Corrigé exercice 89 :

Partie A

1.
   a. (C) passe par le point $(-3;4)$ donc $f(-3)=4$.
   (C) admet au point d'abscisse –3 une tangente horizontale, donc $f'(-3)=0$.
   (C) passe par le point $(-1;2)$ donc $f(-1)=2$.
   (C) admet au point d'abscisse –1 une tangente qui passe par l'origine O, donc $f'(-1)=-2$.

   b. f est croissante sur $[-6;-5]$ donc sur $[-6;-5]$, $f'(x)\geqslant 0$.

2. Sur $[-6;5]$, C est toujours au-dessus de l'axe des abscisses sauf en $x=1$ où elle le croise.
   L'ensemble de solution de l'inéquation $f(x)>0$ est donc $[-6;1[\cup]1;5]$.
   Résoudre l'équation $(f(x)-2)^2=4$ revient à résoudre $f(x)-2=2$ ou $f(x)-2=-2$ c'est à dire à trouver x tel que $f(x)=4$ ou $f(x)=0$. Le point de C d'ordonnée 4 a une abscisse égale à –3 et le point d'ordonnée 0 a une abscisse égale à 1.
   Les solutions de cette équation sur $[-6;5]$ sont donc –3 et 1.

Partie B

1. $(x+1)^2+4=x^2+2x+1+4=x^2+2x+5$.
   Pour tout x de $\mathbb{R}$, $(x+1)^2\geqslant 0$ donc $(x+1)^2+4>0$ et donc f est définie sur $\mathbb{R}$.
2. $f(0)=\dfrac{2}{5}$ donc $\dfrac{2b}{5}=\dfrac{2}{5}$ d'où $b=1$.
3. f est de la forme $f=\dfrac{u}{v}$, on peut donc calculer sa dérivée via la formule $f'=\dfrac{u'v-v'u}{v^2}$. Et on obtient alors $f'(x)=\dfrac{(4x+2a)(x^2+2x+5)-(2x+2)(2x^2+2ax+2b)}{(x^2+2x+5)^2}$ c'est à dire $f'(x)=\dfrac{(4-2a)x^2+16x+10a-4}{(x^2+2x+5)^2}$
4. On a $f'(-3)=0$ donc $9(4-2a)-48+10a-4=0$ d'où $a=-2$.
5. On remplace a par –2 et on obtient $f'(x)=\dfrac{8x^2+16x-24}{(x^2+2x+5)^2}$. En développant $8(x+3)(x-1)$ on obtient $8x^2+16x-24$. Donc $f'(x)=\dfrac{8(x+3)(x-1)}{(x^2+2x+5)^2}$.
6. On obtient le tableau de signes ci-dessous.

x	$-\infty$		-3		1		$+\infty$
$x+3$		$-$	0	$+$		$+$	
$x-1$		$-$		$-$	0	$+$	
$(x+3)(x-1)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Et on peut alors en déduire le tableau de variations ci-dessous.

x	$-\infty$		-3		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
f		↗	4	↘	0	↗	

Corrigé exercice 96 :

1. Le volume de la boîte est $V = x^2h$ donc $h = \dfrac{V}{x^2} = \dfrac{10}{x^2}$.
2. $C(x) = 5 \times x^2 + 2 \times 4 \times xh = 5x^2 + \dfrac{80}{x} = \dfrac{5(x^3+16)}{x}$.
3. C est de la forme $\dfrac{u}{v}$ donc pour calculer la dérivée on peut utiliser la formule $C' = \dfrac{u'v - v'u}{v^2}$,
   et on a alors $C'(x) = \dfrac{15x^2 \times x - 5x^3 - 80}{x^2} = \dfrac{10x^3 - 80}{x^2}$, ce qui peut aussi s'écrire $C'(x) = \dfrac{10(x^3-8)}{x^2}$.
4. C' est du signe de $x^3 - 8$ qui s'annule en $x = 2$ et $x = -2$. On obtient alors le tableau de variations ci-dessous.

x	0		2		$+\infty$
C'(x)	‖	-	0	+	
C	‖	$\searrow$	60	$\nearrow$	