2015秋高数上期末试题（回忆版）

（一）单项选择题.

1、设 $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)$ 存在，$\lim\limits_{x\to x_0} g(x)$ 不存在，则（　　）.

(A) $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)g(x)$ 必不存在；

(B) $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)g(x)$ 必存在；

(C) $\lim\limits_{x\to x_0} [f(x)+g(x)]$ 必不存在；

(D) $\lim\limits_{x\to x_0} [f(x)+g(x)]$ 必存在.

2、设 $f(x)$ 在 R 上连续，且 $f(x)\neq 0$，$\varphi(x)$ 在 R 上有定义，且有间断点（或称为不连续点），则下列说法不正确的是（　　）.

(A) $\varphi(f(x))$ 必有间断点；　　(B) $[\varphi(x)]^2$ 未必有间断点；

(C) $f(\varphi(x))$ 未必有间断点；　　(D) $\varphi(x)/f(x)$ 必有间断点.

3、设 f 有一阶连续导数，$I=\int_0^{\pi} f(\cos x)\cos x\,dx-\int_0^{\pi} f'(\cos x)\sin^2 x\,dx$，则 $I=$（　　）.

(A) 0　　(B) 1　　(C) π　　(D) $\frac{\pi}{2}$

4、曲线 $y=x\ln x$ 的平行于直线 $x-y+1=0$ 的切线方程为（　　）.

(A) $y=x-1$　　(B) $y=-(x+1)$　　(C) $y=(\ln x-1)(x-1)$　　(D) $y=x$.

5、函数 $y=x^2e^{-x}$ 的图像在 $(1,2)$ 内是（　　）.

(A) 单调减少且向上凹的 (concave up)；　　(B) 单调增加且向上凹的 (concave up)；

(C) 单调减少且向下凹的 (concave down)；　　(D) 单调增加且向下凹的 (concave down).

（二）填空题.

1、$\lim\limits_{n\to\infty}\frac{\pi}{n}\left[\cos^2\left(\frac{\pi}{n}\right)+\cos^2\left(\frac{2\pi}{n}\right)+\cdots+\cos^2\left(\frac{n-1}{n}\pi\right)+\cos^2\pi\right]=$ ________.

2、$\lim\limits_{x\to 0}(\cos x)^{\cot^2 x}=$ ________.

3、曲线 $y=\frac{1+x}{1-e^{-x}}$ 的水平渐近线方程为 ________，竖直渐近线方程为 ________.

4、$\int\frac{\sin x}{\cos^3 x}dx=$ ________.

5、函数 $f(x)=\ln(1+x^2)$ 在区间 $[-1,2]$ 的最大值是 ________，最小值是 ________.

（三）求曲线 $y=2\sqrt{x}$，$y=2x^2$ 所围成的图形的面积以及该图形绕 y 轴旋转形成的旋转体的体积.

（四）设 $f(x)=\begin{cases}\frac{\sin ax}{\sqrt{1-\cos x}}, & x<0\\ b, & x=0\\ \frac{1}{x}[\ln x-\ln(x^2+x)], & x>0\end{cases}$　问 a,b 取何值时，$f(x)$ 在 $(-\pi,\pi)$ 内连续.

（五）计算 $\int\sqrt{\frac{6-x}{x-3}}\,dx$

（六）计算 $\int\frac{x}{x^4+2x^2+5}\,dx$.

（七）若 $y=y(x)$ 是由方程 $\arctan\left(\frac{y}{x}\right)=\ln\sqrt{x^2+y^2}$ 所确定的隐函数，求 dy/dx.

（八）计算 $\int(\arctan e^{x})\cdot e^{2x}\,dx$.

附加题：函数 $f(x)$ 在 $[0,2]$ 上二阶可导，且对任意的 $x\in[0,2]$，有 $|f(x)|\le 1$ 和 $|f''(x)|\le 1$，

证明：对任意 $x\in[0,2]$，$|f'(x)|\le 2$ 成立.