

Solving the feeder bus network design problem by genetic algorithms and ant colony optimization

César Eduardo Jardines Mendoza
Complejidad Computacional

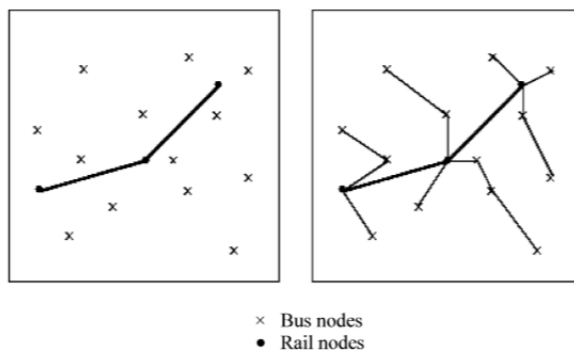
June 2020

1 Introducción

Un problema que se ha enfrentado cotidianamente es el tráfico y buscar rutas eficientes dentro de una ciudad, el problema principal del reporte lo podemos enunciar de la siguiente manera: *Diseñar una red eficiente de rutas de autobuses para integrar y coordinar los servicios ferroviarios y de autobuses*, esto para que exista una red eficiente de transporte se acoten, eliminen o se optimicen rutas. Esto ayuda a reducir los costos operativos, elevar el nivel de satisfacción de los usuarios y reducir tiempos en la ciudad de traslado. Se sabe que existe un diseño y análisis de MetaHeurísticas que se ha propuesto y que resuelve el problema feeder bus network design problem (FBNDP).

2 Desarrollo

Para entender una descripción de un modelo del problema FBNDP en la vida real debemos de contemplar lo siguiente; se tendrán nodos conectados a otros que pertenezcan a la línea ferroviaria, estos representarán las estaciones con una ruta y tendremos también nodos que pertenezcan a las estaciones de los autobuses. Todo esto acotado por un área de trabajo.



FBNDP implica vincular los nodos de los autobuses a nodos ferroviarios, en los que estas conexiones de autobuses representen segmentos de ruta de los autobuses, lo podemos ver gráficamente en el diagrama de la derecha de la imagen. El enfoque al que podemos recurrir para resolver el problema es construir una solución viable inicial utilizando una heurística de construcción de ruta y luego utilizar las metaheurísticas para mejorar la solución inicial, esta se puede construir sobre una base estocástica contemplando que cada ruta se construye secuencialmente de la siguiente manera: primero, se deberá seleccionar una estación al azar, luego las paradas elegidas al azar se agregan a la ruta que une a esta estación. Cada vez que se agrega una parada, se verifica la longitud de la ruta. Cuando esta excede la longitud máxima (de una ruta), esta deberá finalizar y se deberá construir una nueva ruta de la misma manera. El procedimiento continúa hasta que se hayan incluido todas las paradas en las rutas. Como esta selección es al azar pueden presentarse varios problemas como lo es seleccionar de manera incorrecta un nodo (parada y/o estación). Pero esto se puede resolver gracias al concepto de delimitador propuesto por Van Breedam que a grandes rasgos lo que hace es que evitará relacionar una parada y una estación que estén demasiado alejadas de manera que sea poco probable que formen una buena solución.

Utilizando la heurística Genetic Algorithm que a grandes rasgos lo que hace es simular este comportamiento -de acuerdo con la teoría de la evolución de Darwin- al mantener una población de soluciones con un valor de aptitud asociado con cada solución -cada solución corresponderá a un cromosoma-. Se podrá ver que la representación aplicando GA al problema FBNDP como cadenas que constan de varias subcadenas, y estas a su vez de una secuencia de paradas en una ruta terminada por la estación a la que están relacionadas estas paradas. Lo podemos ver como padres que tienen cromosomas (soluciones) y solo las que mejor se adaptan serán las que prevalezcan de generación en generación, pero ¿Cómo van pasando en generación a generación? justo para eso tenemos el proceso dentro de GA que tomará a un cromosoma y verificará las adyacencias que tiene con algunas otras paradas y/o estaciones y debe cumplir que el proceso de "selección" deberá continuar hasta que no se cumpla la viabilidad de la ruta que se tiene contemplada por lo que este proceso continuará dando como resultado la siguiente descendencia de la primera generación, después de la segunda, después de la tercera y así sucesivamente. Cabe recalcar que esta representación es única y un cromosoma solo puede decodificarse en una solución, decodificar el cromosoma en configuraciones de ruta deberá ser simple porque cada estación en la cadena indica el final de cada ruta.

Los parametros que GA tiene que considerar son el numero de población (*pop_size*), la probabilidad de mutación (P_m) y la probabilidad de fusión o cruce (P_c), además tambien debe considerar el numero de las generaciones (*n_gen*). Y los pasos del algoritmo vendran dados del siguiente orden:

1. Generamos la población inicial aleatoria del num de población (*pop_size*)
2. Evaluamos el valor de conveniencia para cada cromosoma en la población que tenemos

3. Se crea una nueva población repitiendo los pasos hasta que se genere una nueva población ¹
4. Actualiza la antigua población con la nueva población generacional
5. Si se alcanza el número total de generaciones(n_gen) entonces se mejorará la mejor solución en la población actual mediante algunas heurísticas de TSP ². De lo contrario regresaremos al paso 2
6. Regresa la mejor solución

Como se había mencionado, describiremos nuestro enfoque para resolver el FBNDP explicando cómo se generó una solución inicial factible y cómo se aplicaron las dos metaheurísticas para resolver el FBNDP, como escogí el tema de AOC mostraré lo que comprendí más lo que considere importante mencionar. La optimización de colonias de hormigas se puede introducir como un enfoque metaheurístico propuesto para resolver problemas de optimización combinatoria, se sabe que AOC se inspiró en el comportamiento de hormigas al colocar un rastro de feromonas en los caminos que han recorrido para dirigir a las demás hormigas al lugar de destino. Explicando a grandes rasgos el proceso de AOC se puede explicar como la cantidad de feromona acumulada en cada enlace entre las paradas y las estaciones reflejan la experiencia de búsqueda adquirida por las hormigas y esta va a ser que cuando el nivel de feromona en un enlace en particular es alto significará que este enlace debe existir para lograr como resultado una buena solución.

El procedimiento de construcción de cada hormiga k se puede ver de la forma: a una hormiga se le asigna inicialmente a una parada. Sabemos que el problema tiene y se basa en múltiples estaciones, se debe tomar una decisión para determinar a qué estación se debe vincular esta parada y al ser un evento de probabilístico, esta se puede representar de la forma:

$$p_{i,st}^k = \frac{[\tau_{i,st}]^\alpha [\eta_{i,st}]^\beta}{\sum_{H \in \Omega} [\tau_{i,H}]^\alpha [\eta_{i,H}]^\beta} \quad \text{if } st \in \Omega_{st}$$

Donde denotaremos lo siguiente:

- i son las paradas

¹Se seleccionan dos cromosomas parentales de una población por selección natural. Con un P_c de probabilidad de cruce se deberá de realizar el cruce en los padres para formar la nueva generación. Si no se realiza el cruce, la generación será igual a la de los padres. Con una probabilidad de mutación P_m se deberá mutar la nueva descendencia generacional al azar después colocar a la nueva descendencia generacional en una nueva población, reemplacemos a las peores cromosomas del 4 por ciento en la nueva población con el mejor 4 por ciento en la población de los padres.

²Para mejorar las soluciones de FBNDP se pueden aplicar algunos procedimientos heurísticos como el de TSP así como mencionaron Lin y Kernighan en The hierarchical network design problem for time definite express common carriers

- st la denotaremos como las estaciones
- d_i^{st} es la distancia entre la parada i y la estación st
- $\tau_{i,st}$ es la intensidad del rastro de feromonas entre la parada i y la estación st
- $\eta_{i,st} = 1/d_i^{st}$ es la visibilidad de la estación st desde la parada i
- α es el parámetro para regular la influencia de rastro de feromonas $\tau_{i,st}$
- β es el parámetro para regular la influencia de información heurística
- ω_{st} es el conjunto de estaciones donde cada parada puede ser asignado

Después de que pase este procedimiento se deberá construir una ruta eligiendo sucesivamente paradas para visitar hasta que la viabilidad de la ruta se vuelva inválida. Cuando pasa esto la ruta actual finalizará y se seleccionará la siguiente parada no visitada. El proceso continúa hasta que se visiten todas las paradas. Es importante recalcar que es importante la ubicación relativa a un punto de destino el cual se puede deducir.³

$$\eta_{ij} = S_{ij}^{st} = d_i^{st} + d_j^{st} - d_{ij}$$

Donde denotaremos a S_{ij}^{st} como el ahorro u optimización al relacionar las paradas i y j a una ruta en específico. Esta ecuación solo es funcional para casos de una sola estación, lo que si se llegará a necesitar el proceso para varias estaciones se tendrá que contemplar la formula:

$$d_i^{st} = \min_m d_i^m - (d_i^{st} - \min_m d_i^m)$$

la cual la distancia modificada para cada parada i desde cada estación st se calcula con esa formula. Es importante que cuando las hormigas hayan empezado a construir una solución de "camino" por las feromonas este se vaya actualizando cada que sea necesario -dependiendo de la calidad del valor de función final- por lo que el costo total generalizando se ve representado de la siguiente manera:

$$\tau_{ij}^{\text{new}} = (1 - \rho)\tau_{ij}^{\text{old}} + \sum_{\mu=1}^{\sigma-1} \Delta\tau_{ij}^{\mu} + \Delta\tau_{ij}^*$$

donde se considerara:

- $\rho \in [0, 1]$ es la velocidad de evaporación del rastro de feromonas
- σ número de hormigas elitistas
- μ Índice de clasificación

³Propuesta por Clarke and Wright en Scheduling of vehicles from a central depot to a number of delivery points

- $\Delta\tau_{ij}^\mu$ es el aumento del nivel del camino en el limite (i, j) causado por las n_μ mejores hormigas
- $\Delta\tau_{ij}^*$ es el aumento del nivel del camino en el limite (i, j) causado por las hormigas elitistas

A grandes rasgos cuando se resuelve un problema aplicando ACO con conjuntos muy grandes, la construcción de la solución por una hormiga sin restricciones consumirá mucho tiempo y la probabilidad que las demás hormigas visiten el mismo sitio es probablemente pequeño. Por lo que durante la construcción de la solución cuando una hormiga intenta moverse de una parada a otra solo considerará a sus $n_N B$ vecinos que estén a su alrededor. Si se han visitado todas las paradas más cercanas esta habrá terminado y se debe construir una nueva ruta y así sucesivamente.⁴ Teniendo esto en cuenta los pasos del algoritmo se definirán de la siguiente manera:

1. Inicio
2. For i in *max.iterations*:
 - por cada hormiga m generar una solución asignándole una parada a cada hormiga (con el procedimiento de construcción de cada hormiga k) y construir dichos caminos acorde a la función de probabilidad.
 - Mejorar la solución con TSP para cada ruta obtenida con 2-opt
 - Calcular el costo total de todas las soluciones y clasificarlas
 - Actualiza el camino de feromonas una vez que las hormigas empiecen a construir esta solución de caminos
 - Si se encontró una ruta más optima, ejecuta TSP para cada ruta (como en el primer punto)
3. Return solución

3 Conclusión

Se explicó de manera general el problema, cómo se resuelve con la Heurística seleccionada enunciando el tema y se profundizó. El problema FBNDP se enfoca en el diseño de rutas de autobuses y determina la operación en cada ruta, de modo que la función objetivo de la suma de los costos del operador y del usuario se minimice y esta traiga consigo varios beneficios -así como se explicó en la introducción-. Como mencionamos en el desarrollo las metaheurísticas GA y ACO se desarrollan de manera "similar" y se aplican para resolver el problema FBNDP. Generalizando; usando GA se diseña un nuevo operador de cruce que puede guardar la mayoría de los bordes como soluciones principales,

⁴el número de hormigas se establece de manera remota al número de paradas y cada hormiga se coloca en cada parada durante la ejecución. El número de hormigas elitistas sigma y el número total de iteraciones se determinan experimentalmente.

así como también heredar las mejores cualidades de los padres -cromosomas- al tiempo que garantiza la validez de los nuevos descendientes producidos. En ACO tenemos que está diseñado de acuerdo con la naturaleza del problema en múltiples estaciones mediante el cálculo de dos funciones de probabilidad asignando hormigas a cada punto de nuestras estaciones y/o paradas. En conclusión se encontró una forma de resolver el problema de una mejor manera utilizando la optimización de colonias de hormigas.