

Correction fiche de révisions n°2
Suites arithmétiques et suites géométriques

Exercice n°1 :

En 2019, le nombre d'abonnés à une page de réseau social d'un musicien était de 6 000.

On suppose que chaque année, il obtient 750 abonnés supplémentaires.

On désigne par u_n le nombre d'abonnés en 2019 + n pour tout entier naturel n .

1. Calculer le nombre d'abonnés en 2020 et 2021.
 - $u_1 = 6000 + 750 = 6750$;
 - $u_2 = 6750 + 750 = 7500$.
2. Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n .
 $u_{n+1} = u_n + 750$.
3. Quelle est la nature de la suite (u_n) ?
 (u_n) est une suite arithmétique de raison 750 de premier terme 6 000.
4. En déduire une expression de u_n en fonction de n .
On a $u_n = 6000 + 750n$.
5. En quelle année le nombre d'abonnés aura triplé par rapport à l'année 2019?
Il faut trouver n tel que $u_n = 3 \times 6000$, soit $6000 + 750n = 18000$, donc si $750n = 12000$ ou
 $n = \frac{12000}{750} = 16$. Le nombre d'abonnés aura triplé en 2035.

Exercice n°2 :

1. **a.** Calculer u_1 et u_2 .
 - $u_1 = 300 \times 1,05 + 15 = 315 + 15 = 330$;
 - $u_2 = 330 \times 1,05 + 15 = 346,5 + 15 = 361,5$.**b.** Montrer que la suite (u_n) ainsi définie, n'est ni arithmétique ni géométrique.
 - $u_1 - u_0 = 30$ et $u_2 - u_1 = 31,5$: la suite n'est pas arithmétique.
 - $\frac{u_1}{u_0} = \frac{330}{300} = 1,1$ et $\frac{u_2}{u_1} = \frac{361,5}{330} \approx 1,095$: la suite n'est pas géométrique.
2. **a.** $v_0 = u_0 + 300 = 600$
 $v_{n+1} = u_{n+1} + 300 = 1,05u_n + 15 + 300 = 1,05u_n + 315$
or $u_n = v_n - 300$ donc $v_{n+1} = 1,05(v_n - 300) + 315 = 1,05v_n - 315 + 315 = 1,05v_n$
 (v_n) est donc une suite géométrique de raison 1,05

b. On déduit de la question précédente que $v_n = 600 \times 1,05^n$
donc $u_n = v_n - 300 = 600 \times 1,05^n - 300$
3. $u_8 = 600 \times 1,05^8 - 300 = 586,47$
La surface n'aura donc pas doublé.

Exercice n°3 :

1. Montrer que la suite (u_n) est une suite géométrique dont on donnera la raison.

Ajouter 3,7 %, c'est multiplier par $1 + \frac{3,7}{100} = 1 + 0,037 = 1,037$.

On a donc pour tout naturel n , $u_{n+1} = 1,037u_n$: la suite (u_n) est une suite géométrique de premier terme $u_0 = 187$ et de raison 1,037.

2. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, exprimer u_n en fonction de n .

On sait qu'alors qu'avec q comme raison $u_n = u_0 \times q^n$, que q soit le naturel n .

Ici $u_n = 187 \times 1,037^n$.

3. Étudier le sens de variation de la suite (u_n) .

$u_{n+1} = 1,037u_n \iff \frac{u_{n+1}}{u_n} = 1,037 > 1$: la suite est donc croissante.

4. Selon cette estimation, calculer la production mondiale de plastique en 2019. Arrondir au million de tonnes.

2019 correspond à $n = 19$, donc $u_{19} = 187 \times 1,037^{19} \approx 372,9$, donc environ 373 millions au million près.

5. Calculons la production totale de plastique de 2000 à 2019 :

$$u_0 + u_1 + \dots + u_{19} = 187 \times \frac{1 - 1,037^{20}}{1 - 1,037} \approx 5398,32$$

20% de cette quantité se retrouve dans les océans et 30% de ces déchets reste en surface (70% coule)
 $5398,32 \times 0,2 \times 0,3 \approx 323,9$, soit 324 millions au million près

Exercice n°4 :

Partie A

Soit (u_n) une suite géométrique de raison 2 de premier terme $u_0 = 0,2$.

1. On sait que pour une suite géométrique de premier terme u_0 et de raison q , le terme général de rang $n + 1$, s'écrit $u_n = u_0 \times q^n$.
 - Donc $u_8 = 0,2 \times 2^{18} = 0,2 \times 262\,144 = 52\,428,8$.
 - $u_{50} = 0,2 \times 2^{50} \approx 225\,179\,981\,368\,520$.
2. $u_0 + u_1 + \dots + u_{18} = 0,2 \times \frac{1-2^{19}}{1-2} = 104\,857,4$
- 3.

$U \leftarrow 0,2$
 $S \leftarrow 0,2$
 $N \leftarrow 0$

Tant que $S < 100\,000$

$U \leftarrow U * 2$
 $S \leftarrow S + U$
 $N \leftarrow N + 1$

Fin tant que
Afficher N

Partie B

Claude a donné 20 centimes d'euros (soit 0,20 €) à son petit-enfant Camille pour sa naissance. Ensuite, Claude a doublé le montant offert d'une année sur l'autre pour chaque anniversaire jusqu'aux 18 ans de Camille.

La somme totale versée par Claude à Camille permet-elle de payer un appartement à Angers d'une valeur de 100 000 €?

On retrouve dans les sommes versées par Claude exactement les premiers termes de la suite de la partie A et le total des sommes versées d'après le résultat de la question 3 de la partie A est 104 857,40 €. Camille pourra donc acheter l'appartement.