一、实验目的

1. 掌握信号的表示及其可视化方法。
2. 掌握信号基本时域运算的实现方法。
3. 实现线性时不变LTI系统的全响应求解，并把基于仿真平台内置函数的仿真结果与理论计算结果进行比较。

二、实验环境

- 操作系统：Windows10
- 编程软件：Matlab2019b

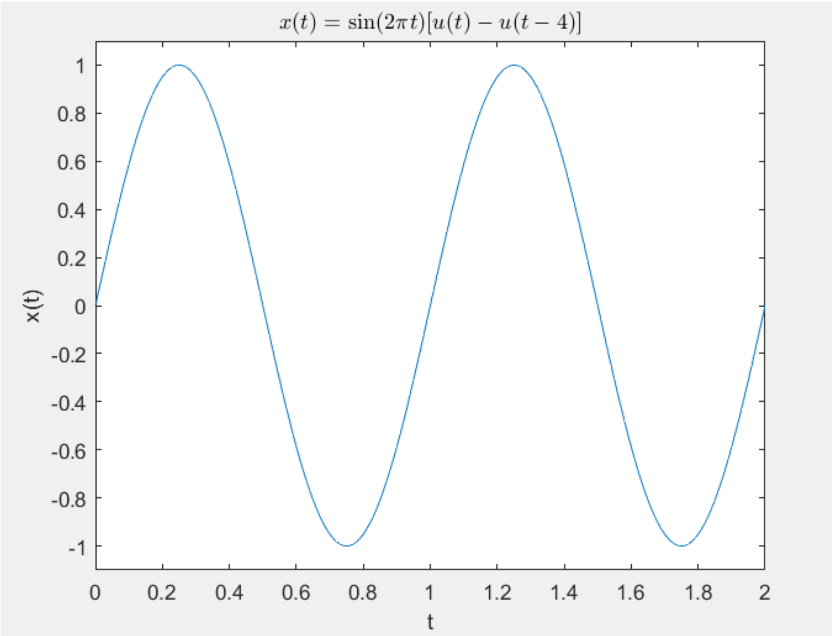
三、实验内容

1. 利用MATLAB绘制下列连续时间信号的波形

(1) $x(t)=\sin(2\pi t)\left[\varepsilon(t)-\varepsilon(t-4)\right]$，其中，$\varepsilon(t)$为阶跃函数。

解：

- 结果图：



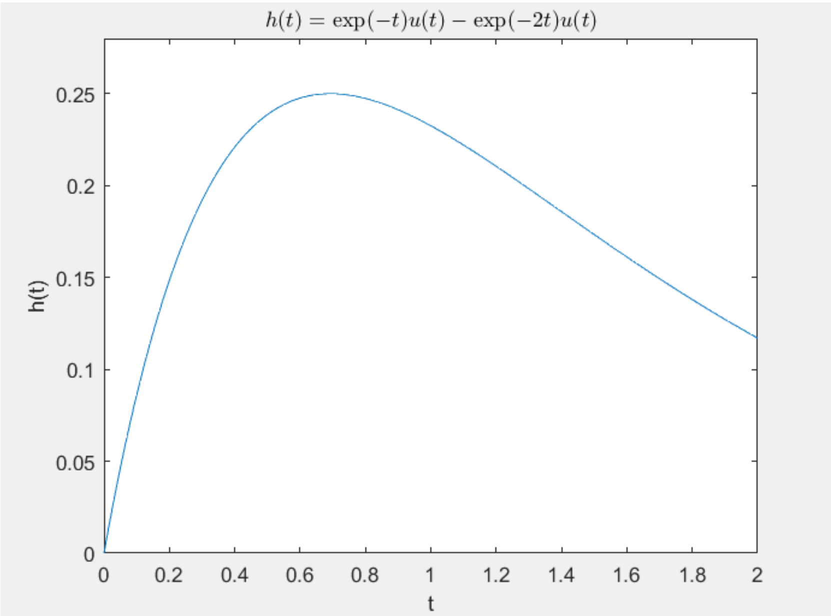
- 源代码：

```
%% t的取值范围为0-2，每隔0.01有一个取值点
t = 0:0.01:2;
%% 函数公式，heaviside为阶跃函数，注意点乘
x = sin(2*pi*t) .* (heaviside(t) - heaviside(t-4));
%% 画图
plot(t,x);
%% 设置y轴范围，便于显示
ylim([-1.1 1.1]);
%% 设置x y轴，图像名称
xlabel('t');
ylabel('x(t)');
title('$x(t) = \sin(2\pi t)[u(t) - u(t-4)]$', 'Interpreter', 'latex');
```

(2) $h(t)=e^{-t}\varepsilon(t)-e^{-2t}\varepsilon(t)$

解：

- 结果图：



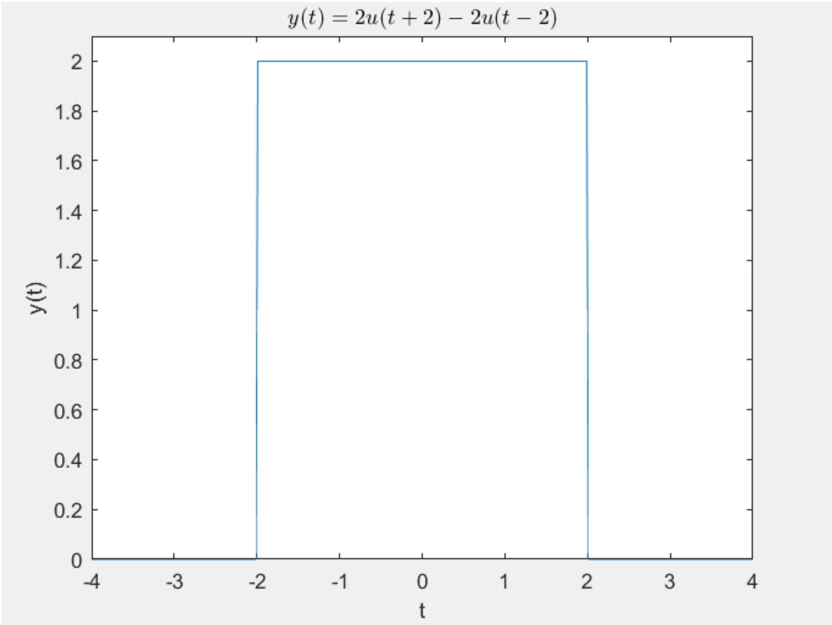
- 源代码：

```
%% t的取值范围为0-2，每隔0.01有一个取值点
t =0:0.01:2;
%% 函数公式，heaviside为阶跃函数，exp为指数函数，注意点乘
h = exp(-t) .* heaviside(t) - exp(-2*t) .* heaviside(t);
%% 画图
plot(t,h);
%% 设置y轴范围，便于显示
ylim([0 0.28]);
%% 设置x y轴，图像名称
xlabel('t');
ylabel('h(t)');
title('$h(t) = \exp(-t)u(t) - \exp(-2t)u(t)$', 'Interpreter', 'latex');
```

(3) 画出门函数 $y(t)=2G_4(t)$，门函数的宽度为4,横坐标中心为0，幅度为2。

解:

- 结果图:



- 源代码:

```
%% t的取值范围为-4-+4，每隔0.01有一个取值点
t = -4:0.01:4;
%% 用阶跃函数实现门函数
y = 2*heaviside(t+2) - 2*heaviside(t-2);
%% 画图
plot(t,y);
%% 设置y轴范围，便于显示
ylim([0 2.1]);
%% 设置x y轴，图像名称
xlabel('t');
ylabel('y(t)');
title('$y(t) = 2u(t+2) - 2u(t-2)$', 'Interpreter', 'latex');
```

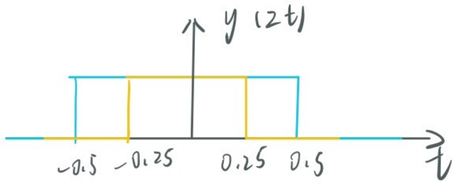
2. 利用MATLAB验证信号的基本运算

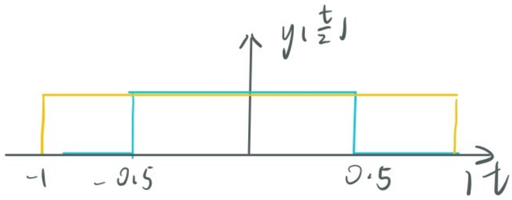
(1) 以单位门函数 $y(t)=G_1(t)$ 为例，画出 $y(2t), y(\frac{t}{2}), y(2-2t)$。注意观察MATLAB画出的结果是否和理论分析得出的结果一致。

解:

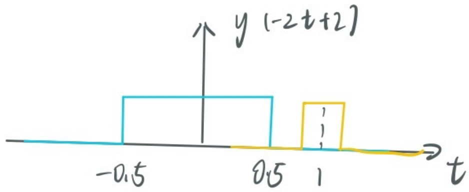
- 理论分析:

① $y(t) \xrightarrow[\text{缩小为}\frac{1}{2}]{\text{横坐标}} y(2t)$ ② $y(t) \xrightarrow[\text{放大2倍}]{\text{横坐标}} y(\frac{t}{2})$

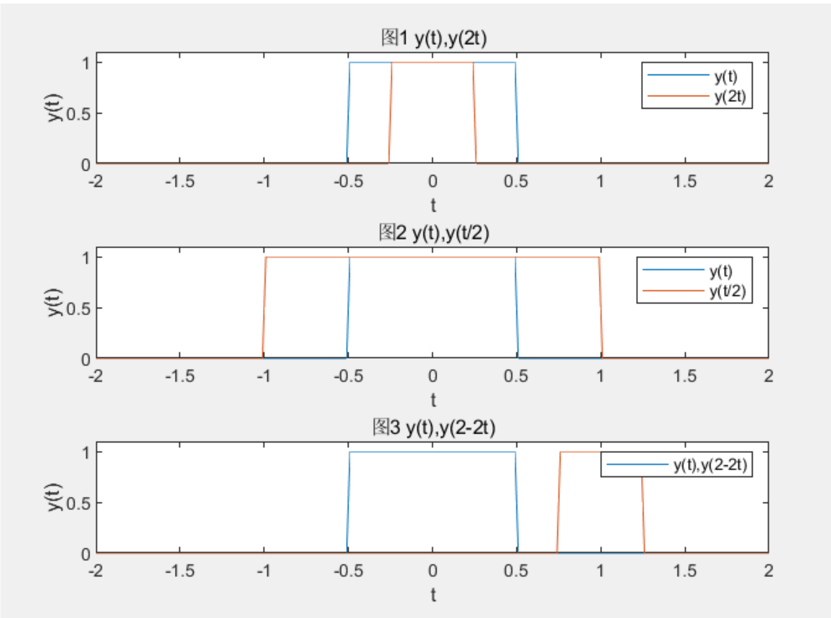




③ $y(t) \xrightarrow{\text{反褶}} y(-t) \xrightarrow{\text{右移2}} y(-(t-2)) \xrightarrow[\text{缩小为}\frac{1}{2}]{\text{横坐标}} y(-2t+2)$



- 结果图：



- 源代码：

```
%% t的取值范围为-2-+2，每隔0.01有一个取值点
t = -2:0.01:2;
%% 定义函数
G1 = heaviside(t+0.5) - heaviside(t-0.5);%G1(t)
y1 = heaviside(2*t+0.5) - heaviside(2*t-0.5);%y(2t)
y2 = heaviside(t/2+0.5) - heaviside(t/2-0.5);%y(t/2)
y3 = heaviside((2-2*t)+0.5) - heaviside((2-2*t)-0.5);%y(2-2t)
%% 绘制y(t),y(2t)
%% subplot(m, n, p) 将图形窗口分成 m 行 n 列的子图网格,当前绘图为第 p 个子图
subplot(3,1,1);
plot(t,G1,t,y1);
ylim([0 1.1]);
%% 设置xy坐标轴，子图名称
xlabel('t');
```

```
ylabel('y(t)');
legend('y(t)','y(2t)');
title('图1 y(t),y(2t)');
%% 绘制y(t),y(t/2)
subplot(3,1,2);
plot(t,G1,t,y2);
ylim([0 1.1]);
%% 设置xy坐标轴，子图名称
xlabel('t');
ylabel('y(t)');
legend('y(t)','y(t/2)');
title('图2 y(t),y(t/2)');
%% 绘制y(t),y(2-2t)
subplot(3,1,3);
plot(t,G1,t,y3);
ylim([0 1.1]);
%% 设置xy坐标轴，子图名称
xlabel('t');
ylabel('y(t)');
legend('y(t),y(2-2t)');
title('图3 y(t),y(2-2t)');
```

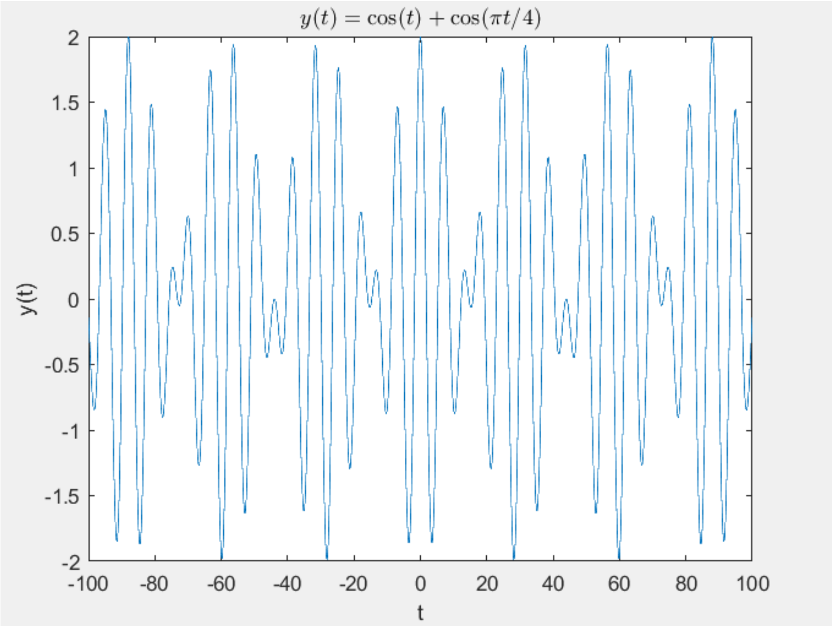
(2) 画出$\sin(t)+\cos(\frac{\pi}{2}t)$，并观察其是否为周期函数，如果是，周期为多少？

解:

- 理论分析:

> $sin(t)$的周期为2π；$cos(\frac{\pi}{2}t)$ 的周期为4。
> $2\pi/4$为无理数，$sin(t)+cos(\frac{\pi}{2}t)$不是周期信号。

- 结果图:



- 源代码:

```
%% t的取值范围为-100-+100，每隔0.01有一个取值点
t = -100:0.01:100;
%% 定义函数
y = cos(t) + cos(pi*t/4);
%% 绘制函数
plot(t,y);
%% 设置坐标轴，图像名称
xlabel('t');
ylabel('y(t)');
title( '$y(t) = \cos(t) + \cos(\pi t/4 )$', 'Interpreter', 'latex');
```

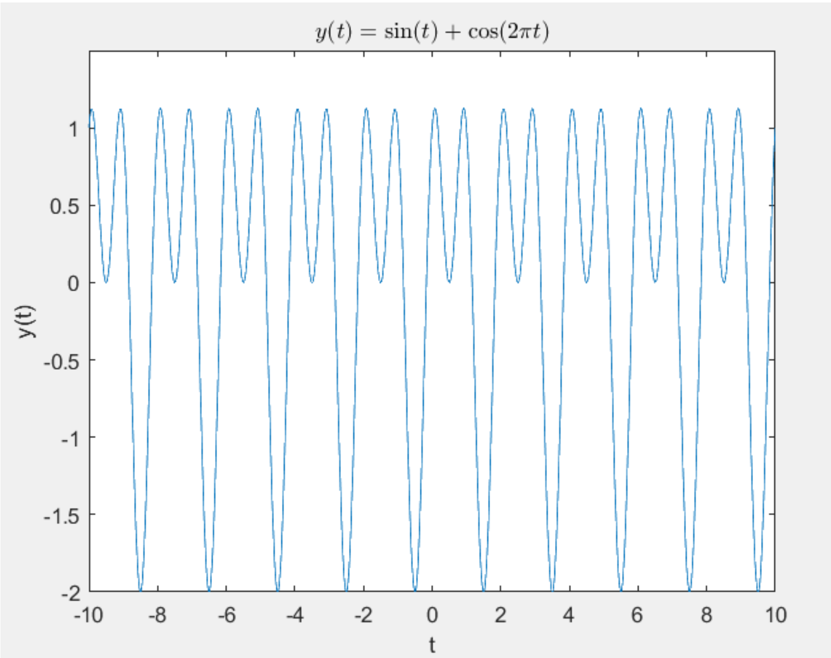
(3) 画出$\sin(\pi t)+\cos(2\pi t)$，并观察其是否为周期函数，如果是，周期为多少?

解：

- 理论分析：

> $sin(\pi t)$的周期为2；$cos(2\pi t)$ 的周期为1。
> $2/1$为无理数，$sin(\pi t)+cos(2\pi t)$是周期信号，周期为2。

- 结果图：



- 源代码：

```
%% t的取值范围为-10-+10，每隔0.01有一个取值点
t = -10:0.01:10;
%% 定义函数
y = sin(pi*t) + cos(2*pi*t);
%% 绘制函数
plot(t,y);
%% 设置坐标轴，图像名称
xlabel('t');
ylabel('y(t)');
title( '$y(t) = \sin(t) + \cos(2\pi t )$', 'Interpreter', 'latex');
```

3. 卷积运算

已知： $x(t)=[e^{-2t}\varepsilon(t)]*[e^{-t}\varepsilon(t)]$

（1） 根据卷积的定义，推导得到 $x(t)$ 的理论值；

- 理论分析：

$$x(t)=[e^{-2t}\epsilon(t)]*[e^{-t}\epsilon(t)]=\int_{-\infty}^{\infty}e^{-2\tau}\epsilon(\tau)\cdot e^{\tau-t}\epsilon(t-\tau)\,d\tau=\int_{0}^{t}e^{-\tau-t}\,d\tau\cdot\epsilon(t)=(e^{-t}-e^{-2t})\cdot\epsilon(t)$$

- 结果图：见（3）
- 源代码：

```
%% 绘制理论值图像
t_theory = 0:0.01:40;
y_theory = (exp(-t_theory) - exp(-2*t_theory));
subplot(3,1,2);
plot(t_theory, y_theory);
xlabel('t');
ylabel('y(t)');
title('图2 理论推导结果');
legend("理论");
```

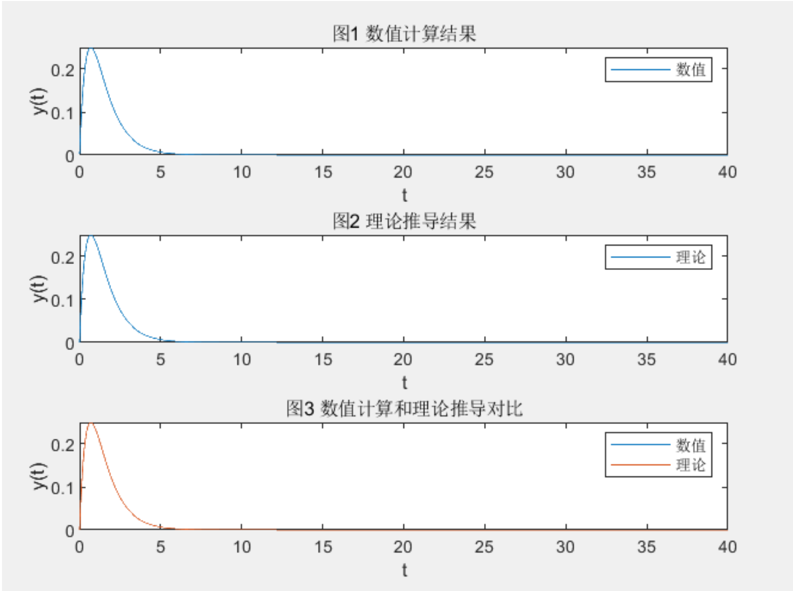
（2）利用MATLAB的conv函数获得 $x(t)$ 的数值；

- 结果图：见（3）
- 源代码：

```
t = 0:0.01:20;
y1 = exp(-2 * t) .* heaviside(t);
y2 = exp(-t) .* heaviside(t);
%% 使用conv将y1和y2进行卷积
y = conv(y1, y2) .* 0.01;%由于计算是离散的点，卷积后需要乘以步长
k = 2*length(t)-1;
k1 = linspace(2*t(1),2*t(end),k);
%% 绘制conv函数获得的图像
subplot(3,1,1);
plot(k1, y);
xlabel('t');
ylabel('y(t)');
title('图1 数值计算结果');
legend("s数值")
```

（3）把问题1中的理论值与问题2中的数值计算结果画到一张图中，用legend语句加图例。看数值计算与理论值有无差异。

- 结果图：



- 源代码：

```
%% 把理论值与问题2中的数值计算结果画到一张图中
subplot(3,1,3);
plot(k1,y,t_theory,y_theory);
xlabel('t');
ylabel('y(t)');
title('图3 数值计算和理论推导对比');
legend('仿真','理论');%用legend语句加图例
```

- 分析：由图像可知，理论值和仿真值相同。

4. 求解系统的零状态响应

设有一个线性时不变系统，其微分方程为 $r''(t)+3r'(t)+2r(t)=e(t)$,其中 $e(t)$ 为输入信号， $r(t)$ 为系统输出， $e(t)=e^{-2t}\varepsilon(t)$。

（1）根据理论推导获得系统的零状态响应 $r_{zs}(t)$，并画图。

- 理论分析：

  算子表示

$$
\begin{gathered}
\text{设} p=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} \\
(p^2+3p+2)r(t)=e(t) \\
H(p)=\frac{r(t)}{e(t)}=\frac{1}{p^2+3p+2}
\end{gathered}
$$

冲激响应求解

$$
\begin{aligned}
h(t) &= H(t)\delta(t) \\
&= \frac{1}{p^2+3p+2}\delta(t) \\
&= (\frac{1}{p+1} - \frac{1}{p+2})\delta(t) \\
&== (e^{-t} - e^{-2t})\epsilon(t)
\end{aligned}
$$

零状态响应求解

$$
\begin{aligned}
r_{zs} &= e(t)\epsilon(t) * h(t) \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} e^{-2\tau}\epsilon(t) \cdot ((e^{t-\tau} - e^{2(t-\tau)})\epsilon(t-\tau))\mathrm{d}\tau \\
&= \int_0^t e^{-2\tau} \cdot (e^{t-\tau} - e^{2(t-\tau)})\mathrm{d}\tau \\
&= \int_0^t e^{t-\tau} - e^{-2t}\mathrm{d}t \\
&= (e^{-t} - (1+t)e^{-2t}) * \epsilon(t)
\end{aligned}
$$

- 结果图：见（3）
- 源代码：

```
%% 绘制理论推导图像
y1 = exp(-t) - (1+t).*exp(-2.*t);
subplot(3,1,2);
plot(t,y1);
xlabel('t');
ylabel('r_{zs}');
title('图2 理论推导结果');
legend('理论');
```

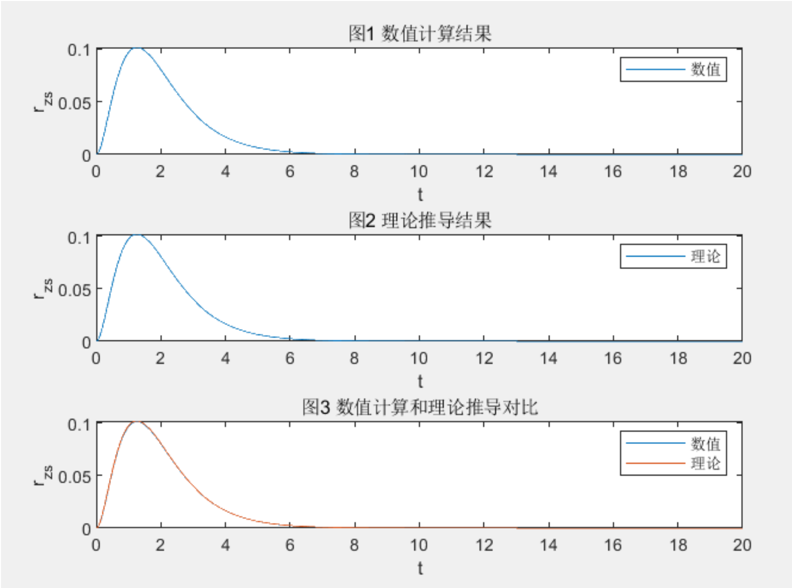
(2) 利用MATLAB内置的函数lsim得到零状态响应并画图。

- 结果图：见（3）
- 源代码：

```
t = 0:0.01:20
%% 连续时间LTI系统H，它通过tf(b, a)函数
%% b、a分别为微分方程右端和左端各项的系数向量.
H=tf([1],[1 3 2]);
e=exp(-2*t).*heaviside(t);%定义输入信号
y=lsim(H,e,t);%使用lsim函数求出零状态响应
%% 绘制数值计算图像
subplot(3,1,1);
plot(t,y);
xlabel('t');
ylabel('r_{zs}');
title('图1 数值计算结果');
legend('数值');
```

(3）把问题1中的理论值与问题2中的数值计算结果画到一张图中，图中需要用legend语句加图例。查看问题1得到的理论值与问题2得到的数值解是否一致。

- 结果图：



- 源代码：

```
%% 理论和仿真对比
subplot(3,1,3);
plot(t,y,t,y1);
xlabel('t');
ylabel('r_{zs}');
title('图3 数值计算和理论推导对比');
legend('数值','理论')
```

- 分析：由图像可知，理论值和仿真值相同。

三、实验总结

本次实验中，我首先遇到了matlab下载的问题，教学群里给的下载链接是百度网盘的链接，下载速度受限，经过一番配置，有效提高了下载速度。

其次，这是第一次接触matlab编程，刚开始完全不知道怎么写。通过上网查找一些入门教程之后慢慢上手了，了解了一些matlab函数的用法。

这次实验在卷积运算那题地方画了比较多的时间。刚开始我写的代码一直报错，后来去网上查找相关的资料之后知道了问题出在矩阵长度不相等，仿照网上别人写的代码修改之后成功运行了。

另外，为了让实验报告美观一些，我使用markdown+latex写实验报告，在实践过程中，掌握了许多latex符号。