Aufbau und Regelung eines Ballbots

Florian Müller
Markus Lamprecht
Michael Suffel
Projektseminar – 16. Februar 2018
Betreuer: Dr.-Ing. Eric Lenz

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT
REGELUNGSTECHNIK UND MECHATRONIK rtm

Aufgabenstellung

Für schriftliche Arbeiten (Pro-/Projektseminar, Studien-, Bachelor-, Master-, Diplomarbeiten, etc.) soll Studierenden ein LaTeX-Dokument zur Verfügung gestellt werden, das die Vorgaben aus den *Richtlinien zur Anfertigung von Studien- und Diplomarbeiten* [**?**] umsetzt. Die Dokumentation soll die Funktionen des Dokumentes beschreiben und Hinweise zu ihrer Anwendung geben.

Grundlage ist die `tudreport`-Klasse. Die damit erstellten Arbeiten müssen sowohl zum Ausdrucken geeignet sein als auch für die Bildschirmdarstellung und die elektronische Archivierung als PDF-Datei.

Beginn:	16. Oktober 2017
Ende:	16. Februar 2018
Seminar:	16. Februar 2018

Prof. Dr.-Ing. Ulrich Konigorski

Dr.-Ing. Eric Lenz

Technische Universität Darmstadt
Institut für Automatisierungstechnik und Mechatronik
Fachgebiet Regelungstechnik und Mechatronik
Prof. Dr.-Ing. Ulrich Konigorski

Landgraf-Georg-Straße 4
64283 Darmstadt
Telefon 06151/16-4167
www.rtm.tu-darmstadt.de

Erklärung

Hiermit versichere ich, dass ich die vorliegende Arbeit ohne Hilfe Dritter und nur mit den angegebenen Quellen und Hilfsmitteln angefertigt habe. Alle Stellen, die aus den Quellen entnommen wurden, sind als solche kenntlich gemacht. Diese Arbeit hat in gleicher oder ähnlicher Form noch keiner Prüfungsbehörde vorgelegen.

Darmstadt, den 16. Februar 2018

Florian MüllerMarkus LamprechtMichael Suffel

Kurzfassung

Das LaTeX-Dokument sada_tudreport ist eine Vorlage für schriftliche Arbeiten (Proseminar-, Projektseminar-, Studien-, Bachelor-, Master- und Diplomarbeiten, etc.) am Institut für Automatisierungstechnik der TU Darmstadt. Das Layout ist an die *Richtlinien zur Anfertigung von Studien- und Diplomarbeiten* [**?**] angepasst und durch Modifikation der Klasse tudreport realisiert, so dass in der Arbeit die gewohnten LaTeX-Befehle benutzt werden können. Die vorliegende Anleitung beschreibt die Klasse und gibt grundlegende Hinweise zum Verfassen wissenschaftlicher Arbeiten. Sie ist außerdem ein Beispiel für den Aufbau einer Studien-, Bachelor-, Master- bzw. Diplomarbeit.

Schlüsselwörter: Studienarbeit, Bachelorarbeit, Masterarbeit, Diplomarbeit, Vorlage, LaTeX-Klasse

Abstract

The LaTeX document sada_tudreport provides a template for student's research reports and diploma theses (" Proseminar-, Projektseminar-, Studien-, Bachelor-, Master- und Diplomarbeiten") at the Institute of Automatic Control, Technische Universität Darmstadt. The layout is adapted to the *"Richtlinien zur Anfertigung von Studien- und Diplomarbeiten"* [**?**] and is implemented by modification of the standard tudreport class, so that common LaTeX commands can be used in the text. This manual describes the class and dwells on general considerations on how to write scientific reports. Additionally, it is an example for the structure of a thesis.

Keywords: Research reports, diploma theses, template, LaTeX class

Inhaltsverzeichnis

Symbole und Abkürzungen

Lateinische Symbole und Formelzeichen

Symbol	Beschreibung	Einheit
I	Strom	A
R	Widerstand	Ω
U	Spannung	V

Griechische Symbole und Formelzeichen

Symbol	Beschreibung	Einheit
$\boldsymbol{\Psi}$	Datenmatrix	
σ	Standardabweichung	
ω	Kreisfrequenz	s^{-1}

Abkürzungen

Kürzel	vollständige Bezeichnung
Dgl.	Differentialgleichung
LS	Kleinste Quadrate (*Least Squares*)
PRBS	Pseudo-Rausch-Binär-Signal (*Pseudo Random Binary Signal*)
ZVF	Zustandsvariablenfilter

1 Modellbildung und Regelung

1.1 Model

Für die Modellbilfdung wird der dreidimensionale Ballbot in drei unabhängige planare Modelle aufgeteilt. In jeder Ebene wird das System vereinfacht als Zusammensetzung von drei starren Körpern bestehend aus einer Kugel, ein virtuelles Rad und einen Körper betrachtet und besitzt somit zwei Freiheitsgrade, die sich in eine Translation bzw. Rotation des Balles und eine Rotation des Körpers aufteilen lassen[**?**].
Um ein möglichst vereinfachte Modelle der drei Ebenen zu erhalten, werden weitere Annahmen getroffen, die im Folgenden erläutert werden:

- Kein Schlupf: Das System besitzt zwei Kontaktpunkte, in denen ein Schlupf auftreten kann. Hierzu zählt zum einen der Kontaktpunkt von Ball und Boden und zum zweiten der Kontaktpunkt zwischen den Rädern und dem Ball. Damit dies gewährleistet wird, müssen die angelegten Drehmomente begrenzt werden.
- Keine Reibung: Der einzige Vorgang im System, bei dem die Reibung nicht vernachlässigt wird, ist bei der Rotation des Balles um die z-Achse. Bei den anderen Vorgängen, bei der in der Realität auch Reibung auftritt, wird im Modell vernachlässigt.
- Keine Deformation: Bei dem eingesetzten Ball handelt es sich nicht um eine hohle Stahlkugel, sondern um ein elastischen, mit Luft befüllbaren Ball. Deshalb wird die Deformation des Balles in der Modellbeschreibung nicht mit einbezogen, um die Komplexität gering zu halten.
- Schnelle Motorendynamik: Für die Gleichgewichtsstabilisierung des Roboters ist es wichtig, dass die Motoren eine schneller Dynamik als das System aufweisen.
- Horizontale Bewegung: Das System wird für die horizontale Bewegung auf einer flachen Oberfläche ohne starken Neigungen ausgelegt. Somit wird die vertikale Bewegung vernachlässigt.

Mit den getroffenen Annahmen ist es möglich, das Modell des Ballbots aufzustellen.

1.2 Energien

Für das Aufstellen der Bewegungsgleichungen des Systems wird der Lagrange Ansatz angewendet. Dazu müssen im Voraus die potentiellen und kinetischen Energien der einzelnen Körper aufgestellt werden. Dabei ist darauf zu achten,dass die Formeln der potentiellen und kineti-

schen Energien für die yz- und der xz-Ebene identisch sind und dagegen sich sie die Energie xy-Ebene unterscheiden. Deshalb werden im Folgenden die Formeln der yz und xy-Ebenen angegeben.
Zunächst werden die kinetischen und potentiellen Energien des Balles in den entsprechenden Ebenen betrachten. Für die kinetische Energie werden folgenden Formeln der jeweiligen Ebenen angegeben.

$$T_{S,yz} = \frac{1}{2} \cdot m_S \cdot (r_S \cdot \dot{\varphi}_x)^2 + \frac{1}{2} \cdot I_S \cdot \dot{\varphi}_x^2 \tag{1.1}$$

$$T_{S,xy} = \frac{1}{2} \cdot I_S \cdot \dot{\varphi}_z^2 \tag{1.2}$$

Da der Ursprung des Weltkoordinatensystems in den Mittelpunkt des Balles gelegt wird, besitzt das System sowohl in der yz als auch in der yx Ebene keine potentielle Energie.

$$V_{S,yz} = 0 \tag{1.3}$$

Die kinetischen Energien des virtuellen Rades der jeweiligen Ebene werden mit den folgenden Formeln angegeben.

$$T_{W,yz} = \frac{1}{2} \cdot m_W \cdot ((r_S \cdot \dot{\varphi}_x)^2 + 2 \cdot (r_S + r_W) \cdot \cos(\vartheta_x) \cdot \dot{\vartheta}_x \cdot (r_S \cdot \dot{\varphi}_x) + (r_S + r_W)^2 \cdot \dot{\vartheta}_x^2) + \frac{1}{2} \cdot I_W \cdot (\frac{r_S}{r_W} \cdot (\dot{\varphi}_x - \dot{\vartheta}_x) - \dot{\vartheta}_x)^2 \tag{1.4}$$

$$T_{W,xy} = \frac{1}{2} \cdot I_W \cdot \dot{\Psi}_z^2 \tag{1.5}$$

Die potentielle Energie des virtuellen Rades in der yz Ebene kann folgendermaßen berechnet werden.

$$V_{W,yz} = m_W \cdot g \cdot (r_S + r_W) \cdot \cos(\vartheta_x) \tag{1.6}$$

Die kinetischen Energien für die yz und der xy Ebene für den Roboterkörper sind ähnlich der des virtuellen Rades und werden folgendermaßen berechnet.

$$T_{B,yz} = \frac{1}{2} \cdot m_A \cdot ((r_S \cdot \dot{\varphi}_x)^2 + 2 \cdot l \cdot \cos(\vartheta_x) \cdot \dot{\vartheta}_x \cdot (r_S \cdot \dot{\varphi}_x) + l^2 \cdot \dot{\vartheta}_x^2) + \frac{1}{2} \cdot I_A \cdot \dot{\vartheta}_x^2 \tag{1.7}$$

$$T_{B,xy} = \frac{1}{2} \cdot I_{W,xy} \cdot \dot{\Psi}_z^2 \tag{1.8}$$

Auch die dazugehörige potentielle Energie ähnelt der des virtuellen Rades. Der Unterschied liegt zum einem im Gewicht des Körpers m_B und der Höhe l von Ballmittelpunkt zum Schwerpunkt des Roboteraufbaus.

$$V_{B,yz} = m_A \cdot g \cdot l \cdot \cos(\vartheta_x) \tag{1.9}$$

1.3 Bewegungsgleichungen

(matlab) Mit den kinetischen und potentiellen Energien können nun die Bewegungsgleichungen des Ballbots für die jeweiligen Ebenen mit Hilfe der LAGRANGEschen Gleichungen zweiter Art hergeleitet werden. Als Beispiel wird hier die Herleitung für die yz-Ebene angegeben.
Zunächst wird aus den einzelnen Summen der kinetischen und potentiellen Energien die LANGRANGEsche Funktion gebildet.

$$L = T - V \tag{1.10}$$

Die Bewegungsgleichungen für den Ballbot resultieren aus dem Lösen der LAGRANGEschen Gleichungen zweiter Art.

$$\frac{d}{dt}(\frac{\partial L}{\partial \dot{\vec{q}}})^2 - \frac{\partial L}{\partial \vec{q}} = \vec{f_{NP,yz}} \tag{1.11}$$

Mit mathematische Umformungen können diese Bewegungsgleichungen in eine Matrixform überführt werden.

$$\mathbf{M}_x = \begin{bmatrix} m_{tot} \cdot r_S^2 + I_S + (\frac{r_S}{r_W})^2 \cdot I_W & -\frac{r_S}{r_W^2} \cdot r_{tot} \cdot I_W + \gamma \cdot r_S \cdot \cos\vartheta_x m_{tot} \\ -\frac{r_S}{r_W^2} \cdot r_{tot} \cdot I_W + \gamma \cdot r_S \cdot \cos\vartheta_x m_{tot} & \frac{r_S^2}{r_W^2} \cdot I_W + I_B + m_b \cdot l^2 + m_W \cdot r_{tot}^2 \end{bmatrix} \quad , \quad \mathbf{M}_x \in \mathbb{R}^{2\times 2} \tag{1.12}$$

$$\mathbf{C}_x = \begin{bmatrix} -r_S \cdot \gamma \cdot \sin\vartheta_x \cdot \dot{\vartheta}_x^2 \\ 0 \end{bmatrix} \quad , \quad \mathbf{C}_x \in \mathbb{R}^{2\times 1}$$

$$\mathbf{G}_x = \begin{bmatrix} 0 \\ -g \sin\theta_x \cdot \gamma \end{bmatrix} \quad , \quad \mathbf{G_x} \in \mathbb{R}^{2\times 1} \tag{1.13}$$

1.4 Zustandsraumdarstellung

Bei den hergeleiteten Bewegungsgleichungen handelt es sich um nichtlineare Funktionen. Um ein Zustandsraummodell zu erhalten, müssen zunächst die Zustände bzw. der Zustandsvektor festgelegt werden. Als Beispiel wird auch hier die yz-Ebene betrachtet. Mit $\vec{x} = [\varphi_x, \vartheta_x, \dot{\varphi}_x, \dot{\vartheta}_x]$ können die nichtlinearen Funktionen in folgende Form überführt werden.

$$\vec{x} = \begin{bmatrix} \mathbf{q} \\ \dot{\vec{q}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\vec{q}} \\ \mathbf{M_x}^{-1} \cdot (\mathbf{NP} - (\mathbf{C_x} + \mathbf{G_x})) \end{bmatrix} \tag{1.14}$$

A Parameterliste

Parameter	Variable	Wert	Quelle
Masse Ball	m_S	0,3280 kg	Gemessen
Masse Motor	m_M	0,0820 kg	Datenblatt
Masse omnidirektionales Rad	m_{OW}	0.0520 kg	Gemessen
Masse virtuelles Rad	m_W	0,4020 kg	Gemessen
Masse Roboterkörper (mit Motoren/Räder)	m_B	1,603 kg	Gemessen
Masse Roboterkörper (ohne Motoren/Räder)	m_B	1,2010 kg	Gemessen
Radius Ball	r_S	0,0800 m	Datenblatt
Radius virtuelles Rad	r_W	0,0300 m	Datenblatt
Radius Körper	r_B	0,0703 m	Gemessen
Höhe Massenschwerpunkt	l	? m	SolidEdge
Höhe Körper	h	? m	SolidEdge
Trägheitsmoment Ball	I_S	0,0013 kgm^2	Berechnet
Trägheitsmoment Rotor	I_M	3.8e-8 kgm^2	Datenblatt
Trägheitsmoment omnidirektionales Rad	I_{OW}	2,34e-5 kgm^2	Berechnet
Trägheitsmoment virtuelles Rad (yz-Ebene)	$I_{W,yz}$	0.00357 kgm^2	Berechnet
Trägheitsmoment virtuelles Rad (xz-Ebene)	$I_{W,xz}$	0.00357 kgm^2	Berechnet
Trägheitsmoment virtuelles Rad (xy-Ebene)	$I_{W,xy}$	0.0143 kgm^2	Berechnet
Trägheitsmoment Körper (yz-Ebene)	$I_{B,yz}$	0.0880 kgm^2	SolidEdge
Trägheitsmoment Körper (xz-Ebene)	$I_{B,xz}$	0.0880 kgm^2	SolidEdge
Trägheitsmoment Körper (xy-Ebene)	$I_{B,xy}$	0.0070 kgm^2	SolidEdge
Übersetzungsverhältnis	i	353,5	Datenblatt
Erdbeschleunigung	g	9,81 $\frac{m}{s^2}$	Datenblatt

Literaturverzeichnis