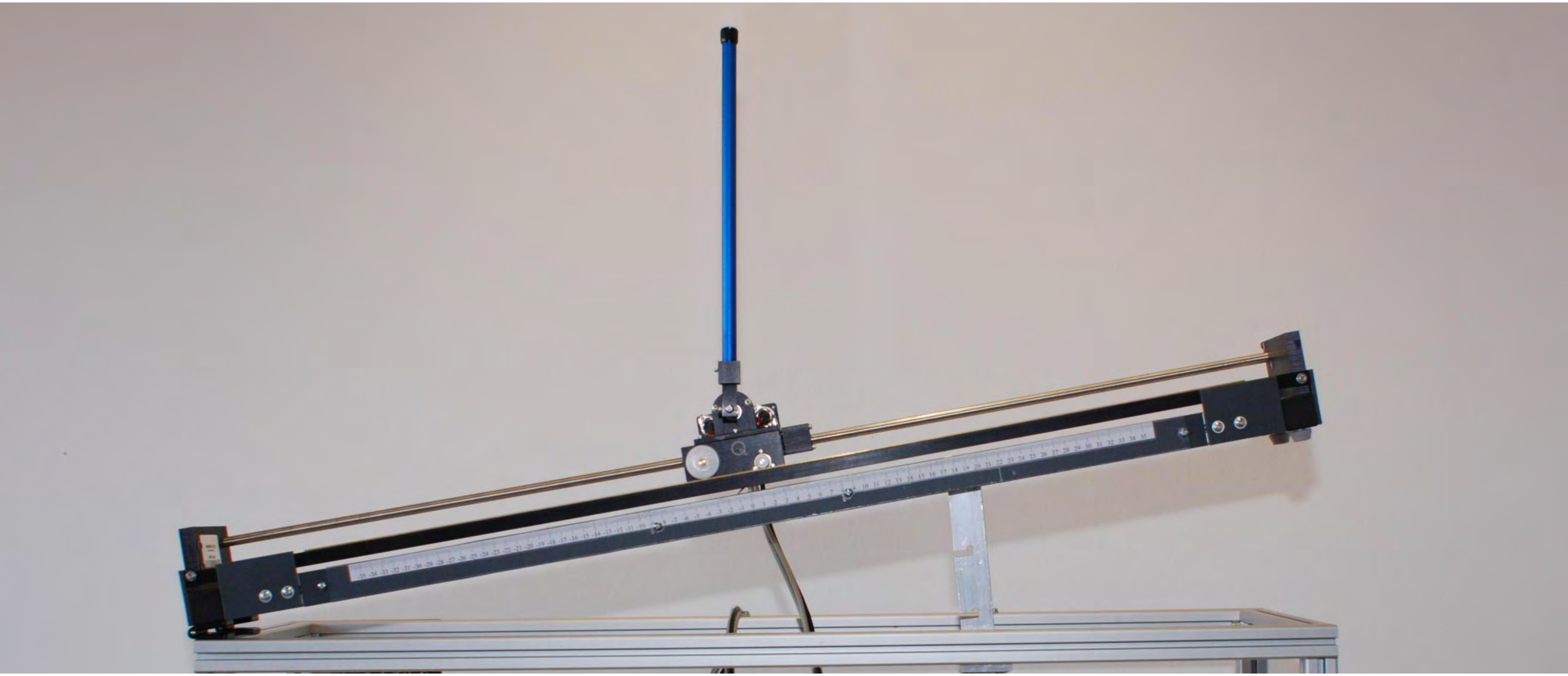


Regelung eines inversen Pendels

NI Dozenten- und Ausbildertag 2010
Fürstenfeldbruck

Dr.-Ing. Michael Buchholz | 29.10.2010 |
Institut für Mess-, Regel- und Mikrotechnik

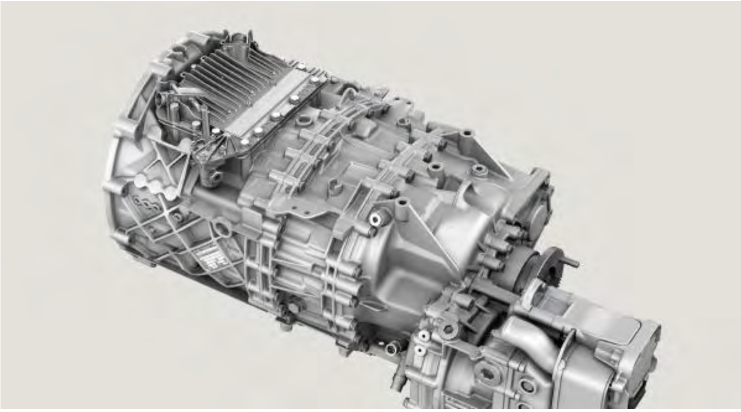
Anwendungsgebiete in der Forschung des Instituts für Mess-, Regel- und Mikrotechnik

Fahrerassistenzsysteme

Medizintechnik

E-Mobility

Mechatronische Systeme



Ausstattung und Lehrangebot des Instituts für Mess-, Regel- und Mikrotechnik

Personelle Ausstattung

– 2 Professuren (W3)
– 1 Akademischer Rat
– zurzeit 14 Wiss. Mitarbeiter
– Sekretariat
– 4 FH-Ingenieure /Techniker

Praktika

– Mess- und Automatisierungstechnik
– Regelungstechnik
– Projekt Autonomes Fahrzeug

Vorlesungsangebot

– Elektrische Messtechnik
– Messtechnik II
– Einführung Regelungstechnik
– Systemtheorie
– Digitale Regelung
– Nichtlineare Regelung
– Automatisierungstechnik
– Filter- und Trackingverfahren
– Modellbildung dyn. Systeme
– Identifikation dyn. Systeme
– Methoden der Optimierung und optimalen Steuerung

Motivation und Ziele

Inverses Pendel im Praktikum Regelungstechnik:

- praktische Umsetzung der Regelverfahren aus den Vorlesungen durch Studenten
- Interesse für weiterführende Vorlesungen wecken
- Verwendung von LabVIEW mit Echtzeit-Hardware für breiten Überblick

→ Stabilisierung des Pendels um die obere Ruhelage (linear)

Inverses Pendel als Demonstrator:

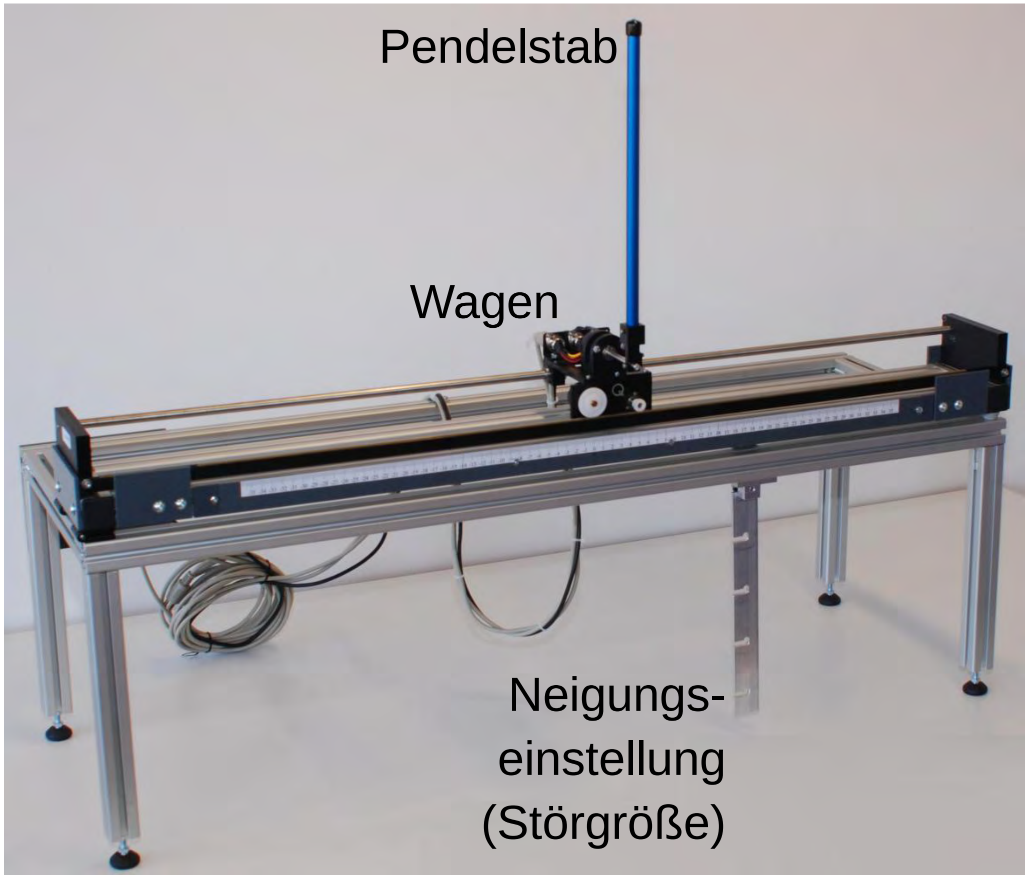
- Blickfang bei Bildungsmessen und Schülerführungen
- Nichtlineares System als typischer Benchmark für neu entwickelte Regelverfahren

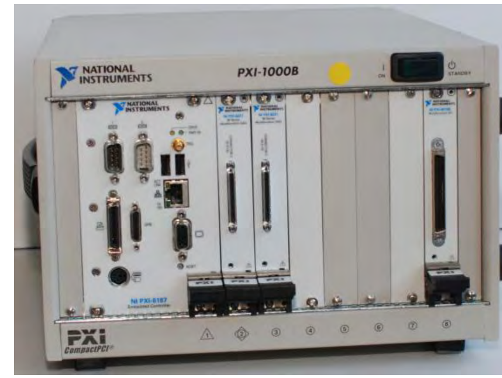
→ zusätzlich Aufschwingen des Pendels (nichtlinear)

Überblick

- Modellierung des Pendels
- Beobachterentwurf
- lineare Zustandsregler
  - Riccati-Regler (LQ-Regler)
  - PI-Zustandsregler
- Zusammenfassung Praktikumsversuch
- Ausblick auf nichtlineare Regelung

Modellierung des Pendels: Laboraufbau





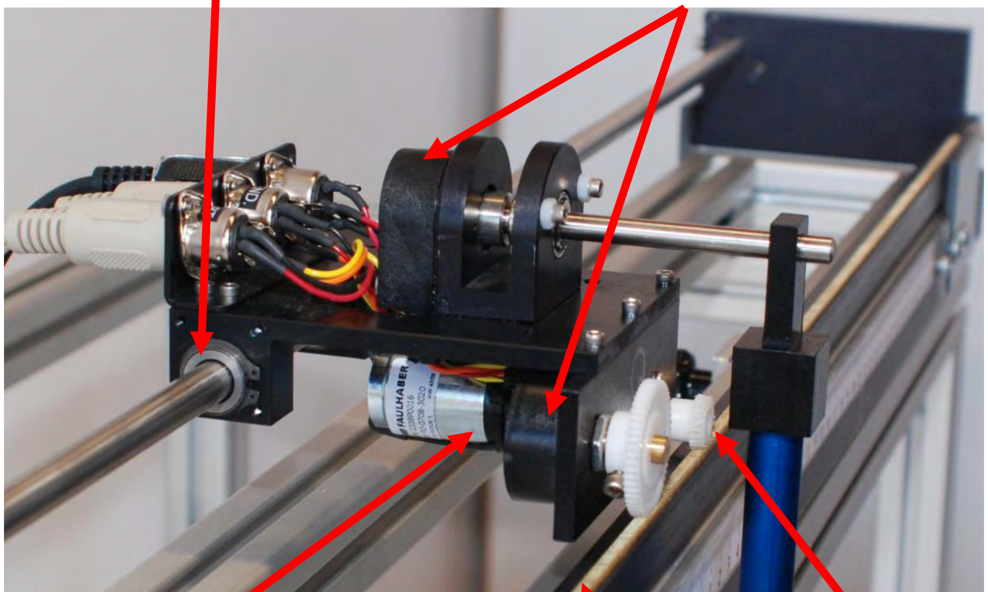
NI-PXI-System

Servoverstärker

Modellierung des Pendels: Laboraufbau

zylindrische Führung (reibungsarm)

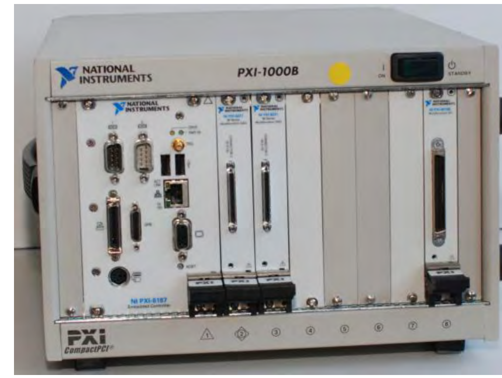
Inkrementalgeber (Ausgangsgrößen)



Antriebsritzel

Motor (Eingangsgröße)

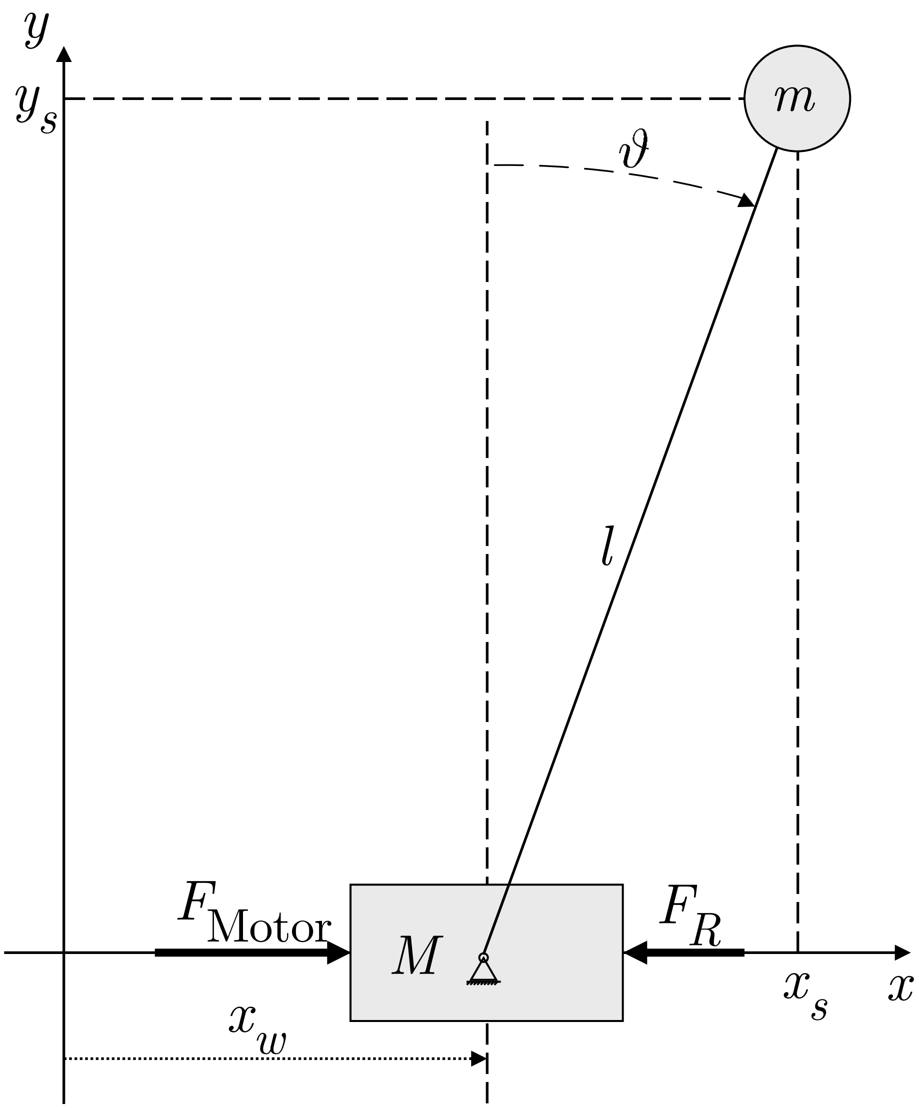
Zahnstange



NI-PXI-System

Servoverstärker

Modellierung des Pendels: Schematische Darstellung



Punktmasse m mit Abstand l (starre Verbindung) statt Pendelstab der Länge $2l$ und Masse m

Modellierung in vier Teilschritten durch Freischneiden:

1. Motor und Getriebe
2. Wagenbewegung
3. Pendelbewegung
4. Reibung

Modellierung des Pendels: Teilmodelle 1 (Motor und Getriebe)

Gleichstrommotor:

$$U_A = R_M \cdot I_A + k_M \cdot \Omega$$

$$M_{\text{Motor}} = k_M \cdot I_A$$

Getriebe:

$$M_{\text{Motor}} = \frac{F_{\text{Motor}} \cdot r_{\text{Antrieb}}}{k_G}$$

$$\Omega = \frac{\dot{x}_w \cdot k_G}{r_{\text{Antrieb}}}$$

k_M	Drehmomentkonstante
Ω	Motordrehzahl
M_{Motor}	Motormoment
U_A	Ankerspannung
R_M	Ankerwiderstand
I_A	Ankerstrom
k_G	Übersetzungsverhältnis
r_{Antrieb}	Radius Antriebsrad

Gleichung Teilmodell 1:

$$F_{\text{Motor}} = \frac{k_M \cdot k_G}{R_M \cdot r_{\text{Antrieb}}} \cdot U_A - \frac{k_M^2 \cdot k_G^2}{R_M \cdot r_{\text{Antrieb}}} \cdot \dot{x}_w$$

Modellierung des Pendels:
Teilmodelle 2 und 3 (Wagen- und Pendelbewegung)

Wagenbewegung

aus der Kräftebilanz (nur x-Komponenten) am Wagen folgt

$$\ddot{x}_w = \frac{F_{\mathrm{Motor}} - F_R}{M + m} + \frac{m \cdot l}{M+m} \; \dot{\vartheta}^2 \cdot \sin(\vartheta) - \ddot{\vartheta} \cdot \cos(\vartheta)$$

Pendelbewegung

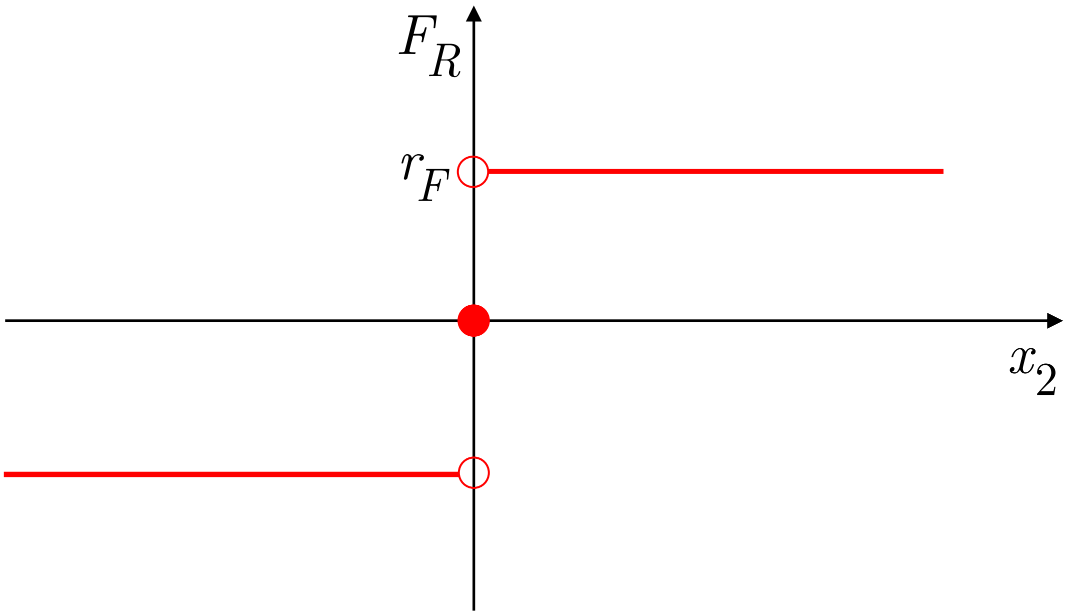
aus der Momentenbilanz / dem Drehimpulssatz folgt

$$\ddot{\vartheta} = \frac{-l \cdot \cos(\vartheta) \cdot m \cdot \ddot{x}_w + m \cdot g \cdot l \cdot \sin(\vartheta)}{J}$$

Modellierung des Pendels: Teilmodell 4 (Reibung)

einfaches Reibmodell:

$$F_R = r_F \cdot \mathrm{sgn}(x_2)$$



in der Realität: Reibung geschwindigkeits- und ortsabhängig
→ Kennwert r_F als Mittelwert aus mehreren Messungen

Berücksichtigung der Reibung wegen Linearisierung **nicht im Modell**, sondern Kompensation über die Eingangsgröße (Spannung)

Modellierung des Pendels:
Gesamtmodell in Zustandsraumdarstellung

nichtlineares System 4. Ordnung:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ f_2(\underline{x}) \\ x_4 \\ f_4(\underline{x}) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ g_2(\underline{x}) \\ 0 \\ g_4(\underline{x}) \end{bmatrix} \cdot u$$

$$\underline{y} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \underline{x}$$

Zustandsgrößen:

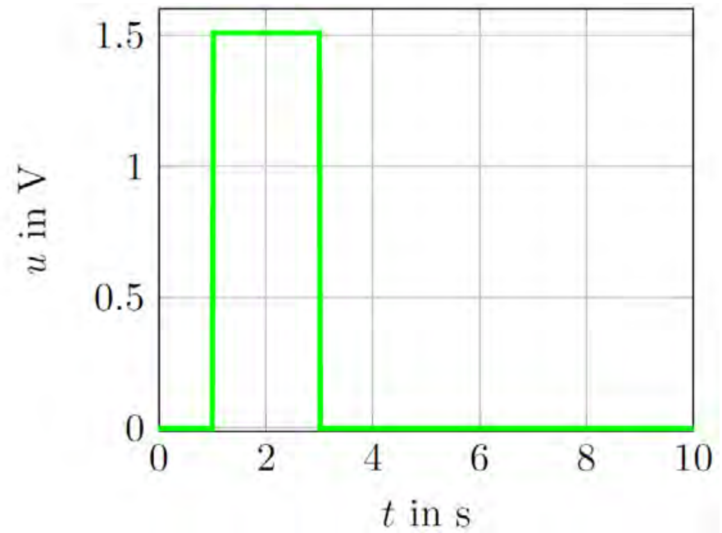
$$x_1 = x_w \qquad x_3 = \vartheta$$
$$x_2 = \dot{x}_w \qquad x_4 = \dot{\vartheta}$$

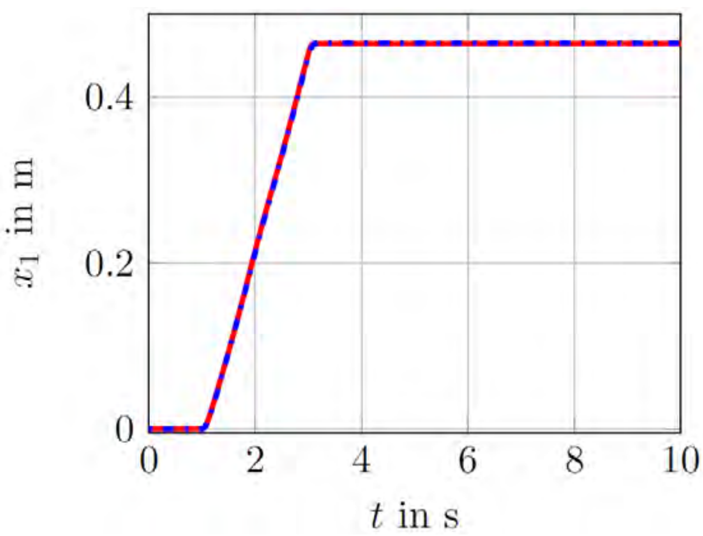
Stellgröße:

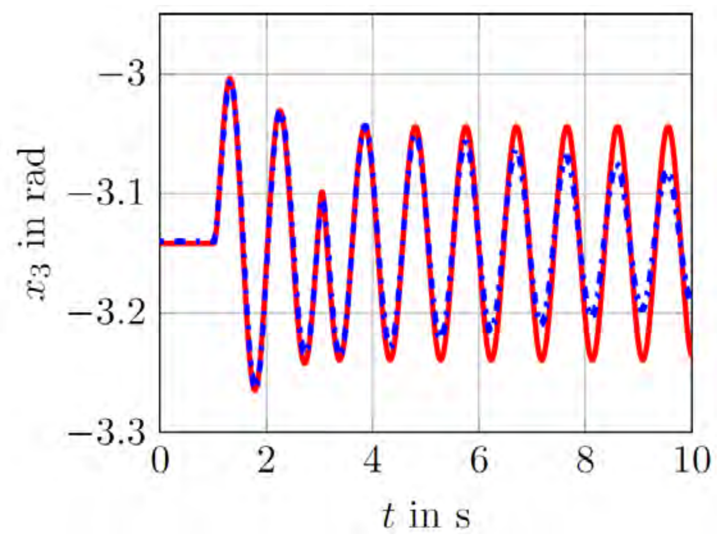
$$u = U_A$$

Modellierung des Pendels: Modellvalidierung

Vergleich von Simulation und Messung bei identischem Eingangssignal (Reibung nicht im Modell):







Modellierung des Pendels: Linearisierung des Gesamtmodells

Linearisierung um obere Ruhelage ($\underline{x}_\mathrm{R} = \underline{0}$, $u_\mathrm{R} = 0$) ergibt:

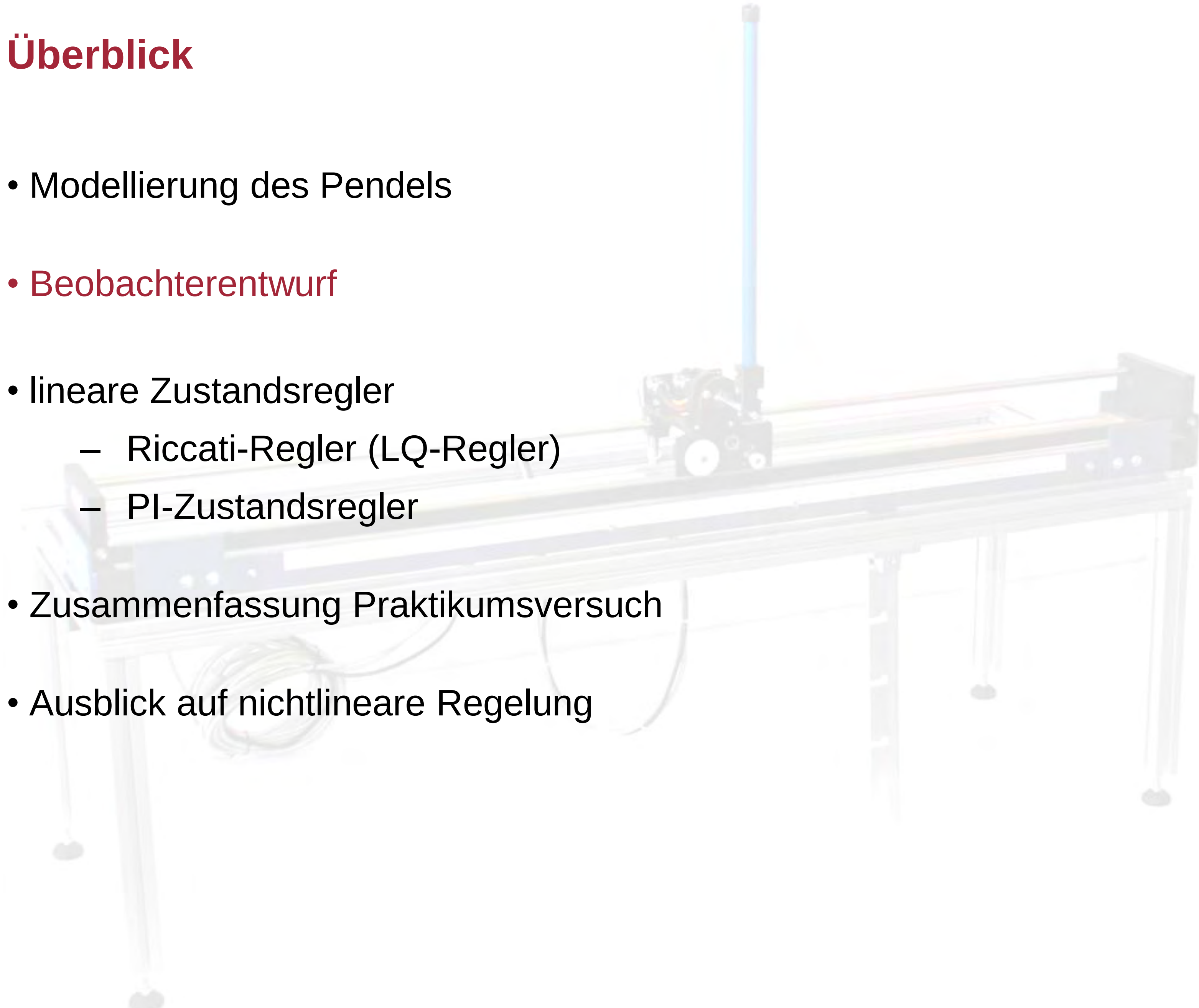
$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & a_{23} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & a_{42} & a_{43} & 0 \end{bmatrix} \underline{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ b_2 \\ 0 \\ b_4 \end{bmatrix} \cdot u \qquad \underline{y} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \underline{x}$$

$$a_{22} = -\frac{J \cdot k_M^2 \cdot k_G^2}{R_M \cdot r_\mathrm{Antrieb}^2 \cdot (J \cdot (M+m) - m^2 \cdot l^2)} \qquad a_{23} = -\frac{m^2 \cdot l^2 \cdot g}{J \cdot (M+m) - m^2 \cdot l^2}$$

$$a_{42} = \frac{m \cdot l \cdot k_M^2 \cdot k_G^2}{R_M \cdot r_\mathrm{Antrieb}^2 \cdot (J \cdot (M+m) - m^2 \cdot l^2)} \qquad a_{43} = \frac{(M+m) \cdot m \cdot l \cdot g}{J \cdot (M+m) - m^2 \cdot l^2}$$

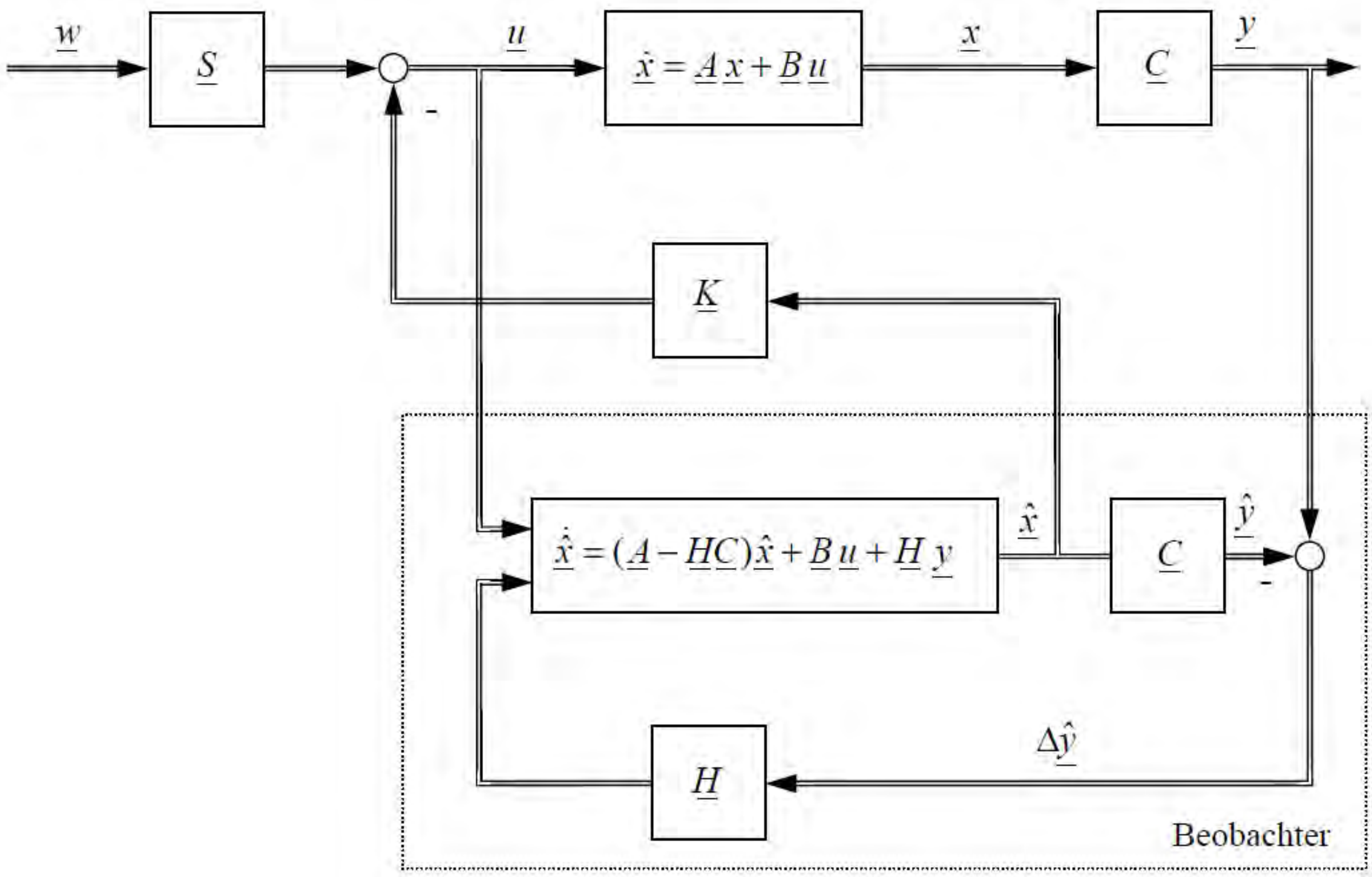
$$b_2 = \frac{J \cdot k_M \cdot k_G}{R_M \cdot r_\mathrm{Antrieb}^2 \cdot (J \cdot (M+m) - m^2 \cdot l^2)} \qquad b_4 = -\frac{m \cdot l \cdot k_M \cdot k_G}{R_M \cdot r_\mathrm{Antrieb}^2 \cdot (J \cdot (M+m) - m^2 \cdot l^2)}$$

Überblick



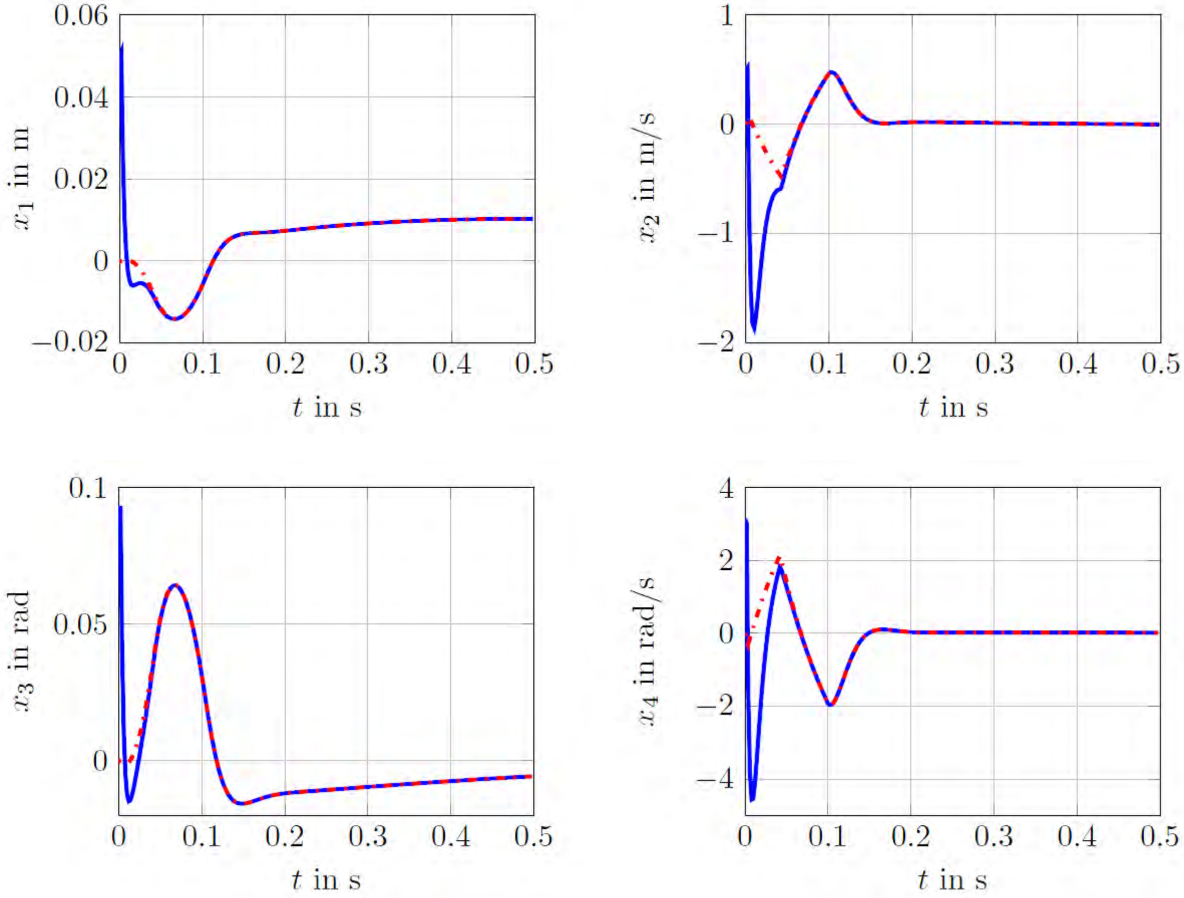
- Modellierung des Pendels
- Beobachterentwurf
- lineare Zustandsregler
  - Riccati-Regler (LQ-Regler)
  - PI-Zustandsregler
- Zusammenfassung Praktikumsversuch
- Ausblick auf nichtlineare Regelung

Beobachterentwurf



Beobachterentwurf mittels Polvorgabe: $\det\ \lambda \cdot \underline{I} - \underline{A} + \underline{H} \cdot \underline{C} \overset{!}{=} \prod_{i=1}^{n} (\lambda - p_i)$

Beobachterentwurf: Validierung

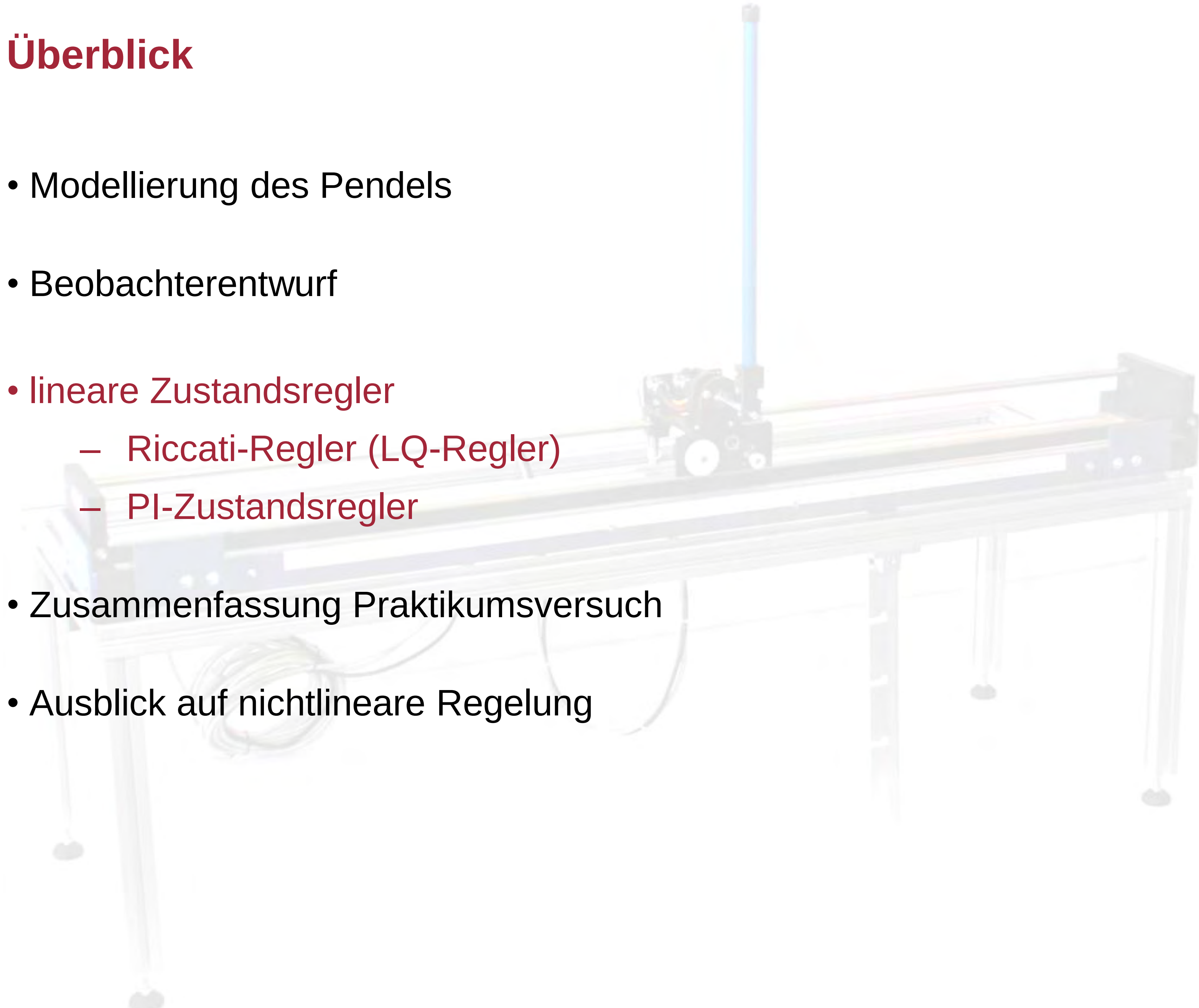


Anfangszustände der Regelstrecke (Simulation): $\underline{x}_0 = \underline{0}$

Anfangszustände des Beobachters (Simulation): $\underline{\hat{x}}_0^T = \begin{bmatrix} 0,05 & 0,5 & 0,087 & \pi \end{bmatrix}$

Überblick

- Modellierung des Pendels
- Beobachterentwurf
- lineare Zustandsregler
  - Riccati-Regler (LQ-Regler)
  - PI-Zustandsregler
- Zusammenfassung Praktikumsversuch
- Ausblick auf nichtlineare Regelung



Lineare Zustandsregler:
Riccati-Regler (LQ-Regler)

Lineare Regler:

→ nur gültig in kleiner Umgebung der oberen Ruhelage, aber für beliebige Position (Wagenbewegung linear)

→ Regler kann Beschränkungen (kleiner Winkel, Ende der Schiene, begrenzte Motorkraft) nicht berücksichtigen

Riccati-Regler (LQ-Regler):

Berechnung des Reglers durch Minimierung eines Gütemaßes

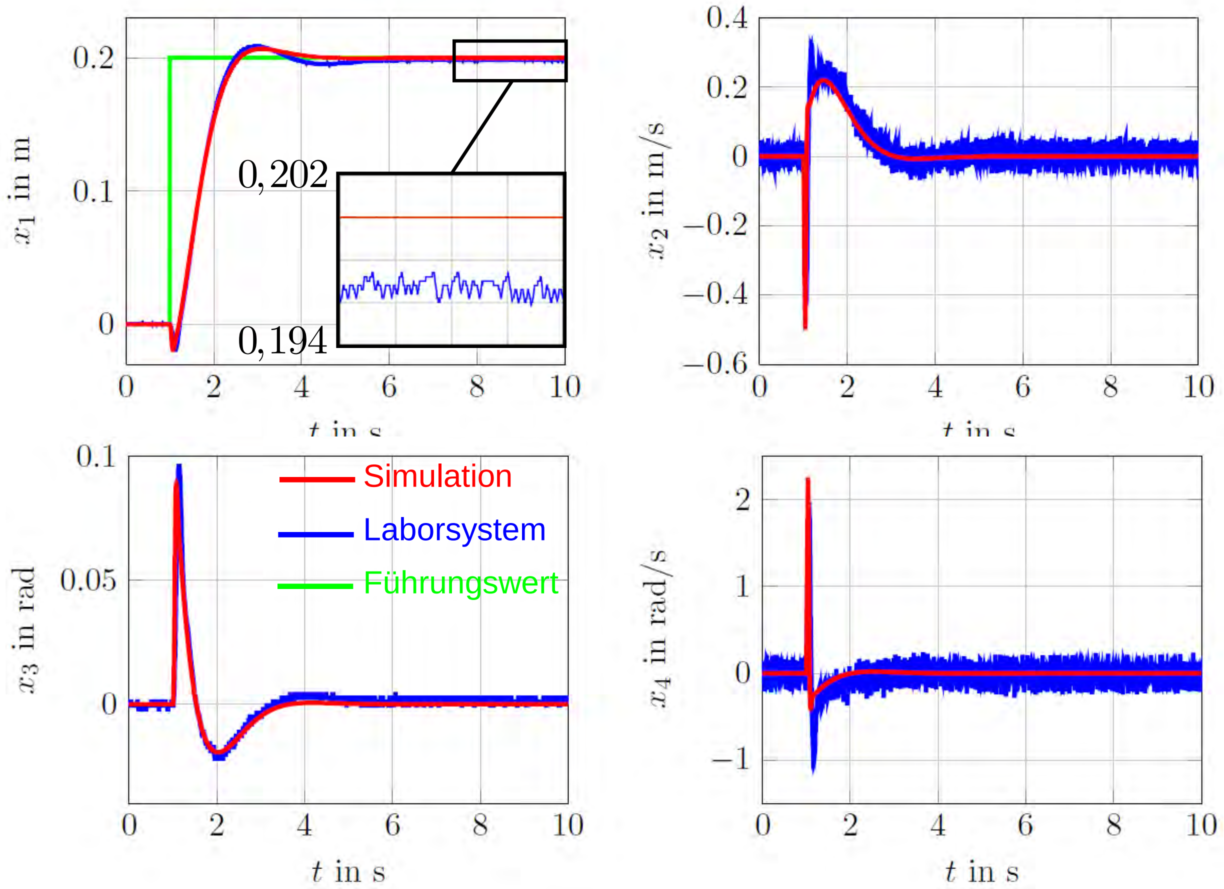
$$J = \int_0^\infty \underline{x}^T \cdot \underline{Q} \cdot \underline{x} + u \cdot R \cdot u \, dt$$

Bewertung des zeitlichen Verlaufs der Zustandsgröße und der Stellgröße

gezielte Beeinflussung über Gewichtungen $\underline{Q}$ und R möglich

→ beim Pendel Position und Winkel stark gewichtet

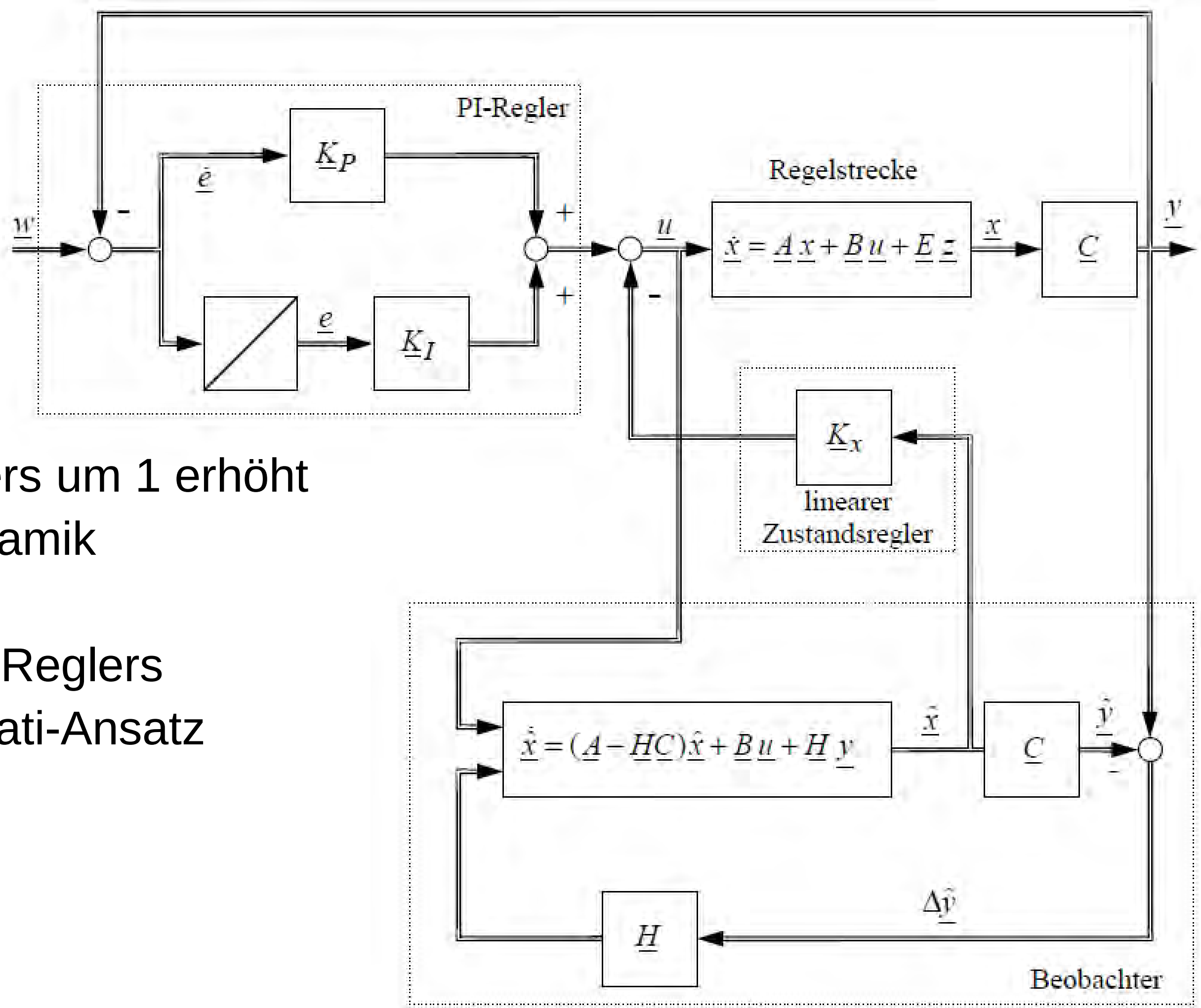
Lineare Zustandsregler: Riccati-Regler (LQ-Regler)



→ in x_1 nicht stationär genau

Lineare Zustandsregler: PI-Zustandsregler

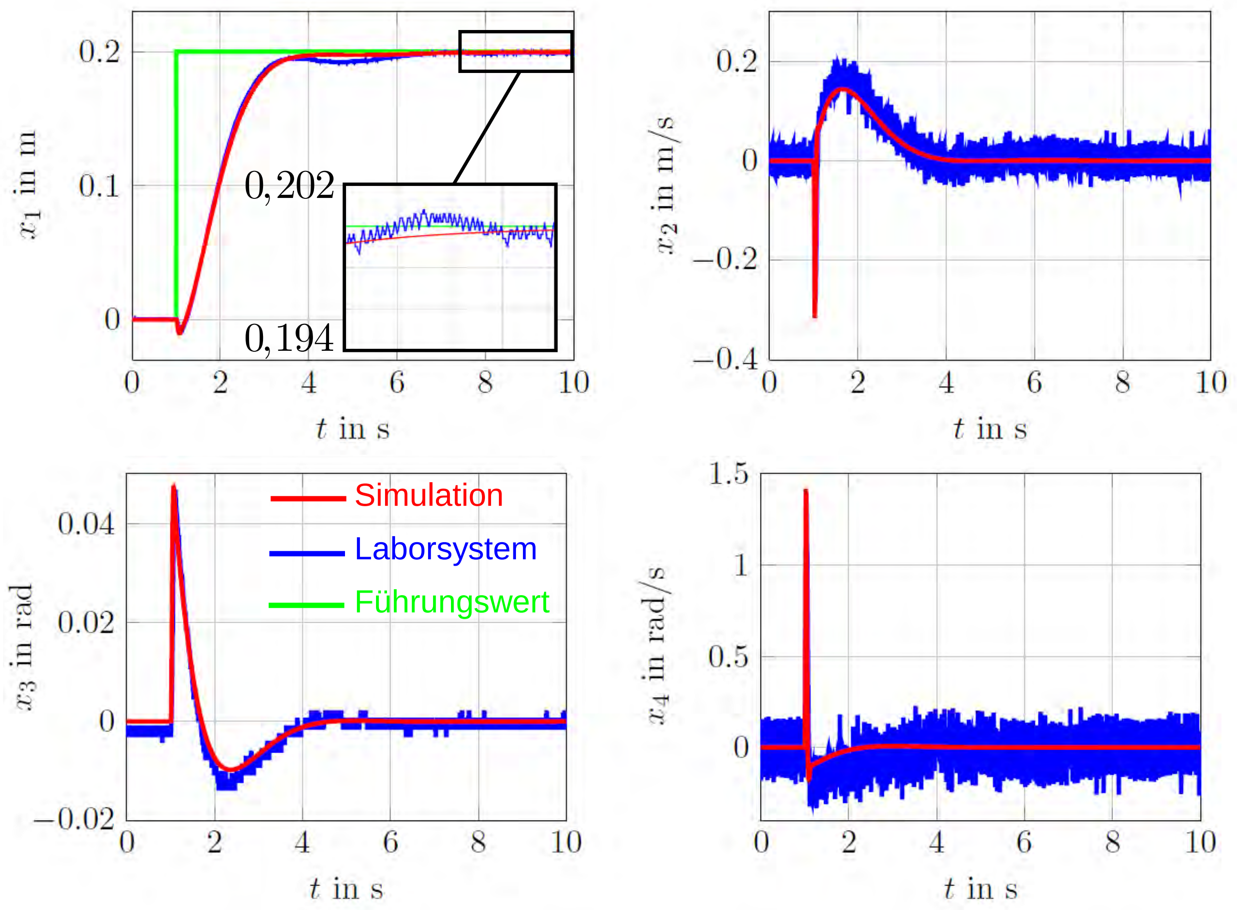
zusätzlicher PI-Regler für stationäre Genauigkeit



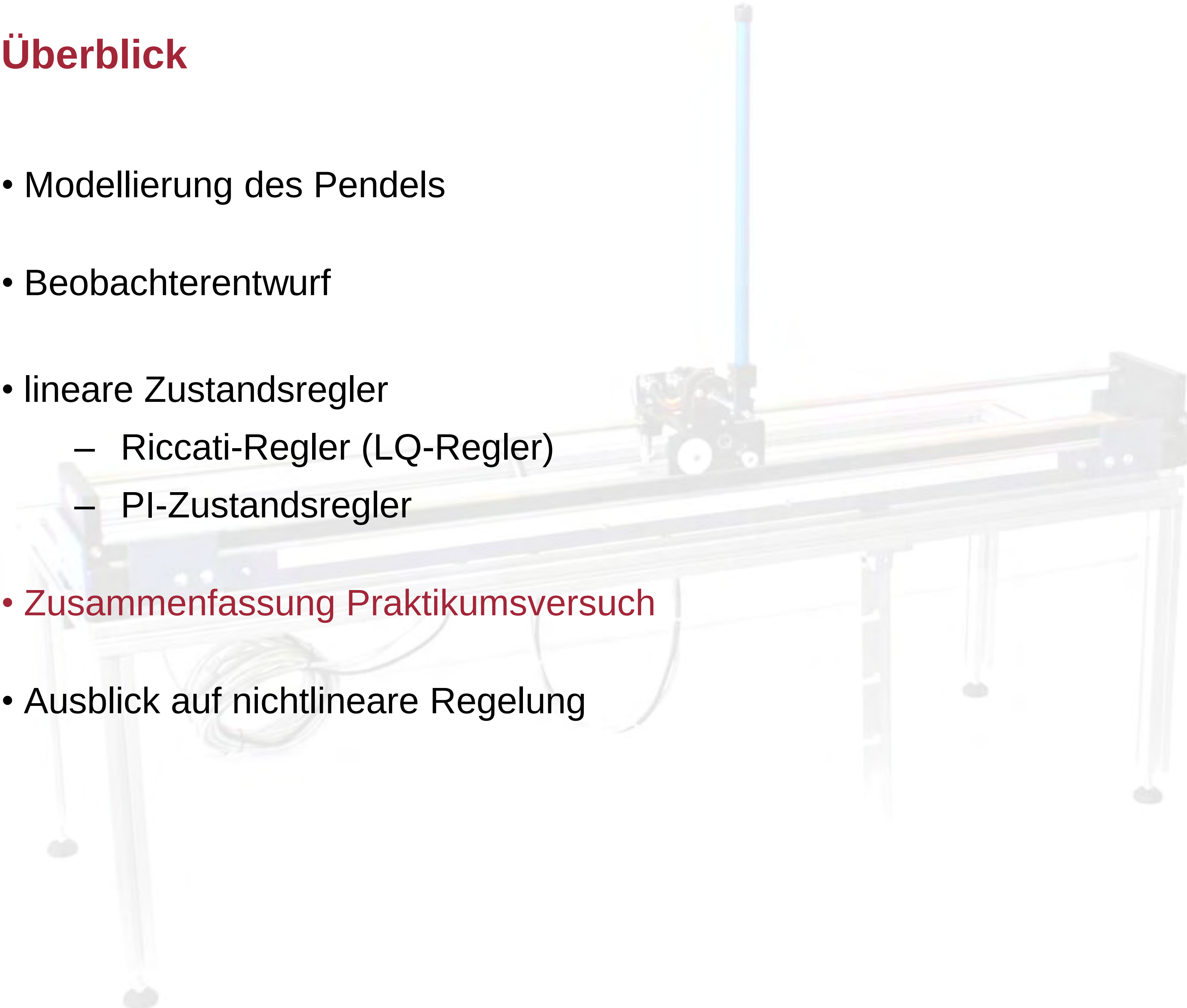
Ordnung des Reglers um 1 erhöht
→ langsamere Dynamik

Entwurf des neuen Reglers ebenfalls über Riccati-Ansatz

Lineare Zustandsregler: PI-Zustandsregler



Überblick



- Modellierung des Pendels
- Beobachterentwurf
- lineare Zustandsregler
  - Riccati-Regler (LQ-Regler)
  - PI-Zustandsregler
- Zusammenfassung Praktikumsversuch
- Ausblick auf nichtlineare Regelung

Zusammenfassung Praktikumsversuch

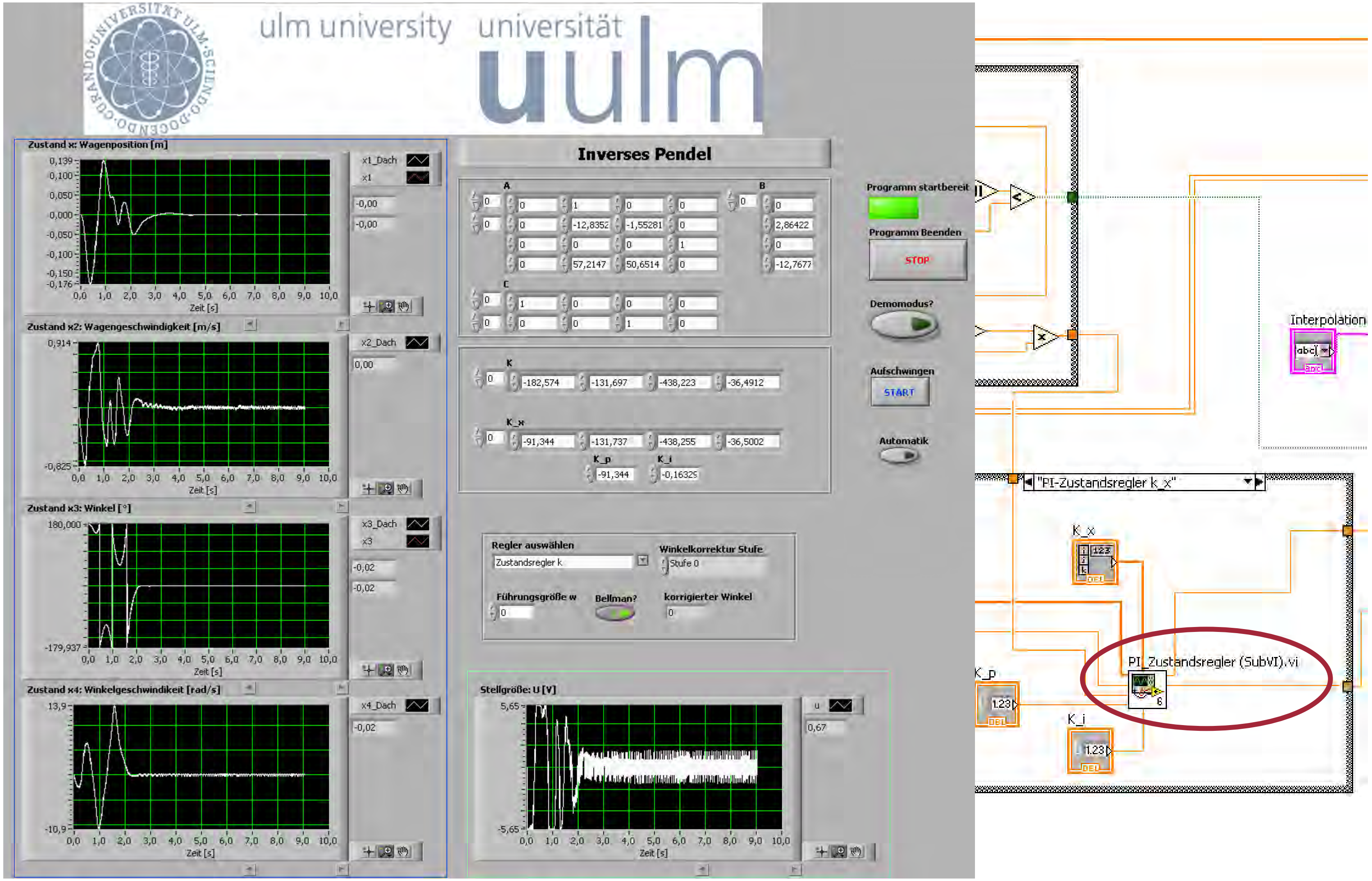
Aufgaben und Ziele für Studenten:

- Herleitung des Modells
- praktische Umsetzung linearer Regler in LabVIEW
- direktes Erfahren der Grenzen linearer Regler bei nichtlinearen Systemen
- Kennenlernen und Anwenden von LabVIEW und PXI-Hardware als Rapid-Prototyping-/HiL-Umgebung

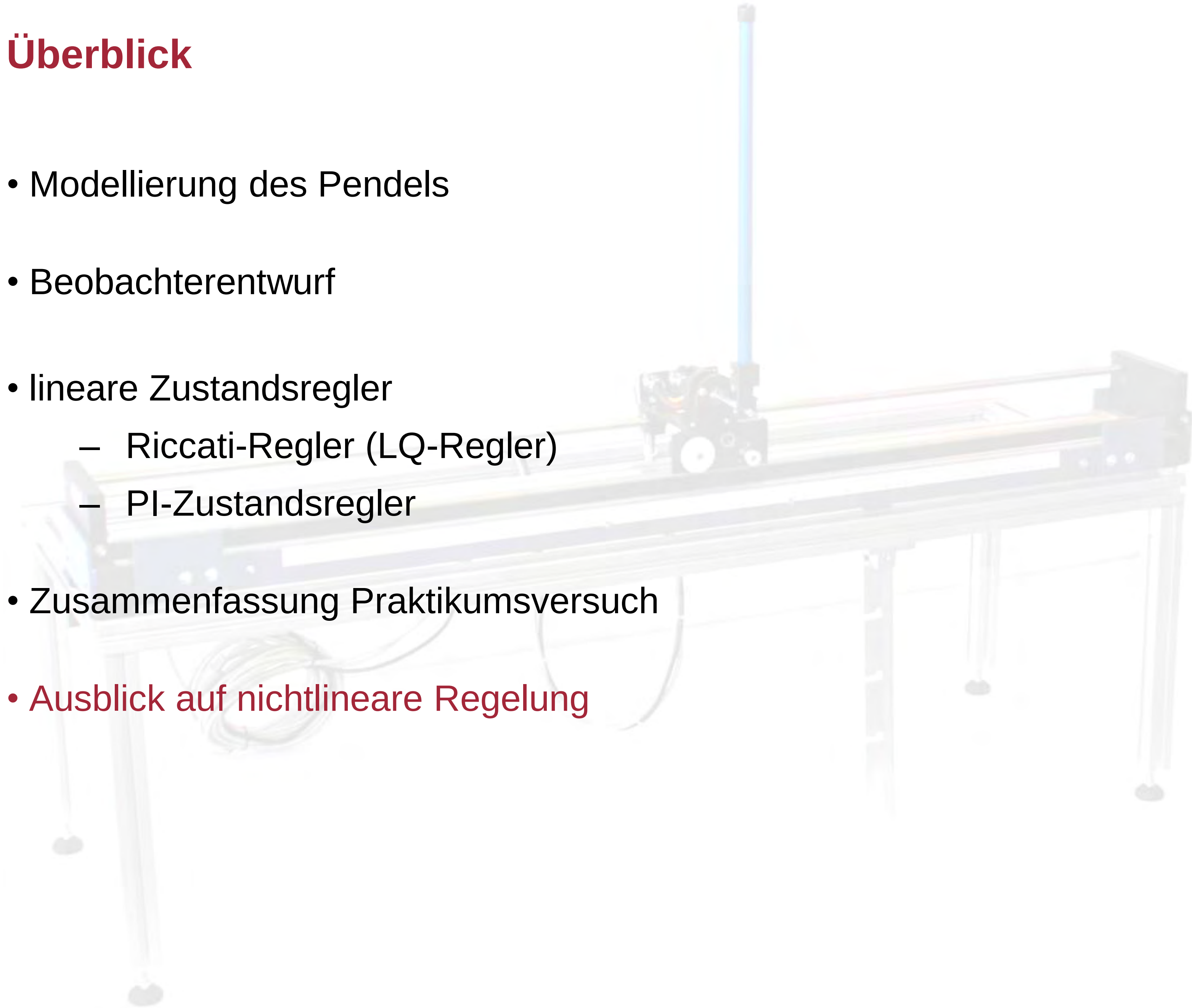
Umsetzung in LabVIEW:

- Grundgerüst des Programms (Hardware-Ansteuerung, Beobachter,…) vorgegeben → nur Regler müssen eingefügt werden
- Frontpanel ebenfalls vorgegeben zur schnelleren Visualisierung der Ergebnisse

Zusammenfassung Praktikumsversuch



Überblick



- Modellierung des Pendels
- Beobachterentwurf
- lineare Zustandsregler
  - Riccati-Regler (LQ-Regler)
  - PI-Zustandsregler
- Zusammenfassung Praktikumsversuch
- Ausblick auf nichtlineare Regelung

Nichtlineare Regelung des inversen Pendels

Ziel: Aufschwingen des Pendels

Auswahl möglicher Verfahren:
- Umschalten zwischen zwei linearen Reglern
- Reglerberechnung mittels dynamischer Programmierung
- modellprädiktive Regelung

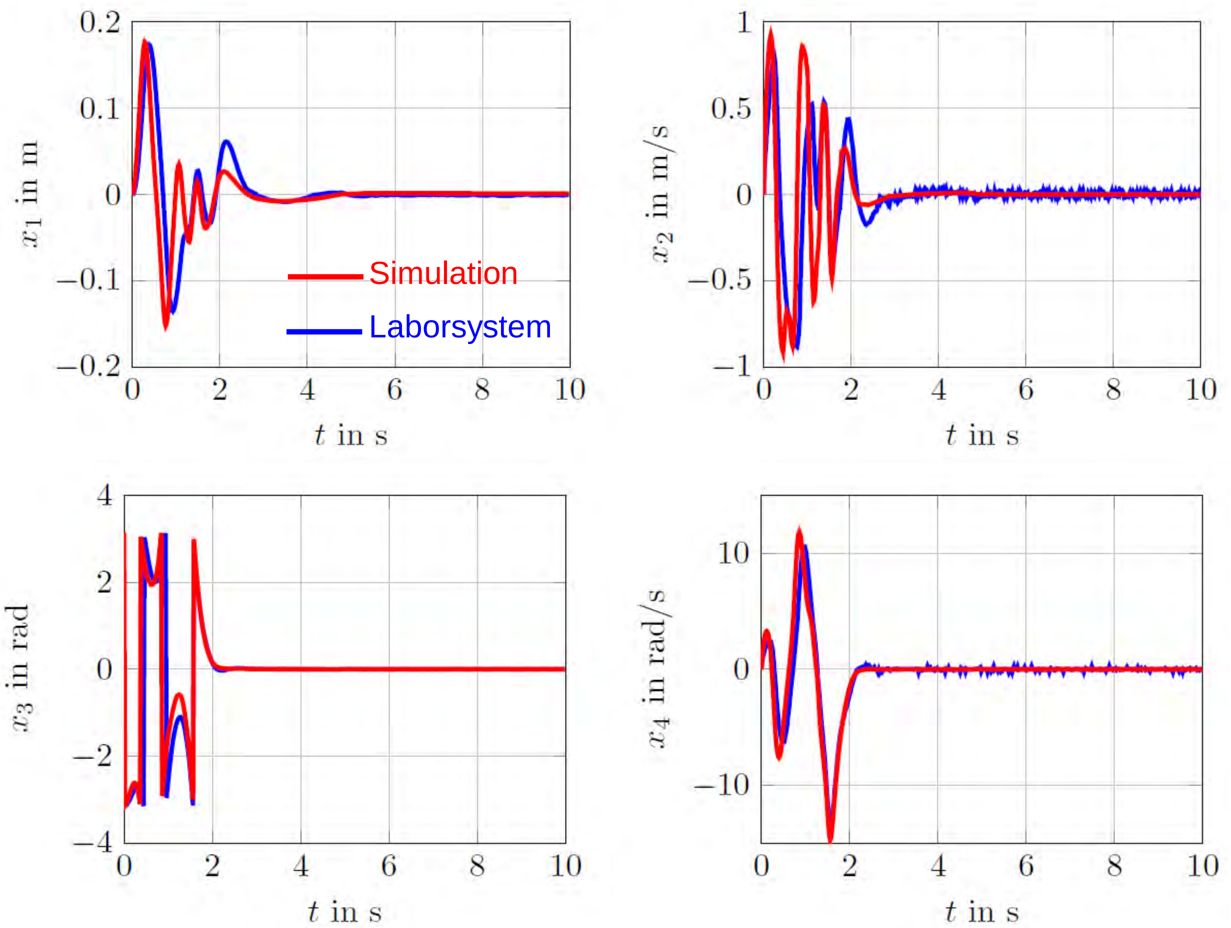
Hier: Anwendung der **dynamischen Programmierung**

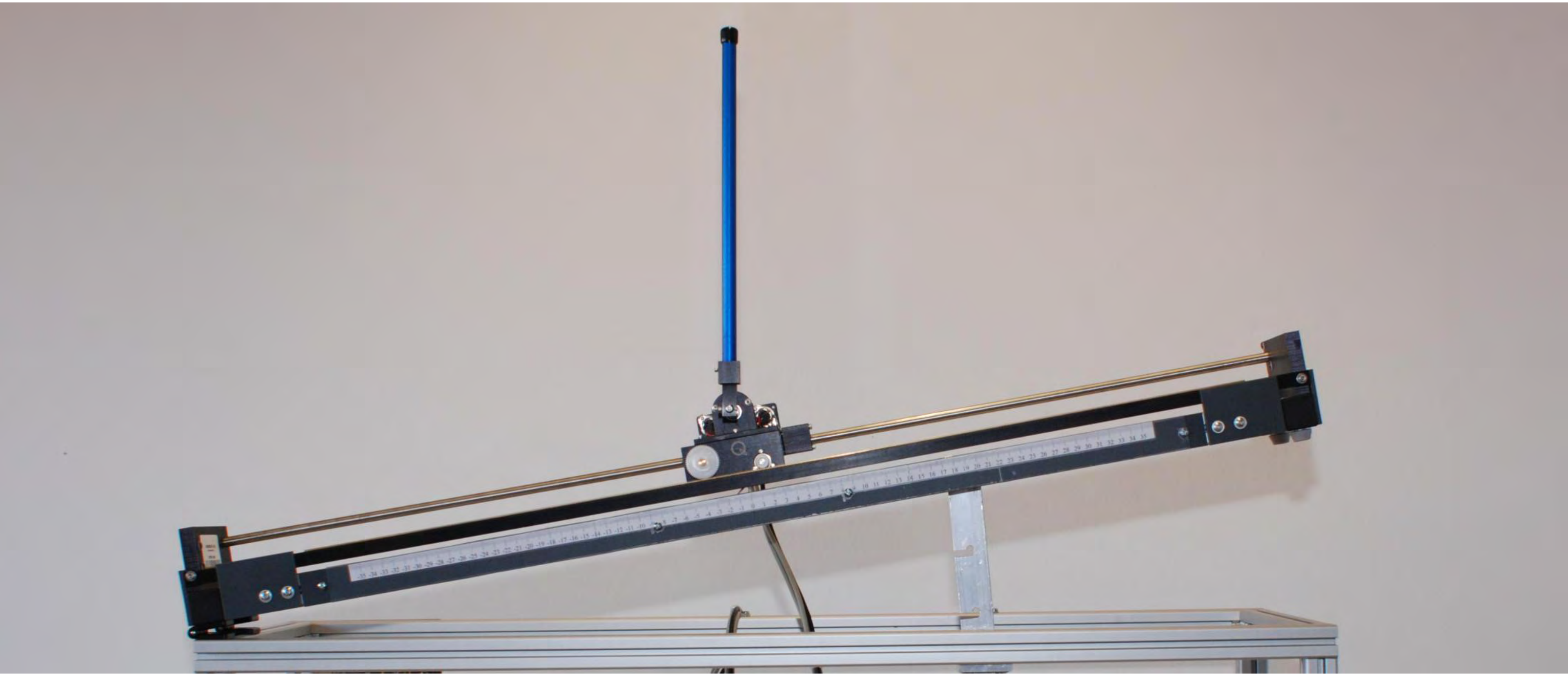
Grundidee: Für jeden Punkten vorab die Stellgröße berechnen, die optimal in den gewünschten Endpunkt führt

→ hoher Offline-Aufwand
→ Ergebnis: Kennfeld für schnelle Online-Regelung
→ explizite Berücksichtigung von Beschränkungen
→ Regler nur für festen Endpunkt (ggf. Umschalten auf linearen Regler)

Nichtlineare Regelung des inversen Pendels: Dynamische Programmierung

Überführung des Pendelstabs aus der unteren in die obere Ruhelage





Regelung eines inversen Pendels

Kontakt: michael.buchholz@uni-ulm.de