

Laboratorium MNK i Regresja liniowa c.d.

Zad.1 Na ocenę dobrą

Należy wygenerować dane za pomocą następującego kodu

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
N=20
x=np.linspace (0,5,N)
print (x.shape)
mu=0
sigma=0.1
szum=mu+sigma*np.random.randn(N)
y_bez_zaklocenia = np.log2(x+1)
y = y_bez_zaklocenia + szum
```

Proszę wykonać aproksymację wielomianami 1., 2. i 3. stopnia, których współczynniki należy wyznaczyć na podstawie danych x i y (zmienna objaśniana zaszumiona). Na wykresach trzeba przedstawić dane wraz z wielomianami. Dla każdego wielomianu proszę podać jego współczynniki oraz policzyć błąd średniokwadratowy MSE pomiędzy wartościami wielomianu i $y_{\text{bez_zaklocenia}}$.

W postaci macierzowej należy przedstawić układ równań nadokreślonych dla regresji z wielomianem 3. stopnia oraz podać format wszystkich macierzy i wektorów (np.

$Y = [y_1, y_2, \dots, y_N]^T$). W sprawozdaniu należy koniecznie wyjaśnić wszystkie użyte symbole.

W dokumentacji funkcji zastosowanych do wyznaczenia współczynników proszę postarać się znaleźć wyjaśnienie algorytmu ich działania oraz go opisać. W przypadku nie znalezienia tych informacji, proszę zaproponować odpowiednią metodę numeryczną z wykorzystaniem rozkładu macierzy i wytłumaczyć sposób jej wykorzystania do wyznaczenia współczynników wielomianów.

Zad. 2. Na ocenę dobrą plus proszę dodatkowo:

Wyznaczyć współczynniki wielomianów 2 i 3 stopnia z zastosowaniem regularyzacji LASSO oraz grzbietowej (ang. ridge regression). Można skorzystać np. z następujących funkcji

https://scikit-learn.org/stable/modules/generated/sklearn.linear_model.Ridge.html

https://scikit-learn.org/stable/modules/generated/sklearn.linear_model.Lasso.html

Proszę wykonać kilka eksperymentów stopniowo zwiększając regularyzację (zwiększając wartość odpowiedniego hiperparametru).

Na wykresach należy przedstawić dane wraz z wielomianami.

Dla każdego wielomianu podać jego współczynniki oraz policzyć błąd średniokwadratowy MSE pomiędzy wartościami wielomianu i $y_{\text{bez_zaklocenia}}$.

Proszę porównać uzyskane rezultaty z wynikami z zad. 1.

Zad. 3. Na ocenę bardzo dobrą należy jeszcze wykonać regresja funkcji dwóch zmiennych:

Wygenerować dane za pomocą następującego kodu:

```
def f(x, y): #funkcja dwóch zmiennych z=f(x,y), ktora bedzie aproksymowana
    return np.sin(np.log(x+2) * np.sqrt(y*2))
```

#generowanie danych do obliczeń współczynników metodą najmniejszych kwadratów

```
N=200
x = 5 * np.random.rand (N)
y = 5 * np.random.rand (N)
z = f(x,y) #obliczanie wartości funkcji f
```

Trójwymiarowe wykresy można uzyskać np. za pomocą poniższego kodu:

```
x_rys = np.linspace(0, 5, 30)
y_rys = np.linspace(0, 5, 30)
X, Y = np.meshgrid(x_rys, y_rys)
Z = f(X, Y)
from mpl_toolkits.mplot3d import Axes3D
fig = plt.figure()
ax = plt.axes(projection='3d')
ax.contour3D(X, Y, Z, 50, cmap='binary')
ax.set_xlabel('x')
ax.set_ylabel('y')
ax.set_zlabel('z')
```

Kolorowy wkres można np. wygenerować np. w następujący sposób:

```
ax = plt.axes(projection='3d')
ax.plot_surface(X, Y, Z, rstride=1, cstride=1,
cmap='viridis', edgecolor='none')
ax.set_title('surface');
ax.set_xlabel('x')
ax.set_ylabel('y')
ax.set_zlabel('z')
```

Wykonać aproksymację funkcji f wielomianami dwóch zmiennych (wielomianami II stopnia lub III). Współczynniki wyznaczyć za pomocą MNK.

Wynik aproksymacji i błąd przedstawić na trójwymiarowych wykresach.