第四章 随机变量的数字特征

- 数学期望
- 方差
- 协方差和相关系数
- 矩、协方差矩阵

4.1数学期望

一.数学期望的定义

数学期望——描述随机变量取值的平均特征

一般意义下变量x平均数的计算:

x	x_1	x_2	…	x_k	…
n_k	n_1	n_2	…	n_k	…

如何计算变量x的平均数?

数学期望定义

解：变量x的平均数为其取值总数/总次数：

$$\frac{x_1 \times n_1 + x_2 \times n_2 + \cdots + x_k \times n_k + \cdots}{n_1 + n_2 + \cdots n_k + \cdots}$$

即：

$$x_1 \times f_1 + x_2 \times f_2 + \cdots + x_k \times f_k + \cdots$$

于是，离散随机变量的平均数类似的定义：

$$x_1 \times p_1 + x_2 \times p_2 + \cdots + x_k \times p_k + \cdots$$

离散型随机变量的期望

定义 1. 若$X \sim P\{X=x_k\}=p_k$, $k=1,2,\ldots n$, $(\ldots,)$

且

$$\sum_k |x_k p_k| < \infty$$

则称

$$E(X)=\sum_k x_k p_k$$

为r.v.X的**数学期望**，简称**期望**或**均值**。

例1 掷一颗均匀的骰子，以X表示掷得的点数，求X的数学期望。

$$E(X)=\sum_{k=1}^{6} k\frac{1}{6}=\frac{7}{2}$$

连续型随机变量的期望

定义 2 若X~f(x), -∞<x<∞, $\int_{-\infty}^{\infty} |xf(x)|dx < \infty$

则称 $E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx$

为X的**数学期望**。

例2. 若随机变量X服从拉普拉斯分布，其密度函数为

$$f(x)=\frac{1}{2\lambda}\exp\left\{-\frac{|x-\mu|}{\lambda}\right\}$$ 试求E(X).

解：

$$E(X)=\int_{-\infty}^{\infty}\frac{x}{2\lambda}\exp\left\{-\frac{|x-\mu|}{\lambda}\right\}dx$$

$$\overset{令t=\frac{x-\mu}{\lambda}}{=}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\lambda t+\mu}{2\lambda}\exp\{-|t|\}\lambda dt$$

$$=\int_{-\infty}^{\infty}0.5\lambda t\exp\{|-t|\}dt+\int_{-\infty}^{\infty}0.5\mu\exp\{|-t|\}dt$$

$$=\int_{0}^{\infty}\mu\exp\{-t\}dt=\mu$$

二.几个重要r.v.的期望

1. 0-1分布的数学期望

$$\begin{array}{ccc} X & 1 & 0 \\ p_k & p & 1-p \end{array} \quad \Rightarrow \quad E(X)=p$$

2. 二项分布***B(n, p)***

$$P\{X=k\}=C_n^k p^k(1-p)^{n-k} \qquad k=0,1,\ldots n$$

$$E(X)=np$$

$$E(X)=\sum_{k=0}^{n} k\frac{n!}{k!(n-k)!}p^k(1-p)^{n-k}$$

泊松分布

$$=\sum_{k=1}^{n}\frac{n!}{(k-1)!(n-k)!}p^k(1-p)^{n-k}$$

$$(a+b)^n=\sum_{k=0}^{n}C_n^k a^k b^{n-k}$$

$$=np\sum_{k=1}^{n}\frac{(n-1)!}{(k-1)!(n-k)!}p^{k-1}(1-p)^{n-1-(k-1)}$$

$$\underline{\underline{\text{令}\, l=k-1}}\; np\sum_{l=0}^{n-1}C_{n-1}^{l}p^{l}(1-p)^{n-1-l}=np$$

3. 泊松分布

$$X \sim P\{X=k\}=\frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda},\quad k=0,1,2,\ldots$$

$$e^{\lambda}=\sum_{l=0}^{\infty}\frac{\lambda^l}{l!}$$

$$E(X)=\sum_{k=0}^{\infty}k\frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}=\lambda e^{-\lambda}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\lambda^{k-1}}{(k-1)!}=\lambda$$

4. 均匀分布U(a, b)

$$X \sim f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{b-a}, & a<x<b\\ 0, & 其他\end{cases}$$

$$E(X)=\int_a^b\frac{x}{b-a}dx=\frac{a+b}{2}$$

5. 指数分布

分部积分法

$$f(x)=\begin{cases}\lambda e^{-\lambda x} & x>0\\ 0 & x\le 0\end{cases}$$

$$\int_a^b u\,\mathrm{d}v = uv\,|_a^b - \int_a^b v\,\mathrm{d}u$$

$$E(X)=\int_0^{\infty} x\lambda e^{-\lambda x}dx \quad = -\int_0^{\infty} x d e^{-\lambda x}$$

$$= -xe^{-\lambda x}\Big|_0^{\infty} + \int_0^{\infty} e^{-\lambda x}dx = \frac{1}{\lambda}$$

6. 正态分布N(μ, σ²)

$$X \sim f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, \quad -\infty < x < \infty$$

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx$$

$$\underline{\underline{\text{令} t = \frac{x-\mu}{\sigma}}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sigma t + \mu}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{t^2}{2}} \sigma dt$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sigma t}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt + \mu \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt = \mu$$

三.随机变量函数的期望

定理1 若 $X \sim P\{X=x_k\}=p_k$, k=1,2,…, 则g(X)的期望E(g(X))为

$$E[g(X)]=\sum_{k=1}^{\infty} g(x_k)p_k$$

推论: 若 (X, Y) ~$P\{X=x_i ,Y=y_j\}= p_{ij}$,

i, j=1, 2, … , 则 g(X，Y)的期望

$$E[g(X,Y)]=\sum_{j=1}^{\infty}\sum_{i=1}^{\infty} g(x_i,y_j)p_{ij}$$

例1 设随机变量(X, Y)的分布律如下，求E(XY)

X \ Y	1	2
0	0.15	0.15
1	0.45	0.25

解：$E(XY)= 0\times1\times0.15+0\times2\times0.15$

$+1\times1\times0.45+1\times2\times0.25$

$=0.95$

连续型随机变量函数的期望

定理2 若**X~f(x)**, **-∞<x<∞**, 则**g(X)的期望**

$$E[g(X)] = \int_{-\infty}^{\infty} g(x) f(x) dx$$

推论 若**(X, Y) ~f (x, y)**, **-∞<x<∞, -∞<y<∞**, 则**g(X, Y)的期望**

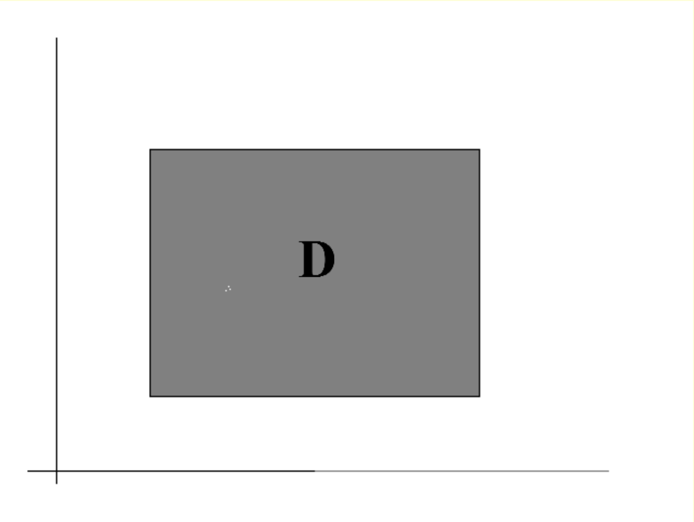
$$E[g(X,Y)]$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} g(x,y) f(x,y) dxdy$$

二维连续型随机变量函数的期望

- 若积分区域为

$$(1)\ D=\left\{(x,y)\,\middle|\, a\le x\le b,\ c\le y\le d\right\}$$



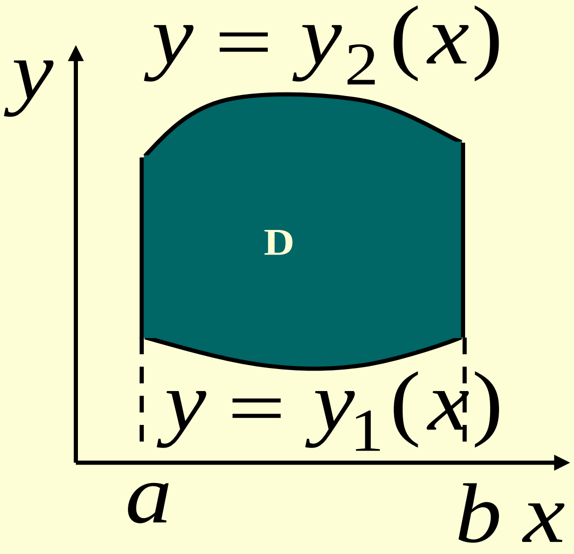
则

$$\iint_D g(x,y)f(x,y)dxdy$$

$$=\int_a^b\left[\int_c^d gf\,dy\right]dx$$

$$=\int_c^d\left[\int_a^b gf\,dx\right]dy$$

- 若积分区域为



$$(2)\ D = \left\{(x,y) \middle| a \le x \le b,\ y_1(x) \le y \le y_2(x)\right\}$$

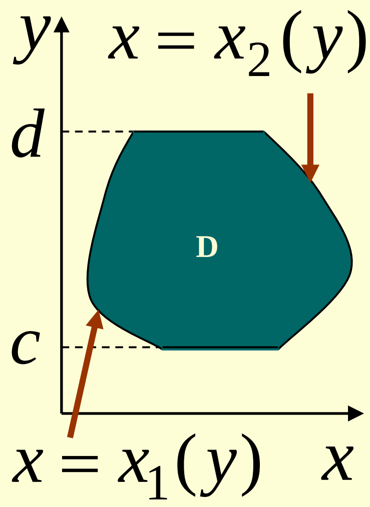
$$\iint_D g(x,y) f(x,y)\,dxdy$$

则

$$= \int_a^b dx \int_{y_1(x)}^{y_2(x)} gf\,dy$$

$$= \int_a^b \left[\int_{y_1(x)}^{y_2(x)} gf\,dy\right] dx$$

- 若积分区域为



$$(3)\ \mathbf{D} = \left\{ (x,y) \middle| c \le y \le d,\ x_1(y) \le x \le x_2(y) \right\}$$

$$\iint_{D} g(x,y) f(x,y) dxdy$$

则

$$= \int_c^d dy \int_{x_1(y)}^{x_2(y)} gf\, dx$$

$$= \int_c^d \left[\int_{x_1(y)}^{x_2(y)} gf\, dx \right] dy$$

例1　设X服从N(0，1)分布，求$E(X^2),E(X^3),E(X^4)$

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}}$$

$$E(X^2)=\int_{-\infty}^{\infty}\frac{x^2}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}}dx \qquad =-\int_{-\infty}^{\infty}\frac{x}{\sqrt{2\pi}}de^{-\frac{x^2}{2}}$$

$$=\int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}}dx=1$$

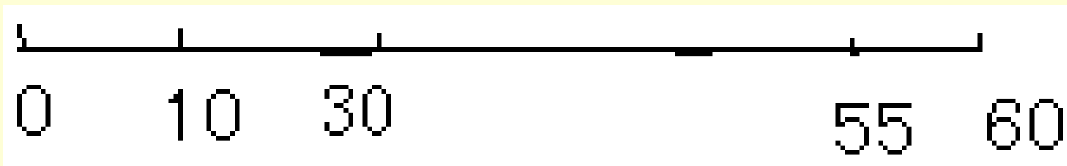
$$E(X^3)=\int_{-\infty}^{\infty}\frac{x^3}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}}dx=0$$

$$E(X^4)=\int_{-\infty}^{\infty}\frac{x^4}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}}dx$$

$$=-\int_{-\infty}^{\infty}\frac{x^3}{\sqrt{2\pi}}de^{-\frac{x^2}{2}}$$

$$=3\int_{-\infty}^{\infty}\frac{x^2}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}}dx=3$$

例2 长途汽车起点站于每时的10分、30分、55分发车，设乘客不知发车时间，于每小时的任意时刻随机地到达车站，求乘客的平均候车时间



解:设乘客于某时X分到达车站,候车时间为Y,则

$$Y=g(X)=\begin{cases}10-X & 0\le X<10\\ 30-X & 10\le X<30\\ 55-X & 30\le X<55\\ 70-X & 55\le X<60\end{cases}$$

$$f_X(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{60} & 0<x<60\\ 0 & others\end{cases}$$

$$\therefore E(Y)=\frac{1}{60}\int_0^{60} g(x)dx$$

=10分25秒

四.数学期望的性质

1. E(c)=c,c为常数;

2. E(cX)=cE(X)，c为常数;

3. E(X+Y)=E(X)+E(Y);

$$E\left(\sum_{i=1}^{n} X_i\right)=\sum_{i=1}^{n} E(X_i)$$

$$\mathbf{E\left(\sum_{i=1}^{n} a_i X_i\right)=\sum_{i=1}^{n} a_i E(X_i)}$$

4. 若X与Y独立，则E(XY)=E(X)E(Y).

若$X_1,\ldots X_n$独立，则$E\left(\prod_{i=1}^{n} X_i\right)=\prod_{i=1}^{n} E(X_i)$

例1 若X~B(n,p),求E(X)

解:设

$$X_i = \begin{cases} 1 & 第i次试验事件A发生 \\ 0 & 第i次试验事件A不发生 \end{cases}$$

则 $\boldsymbol{E(X_i) = p}$ $\boldsymbol{X = \sum_{i=1}^{n} X_i}$

$$E(X) = \sum_{i=1}^{n} E(X_i) = np$$

例2 设某种疾病的发病率为1%，在1000个人中普查这种疾病，为此要化验每个人的血。方法是，每100个人一组，把从100个人抽来的血混在一起化验，如果混合血样呈阴性，则通过，如果混合血样呈阳性，则再分别化验该组每个人的血样。求平均化验次数.（此病不传染）

解:设X_j为第j组的化验次数，　　$j=1,\ldots,10$

X为1000人的化验次数，则

X_j	1	101
p_j	$(99\%)^{100}$	$1-(99\%)^{100}$

$$EX_j = 0.99^{100} + (101)(1 - 0.99^{100})$$

$$E(X) = E(\sum_{j=1}^{10} X_j) = \sum_{j=1}^{10} E(X_j)$$

$$= 10[0.99^{100} + (101)(1 - 0.99^{100})]$$

$$= 1000 \cdot [1 + \frac{1}{100} - 0.99^{100}]$$

$$\approx 644$$

第一节 期望小结

知识点

1、一维随机变量的期望;

2、一维随机变量函数的期望;

3、二维随机变量函数的期望;

4、期望的性质;

考点

1、会求一维随机变量的期望;

2、会求一维随机变量函数的期望;

3、会求二维随机变量函数的期望;

4、会利用期望的性质求随机变量函数的期望;

4.2 方差

一. 定义与性质

方差描述了随机变量的取值与其均值的偏离程度。

1. 定义　若E(X), E(X^2)存在，则称

$$E[X-E(X)]^2$$

为r. v. X的方差，记为D(X), 或Var(X).

称 $\sigma(X)=\sqrt{D(X)}$ 为r. v. X的标准差或均方差

2. 推论　**D(X)=E(X^2)-[E(X)]^2**

例1：设随机变量X的概率密度为

$$f(x)=\begin{cases}1+x & -1<x<0\\ 1-x & 0\le x<1\\ 0 & \text{其它}\end{cases}$$

1）求D（X），2）求 $D(X^2)$

$$\text{解:}(1)E(X)=\int_{-1}^{0}x(1+x)dx+\int_{0}^{1}x(1-x)dx=0$$

$$\boldsymbol{E(X^2)=\int_{-1}^{0}x^2(1+x)dx+\int_{0}^{1}x^2(1-x)dx=\frac{1}{6}}$$

$$\therefore \quad D(X)=E\left(X^2\right)-\left[E(X)\right]^2=\frac{1}{6}$$

$$(2) \quad D(X^2) = E(X^4) - [E(X^2)]^2$$

$$E(X^4) = \int_{-1}^{0} x^4(1+x)dx + \int_{0}^{1} x^4(1-x)dx = \frac{1}{15}$$

$$D(X^2) = \frac{1}{15} - \left(\frac{1}{6}\right)^2 = \frac{7}{180}$$

$$f(x) = \begin{cases} 1+x & -1 < x < 0 \\ 1-x & 0 \le x < 1 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

3. 方差的性质

(1) D(c)=0 ． 反之，若D（X）=0，则存在常数C，

使 P{X=C}=1, **且C=E(X);**

(2) $D(aX)=a^2D(X)$, a为常数；　D(-X)=D(X)

(3)若 X，Y 独立，则 D(X+Y)=D(X)+D(Y);

若$X_1,\dots X_n$独立，则$D(\sum_{i=1}^{n} X_i) = \sum_{i=1}^{n} D(X_i)$

二.几个重要r.v.的方差

1. 二项分布$B(n, p)$:

解：设
$$X_i = \begin{cases} 1 & \text{第i次试验事件A发生} \\ 0 & \text{第i次试验事件A不发生} \end{cases}$$

则

$$D(X_i) = E(X_i^2) - \left[E(X_i)\right]^2 \quad = p - p^2 = p(1-p)$$

$$D(X) = \sum_{i=1}^{n} D(X_i) = np(1-p)$$

2. 泊松分布p(λ): $E(X)=\lambda$

$$\left(\sum_{n=1}^{\infty} f_n(x)\right)' = \sum_{n=1}^{\infty} f_n'(x)$$

$$X \sim P\{X=k\} = \frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}, \quad k=0,1,2,\ldots$$

$$E(X^2) = \sum_{k=0}^{\infty} k^2 \frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda} = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k\lambda^k e^{-\lambda}}{(k-1)!}$$

由于 $E(X) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{(k-1)!} = \lambda$ 即 $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\lambda^k}{(k-1)!} = \lambda e^{\lambda}$

两边对λ求导,得

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k\lambda^{k-1}}{(k-1)!} = (1+\lambda)e^{\lambda}$$

即 $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k\lambda^k e^{-\lambda}}{(k-1)!} = \lambda(1+\lambda)$

$$\therefore \quad D(X) = \lambda$$

1. 二项分布$B(n, p)$： $D(X)=np(1-p)$

2. 泊松分布$p(\lambda)$： $D(X)=\lambda$

3. 均匀分布$U(a, b)$： $D(X)=\dfrac{(b-a)^2}{12}$.

4. 指数分布： $D(X)=\dfrac{1}{\lambda^2}$

5. 正态分布$N(\mu, \sigma^2)$： $D(X)=\sigma^2$.

思考：

1. 请给出一个离散型随机变量X和一个连续型随机变量Y，使它们的期望都是2，方差都是1。

三.切比雪夫不等式

若**r.v.X**的期望和方差存在，则对任意ε>0，有

$$P\{|X-E(X)|\geq \varepsilon\}\leq \frac{D(X)}{\varepsilon^2}$$

这就是著名的切比雪夫(Chebyshev)不等式。

它有以下等价的形式：

$$P\{|X-E(X)|<\varepsilon\}\geq 1-\frac{D(X)}{\varepsilon^2}$$

已知某种股票每股价格X的平均值为1元，标准差为0.1元，求a, 使股价大于等于1+a元或小于等于1-a元的概率小于10%。

解:由切比雪夫不等式

$$\boldsymbol{P\{|X-1|\geq a\}\leq \frac{0.01}{a^2};}$$

令

$$\frac{0.01}{a^2}<0.1$$

$$P\{|X-E(X)|\geq \varepsilon\}\leq \frac{D(X)}{\varepsilon^2}$$

$$\Rightarrow a^2>0.1 \qquad \Rightarrow a>0.32$$

4.3 协方差，相关系数

一.协方差定义与性质

1.协方差定义 若r.v. X的期望E(X)和Y的期望E(Y)存在, 则称

$$\mathrm{Cov}(X,\ Y)=E\{[X-E(X)][Y-E(Y)]\}$$

为X与Y的协方差,

易见 $\mathrm{Cov}(X,\ Y)=E(XY)-E(X)E(Y)$

当Cov(X, Y)=0时，称X与Y不相关。

“X与Y独立”和“X与Y不相关”有何关系？

X与Y独立 → X与Y不相关　X与Y相关→ X与Y不独立

2.协方差性质

(1) Cov(X, Y)=Cov(Y, X);

(2) Cov(X,X)=D(X);Cov(X,c)=0

(3) Cov(aX, bY)=abCov(X, Y), 其中a, b为 常数

(4) Cov(X+Y， Z)=Cov(X, Z)+Cov(Y, Z);

（5）$\mathrm{Cov}\left(a_1X+b_1Y+\mathrm{c}_1,\ a_2X+b_2Y+\mathrm{c}_2\right)$

$$=a_1a_2D\left(X\right)+b_1b_2D\left(Y\right)+\left(a_1\mathrm{b}_2+a_2\mathrm{b}_1\right)COV\left(X,Y\right)$$

(5) $\mathrm{Cov}\left(a_1X+b_1Y+c_1,\ a_2X+b_2Y+c_2\right)$

$=a_1a_2D(X)+b_1b_2D(Y)+(a_1b_2+a_2b_1)COV(X,Y)$

$D(X+C)=D(X)$

(6) $D(X+Y)=D(X)+D(Y)+2\mathrm{Cov}(X, Y)$.

$D(X-Y)=D(X)+D(Y)-2\mathrm{Cov}(X, Y)$.

(7) $D(aX+bY+C)=a^2D(X)+b^2D(Y)+2abCOV(X,Y)$

EX:设随机变量X~B（12, 0.5), Y ~N(0, 1),

Cov(X, Y)=-1, 求V=4X+3Y+1与W=-2X+4Y

的方差与协方差

答：$D(X)=3, D(Y)=1$

$$D(V)=16D(X)+9D(Y)+24Cov(X,Y)=33$$

$$D(W)=4D(X)+16D(Y)-16Cov(X,Y)=44$$

$$Cov(V,W)=Cov(4X+3Y,-2X+4Y)$$

$$=-8D(X)+16Cov(X,Y)-6Cov(Y,X)+12D(Y)$$

$$=-22$$

二.相关系数

1. 定义：若r.v. X，Y的方差和协方差均存在,且DX>0,DY>0，则

$$\rho_{XY}=\frac{\operatorname{cov}(X,Y)}{\sqrt{DX}\sqrt{DY}}$$

称为X与Y的相关系数.

注：若记
$$X^*=\frac{X-E(X)}{\sqrt{DX}}$$

称为X的标准化，易知EX*=0，DX*=1.且

$$\rho_{XY}=\rho_{X^*Y^*}$$

2.相关系数的性质

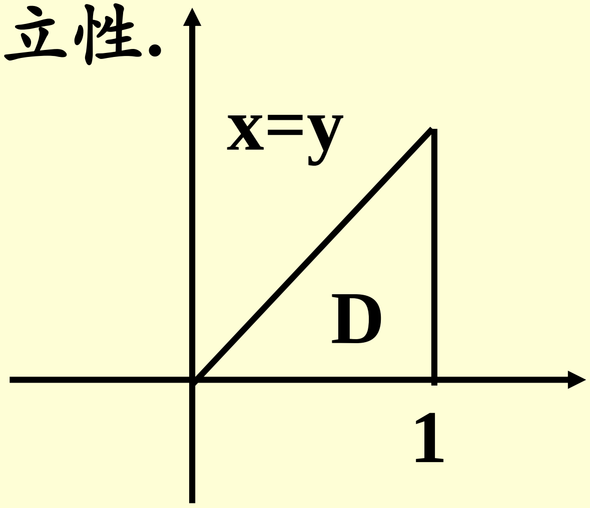
(1) $|\rho_{XY}|\le 1$;

(2) $|\rho_{XY}|=1 \Leftrightarrow$ 存在常数a, b 使 $P\{Y= aX+b\}=1$;

(3) X与Y不相关 $\Leftrightarrow \rho_{XY}=0$.

EX

1.设(X,Y)服从区域D：0<x<1，0<y<x 上的均匀分布,求X与Y的相关系数与独立性.



解

$$f(x,y)=\begin{cases} 2 & (x,y)\in D \\ 0 & others \end{cases}$$

$$E(X)=\int_0^1 2x\,dx\int_0^x dy=\frac{2}{3}$$

$$D(X)=\int_0^1 2x^2dx\int_0^x dy-\frac{4}{9}=\frac{1}{18}$$

$$E(Y)=\int_0^1 2dx\int_0^x y\,dy=\frac{1}{3}$$

$$D(Y)=\int_0^1 2dx\int_0^x y^2dy-\frac{1}{9}=\frac{1}{18}$$

$$E(XY)=\int_0^1 2x\,dx\int_0^x y\,dy=\frac{1}{4}$$

$$COV(X,Y)=E(XY)-E(X)E(Y)=\frac{1}{36}$$

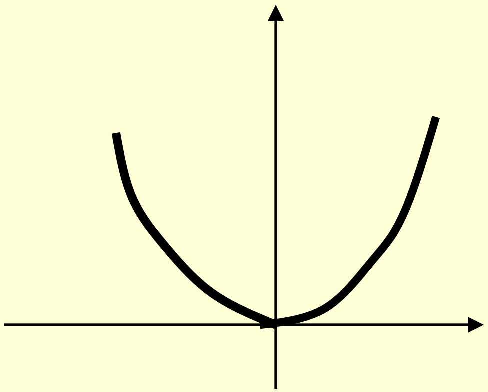
$$\rho_{XY}=\frac{COV(X,Y)}{\sqrt{D(X)D(Y)}}=\frac{1}{2}$$

X与Y相关且不独立.

EX2

$1) X \sim U(0,1), Y = X^2$,求$\rho_{XY}$

2）$X \sim U(-1,1), Y = X^2$,求ρ_{XY}



解1)

$$E(X)=\frac{1}{2}, E(Y)=\frac{1}{3}, E(XY)=\frac{1}{4}, D(X)=\frac{1}{12}, D(Y)=\frac{4}{45}$$

$$\rho_{XY}=\frac{\frac{1}{12}}{\sqrt{\frac{1}{12}\times\frac{4}{45}}}\approx 0.968$$

2) $E(X)=0, E(XY)=0$

$$\rho_{XY}=0$$

以上EX的结果说明了什么？

例3 设$(X,Y)\sim N(\mu_1,\mu_2,\sigma_1^2,\sigma_2^2,\rho)$，则$\rho_{XY}=\rho.$

可见，若（X，Y）服从二维正态分布，则X与Y独立的充分必要条件是X与Y不相关。

4.4 矩、协方差矩阵

1.K阶原点矩　$E(X^k)$，$k=1, 2, \ldots$

2. K阶中心矩　$E[X-E(X)]^k$，$k=2, 3, \ldots$

3. K+l阶混合原点矩

$$E(X^k Y^l),\ k, l = 1, 2, \ldots;$$

4. K+l阶混合中心矩

$$E\{[X-E(X)]^k[Y-E(Y)]^l\},\ k, l = 1, 2, \ldots;$$

4.5 协方差矩阵

1.定义 设X_1, … , X_n为n个r.v., 记$c_{ij}=Cov(X_i, X_j)$, i, j=1, 2, …, n. 则称由c_{ij}组成的矩阵为随机变量X_1, … , X_n的协方差矩阵C。即

$$C=(c_{ij})_{n\times n}=\begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \cdots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \cdots & c_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ c_{n1} & c_{n2} & \cdots & c_{nn} \end{bmatrix}$$

本节要求

知识点

1、随机变量的方差；

2、二维随机变量协方差与相关系数；

3、方差与协方差的性质；

4、矩与协方差矩阵；

考点

1、会求随机变量的方差；

2、会求二维随机变量协方差与相关系数；

3、会利用方差与协方差的性质求随机变量的方差与协方差；

4、会求矩与协方差矩阵

切比雪夫不等式

小结

E（X）

定义式
函数的期望

E(C)
E(cX)
E(X+Y)
E（XY）

D（X）

定义式
计算式

D(C)
D(cX)
D(X+Y)

COV（X, Y）

定义式
计算式

COV(X,X)
COV(aX,bY)
COV(X+Y,Z)

相关系数

不相关
与
独立

六种常用随机变量的期望与方差