

L'exemple le plus caractéristique est l'étude des erreurs faites par les élèves dans la soustraction, avec BUGGY (Brown et Burton, 1978) et l'ensemble des travaux qui en sont issus. On trouvera dans Wenger (*op. cit.*, chapitre 8)¹⁵ l'histoire des étapes de la « réparation des bogues ». Nous allons nous contenter d'en retracer les grandes lignes.

Sur la base de l'analyse d'opérations élémentaires produites par des élèves, Brown et Burton vont caractériser le processus de résolution des élèves par un réseau procédural. L'ensemble des actions à effectuer pour faire une soustraction (en colonnes) est décomposé en une hiérarchie d'étapes correspondant à des compétences élémentaires, ces dernières étant éventuellement erronées. Pour chaque élève, le réseau procédural ainsi constitué est censé être une réplique fidèle de l'état des connaissances de cet élève, incluant ses connaissances fausses. En supposant l'élève consistant, c'est-à-dire, appliquant sans perturbation les connaissances qu'on lui attribue, le réseau est exécutable dans le sens où, pour un problème donné, il fournit la réponse susceptible d'être donnée par cet élève. Le réseau modélise l'ensemble du comportement de l'élève, supposé être stable. S'il est prédictif, il ne se contente pas d'estimer la probabilité d'une réponse correcte ou incorrecte, il fournit la réponse même de l'élève, la validité de cette réponse ne dépendant que des caractéristiques du problème posé à l'élève. Notons que les travaux de Young et O'Shea (1981) consacrés à la soustraction rejoignent les précédents en se focalisant toutefois sur les erreurs les plus fondamentales.

Il faut remarquer que la technique de soustraction enseignée aux Etats-Unis n'est pas celle utilisée en France. Les deux méthodes sont illustrées par un exemple (figure 3.7). La première, que l'on qualifie de méthode naturelle en France et qui sert parfois d'introduction à la technique de la soustraction, s'appuie directement sur les groupements de la numération de position. Elle ne modifie que le premier membre de la soustraction par l'intermédiaire d'un système d'emprunts (1 dizaine donne 10 unités, etc.). Cette méthode s'appuie directement sur les caractéristiques de l'écriture des nombres en numération décimale.

$$\begin{array}{r} 1 \quad 13 \\ \cancel{2} \quad \cancel{4} \quad 5 \\ - \quad 8 \quad 9 \\ \hline 1 \quad 5 \quad 6 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 2 \quad 4 \quad 5 \\ - \quad 1 \quad 8 \quad 9 \\ \hline 1 \quad 5 \quad 6 \end{array}$$

Figure 3.7. Deux méthodes de soustraction

la modélisation des apprenants, un bogue va désigner des erreurs procédurales de nature locale plutôt que des incompréhensions profondes.

La seconde méthode s'appuie sur l'idée d'invariance d'une distance et compense en ajoutant une dizaine en bas quand on ajoute dix unités au nombre du haut. Elle est sans doute plus difficile à justifier pour de jeunes apprenants mais certainement plus économique au niveau des écritures. En particulier, la méthode naturelle est plus délicate quand il faut emprunter sur un 0. Les erreurs faites par les élèves dépendent directement de la méthode de soustraction pratiquée.

Le repérage des bogues dans la soustraction est complété par d'autres travaux (Burton, 1982). Tout d'abord, un jeu permettant de s'entraîner à la détection des bogues est conçu. Comme il apparaît difficile de décrire verbalement les procédures erronées, diagnostiquer les erreurs consiste à faire la même erreur sur un certain nombre de cas. La réponse est jugée correcte si le joueur trouve les résultats de l'élève (que ces résultats soient en fait corrects ou non). Deux systèmes de diagnostic automatique sont ensuite construits : DEBUGGY qui travaille en différé à partir de problèmes résolus par un élève et IDEBUGGY qui est une version interactive. La mise au point de ces programmes, qui ont apparemment donné des résultats satisfaisants, conduit à des traitements délicats des phénomènes de bruit, écarts entre un comportement parfaitement consistant et un comportement réel qui ajoutent des erreurs non prévues par la théorie.

Le diagnostic s'effectue à partir de la décomposition de la technique générale et de l'ensemble des bogues préalablement repérés en un certain nombre d'éléments insécables, des sortes de sous-compétences primitives. Est considérée comme sous-compétence primitive, toute partie isolable de la compétence qu'il est possible de méconnaître. A chacune d'elles, on associe des problèmes dans lesquels elle intervient, ce qui permet de repérer les éventuels bogues correspondants. On en déduit un nombre fini de problèmes pour discriminer les bogues. D'après Burton (*op. cit.*), une série de 12 problèmes peut permettre d'opérer une sélection parmi environ 1 200 bogues composés (et 20 problèmes pour s'assurer d'une consistance minimale des bogues repérés). Toutefois, des obstacles apparaissent, tels un certain manque de stabilité dans le comportement des apprenants et des phénomènes de migration des bogues, c'est-à-dire des déplacements dans les manifestations des erreurs.

La théorie REPAIR de Brown et Van Lehn (1980) va tenter de rendre compte de l'apparition des bogues constatés chez les élèves. Ils la décrivent pour l'essentiel comme des réparations locales effectuées face à des impasses dans le déroulement d'une technique. Par exemple, dans la soustraction ci-dessous, un élève ne sait pas quoi faire quand il doit enlever une unité à un 0. Face à cette impasse, il imagine une solution. Considérer que 0 est une sorte de 10 et donc de mettre 9 sans décrémenter le chiffre de la colonne de gauche. Il peut aussi décider de laisser le 0 tel quel.