

Déterminer les coordonnées d'un point d'intersection

Exemple:

On considère les droites (d_1) et (d_2) d'équations cartésiennes respectives:

$$3x - 2y + 4 = 0 \quad \text{et} \quad 5x + 6y - 68 = 0.$$

1. Justifier que les droites (d_1) et (d_2) sont sécantes.
2. Déterminer les coordonnées du point d'intersection entre ces deux droites.

1. $\vec{u}_1(2;3)$ est un vecteur directeur de (d_1)

$\vec{u}_2(-6;5)$ est un vecteur directeur de (d_2)

$\det(\vec{u}_1; \vec{u}_2) = 2 \times 5 - (-6) \times 3 = 28$ donc les vecteurs \vec{u}_1 et \vec{u}_2 ne sont pas colinéaires donc (d_1) et (d_2) sont sécantes.

2. Appelons $M(x; y)$ le point d'intersection entre (d_1) et (d_2) . Alors M appartient à la fois à (d_1) et (d_2) et les coordonnées de M doivent vérifier:

$$\begin{cases} 3x - 2y + 4 = 0 \\ 5x + 6y - 68 = 0 \end{cases} \quad \text{multiplions par 3 la première ligne :} \quad \begin{cases} 9x - 6y + 12 = 0 \\ 5x + 6y - 68 = 0 \end{cases}$$

$$\text{Additionnons les lignes entre elles:} \quad \begin{cases} 14x - 56 = 0 \\ 5x + 6y - 68 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 4 \\ 5 \times 4 + 6y - 68 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 4 \\ 6y - 48 = 0 \\ x = 4 \\ y = 8 \end{cases}$$

M a pour coordonnées $(4; 8)$

Exercice 1:

On considère les droites (d_1) et (d_2) d'équations cartésiennes respectives:

$$x - 5y + 3 = 0 \quad \text{et} \quad 2x - 3y + 6 = 0.$$

1. Justifier que les droites (d_1) et (d_2) sont sécantes.
2. Déterminer les coordonnées du point d'intersection entre ces deux droites.

Exercice 2:

On considère la droite d d'équation $x + y - 1 = 0$ et le point $A(1; 4)$. Soit H le projeté orthogonal de A sur d .

1. Déterminer une équation cartésienne de la droite Δ , perpendiculaire à d passant par A.
2. En déduire les coordonnées de H.

Exercice 3:

On considère la droite d d'équation $x + 2y - 4 = 0$ et le point $A(3; 3)$. Soit H le projeté orthogonal de A sur d .

1. Déterminer une équation cartésienne de la droite Δ , perpendiculaire à d passant par A.
2. En déduire les coordonnées de H.