Stefan Fischer
Benjamin Neidhardt
Merle Kammer

1	2	3	4	Σ

Übungsblatt Nr. 3

(Abgabetermin 11.05.2017)

Aufgabe 1

a)

b)

c)

d)

Aufgabe 2

Aufgabe 3

a)

b)

c)

d)

Aufgabe 4

$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

a)

(a) Die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis $A = \{2\}$ ist: $P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{1}{6}$

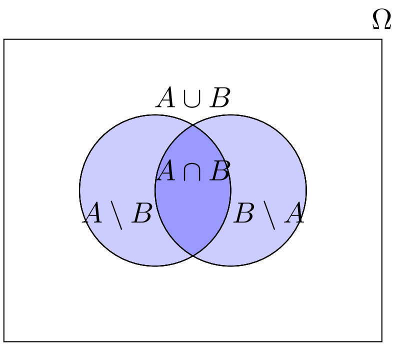
(b) Die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis $A = \{2, 4, 6\}$ ist: $P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{3}{6}$

b)

Zu zeige: Falls $A \cap B = \emptyset$, dann gilt $P(A \cap B) = P(A) + P(B)$
(1)

$$\begin{aligned}
P(A \cup B) &\overset{(*)}{=} P((A \setminus B) \dot\cup (A \cap B) \dot\cup (B \setminus A)) \\
&= P(A \setminus B) + P(A \cap B) + P(B \setminus A) \quad \leftarrow \sigma\text{-additivität} \\
&= \underbrace{P(A \setminus B) + P(A \cap B)}_{=P(A)} + \underbrace{P(B \setminus A) + P(A \cap B)}_{=P(B)} - P(A \cap B) \\
&= P(A) + P(B) + P(A \cap B) \\
&\text{für } A \cap B = \emptyset \text{ gilt somit} \\
&= P(A) + P(B) \qquad \square
\end{aligned}$$

(*):
$A \cup B = (A \setminus B) \dot{\cup} (A \cap B) \dot{\cup} (B \setminus A)$



Für $A \cap B \neq \emptyset$ gilt $P(A \cup B) \leq P(A) + P(B)$ denn:
$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \leftarrow$ siehe Beweis (1)
$\Rightarrow P(A \cup B) \leq P(A) + P(B)$

c)

$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}^3$
Das Ereignis, dass Älle drei Würfel ein Auge zeigen ist $A = \{(1, 1, 1)\}$. Die Wahrscheinlichkeit für dieses Ereignis ist: $P(A) = P(\{(1, 1, 1)\}) = \frac{|\{(1,1,1)\}|}{|\Omega|} = \frac{1}{6^3} = \frac{1}{216}$

d)

$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}^2$

(a)

$$\begin{aligned}[X = 4] &= \{(x, y) \in \Omega \mid X(x, y) = 4\} \\ &= \{(4, 4), (4, 4), (4, 5), (5, 4), (4, 6), (6, 4)\}\end{aligned}$$

Es werden zwei Würfel geworfen. Das Ereignis $[X = 4]$ tritt ein, wenn einer der Würfel eine 4 zeigt und die Augenzahl des anderen Würfels ≥ 4 ist. Das heißt das Minimum der gewürfelten Augenzahlen muss 4 sein, damit das Ereignis $[X = 4]$ eintrifft.

(b) $P([X = 4]) = P(\{(4, 4), (4, 4), (4, 5), (5, 4), (4, 6), (6, 4)\}) = \frac{|\{(4,4),(4,4),(4,5),(5,4),(4,6),(6,4)\}|}{|\Omega|} = \frac{6}{6^2} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$
Unter Annahme der Gleichverteilung der Ereignisse ist $P([X = 4]) = \frac{1}{6}$.