Corrigé exercice 26 :

1. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = u_n + 3$

   $u_0 = 2$
   $u_1 = u_0 + 3 = 2 + 3 = 5$
   $u_2 = u_1 + 3 = 5 + 3 = 8$
   $u_3 = u_2 + 3 = 8 + 3 = 11$
   $u_4 = u_3 + 3 = 11 + 3 = 14$

2. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = u_n - 3$

   $u_0 = 4$
   $u_1 = u_0 - 3 = 4 - 3 = 1$
   $u_2 = u_1 - 3 = 1 - 3 = -2$
   $u_3 = u_2 - 3 = -2 - 3 = -5$
   $u_4 = u_3 - 3 = -5 - 3 = -8$

3. Pour tout entier $n \geqslant 1$, $u_{n+1} = u_n + \frac{1}{2}$

   $u_1 = 3$
   $u_2 = u_1 + \frac{1}{2} = 3 + \frac{1}{2} = \frac{7}{2}$
   $u_3 = u_2 + \frac{1}{2} = \frac{7}{2} + \frac{1}{2} = \frac{8}{2} = 4$
   $u_4 = u_3 + \frac{1}{2} = 4 + \frac{1}{2} = \frac{9}{2}$
   $u_5 = u_4 + \frac{1}{2} = \frac{9}{2} + \frac{1}{2} = \frac{10}{2} = 5$

4. Pour tout entier $n \geqslant 1$, $u_{n+1} = u_n + \frac{1}{2}$

   $u_1 = \frac{3}{4}$
   $u_2 = u_1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{4} + \frac{1}{2} = \frac{5}{4}$
   $u_3 = u_2 + \frac{1}{2} = \frac{5}{4} + \frac{1}{2} = \frac{7}{4}$
   $u_4 = u_3 + \frac{1}{2} = \frac{7}{4} + \frac{1}{2} = \frac{9}{4}$
   $u_5 = u_4 + \frac{1}{2} = \frac{9}{4} + \frac{1}{2} = \frac{11}{4}$

Corrigé exercice 28 :

La suite étant arithmétique, on sait que le terme général peut s'écrire sous la forme $u_n = u_p + (n-p)r$. On obtient donc :

1. Pour tout entier $n \in \mathbb{N}$, $u_n = u_2 + (n-2) \times r$ donc $u_n = 2 + 4(n-2) = 4n - 6$
2. Pour tout entier $n \in \mathbb{N}$, $u_n = u_5 + (n-5) \times r$ donc $u_n = 7 - \frac{1}{2}(n-5) = -\frac{1}{2}n + \frac{19}{2}$
3. Pour tout entier $n \in \mathbb{N}$, $n \in \mathbb{N}$, $u_n = u_3 + (n-3) \times r$ donc
   $u_n = 4 + 12(n-3) = 12n - 32$
4. Pour tout entier, $n \in \mathbb{N}$, $u_n = u_8 + (n-8) \times r$ donc
   $u_n = \frac{37}{2} - \frac{1}{4}(n-8) = -\frac{1}{4}n + \frac{41}{2}$

Corrigé exercice 29 :

1. Pour tout entier, $n \in \mathbb{N}$, $v_{n+1} = 4 \times v_n$.
   $v_0 = 3$
   $v_1 = 4 \times 3 = 12$
   $v_2 = 4 \times 12 = 48$
   $v_3 = 4 \times 48 = 192$
   $v_4 = 4 \times 192 = 768$
2. Pour tout entier, $n \in \mathbb{N}$, $v_{n+1} = -3 \times v_n$
   $v_0 = 2$
   $v_1 = -3 \times 2 = -6$
   $v_2 = -3 \times (-6) = 18$
   $v_3 = -3 \times 18 = -54$
   $v_4 = -3 \times (-54) = 162 v_4 = -3 \times (-54) = 162$
3. Pour tout entier $n \in \mathbb{N}$, $v_{n+1} = \frac{1}{2} \times v_n$
   $v_0 = 5$
   $v_1 = \frac{1}{2} \times 5 = \frac{5}{2}$
   $v_2 = \frac{1}{2} \times \frac{5}{2} = \frac{5}{4}$
   $v_3 = \frac{1}{2} \times \frac{5}{4} = \frac{5}{8}$
   $v_4 = \frac{1}{2} \times \frac{5}{8} = \frac{5}{16}$
4. Pour tout entier, $n \in \mathbb{N}$, $v_{n+1} = 2 \times v_n$
   $v_0 = -\frac{1}{4}$
   $v_1 = 2 \times \left(-\frac{1}{4}\right) = -\frac{1}{2}$
   $v_2 = 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -1$

   $v_3 = 2 \times (-1) = -2$
   $v_4 = 2 \times (-2) = -4$

Corrigé exercice 31 :

La suite étant géométrique, on sait que le terme général peut s'écrire sous la forme $u_n = u_p \times q^{n-p}$. On obtient donc :

1. Pour tout entier $n \in \mathbb{N}$, $v_n = v_2 \times q^{n-2}$ soit $v_n = 2 \times (-3)^{n-2} = 2 \times (-3)^n \times (-3)^{-2}$
   D'où $v_n = \frac{2}{9} \times (-3)^n$
2. Pour tout entier $n \in \mathbb{N}$, $v_n = v_5 \times q^{n-5}$ soit $v_n = -3 \times 2^{n-5} = -3 \times 2^n \times 2^{-5}$
   D'où $v_n = -\frac{3}{32} \times 2^n$
3. Pour tout entier $n \in \mathbb{N}$, $v_n = v_1 \times q^{n-1}$ soit
   $v_n = -1 \times \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} = -1 \times \left(\frac{1}{3}\right)^n \times \left(\frac{1}{3}\right)^{-1}$
   D'où $v_n = -3 \times \left(\frac{1}{3}\right)^n$
4. Pour tout entier $n \in \mathbb{N}$, $v_n = v_{10} \times q^{n-10}$ soit
   $v_n = \frac{1}{6} \times (-1)^{n-10} = \frac{1}{6} \times (-1)^n \times (-1)^{-10}$
   D'où $v_n = \frac{1}{6} \times (-1)^n$ car $(-1)^{-10} = 1$.

Corrigé exercice 56 :

La suite étant arithmétique, on sait que le terme général peut s'écrire sous la forme $u_n = u_p + (n-p)r$. On obtient :

a. $u_8 = u_3 + (8-3) \times r$ soit $24 = 4 + 5r \iff 20 = 5r \iff r = 4$.
   $u_0 = u_3 + (0-3)r \iff u_0 = 4 - 3 \times 4 = -8$
   Donc $u_n = -8 + 4n$

b. $u_9 = u_5 + (9-5) \times r$ soit $\frac{1}{4} = \frac{7}{4} + 4r \iff -\frac{6}{4} = 4r \iff r = -\frac{6}{16} = -\frac{3}{8}$.
   $u_0 = u_5 + (0-5)r \iff u_0 = \frac{7}{4} - 5 \times \left(-\frac{3}{8}\right) = \frac{29}{8}$
   Donc $u_n = \frac{29}{8} - \frac{3}{8}n$

c. $u_{32} = u_{13} + (32-13) \times r$ soit $-7 = 16 + 19r \iff -23 = 19r \iff r = -\frac{23}{19}$
   $u_0 = u_{13} + (0-13)r \iff u_0 = 16 - 13 \times \left(-\frac{23}{19}\right) = \frac{603}{19}$
   Donc $u_n = \frac{603}{19} - \frac{23}{19}n$

d. $u_{100} = u_{50} + (100-50) \times r$ soit $309 = 159 + 50r \iff 150 = 50r \iff r = 3$.
   $u_0 = u_{50} + (0-50)r \iff u_0 = 159 - 50 \times 3 = 9$
   Donc $u_n = 9 + 3n$

Corrigé exercice 59 :

1. $u_0 = 1\ 000$

   $u_1 = 1\ 000 + \dfrac{5}{100} \times 1\ 000 = 1\ 050$

   $u_2 = 1\ 050 + \dfrac{5}{100} \times 1\ 000 = 1\ 100$

   $u_3 = 1\ 100 + \dfrac{5}{100} \times 1\ 000 = 1\ 150$

2. Pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = u_n + \dfrac{5}{100} \times 1\ 000 = u_n + 50$.
3. $u_{n+1} - u_n = 50$. La suite est donc arithmétique de raison 50 et de premier terme $u_0 = 1\ 000$.
4. On sait que la suite est arithmétique de raison 50 et de premier terme $u_0 = 1\ 000$ donc, pour tout entier naturel n, $u_n = 1\ 000 + 50n$.
5. On veut trouver n tel que $u_n = 2\ 000$ soit :

   $1\ 000 + 50n = 2\ 000 \iff 50n = 1\ 000 \iff n = 20$.

   $1\ 000 + 50n = 2\ 000 \iff 50n = 1\ 000 \iff n = 20$.

   Au bout de 20 ans, le capital de Lorentz aura doublé.

Corrigé exercice 67 :

1. $f_0 = 9\ 000$

   En 2018, on a $f_1 = 9\ 000 + 1\ 500 = 10\ 500$ abonnés.

   En 2019, on a $f_2 = 10\ 500 + 1\ 500 = 12\ 000$ abonnés.
2. $f_{n+1} = f_n + 1\ 500$
3. La suite est arithmétique de raison $r = 1\ 500$ et de premier terme $f_0 = 9\ 000$.

   Donc $f_n = 9\ 000 + 1\ 500n$.
4. Comme la raison est $r = 1\ 500$, la suite est croissante et n'admet pas de maximum.

   On pourra donc tripler les abonnés de 2017.

   On résout $9\ 000 + 1\ 500n \geq 27\ 000$

   $\iff 1\ 500n \geq 18\ 000$

   $\iff n \geq \dfrac{18\ 000}{1\ 500} \iff n \geq 12$.

   En 2029, le nombre d'abonnés aura triplé.

Corrigé exercice 74 :

1. Le deuxième jour, on a :

   $20 + \dfrac{15}{100} \times 20 = 20 \times \left(1 + \dfrac{15}{100}\right) = 20 \times 1,15 = 23$ mm² de peau.

   Le troisième jour, on a :

   $23 + \dfrac{15}{100} \times 23 = 23 \times 1,15 = 26,45$ mm² de peau.
2. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_{n+1} = v_n + \dfrac{15}{100} v_n = 1,15 v_n$.
3. La suite est donc géométrique de raison $q = 1,15$ et de premier terme $v_0 = 20$.
4. On a donc, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_n = 20 \times 1,15^n$.
5. On doit résoudre $v_n \geq 1\ 000 \iff 20 \times 1,15^n \geq 1\ 000 \iff 1,15^n \geq 50$.

   Avec la calculatrice, on trouve $1,15^{27} \approx 43,54$ et $1,15^{28} = 50,07$.

   Il faut donc 28 jours pour pouvoir greffer la surface nécessaire.

Corrigé exercice 75 :

1. $T_1 = 4 - 0,214 \times 4 = 0,786 \times 4 = 3,144$
   $T_2 = 0,786 \times 3,144 = 2,471\,184$
2. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $T_{n+1} = 0,786T_n$.
   La suite est donc géométrique de raison $q = 0,786$ et de premier $T_0 = 4$.
3. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $T_n = 4 \times 0,786^n$
4. La suite étant décroissante puisque $0 < q < 1$, on pourra atteindre une capacité de 32 Go = 32 000 Mo.
   On résout $20000 \times 4 \times 0,786^n < 32000$
   $\iff 0,786^n < 0,4 \iff n \geq 4$ avec la calculatrice car $0,786^3 \approx 0,4856$ et $0,786^4 \approx 0,3817$.
   Avec une compression de niveau 4, on peut stocker 20 000 photos sur une clé USB de capacité 32 Go.