

# 实 验 报 告

评分：

少年班 系 06 级

学号 PB06000680

姓名 张力

日期 2007-3-26

## 实验题目：单摆的设计和实验

**实验目的：**利用经典的单摆公式、给出的器材和对重力加速度  $g$  的测量精度的要求，进行简单的设计性实验基本方法的训练，学会应用误差均分原理选用适当的仪器和测量方法，学习积累放大法的原理及应用，分析误差的来源，提出进行修正和估算的方法。

**实验器材：**提供的器材及参数：

游标卡尺、米尺、千分尺、电子秒表、支架、细线、钢球、摆幅测量标尺、天平

摆长  $l$  70.00cm，摆球直径  $D$  2.00cm，摆动周期  $T$  1.700s，米尺精度  $\Delta$  0.05cm，卡尺精度  $\Delta$  0.002cm，千分尺精度  $\Delta$  0.001cm，秒表精度  $\Delta$  0.01s，人开、停秒表总反应时间  $\Delta$  0.2s

**实验原理：**在本实验中，实验精度  $g/g < 1\%$ ，故摆球的几何形状、摆的质量、空气浮力、摆角等因素对测量造成的修正项均是高阶小量，可忽略。那么近似的周期测量公式为  $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ ，故可通过误差均分原理，在一定的精度范围内测量  $T$ 、 $L$ ，从而求得重力加速度  $g$ 。

**实验设计：**由  $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ ，得： $g = 4\pi^2 \frac{L}{T^2}$ 。

两边取对数处理，有： $g/g = 2 \Delta T/T + \Delta L/L$ 。

若要求  $g/g < 1\%$ ，由误差均分原理，就应该有  $2 \Delta T/T < 0.5\%$  且  $\Delta L/L < 0.5\%$ ，其中  $t = nT$ ， $n = 1, 2, \dots$ ， $L = l + D/2$ ， $l$  表示摆线长， $D$  表示摆球直径， $T = \Delta + \Delta$  0.01s + 0.2s = 0.21s。

那么  $\Delta L < 0.5\%$  0.5%(70.00cm + 2.00cm/2) = 0.335cm，故选用米尺测量摆线长，用游标卡尺测量摆球的直径， $L$  可满足条件。

由于  $t > T/0.5\%$  84s，即  $nT > 84s$ ，将  $T$  1.700s 代入，知一次测量若需达到要求的精度，需测量  $n = 50$  ( $nT$  85s > 84s) 个周期的时间。

除上述分析中提到的实验仪器外，还需要选择电子秒表、支架、细线、钢球。

- 实验步骤：**
- 1、按照实验要求组装好实验仪器，将电子秒表归零；
  - 2、多次（3-5 次，本实验中 5 次）测量摆球直径、摆线长度；
  - 3、将摆球拉离平衡位置使其小角度（小于 5 度）同平面摆动；
  - 4、多次（3-5 次，本实验中 5 次）用电子秒表测量单摆 50 次全振动所需时间；
  - 5、整理仪器；
  - 6、数据处理和误差分析。

**数据处理和误差分析：**

本实验中所测得的原始数据如下：

# 实 验 报 告

评分：

少年班 系 06 级

学号 PB06000680

姓名 张力

日期 2007-3-26

| 测量序号 | 摆线长度/cm | 摆球直径/mm | 50 个周期全振动时间/s |
|------|---------|---------|---------------|
| 1    | 70.07   | 22.20   | 84.90         |
| 2    | 70.11   | 22.24   | 84.89         |
| 3    | 70.10   | 22.20   | 84.71         |
| 4    | 70.24   | 22.22   | 84.77         |
| 5    | 70.16   | 22.22   | 84.96         |

表一：原始数据

摆线长度的平均值：

$$\bar{l} = \frac{70.07 + 70.11 + 70.10 + 70.24 + 70.16}{5} \text{cm} = 70.14 \text{cm}$$

摆线长度的标准差：

$$\sigma_l = \sqrt{\frac{(70.07 - 70.14)^2 + (70.11 - 70.14)^2 + (70.10 - 70.14)^2 + (70.24 - 70.14)^2 + (70.16 - 70.14)^2}{5-1}} \text{cm} = 0.067 \text{cm}$$

那么它的展伸不确定度为：

$$U_{l0.68} = \sqrt{\left(t_{0.68} \frac{\sigma_l}{\sqrt{n}}\right)^2 + \left(k_P \frac{\Delta_B}{C}\right)^2} = \sqrt{\left(1.14 \times \frac{0.067}{\sqrt{5}}\right)^2 + \left(1 \times \frac{0.05}{3}\right)^2} \text{cm} = 0.038 \text{cm}, P = 0.68$$

上式中  $\Delta_B$  即是米尺精度 \*

摆球直径的平均值：

$$\bar{D} = \frac{22.20 + 22.24 + 22.20 + 22.22 + 22.22}{5} \text{mm} = 22.22 \text{mm}$$

摆球直径的标准差：

$$\sigma_D = \sqrt{\frac{(22.20 - 22.22)^2 + (22.24 - 22.22)^2 + (22.20 - 22.22)^2 + (22.22 - 22.22)^2 + (22.22 - 22.22)^2}{5-1}} \text{mm} = 0.017 \text{mm}$$

那么它的展伸不确定度为

$$U_{D0.68} = \sqrt{\left(t_{0.68} \frac{\sigma_D}{\sqrt{n}}\right)^2 + \left(k_P \frac{\Delta_B}{C}\right)^2} = \sqrt{\left(1.14 \times \frac{0.017}{\sqrt{5}}\right)^2 + \left(1 \times \frac{0.02}{\sqrt{3}}\right)^2} \text{mm} = 0.014 \text{mm}, P = 0.68$$

上式中  $\Delta_B$  即是游标卡尺精度 \*

综合以上，可以得到摆长的平均值为： $\bar{L} = \bar{l} + \frac{\bar{D}}{2} = (70.14 + 2.222/2) \text{cm} = 71.25 \text{cm}$

由误差传递公式，摆长的展伸不确定度：

$$U_{L0.68} = \sqrt{U_{l0.68}^2 + (U_{D0.68} / 2)^2} = \sqrt{0.067^2 + (0.0014 / 2)^2} \text{cm} = 0.067 \text{cm}, P = 0.68$$

单摆周期的平均值：

$$\bar{T} = \frac{84.90 + 84.89 + 84.71 + 84.77 + 84.96}{5 \times 50} \text{s} = 1.697 \text{s}$$

# 实 验 报 告

评分：

少年班 系 06 级

学号 PB06000680

姓名 张力

日期 2007-3-26

单摆周期的标准差：

$$\sigma_T = \sqrt{\frac{(\frac{84.90}{50} - 1.697)^2 + (\frac{84.89}{50} - 1.697)^2 + (\frac{84.71}{50} - 1.697)^2 + (\frac{84.77}{50} - 1.697)^2 + (\frac{84.96}{50} - 1.697)^2}{5-1}} s = 0.002s$$

又在这个实验中对测量周期 T 而言

$$\Delta_{BT} = \frac{1}{50} \sqrt{\Delta_{\text{仪}}^2 + \Delta_{\text{人}}^2} = \frac{1}{50} \sqrt{0.01^2 + 0.2^2} s = 0.004s$$

那么周期测量中的展伸不确定度为：

$$U_{T0.68} = \sqrt{(t_{0.68} \frac{\sigma_T}{\sqrt{n}})^2 + (k_p \frac{\Delta_{BT}}{C})^2} = \sqrt{(1.14 \times \frac{0.002}{\sqrt{5}})^2 + (1 \times \frac{0.004}{3})^2} s = 0.0017s, P = 0.68$$

根据经典的单摆周期公式，那么有

$$\bar{g} = \frac{4\pi^2 \bar{L}}{\bar{T}^2} = \frac{4 \times 3.14^2 \times 0.7125m}{(1.697s)^2} = 9.767m/s^2$$

g 的展伸不确定度为：

$$\frac{U_{g0.68}}{\bar{g}} = \sqrt{1^2 (\frac{U_{L0.68}}{\bar{L}})^2 + 2^2 (\frac{U_{T0.68}}{\bar{T}})^2} = \sqrt{1^2 (\frac{0.0067}{71.25})^2 + 2^2 (\frac{0.0017}{1.697})^2} = 0.0022, P = 0.68$$

$$U_{g0.68} = 0.0022 \times 9.767m/s^2 = 0.022m/s^2, P = 0.68$$

由以上也可以知道  $g/g < 1\%$ ，满足实验设计的条件。

那么最终测量结果的表达式为：

$$g = \bar{g} \pm U_{g0.68} = 9.767 \pm 0.022m/s^2, P = 0.68$$

(好)

5