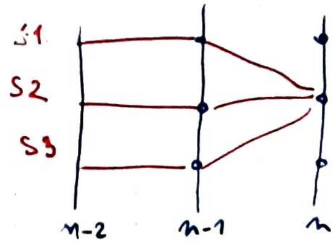
21/02 Graphes et Automates smfeuille3

$$P(X_n = j) = \prod_{i=1}^{K} P(X_n = j \mid X_{n-1} = i)\, P(X_{n-1} = i)$$

$$= \prod_{i=1}^{K} a_{ij}\, P(X_{n-1} = i)$$

$$= a_{1j}\, P(X_{n-1} = 1) \times a_{2j}\, P(X_{n-1} = 2) \times \dots \times a_{ij}\, P(X_{n-1} = k)$$



somme de tous le chemins

Notion de récurrence : $U_n = (P(X_n = 1), P(X_n = 2), \dots, P(X_n = k))$ → Vecteur ligne de dimension k

$U_n = U_{n-1} \times A$ avec $U_0 = \pi$.

Par démonstration de récurrence $U_n = U_0 \times A^n$. On a aussi $U_{n+m} = U_n \times A^m$.

(Observation ! noté 0) donc $\boxed{U_n = \pi \times A^n}$ matrice élevée à la puissance

Probabilité d'un chemin : c'est la probabilité de réaliser le parcours fixé sur un chemin, dont il est le produit des proba des transitions situées sur le parcours.

Prédire les probas prenons l'hypothèse que Doudou dort la 1ère minute

$$X_0 = \pi = [1, 0, 0]$$

$$P(X_1 \mid A, \pi) = \pi \times A$$

$$P(X_2 \mid A, \pi) = \pi \times A \times A$$ on voit que ça converge

probabilité de rester dans un état

$\Rightarrow P(O \mid A, \pi, T = t \dots t+d) = (a_{ij})^{d-1} \times (1 - a_{ij})$ → loi géométrique de paramètre $a_{ij} = p$

plus p est grand, plus la loi descend vite.

Bibliographie : _Chaîne de Markov

- Doudou le Hamster
- Loi géométrique

pour la suite - Lawrence R. Rabiner, A tutorial on Hidden Markov Models and Selected Applications in Speech Recognition

lire intro, A et B.