TD 1: Automates à Etats Finis

Exercice 1.

Soit l'automate $\mathcal{A} = (\{0,1\},\{0,1,2,3\},\{0\},\{0\},\delta)$ défini par la fonction de transition:

$$\delta = \{(0,0,2);(0,1,1);(1,0,3);(1,1,0);(2,0,0);(2,1,3);(3,0,1);(3,1,2)\}$$

1. Donner les états initiaux et finaux.
2. Décrire le type de l'automate (complet, déterministe, transitions spontanées) et le représenter sous forme de graphe.
3. Est-ce que les mots suivants sont reconnus par l'automate ? 10001, 110101, 100, 10101, ϵ

Exercice 2.

Représenter sous forme de graphe les automates qui reconnaissent les mots suivants. Pour chacun décrire le type de l'automate (complet, déterministe, transitions spontanées).

1. "church" et "chomsky"
2. les mots de l'alphabet $\Sigma = \{a,b,c\}$ décrits par l'expression régulière: $(a+b+c)^{\star}b(a+b+c)$

Exercice 3.

Pour chacun des problèmes suivantes, représenter l'automate correspondant au problème et décrire le langage qu'il reconnaît.

1. Un automate capable de reconnaître un nombre réel, sachant que les réels peuvent prendre les formes suivantes: 3.1415, 276, 234., .234.
2. Un automate capable de saisir d'un code secret de carte bancaire doit accepter 4 chiffres suivi de la validation, avec la possibilité de corriger le dernier chiffre saisi et d'annuler toute la saisie.

Exercice 4.

Soit l'automate $\mathcal{A}$ dont la fonction de transition est définie par la matrice suivante:

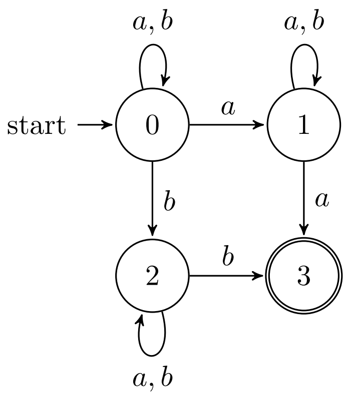
δ	a	b	ϵ
0			{1,7}
1			{1,3}
2	3		
3			6
4		5	
5			6
6			{0,7}
7	8		
8	9		
9		10	

L'état initial est q_0 et il n'y a qu'un état final: q_{10}.

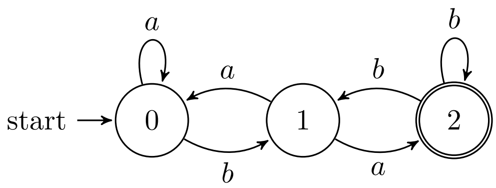
1. Identifier précisément les éléments manquant du quintuplet qui définit $\mathcal{A} = (\Sigma, Q, q_0, F, \delta)$.
2. Décrire le type de l'automate (complétude, déterministe, transitions spontanées) et le représenté sous forme de graphe.
3. Donner le langage reconnu par $\mathcal{A}$ sous la forme d'une expression régulière.
4. Supprimer les ϵ-transitions de l'automate. On notera $\mathcal{B}$ l'automate obtenu.

Exercice 5. Opérations sur les automates

Soit les automates $\mathcal{A}$ et $\mathcal{B}$ suivants:



Automate $\mathcal{A}$

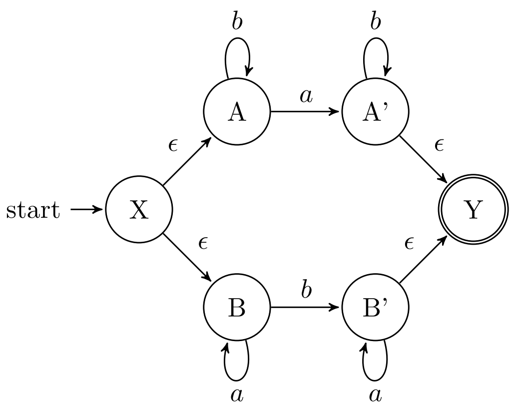


Automate $\mathcal{B}$

1. Sont-ils déterministes ?
2. Déterminer l'union $\mathcal{A} \cup \mathcal{B}$
3. Déterminer l'intersection $\mathcal{A} \times \mathcal{B}$
4. Déterminer la concaténation $\mathcal{A} + \mathcal{B}$
5. Déterminer les fermetures de Kleene $\mathcal{A}^\star$ et $\mathcal{B}^\star$
6. Déterminer le complémentaire $\bar{\mathcal{B}}$

Exercice 6.

Soit l'automate à états fini M sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ représenté par la figure suivante:



1. Décrire l'automate (déterministe, transitions spontanées).
2. Décrire brièvement en français, le langage L reconnu par l'automate M. Donner l'expression rationnelle qui le dénote (on peut traiter la question suivante en premier lieu).
3. Parmi les mots suivants, lesquels appartiennent au langage L: $\epsilon, a, b, ab, aa, aab, aabb, abab, ababa$.
   Rq: ces mots pourront être utilisés dans les questions suivantes et ainsi détecter d'éventuelles erreurs lors des transformations des automates.
4. Eliminer les transitions spontanées de l'automate M. Ne pas oublier de supprimer les états devenus inutiles. On appellera M_2 l'automate ainsi obtenu.
5. Déterminiser l'automate M_2 obtenu. On cherche à obtenir un automate déterministe complet que l'on appellera M_3.

Exercice 7.

Construire des automates éventuellement non-déterministes qui reconnaissent les expressions régulières suivantes à l'aide de l'algorithme de Thompson:

1. $(a+b)^3 a^\star (a+b)^+$
2. $(ab^\star a + ba^+)^\star + b^3 a^\star ba$