一. 在[0,1]区间上随机取一点，将区间分成两段.(1) 求分点到区间任一端点的距离小于$\frac{1}{3}$的概率；(2)求短的一段与长的一段之比大于$\frac{1}{3}$的概率。

二. 一秘书负责 5 部电话的接听工作，在同一时刻每部电话需要接听的概率均为 0.3，设同一时刻有 X 部电话需要接听，（1）求同一时刻至少有 2 部电话需要接听的概率。(2)求随机变量 X 的数学期望与方差。

三. 设星球 A 至最近的星球 B 的距离 X（光年）的分布函数为

$$F(x)=1-\theta^{-\frac{4}{3}\pi\lambda x^3},x\geq 0$$

(1) 若$\theta=2,\lambda=1/4$，求星球 A 至最近的星球 B 的距离大于 0.5 光年的概率；

(2) 求 B 对 A 的引力$Y=\frac{k}{X^2}$($k>0$，为常数）的分布函数。

四. 已知 (X,Y) 的概率密度为 $f(x,y)=\begin{cases} e^{-y} & 0\leq x\leq y \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$，（1）求 X、Y 的概率密

度；（2）问 X 与 Y 独立吗？

五. 设 $X \sim N(-1,1)$ $Y \sim N(1,1)$，（1）若 X 与 Y 独立，，求 $\{X+Y>1\}$ 的概率。(2) 若 X 与 Y 的相关系数为 $\rho=0.5$，求 $Z_1=\alpha X+\beta Y$ 和 $Z_2=\alpha X-\beta Y$ 的相关系数（其中α、β是不为零的常数）。

六. 一大批鸡蛋中有 15%是莱克亨品种，单枚重量 X（克）服从正态分布 $N(60,5^2)$，其余 85%是当地品种，单枚重量 Y（克）服从正态分布 $N(50,6^2)$. (1) 从这批鸡蛋中任取 1 枚，其重量小于 60 克的概率是多少？（2）从这批鸡蛋中抽取 500 枚，试用中心极限定理近似计算单枚重量大于 60 克的鸡蛋数不低于 80 枚的概率是多少？

七 设总体 X 具有概率密度为

$$f(x;\lambda)=\begin{cases}\lambda\alpha x^{\alpha-1}e^{-\lambda x^{\alpha}}, & x>0,\\ 0, & x\le 0\end{cases}$$

其中 $\lambda>0$ 是未知参数，$\alpha>0$ 是已知常数，试根据来自总体 X 的简单随机样本 $(X_1,X_2,\cdots,X_n)$，(1) 求 λ 的极大似然估计. (2) 求 $\theta=\dfrac{1}{\lambda}$ 的极大似然估计。

八．岩石密度的测量误差服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，在某次岩石密度测定中，检查了 6 块标本，测得数据如下：0.0987　0.11　0.101　0.0983　0.0997　0.0995

（1）试在水平 $\alpha=0.05$ 下检验是否可以认为平均测量误差为 0.1。

(2) 若已知 $\mu=0.1$，取 σ^2 的区间估计为 $\left(\sum_{i=1}^{6}(X_i-0.1)^2\Big/171.2,\ \sum_{i=1}^{6}(X_i-0.1)^2\Big/24.3\right)$，问此区间估计的置信度是多少？

九、设 $Y(t)=\sin(2\pi Xt), t=1,2,\cdots$，其中随机变量 X 服从区间（0，1）上的均匀分布，证明随机过程 $\{Y(t), t=1,2,\cdots\}$ 是平稳过程，但不是严平稳过程。

附表 I：$\Phi(x)=\int_{-\infty}^{x}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{t^2}{2}}dt$

x	0.71	1.0	1.645	1.67	1.96	2.0	2.33	2.57	2.75
Φ(x)	0.7611	0.8413	0.95	0.9525	0.975	0.9772	0.99	0.9949	0.997

附表 II：P{t(n)>t_α(n)}=α

n	5	6	8	10	12	14
α=0.025	2.5706	2.4469	2.3060	2.2281	2.1788	2.1448
α=0.05	2.0150	1.9432	1.8595	1.8125	1.7823	1.7613

附表 III：

$\chi^2_{0.025}(5)=12.833,\quad \chi^2_{0.975}(5)=0.831,\quad \chi^2_{0.025}(6)=14.449,\quad \chi^2_{0.975}(6)=1.237$

附表 IV：正态总体均值检验表

已知条件	H_0	H_1	检 验统计量	原假设为真时检验统计量的分布	拒绝域
σ^2 已知	$\mu=\mu_0$	$\mu\neq\mu_0$	$Z=\dfrac{\bar{X}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$	$N(0,1)$	$\lvert Z\rvert\geq z_{\alpha/2}$
σ^2 未知	$\mu=\mu_0$	$\mu\neq\mu_0$	$T=\dfrac{\bar{X}-\mu_0}{S/\sqrt{n}}$	$t(n-1)$	$\lvert T\rvert\geq t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)$