天线与电波传播

郭璐

南京理工大学，电光学院通信工程系

2023年春季学期

办公室: 电光院A342

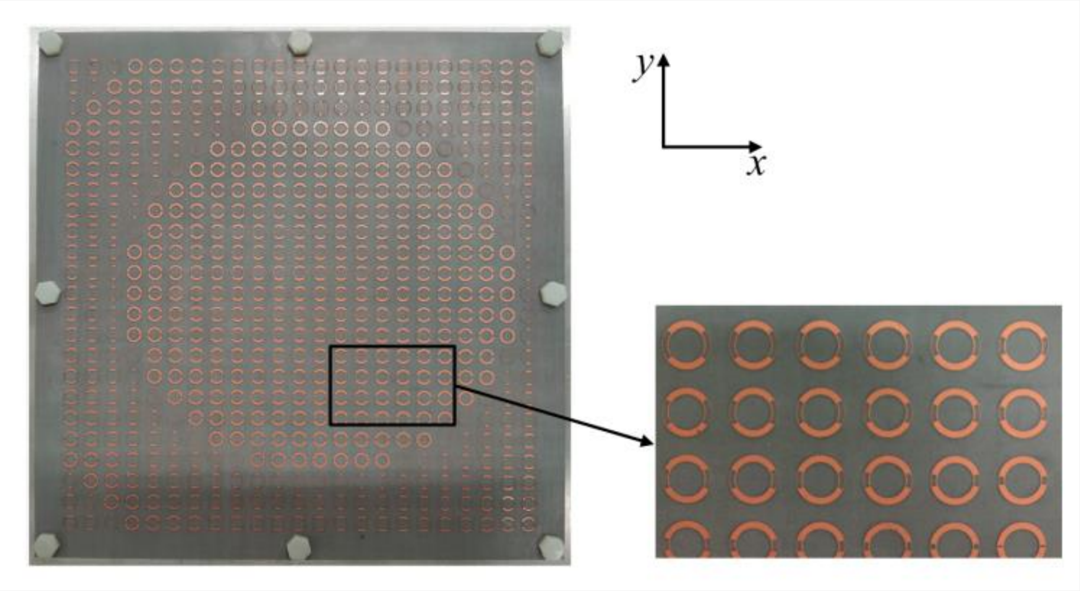
Email: lu.guo@njust.edu.cn

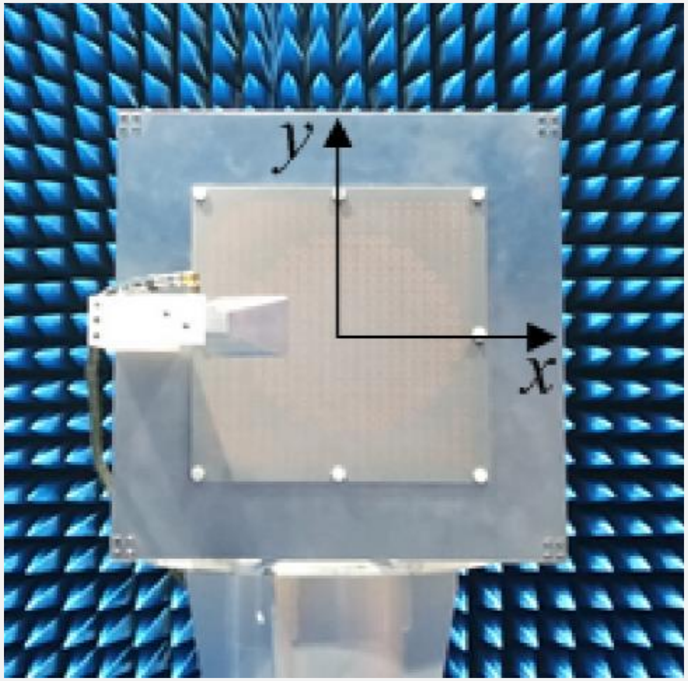
第1章 天线基础知识

1.5 天线阵的方向性

单个天线的方向性是有限的，为了加强天线的定向辐射能力，可以采用天线阵(Arrays)。**天线阵**就是将若干个单元天线按一定方式排列而成的天线系统。排列方式可以是**直线阵**、**平面阵**和**立体阵**。实际的天线阵多用相似元组成。所谓**相似元**，是指各阵元的类型、尺寸相同，架设方位相同。天线阵的辐射场是各单元天线辐射场的矢量和。只要调整好各单元天线辐射场之间的相位差，就可以得到所需要的、更强的方向性。

直线阵





平面阵

立体阵

1.5.1 二元阵的方向性

★ 1.方向图乘积定理（Pattern Multiplication）

顾名思义，二元阵（Two Element Array）是指组成天线阵的单元天线只有两个。虽然它是最简单的天线阵列，但是关于其方向性的讨论却适用于多元阵。

如图1—5—1所示，假设有两个相似元以间隔距离*d*放置在*y*轴上构成一个二元阵，以天线1为参考天线，天线2相对于天线1的电流关系为

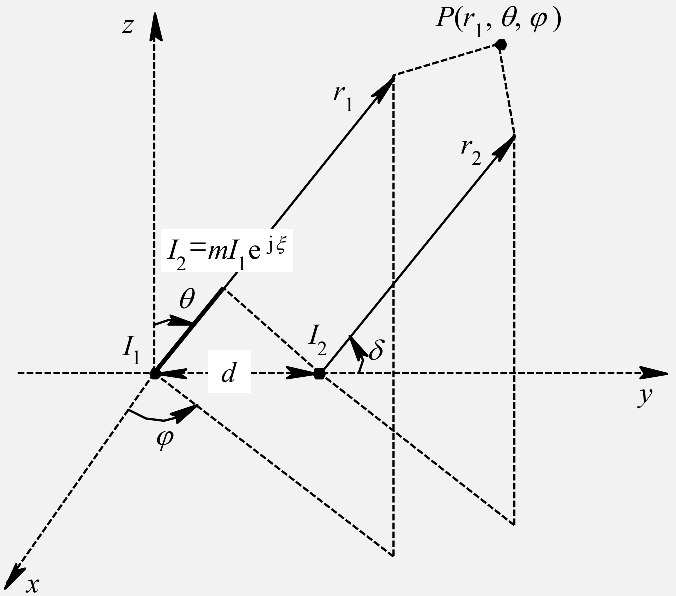


图1—5—1　二元阵的辐射

$$I_2 = mI_1e^{j\xi} \qquad （1—5—1）$$

式中m、ξ是实数。此式表明，天线2上的电流振幅是天线1的m倍，而其相位以相角ξ超前于天线1。

由于两天线空间取向一致，并且结构完全相同，因此对于远区辐射场而言，在可以认定它们到观察点的电波射线足够平行的前提下，两天线在观察点$P(r_1,\theta,\varphi)$处产生的电场矢量方向相同，且相应的方向函数相等。即

$$E(\theta,\varphi)=E_1(\theta,\varphi)+E_2(\theta,\varphi) \qquad (1—5—2)$$

$$f_1(\theta,\varphi)=f_2(\theta,\varphi) \qquad (1—5—3)$$

式中

$$E_1(\theta,\varphi)=\frac{60I_{m1}}{r_1}f_1(\theta,\varphi)e^{-jkr_1},E_2(\theta,\varphi)=\frac{60I_{m2}}{r_2}f_2(\theta,\varphi)e^{-jkr_2}$$

若忽略传播路径不同对振幅的影响，则

$$\frac{1}{r_1} \approx \frac{1}{r_2}$$

仍然选取天线1为相位参考天线，不计天线阵元间的耦合，则观察点处的合成场为

$$E(\theta,\varphi) = E_1(\theta,\varphi) + E_2(\theta,\varphi) = E_1(\theta,\varphi)(1 + me^{j[\xi + k(r_1 - r_2)]})$$

在上式中，令r_1-r_2=Δr，则

★ $$\Psi = \xi + k(r_1\text{-}r_2) = \xi + k\Delta r \qquad (1—5—5)$$

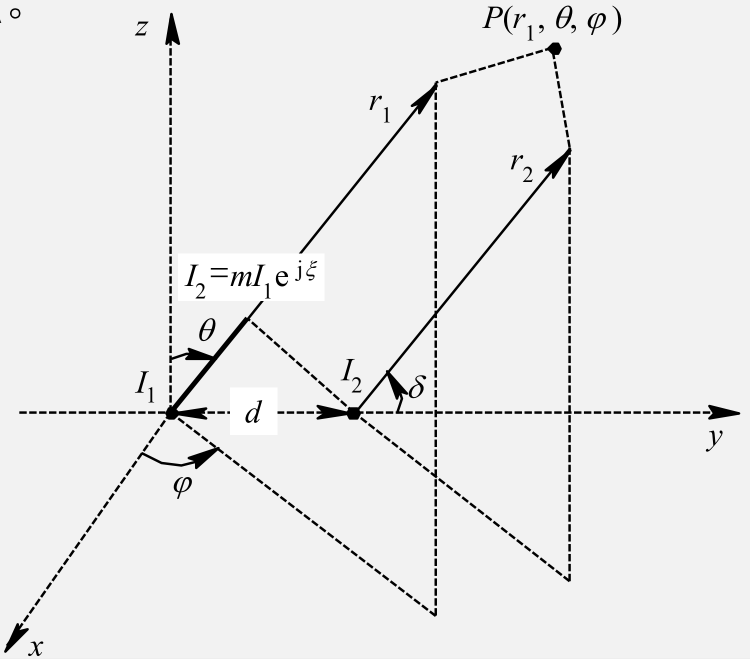
于是

$$E(\theta,\varphi)=E_1(\theta,\varphi)(1+me^{j\Psi}) \qquad (1—5—6)$$

式（1—5—5）中的Ψ代表了天线2在(θ,φ)方向上相对于天线1的相位差。它由两部分组成，一是电流的初始激励相位差，是一个常数，不随方位而变；二是由路径差导致的波程差，只与空间方位有关。在图1—5—1的坐标系中，路径差

$$\Delta r=d\cos\delta \qquad (1—5—7)$$

式中δ为电波射线与天线阵轴线之间的夹角。Δr在坐标系中的具体表达式，依赖于具体的排阵方式。



根据式（1—5—6），如果以天线1为计算方向函数的参考天线，将式（1—5—6）的两边同时除以$60I_{m1}/r_1$，则天线阵的合成方向函数$f(\theta,\varphi)$写为

★ $$f(\theta,\varphi)=f_1(\theta,\varphi)\times f_a(\theta,\varphi) \qquad (1—5—8)$$

其中

★ $$f_a(\theta,\varphi) = |1+me^{j\Psi}| = \mathrm{sqrt}(1+m^2+2m\cos\Psi)$$

（1—5—9）

式（1—5—8）表明，天线阵的方向函数可以由两项相乘而得。

第一项$f_1(\theta,\varphi)$称为元因子（Primary Pattern），它与单元天线的结构及架设方位有关；第二项$f_a(\theta,\varphi)$称为阵因子（Array Pattern），取决于两天线的电流比以及相对位置，与单元天线无关。也就是说，由相似元组成的二元阵，其方向函数（或方向图）等于单元天线的方向函数（或方向图）与阵因子（或方向图）的乘积，这就是方向图乘积定理。它在分析天线阵的方向性时有很大作用。以后我们将会进一步了解到方向图乘积定理仍然适用于由相似元组成的多元阵。

当单元天线为点源，即$f_1(\theta,\varphi)=1$时，$f(\theta,\varphi)=f_a(\theta,\varphi)$。在形成二元阵方向性的过程中，阵因子$f_a(\theta,\varphi)$的作用十分重要。对二元阵来说，由阵因子绘出的方向图是围绕天线阵轴线回旋的空间图形。通过调整间隔距离d和电流比I_{m2}/I_{m1}，最终调整相位差$\Psi(\theta,\varphi)$，可以设计方向图形状。

由式（1—5—9），当m为正实数时，阵因子取最大值、最小值及其条件分别为

$$f_{amax}(\theta,\varphi)=1+m \quad \Psi(\theta,\varphi)=\xi+k\Delta r=\pm 2n\pi;\ n=0,1,2, \qquad (1—5—10)$$

$$f_{amin}(\theta,\varphi)=|1-m| \quad \Psi(\theta,\varphi)=\xi+k\Delta r=\pm(2n+1)\pi;$$

$$n=0,1,2, \qquad (1—5—11)$$

2.方向图乘积定理的应用实例

【例1—5—1】 如图1—5—2所示，有两个半波振子组成一个平行二元阵，其间隔距离d=0.25λ，电流比 $I_{m2}=I_{m1}e^{j\frac{\pi}{2}}$ ，求其E面(yOz)和H面的方向函数及方向图。

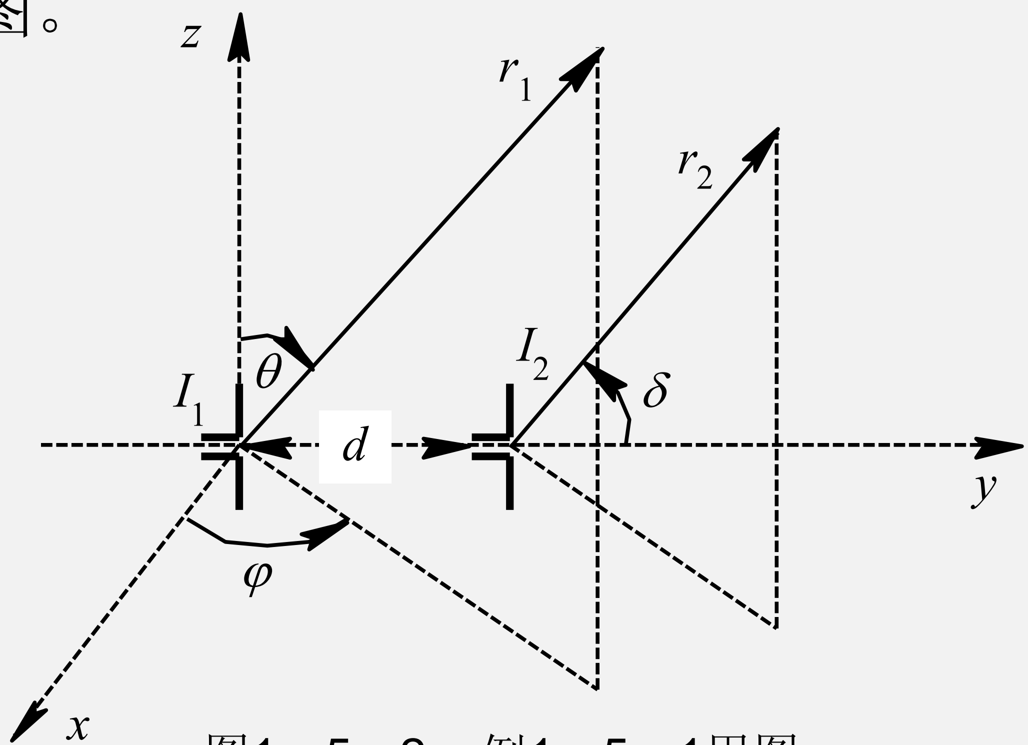


图1—5—2　例1—5—1用图

解：此题所设的二元阵属于等幅二元阵，**m=1,**这是最常见的二元阵类型。对于这样的二元阵，阵因子可以简化为

★ $$f_a(\theta,\varphi)=\left|2\cos\frac{\psi}{2}\right| \qquad (1—5—12)$$

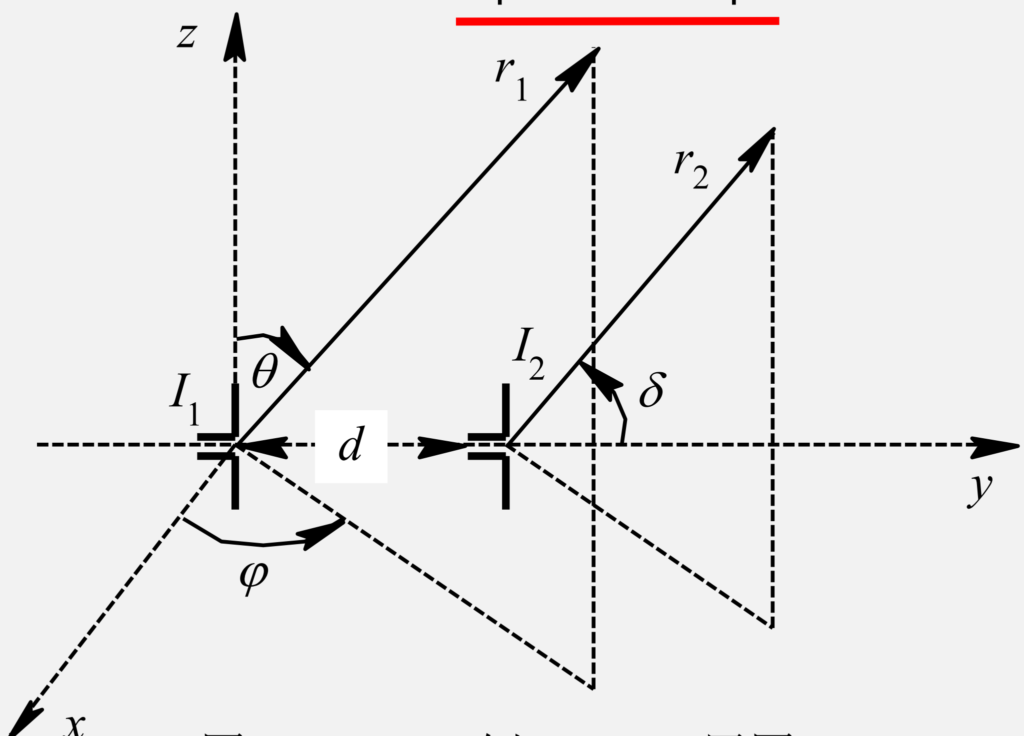


图1—5—2　例1—5—1用图

由于此题只需要讨论E面(yOz)和H面的方向性，因而下面将E面(yOz)和H面分别置于纸面，以利于求解。

1) E平面(yOz)

在单元天线确定的情况下，分析二元阵的重要工作就是首先分析阵因子，而阵因子是相位差Ψ的函数，因此有必要先求出E平面(yOz)上的相位差表达式。如图1—5—3所示，路径差

$$\Delta r = d\cos\delta = \frac{\lambda}{4}\cos\delta$$

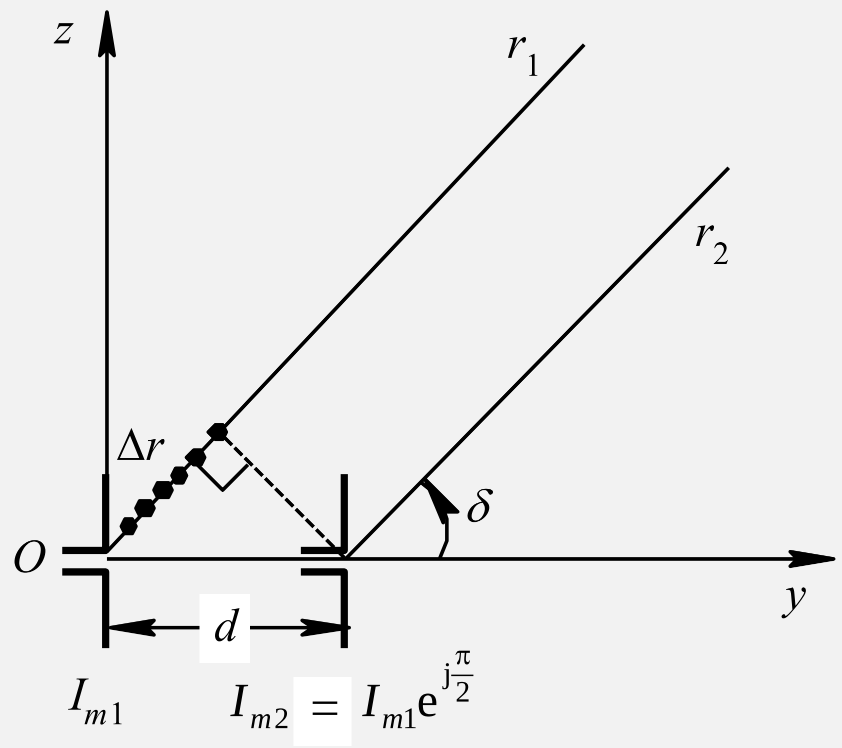


图1—5—3 例1—5—1的E平面坐标图

所以相位差为

$$\psi_E(\delta) = \frac{\pi}{2} + k\cos\delta = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2}\cos\delta$$

即在δ=0° 和δ=180° 时，Ψ_E分别为π和0，这意味着，阵因子在δ=0° 和δ=180° 方向上分别为零辐射和最大辐射。

阵因子可以写为

$$f_a(\delta) = \left|2\cos(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4}\cos\delta)\right|$$

而半波振子在*E*面的方向函数可以写为

参见（1—4—6）

$$★\ f_1(\delta) = \left| \frac{\cos(\frac{\pi}{2}\sin\delta)}{\cos\delta} \right|$$

注意夹角的定义！！！

根据方向图乘积定理，此二元阵在*E*平面(*y*O*z*)的方向函数为

$$f_E(\delta) = \left| \frac{\cos(\frac{\pi}{2}\sin\delta)}{\cos\delta} \right| \times \left| \cos(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4}\cos\delta) \right|$$

由上面的分析，可以画出E平面方向图如图1—5—4所示。图中各方向图已经归一化。

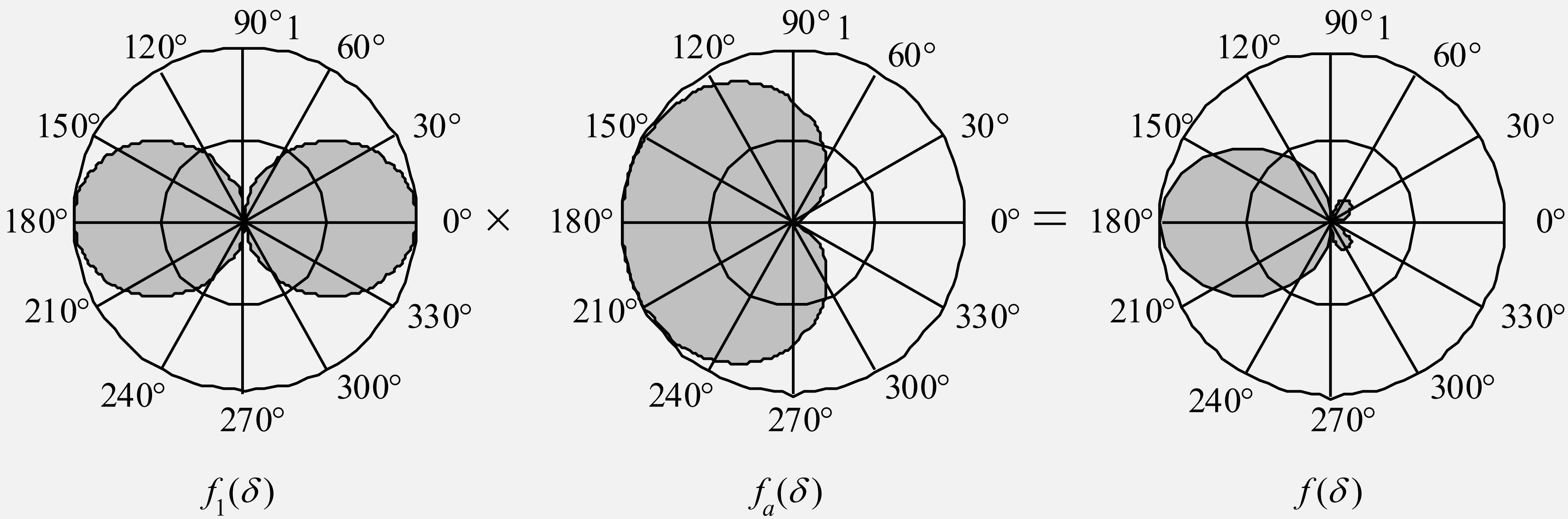


图1—5—4　例1—5—1的E平面方向图

https://mp.bookln.cn/q?c=120HHMZA0A8

2) *H*平面(xOy)

对于平行二元阵，如图1—5—5所示，*H*面阵因子的表达形式和*E*面阵因子完全一样，只是半波振子在*H*面无方向性。应用方向图乘积定理，直接写出*H*面的方向函数为

$$f_H(\delta)=1\times\left|\cos\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{4}\cos\delta\right)\right|$$

*H*面方向图如图1—5—6所示。

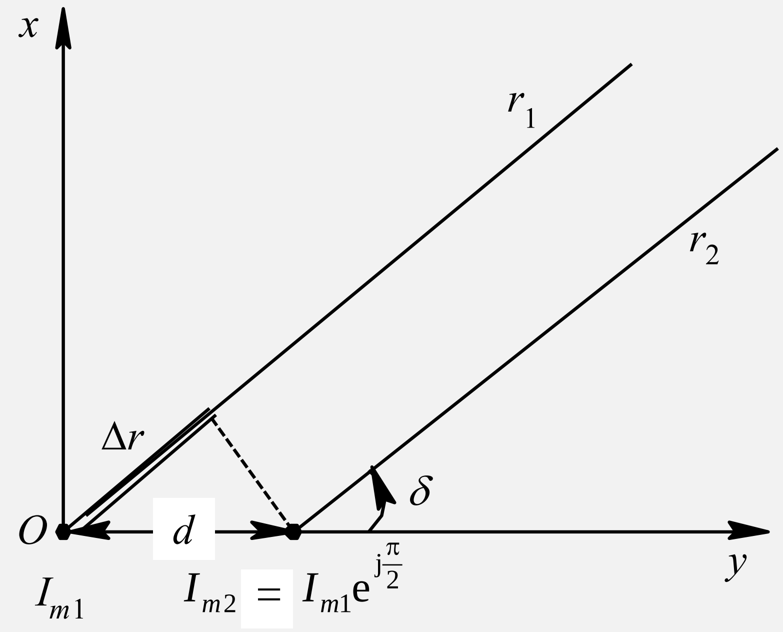


图1—5—5　例1—5—1的*H*平面坐标图

由例题的分析可以看出，在δ=180°的方向上，波程差和电流激励相位差刚好互相抵消，因此两个单元天线在此方向上的辐射场同相叠加，合成场取最大；而在δ=0°方向上，总相位差为π，因此两个单元天线在此方向上的辐射场反向相消，合成场为零，二元阵具有了单向辐射的功能，从而提高了方向性，达到了排阵的目的。

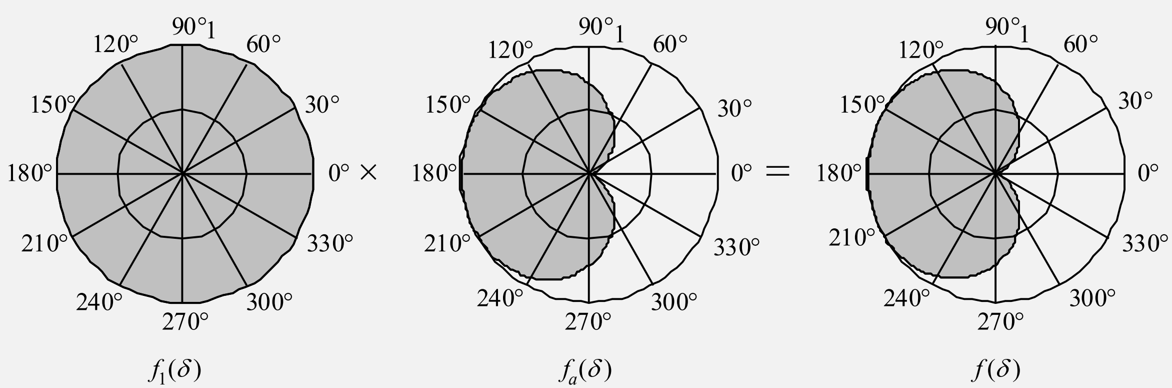


图1—5—6 例1—5—1的H平面方向图

https://mp.bookln.cn/q?c=120HHMZ97C6&_loginTime=1684717175797

★【例1—5—2】有两个半波振子组成一个共线二元阵，其间隔距离$d=\lambda$，电流比$I_{m2}=I_{m1}$，求其E面（如图1—5—7所示）和H面的方向函数及方向图。

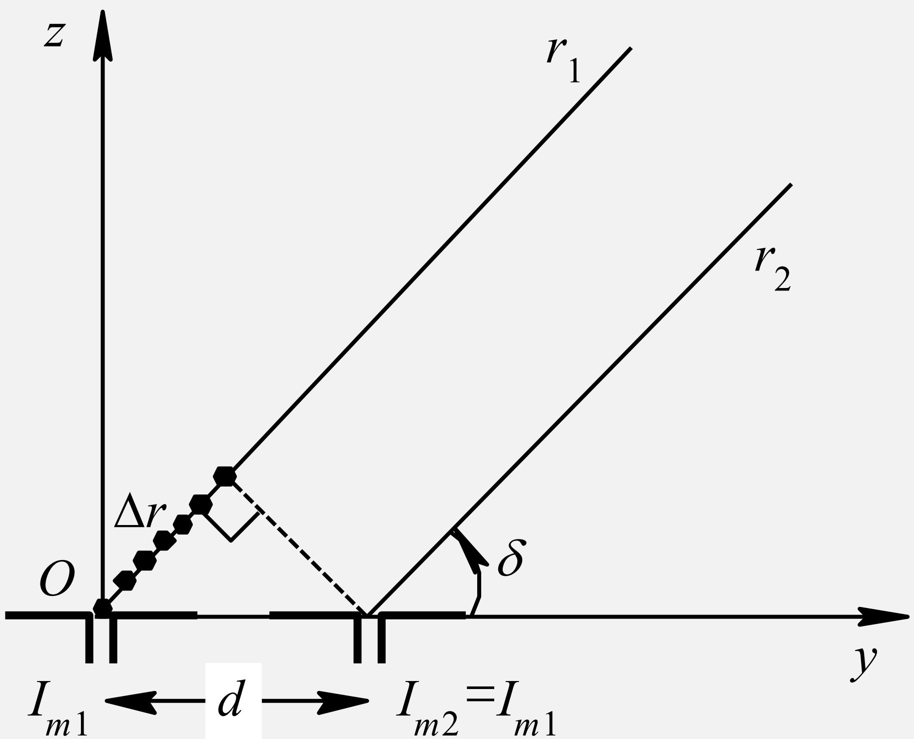


图1—5—7　例1—5—2的E平面坐标图

解：此题所设的二元阵属于等幅同相二元阵，$m=1, \xi=0$。相位差$\Psi=k\Delta r$。

1) E平面(yOz)

相位差$\Psi_E(\delta)=2\pi\cos\delta$，在$\delta=0°$、60°、90°、120°、180°时，$\Psi_E$分别为2π（最大辐射）、π（零辐射）、0（最大辐射）、-π(零辐射)、-2π(最大辐射)。

阵因子为 $f_a(\delta)=|2\cos(\pi\cos\delta)|$ 参见（1—5—12）

根据方向图乘积定理，此二元阵在E平面(yOz)的方向函数为

$$f_E(\delta)=\left|\frac{\cos(\frac{\pi}{2}\cos\delta)}{\sin\delta}\right|\times|2\cos(\pi\cos\delta)|$$

*E*面方向图如图1—5—8所示。

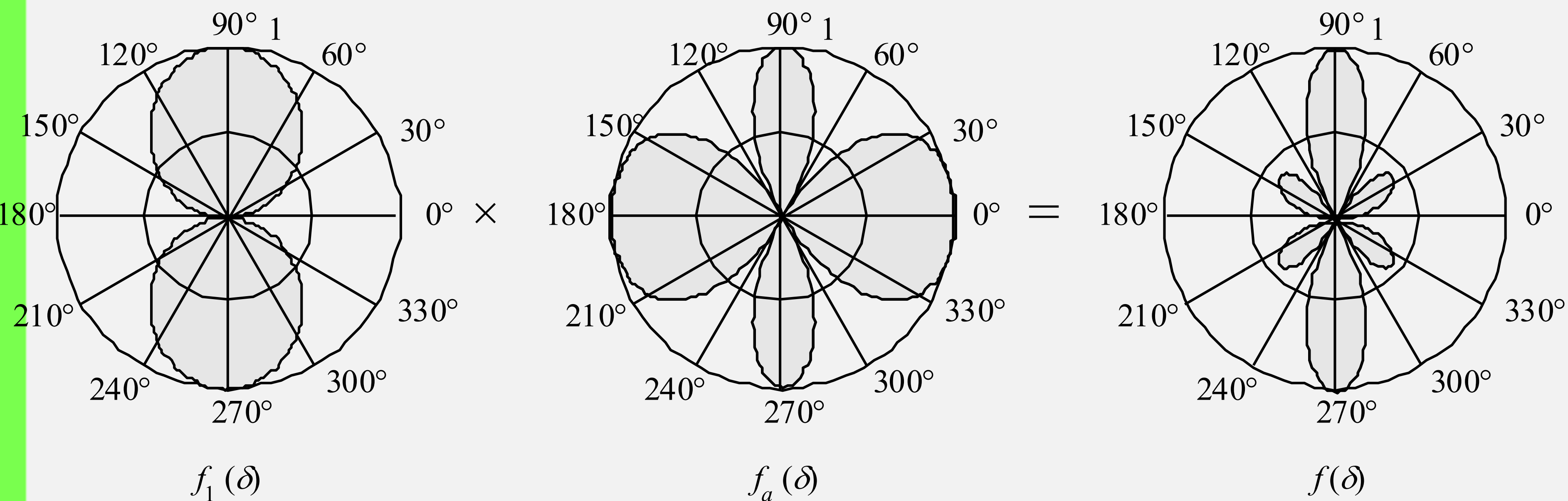


图1—5—8　例1—5—2的*E*平面方向图

2) *H*平面(*x*O*z*)

如图1—5—9所示，对于共线二元阵，$\Psi_H(\alpha)=0$，*H*面阵因子无方向性。应用方向图乘积定理，直接写出*H*面的方向函数为

$$f_H(\alpha)=1\times 2=2$$

所以*H*面方向图为圆。

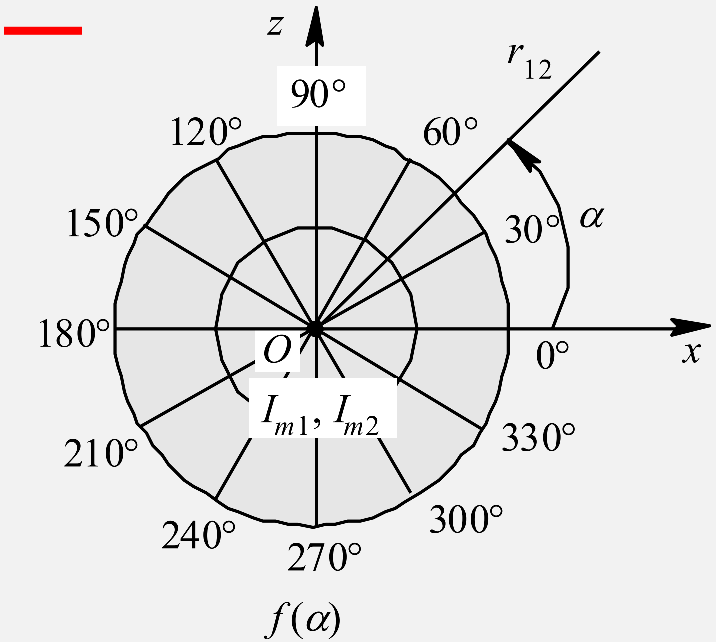


图 1—5—9

【例1—5—3】 由两个半波振子组成一个平行二元阵，其间隔距离d=0.75λ，电流比 $I_{m2}=I_{m1}e^{j\frac{\pi}{2}}$ ，求其方向函数及立体方向图。

解：如图1—5—10所示，先求阵因子，

路径差为

$$\Delta r=d\cos\delta=d\boldsymbol{e}_y\cdot\boldsymbol{e}_r=d\sin\theta\sin\varphi$$

所以，总相位差为

$$\psi=\frac{\pi}{2}+1.5\pi\sin\theta\sin\varphi$$

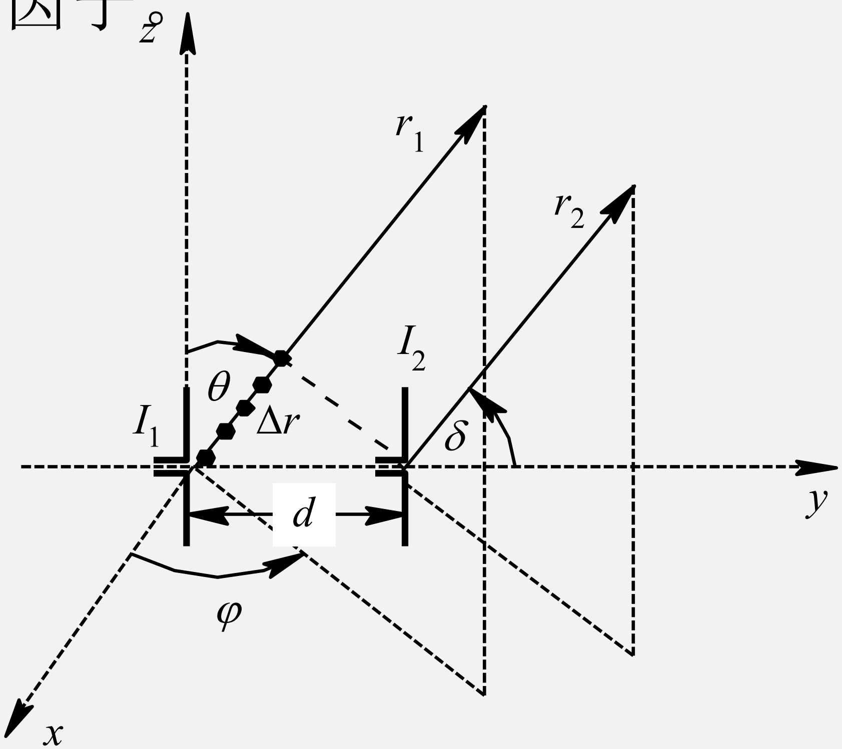
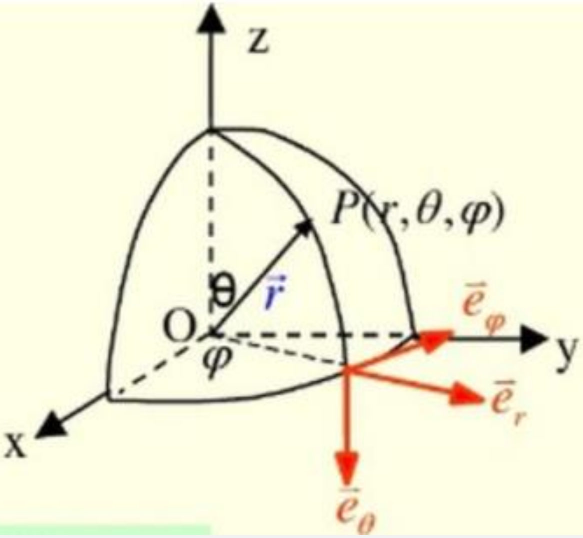


图 1—5—10

球坐标系与直角坐标系的变换关系：

$$\begin{cases} x = r\sin\theta\cos\phi \\ y = r\sin\theta\sin\phi \\ z = r\cos\theta \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} r = \sqrt{x^2+y^2+z^2} \\ \theta = \arctan\dfrac{\sqrt{x^2+y^2}}{z} \\ \phi = \arctan\dfrac{y}{x} \end{cases}$$



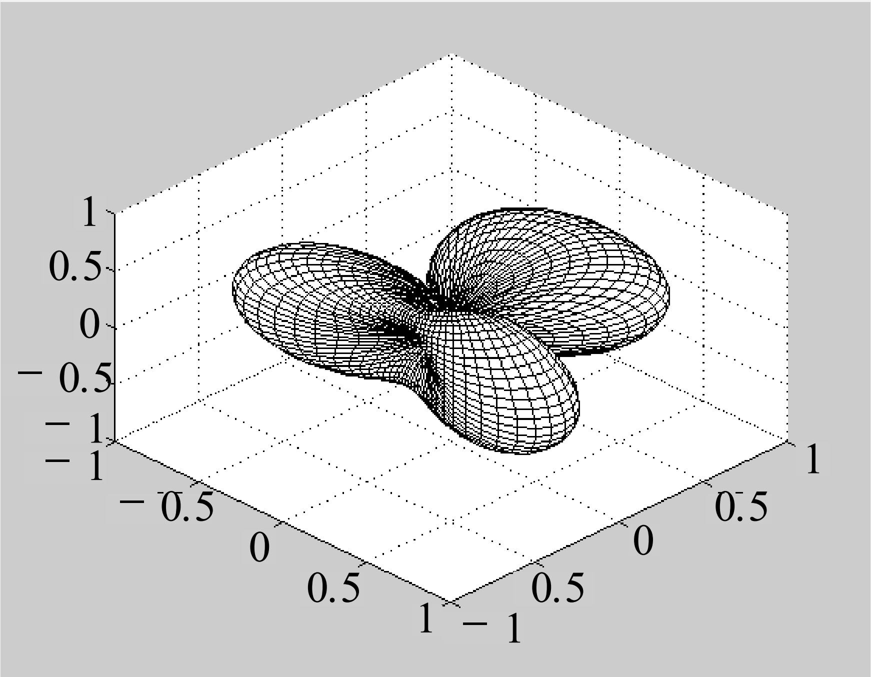
由式（1—5—12），阵因子为

$$f_a(\theta,\varphi)=\left|2\cos(\frac{\pi}{4}+0.75\pi\sin\theta\sin\varphi)\right|$$

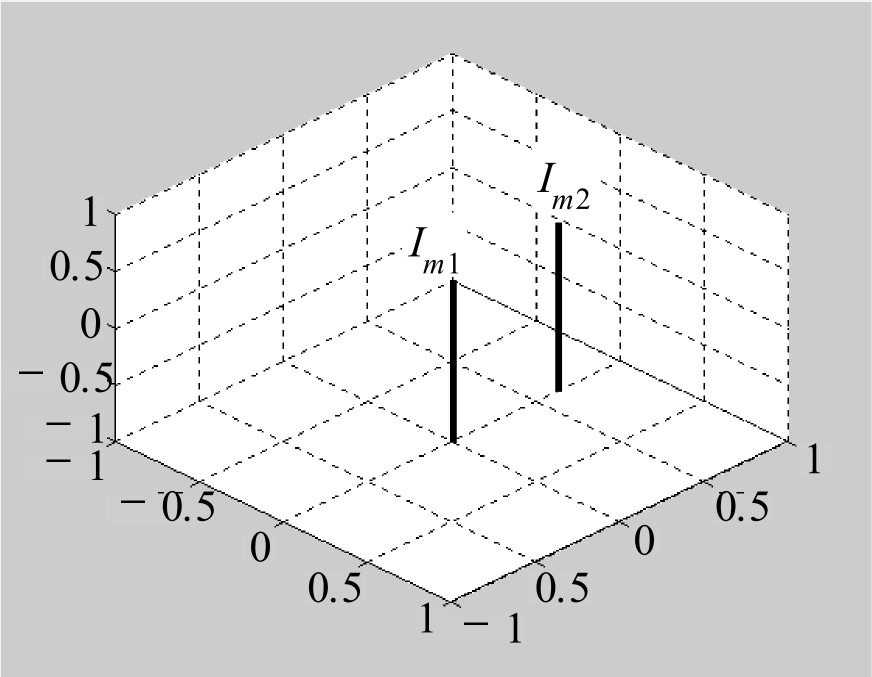
根据方向图乘积定理，阵列方向函数为

$$f(\theta,\varphi)=\left|\frac{\cos(\frac{\pi}{2}\cos\theta)}{\sin\theta}\right|\times\left|2\cos(\frac{\pi}{4}+0.75\pi\sin\theta\sin\varphi)\right|$$

图1—5—11为由MATLAB软件绘出此二元阵的归一化立体方向图。



$f(\theta, \varphi)$



振子排列对应图

图1—5—11　例1—5—3的立体方向图

通过以上实例的分析可以看出，加大间隔距离d会加大波程差的变化范围，导致波瓣个数变多；而改变电流激励初始相差，会改变阵因子的最大辐射方向。

常见二元阵阵因子见图1 — 5—12。

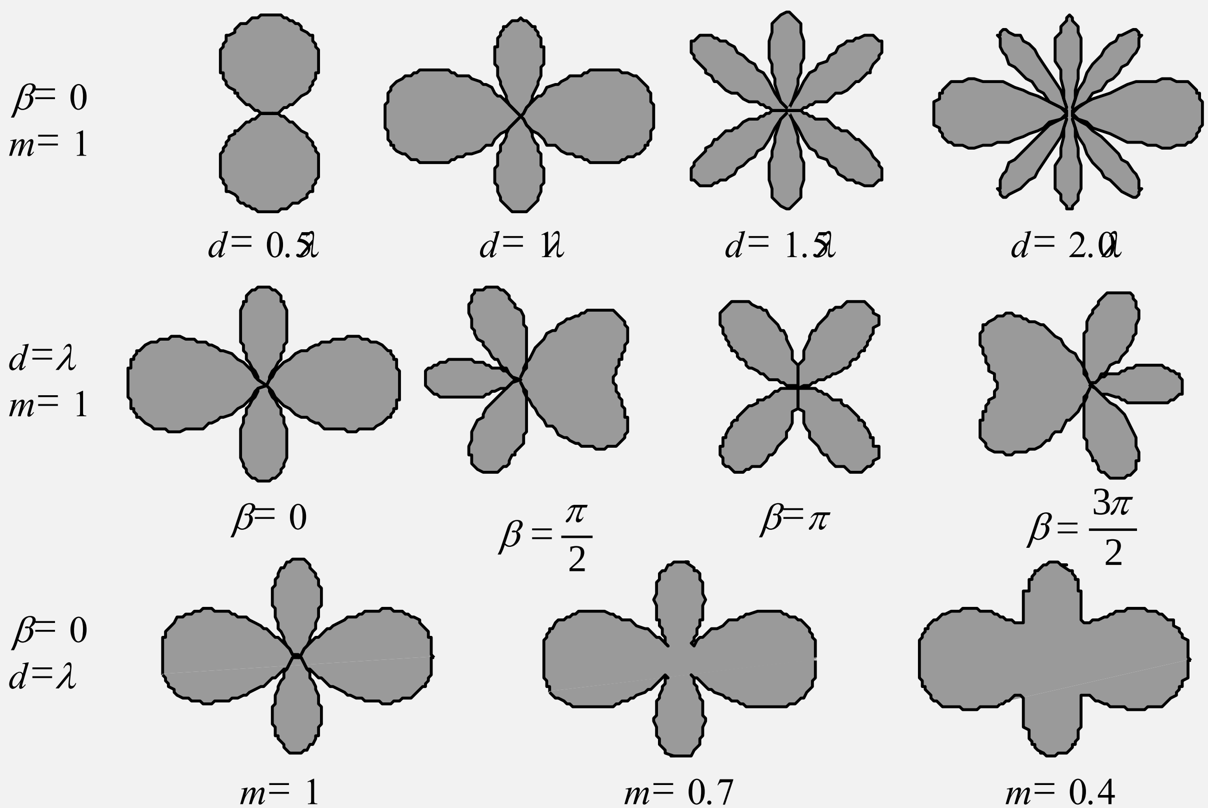


图1—5—12　二元阵阵因子图形

谢 谢 ！