# 费马小定理及欧拉定理

****费马小定理****：

假如p是质数，且gcd(a,p)=1，那么 a(p-1)≡1（mod p）。即：假如a是整数，p是质数，且a,p互质(即两者只有一个公约数1)，那么

ap−1≡1(mod p);

证明可简单，设一个素数p,将1−>(p−1)所有数乘以a然后%p{gcd(a,p)=1},结果没有相等的，也就是1到p-1的另一种排列，乘起来也就是

ap−1(p−1)!≡(p−1)! (mod p)

左右相消，等证。

（任意取一个质数，比如13。考虑从1到12的一系列整数1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12，给这些数都乘上一个与13互质的数，比如3，得到3,6,9,12,15,18,21,24,27,30,33,36。对于模13来说，这些数同余于3,6,9,12,2,5,8,11,1,4,7,10。这些余数实际上就是原来的1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12，只是顺序不同而已。  
把1,2,3,…,12统统乘起来，乘积就是12的阶乘12！。把3,6,9,…,36也统统乘起来，并且提出公因子3，乘积就是312×12！。对于模13来说，这两个乘积都同余于1,2,3,…,12系列，尽管顺序不是一一对应，即312×12！≡12！mod 13。两边同时除以12！得312≡1 mod 13。如果用p代替13，用x代替3，就得到费马小定理xp－1≡1 mod p。他可以用来求乘法逆元等等。）

那么什么是****欧拉定理****呢？  
欧拉定理就是费马小定理的推广

if(gcd(a,n)==1) aϕ(n)≡1 (mod n)

证明过程同费尔马小定理。

以zoj3785（http://acm.zju.edu.cn/onlinejudge/showProblem.do?problemCode=3785）为例：

It's Saturday today, what day is it after 1^1 + 2^2 + 3^3 + ... + N^N days? (1 <= *N* <= 1000000000).

对于

1^1 2^2 3^3 4^4 5^5 6^6 7^7

8^8 9^9 10^10 11^11 12^12 13^13 14^14

15^15 16^16 17^17 18^18 19^19 20^20 21^21

22^22 23^23 24^24 25^25 26^26 27^27 28^28

29^29 30^30 31^31 32^32 33^33 34^34 35^35

36^36 37^37 38^38 39^39 40^40 41^41 42^42

43^43 44^44 45^45 46^46 47^47 48^48 49^49

都对7取模后

1^1 2^2 3^3 4^4 5^5 6^6 0^7

1^8 2^9 3^10 4^11 5^12 6^13 0^14

1^15 2^16 3^17 4^18 5^19 6^20 0^21

1^22 2^23 3^24 4^25 5^26 6^27 0^28

1^29 2^30 3^31 4^32 5^33 6^34 0^35

1^36 2^37 3^38 4^39 5^40 6^41 0^42

1^43 2^44 3^45 4^46 5^47 6^48 0^49

根据费马小定理x6≡1（mod 7）可得

1^1 2^2 3^3 4^4 5^5 6^6 0

1^2 2^3 3^4 4^5 5^6 6^1 0

1^3 2^4 3^5 4^6 5^1 6^2 0

1^4 2^5 3^6 4^1 5^2 6^3 0

1^5 2^6 3^1 4^2 5^3 6^4 0

1^6 2^1 3^2 4^3 5^4 6^5 0

1^1 2^2 3^3 4^4 5^5 6^6 0

每六行一个循环，循环节长度为42

#include<stdio.h>

#include<algorithm>

#include<iostream>

#include<string.h>

#include<stdlib.h>

#include<queue>

#include<vector>

#include<math.h>

#include<stack>

using namespace std;

const int MAX = 1000+10;

const double eps = 1e-10;

const double PI = acos(-1.0);

long long n;

int t;

int s[50];

int main(){

for(int i=1; i<=44; i++) {

int flag=i%7;

int ans=1;

for(int j=1; j<=i; j++)

ans=(ans\*flag)%7;

s[i]=ans;

}

for(int i=1; i<=44; i++)

s[i]+=s[i-1];

scanf("%d", &t);

long long ans;

while(t--){

scanf("%lld", &n);

ans=(n/42%7\*(s[42]%7)%7+s[n%42]%7)%7;

ans = (ans+6)%7;

if(ans==1)printf("Monday\n");

else if(ans==2)printf("Tuesday\n");

else if(ans==3)printf("Wednesday\n");

else if(ans==4)printf("Thursday\n");

else if(ans==5)printf("Friday\n");

else if(ans==6)printf("Saturday\n");

else printf("Sunday\n");

}

return 0;

}