей модели конкурентная борьба ведётся только рыночными методами. То есть, конкуренты могут влиять на противника путем изменения параметров своего производства: себестоимость, время цикла, но не могут прямо вмешиваться в ситуацию на рынке («назначать» цену или влиять на потребителей каким либо иным способом.) Уравнения динамики оборотных средств запишем по аналогии с (2) в виде

$$\frac{dM\ 1}{dt} = -\frac{M\ 1}{\tau\ 1} + N\ 1\ q\left(1 - \frac{p}{p\ cr}\right)p - k\ 1$$

$$\frac{dM\ 2}{dt} = -\frac{M\ 2}{\tau\ 2} + N\ 2\ q\left(1 - \frac{p}{p\ cr}\right)p - k\ 2$$

где использованы те же обозначения, а индексы 1 и 2 относятся к первой и второй фирме, соответственно. Величины N1 и N2 – числа потребителей, приобретших товар первой и второй фирмы. Учтем, что товарный баланс устанавливается быстро, то есть, произведенный каждой фирмой товар не накапливается, а реализуется по цене p. Тогда $\frac{M\ 1}{\tau\ 1\ \tilde{p}\ 1} + N\ 1\ q\left(1 - \frac{p}{p\ cr}\right), \frac{M\ 2}{\tau\ 2\ \tilde{p}\ 2} + N\ 2\ q\left(1 - \frac{p}{p\ cr}\right)$ где $\tilde{p}_1$ и $\tilde{p}_2$ – себестоимости товаров в первой и второй фирме.

$$\frac{dM\ 1}{dt} = -\frac{M\ 1}{\tau\ 1}\left(1 - \frac{p}{p\ cr}\right) - k\ 1$$

$$\frac{dM\ 2}{dt} = -\frac{M\ 2}{\tau\ 2}\left(1 - \frac{p}{p\ cr}\right) - k\ 2$$

Уравнение для цены, по аналогии $\frac{dp}{dt} = -\gamma\left(\frac{M\ 1}{\tau\ 1\ \tilde{p}\ 1} + \frac{M\ 2}{\tau\ 2\ \tilde{p}\ 2} - Nq\left(1 - \frac{p}{p\ cr}\right)\right)$, Считая, как и выше, что ценовое равновесие устанавливается быстро, получим:

$$p = p\ cr\ \left(1 - \frac{p}{p\ cr}\left(\frac{M\ 1}{\tau\ 1\ \tilde{p}\ 1} + \frac{M\ 2}{\tau\ 2\ \tilde{p}\ 2}\right)\right)$$

$$\frac{dM\ 1}{dt} = c1M1 - bM1M2 - a1M^{21} - k1$$

$$\frac{dM\ 2}{dt} = c2M2 - bM1M2 - a2M^{22} - k2$$

где $a1 = \frac{pcr}{\tau^2\ 1\ p^{21}Nq}$, $a2 = \frac{pcr}{\tau^2\ 2\ p^{22}Nq}$, $b = \frac{pcr}{\tau^2\ 1\ p^{21}\tau^2\ 2\ p^{22}Nq}$, $c1 = \frac{pcr - \tilde{p}1}{\tau 1 \tilde{p}1}$, $c2 = \frac{pcr - \tilde{p}2}{\tau 2 \tilde{p}2}$, Исследуем систему в случае, когда постоянные издержки (к1, к2) пренебрежимо малы. И введем нормировку $t = c1\theta$. Получим следующую систему:

$$\frac{dM1}{d\theta} = M1 - \frac{b}{c1}M1M2 - \frac{a2}{c1}M^{21}$$

$$\frac{dM2}{d\theta} = \frac{c2}{c1}M2 - \frac{b}{c1}M1M2 - \frac{a2}{c1}M^{22}$$

Чтобы решить систему (17) необходимо знать начальные значения $M^1{}_0$ = 7.4 $M^2{}_0$ = 8.4 начальные условия. Зададим известные параметры: p_{cr} = 41 N = 87 q = 1 $\tau 1$ = 29 $\tau 2$ = 26 p1 = 12.5 p2 = 10.5 Замечание: Необходимо учесть, что значения $p_{1,2}$,p_cr,N указаны в тысячах единиц (например $N = 90$ - означает 90 000 потенциальных потребителей), а значения $M_{1,2}$ указаны в млн. единиц. При таких условиях получаем следующие динамики изменения объемов продаж

Julia 1

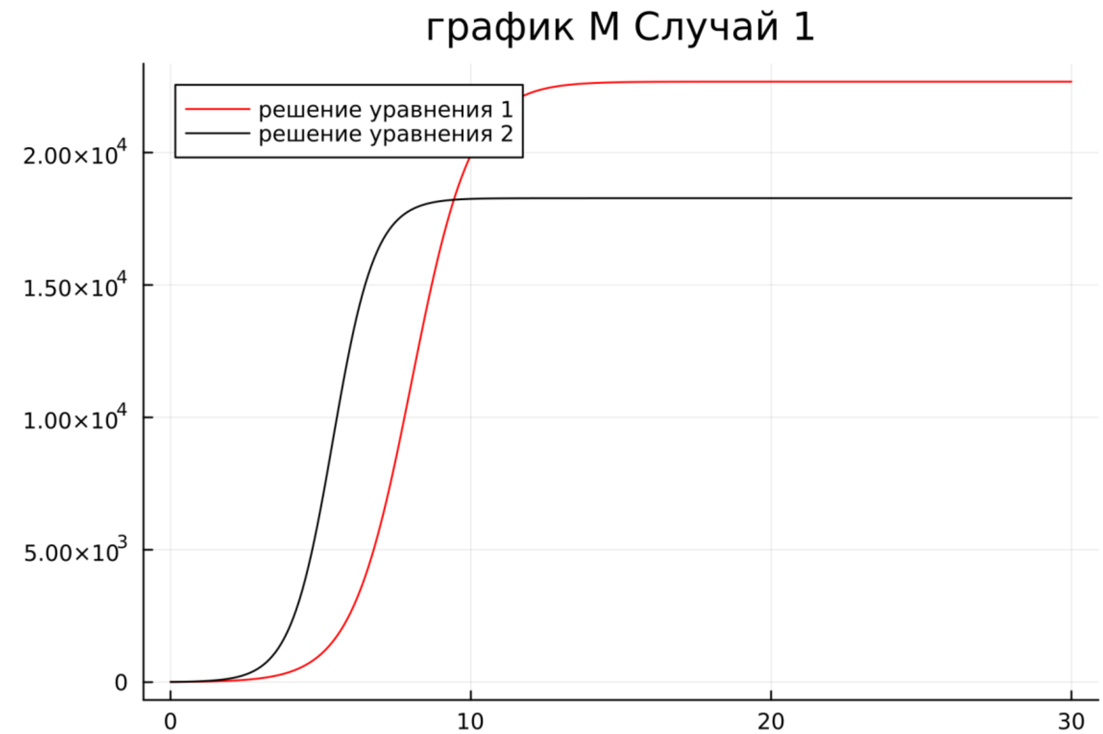

Рисунок 6.1. График изменения оборотных средств фирмы 1 (синий) и фирмы 2 (зеленый). По оси ординат значения $M_{1,2}$, по оси абсцисс значения $\theta = \frac{t}{c1}$

CODE JULIA 1

```
using Plots
using DifferentialEquations

p_cr = 41
N = 90
q = 1
tau1 = 29
tau2 = 26
p1 = 12.5
p2 = 10.5
M01 = 7.4
M02 = 8.4

a1 = p_cr/(tau1*tau1*p1*p1*N*q)
a2 = p_cr/(tau2*tau2*p2*p2*N*q)
b = p_cr/(tau1*tau1*tau2*tau2*p1*p1*p2*p2*N*q)
c1 = (p_cr-p1)/(tau1*p1)
c2 = (p_cr-p2)/(tau2*p2)

function ode_f(du, u, p, t)
    m1, m2 = u
```

```
    du[1] = (c1/c1)*u[1]-(a1/c1)*u[1]*u[1]-(b/c1)*u[1]*u[2]
    du[2] = (c2/c1)*u[2]-(a2/c1)*u[2]*u[2]-(b/c1)*u[1]*u[2]
end

u0 = [M01, M02]
tspan =(0.0, 30.0)
prob1 = ODEProblem(ode_f, u0, tspan)
sol1 = solve(prob1, dtmax=0.1)

M1 = [u[1] for u in sol1.u]
M2 = [u[2] for u in sol1.u]
T = [t for t in sol1.t]

plt =
    plot(
        layout=(1),
        dpi=300,
        legend=true)
    plot!(
            plt[1],
            T,
            M1,
            title="график M Случай 1",
            label="решение уравнения 1",
            color=:red)
    plot!(
            plt[1],
            T,
            M2,
            label="решение уравнения 2",
            color=:black)

        savefig("lab8_1.png")
```

OMEDIT

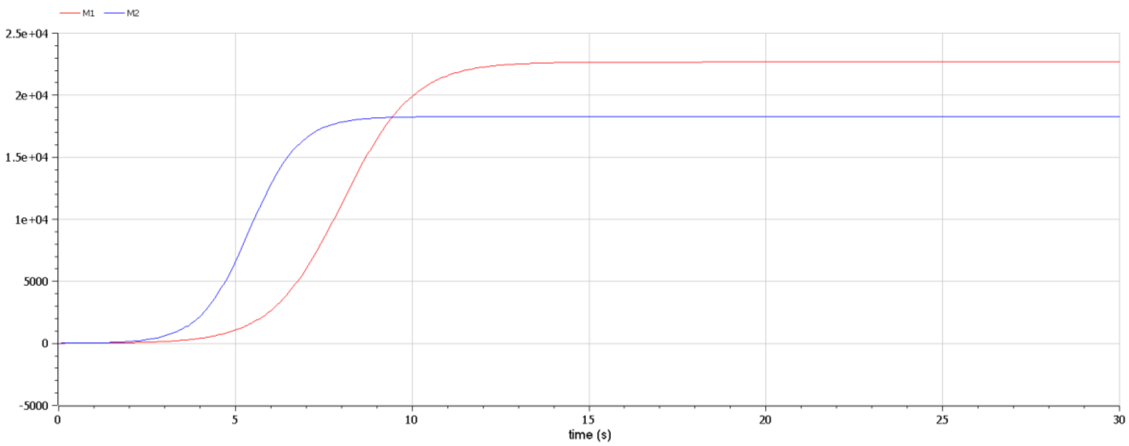

Рисунок 6.2. График изменения оборотных средств фирмы 1 (синий) и фирмы 2 (зеленый). По оси ординат значения $M_{1,2}$, по оси абсцисс значения $\theta = \frac{t}{c1}$

CODE OMEDIT 1

```
model lab81
Real p_cr = 41;
Real N = 90;
Real q = 1;
Real tau1 = 29;
Real tau2 = 26;
Real p1 = 12.5;
Real p2 = 10.5;
Real M1;
Real M2;

Real a1 = p_cr/(tau1*tau1*p1*p1*N*q);
Real a2 = p_cr/(tau2*tau2*p2*p2*N*q);
Real b = p_cr/(tau1*tau1*tau2*tau2*p1*p1*p2*p2*N*q);
Real c1 = (p_cr-p1)/(tau1*p1);
Real c2 = (p_cr-p2)/(tau2*p2);

initial equation
M1 = 7.4;
M2 = 8.4;

equation
der (M1) = (c1/c1)*M1-(a1/c1)*M1*M1-(b/c1)*M1*M2;
der(M2) = (c2/c1)*M2-(a2/c1)*M2*M2-(b/c1)*M1*M2;
annotation(experiment( StartTime = 0, StopTime = 30, Tolerance = 1e-06,
interval = 0.05));

end lab81;
```

По графику видно, что рост оборотных средств предприятий идет независимо друг от друга. В математической модели (17) этот факт отражается в коэффициенте, стоящим перед членом М1 М2: в рассматриваемой задаче он одинаковый в обоих уравнениях ($\frac{b}{c1}$). Это было обозначено в условиях задачи. Каждая фирма достигает свое максимальное значение объема продаж и остается на рынке с этим значением, то есть каждая фирма захватывает свою часть рынка потребителей, которая не изменяется.

Случай 2

Рассмотрим модель, когда, помимо экономического фактора влияния (изменение себестоимости, производственного цикла, использование кредита и т.п.), используются еще и социально-психологические факторы – формирование общественного предпочтения одного товара другому, не зависимо от их качества и цены. В этом случае взаимодействие двух фирм будет зависеть друг от друга, соответственно коэффициент перед М1 М2будет отличаться. Рассмотрим следующую модель:

$$\frac{dM1}{d\theta} = M1 - \left(\frac{b}{c1} + 0.00014\right) M1M2 - \frac{a2}{c1} M^{21}$$

$$\frac{dM2}{d\theta} = \frac{c2}{c1} M2 - \frac{b}{c1} M1M2 - \frac{a2}{c1} M^{22}$$

Начальные условия и известные параметры остаются прежними. В этом случаем получим следующее решение

JULIA 2

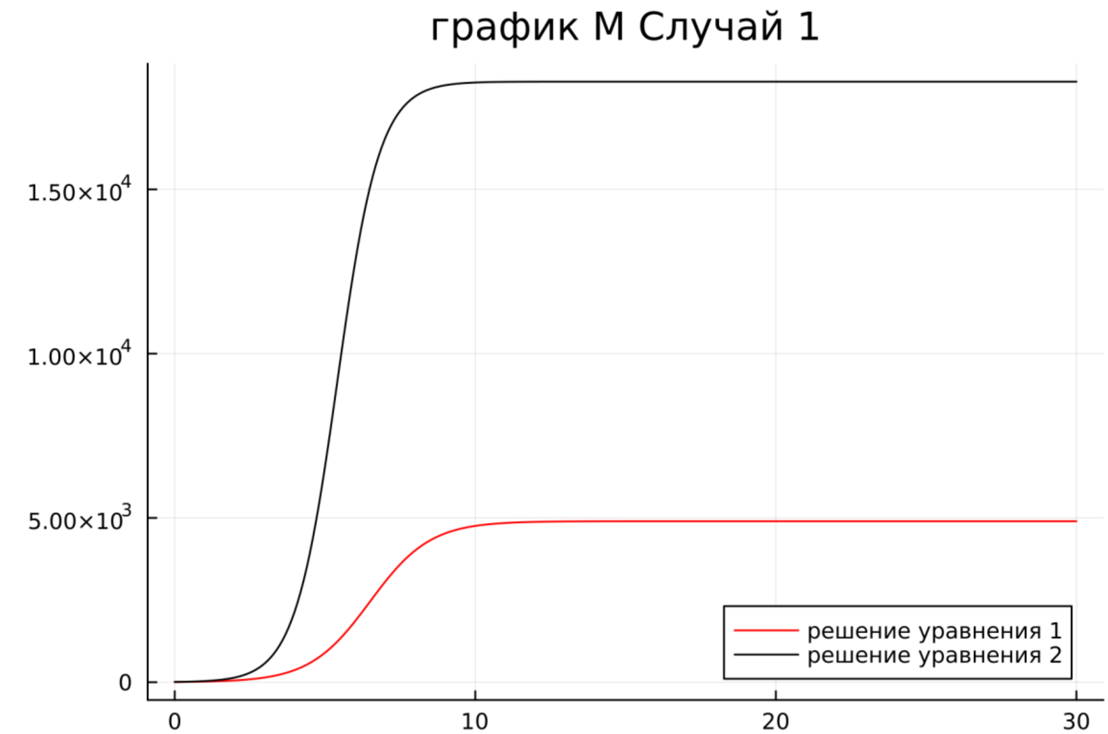

Рисунок 6.3. График изменения оборотных средств фирмы 1 (синий) и фирмы 2 (зеленый). По оси ординат значения $M_{1,2}$*, по оси абсцисс значения* $\theta = \frac{t}{c1}$

Code JULIA 2

```
using Plots
using DifferentialEquations

using Plots
using DifferentialEquations

p_cr = 41
N = 90
q = 1
tau1 = 29
tau2 = 26
p1 = 12.5
p2 = 10.5
M01 = 7.4
M02 = 8.4

a1 = p_cr/(tau1*tau1*p1*p1*N*q)
a2 = p_cr/(tau2*tau2*p2*p2*N*q)
b = p_cr/(tau1*tau1*tau2*tau2*p1*p1*p2*p2*N*q)
c1 = (p_cr-p1)/(tau1*p1)
```

```
c2 = (p_cr-p2)/(tau2*p2)

function ode_f(du, u, p, t)
    m1, m2 = u
    du[1] = u[1]-((b/c1)+0.00016)*u[1]*u[1]-(a1/c1)*u[1]^2
    du[2] = (c2/c1)*u[2]-(b/c1)*u[1]*u[2]-(a2/c1)*u[2]^2
end

u0 = [M01, M02]
tspan =(0.0, 30.0)
prob1 = ODEProblem(ode_f, u0, tspan)
sol1 = solve(prob1, dtmax=0.1)

M1 = [u[1] for u in sol1.u]
M2 = [u[2] for u in sol1.u]
T = [t for t in sol1.t]

plt =
    plot(
        layout=(1),
        dpi=300,
        legend=true)
    plot!(
            plt[1],
            T,
            M1,
            title="график M Случай 1",
            label="решение уравнения 1",
            color=:red)
    plot!(
            plt[1],
            T,
            M2,
            label="решение уравнения 2",
            color=:black)

        savefig("lab8_2.png")
```

OMEDIT 2

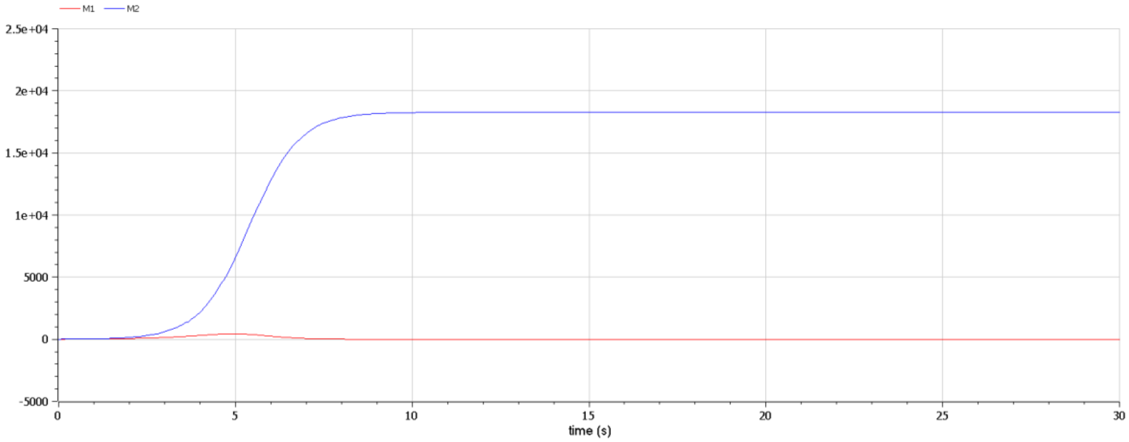

Рисунок 6.4. График изменения оборотных средств фирмы 1 (синий) и фирмы 2 (зеленый). По оси ординат значения $M_{1,2}$, по оси абсцисс значения $\theta = \frac{t}{c1}$

Code OMedit 2

```
model lab82
model lab82

Real p_cr = 41;
Real N = 90;
Real q = 1;
Real tau1 = 29;
Real tau2 = 26;
Real p1 = 12.5;
Real p2 = 10.5;
Real M1;
Real M2;

Real a1 = p_cr/(tau1*tau1*p1*p1*N*q);
Real a2 = p_cr/(tau2*tau2*p2*p2*N*q);
Real b = p_cr/(tau1*tau1*tau2*tau2*p1*p1*p2*p2*N*q);
Real c1 = (p_cr-p1)/(tau1*p1);
Real c2 = (p_cr-p2)/(tau2*p2);

initial equation
M1 = 7.4;
M2 = 8.4;

equation
der (M1) = M1-((b/c1)+0.00016)*M1*M2-(a1/c1)*M1^2;
der(M2) = (c2/c1)*M2-(a2/c1)*M2*M2-(b/c1)*M1*M2;
annotation(experiment( StartTime = 0, StopTime = 30, Tolerance = 1e-06,
interval = 0.05));
```

```
end lab82;
```

о графику видно, что первая фирма, несмотря на начальный рост, достигнув своего максимального объема продаж, начитает нести убытки и, в итоге, терпит банкротство. Динамика роста объемов оборотных средств второй фирмы остается без изменения: достигнув максимального значения, остается на этом уровне.
Замечание: Стоит отметить, что рассматривается упрощенная модель, которая дает модельное решение. В реальности факторов, влияющих на динамику изменения оборотных средств предприятий, больше.