tarea PLANOS y RECTAS 2

1.Encontrar, si es posible, los valores de $\mathbf{k}$ para que los planos

$$\pi_1)\ \mathbf{2x - y + 3z - 6 = 0} \qquad \pi_2)\ \mathbf{-4x + 2y + kz - 2 = 0}$$

a) Sean paralelos. b) Sean perpendiculares.

2.Dadas las rectas $r_1)\begin{cases} x = k + 2t \\ y = t \\ z = 2 - t \end{cases}$ $\qquad r_2)\begin{cases} x = \ \ 1 + s \\ y = -1 + 2s \\ z = \ \ -s \end{cases}$

a) Determinar k de modo que resulten coplanares.

b) Para dicho valor de k hallar la ecuación del plano que las contiene.

c) Obtener para dicho valor de k las coordenadas del punto de intersección entre ambas.

3.Dadas las rectas $r_1)\begin{cases} x = \ \ 1 + 2t \\ y = \ \ 1 + t \\ z = -1 + 3t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$ $\qquad r_2)\begin{cases} x - 2y = -9 & \text{(I)} \\ 10x + 7y - 9z = 0 & \text{(II)} \end{cases}$

a) Verifica que son coplanares.

b) Determina la ecuación del plano que las contiene.

c) Identifica el lugar geométrico que representan cada una de las ecuaciones (I) y (II), y describe sus particularidades.

4. Dados los planos $\pi_1)\ \mathbf{-x + 2y + 3 = 0}$; $\pi_2)\ \mathbf{3x - y + 2z - 1 = 0}$

calcular la distancia desde la recta $\mathbf{r_1}$ que resulta de la intersección de π_1 y π_2

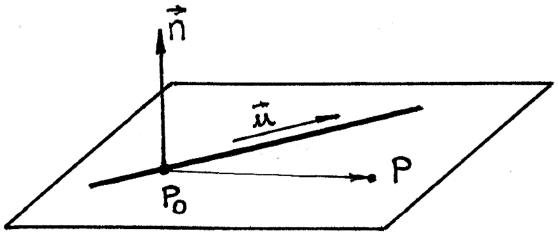
hasta el punto $\mathbf{A}(x_A, -5, z_A)$ perteneciente a la recta $r)\begin{cases} \mathbf{x = 2t} \\ \mathbf{y = -3 + t} \\ \mathbf{z = 1 - 3t} \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

5.Determine las ecuaciones de la recta que contiene al punto $A(2, -1, 5)$, es paralela al plano $\pi)\ \mathbf{3x + y - 2z = 5}$ y es perpendicular a la recta $r)\ \mathbf{\frac{x+8}{2} = \frac{y-5}{3} = \frac{z-1}{-1}}$

resolución tarea de PLANOS y RECTAS en el espacio

1 a) Hallar la ecuación del plano π que contiene a P (1, -1, 2) y a la recta r) $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 2 + 3t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$

b) Hallar la distancia desde el punto $Q(2, -1, 4)$ al plano π.



$P(1, -1, 2)$

$P_0(1, 2, 3)$

$\vec{u} = (-2, 3, 2)$

$$\overrightarrow{P_0P} = \overrightarrow{OP} - \overrightarrow{OP_0}$$

$$= (1, -1, 2) - (1, 2, 3)$$

$$= (0, -3, -1)$$

$$\overrightarrow{P_0P} \wedge \vec{u} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & -3 & -1 \\ -2 & 3 & 2 \end{vmatrix}$$

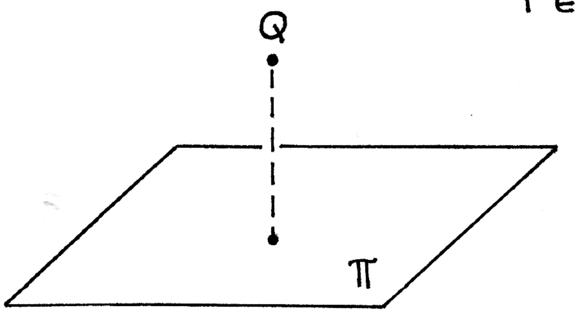
$$= (-3, 2, -6) = \vec{n}$$

$\therefore$ la ec. gral. del plano es $\quad ax + by + cz + d = 0$

$$-3x + 2y - 6z + d = 0$$

$$P \in r \longrightarrow -3.1 + 2.(-1) - 6.2 + d = 0$$

$$d = 17$$



$$\pi)\ \mathbf{-3x + 2y - 6z + 17 = 0} \ \checkmark$$

distancia de un punto a un plano

$$\delta(Q, \pi) = \frac{|-3x_Q + 2y_Q - 6z_Q + 17|}{\sqrt{(-3)^2 + 2^2 + (-6)^2}}$$

$$= \frac{|-3.2 + 2.(-1) - 6.4 + 17|}{\sqrt{9 + 4 + 36}}$$

$$= \frac{|-15|}{\sqrt{49}} = \mathbf{\frac{15}{7}} \ \checkmark$$

2 **a)** Hallar las ecuaciones de la recta que contiene a los puntos $A(-2,4,1)$ y $B(1,3,6)$

b) Escribir las coordenadas de 2 puntos pertenecientes a la misma.

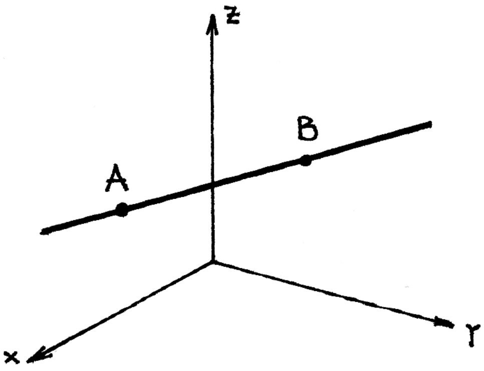
c) Explicar por qué el punto de coordenadas $(10,1,10)$ no pertenece a la misma.

d) Hallar la distancia de la recta al punto $D(1,0,1)$

---

a)

$$\vec{AB} = \vec{OB} - \vec{OA}$$
$$= (1,3,6)-(-2,4,1)$$
$$= (3,-1,5) = \vec{u}$$



$$r) \begin{cases} X = -2+3t \\ Y = 4-t \\ Z = 1+5t \end{cases} \quad \forall t \in \mathbb{R} \checkmark$$

b) $t = 1 \rightarrow$
$X = -2+3 = 1$
$Y = 4-1 = 3$
$Z = 1+5.1 = 6$

$P_1(1,3,6)$ ← este es el punto B

$t = 2 \rightarrow$
$X = -2+3.2 = 4$
$Y = 4-2 = 2$
$Z = 1+5.2 = 11$

$P_2(4,2,11)$

c) $C(10,1,10) \in r$?

$10 = -2+3t \rightarrow t = 4$

$1 = 4-t \rightarrow t = 3$

$10 = 1+5t \rightarrow t = \frac{9}{5}$

$\downarrow$

$\nexists$ un único t

$\Downarrow$

$C \notin r$

d) $\vec{P_0D} = \vec{OD} - \vec{OP_0}$

$= (1,0,1)-(-2,4,1) = (3,-4,0)$

$$\vec{P_0D} \wedge \vec{u} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 3 & -4 & 0 \\ 3 & -1 & 5 \end{vmatrix} = (-20,-15,9)$$

$$\boxed{\delta(D,r) = \frac{|\vec{P_0D} \wedge \vec{u}|}{|\vec{u}|}}$$

distancia de un punto a una recta

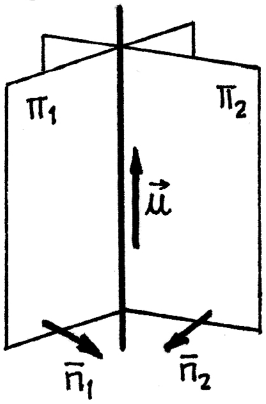
$$= \frac{\sqrt{(-20)^2+(-15)^2+9^2}}{\sqrt{3^2+(-1)^2+5^2}} = \frac{\sqrt{706}}{\sqrt{35}}$$

$$= \sqrt{\frac{706}{35}} \checkmark$$

3 Hallar las ecuaciones del plano π, que contiene al punto $C\ (1,2,3)$

y que es perpendicular a la recta r) $\begin{cases} x + 2y - 4z + 2 = 0 \\ 2x + 5y + 3z + 3 = 0 \end{cases}$

1° obtengo las ecuaciones paramétricas de r



$$\vec{n}_1 = (1, 2, -4)$$

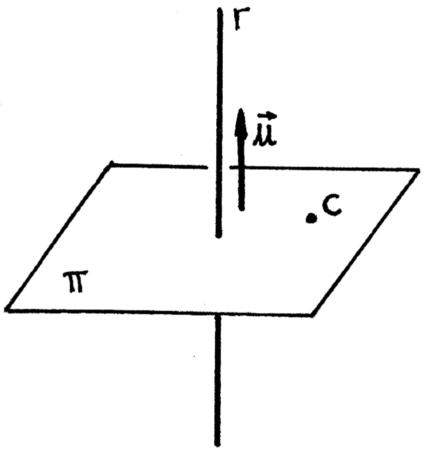
$$\vec{n}_2 = (2, 5, 3)$$

$$\vec{n}_1 \wedge \vec{n}_2 = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & k \\ 1 & 2 & -4 \\ 2 & 5 & 3 \end{vmatrix} = (26, -11, 1) = \vec{u}$$

adopto $z = 0 \rightarrow \begin{cases} x + 2y = -2 \\ 2x + 5y = -3 \end{cases} \rightarrow \begin{matrix} x = -4 \\ y = 1 \end{matrix} \rightarrow P_0(-4, 1, 0)$

$$r \begin{cases} x = -4 + 26t \\ y = 1 - 11t \\ z = 0 + t \end{cases} \quad \forall t \in \mathbb{R}$$

2° obtengo la ec. general del plano π que es $\perp$ a la recta r



la ec. gral. de π es : $ax + by + cz + d = 0$

$$26x - 11y + 1z + d = 0$$

$$C \in \pi \longrightarrow 26.1 - 11.2 + 1.3 + d = 0$$

$$d = -7$$

$$\pi)\ 26x - 11y + z - 7 = 0$$ ✓

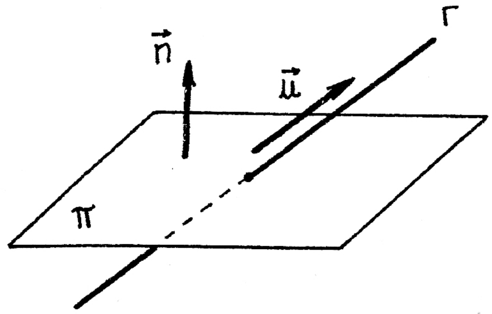
3 Dada la recta r) $\begin{cases} x = 5 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = 2 - t \end{cases}$ y el plano $\pi)$ $x - 2y + 3z + 1 = 0$

a) Demostrar que la recta y el plano no son paralelos ni perpendiculares entre sí

b) Hallar el ángulo formado entre la recta y el plano.

---

a)



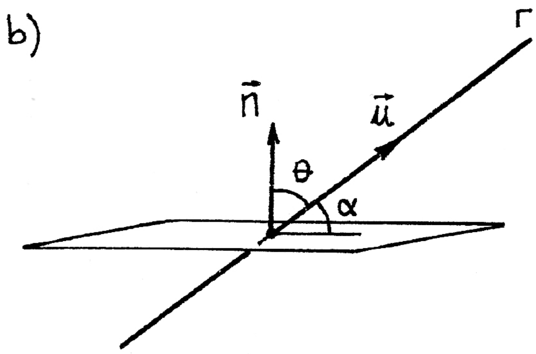
$\vec{u} = (1, 2, -1)$

$\vec{n} = (1, -2, 3)$

$$\frac{1}{1} \neq \frac{2}{-2} \neq \frac{-1}{3} \Rightarrow \vec{u} \nparallel \vec{n} \Rightarrow r \not\perp \pi$$

$$\vec{u} \times \vec{n} = 1.1 + 2.(-2) + (-1).3 = -6 \Rightarrow \vec{u} \not\perp \vec{n} \Rightarrow r \nparallel \pi$$

b)



$\theta = \widehat{\vec{u}\vec{n}}$ → ángulo entre los 2 vectores

$\alpha = \widehat{r\pi}$ → ángulo entre el plano y la recta

$$\cos\theta = \frac{\vec{u} \times \vec{n}}{|\vec{u}| . |\vec{n}|} = \frac{-6}{\sqrt{1^2 + 2^2 + (-1)^2}\ \sqrt{1^2 + (-2)^2 + 3^2}} = \frac{-6}{\sqrt{6}\ \sqrt{14}} = -0{,}65$$

$\theta = 130° 53'$

$\alpha = 90° - \theta$ ó $\alpha = \theta - 90°$

$\alpha = 130° 35' - 90°$

$\alpha = 40° 35'$

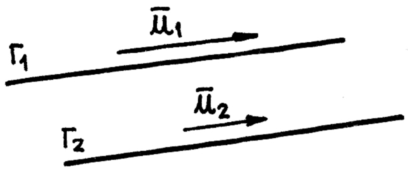
4 Dadas las rectas $r_1) \begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = 2 + 6t \\ z = 1 - 3t \end{cases}$ y $r_2) \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = 2 - t \end{cases}$

a) Demostrar son paralelas entre sí.

b) Hallar la ecuación del plano que las contiene.

---

a)



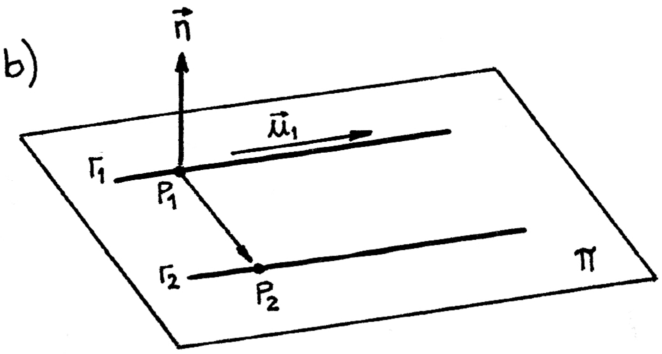
$\vec{u}_1 = (3, 6, -3)$

$\vec{u}_2 = (1, 2, -1)$

paralelismo

$$\frac{3}{1} = \frac{6}{2} = \frac{-3}{-1} \Rightarrow \vec{u}_1 \parallel \vec{u}_2 \Rightarrow r_1 \parallel r_2 \checkmark$$

b)



$P_1(3, 2, 1)$

$P_2(1, 1, 2)$

$$\overrightarrow{P_1P_2} = \overrightarrow{OP_2} - \overrightarrow{OP_1}$$

$$= (1,1,2) - (3,2,1) = (-2, -1, 1)$$

$$\overrightarrow{P_1P_2} \wedge \vec{u}_1 = \begin{vmatrix} i & j & k \\ -2 & -1 & 1 \\ 3 & 6 & -3 \end{vmatrix} = (-3, -3, -9) = \vec{n}$$

ec. gral del plano : $ax + by + cz + d = 0$

$$-3x - 3y - 9z + d = 0$$

$P_1 \in \pi \longrightarrow -3.3 - 3.2 - 9.1 + d = 0$

$$d = 24$$

$$\pi)\ -3x - 3y - 9z + 24 = 0 \checkmark$$

5 Dadas las rectas $r_1)\begin{cases} x = 1 - 4t \\ y = 2 + 3t \\ z = 4 - 2t \end{cases}$ y $r_2)\ \frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{6}$

a) Demostrar son coplanares.

b) Hallar la ecuación del plano que las contiene.

---

a) $\vec{u}_1 = (-4, 3, -2)$ $\quad P_1(1, 2, 4)$

$\vec{u}_2 = (-1, 1, 6)$ $\quad P_2(2, 1, -2)$

paralelismo

$$\frac{-4}{-1} \neq \frac{3}{1} \neq \frac{-2}{6} \Rightarrow \vec{u}_1 \not\parallel \vec{u}_2 \Rightarrow r_1 \not\parallel r_2$$

$$\overrightarrow{P_1P_2} = \overrightarrow{OP_2} - \overrightarrow{OP_1}$$
$$= (2,1,-2) - (1,2,4)$$
$$= (1,-1,-6)$$

condición de coplanaridad

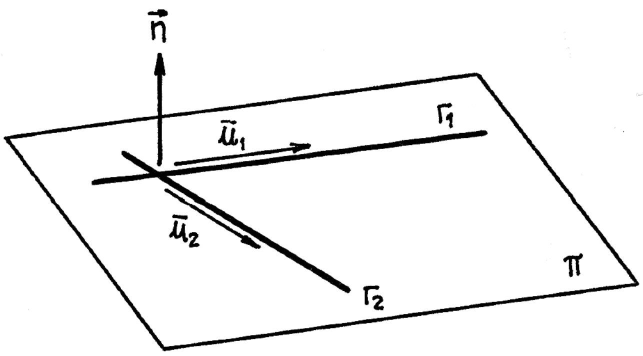
$$\vec{u}_1 \wedge \vec{u}_2 \times \overrightarrow{P_1P_2} = \begin{vmatrix} -4 & 3 & -2 \\ -1 & 1 & 6 \\ 1 & -1 & -6 \end{vmatrix} \overset{\text{Sarrus}}{=} 0$$

$\Downarrow$

$\vec{u}_1, \vec{u}_2$ y $\overrightarrow{P_1P_2}$ son coplanares

$\Downarrow$

r_1 y r_2 son coplanares ✓



b)

$$\vec{u}_1 \wedge \vec{u}_2 = \begin{vmatrix} i & j & k \\ -4 & 3 & -2 \\ -1 & 1 & 6 \end{vmatrix}$$

$$= (20, 26, -1) = \vec{n}$$

ec. gral del plano : $ax + by + cz + d = 0$

$20x + 26y - 1.z + d = 0$

$P_1 \in \pi \rightarrow 20.1 + 26.2 - 1.4 + d = 0$

$d = -68$

$\pi)\ 20x + 26y - z - 68 = 0$ ✓

6 Dadas las rectas $r_1) \begin{cases} \mathbf{x = 6 + 3t} \\ \mathbf{y = 2 - 4t} \\ \mathbf{z = 1 + 2t} \end{cases}$ y $r_2)\ \dfrac{x-2}{3} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z-1}{-1}$

a) Demostrar son alabeadas.

b) Hallar la mínima distancia entre ellas.

---

a) $\vec{u}_1 = (3, -4, 2) \qquad P_1(6, 2, 1)$

$\vec{u}_2 = (3, 2, -1) \qquad P_2(2, -1, 1)$

$\overrightarrow{P_1P_2} = \overrightarrow{OP_2} - \overrightarrow{OP_1}$

$=$

$= (-4, -3, 0)$

coplanaridad

Sarrus

$\vec{u}_1 \wedge \vec{u}_2 \times \overrightarrow{P_1P_2} = \begin{vmatrix} 3 & -4 & 2 \\ 3 & 2 & -1 \\ -4 & -3 & 0 \end{vmatrix} = -27 \neq 0$

$\Downarrow$

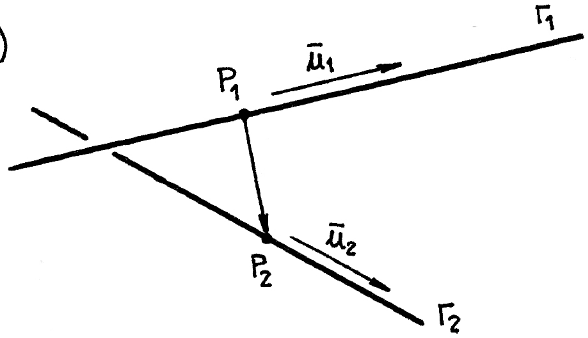
$\vec{u}_1, \vec{u}_2$ y $\overrightarrow{P_1P_2}$

no son coplanares

$\Downarrow$

r_1 y r_2 son rectas alabeadas ✓

b)



$\vec{u}_1 \wedge \vec{u}_2 = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 3 & -4 & 2 \\ 3 & 2 & -1 \end{vmatrix} = (0, 9, 18)$

$|\vec{u}_1 \wedge \vec{u}_2| = \sqrt{0^2 + 9^2 + 18^2} = \sqrt{405}$

distancia entre rectas alabeadas

$$\boxed{\delta(r_1, r_2) = \frac{|\vec{u}_1 \wedge \vec{u}_2 \times \overrightarrow{P_1P_2}|}{|\vec{u}_1 \wedge \vec{u}_2|}} = \frac{|-27|}{\sqrt{405}} = \mathbf{\frac{27}{\sqrt{405}}}\ ✓$$

7 Dadas las rectas $r_1)\begin{cases} x = 6+3t \\ y = 2-4t \\ z = 1+5t \end{cases}$ y $r_2)\ \dfrac{x-2}{6} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z-1}{2}$

a) Demostrar que son coplanares, pero que no son paralelas entre sí.

b) Encontrar el punto de intersección entre ellas.

---

a) $\vec{u}_1 = (3,-4,5)$ $\quad P_1(6,2,1)$ $\quad \overrightarrow{P_1P_2} = \overrightarrow{OP_2} - \overrightarrow{OP_1}$

$\vec{u}_2 = (6,2,2)$ $\quad P_2(2,-1,1)$ $\quad = (2,-1,1) - (6,2,1)$

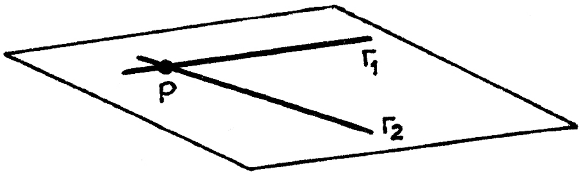
$= (-4,-3,0)$

coplanaridad

$$\vec{u}_1 \wedge \vec{u}_2 \times \overrightarrow{P_1P_2} = \begin{vmatrix} 3 & -4 & 5 \\ 6 & 2 & 2 \\ -4 & -3 & 0 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \underset{\text{son coplanares}}{\vec{u}_1, \vec{u}_2 \text{ y } \overrightarrow{P_1P_2}} \Rightarrow \underset{\textbf{son coplanares}}{r_1 \text{ y } r_2} \checkmark$$

$$\frac{3}{6} \neq \frac{-4}{2} \neq \frac{5}{2} \Rightarrow \vec{u}_1 \not\parallel \vec{u}_2 \Rightarrow r_1 \not\parallel r_2 \checkmark$$

b) $r_1\begin{cases} x = 6+3t \\ y = 2-4t \\ z = 1+5t \end{cases}$ $\qquad r_2\begin{cases} x = 2+6\lambda \\ y = -1+2\lambda \\ z = 1+2\lambda \end{cases}$



igualo las x : $6+3t = 2+6\lambda$ $\quad$ I

igualo las y : $2-4t = -1+2\lambda$ $\quad$ II

$$\left.\begin{matrix} \text{I} \\ \text{II} \end{matrix}\right\} \rightarrow \begin{cases} 3t - 6\lambda = -4 \\ -4t - 2\lambda = -3 \end{cases} \rightarrow \begin{matrix} t = 1/3 \\ \lambda = 5/6 \end{matrix}$$

igualo las z : $1+5t = 1+2\lambda$ $\quad$ III

$$\text{III} \rightarrow 1 + 5\cdot\frac{1}{3} = 1 + 2\cdot\frac{5}{6} \checkmark$$

$$\begin{aligned} x &= 6 + 3\cdot\tfrac{1}{3} = 7 \\ y &= 2 - 4\cdot\tfrac{1}{3} = 2/3 \\ z &= 1 + 5\cdot\tfrac{1}{3} = 8/3 \end{aligned} \longrightarrow P(7, 2/3, 8/3) \checkmark$$

3 Dada la recta $r)\ \frac{x-1}{3}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z}{\alpha}$ y los puntos $A(1,0,0)$, $B(0,1,0)$ y $C(0,0,-1)$

a. Estudiar para qué valor de α la recta r es paralela al plano π determinado por A, B y C.

b. Calcular la distancia entre la recta r y el plano π.

c. Escribir las ecuaciones de la recta proyección de r sobre el plano π.

---

a) $\frac{x-1}{3}=t$ $\qquad \frac{y+1}{-2}=t$ $\qquad \frac{z}{\alpha}=t$

$x-1=3t$ $\qquad y+1=-2t$ $\qquad z=\alpha t$

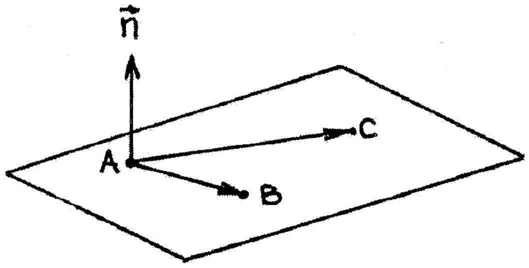
$x=3t+1$ $\qquad y=-2t-1$ $\qquad z=0+\alpha t$

$x=1+3t$ $\qquad y=-1-2t$

$$\boxed{r\begin{cases} x = 1+3t \\ y=-1-2t \\ z=0+\alpha t\end{cases}}$$

$P_0(1,-1,0)$

$\vec{u}=(3,-2,\alpha)$



$\vec{AB}=\vec{OB}-\vec{OA}=(-1,1,0)$

$\vec{AC}=\vec{OC}-\vec{OA}=(-1,0,-1)$

$$\vec{AB}\wedge\vec{AC}=\begin{vmatrix} i & j & k \\ -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & -1\end{vmatrix}=(-1,-1,1)=\vec{n}$$

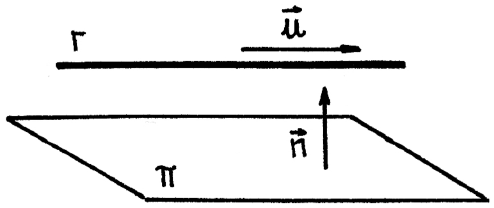
ec. gral de π : $ax+by+cz+d=0$

$-1.x-1.y+1.z+d=0$

$A\in\pi \longrightarrow -1.1-1.0+1.0+d=0$

$d=1$

$\pi)\ \boxed{-x-y+z+1=0}$



$$r \parallel \pi \iff \vec{u} \perp \vec{n} \iff \vec{u} \times \vec{n} = 0$$

$$(3,-2,\alpha) \times (-1,-1,1) = 0$$

$$3.(-1) + (-2).(-1) + \alpha.1 = 0$$

$$-3 + 2 + \alpha = 0$$

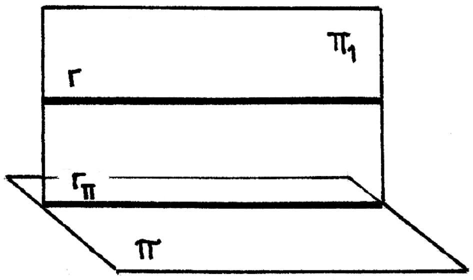
$$\alpha = 1 \checkmark$$

b) $\delta(r,\pi) = \delta(P_0,\pi)$

$$= \frac{|-x_0 - y_0 + z_0 - 1|}{\sqrt{(-1)^2 + (-1)^2 + 1^2}}$$

$$= \frac{|-1-(-1)+0-1|}{\sqrt{1+1+1}} = \frac{|-1|}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \checkmark$$

c)



$\vec{u} = (3,-2,1)$

$\vec{n} = (-1,-1,1)$

$$\vec{u} \wedge \vec{n} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 3 & -2 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{vmatrix} = (-1,-4,-5) = \vec{n}_1$$

ec. gral de π_1: $ax + by + cz + d = 0$

$$-1.x - 4.y - 5.z + d = 0$$

$$P_0 \in \pi_1 \longrightarrow -1.1 - 4.(-1) - 5.0 + d = 0$$

$$d = -3$$

$$\pi_1)\ -x - 4y - 5z - 3 = 0$$

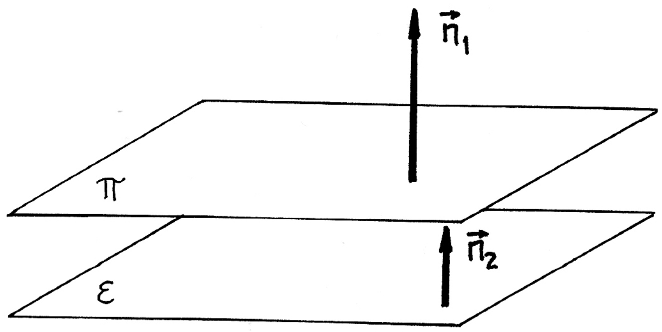
∴ la proyección de r sobre π es: $r_\pi \begin{cases} -x - 4y - 5z - 3 = 0 \\ -x - y + z + 1 = 0 \end{cases} \checkmark$

2 Determina λ para que los planos $\pi)\ 2x + \lambda y + 2z = 7$ y $\varepsilon)\ x + 2y + z = 5$ resulten paralelos.

Luego halla el plano perpendicular a ambos, que contiene a los puntos P y Q siendo $P(0,1,-1)$ y $Q(2,0,-2)$

$\pi)\ 2x + \lambda y + 2z - 7 = 0 \longrightarrow \vec{n}_1 = (2\,;\lambda\,;2)$

$\varepsilon)\ x + 2y + z - 5 = 0 \longrightarrow \vec{n}_2 = (1\,;2\,;1)$



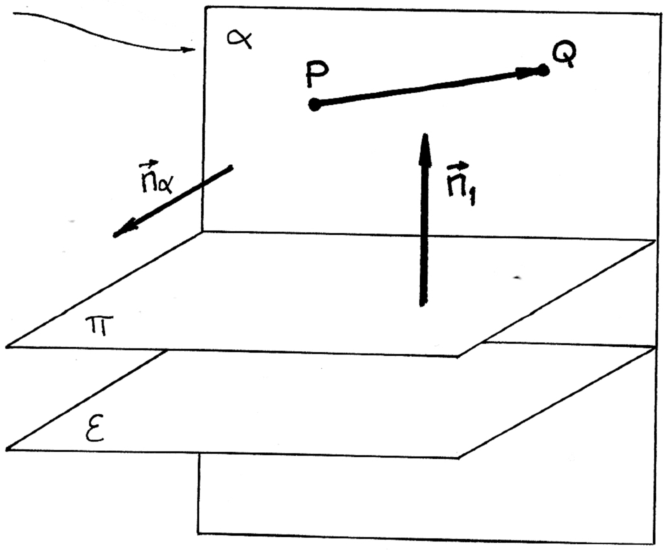
$\pi \,//\, \varepsilon \Rightarrow \vec{n}_1 \,//\, \vec{n}_2$

condición de paralelismo

$$\frac{2}{1} = \frac{\lambda}{2} = \frac{2}{1}$$

$\lambda = 4$ ✓

este plano α
es $\perp$ tanto a π
como a ε



$\vec{n}_1 \parallel \alpha$

$\overrightarrow{PQ} \parallel \alpha$ (porque está contenido en α)

$\Downarrow$

$\vec{n}_1 \wedge \overrightarrow{PQ}$ es el vector normal del plano α

$$\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{OQ} - \overrightarrow{OP}$$
$$= (2;0;2) - (0;1;-1)$$
$$= (2;-1;-1)$$

$$\vec{n}_1 \wedge \overrightarrow{PQ} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & 4 & 2 \\ 2 & -1 & -1 \end{vmatrix} = (-2;6;-10) = \vec{n}_\alpha$$

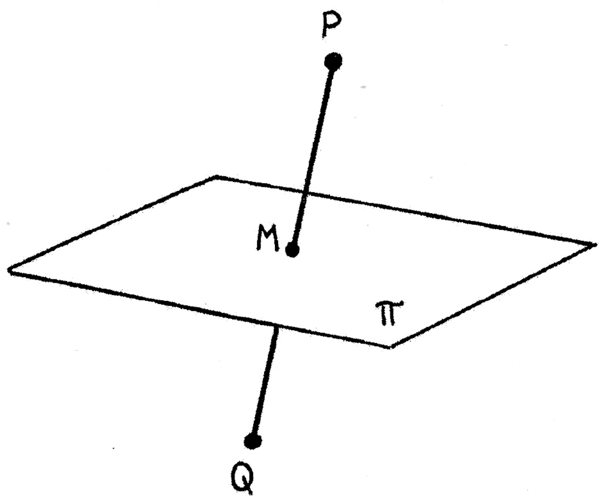
ec. gral de α) $-2x + 6y - 10z + d = 0$

$P \in \alpha \longrightarrow -2.0 + 6.1 - 10.(-1) + d = 0$

$d = -16$

α) $\mathbf{-2x + 6y - 10z - 16 = 0}$ ✓

4 Hallar las coordenadas del punto $\boldsymbol{Q}$ que es simétrico al punto $\boldsymbol{P}(2,4,6)$ con respecto al plano π determinado por los puntos $\boldsymbol{A}(1,-1,2)$, $\boldsymbol{B}(0,1,3)$ y $\boldsymbol{C}(-3,5,4)$



$$\vec{AB} = \vec{OB} - \vec{OA} = (-1,2,1)$$

$$\vec{AC} = \vec{OC} - \vec{OA} = (-4,6,2)$$

$$\vec{AB} \wedge \vec{AB} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ -1 & 2 & 1 \\ -4 & 6 & 2 \end{vmatrix} = (-2,-2,2) = \vec{n}$$

ec. gral de π : $ax + by + cz + d = 0$

$$-2x - 2y + 2z + d = 0$$

$$A \in \pi \rightarrow -2.1 - 2(-1) + 2.2 + d = 0$$

$$d = -4$$

$$\pi)\ -2x - 2y + 2z - 4 = 0$$

$$\boxed{r)\ \begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 4 - 2t \\ z = 6 + 2t \end{cases}}\ \forall t \in \mathbb{R}$$

$$r \cap \pi \rightarrow -2(2-2t) - 2(4-2t) + 2(6+2t) - 4 = 0$$

$$-4 + 4t - 8 + 4t + 12 + 4t - 4 = 0$$

$$12t - 4 = 0$$

$$t = \frac{1}{3} \longrightarrow M\left(\frac{4}{3}, \frac{10}{3}, \frac{20}{3}\right)$$

$$\vec{MQ} = \vec{PM}$$

$$\vec{OQ} - \vec{OM} = \vec{OM} - \vec{OP}$$

$$\vec{OQ} = \vec{OM} - \vec{OP} + \vec{OM}$$

$$\vec{OQ} = 2.\vec{OM} - \vec{OP}$$

$$\vec{OQ} = 2.\left(\frac{4}{3}, \frac{10}{3}, \frac{20}{3}\right) - (2,4,6)$$

$$= \left(\frac{8}{3}, \frac{20}{3}, \frac{40}{3}\right) - (2,4,6)$$

$$= \left(\frac{2}{3}, \frac{8}{3}, \frac{22}{3}\right)$$

$$Q\left(\frac{2}{3}, \frac{8}{3}, \frac{22}{3}\right) \checkmark$$