III. Équation de cercle

Soit un cercle de centre $\Omega(\alpha\ ;\ \beta)$ et de rayon r et un point $M(x\,;y)$ appartenant à ce cercle
Ce cercle est l'ensemble de tous les points $M(x\,;y)$ situés à la distance r du point Ω
On a donc $\Omega M = r$, soit $\Omega M^2 = r^2$ on rappelle que $\Omega M = \sqrt{(x-\alpha)^2 + (y-\beta)^2}$

donc $\left(\sqrt{(x-\alpha)^2 + (y-\beta)^2}\right)^2 = r^2$

$$(x-\alpha)^2 + (y-\beta)^2 = r^2$$

Théorème : Une équation d'un cercle de centre $\Omega(\alpha\ ;\ \beta)$ et de rayon r est :

$$(x-\alpha)^2 + (y-\beta)^2 = r^2$$

Déterminer une équation du cercle C ***en utilisant les coordonnées de son centre et son rayon*** :

Déterminer une équation du cercle de centre $\Omega(-1;2)$ et de rayon 3.
On utilise la formule précédente :
$(x-(-1))^2 + (y-2)^2 = 3^2$
$(x+1)^2 + (y-2)^2 = 9$ est une équation du cercle de centre $\Omega(-1;2)$ et de rayon 3

Déterminer une équation du cercle C : ***en utilisant les coordonnées des extrémités d'un diamètre***

Déterminer une équation du cercle C de diamètre [AB] avec $A(-1;2)$ et $B(1;3)$

On calcule la distance AB, le rayon est la moitié de cette distance et le centre du cercle est le milieu du segment [AB]

$AB = \sqrt{(1-(-1))^2 + (3-2)^2} = \sqrt{4+1} = \sqrt{5}$ donc le rayon du cercle est $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$

coordonnées du milieu de [AB] : $\left(\dfrac{x_A + x_B}{2}; \dfrac{y_A + y_B}{2}\right)$ donc $\left(\dfrac{0}{2}; \dfrac{5}{2}\right)$ c'est à dire $\left(0\,; \dfrac{5}{2}\right)$

Donc l’équation du cercle C est : $x^2 + \left(y - \dfrac{5}{2}\right)^2 = \dfrac{5}{4}$