

# 高等数学(下)

## 2023-2024学年春期中复习回忆

\*此版本为同学回忆版，仅供参考复习，若有出入，敬请谅解。

### 1. 单选题(20分)

(1) (记不清具体数据) 考点: 点  $(x, y, z)$  到直线  $Ax+By+Cz=D$  的距离是:

(2) a surface :  $x^2 + y^2 - z^2 = 1$  is

(A) Elliptical Cone.

(B) Hyperboloid of two sheets.

(C) Hyperboloid of one sheet.

(D) Elliptical paraboloid.

(3) 高中题. 平面 through the point  $(1, 0, -1)$ , 和向量  $\langle 2, 1, 1 \rangle$  and  $\langle 1, -1, 0 \rangle$  平行, 平面的方程是:

(A)  $x + y + 3z = -2$ .

(B)  $x + y - 3z = 4$ .

(C)  $x - y + 3z = -2$ .

(D)  $x - y - 3z = 4$ .

(4) 有级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{\sin^n n}{n^2} + \frac{(-1)^n}{n} \right)$  ( $p > 0$ ), 描述中一定正确的是

(A) It diverges.

(B) It converges conditionally.

(C) It converges absolutely.

(D) Its convergence depends on  $p$ .

(5) 如果  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$  converges, the following series

$$\sum_{n=1}^{\infty} (u_n + u_{n+1})^2 \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(u_n)^2}{n} \quad \sum_{n=1}^{\infty} (u_{2n-1} u_{2n}) \quad \sum_{n=1}^{\infty} (u_n + 2u_{n+1})$$

How many series **must** converge among the above 4 series?

(A) 1.

(B) 2.

(C) 3.

(D) 4.

### 2. 填空(20分).

(1) 螺旋线 (helix)  $\mathbf{r}_1(t) = \cos t \mathbf{i} + \sin t \mathbf{j} + t \mathbf{k}$  和曲线 (curve)  $\mathbf{r}_2(t) = (1+t)\mathbf{i} + 8t^2\mathbf{j} + 7t^3\mathbf{k}$  在点  $(1, 0, 0)$  相交 (intersects), 它们在交点处的夹角为 \_\_\_\_\_.

(2) 考点: 点到直线的距离 \_\_\_\_\_. 点:  $(3, 2, 1)$ , 直线:  $x=1+t, y=2+2t, z=3-2t$

(3) 如果  $x=t^3+4t, y=t^2-3t$ , 那么  $\frac{d^2y}{dx^2} \Big|_{t=0} =$  \_\_\_\_\_.

(4)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \cdot 2^n} =$  \_\_\_\_\_

(5) If  $f(x) = \frac{x^{10}}{1+2x}$ , then  $f^{(15)}(0) =$  \_\_\_\_\_.

3. 有参数曲线  $\{x(t)=\sin t, y(t)=\cos^2 t, z(t)=\cos t\}$ ,  $0 \leq t \leq \pi/2$ , 找其上面的一个点, 使点的坐标满足条件: its tangent line is parallel to the plane  $x+z=0$ . (10分)

4. (考点: 曲率圆的方程) Find an equation for the circle of curvature of the graph of  $y = \cos x$  at  $x = 0$ . (10分)

5. 有曲线  $r = 1 - \cos \theta$ ,  $0 \leq \theta \leq \pi$ , 将其绕  $x$  轴旋转形成旋转面  $S$ , 求旋转面  $S$  的面积。(10分)

6. 计算极限 (禁止使用洛必达法则)。(10分)

$$(1) \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{e^{1/x} - 1} - x \right)$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{x^2+x} - e^x + 2\ln(\cos x)}{x^3}$$

7. 请分析下列series是converge absolutely, converge conditionally, 还是diverge?说明理由。(10分)

$$(1) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sin \frac{1}{n^2}$$

$$(2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{2n + \sin^2 n}$$

8. 求  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n + (-2)^n} \cdot \frac{x^n}{n}$  的收敛域。(10分)