

1、玻璃杯成箱出售，每箱 20 只。已知任取一箱，箱中仅可能有 0、1、2 只残次品，其概率相应为 0.8、0.1 和 0.1，某顾客欲购买一箱玻璃杯，在购买时，售货员随意取一箱，而顾客随机地察看 4 只，若无残次品，则买下该箱玻璃杯，否则退回。试求：(1) 顾客买下该箱的概率 α ；(2) 在顾客买下的该箱中，没有残次品的概率 β 。

2、设二维随机变量 (X, Y) 在区

$$G = \{(x, y) \mid y < x, y > x^2\}$$

上服从均匀分布。(1) 求 (X, Y) 的联合概率密度；

(2) 求 (X, Y) 关于 X 、 Y 的边缘概率密度；

(3) 判断 X 与 Y 的独立性。

3、已知 (X, Y) 的概率密度函数为

$$f(x, y) = \begin{cases} x + y, & 0 < x < 1, 0 < y < 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}.$$

(1) 求 X 与 Y 的相关系数 ρ_{XY} ;

(2) 试判断 X 与 Y 的独立性。

4. 一大批鸡蛋中有 15% 是莱克亨品种, 单枚重量 X (克) 服从正态分布 $N(60, 5^2)$, 其余 85% 是当地品种, 单枚重量 Y (克) 服从正态分布 $N(50, 6^2)$. (1) 从这批鸡蛋中任取 1 枚, 其重量小于 60 克的概率是多少? (2) 从这批鸡蛋中抽取 500 枚, 试用中心极限定理近似计算单枚重量大于 60 克的鸡蛋数不低于 80 枚的概率是多少?

5. (15) 设 X_1, X_2, \dots, X_n 是取自正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的样本, 其中 μ 已知, $\sigma^2 > 0$ 为待估参数, 求 (1) σ^2 的极大似然估计量; (2) $E(\sigma^2)$; (3) $1/\sigma^2$ 的极大似然估计.

6. 某厂用自动包装机装箱, 在正常情况下, 每箱重量服从正态分布 $N(100, \sigma^2)$. 某日开工后, 随机抽查 10 箱, 重量如下 (单位: 斤): 99.3, 98.9, 100.5, 100.1, 99.9, 99.7, 100.0, 100.2, 99.5, 100.9. 问该日每箱重量的数学期望是否显著降低? ($\alpha = 0.05$)

7. 求随机相位正弦波 $X(t) = a \cos(\omega t + \Theta)$, $\Theta \sim U(0, 2\pi)$ 的均值函数、相关函数和协方差函数, 并判断 $X(t)$ 是否为一个平稳过程.

8. 设 $X(t) = U \cos t + V \sin t$, 其中随机变量 U 和 V 相互独立, 都服从正态分布 $N(0, \sigma^2)$, 判断 (1) $X(t)$ 是否为平稳过程, (2) $X(t)$ 的均值是否具有各态历经性. (3) $X(t)$ 是一个正态过程.