21/02 — **Graphes et Automates** — SM feuille 1

Chapitre 1 : Chaînes de Markov

Nous allons nous baser sur une étude de cas pour comprendre les chaînes de Markov, en particulier sur Doudou le hamster.

Doudou le hamster ne connaît que 3 endroits dans sa cage : les copeaux où il dort, la roue où il fait de l'exercice et la mangeoire où il mange. On peut facilement représenter l'activité (discrétisée du temps) de Doudou sous forme d'un trellis (laticce en anglais) où l'on montre la probabilité que Doudou se déplace d'un endroit à un autre. Un trellis est un graphe orienté dans un sens uniquement (celui de l'axe des temps).

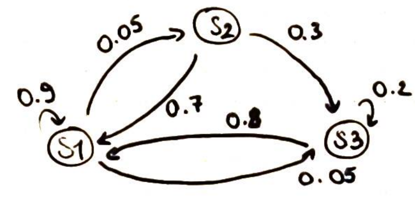
Si l'on souhaite représenter sous un autre graphe orienté, il faut respecter les probabilités suivantes :

- Quand il dort, il a 9 chances sur 10 de ne pas se lever la minute suivante.
- Quand il se réveille, il a une chance sur 2 qu'il aille manger et 1 chance sur 2 qu'il parte faire de l'exercice.
- Le repas ne dure qu'une minute, après il fait autre chose.
- Après avoir mangé, il y a 3 chances sur 10 qu'il parte courir dans sa roue, mais surtout 7 chances sur 10 qu'il retourne dormir.
- Courir est fatiguant pour Doudou ; il a 80% de chance de retourner dormir au bout d'une minute sinon, il continue en oubliant qu'il est déjà un peu fatigué.

Le graphe orienté ressemble à ceci :

distribution de probabilité :

somme des états sortants = 1.



S1 : copeaux

S2 : mangeoire

S3 : roue

Un graphe peut être stocké dans une matrice de transition, une matrice carrée A de dimension K identique au nombre de noeuds du graphe $A = (a_{i,j})$ i indice ligne ; j indice colonne

La matrice de transition pour ce graphe est la suivante :

(c'est une matrice à coefficients positifs ou nuls)

départ \ arrivée	S1	S2	S3
S1	0.9	0.05	0.05
S2	0.7	0	0.3
S3	0.8	0	0.2

arrivée

départ