

TD 1 : récursivité

Exercice 1

- Donner une définition récursive de x^n (avec x, n des entiers positifs).
- À partir de cette définition, écrire une fonction *récursive non terminale* qui calcule x^n à partir des entiers x et n reçus en paramètre.
- Modifier cette fonction pour la rendre *récursive terminale*.
- Donner la version *itérative* dérivée de cette version récursive terminale.

Exercice 2

Ecrire une fonction et un exemple d'appel permettant de déterminer si une phrase est un palindrome. On procédera de la même manière que pour l'exercice 1 (définition récursive, écriture de la fonction, exemple).

Note : on considère que les espaces et les ponctuations de la phrase ont été enlevés au préalable.

À la maison : tester avec les phrases suivantes :

- « Eh ! ça va la vache. »
- voir aussi <http://homepage.urbanet.ch/cruci.com/lexique/palindrome.htm>

Exercice 3

La fonction **pgcd_iter** calcule le PGCD de deux entiers a et b reçus en paramètres en utilisant la méthode d'Euclide.

```
int pgdc_iter (int a, int b)
{
    while (a != b)
    {
        if (a > b)
            a = a - b ;
        else
            b = b - a ;
    }
    return a ;
}
```

Ecrire la fonction **pgcd_rec** qui effectue le même calcul de manière récursive.
Cette fonction est-elle récursive terminale ou non terminale ?

Exercice 4

La suite de Fibonacci est définie par :

$$u_0 = 1$$

$$u_1 = 1$$

$$u_n = u_{n-1} + u_{n-2} \text{ pour } n > 1$$

- Ecrire une fonction récursive qui calcule le $n^{\text{ième}}$ terme de la suite. Cette fonction est-elle récursive terminale ou non terminale ?
- Ecrire deux versions itératives de cette fonction
 - la première remplit un tableau d'entiers de taille N tel que $\text{tab}[i]$ contient le $i^{\text{ème}}$ terme de la suite (on suppose que $n \leq N$)
 - la seconde utilise trois variables, représentant respectivement u_i , u_{i-1} et u_{i-2} , avec i dans $[2, n]$.
- Donner un ordre de grandeur de la complexité en temps et en espace de chacune de ces fonctions, et comparer les résultats.

Exercice 5

Écrire une fonction booléenne récursive qui recherche par dichotomie un entier dans un tableau trié. On commencera par définir les paramètres nécessaires à la fonction et le cas d'arrêt de la récursivité.

Exercice complémentaire

Une feuille de format A0 mesure $841 \text{ mm} \times 1\,189 \text{ mm}$. A partir d'un format A_i , on passe au format inférieur A_{i+1} en coupant la feuille en deux dans le sens de la largeur.

Écrire un programme qui lit au clavier un entier compris entre 0 et 9, représentant le numéro d'un format, et affiche les dimensions d'une feuille de ce format en faisant appel à une fonction récursive.

