

Signaux de base

Opérations de base

Bruno BROUARD, Bertrand LIHOREAU, Laurent SIMON

Licence SPI 2ème année

Année universitaire 2015-2016

Sommaire

1 Introduction au TdS

- Qu'est-ce qu'un signal ?
- Qu'est-ce le traitement du signal ?

2 Classes de signaux

- "Dimension" des données
- "Format" des données
- "Nature" des données

3 Signaux et opérations de base

- Sinus, cosinus, exponentielle complexe
- Fenêtre ou porte rectangle
- Exponentielle décroissante causale
- Le Dirac

4 Opérations de base

- Addition, multiplication par un scalaire, décalage temporel
- Multiplication de 2 signaux

Sommaire

- 1 Introduction au TdS
- 2 Classes de signaux
- 3 Signaux et opérations de base
- 4 Opérations de base

Définition

- variation en **temps** et/ou en **espace** d'une **quantité physique**
- transport d'**information** (qu'on cherche à extraire)
- généralement disponible par la mesure (1 ou plusieurs signaux)
- modélisé par une **fonction mathématique** à $1D$ ou $N - D$

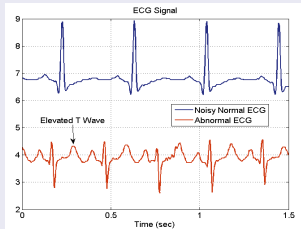


FIGURE 1 : Signal EEG $v(t)$.



FIGURE 2 : Image couleur
 $L_r(x, y)$, $L_g(x, y)$, $L_b(x, y)$.

Définition : le TdS consiste à manipuler un signal pour

- changer ses **caractéristiques**
- extraire des **informations**

6 opérations principales en TdS [Besson]

- 1 CAPTER ET MESURER
- 2 MODÉLISER ET ANALYSER
- 3 CODER ET TRANSMETTRE
- 4 FILTRER ET SYNTHÉTISER
- 5 DÉCIDER ET CONTRÔLER
- 6 INTERPRÉTER ET RECONNAÎTRE

Sommaire

- 1 Introduction au TdS
- 2 Classes de signaux**
- 3 Signaux et opérations de base
- 4 Opérations de base

1D, multi-D, images, vidéo

1. $x(t)$: signal 1D (1 mesure)
2. $\{x_1(t), x_2(t), \dots, x_N(t)\}$: signal (N+1)-D (antenne de capteurs)
3. $I(x, y)$ ou $I(x, y, z)$: image
4. $I(x, y; t)$ ou $I(x, y, z; t)$: image animée = vidéo

Continu / Discret

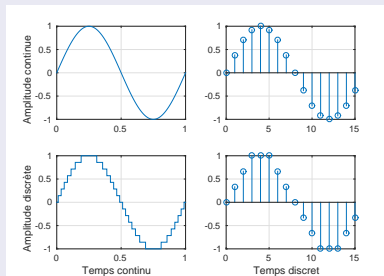


FIGURE 3 : Temps continu-discret / Amplitude continue-discrète.

Déterministe /Aléatoire

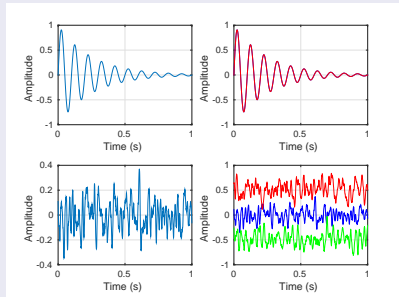


FIGURE 4 : Déterministe (ligne haut). Aléatoire (ligne bas).

Déterministe /Aléatoire

1. Déterministe : reproductibilité exacte
2. Aléatoire : notions de réalisation (expérience), de reproductibilité statistique, d'imprédictibilité

Sommaire

- 1 Introduction au TdS
- 2 Classes de signaux
- 3 Signaux et opérations de base**
- 4 Opérations de base

Expressions : Au choix

$$\left\{ \begin{array}{l} x(t) = A_0 \cos(2\pi F_0 t + \phi_0) \\ x(t) = A_0 \sin(2\pi F_0 t + \phi_0) \\ x(t) = A_0 \cos(2\pi F_0(t - t_0)) \\ x(t) = A_0 \sin\left(2\pi \frac{t-t_0}{T_0}\right) \\ x(t) = A_0 \cos\left(2\pi \frac{t}{T_0} + \phi_0\right) \\ z_x(t) = \exp\left(j(2\pi F_0 t + \phi_0)\right) \end{array} \right.$$

Dimensions

1. $[A_0] = [x(t)]$
2. $[F_0] = s^{-1} = \text{Hz}$ et $[T_0] = s$
3. $[\phi_0] = []$
4. $[2\pi F_0 t + \phi_0] = []$

Représentation

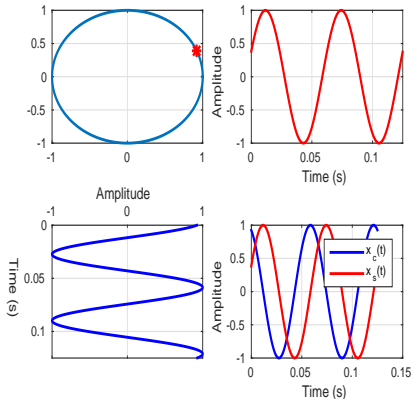


FIGURE 5 : Cosinus (b), sinus (r) et cercle trigonométrique :

$$\exp \left(j(2\pi F_0 t + \phi_0) \right) = \cos(2\pi F_0 t + \phi_0) + j \sin(2\pi F_0 t + \phi_0)$$

Expression et représentation

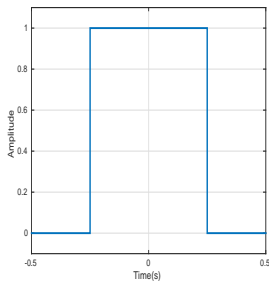


FIGURE 6 : Fenêtre rectangle, définie suivant

$$\text{Rect}_T(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } t \in] - T/2, T/2[\\ 0 & \text{si } t \notin [-T/2, T/2] \end{cases}$$

Expression et représentation

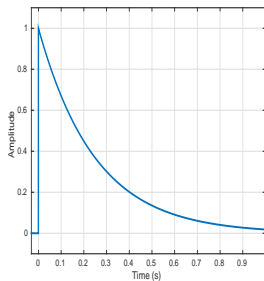


FIGURE 7 : Exponentielle décroissante, définie suivant

$$x(t) = \begin{cases} e^{-\alpha t} & \text{si } t \geq 0 \\ 0 & \text{si } t < 0 \end{cases}$$

Expression et représentation

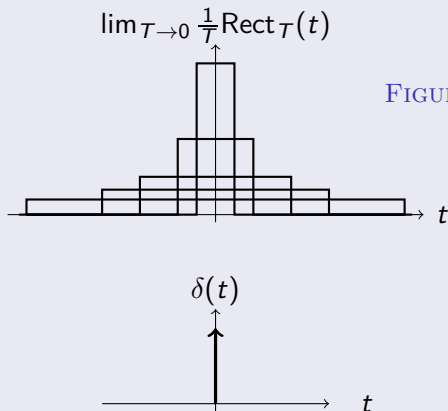


FIGURE 8 : "Fonction" Dirac, définie suivant

$$\delta(t) \equiv \lim_{T \rightarrow 0} \frac{1}{T} \text{Rect}_T(t)$$

et vérifiant

$$\int \delta(t - t_0) x(t) dt = x(t_0)$$

Sommaire

- 1 Introduction au TdS
- 2 Classes de signaux
- 3 Signaux et opérations de base
- 4 Opérations de base**

Addition et multiplication par un scalaire

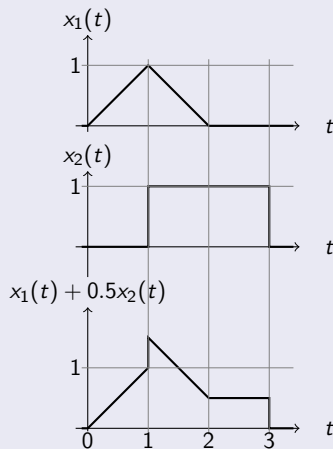


FIGURE 9 : Addition de signaux et multiplication par un scalaire.

Décalage temporel

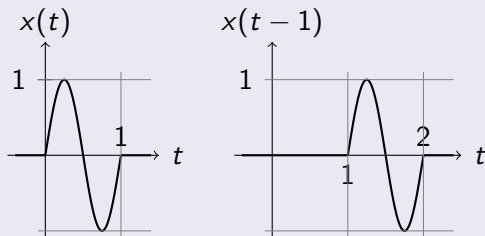


FIGURE 10 : Décalage temporel.

Propagation multi-trajets

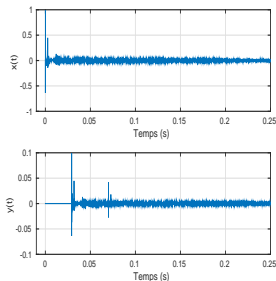


FIGURE 11 : À partir de $x(t) \rightarrow 3$ opérations (décalage temporel, multiplication par un scalaire, addition).

$$y(t) = \alpha_1 x(t - t_1) + \alpha_2 x(t - t_2)$$

Fenêtrage

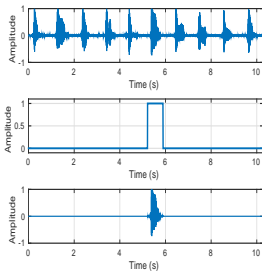


FIGURE 12 : Produit de 2 signaux :

$$x_w(t) = x(t) \cdot w(t)$$