# Параметрические критерии однородности

Грауэр Л.В.

# Проверка гипотез об однородности

Гипотезы о равенстве параметров двух нормально распределенных генеральных совокупностей

- Критерий Фишера
- Критерий Стьюдента

Гипотезы о наличии сдвига

- Критерий Вилкоксона
- Критерий Манна-Уитни

Гипотезы о равенстве функций распределения

- Критерий Колмогорова-Смирнова
- Критерий $\chi^2$

# Проверка гипотезы о равенстве дисперсий

$\eta \sim N(a_1, \sigma_1)$ , $X_{[m]}$

$\xi \sim N(a_2, \sigma_2)$, $Y_{[n]}$

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$$

$$H_1^1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$$
$$H_1^2 : \sigma_1^2 > \sigma_2^2$$

$\bar{X}$, $\bar{Y}$

$$s_X^2 = \frac{1}{m-1}\sum_{i=1}^{m}(X_i - \bar{X})^2, \quad s_Y^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(Y_i - \bar{Y})^2.$$

# Критерий Фишера

Рассмотрим

$$\frac{(m-1)s_X^2}{\sigma_1^2}$$

$$\frac{(n-1)s_Y^2}{\sigma_2^2}$$

# Критическая область. P-value

$$Z = \frac{s_X^2}{s_Y^2}$$

| $H_1$ | $V_k$ | $p - value$ |
|---|---|---|
| $\sigma_1^2 > \sigma_2^2$ | | |
| $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ | | |

# Пример

A: $n_A = 16$, $\bar{x}_A = 37.5$мм, $s_A^2 = 1.21$мм$^2$

B: $n_B = 25$, $\bar{x}_B = 36.8$мм, $s_B^2 = 1.44$мм$^2$

# Проверка гипотезы о равенстве мат.ожиданий

$\eta \sim N(a_1, \sigma_1)$ , $X_{[m]}$

$\xi \sim N(a_2, \sigma_2)$, $Y_{[n]}$

$$H_0 : a_1 = a_2$$

$$H_1^1 : a_1 \neq a_2$$
$$H_1^2 : a_1 > a_2$$

1. $\sigma_1^2$, $\sigma_2^2$ известны.
2. Дисперсии неизвестны, но $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$.
3. Дисперсии неизвестны и $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$.

# Критерий Стьюдента

| | |
|---|---|
| $\sigma_1^2$, $\sigma_2^2$ изв. | $\dfrac{\bar{X}-\bar{Y}}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{m}+\frac{\sigma_2^2}{n}}}$ |
| $\sigma_1^2$, $\sigma_2^2$ неизв., $\sigma_1^2=\sigma_2^2$ | $\dfrac{\bar{X}-\bar{Y}}{\sqrt{\frac{m+n}{mn}}\sqrt{\frac{s_X^2(m-1)+s_Y^2(n-1)}{m+n-2}}}$ |
| $\sigma_1^2$, $\sigma_2^2$ неизв, $\sigma_1^2\neq\sigma_2^2$ | $\dfrac{\bar{X}-\bar{Y}}{\sqrt{\frac{s_X^2}{m}+\frac{s_Y^2}{n}}}$ |

$$K=\frac{\left(\frac{s_X^2}{m}+\frac{s_Y^2}{n}\right)^2}{\frac{(s_X^2/m)^2}{m-1}+\frac{(s_Y^2/n)^2}{n-1}}$$

# Критическая область. P-value

$$Z = \frac{\bar{X} - \bar{Y}}{\sqrt{\frac{s_X^2}{m} + \frac{s_Y^2}{n}}}$$

| $H_1$ | $V_k$ | $p - value$ |
|---|---|---|
| $a_1 > a_2$ | | |
| $a_1 \neq a_2$ | | |

# Пример

A: $n_A = 16$, $\bar{x}_A = 37.5$мм, $s_A^2 = 1.21$мм$^2$

B: $n_B = 25$, $\bar{x}_B = 36.8$мм, $s_B^2 = 1.44$мм$^2$

# Критерий Стьюдента для парных выборок

$(\eta, \xi)$, $(X, Y)_{[n]}$
$a_1$ — математическое ожидание $\eta$
$a_2$ — математическое ожидание $\xi$.

$$H_0 : a_1 = a_2$$

$$H_1^1 : a_1 \neq a_2$$
$$H_1^2 : a_1 > a_2$$

$\zeta = \eta - \xi$, $Q_i = X_i - Y_i$, $i = 1, \ldots, n$

$$H_0' : a = 0.$$
$$H_1' : a \neq 0.$$

$\bar{Q} =$

$S_Q^2 =$

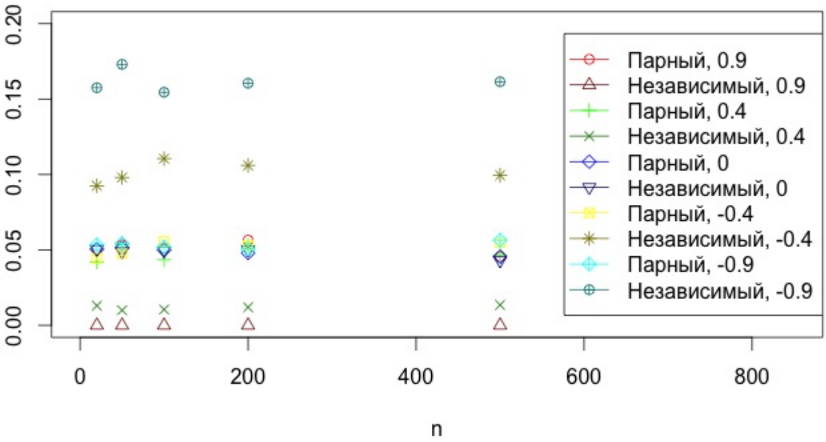
# Критическая область. P-value

$\zeta \sim N(a, \sigma)$.

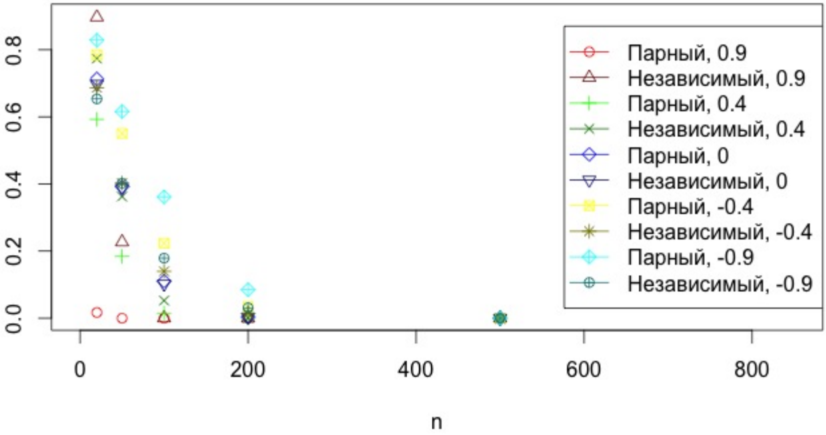
$Z = \frac{\bar{Q}}{S_Q/\sqrt{n}}$

| $H_1$ | $H_1'$ | $V_k$ | $p - value$ |
|---|---|---|---|
| $a_1 > a_2$ | $a > 0$ | | |
| $a_1 \neq a_2$ | $a \neq 0$ | | |

# Вероятность ошибки 1 рода



# Вероятность ошибки 2 рода



# Объем выборки и мощность