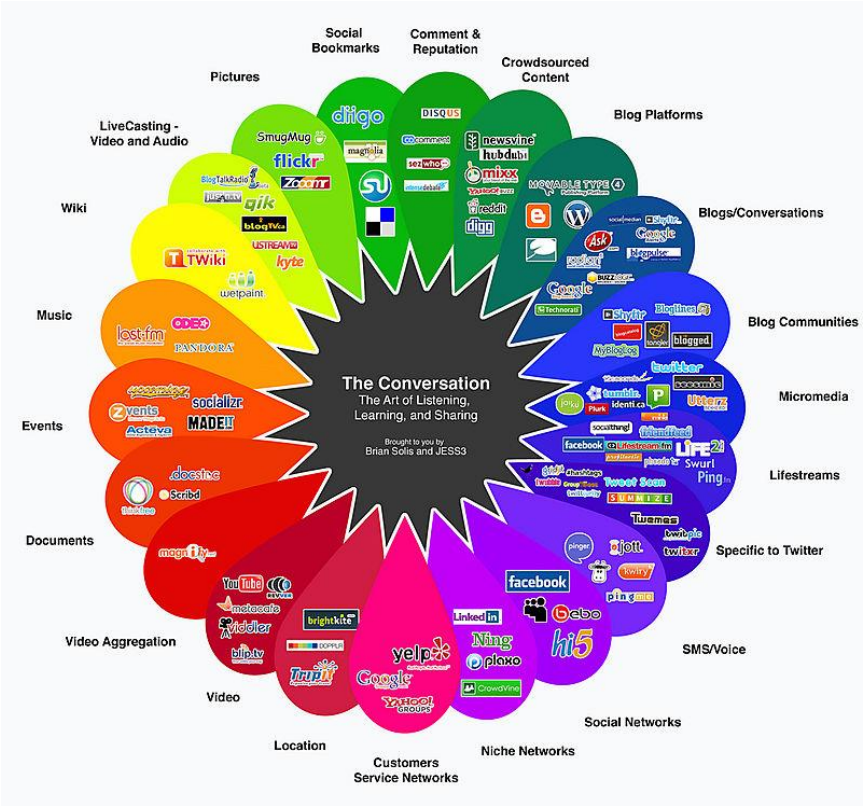
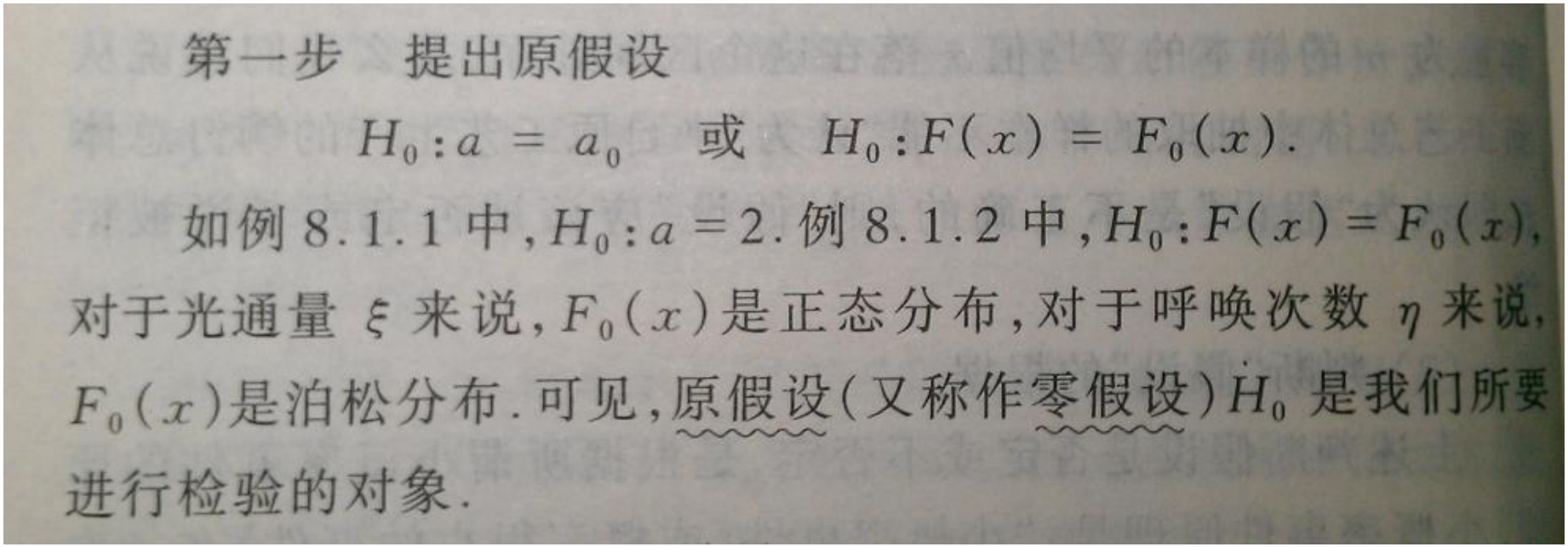


数据分析与R语言 第4周

2012.5.28

假设检验原理



第一步　提出原假设

$$H_0: a = a_0 \quad 或 \quad H_0: F(x) = F_0(x).$$

如例 8.1.1 中，$H_0: a = 2$. 例 8.1.2 中，$H_0: F(x) = F_0(x)$，对于光通量 ξ 来说，$F_0(x)$ 是正态分布，对于呼唤次数 η 来说，$F_0(x)$ 是泊松分布. 可见，原假设（又称作零假设）H_0 是我们所要进行检验的对象.

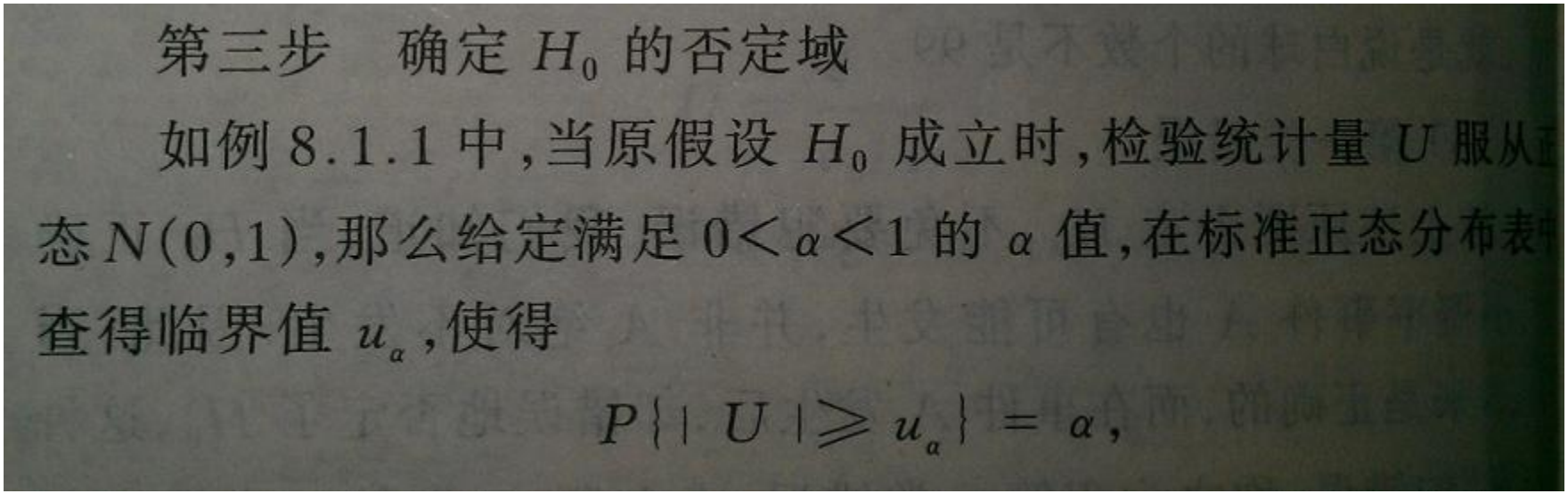
假设检验的原理

第二步　建立检验统计量

建立检验统计量是假设检验中重要的环节.比如例 8.1.1 中,在总体 ξ 服从正态 $N(a,\sigma_0)$ 的假定下,当原假设 $H_0: a = a_0$ 成立时,建立检验统计量 $U = \dfrac{\overline{\xi} - a_0}{\sigma_0/\sqrt{n}}$,$U$ 服从标准正态 $N(0,1)$.注意,检验统计量是样本的函数,要求不带有任何未知参数.

对于总体 ξ 的分布函数 $F(x;\theta_1,\theta_2)$ 中参数 θ_1、θ_2 的假设检验,在 ξ 的分布函数为正态 $N(a,\sigma)$ 的基本假定下,常用的检验统计量有 t - 分布、χ^2 - 分布、F - 分布,这些适合于小样问题.如果总 ξ 不服从正态分布,或总体 ξ 的分布函数未知,这时检验统计量的精确分布难于求出或相当复杂,如有可能求出其渐近分布,则只适用于大样问题.非参数性的检验问题,一般都是大样问题,如§8.3 中所讨论的检验问题.

假设检验的原理

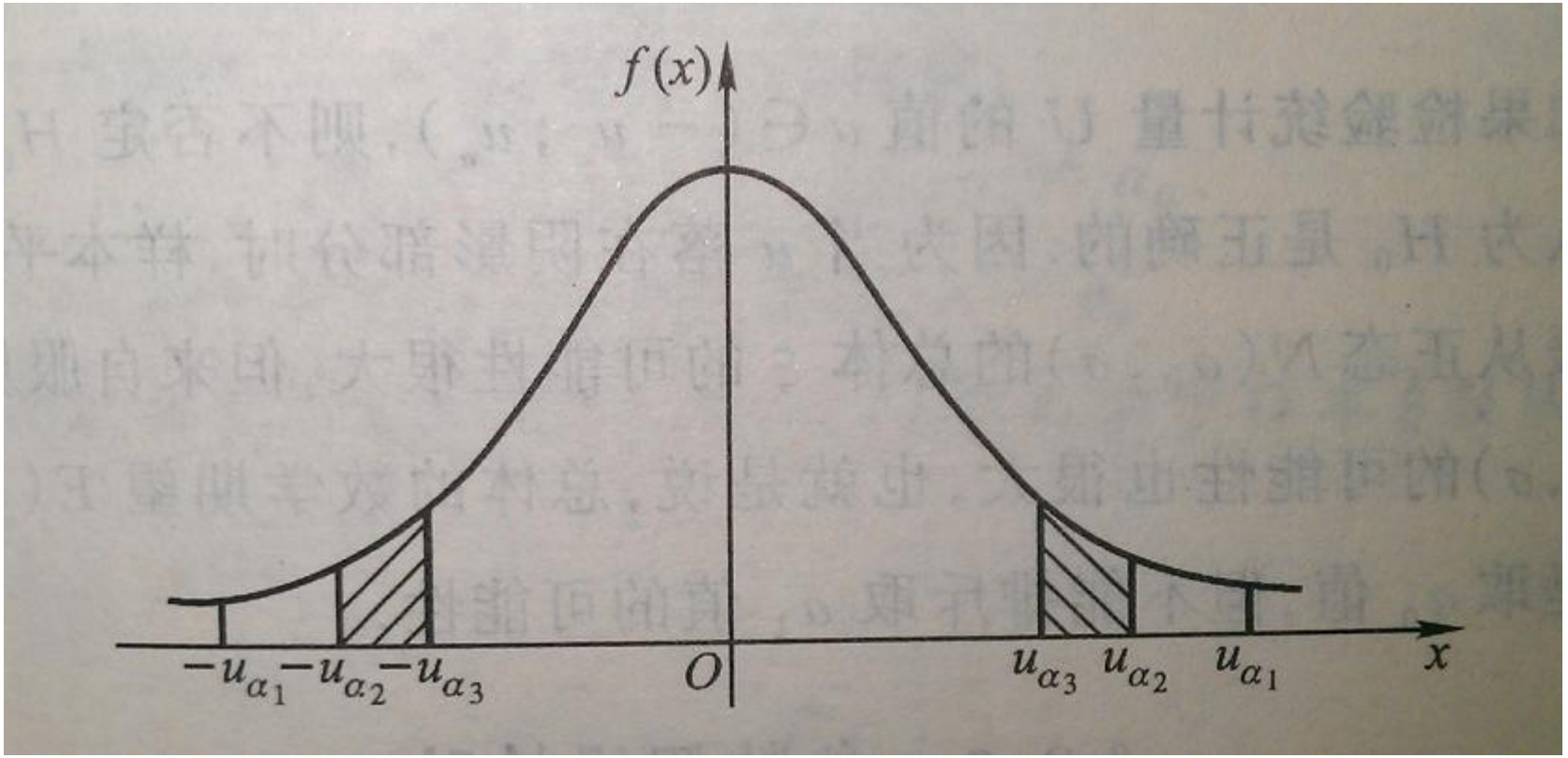


第三步　确定 H_0 的否定域

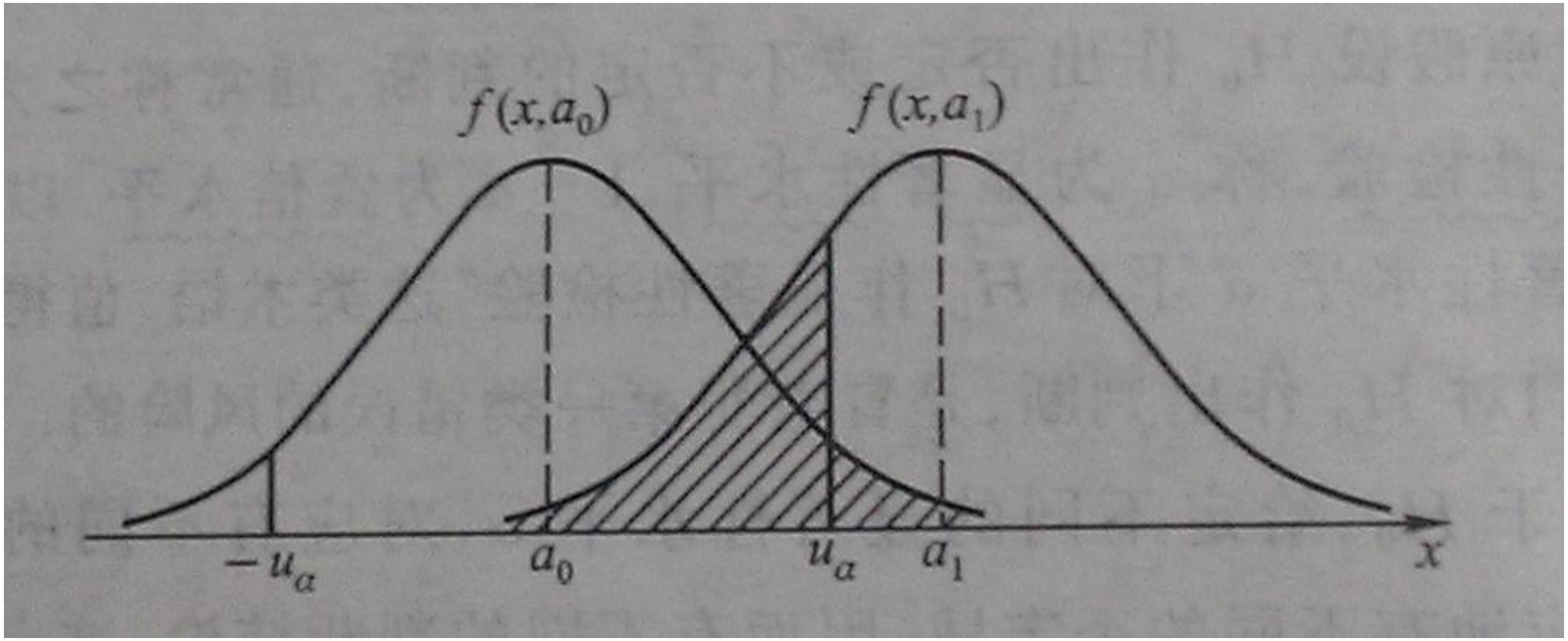
如例 8.1.1 中，当原假设 H_0 成立时，检验统计量 U 服从正态 $N(0,1)$，那么给定满足 $0<\alpha<1$ 的 α 值，在标准正态分布表中查得临界值 u_α，使得

$$P\{|U| \geqslant u_\alpha\} = \alpha,$$

否定域



不否定<>正确



T分布密度函数

定理 2.4.4（t－分布） 设 ξ, z 为相互独立随机变量，ξ 服从正态 $N(0,1)$，z 服从自由度为 n 的 χ^2－分布，则 $t=\xi\Big/\sqrt{\frac{z}{n}}$ 的密度函数为

$$f_t(x)=f_{\xi/\sqrt{z/n}}(x)=\frac{\Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right)}{\sqrt{n\pi}\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)}\cdot\left(1+\frac{x^2}{n}\right)^{-\frac{n+1}{2}},\tag{2.4.17}$$

称 $f_t(x)$ 是自由度为 n 的 t－分布（或 Student 分布）的密度函数.

T分布密度函数

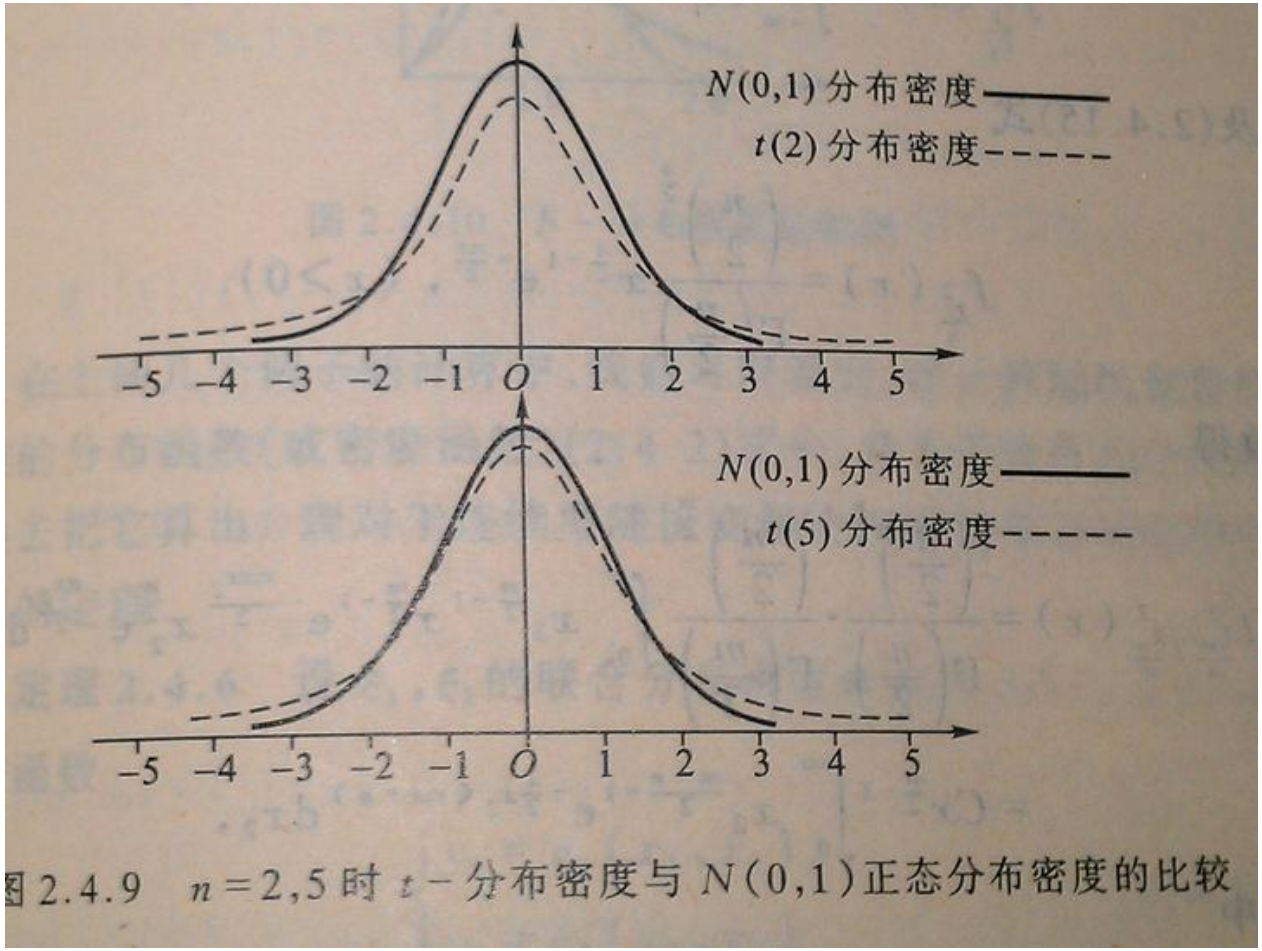


图 2.4.9　$n=2,5$ 时 t－分布密度与 $N(0,1)$ 正态分布密度的比较

2012.5.28

T检验法

例 8-2-1 药厂制剂车间用自动装瓶机封装药液，在装瓶机工作正常时，每瓶药液净重500克。某日随机抽取了10瓶成品，称重为：504，498，496，487，509，476，482，510，469，472。问这时的装瓶机工作是否正常?

因此，当原假设 H_0 成立时，记

$$T = \sqrt{n-1}\,\frac{\bar{\xi} - a_0}{S} \sim t_{(n-1)}, \qquad (8.2.2)$$

即统计量 T 服从自由度为 $n-1$ 的 t 分布，且不带有未知参数，它可作为判断 H_0 的检验统计量，这种检验法，称之为 t 检验法.

2012.5.28

lm()线性模型函数

适应于多元线性模型的基本函数是 lm(), 其调用形式是

```
fitted.model <- lm(formula, data = data.frame)
```

其中 formula 为模型公式. data.frame 为数据框. 返回值为线性模型结果的对象存放在 fitted.model 中. 例如

```
fm2 <- lm(y ~ x1 + x2, data = production)
```

适应于 y 关于 $x1$ 和 $x2$ 的多元回归模型（隐含着截距项）。

- y~1+x或y~x均表示y=a+bx有截距形式的线性模型
- 通过原点的线性模型可以表达为：y ~ x - 1 或y ~ x + 0 或 y ~ 0 + x

参见help(formula)

与线性模型有关的函数

建立数据：身高-体重

```
x=c(171,175,159,155,152,158,154,164,168,166,159,164)
y=c(57,64,41,38,35,44,41,51,57,49,47,46)
```

建立线性模型

```
a=lm(y~x)
```

求模型系数

```
> coef(a)
(Intercept)           x
 -140.36436     1.15906
```

提取模型公式

```
> formula(a)
y ~ x
```

与线性模型有关的函数

计算残差平方和（什么是残差平方和）

```
> deviance(a)
[1] 64.82657
```

绘画模型诊断图（很强大，显示残差、拟合值和一些诊断情况）

```
> plot(a)
```

计算残差

```
> residuals(a)
        1         2         3         4         5         6         7
-0.8349544  1.5288044 -2.9262307 -1.2899895 -0.8128086  1.2328296  2.8690708
        8         9        10        11        12
 1.2784678  2.6422265 -3.0396529  3.0737693 -3.7215322
```

与线性模型有关的函数

打印模型信息

```
> print(a)


Call:
lm(formula = y ~ x)


Coefficients:
(Intercept)            x
   -140.364        1.159
```

与线性模型有关的函数

计算方差分析表

,

```
> anova(a)
Analysis of Variance Table

Response: y
          Df  Sum Sq Mean Sq F value    Pr(>F)
x          1 748.17  748.17  115.41 8.21e-07 ***
Residuals 10  64.83    6.48
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

与线性模型有关的函数

提取模型汇总资料

```
> summary(a)

Call:
lm(formula = y ~ x)

Residuals:
   Min     1Q Median     3Q    Max
-3.721 -1.699  0.210  1.807  3.074

Coefficients:
             Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) -140.3644    17.5026   -8.02 1.15e-05 ***
x              1.1591     0.1079   10.74 8.21e-07 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 2.546 on 10 degrees of freedom
Multiple R-squared: 0.9203,     Adjusted R-squared: 0.9123
F-statistic: 115.4 on 1 and 10 DF,  p-value: 8.21e-07
```

与线性模型有关的函数

作出预测

```
> z=data.frame(x=185)
> predict(a,z)
       1
74.0618
> predict(a,z,interval="prediction", level=0.95)
       fit     lwr      upr
1 74.0618 65.9862 82.13739
```

课后阅读：薛毅书，p308，计算实例

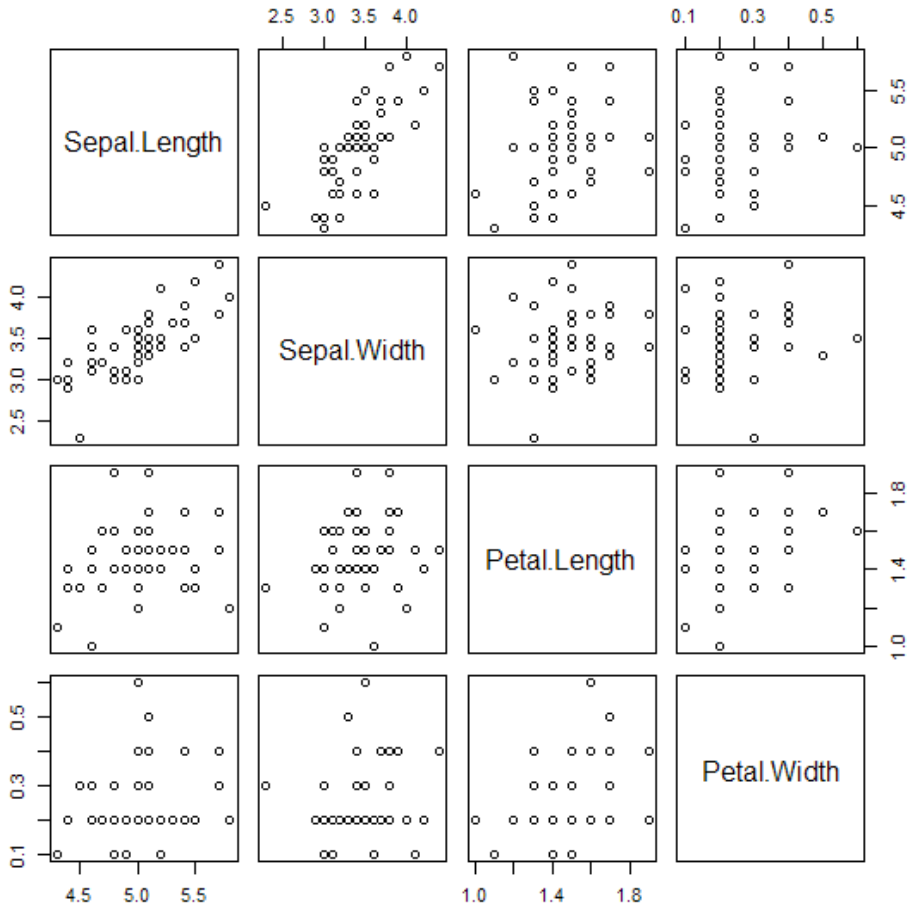
多元线性相关分析

- 研究多个变量之间的关系
- 例子：iris数据集，研究花瓣和花萼的长度、宽度之间的联系

准备数据：

```
x=iris[which(iris$Species
==="setosa"),1:4]
```

画出散点图集：plot(x)



2012.5.28

多元线性相关分析

- 计算相关系数矩阵，cor()函数
- 暂时没有发现可以在多元情况下进行相关性检验的函数，只能对变量两两进行检验

```
> cor(x)
             Sepal.Length Sepal.Width Petal.Length Petal.Width
Sepal.Length    1.0000000   0.7425467    0.2671758   0.2780984
Sepal.Width     0.7425467   1.0000000    0.1777000   0.2327520
Petal.Length    0.2671758   0.1777000    1.0000000   0.3316300
Petal.Width     0.2780984   0.2327520    0.3316300   1.0000000
> 
```

多元线性回归

- Swiss数据集： Swiss Fertility and Socioeconomic Indicators (1888) Data

	Fertility	Agriculture	Examination	Education	Catholic	Infant.Mortality
Courtelary	80.2	17.0	15	12	9.96	22.2
Delemont	83.1	45.1	6	9	84.84	22.2
Franches-Mnt	92.5	39.7	5	5	93.40	20.2
Moutier	85.8	36.5	12	7	33.77	20.3
Neuveville	76.9	43.5	17	15	5.16	20.6
Porrentruy	76.1	35.3	9	7	90.57	26.6
Broye	83.8	70.2	16	7	92.85	23.6
Glane	92.4	67.8	14	8	97.16	24.9
Gruyere	82.4	53.3	12	7	97.67	21.0
Sarine	82.9	45.2	16	13	91.38	24.4
Veveyse	87.1	64.5	14	6	98.61	24.5
Aigle	64.1	62.0	21	12	8.52	16.5
Aubonne	66.9	67.5	14	7	2.27	19.1
Avenches	68.9	60.7	19	12	4.43	22.7
Cossonay	61.7	69.3	22	5	2.82	18.7
Echallens	68.3	72.6	18	2	24.20	21.2
Grandson	71.7	34.0	17	8	3.30	20.0
Lausanne	55.7	19.4	26	28	12.11	20.2
La Vallee	54.3	15.2	31	20	2.15	10.8
Lavaux	65.1	73.0	19	9	2.84	20.0
Morges	65.5	59.8	22	10	5.23	18.0

多元线性回归

建立多元线性模型

```
> s=lm(Fertility ~ ., data = swiss)
> print(s)

Call:
lm(formula = Fertility ~ ., data = swiss)

Coefficients:
     (Intercept)       Agriculture       Examination         Education
         66.9152           -0.1721           -0.2580           -0.8709
        Catholic  Infant.Mortality
          0.1041            1.0770
```

多元线性回归

模型汇总信息

```
> summary(s)

Call:
lm(formula = Fertility ~ ., data = swiss)

Residuals:
     Min       1Q   Median       3Q      Max
-15.2743  -5.2617   0.5032   4.1198  15.3213

Coefficients:
                  Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)       66.91518   10.70604   6.250 1.91e-07 ***
Agriculture       -0.17211    0.07030  -2.448  0.01873 *
Examination       -0.25801    0.25388  -1.016  0.31546
Education         -0.87094    0.18303  -4.758 2.43e-05 ***
Catholic           0.10412    0.03526   2.953  0.00519 **
Infant.Mortality   1.07705    0.38172   2.822  0.00734 **
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 7.165 on 41 degrees of freedom
Multiple R-squared: 0.7067,     Adjusted R-squared: 0.671
F-statistic: 19.76 on 5 and 41 DF,  p-value: 5.594e-10
```

多元线性回归

- 多元线性回归的核心问题：**应该选择哪些变量？**
- 一个非典型例子（薛毅书p325)
- RSS（残差平方和）与R^2（相关系数平方）选择法：遍历所有可能的组合，选出使RSS最小，R^2最大的模型
- AIC（Akaike information criterion）准则与BIC （Bayesian information criterion）准则

$$AIC=n \ln (RSS_p/n)+2p$$

n为变量总个数，p为选出的变量个数，**AIC越小越好**

多元线性回归

- 逐步回归
- 向前引入法：从一元回归开始，逐步增加变量，使指标值达到最优为止
- 向后剔除法：从全变量回归方程开始，逐步删去某个变量，使指标值达到最优为止
- 逐步筛选法：综合上述两种方法

多元线性回归

- step( )函数

```
> s1=step(s,direction="forward")
Start:  AIC=190.69
Fertility ~ Agriculture + Examination + Education + Catholic +
    Infant.Mortality
```

```
> s1=step(s,direction="backward")
Start:  AIC=190.69
Fertility ~ Agriculture + Examination + Education + Catholic +
    Infant.Mortality

                  Df Sum of Sq    RSS    AIC
- Examination      1     53.03 2158.1 189.86
<none>                        2105.0 190.69
- Agriculture      1    307.72 2412.8 195.10
- Infant.Mortality 1    408.75 2513.8 197.03
- Catholic         1    447.71 2552.8 197.75
- Education        1   1162.56 3267.6 209.36

Step:  AIC=189.86
Fertility ~ Agriculture + Education + Catholic + Infant.Mortality

                  Df Sum of Sq    RSS    AIC
<none>                        2158.1 189.86
- Agriculture      1    264.18 2422.2 193.29
- Infant.Mortality 1    409.81 2567.9 196.03
- Catholic         1    956.57 3114.6 205.10
- Education        1   2249.97 4408.0 221.43
```

```
> s1=step(s,direction="both")
Start:  AIC=190.69
Fertility ~ Agriculture + Examination + Education + Catholic +
    Infant.Mortality

                  Df Sum of Sq    RSS    AIC
- Examination      1     53.03 2158.1 189.86
<none>                        2105.0 190.69
- Agriculture      1    307.72 2412.8 195.10
- Infant.Mortality 1    408.75 2513.8 197.03
- Catholic         1    447.71 2552.8 197.75
- Education        1   1162.56 3267.6 209.36

Step:  AIC=189.86
Fertility ~ Agriculture + Education + Catholic + Infant.Mortality

                  Df Sum of Sq    RSS    AIC
<none>                        2158.1 189.86
+ Examination      1     53.03 2105.0 190.69
- Agriculture      1    264.18 2422.2 193.29
- Infant.Mortality 1    409.81 2567.9 196.03
- Catholic         1    956.57 3114.6 205.10
- Education        1   2249.97 4408.0 221.43
>
```

多元线性回归

- 是否还有优化余地？
- 使用drop1作删除试探，使用add1函数作增加试探

```
> drop1(s1)
Single term deletions

Model:
Fertility ~ Agriculture + Education + Catholic + Infant.Mortality
                 Df Sum of Sq    RSS    AIC
<none>                        2158.1 189.86
Agriculture       1    264.18 2422.2 193.29
Education         1   2249.97 4408.0 221.43
Catholic          1    956.57 3114.6 205.10
Infant.Mortality  1    409.81 2567.9 196.03
```

多元线性回归

- 薛毅书，p330例子

Thanks

FAQ时间