Feuille d'exercices récapitulative suite correction

Exercice 3 :

1. $U_2 = 200 + 5 = 205$ $U_3 = 205 + 5 = 210$ $V_2 = 200 \times 1{,}02 = 204$ $V_3 = 204 \times 1{,}02 = 208{,}8$

2.a. (U_n) est une suite arithmétique car pour passer d'un terme au suivant il faut additionner par 5.
(V_n) est une suite géométrique car pour passer d'un terme au suivant il faut multiplier par 1,02.

2.b. $U_n = 200 + 5(n-1) = 200 + 5n - 5 = 195 + 5n$

2.c. $V_n = 200 \times 1{,}02^{n-1}$

2.d. $U_{36} = 195 + 5 \times 36 = 375$ $V_{36} = 200 \times 1{,}02^{35} \simeq 399{,}98$
Le loyer du dernier mois sera de 375€ avec le premier contrat et d'environ 399,98€ avec le deuxième.

3. $U_1 + U_2 + U_3 + ... + U_{36} = \dfrac{36 \times 200 + 375}{2} = 10350$

$V_1 + V_2 + V_3 + ... + V_{36} = 200 \times \dfrac{1 - 1{,}02^{36}}{1 - 1{,}02} \simeq 10398{,}87$

Le premier contrat est donc plus avantageux.

Exercice 4 :

1. $v_{n+1} = u_{n+1} - 10 = 0{,}5\,u_n + 5 - 10 = 0{,}5\,u_n - 5 = 0{,}5\,(v_n + 10) - 5 = 0{,}5\,v_n + 5 - 5 = 0{,}5\,v_n$
Donc (v_n) est une suite géométrique de raison 0,5 et de premier terme
$v_0 = u_0 - 10 = -3 - 10 = -13$

2. $v_n = v_0 \times q^n = -13 \times 0{,}5^n$
$u_n = v_n + 10 = -13 \times 0{,}5^n + 10$

Corrigé exercice 83 :

1. a. $a_1 = \frac{75}{100} \times 3\ 000 + 500 = 2\ 750$

   $a_2 = \frac{75}{100} \times 2\ 750 + 500 \approx 2562$

   b. Comme durant l'année 2017$+n$, 75 % des adhérents renouvellent leur inscription, il reste $0,75a_n$ adhérents par rapport à l'année précédente auxquels s'ajoutent les 500 nouveaux.
   On a donc, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $a_{n+1} = 0,75a_n + 500$.

2. $b_n = a_n - 2\ 000$

   a. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $b_{n+1} = a_{n+1} - 2\ 000$ soit
   $b_{n+1} = 0,75a_n + 500 - 2\ 000$
   $b_{n+1} = 0,75a_n - 1\ 500$
   $$b_{n+1} = 0,75\left(a_n - \frac{1\,500}{0,75}\right) = 0,75(a_n - 2\ 000) = 0,75b_n$$
   La suite (b_n) est donc géométrique de raison $q = 0,75$ et de premier terme $b_0 = 3\ 000 - 2\ 000 = 1\ 000$.

   b. On a donc, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $b_n = 1\ 000 \times 0,75^n$ et
   $a_n = 1\ 000 \times 0,75^n + 2\ 000$.

   c. Comme $0 < q < 1$, la suite $(0,75^n)$ est décroissante.
   En multipliant la suite $(0,75^n)$ par $1\,000 > 0$, on ne change pas le sens de variation, donc (b_n) est décroissante.
   Puis en ajoutant $2\,000$, le sens de variation n'est également pas modifié. La suite
   $2\,000$, le sens de variation n'est également pas modifié. La suite (a_n) est donc également décroissante.

   d. Comme $0 < q < 1$, on sait que la suite (b_n) tend vers 0 lorsque n tend vers l'infini.
   On peut en déduire que la suite (a_n) a pour limite 2 000 quand n tend vers l'infini.

3. a. L'algorithme permet de calculer la plus petite valeur n pour laquelle le nombre d'adhésions sera inférieur à 2 100.

4. b. En programmant l'algorithme sous Python ou à l'aide de la calculatrice, on trouve $n = 9$.

```
n = 0
A = 3000
while A > 2100:
  A = 0.75*A + 500
  n = n + 1
print(n)
```

deg SUITES

Suites | Graphique | Tableau

Regler l'intervalle

2	2562.5
3	2421.875
4	2316.406
5	2237.305
6	2177.979
7	2133.484
8	2100.113
9	2075.085
10	2056.314

Au bout de 9 ans, soit en 2026, il y aura moins de 2100 adhérents.

Corrigé exercice 85 :

1.
   a. On définit la suite (C_n) par $C_0 = 8000$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $C_{n+1} = 1,038C_n - 76$.
   b. Pour tout $n \in \mathbb{N}$,
   $D_{n+1} = C_{n+1} - 2\ 000 = 1,038C_n - 76 - 2\ 000 = 1,038C_n - 2\ 076$
   $= 1,038\left(C_n - \frac{2\,076}{1,038}\right) = 1,038(C_n - 2\,000) = 1,038D_n$
   La suite (D_n) est donc géométrique de raison $q = 1,038$ et de premier terme $D_0 = 8\,000 - 2\,000 = 6\,000$.
   c. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $D_n = 6\ 000 \times 1,038^n$ donc $C_n = 6\ 000 \times 1,038^n + 2\ 000$
   d'où
   $C_{10} = 6\ 000 \times 1,038^{10} + 2\ 000$
   $C_{10} \approx 10\ 712$
   Au bout de 10 ans, Perrine aura épargné environ 10 712 €.

2. $8\ 000 + \frac{50}{100} \times 8\ 000 = 12\ 000$

   Si le capital augmente de 50 %, il doit atteindre 12 000 €.
   On résout donc $6\ 000 \times 1,038^n + 2\ 000 \geq 12\ 000$.
   $\iff 6\ 000 \times 1,038^n \geq 10\ 000 \iff 1,038^n \geq \frac{10\ 000}{6\ 000}$
   $\iff 1,038^n \geq \frac{5}{3}$
   Avec la calculatrice on trouve $n = 14$.
   Au bout de 14 ans, le capital de Perrine aura augmenté de 50 %.