



Proyecto final

Guía de actividad

Objetivo de aprendizaje	Comprender e implementar procedimientos en el computador que permitan obtener una estimación de la solución de modelos descritos por ecuaciones diferenciales ordinarias.
Resultado de la actividad	Desarrollar una interfaz gráfica en Python que permita a un usuario estimar la solución modelo probando diferentes valores de parámetros y métodos de solución numéricos.
Fecha de inicio de la actividad	2 noviembre de 2021

Descripción del problema

La tuberculosis es una enfermedad producida por la bacteria *Mycobacterium tuberculosis*; su transmisión ocurre de persona a persona por vía aérea. Esta enfermedad se caracteriza por el desarrollo de síntomas como tos persistente, fiebre, sudores nocturnos y pérdida repentina de peso; también puede presentarse de manera asintomática y afectar súbitamente cualquier parte del cuerpo poniendo en riesgo la vida de las personas. Los tratamientos disponibles involucran una administración prolongada de múltiples antibióticos, por lo que es vital que las personas acudan durante varios meses a los centros de salud para recibir los medicamentos. [1]

Esta enfermedad ha presentado un reciente repunte en el número de casos en países de bajos ingresos; para el 2014, la Organización Mundial de la Salud estimó un número de 9.6 millones de personas con la enfermedad, de los cuales 1.5 millones de personas murieron. [1]

Esta enfermedad es capaz de mantenerse latente por mucho tiempo creando colonias en el tejido pulmonar sin causar ningún síntoma. La malnutrición y los problemas del sistema inmune (como los causados por el virus de inmunodeficiencia humana VIH) han sido asociados con la reaparición de esta enfermedad.

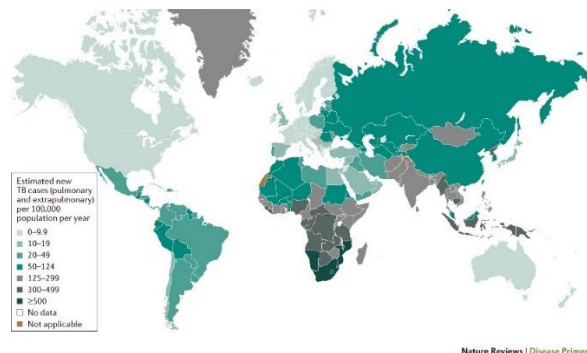


Figura 1. Prevalencia de la tuberculosis en el planeta. Datos para el año 2015; tomado de [1].



Modelo matemático

El reto que plantea controlar una enfermedad de tales dimensiones requiere el uso de modelos matemáticos que guíen las decisiones políticas. El presente modelo [2] permite representar las particularidades de la tuberculosis y sus diferentes grados de infectividad de acuerdo con la etapa en la que se encuentre la población de pacientes. La representación gráfica del modelo se muestra en la figura 1, en la cual se observa la dinámica de interacción entre las diferentes variables descritas a continuación:

Variables dependientes:

- $S(t)$, es la cantidad de individuos susceptibles, es decir, el número de individuos en peligro de infectarse entre el total de la población.
- $E(t)$, es la cantidad de individuos infectados con la bacteria pero que no son capaces de transmitirla a otras personas.
- $I(t)$, es la cantidad de individuos infecciosos, es decir, el número de individuos infectados con síntomas que pueden transmitir la enfermedad.
- $L(t)$, es la cantidad de individuos en una población a los que se “les pierde el rastro”, son personas que comienzan a recibir terapia en el centro de salud, pero nunca regresan a los exámenes de seguimiento por diversas razones (e.g. larga duración del tratamiento, dificultad de desplazamiento, etc.). En este caso, el personal de salud puede determinar si están muertos, recuperados o no.

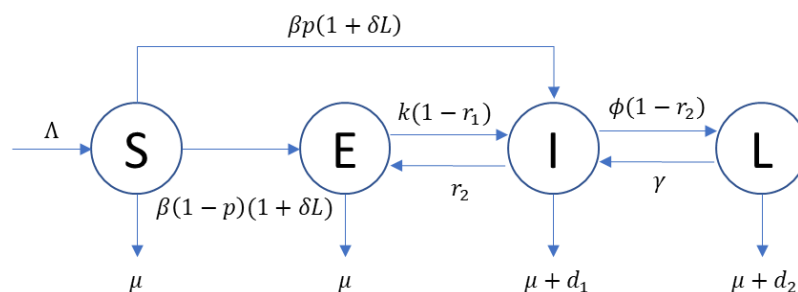


Figura 1. Diagrama equivalente del sistema dinámico para el modelo epidemiológico propuesto por [2]. El modelo basado en sistemas epidemiológicos se ajustó para el caso de una epidemia de tuberculosis.

Para estudiar la evolución de las variables descritas arriba se ha planteado el siguiente conjunto de ecuaciones diferenciales, para las cuales, cada uno de los parámetros se describe en la tabla 1.

$$\begin{cases} \frac{dS}{dt} = \Lambda - \beta S(I + \delta L) - \mu S \\ \frac{dE}{dt} = \beta(1-p)S(I + \delta L) + r_2 I - [\mu + k(1-r_1)]E \\ \frac{dI}{dt} = \beta p S(I + \delta L) + k(1-r_1)E + \gamma L - [\mu + d_1 + \phi(1-r_2) + r_2]I \\ \frac{dL}{dt} = \phi(1-r_2)I - (\mu + d_2 + \gamma)L \end{cases}$$

Eq. 1. Sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias

Parámetros del modelo:

Variable	Descripción
Λ	Tasa de reclutamiento de individuos susceptibles en una comunidad.
β	Coeficiente de transmisión
δ	Fracción de “pérdida de rastro” entre los infectados.
p	Proporción de nuevos infectados (E) que tienen una rápida progresión a ser infecciosos (I)
μ	Tasa de muertes naturales
k	Tasa de progresión de infectados (E) a infecciosos (I)
r_1	Tasa de quimioprofilaxis ¹ efectiva
r_2	Tasa de terapias exitosas
ϕ	Tasa en que la infección deriva en “pérdida de rastro”
γ	Tasa en la que a quienes se les perdió el rastro retornan al hospital.
d_1	Tasa de muerte en infecciosos
d_2	Tasa de muerte en “pérdida de rastro”

Tabla 1. Descripción de los parámetros del modelo. ¹ Quimioprofilaxis hace referencia a la administración de un medicamento con el objetivo de que los infectados no se conviertan en infecciosos.

Descripción general del proyecto:

El trabajo final de programación científica busca que los estudiantes adquieran un mayor entendimiento de los distintos algoritmos utilizados en el modelamiento de sistemas dinámicos, como es el caso de la epidemia de la tuberculosis.

El proyecto consiste en resolver el sistema de ecuaciones diferenciales presentadas anteriormente y propuestas en el artículo [2]. Este sistema se basa en un modelo epidemiológico (SEIL) para el caso particular de una epidemia de tuberculosis. Utilizando este modelo se debe estudiar el comportamiento de las variables que inciden en la dinámica

epidemiológica de esta enfermedad. El modelo debe ser configurado bajo los parámetros (Λ , β , δ , ρ , μ , k , r_1 , r_2 , ϕ , γ , d_1 , d_2) que se describen en los artículos [2-3] y que se presentan en la tabla 1. Se debe tener en cuenta que dichos parámetros deben ser definidos por cada grupo trabajo, para lo cual es fundamental investigar los rangos adecuados de cada uno.

Requerimientos del sistema:

- Se debe implementar una interfaz gráfica que le permita al usuario interactuar con el programa. En la figura 2 se muestra un ejemplo de cómo puede ser dicha interfaz, así como los aspectos básicos que debe incluir.
- La solución del modelo de ecuaciones diferenciales (eq. 1) debe hacerse implementando los métodos vistos en clase de: Euler hacia adelante, Euler hacia atrás, Euler modificado, Runge-Kutta de segundo orden, Runge-Kutta de cuarto orden y solve_ivp. El usuario debe escoger cuál método utilizar y seleccionar la cantidad de variables en la gráfica del modelo (S(t), E(t), I(t), L(t)), éstas deben ser completamente identificables mediante un Label.
- El botón de salir debe ser funcional.
- Poder exportar e importar los datos de la gráfica en formato binario tipo 'double'.
- Se deben poder modificar los parámetros y el tiempo de simulación (en años).

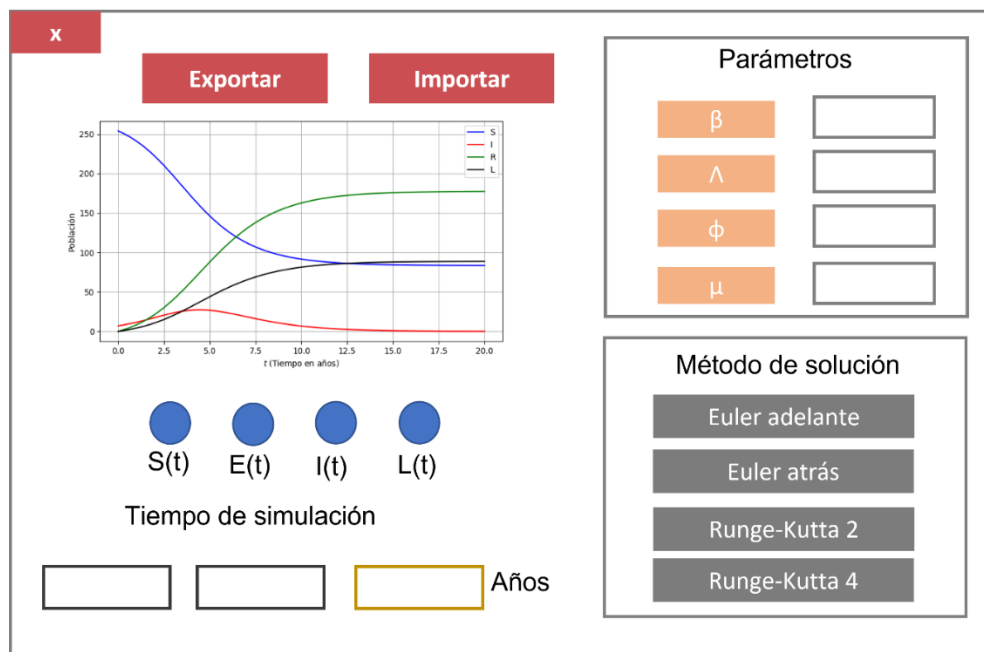


Figura 2. Modelo para la interfaz gráfica. El usuario debe poder escoger las variables dependientes para incluir en las gráficas, el método de solución y debe ser capaz de modificar los parámetros.

Entregables del proyecto:

Este proyecto contempla la entrega de dos productos, el primero, consiste en la interfaz y código desarrollado del sistema y el segundo, en un video que presente el trabajo realizado.

El video debe tener una duración de mínimo 6 minutos y máximo 7 minutos, que incluya los siguientes aspectos:

- Breve descripción del problema.
- Se debe explicar qué evalúa el modelo matemático.
- Comentar cómo funciona el código.
- Incluir una demostración de la interfaz y programa realizado en donde se presenten diferentes escenarios de simulación cambiando los valores de las variables del modelo epidemiológico.
- Comentar qué aspectos se podrían mejorar del modelo, como por ejemplo si se podría incluir alguna variable adicional o si es realista en relación a la problemática discutida.

Evaluación:

El proyecto final se va a evaluar bajo los siguientes criterios:

- Video de presentación (50%)
- Código (50%)

El proyecto debe ser presentado por grupos de 3 personas (pueden ser de secciones diferentes).

- El código entregado debe estar debidamente comentado.
- La presentación y código deben ser subidas a Bloque Neón el día anterior de la presentación.

Cronograma de entregas:

1. 9 de noviembre: Entrega de presentación (3-4 diapositivas) con el contexto general de la problemática del proyecto, así como, con la descripción de las ecuaciones y de los diferentes parámetros incluidos en el modelo.
2. 19 de noviembre: Entrega del “esqueleto” de la interfaz gráfica realizada en Python con la librería Tkinter (u otra similar).
3. 3 de diciembre: Entrega de la interfaz gráfica funcional.
4. 9/10 de diciembre: Presentación final, entrega del video y versión final del código.

Bibliografía

[1] Pai, M., Behr, M. A., Dowdy, D., Dheda, K., Divangahi, M., & Boehme, C. C. Tuberculosis. Nature reviews Disease primers. 2016; 2: 16076.



Programación Científica

Facultad de Ingeniería

- [2] Bowong, S., & Tewa, J. J. (2009). Mathematical analysis of a tuberculosis model with differential infectivity. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 14(11), 4010-4021.
- [3] Bowong & Tewa (2014). Tuberculosis with Differential Infectivity. En Schiesser, W. E. (2014). *Differential Equation Analysis in Biomedical Science and Engineering: Ordinary Differential Equation Applications with R*. John Wiley & Sons (pp. 321-336).