

洛谷信息学竞赛课程

初赛（2）基础算法串讲

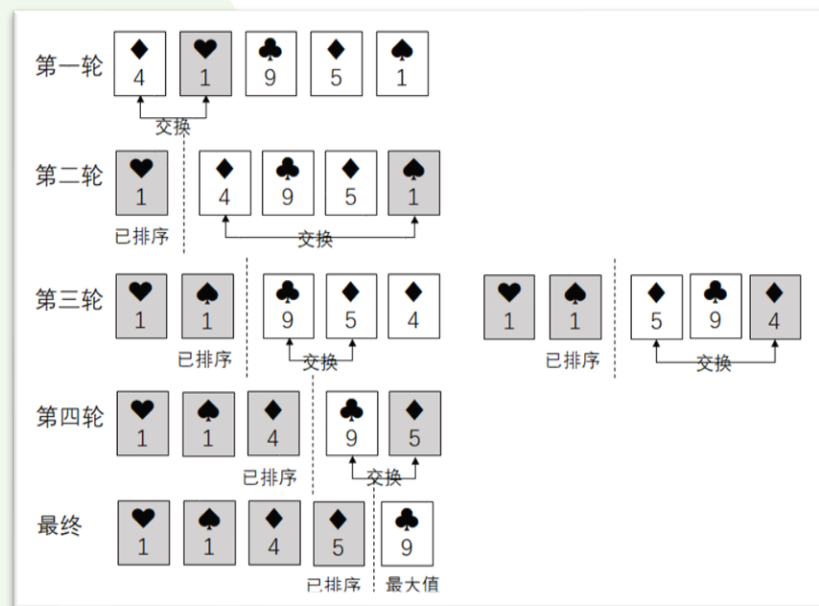
洛谷网校 – kkksc03

排序

计数排序 $O(a+n)$
不基于比较

票箱	票数	选票
1	1	🏆
2	7	🏆 🏆 🏆 🏆 🏆 🏆 🏆
3	0	
4	0	
5	2	🏆 🏆

选择排序 $O(n^2)$ ，不稳定



真题训练

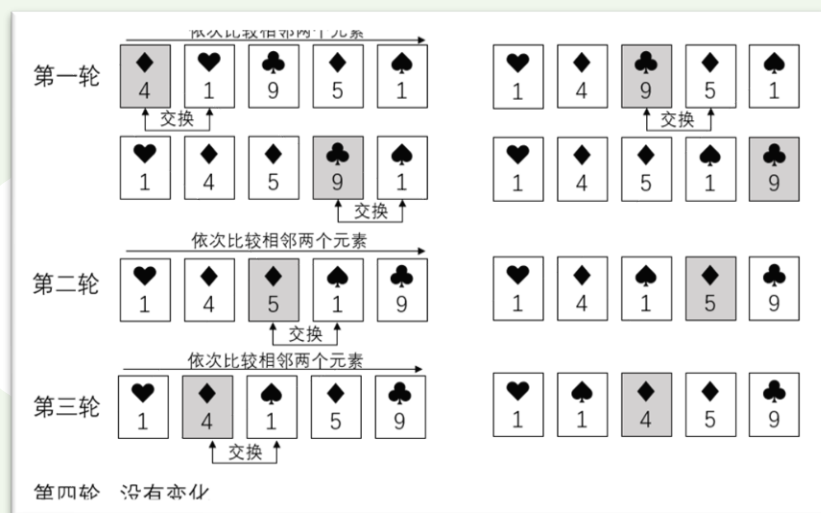
【2018普及】以下排序算法中，不需要进行关键字比较操作的算法是（ ）。

- A. 基数排序
- B. 冒泡排序
- C. 堆排序
- D. 直接插入排序

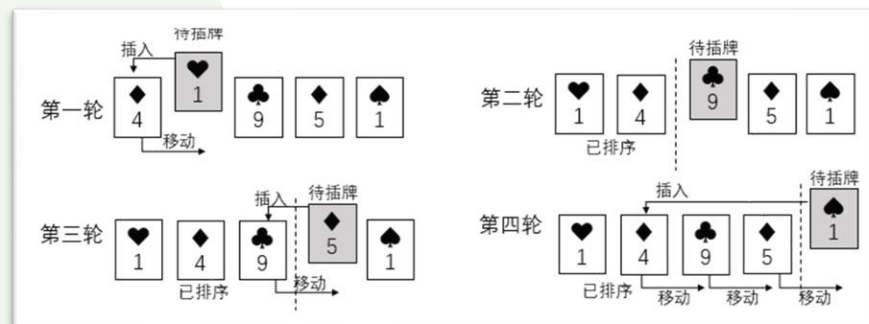
解：A。

排序

冒泡排序 $O(n^2)$ 稳定



插入排序 $O(n^2)$, 稳定



排序

归并排序	稳定	$O(n \log n)$	需要额外辅助空间
快速排序	不稳定	$O(n \log n)$	最坏 $O(n^2)$
堆排序	不稳定	$O(n \log n)$	

真题训练

【2019提高】排序的算法很多，若按排序的稳定性和不稳定性分类，则（）是不稳定排序。

- A. 冒泡排序
- B. 直接插入排序
- C. 快速排序
- D. 归并排序

解：C。

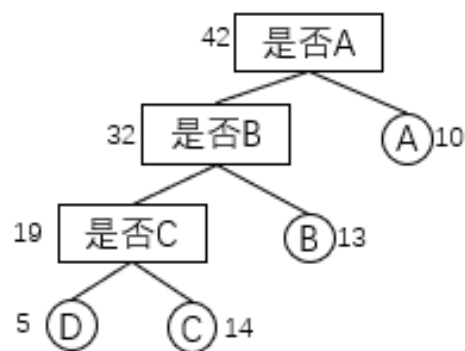
贪心

需要证明，有时候不正确

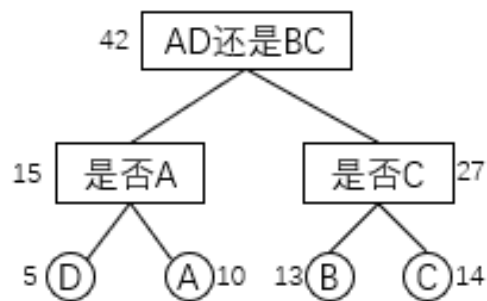
例子 - 哈夫曼编码：5,14,13,10

方法1： $5 \times 3 + 14 \times 3 + 13 \times 2 + 10 = 93$

方法2： $(5 + 10 + 13 + 14) \times 2 = 84$



(a) 第一种分法



(b) 第二种分法

真题训练

【2019入门】新学期开学了，小胖想减肥，健身教练给小胖制定了两个训练方案。

方案一：每次连续跑3公里可以消耗300千卡（耗时半小时）；

方案二：每次连续跑5公里可以消耗600千卡（耗时1小时）。

小胖每周周一到周四能抽出半小时跑步，周五到周日能抽出一小时跑步。另外，教练建议小胖每周最多跑21公里，否则会损伤膝盖。

请问如果小胖想严格执行教练的训练方案，并且不想损伤膝盖，每周最多通过跑步消耗多少千卡？（）

A. 3000 / B. 2500 / C. 2400 / D. 2520

解：C。优先周末跑5公里（性价比高）。然后非周末2天

二分

顺序查找效率低，要找N次

折半查找，找需要 $\log(n)$ 次，要求有序

第1轮

l=1					mid=6					r=11
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	3	3	3	5	7	9	11	13	15	15

a[mid] >= 3 成立 (大了)
取左区间

第2轮

l=1		mid=3								r=6
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	3	3	3	5	7	9	11	13	15	15

a[mid] >= 3 成立 (大了)
取左区间

第3轮

l=1	mid=2	r=3								
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	3	3	3	5	7	9	11	13	15	15

a[mid] >= 3 成立 (大了)
取左区间

第4轮

l=mid=1	r=2									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	3	3	3	5	7	9	11	13	15	15

a[mid] >= 3 不成立 (小了)
取右区间

最终 l=2, r=2, 退出循环

真题训练

【2019入门】设有100个已排好序的数据元素，采用折半查找时，最大比较次数为（）

A. 7

B. 10

C. 6

D. 8

解：A。 $\log(64)=6$ 。 $\log(128)=7$

递推递归分治

递推：从小到大顺推

斐波那契数列 1 1 2 3 5 8 13 21

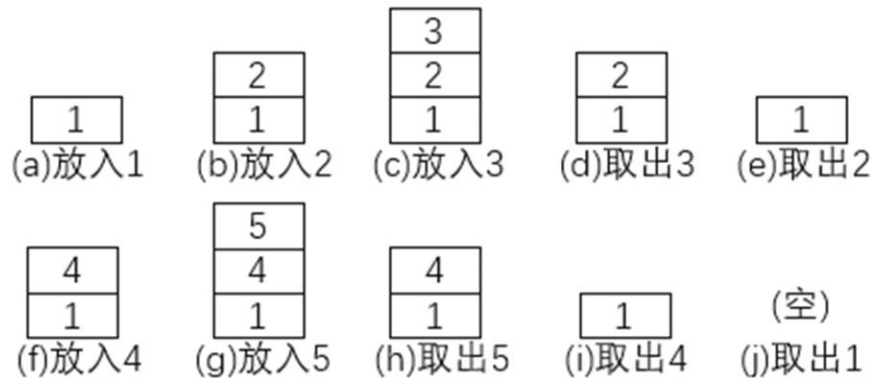
$f(0)=f(1)=1, f(i)=f(i-1)+f(i-2)$

分治：大问题拆成小问题，递归解决
例如归并排序和快速排序

栈

小止是餐厅里的洗碗工。她身边有一叠餐盘要洗。客人们吃完饭之后，要洗的盘子会放在这叠餐盘的顶端；而小止洗盘子的时候，总会取出这叠餐盘最顶上的盘子来洗。

先进后出，入栈：12345，出栈：32541



应用：卡特兰数 1 2 5 14 52，后缀表达式计算，括号匹配

真题练习

【2017提高，不定项】对于入栈顺序为 a, b, c, d, e, f, g 的序列，下列（ ）不可能是合法的出栈序列。

A. a, b, c, d, e, f, g

B. a, d, c, b, e, g, f

C. a, d, b, c, g, f, e

D. g, f, e, d, c, b, a

解：C。经过模拟，d出栈是有压着c，b不可能比c先出。

队列

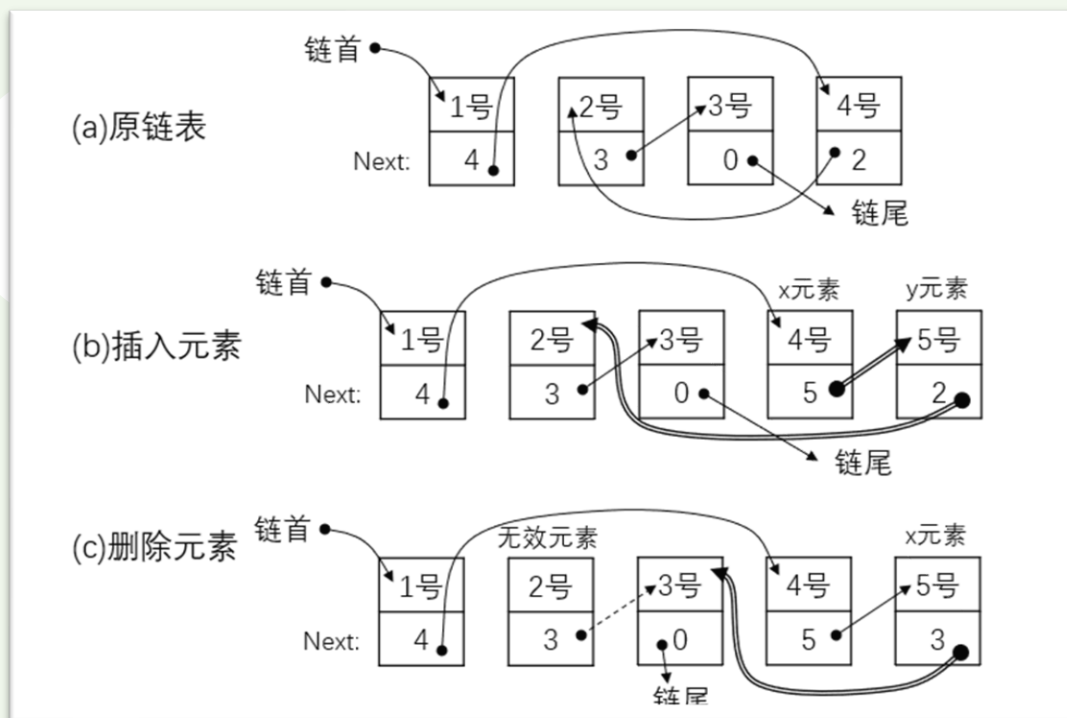
小止作为一个收银员在超市打工。收银员会给排在队伍最前面的顾客买单，然后服务队伍中下一个顾客。而队伍的末尾也一直会有更多的顾客依次加入队列。

先进先出，入、出都是12345

(a)1入队	<table><tr><td>1</td></tr></table>	1	(f)4入队	<table><tr><td>3</td><td>4</td></tr></table>	3	4		
1								
3	4							
(b)2入队	<table><tr><td>1</td><td>2</td></tr></table>	1	2	(g)5入队	<table><tr><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr></table>	3	4	5
1	2							
3	4	5						
(c)3入队	<table><tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr></table>	1	2	3	(h)3结账	<table><tr><td>4</td><td>5</td></tr></table>	4	5
1	2	3						
4	5							
(d)1结账	<table><tr><td>2</td><td>3</td></tr></table>	2	3	(i)4结账	<table><tr><td>5</td></tr></table>	5		
2	3							
5								
(e)2结账	<table><tr><td>3</td></tr></table>	3	(j)5结账	(空)				
3								

链表

n 名同学在排队，然后解散。希望知道当初排队的顺序，然而并没有记录队伍是怎么排。已经知道止止（编号是 1）排在最前面；除此之外，每人都记得自己后面是谁。



真题训练

【2019入门】链表不具有的特点是（）

- A. 插入删除不需要移动元素
- B. 不必事先估计存储空间
- C. 所需空间与线性表长度成正比
- D. 可随机访问任一元素

解：D。一个接着一个，没有连续的存储。

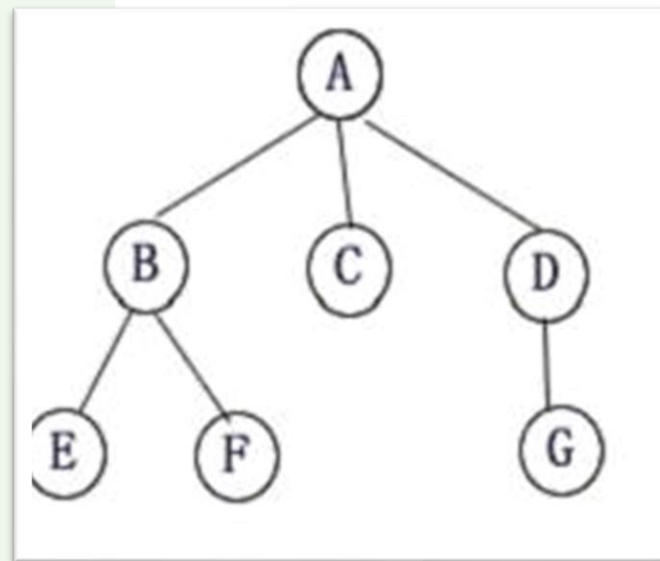
树

N个节点，N-1条边

可能有一个根节点，层次

所有节点之间都可以相互连通，没有环

森林：树的集合



真题训练

【2018提高，不定项】下列说法中，是树的性质的有（ ）。

- A. 无环
- B. 任意两个结点之间有且只有一条简单路径
- C. 有且只有一个简单环
- D. 边的数目恰是顶点数目减1

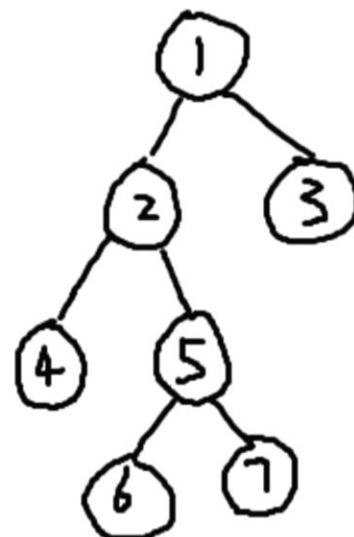
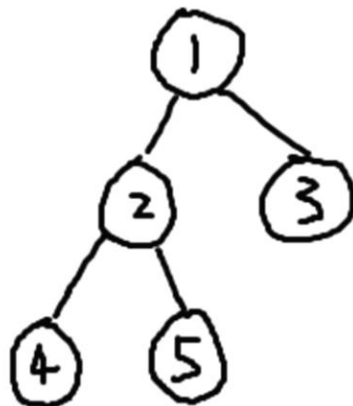
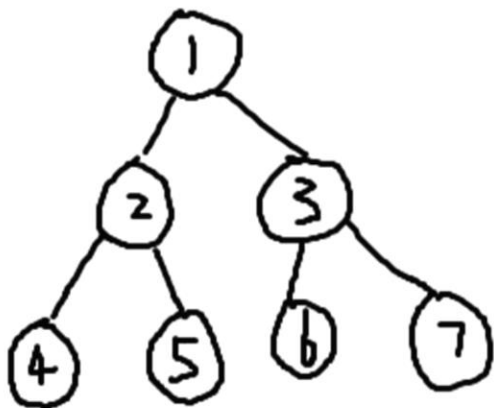
解：ABD

二叉树（重点）

高度，节点数量，叶子节点数量。下一层数量是上一层2倍。

每层的数量 $2^{(i-1)}$ ，一共数量 $2^i - 1$

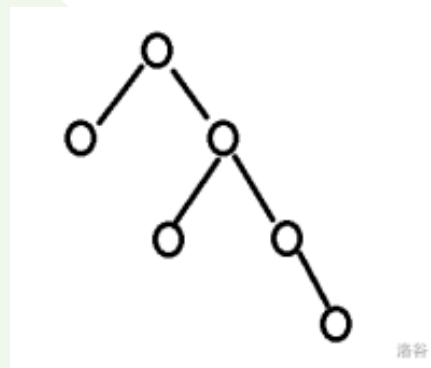
完美（满）二叉树、完全二叉树。完全二叉树的节点编号



真题训练

【2019入门】一棵二叉树如右图所示，若采用顺序存储结构，即用一维数组元素存储该二叉树中的结点（根结点的下标为1，若某结点的下标为 i ，则其左孩子位于下标 $2i$ 处、右孩子位于下标 $2i+1$ 处），则该数组的最大下标至少为（ ）。

- A. 6
- B. 10
- C. 15
- D. 12



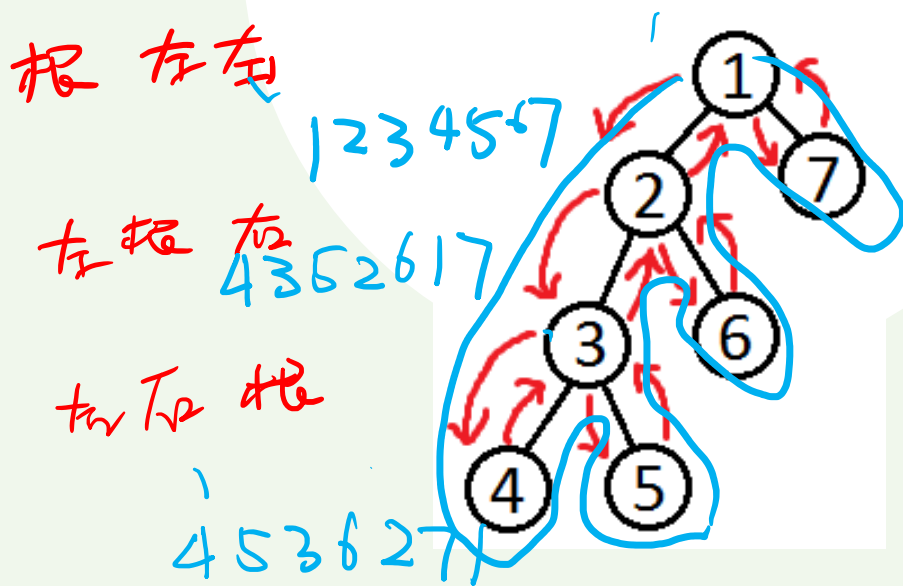
解：C。将其补齐为完美二叉树，一共有15个节点

二叉树的遍历

前序遍历：首先访问根结点，
然后遍历左子树，最后遍历
右子树。

中序遍历：首先遍历左子树，
然后访问根结点，最后遍历
右子树。

后序遍历：首先遍历左子树，
然后遍历右子树，最后访问
根结点。



真题训练

【2019入门】假设一棵二叉树的后序遍历序列为DGJHEBIFCA, 中序遍历序列为DBGEHJACIF,则其前序遍历序列为（）。

- A. ABCDEFGHIJ
- B. ABDEGHJCFI
- C. ABDEGJHCFI
- D. ABDEGHJFIC

解：B。后续遍历最后一个为根。然后在中序遍历中找到根，分为左右子树，然后继续递归。

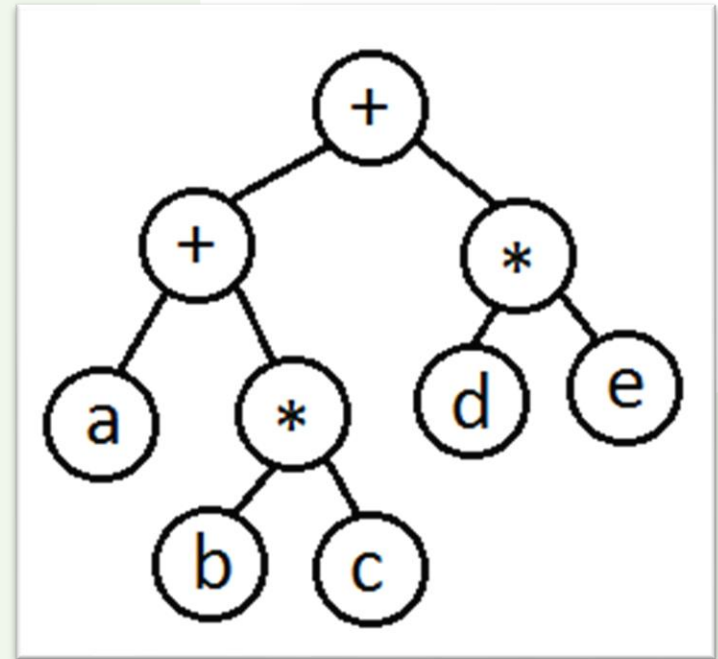
表达式树

中序表达式

$(a+(b*c))+(d*e)$

后缀表达式-后序遍历

前序表达式-前序遍历



真题训练

【2018提高】表达式 $a * d - b * c$ 的前缀形式是（ ）。

A. $a d * b c * -$

B. $- * a d * b c$

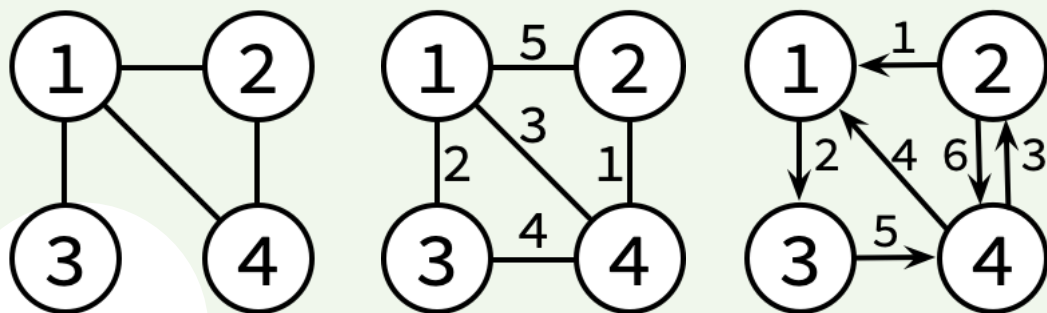
C. $a * d - b * c$

D. $- * * a d b c$

解：B。画成表达式树。然后前缀遍历。

图

无向图，无向图（带权），有向图（带权）



顶点 V ；边 E ；完全图： $n(n-1)/2$

度数：顶点连着边的条数，有向图分为入度和出度

重边：两个相同定点中间有多条边；自环：自己连自己

简单图：无重边自环

真题训练

【2019提高】G是一个非连通无向图（没有重边和自环），共有28条边，则该图至少有（ ）个顶点。

A. 10

B. 9

C. 11

D. 8

解：2个点：1条边。3个点：1+2。4个点：1+2+3=6。

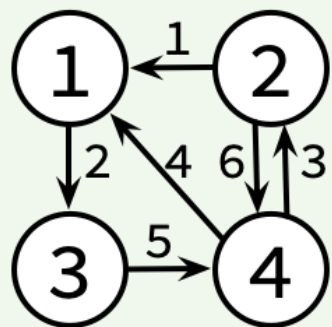
7个点：21条边。8个点：1+2+⋯+7=28条边。

但注意题目要求非联通。8个点不够



邻接矩阵

i\j	1	2	3	4
1	0	5	2	3
2	1	0	0	1
3	2	0	0	4
4	3	1	4	0



邻接表

1: [{③,2}]

2: [{①,1}, {④,6}]

3: [{④,5}]

4: [{①,4}, {②,3}]

真题训练

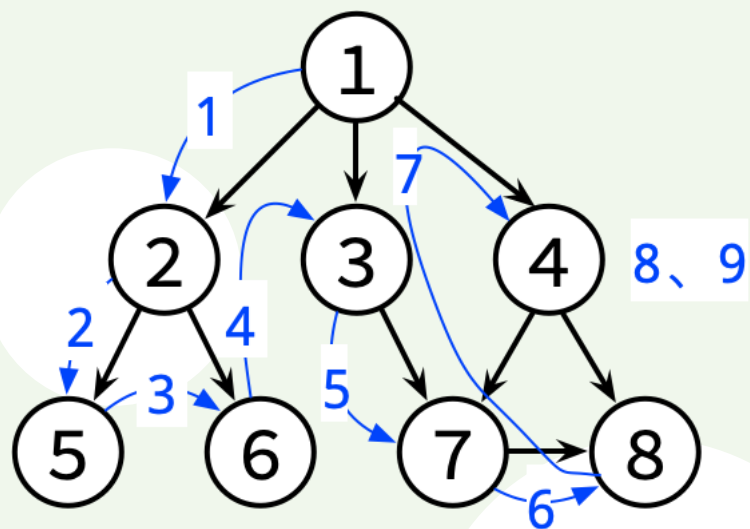
【2019提高】 以下哪个结构可以用来存储图（）

- A. 栈
- B. 二叉树
- C. 队列
- D. 邻接矩阵

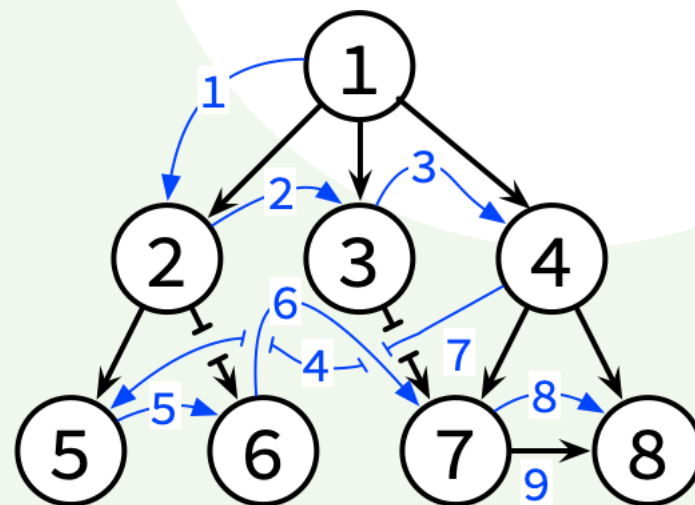
解：D，邻接矩阵或者邻接表（链表）



深度优先遍历 (DFS)



广(宽)度优先遍历 (BFS)



图论算法

单源最短路径：Dijkstra算法 $O(n \log n)$ ，SPFA 死了

全部点对最短路径：Floyd算法 $O(n^3)$

最小生成树：Prim $O(n^2)$ 、Kruskal $O(e \log e)$

欧拉回路：一笔画问题，只能最多2个奇数度的定点

真题训练

【2019提高】 以下哪些算法不属于贪心算法？ （）

A. Dijkstra 算法

B. Floyd 算法

C. Prim算法

D. Kruskal 算法

解：B。严格说是一种动态规划。

课程结束

本节课程结束啦

同学们辛苦了~记得完成课后任务哦



洛谷网校