La probabilité de transition est l'ensemble des transitions, soit la matrice $A = (a_{i,j})$

Il est important de retenir la formule par rapport à la distribution de probabilité

$$\boxed{\forall i, \sum_j a_{i,j} = 1}$$

⚠ ce n'est pas vrai pour les colonnes

On vient de créer une chaîne de Markov (1856-1922) (publication de ses travaux en 1906).

Le processus de Markov sur temps discret est une séquence $X_0, X_1, X_2 \dots$ de variables aléatoires à valeurs finies dans l'espace des états noté E. Un noeud représente un état et un arc une transition. E est fini de cardinal K.

Ces graphes n'ont pas d'état initial ou final mais on considère qu'il existe une transition qui part de l'état de départ vers tous les autres états de la chaîne. On doit donc fournir un vecteur de probabilité initial. ou à défaut, les probabilités peuvent être considérées comme équiprobables $\sum_{i=1}^{K} \pi_i = 1$; $\pi [\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_K]$

Une chaîne de Markov est définie selon 2 paramètres :
- la matrice de transition A
- le vecteur de probabilité π

Une chaîne de Markov est un modèle, qui sert à prendre des décisions.

Un modèle est une représentation imparfaite du monde réel, comme une simplification ou une approximation du réel. C'est un processus décrivant des données.

Propriété de Markov faible : la loi X_{n+1} ne dépend que du X_n. C'est le résultat d'une épreuve qui ne dépend que du résultat de l'épreuve précédente.

$$P(X_{n+1} = j \mid X_0 = i_0, X_1 = i_1, \dots, X_n = i) = P(X_{n+1} = j \mid X_n = i)$$

$$\Rightarrow P(X_{n+1} = \text{"copeaux"} \mid X_0 = \text{"roue"}, X_1 = \text{"mangeoire"}, \dots, X_n = \text{"roue"}) = P(X_{n+1} = \text{"copeaux"} \mid X_n = \text{"roue"})$$

Chaînes de Markov homogènes : mécanismes de transition ne changent pas au cours du temps.

$$P(X_{n+1} = j \mid X_n = i) = P(X_1 = j \mid X_0 = i), \forall n \geq 0, \forall (i,j) \in E$$

ex: $P(X_{n+1} = \text{"copeaux"} \mid X_n = \text{"roue"}) = P(X_1 = \text{"copeaux"} \mid X_0 = \text{"roue"}), \forall n.$

$P(X_{n+1} = j \mid X_n = i)$ est la probabilité de transition de l'état i de l'étape n à l'état j de l'étape $n+1$. Il est souvent noté a_{ij}.