Correction exercices 52 page 147 et 59 page 123

Corrigé exercice 52 :

1. f est de la forme $f = \frac{u}{v}$ donc $f' = \frac{u'v - v'u}{v^2}$. Et donc $f'(x) = \frac{(-2x+8)(x^2-4x+5)-(2x-4)(-x^2+8x-13)}{(x^2-4x+5)^2}$ c'est à dire $f'(x) = \frac{-4x^2+16x-12}{(x^2-4x+5)^2}$. En développant $-4(x-1)(x-3)$ on obtient $-4x^2+16x-12$ d'où $f'(x) = \frac{-4(x-1)(x-3)}{(x^2-4x+5)^2}$.
2. $f'(x)$ a le même signe que le produit $-4(x-1)(x-3)$.

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
f		$\searrow$	-3	$\nearrow$	1	$\searrow$	

Corrigé exercice 59 :

1. On sait que la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse a admet pour équation réduite $y = f'(a)(x-a) + f(a)$. On a $a = -4$, $f(-4) = 11$ et $f'(-4) = -\frac{1}{5}$ donc T_A admet pour équation $y = -\frac{1}{5}(x+4) + 11$, ce qui peut aussi s'écrire $y = -\frac{1}{5}x + \frac{51}{5}$.

   Pour l'équation de T_B, on a $a = 2$, $f(2) = 4$ et $f'(2) = \frac{1}{5}$, donc T_B admet pour équation $y = \frac{1}{5}(x-2) + 4$, ce qu'on peut aussi écrire $y = \frac{1}{5}x + \frac{18}{5}$. Enfin pour déterminer l'équation de T_C : on a $a = 6$, $f(6) = 2$ et $f'(6) = \frac{1}{2}$, donc T_C admet pour équation $y = \frac{1}{2}(x-6) + 2$, ce qu'on peut aussi écrire $y = \frac{1}{2}x - 1$.
2. Comme les trois tangentes n'ont pas le même coefficient directeur, alors elles ne sont pas parallèles. On détermine les coordonnées du point d'intersection de T_A et T_B et on vérifie ensuite si le point obtenu appartient à T_C.

   $$M(x;y) \in T_A \cap T_B \Leftrightarrow \begin{cases} y = -\frac{1}{5}x + \frac{51}{5} \\ y = \frac{1}{5}x + \frac{18}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{5}x + \frac{18}{5} = -\frac{1}{5}x + \frac{51}{5} \\ y = \frac{1}{5}x + \frac{18}{5} \end{cases}$$

   $$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2}{5}x = \frac{33}{5} \\ y = \frac{1}{5}x + \frac{18}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{33}{2} \\ y = \frac{1}{5} \times \frac{33}{2} + \frac{18}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{33}{2} \\ y = \frac{69}{10} \end{cases}$$

   donc $M\left(\frac{33}{2}; \frac{69}{10}\right)$.

   On vérifie si $M \in T_C$: $\frac{1}{2}x_M - 1 = \frac{1}{2} \times \frac{33}{2} - 1 = \frac{29}{4}$ et $\frac{29}{4} \neq \frac{69}{10}$ donc $M \notin T_C$. En conclusion, les trois tangentes ne sont donc pas concourantes (elles sont sécantes deux à deux).