

SELECCIÓN ÚNICA O RESPUESTA BREVE

- 1) En una circunferencia de longitud 20π , ¿cuál es el área del círculo correspondiente?

- A) 10
B) 10π
C) 100
D) 100π

$$\begin{aligned} C &= 2\pi r \\ 20\pi &= 2\pi r \\ \frac{20}{2} &= r \\ 10 &= r \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A &= \pi r^2 \\ &= \pi \cdot 10^2 \\ &= 100\pi \end{aligned}$$

- 2) En un círculo de área 36π , ¿cuál es el longitud de la circunferencia asociada?

- A) 6
B) 6π
C) 12
D) 12π

$$\begin{aligned} A &= \pi r^2 \\ 36\pi &= \pi r^2 \\ \pm \sqrt{36} &= r \\ 6 &= r \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C &= 2\pi r \\ &= 2\pi \cdot 6 \\ &= 12\pi \end{aligned}$$

- 3) Las llantas de una bicicleta tienen una longitud aproximada de 63cm . ¿Cuál es aproximadamente la medida del diámetro de esas llantas?

- A) $4,47\text{cm}$
B) $8,96\text{cm}$
C) $10,03\text{cm}$
D) $20,15\text{cm}$

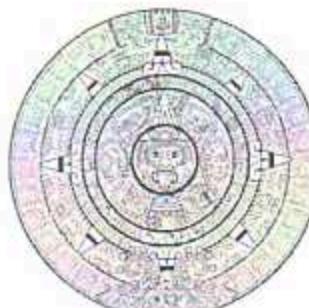
$$\begin{aligned} C &= d \cdot \pi \\ 63 &= d \cdot \pi \\ d &= \frac{63}{\pi} \approx 20,06 \end{aligned}$$

- 4) ¿Cuál de los siguientes puntos pertenece a la circunferencia con centro en el origen y radio tres?

- A) $(0,3)$ ✓
B) $(-\sqrt{3}, 0)$
C) $(1,2)$
D) $(0,0)$

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &= 3^2 \\ x^2 + y^2 &= 9 \\ (-\sqrt{3})^2 + 0^2 &= 3 \times \\ 1^2 + 2^2 &= 5 \times \\ 0^2 + 0^2 &= 0 \times \end{aligned}$$

- 5) La Piedra del Sol de los aztecas, es un disco circular que está compuesto por varios círculos con el mismo centro. El menor de ellos posee un rostro humano, según la siguiente imagen:



Piedra del Sol

Si la medida del radio de la Piedra del Sol es de 1,77 metros y la medida del diámetro del disco con el rostro humano es de 0,75 metros, entonces, la diferencia en metros de las longitudes de los diámetros de la Piedra del Sol y de su disco menor es:

$$\begin{aligned} l_1 &= 1,77\text{m} \Rightarrow d_1 = 3,54 \\ l_2 &= 0,75\text{m} \Rightarrow d_2 = 1,5\text{m} \end{aligned}$$

- A) 1,02
B) 1,40
C) 2,04
D) 2,79

$$\begin{aligned} d_1 - d_2 &= 3,54 - 1,5 \\ &= 2,04\text{m} \end{aligned}$$

- 6) ¿Cuál es el punto medio del segmento formado por los puntos $A(2,4)$ y $B(-4,8)$?

- A) $(-2,12)$ $\left(\frac{2+(-4)}{2}, \frac{4+8}{2} \right)$
B) $(-1,6)$ $\left(-\frac{2}{2}, \frac{12}{2} \right)$
C) $(-3,-2)$
D) $(-6,-4)$ $(-1,6)$

- 7) Respecto a los puntos A y B de la pregunta anterior, ¿cuánto es aproximadamente la distancia entre ellos?

R/

$$\begin{aligned} AB &= \sqrt{(-4-2)^2 + (8-4)^2} \\ &= \sqrt{36+16} = \sqrt{52} \approx 7,21 \end{aligned}$$

- 8) El punto medio del segmento formado los puntos $P(a, -9)$ y $Q(5, b)$ es $(1, -2)$. Entonces, los valores de a y b respectivamente son:

- A) 3 y $-1\frac{1}{2}$
 B) 2 y $-7\frac{1}{2}$
 C) -3 y 5
 D) 6 y -11

$$\frac{a+5}{2} = 1 \Rightarrow a+5=2 \\ a=-3$$

$$\frac{-9+b}{2} = -2 \Rightarrow -9+b=-4 \\ b=5$$

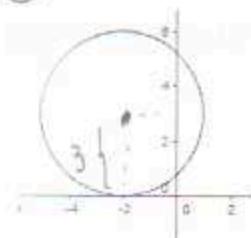
- 9) Respecto a los puntos P y Q de la pregunta anterior, ¿cuánto es aproximadamente la distancia entre ellos?

R/

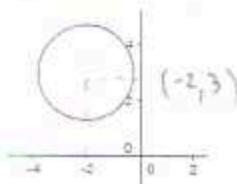
$$P(-3, -9) \text{ y } Q(5, 5)$$

$$PQ = \sqrt{[5 - (-3)]^2 + [5 - (-9)]^2} \\ = \sqrt{64 + 196} = \sqrt{260} \approx 16,12$$

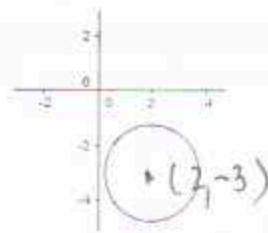
- 10) ¿Cuál de las siguientes gráficas corresponde a la circunferencia de centro $O(-2, 3)$ y radio $r = 3$?



B)



C)

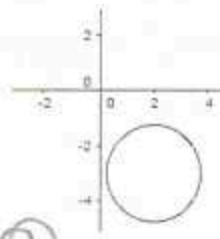


D)

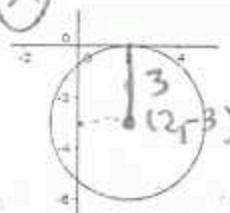


- 11) ¿Cuál de las siguientes gráficas corresponde a la circunferencia de ecuación $x^2 - 4x + y^2 + 6y = -4$?

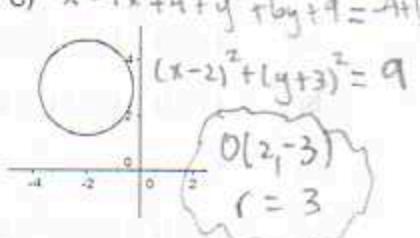
A)



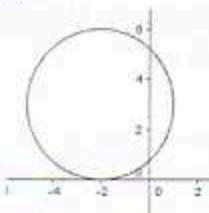
B)



C)



D)



- 12) ¿Cuál es el centro de la circunferencia con ecuación $(x+5)^2 + (y-3)^2 = 15$?

D) $(-5, 3)$

A) $(-5, -3)$

B) $(5, -3)$

C) $(-5, 3)$

D) $(5, 3)$

- 13) ¿Cuál es el radio de la circunferencia con ecuación $x^2 + (y-11)^2 = 9$?

- A) 3
 B) 9
 C) 11
 D) 81

$$r = \sqrt{9} = 3$$

$$r = \sqrt{9}$$

$$= \sqrt{[15 - (-8)]^2 + [10 - (-20)]^2} \\ = \sqrt{23^2 + 30^2} \\ = \sqrt{1429} \\ \approx 37,80$$

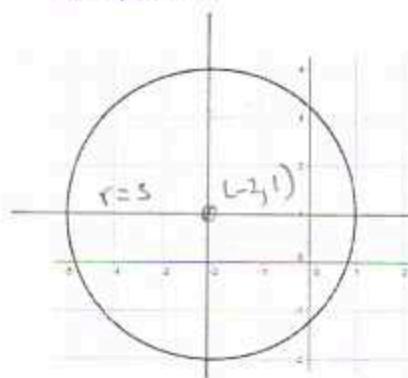
- 14) Si $P(10, 15)$ pertenece a una circunferencia de centro $O(-20, -8)$, ¿cuánto es aproximadamente el radio de la circunferencia?

R/

- 15) La circunferencia de centro $O(1, -5)$ y radio $r=2$, se representa algebraicamente con la ecuación:

- A) $(x-1)^2 + (y+5)^2 = 2$
 B) $(x-1)^2 + (y+5)^2 = 4$
 C) $(x+1)^2 + (y-5)^2 = 2$
 D) $(x+1)^2 + (y-5)^2 = 4$

- 16) La ecuación de la circunferencia mostrada en la figura corresponde a:



- A) $x^2 - 4x + y^2 + 2y = 4$
 B) $x^2 + 4x + y^2 - 2y = 4$
 C) $x^2 - 2x + y^2 + 4y = 4$
 D) $x^2 + 2x + y^2 - 4y = 5$

En una circunferencia C , los extremos de uno de sus diámetros están dado por los puntos $A(4, 5)$ y $B(-2, 3)$. Con base en ella conteste las preguntas 17 y 18.

- 17) ¿Cuál es el centro de la circunferencia C ?

- A) $(3, 1)$
 B) $(1, 4)$
 C) $(2, 8)$
 D) $(6, 2)$
- $$\text{C} = \left(\frac{4+(-2)}{2}, \frac{5+3}{2} \right)$$
- $$= (1, 4)$$
- $$r = OA = \sqrt{(4-1)^2 + (5-4)^2}$$
- $$= \sqrt{9+1} = \sqrt{10}$$

- 18) De acuerdo con la información suministrada, ¿cuál es el radio de la circunferencia C ?

R/ 0 0 0 6 3 2

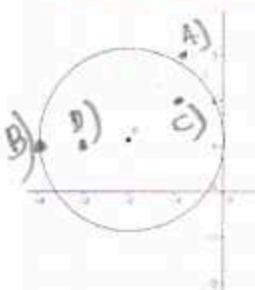
- 19) ¿A cuál de las siguientes circunferencias pertenece el punto $(5, 4)$?

- A) $(x-1)^2 + (y+5)^2 = 81$ $(5-1)^2 + (4+5)^2 = 97 \times$
 B) $(x+1)^2 + (y-3)^2 = 36$ $(5+1)^2 + (4-3)^2 = 37 \times$
 C) $(x+4)^2 + y^2 = 13$ $(5+4)^2 + 4^2 = 97 \times$
 D) $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 34$ $(5-2)^2 + (4+1)^2 = 34 \vee$

- 20) Un avión está ubicado en el origen de coordenadas, y su radar tiene una cobertura de 3 km. ¿Cuál inecuación deben cumplir los puntos (x, y) que están en el alcance del radar?

- A) $x^2 + y^2 \leq 9$ $r = 3$ $O(0, 0)$
 B) $x^2 + y^2 \leq 3$
 C) $x^2 + y^2 \geq 3$ $x^2 + y^2 \leq 3^2$
 D) $x^2 + y^2 \geq 9$ $x^2 + y^2 \leq 9$

- 21) ¿Cuál de los siguientes puntos se ubica en el exterior de la circunferencia de centro A ?



- A) $(-1, 3)$
 B) $(-4, 1)$
 C) $(-1, 2)$
 D) $(-3, 1)$

22) Respecto a la circunferencia de ecuación

$(x-1)^2 + (y+5)^2 = 36$, el punto $(3,0)$:

- A) Es interior
B) Es exterior
C) Es tangente
D) Está sobre la circunferencia

$$\begin{aligned} (3-1)^2 + (0+5)^2 &= 2^2 + 5^2 \\ &= 4 + 25 = 29 < 36 \end{aligned}$$

23) Respecto a la circunferencia de ecuación

$(x+3)^2 + (y-2)^2 = 2$, el punto $(-2,1)$:

- A) Es interior
B) Es exterior
C) Es tangente
 D) Está sobre la circunferencia

$$\begin{aligned} (-2+3)^2 + (1-2)^2 &= \\ 1^2 + (-1)^2 &= 2 \end{aligned}$$

24) Respecto a la circunferencia de ecuación $x^2 + y^2 = 4$, el

punto $(\sqrt{2}, -\sqrt{3})$:

- A) Es interior
 B) Es exterior
C) Es tangente
D) Está sobre la circunferencia

$$(\sqrt{2})^2 + (-\sqrt{3})^2 =$$

$$2 + 3$$

$$5 > 4$$

25) Respecto a la circunferencia de ecuación

$(x+3)^2 + (y-2)^2 = 4$, la recta $x = -1$:

- A) Es tangente
B) Es exterior
C) Es secante
D) Es paralela

$$(-1+3)^2 + (y-2)^2 = 4$$

$$4 + (y-2)^2 = 4$$

$$(y-2)^2 = 0 \Rightarrow y = 2$$

una solución \Rightarrow tangente.

26) Respecto a la circunferencia de ecuación

$(x-1)^2 + (y+5)^2 = 36$, la recta $y = x + 2$:

- A) Es tangente
B) Es exterior
 C) Es secante
D) Es perpendicular

$$(x-1)^2 + (x+2+5)^2 = 36$$

$$x^2 - 2x + 1 + x^2 + 14x + 25 = 36$$

$$2x^2 + 12x - 10 = 0$$

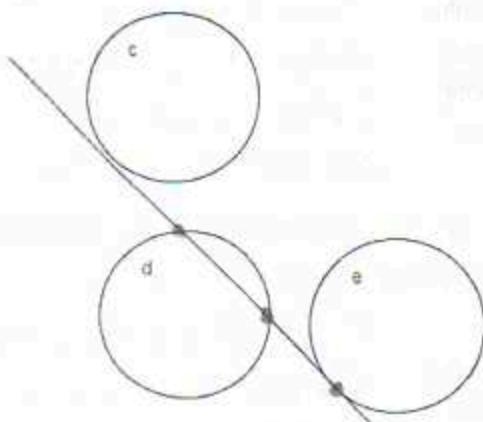
$$x^2 + 6x - 5 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4(1)(-5)$$

$$= 36 + 20 = 56 > 0$$

$$\Rightarrow \text{secante.}$$

Consideré la siguiente representación gráfica de una recta y las circunferencias c, d y e. Con base en ella conteste las preguntas 27 a 30.



27) La circunferencia que parece ser tangente a la recta es:

- A) c
 B) d
C) e
D) Ninguna de ellas

28) ¿A cuál de las circunferencias es secante la recta?

- A) c
B) d
C) e
D) Ninguna de ellas

circunferencias

29) ¿La recta es exterior a cuál de las rectas?

- A) c
B) d
C) e
D) Ninguna de ellas

(circunferencias)

30) ¿La recta pasa por el centro de cuál de las rectas?

- A) c
B) d
C) e
D) Ninguna de ellas

31) Respecto a la circunferencia de ecuación

$$(x+3)^2 + (y-2)^2 = 4, \text{ la recta } y = -x - 4:$$

$$(x+3)^2 + (-x-4-2)^2 = 4$$

- A) Es tangente
B) Es exterior
C) Es secante
D) Es interior

$$x^2 + 6x + 9 + (-x-6)^2 = 4$$

$$x^2 + 6x + 9 + x^2 + 12x + 36 = 4$$

$$2x^2 + 18x + 41 = 0$$

$$\Delta = 18^2 - 4(2)(41) = -40 < 0$$

$$\text{exterior. A)$$

32) Respecto a la circunferencia de ecuación

$$x^2 + y^2 + 4y = 4, \text{ la recta } y = x + 1:$$

$$x^2 + (x+1)^2 + 4(x+1) = 4$$

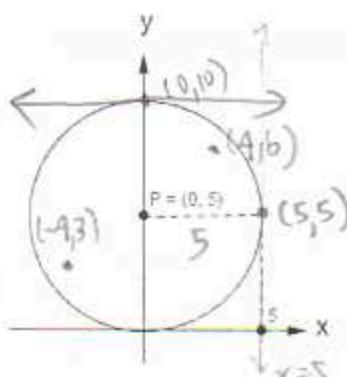
- A) Es tangente
B) Es exterior
C) Es secante
D) Es interior

$$x^2 + x^2 + 2x + 1 + 4x + 4 = 4$$

$$2x^2 + 6x + 1 = 0$$

$$\Delta = 36 - 4(2) = 28 > 0$$

Considere la información donde se muestra una circunferencia con centro P y tangente al eje de las abscisas en $(0,0)$ y con base en ella conteste las preguntas 33, 34, 35 y 36.



$$x^2 + (y - 5)^2 = 25$$

$$x^2 + y^2 - 10y + 25 = 25$$

$$x^2 + y^2 - 10y = 0$$

33) Considere las siguientes afirmaciones:

I. El radio de la circunferencia es 10. X

II. La ecuación de la circunferencia es

$$x^2 + y^2 - 10y = 0$$

¿Cuál o cuáles de ellas son verdaderas?

- A) Ambas
B) Ninguna
C) Solo la I
D) Solo la II

34) Considere las siguientes afirmaciones:

I. La recta $y = 10$, es tangente a la circunferencia. ✓

II. La recta $y = -x - 2$, es secante a la circunferencia. ✓

¿Cuál o cuáles de ellas son verdaderas?

$$x^2 + (-x-2)^2 - 10(-x-2) = 0$$

$$x^2 + x^2 + 4x + 4 + 10x + 20 = 0$$

$$2x^2 + 14x + 24 = 0$$

$$x^2 + 7x + 12 = 0$$

$$\Delta = 7^2 - 4 \cdot 1 \cdot 12$$

$$49 - 48 = 1$$

35) Considere las siguientes afirmaciones

I. El punto $(-4,3)$ es un punto interior. Secante,

II. El punto $(4,6)$, es un punto exterior.

¿Cuál o cuáles de ellas son verdaderas?

$$\text{I. } (-4)^2 + 3^2 - 10(3)$$

$$16 + 9 - 30 = -5 < 0$$

$$\text{II. } 4^2 + 6^2 - 10(6)$$

$$16 + 36 - 60 = -8 < 0$$

36) La ecuación de la recta tangente a la circunferencia en $(5,5)$ corresponde a:

- A) $x = 5$
B) $y = 5$
C) $y = x$
D) $y = 5x - 20$

- 37) La recta que interseca el eje "x" en $x=3$ y el eje "y" en $y=12$, tiene ecuación:

- A) $y = -4x + 12$
 B) $y = 12x - 4$
 C) $y = -\frac{x}{4} + 3$
 D) $y = 3x - \frac{1}{4}$

$$\text{Graph of a line passing through } (0, 12) \text{ and } (3, 0). \\ m = \frac{12 - 0}{0 - 3} = -4 \\ y = -4x + 12$$

- 38) La recta que interseca el eje "x" en $(a, 0)$ y el eje "y" en $(0, b)$, con $a \neq b$, $a \neq 0$ y $b \neq 0$, está dada por la ecuación:

- A) $y = \frac{ax}{b} + a$
 B) $y = \frac{ax}{b} + b$
 C) $y = -\frac{bx}{a}x + a$
 D) $y = -\frac{bx}{a}x + b$

$$m = \frac{0 - b}{a - 0} = -\frac{b}{a}$$

$$y = -\frac{b}{a}x + b$$

- 39) El punto de intersección de las rectas con las ecuaciones $y - 2x = 4$ y $x + 2y = 3$ es el siguiente:

- A) $(2, -1)$
 B) $(-1, 2)$
 C) $(-2, 1)$
 D) $(1, -2)$

$$y = 2x + 4 \\ x + 2(2x + 4) = 3 \\ x + 4x + 8 = 3 \\ 5x = -5 \\ x = -1 \\ y = 2(-1) + 4 \\ = -2 + 4 = 2$$

$(-1, 2)$

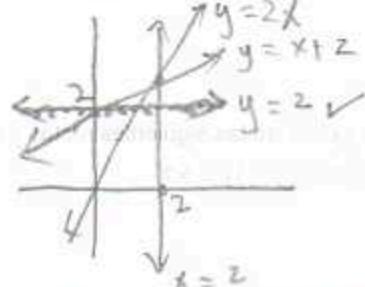
- 40) El punto de intersección de las rectas con las ecuaciones $2y = x + 2$ y $y = -3x + 1$ es el siguiente:

- A) $(0, 1)$
 B) $(1, 0)$
 C) $(\frac{1}{4}, \frac{7}{4})$
 D) $(\frac{7}{4}, \frac{1}{4})$

$$2(-3x + 1) = x + 2 \\ -6x + 2 = x + 2 \\ 0 = 7x \\ 0 = x \\ y = -3(0) + 1 = 1$$

- 41) ¿Cuál de las siguientes rectas es paralela al eje x?

- A) $y = 2$
 B) $x = 2$
 C) $y = 2x$
 D) $y = x + 2$



- 42) Sean las rectas l_1 y l_2 paralelas entre sí. Si la recta l_1 está dada por $y = \frac{5}{2}x + 10$, y $(2, 3)$ pertenece a l_2 , entonces, la intersección de l_2 con el eje "y" es:

- A) $(0, 8)$
 B) $(0, \frac{11}{5})$
 C) $(0, -2)$
 D) $(0, \frac{19}{5})$
- $$m_1 = \frac{5}{2} \Rightarrow m_2 = \frac{5}{2}$$
- $$b_2 = y_1 - m_1 x_1 \\ = 3 - (\frac{5}{2})^2 \\ = 3 - 5 = -2$$

- 43) Sean l_1 y l_2 dos rectas paralelas entre sí. Si l_2 está dada por $y = 2x + 3$ y $(3, 4)$ pertenece a l_1 , entonces, la intersección de l_1 con el eje "y" es:

- A) $(0, -2)$
 B) $(0, \frac{5}{2})$
 C) $(0, \frac{11}{2})$
 D) $(0, -10)$
- $$m_2 = m_1 = 2$$
- $$b_2 = 4 - 2 \cdot 3 \\ = 4 - 6 = -2$$

- 44) l_1 y l_2 son rectas paralelas entre sí. Si la ecuación de l_1 es $y = \frac{2x}{3} + 5$, entonces, una posible ecuación para l_2 es:

A) $y = \frac{2x}{3}$ ✓

$$m = \frac{2}{3}$$

B) $y = \frac{3x}{2}$

C) $y = \frac{-3x}{2}$

D) $y = \frac{-2x}{3}$

- 45) ¿Cuál de las siguientes rectas es paralela a la recta con ecuación $7y + 3x = 5$?

A) $y = \frac{3}{7}x + 2$

$$y = -\frac{3}{7}x + 5$$

B) $y = \frac{7}{3}x + 2$

$$m = -\frac{3}{7}$$

C) $y = \frac{-3}{7}x + 2$

D) $y = \frac{-7}{3}x + 2$

- 46) Sean l_1 y l_2 dos rectas paralelas entre sí. Si l_1 está dada por $5y = 6x + 6$, y la ecuación de l_2 es $y = mx + 7$, entonces, el valor de "m" en l_2 es:

A) $\frac{5}{6}$

$$y = \frac{6x+6}{5} \Rightarrow m = \frac{6}{5}$$

B) $\frac{6}{5}$

C) $-\frac{5}{6}$

D) $-\frac{6}{5}$

- 47) La ecuación de la recta paralela a $3y - 4x + 5 = 0$ que contiene al punto $(-3, 2)$ es:

A) $3y - 4x = 18$

B) $-3y + 4x = 18$

C) $4y + 3x = -1$

D) $4y - 3x = 1$

$$y = \frac{4}{3}x + b$$

$$\Rightarrow 3y = 4x + 18$$

$$3y = 4x - 5$$

$$y = \frac{4}{3}x - \frac{5}{3}$$

$$m = \frac{4}{3}$$

$$b = 2 - 4(-3)$$

$$= 2 + 12 = 14$$

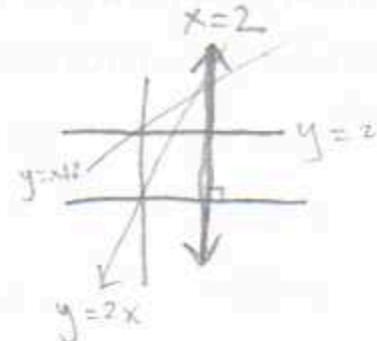
- 48) ¿Cuál de las siguientes rectas es perpendicular al eje x?

A) $y = 2$

B) $x = 2$

C) $y = 2x$

D) $y = x + 2$



- 49) Sean l_1 y l_2 dos rectas perpendiculares entre sí. Si la recta l_1 está dada por $y = 3x - 2$ y l_2 contiene el punto $(1, 3)$, entonces, la ecuación de l_2 es:

A) $y = 3x$

$$m_1 = 3$$

B) $y = \frac{x}{3} + \frac{8}{3}$

$$m_2 = -\frac{1}{3}$$

C) $y = -3x + 6$

$$b = 3 - \left(-\frac{1}{3}\right)(1)$$

D) $y = -\frac{x}{3} + \frac{10}{3}$

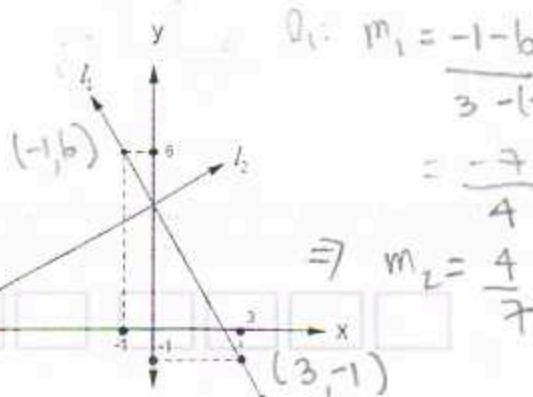
$$= 3 + \frac{1}{3}$$

$$= \frac{10}{3}$$

- 50) ¿Cuál de las siguientes rectas es perpendicular a una con pendiente "a" ($a \neq 0, a \neq 1$)?

- A) $y = \frac{x}{a} + b$ $m_1 = a$
 B) $y = ax + b$ $m_2 = -\frac{1}{a}$
 C) $y = -\frac{x}{a} + b$
 D) $y = -ax + b$

- 51) En la figura las rectas l_1 y l_2 , perpendiculares entre sí y que intersecan al eje "y" en un mismo punto



Considerate las siguientes proposiciones:

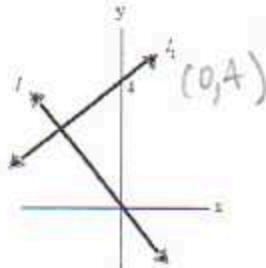
- I. La pendiente de l_2 es $\frac{7}{4}$.
- II. La gráfica de l_2 interseca el eje "y" en $(0, \frac{17}{4})$.

De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
 B) Ninguna
 C) Solo la I
 D) Solo la II

$$\begin{aligned} b_1 &= b_2 \\ b_1 &= -1 - \left(\frac{-5}{3}\right)3 \\ &= -1 + \frac{15}{3} \\ &= \frac{17}{4} \end{aligned}$$

- 52) Considerate la siguiente gráfica:



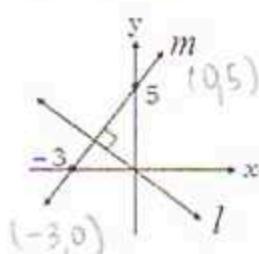
De acuerdo con los datos de la gráfica anterior, si $l_1 \perp l$ y la ecuación que define a l es $y = -3x$, entonces, ¿cuál es una ecuación que define la recta l_1 ? $m_1 = -3$

- A) $y = \frac{x}{3} + 4$ $m_2 = \frac{1}{3}$
 B) $y = 3x + 4$ $b = 4$
 C) $y = -\frac{x}{3} + 4$ $y = \frac{x}{3} + 4$
 D) $y = -4x + 4$

- 53) Sea l la recta que contiene a $(8, -3)$ y $(-4, 5)$. ¿Cuál es la ecuación de la recta que pasa por el origen del sistema de coordenadas y es perpendicular a l ?

- A) $y = \frac{3x}{2}$ $m_1 = \frac{5-(-3)}{-4-8} = \frac{8}{-12} = -\frac{2}{3}$
 B) $y = \frac{2x}{3}$ $m_2 = \frac{3}{2}$ $b = 0$
 C) $y = -\frac{3x}{2}$
 D) $y = -2x$ $y = \frac{3x}{2}$

- 54) De acuerdo con la gráfica, una ecuación de l es:



$$m_m = \frac{5-0}{0-(-3)} = \frac{5}{3}$$

$$m_l = -3 \quad b=0$$

A) $y = \frac{3x}{5}$

B) $y = \frac{5x}{3}$

C) $y = -\frac{3x}{5}$

D) $y = -\frac{5x}{3}$

- 55) Si $y = kx + 2$ y $2y = -kx + 3$ son las ecuaciones que definen dos rectas perpendiculares entonces k puede ser:

A) 2

$$m_1 = k \quad j = \frac{-kx+3}{2}$$

B) -1

$$m_2 = \frac{-k}{2}$$

C) 1

$$m_1 \cdot m_2 = -1$$

$$\frac{k}{2} \cdot -k = -1 \Rightarrow k^2 = 2$$

$$k = \pm \sqrt{2}$$

- 56) Si $3y + 2x - 6 = 0$ y $-2y + kx + 1 = 0$ son las ecuaciones de dos rectas perpendiculares entonces k es igual a:

A) 3

$$y = \frac{-2x+6}{3} \quad 2x+1=3y$$

B) -3

$$m_1 = -\frac{2}{3} \quad \frac{k}{2} = m_2$$

C) $\frac{4}{3}$

$$\Rightarrow \frac{k}{2} = \frac{3}{2}$$

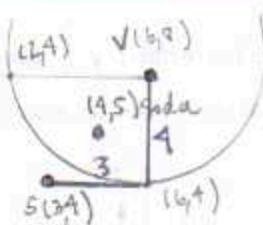
D) $-\frac{4}{3}$

$$\Rightarrow k = 3$$

Consideré el siguiente contexto "El barrio", y utilícelo para contestar las preguntas 57 y 58

El Barrio

Sofia y Vicky son dos compañeras del colegio que viven en el mismo barrio, donde las calles son todas paralelas entre sí y están enumeradas del 0 al 10, igualmente que las avenidas. Cualquier calle es perpendicular a cualquier avenida, y todas las cuadras tienen el mismo tamaño. La casa de Sofia está en la esquina de la calle 3 y avenida 4. La casa de Vicky está en la calle 6 y avenida 8.



- 57) ¿Cuál es el mínimo número de cuadras que debe caminar Sofia estando en su casa para ir a la de Vicky?

R/ 7,

$$(x-6)^2 + (y-8)^2 = 4^2$$

$$(4-2)^2 + (5-8)^2 = 4 + 9 = 13 < 16$$

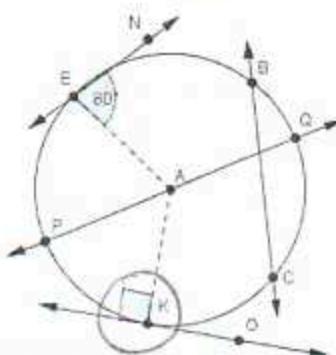
- 58) Vicky tiene en su casa un "router" que da una señal de internet de cuatro cuadras a la redonda. Sofia necesita recibir internet de la casa de Vicky para recibir un correo con una información de un trabajo del colegio. En la esquina de la calle 4 y avenida 5 hay una soda. Consideré las siguientes proposiciones.

- I. Sofia puede recibir señal de internet estando en su casa.
- II. Sofia puede recibir señal de internet estando en la soda.

De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

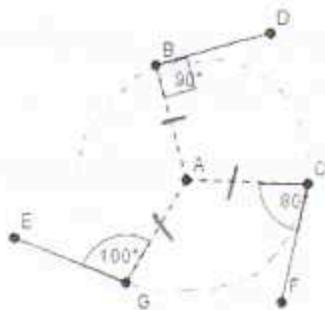
- 59) ¿Cuál de las siguientes rectas es con certeza tangente a la circunferencia con centro A ?



- A) \overline{BC}
- B) \overline{PQ}
- C) \overline{KO}
- D) \overline{EN}

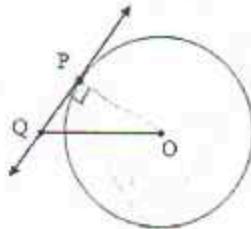
- 60) En la siguiente figura se muestra los puntos D, B, A, C, F, G, E donde $\overline{AB} \cong \overline{AC} \cong \overline{AG}$, $m\angle EGA = 100^\circ$, $m\angle FCA = 80^\circ$ y $m\angle DBA = 90^\circ$.

¿Cuál de las siguientes rectas es con certeza tangente a la circunferencia con centro A y radio \overline{AC} ?



- A) \overline{CF}
- B) \overline{EG}
- C) \overline{DC}
- D) \overline{BD}

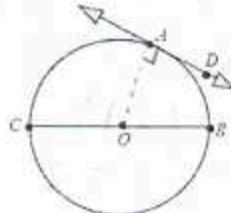
- 61) Considere la siguiente circunferencia de centro O



De acuerdo con los datos de la figura, si \overleftrightarrow{PQ} es tangente a la circunferencia en P , ¿cuál de los siguientes ángulos es recto?

- A) $\angle PQQ$
- B) $\angle QOP$
- C) $\angle OPO$
- D) Ninguno de los anteriores

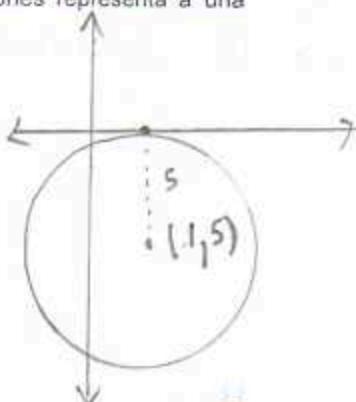
- 62) De acuerdo con los datos de circunferencia de centro O donde \overline{AD} es tangente a la circunferencia en A ¿cuál de los siguientes ángulos es recto?



- A) $\angle DBO$
- B) $\angle CAD$
- C) $\angle OAC$
- D) $\angle OAD$

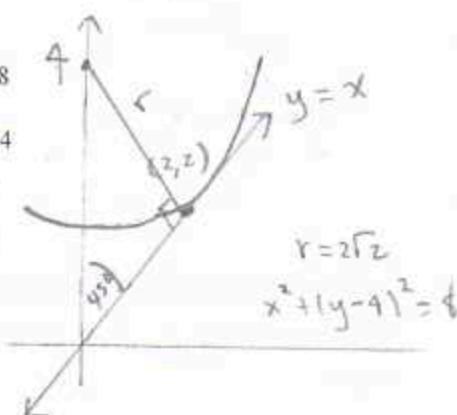
- 63) ¿Cuál de las siguientes ecuaciones representa a una circunferencia tangente al eje x ?

- A) $(x+1)^2 + (y-7)^2 = 36$
- B) $(x-1)^2 + (y+5)^2 = 25$
- C) $(x-1)^2 + (y-3)^2 = 1$
- D) $(x+2)^2 + (y-2)^2 = 12$



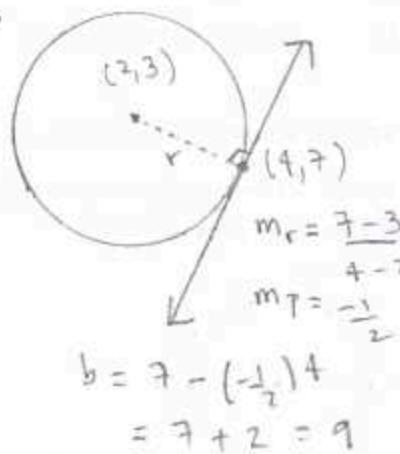
- 64) ¿Cuál de las siguientes ecuaciones representa a una circunferencia tangente a $y = x$ en $(2,2)$?

- A) $x^2 + (y-4)^2 = 8$
 B) $x^2 + (y-4)^2 = 4$
 C) $x^2 + y^2 = 8$
 D) $x^2 + y^2 = 4$



- 65) El punto $P(4,7)$ pertenece a una circunferencia de centro $(2,3)$. ¿Cuál es la ecuación de la recta tangente en P a esa circunferencia?

- A) $y - 2x = -1$
 B) $2y + x = 18$
 C) $2y + x = 8$
 D) $y - 2x = -14$



- 66) El punto $P(5,-2)$ pertenece a una circunferencia de ecuación $x^2 - 6x + y^2 + 2y = -5$. ¿Cuál es la ecuación de la recta tangente en P a esa circunferencia?

- A) $y - 2x = -12$
 B) $2y + x = 1$
 C) $x - 2y = 7$
 D) $y - 2x = 4$

$$\begin{aligned} x^2 - 6x + y^2 + 2y + 9 + 9 + 2y + 1 &= 5 \\ (x-3)^2 + (y+1)^2 &= 5 \\ (3, -1) & \end{aligned}$$

$$m_r = \frac{-2 - (-1)}{5 - 3} = -\frac{1}{2}$$

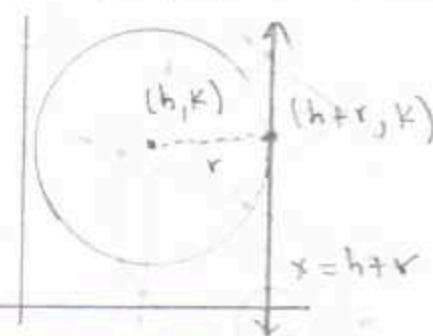
$$m_T = 2$$

$$\begin{aligned} b &= -2 - 2(5) \\ &= -2 - 10 = -12 \end{aligned}$$

$$y = 2x - 12$$

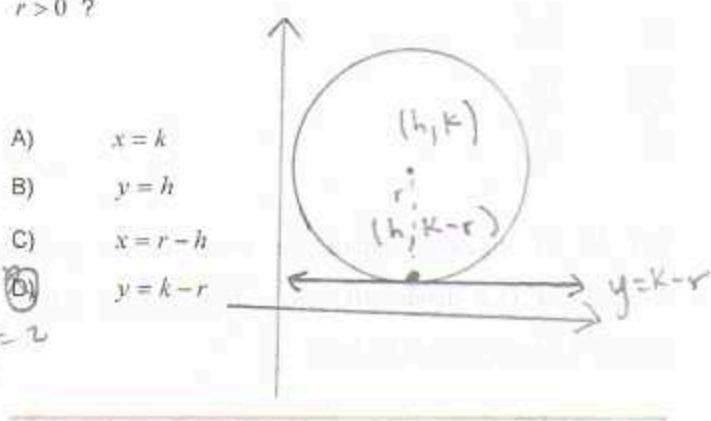
- 67) ¿Cuál de las siguientes rectas es tangente a la circunferencia de ecuación $(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$, donde $r > 0$?

- A) $x = h$
 B) $y = k$
 C) $x = h+r$
 D) $y = r-k$



- 68) ¿Cuál de las siguientes rectas es tangente a la circunferencia de ecuación $(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$, donde $r > 0$?

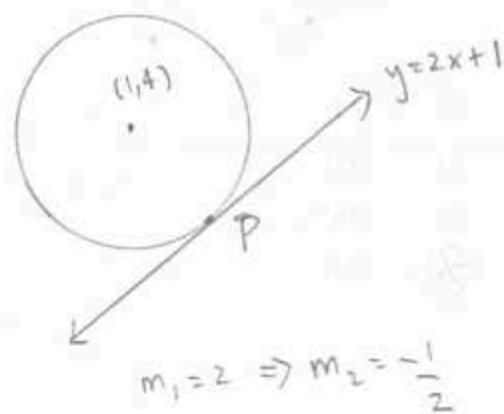
- A) $x = k$
 B) $y = h$
 C) $x = r-h$
 D) $y = k-r$



Considere la circunferencia con centro en $(1,4)$ que es tangente a la recta con ecuación $y = 2x+1$, y con base en ella conteste las preguntas 69, 70, 71 y 72.

- 69) ¿Cuál es la pendiente de la recta que pasa por el centro y el punto de tangencia?

- A) 2
 B) $\frac{1}{2}$
 C) -2
 D) $-\frac{1}{2}$

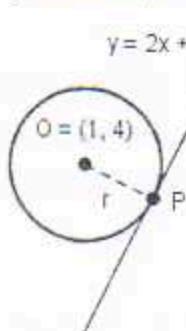


- 70) ¿Cuál es la ecuación de la recta que pasa por el centro y el punto de tangencia?

- A) $y = \frac{-1}{2}x + \frac{9}{2}$
 B) $y = 2x$
 C) $y = \frac{x+7}{2}$
 D) $y = \frac{x-1}{2}$

$$\begin{aligned} b &= y_1 - mx_1 \\ &= 4 - \left(\frac{-1}{2}\right) 1 \\ &= 4 + \frac{1}{2} \\ &= \frac{9}{2} \end{aligned}$$

- 71) ¿Cuál es el punto de tangencia?



$$\begin{cases} y = 2x + 1 \\ y = -\frac{1}{2}x + \frac{9}{2} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 2x + 1 &= -\frac{1}{2}x + \frac{9}{2} \\ 4x + 2 &= -x + 9 \end{aligned}$$

- A) $\left(0, \frac{9}{2}\right)$
 B) $(2, 4)$
 C) $\left(\frac{7}{5}, \frac{19}{5}\right)$
 D) $(1, 3)$

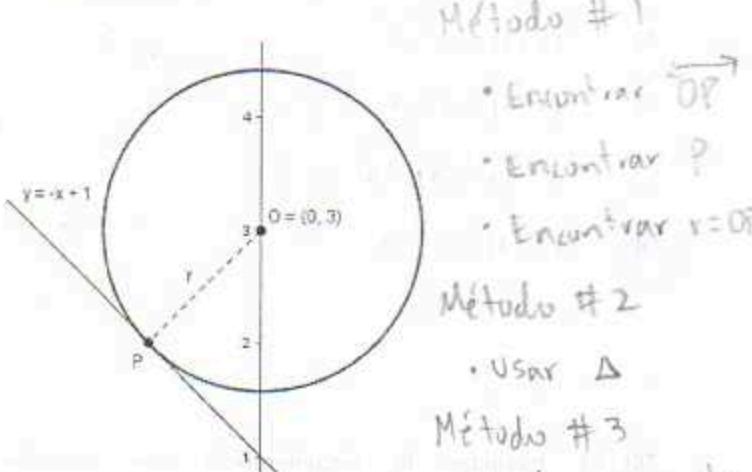
$$\begin{aligned} 5x &= 7 \\ x &= \frac{7}{5} \\ y &= 2\left(\frac{7}{5}\right) + 1 = \frac{19}{5} \\ OP &= \sqrt{\left(\frac{7}{5} - 1\right)^2 + \left(\frac{19}{5} - 4\right)^2} \end{aligned}$$

- 72) ¿Cuál es el radio de la circunferencia?

- A) $\frac{\sqrt{2}}{5} \sqrt{15}$
 B) $\frac{2}{5} \sqrt{15}$
 C) $\sqrt{3} \sqrt{15}$
 D) 3

$$\begin{aligned} OP &= \sqrt{\left(\frac{7}{5} - 1\right)^2 + \left(\frac{19}{5} - 4\right)^2} \\ OP &= \sqrt{\frac{5}{25}} = \frac{\sqrt{5}}{5} \end{aligned}$$

- 73) La circunferencia con centro en $(0, 3)$ es tangente a la recta con ecuación $y = -x + 1$. ¿Cuál es el radio de la circunferencia?



R/ 0 0 0 1, 4 1

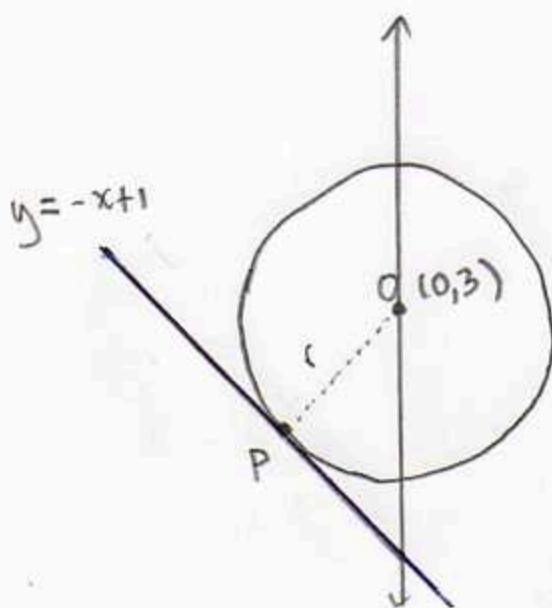
VER PÁGINA ANEXA

- 74) Al trasladar la circunferencia con ecuación $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 10$ de manera que el centro quede en $(1, -4)$ se obtiene una circunferencia de ecuación:

$$r^2 = 10$$

- A) $(x-1)^2 + (y-4)^2 = 10$
 B) $(x-1)^2 + (y+4)^2 = 10$
 C) $(x+1)^2 + (y-4)^2 = 10$
 D) $(x+1)^2 + (y+4)^2 = 10$

73)

Método #1

$$m_{\overrightarrow{OP}} = \frac{-1}{-1} = 1 \quad b = 3$$

$$\overleftrightarrow{OP} = y = x + 3$$

$$P: \begin{cases} y = -x + 1 \\ y = x + 3 \end{cases}$$

$$P(-1, 2)$$

$$r = OP = \sqrt{(-1-0)^2 + (2-3)^2}$$

$$r = \sqrt{2}$$

$$-x+1 = x+3$$

$$-2 = 2x$$

$$-1 = x$$

$$y = -(-1) + 1 = 2$$

Método #2

La ecuación de la circunferencia es

$$x^2 + (y-3)^2 = r^2 \quad y \quad y = -x + 1 \text{ es tangente}$$

$$\Rightarrow x^2 + (-x+1-3)^2 = r^2$$

$$\Rightarrow x^2 + (-x-2)^2 = r^2$$

$$\Rightarrow x^2 + x^2 + 4x + 4 = r^2 \Rightarrow 2x^2 + 4x + (4 - r^2) = 0$$

$$\text{tiene } \Delta=0 \Rightarrow \Delta = 16 - 4 \cdot 2(4 - r^2) = 0$$

$$16 - 32 + 8r^2 = 0$$

$$8r^2 = 16$$

$$r^2 = 2 \Rightarrow r = \sqrt{2}$$

Método #3

r es la distancia de $O(0,3)$

$$\text{a } y = -x + 1 \Rightarrow x + y - 1 = 0$$

$$\begin{cases} A=1 \\ B=1 \\ C=-1 \\ D=3 \end{cases}$$

Usando la fórmula, $d = \left| \frac{Ax_0 + By_0 + C}{\sqrt{A^2 + B^2}} \right|$

$$r = \left| \frac{1 \cdot 0 + 1 \cdot 3 - 1}{\sqrt{1^2 + 1^2}} \right| = \left| \frac{2}{\sqrt{2}} \right| = |\sqrt{2}| = \sqrt{2}$$

- 75) La circunferencia C tiene ecuación $x^2 + 2x + y^2 = 8$. Se realiza una traslación de C a una circunferencia D cuyo centro pertenece a C. Una posible ecuación para D es:

A) $(x+1)^2 + y^2 = 9$

B) $(x+1)^2 + y^2 = 8 - \sqrt{11}$

C) $x^2 + (y - \sqrt{8})^2 = 8$

D) $(x+4)^2 + y^2 = 9$

(-4, 0)

$$x^2 + 2x + 1 + y^2 = 8 \Rightarrow (x+1)^2 + y^2 = 7$$

$$(x+1)^2 + y^2 = 9$$

$r = 3$

$(-1, 0) \notin C$

$(-4, 0) \in C$

- 78) Una traslación mueve el punto (1, 5) al punto (-2, 7). Al aplicar esa misma traslación a la circunferencia con ecuación $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 1$ se obtiene una circunferencia de ecuación:

$$(x, y) = (-3, 2)$$

- A) $(x-5)^2 + (y+5)^2 = 1$
- B) $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 2$
- C) $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 1$
- D) $(x+1)^2 + (y+1)^2 = 1$

- 76) Al trasladar la circunferencia con ecuación $(x+1)^2 + (y-3)^2 = 12$ cuatro unidades hacia abajo, y cinco unidades hacia la derecha se obtiene una circunferencia de ecuación:

A) $(x-4)^2 + (y+1)^2 = 12$

B) $(x+3)^2 + (y+8)^2 = 12$

C) $(x-6)^2 + (y+7)^2 = 12$

D) $(x-5)^2 + (y-2)^2 = 12$

$(5, -4)$

$$(y+1-5)^2 + (y-3+4)^2 = 12$$

$$(y-4)^2 + (y+1)^2 = 12$$

- 79) Una traslación mueve el punto (-2, 3) al punto (2, 5). Al aplicar esa misma traslación a la circunferencia con centro en el origen y radio dos, se obtiene una circunferencia de ecuación:

$$(x, y) = (4, 2)$$

A) $(x-4)^2 + (y-2)^2 = 4$

B) $(x+1)^2 + (y+1)^2 = 2$

C) $(x-6)^2 + (y+5)^2 = 2$

D) $(x+1)^2 + (y+1)^2 = 4$

$$x^2 + y^2 = 4$$

$$(x-4)^2 + (y-2)^2 = 4$$

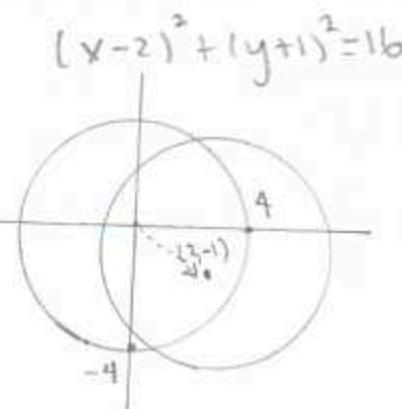
- 77) Al trasladar la circunferencia con ecuación $x^2 + y^2 = 16$ en dirección (2, -1) se obtiene una circunferencia de ecuación:

A) $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 16$

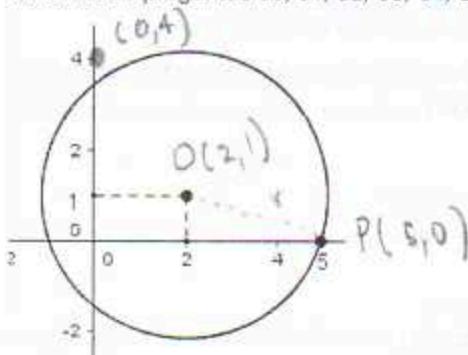
B) $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 16$

C) $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 16$

D) $(x+2)^2 + (y+1)^2 = 16$



Considere la información de la siguiente representación gráfica de una circunferencia de centro P y con base en ella conteste las preguntas 80, 81, 82, 83, 84, 85 y 86.



80) ¿Cuál es el centro de la circunferencia?

- A) (1, 2)
- B) (2, 1)
- C) (0, 5)
- D) (5, 0)

81) ¿Cuál es aproximadamente la medida del radio de la circunferencia?

R/ 0 0 0 3 . 1 6

$$r = OP = \sqrt{(5-2)^2 + (0-1)^2} = \sqrt{9+1} = \sqrt{10} \approx 3,16$$

82) ¿Cuál es la ecuación de la circunferencia?

- A) $(x+2)^2 + (y+1)^2 = 5$
- B) $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 10$
- C) $(x-2)^2 + (y-1)^2 = \sqrt{5}$
- D) $(x+2)^2 + (y+1)^2 = \sqrt{10}$

83) El punto cuya abscisa es cero y ordenada es cuatro, se clasifica respecto a la circunferencia como:

(0, 4)

- A) Interior
- B) Exterior
- C) Tangente
- D) Sobre la circunferencia

84) La recta con ecuación $y = -x + 6$ se clasifica como

- A) Secante
- B) Exterior
- C) Tangente
- D) Perpendicular

$$(x-2)^2 + (-x+6-1)^2 = 10$$

$$(x-2)^2 + (-x+5)^2 = 10$$

$$x^2 - 4x + 4 + x^2 - 10x + 25 = 10$$

$$2x^2 - 14x + 19 = 0$$

$$\Delta = (-14)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 19$$

$$= 44 > 0 \Rightarrow \text{secante}$$

85) La ecuación de la recta tangente a la circunferencia en el punto (5, 0) es:

$$m_r = \frac{0-1}{5-2} = -\frac{1}{3}$$

- A) $y = \frac{-x+5}{3}$
- B) $y = 3x - 15$
- C) $y = 3x - 5$
- D) $y = \frac{-x+7}{3}$

$$b = 0 - 3(5) = -15$$

$$y = 3x - 15$$

86) Considere las siguientes afirmaciones sobre la representación gráfica anterior, tomando en consideración que su centro se traslada al punto $B = (6, 0)$:

$$(x-6)^2 + y^2 = 10$$

- I. (2, 3) se ubica en el exterior de la circunferencia.
- II. (4, 2) se ubica en el interior de la circunferencia.

¿Cuál o cuáles de ellas son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

$$\text{I. } (2-6)^2 + 3^2$$

$$16 + 9 = 25 > 10$$

$$\text{II. } (4-6)^2 + 2^2 =$$

$$= 4 + 4 = 8 < 10$$

SELECCIÓN ÚNICA O RESPUESTA BREVE

- 1) El número de lados de un octágono corresponde a:

- A) 6
B) 7
 C) 8
D) 9

- 2) ¿Cuántas diagonales tiene un nonágono?

R/ 2

$$D = \frac{n(n-3)}{2} = 27$$

- 3) ¿Cuántos lados tiene un polígono que tiene nueve diagonales en total?

- A) 6 $\frac{n(n-3)}{2} = 9$
B) 3
C) 9 $n^2 - 3n = 18$
D) 21 $n^2 - 3n - 18 = 0 \Rightarrow n = 6$

- 4) Cada uno de los ángulos internos de un triángulo equilátero mide:

- A) 45° $m\angle i = \frac{180(3-2)}{3}$
 B) 60°
C) 120°
D) 90° $= \frac{180^\circ}{3} = 60^\circ$

- 5) La medida del ángulo externo de un polígono de doce lados es:

- A) 15°
 B) 30°
C) 150°
D) 348°

- 6) ¿Cómo se denomina un polígono regular cuyo ángulo central mide 45° ?

$$m\angle C = \frac{360^\circ}{n} = 45^\circ$$

- A) Triángulo
B) Cuadrado
C) Hexágono
 D) Octágono

$$8 = n$$

- 7) La diagonal de un cuadrado mide 8 cm . Entonces, la longitud de la circunferencia inscrita en este cuadrado es:



- A) $4\pi\sqrt{2}\text{ cm}$
B) $8\pi\sqrt{2}\text{ cm}$
C) $8\pi\text{ cm}$
D) $32\pi\text{ cm}$



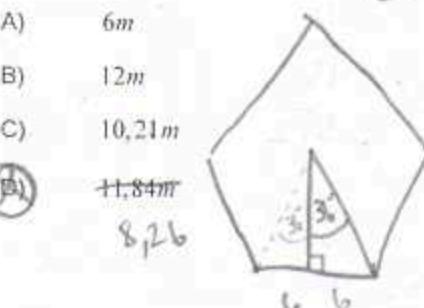
$$\begin{aligned} r^2 + r^2 &= 4^2 \\ 2r^2 &= 16 \\ r^2 &= 8 \\ r &= 2\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C &= 2\pi r \\ &= 2\pi(2\sqrt{2}) = 4\pi\sqrt{2} \end{aligned}$$

- 8) El perímetro de un pentágono regular es 60 m . Entonces, la medida de la apotema de dicho pentágono es aproximadamente:

$$\begin{aligned} 5l &= 60 \\ l &= 12 \\ m\angle C &= \frac{360^\circ}{5} = 72^\circ \end{aligned}$$

- A) 6 m
B) 12 m
C) $10,21\text{ m}$
 D) $8,26\text{ m}$

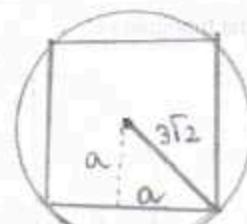


$$\begin{aligned} \tan 36^\circ &= \frac{6}{a} \\ a &= \frac{6}{\tan 36^\circ} \end{aligned}$$

- 9) Si el área del círculo en el que está inscrito un cuadrado es $18\pi\text{ dm}^2$, entonces el perímetro de ese cuadrado es:

$$a \approx 8,26$$

- A) 12 dm
 B) 24 dm
C) $24\sqrt{2}\text{ dm}$
D) $36\sqrt{2}\text{ dm}$



$$18\pi = \pi r^2$$

$$\sqrt{18} = r$$

$$3\sqrt{2} = r$$

$$a^2 + a^2 = (3\sqrt{2})^2$$

$$\begin{aligned} P &= 4a = 4a \cdot b \\ &= 24\text{ dm} \end{aligned}$$

$$a^2 = 9 \Rightarrow a = 3$$

- 10) ¿Cuál es aproximadamente la longitud de la circunferencia en la que se puede inscribir un pentágono regular cuyo perímetro es 30?

$$mLC = \frac{360^\circ}{5} = 72^\circ$$

R/ 0 0 2 3 3 0

$$P = 30 = 5l \quad l = \frac{6}{\sin 36^\circ \cdot \sin 72^\circ}$$



$$\Rightarrow R = 3,71 \Rightarrow C = 2\pi R \approx 23,30$$

- 11) La medida de la apotema de un hexágono regular es $3\sqrt{3}$. Entonces, la longitud de la circunferencia inscrita en ese hexágono es:

- A) 6π
B) 12π
C) $3\sqrt{3}\pi$
 D) $6\sqrt{3}\pi$



$$a = r = 3\sqrt{2}$$

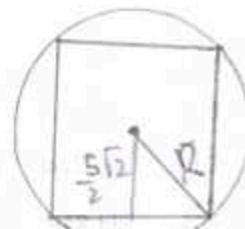
$$C = 2\pi r = 2\pi \cdot 3\sqrt{2} = 6\sqrt{2}\pi$$

- 12) Un cuadrado está inscrito en una circunferencia. Si el área del cuadrado es $50m^2$, entonces, el radio de la circunferencia es:

- A) $5m$
B) $10m$
C) $5\sqrt{2}m$
D) $\frac{5\sqrt{2}}{2}m$

$$l^2 = 50$$

$$l = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$



$$\frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{2} \cdot l^2 = R^2$$

$$5 = R$$

- 13) La medida del radio de una circunferencia es 12. Si se inscribe un triángulo equilátero en dicha circunferencia, entonces, el área del triángulo es:

- A) $36\sqrt{3}$
B) $81\sqrt{3}$
 C) $108\sqrt{3}$
D) $144\sqrt{3}$

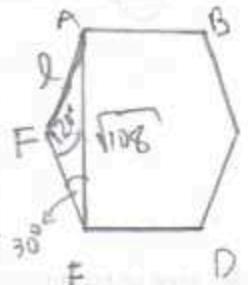
$$a = \frac{12}{2} = 6 \quad \frac{l}{2} = 6\sqrt{3}$$

$$h = 18 \quad A = \frac{12\sqrt{3} \cdot 18}{2} = 108\sqrt{3}$$

$$A = 108\sqrt{3}$$

- 14) ¿Cuál es el perímetro de un hexágono regular ABCDEF si la diagonal AE mide $\sqrt{108}$?

- A) 27
 B) 36
C) $18\sqrt{3}$
D) $54\sqrt{3}$



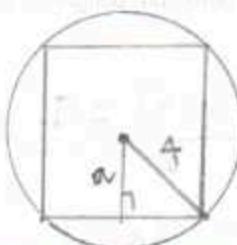
$$\frac{l}{2} = \frac{\sqrt{108}}{\sin 30^\circ} = \frac{\sqrt{108}}{\sin 72^\circ}$$

$$l = 6$$

$$\Rightarrow P = 36$$

- 15) El diámetro de una circunferencia es 8. ¿Cuál es la medida de la apotema de un cuadrado inscrito en dicha circunferencia?

- A) 2
B) 4
 C) $2\sqrt{2}$
D) $4\sqrt{2}$



$$2r = 8$$

$$r = 4$$

$$a\sqrt{2} = 4$$

$$a = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$$

- 16) Si el perímetro de un hexágono regular inscrito en una circunferencia es 24, entonces, la longitud de esa circunferencia es:

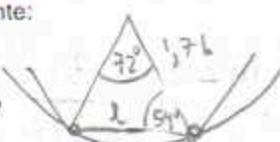
$$P = 24 = 6l \Rightarrow l = 4$$

- A) 4π
 B) 8π
C) 16π
D) 48π

$$R = l \Rightarrow C = 2\pi \cdot 4 = 8\pi$$

- 17) Un pentágono está inscrito en una circunferencia de radio 1,76 cm. Entonces, su perímetro mide aproximadamente:

- A) 20 cm
B) 25 cm
C) 30 cm
 D) 45 cm



$$mLC = \frac{360^\circ}{5} = 72^\circ$$

$$\frac{180^\circ - 72^\circ}{2} = 54^\circ$$

$$\frac{1.76}{\sin 54^\circ} = \frac{l}{\sin 72^\circ}$$

$$l = \frac{1.76 \cdot \sin 72^\circ}{\sin 54^\circ} \approx 2.07$$

$$P = 5l \approx 10.34 \text{ cm}$$

- 18) Un polígono regular posee 44 diagonales en total y cada uno de sus lados mide 10 cm. ¿Cuál es el perímetro, en centímetros, de ese polígono?

- A) 80
 B) 110
 C) 352
 D) 440

$$\frac{n(n-3)}{2} = 44$$

$$n^2 - 3n - 88 = 0$$

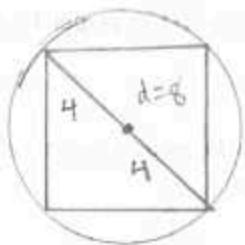
$$\Rightarrow n=11 \text{ y } n=8$$

$$P = 10 \cdot 11$$

$$P = 110 \text{ cm}$$

- 19) Si la longitud de la diagonal de un cuadrado es 8, entonces, la longitud de la circunferencia circunscrita en ese cuadrado es

- A) 8π
 B) 32π
 C) $4\pi\sqrt{2}$
 D) $8\pi\sqrt{2}$

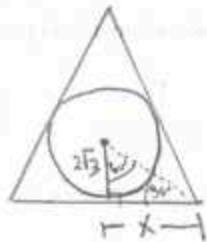


$$R = 4$$

$$C = 2\pi \cdot 4 \\ = 8\pi$$

- 20) Si la longitud del radio de una circunferencia inscrita en un triángulo equilátero es $2\sqrt{3}$ cm, entonces, el perímetro de ese triángulo, en centímetros, es:

- A) 18
 B) 36
 C) $12\sqrt{3}$
 D) $36\sqrt{3}$



$$\frac{r}{\sin 60^\circ} = \frac{2\sqrt{3}}{\sin 30^\circ}$$

$$r = \frac{2\sqrt{3} \cdot \sin 60^\circ}{\sin 30^\circ}$$

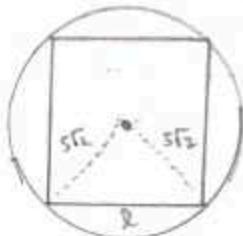
$$r = 6 \Rightarrow s = 12$$

$$P = 3 \cdot 12 = 36 \text{ cm}$$

- 21) Un polígono está inscrito en una circunferencia de radio $5\sqrt{2}$ cm. Si el ángulo interno del polígono es 90° , entonces, el área de ese polígono, en centímetros cuadrados, es:

- A) 50
 B) 100
 C) 450
 D) 636

$$m\angle i = 90^\circ \Rightarrow n=4$$



$$(5\sqrt{2})^2 + (5\sqrt{2})^2 = l^2 \\ 50 + 50 = l^2 \\ 100 = l^2 \\ l = 10 \text{ cm}$$

$$A = l^2 = 100 \text{ cm}^2$$

- 22) Matías tiene unos bloques de madera con forma de polígonos regulares. Uno de ellos tiene 5 cm y un ángulo interno de 108° . ¿Cuánto mide el perímetro de esa pieza?

- A) 5 cm
 B) 30 cm
 C) 25 cm
 D) 20 cm

$$m\angle i = \frac{180(n-2)}{n} = 108^\circ$$

$$180n - 360^\circ = 108n^\circ$$

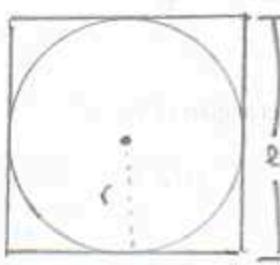
$$72n^\circ = 360^\circ$$

$$n = 5$$

$$P = n \cdot l = 5 \cdot 5 = 25 \text{ cm}$$

- 23) En un terreno cuadrado se desea construir un redondel circular que abarque la cantidad máxima del terreno. Si el área del redondel es de $6724\pi \text{ m}^2$, ¿Cuál es el perímetro, en metros, del terreno original?

- A) 328
 B) 656
 C) 5278
 D) 6724



$$6724\pi = r^2$$

$$82 = r$$

$$l = 2 \cdot 82 \\ = 164 \text{ m}$$

$$P = 4l = 656 \text{ m}$$

- 24) Los jóvenes de un colegio organizan una carrera y como premio otorgan medallas con la forma de pentágono regular. Si el lado de cada una de las medallas es de 6 centímetros, entonces, ¿cuál es el área aproximada, en centímetros cuadrados, de una cara de dicha medalla?

- A) 30,97
 B) 31,69
 C) 61,94
 D) 123,87



$$\frac{360^\circ}{5} = 72^\circ$$

$$\frac{a}{\sin 54^\circ} = \frac{3}{\sin 36^\circ}$$

$$a = 4,12$$

$$A = \frac{5 \cdot a \cdot l}{4 \cdot \sin 36^\circ} \approx$$

61,94

- 25) Si Juan construye una mesa cuyo sobre o parte superior tiene forma de hexágono regular, entonces, la medida del ángulo interior que se forma en la intersección de dos lados consecutivos del sobre de la mesa es

- A) 60°
 B) 120°
 C) 360°
 D) 720°



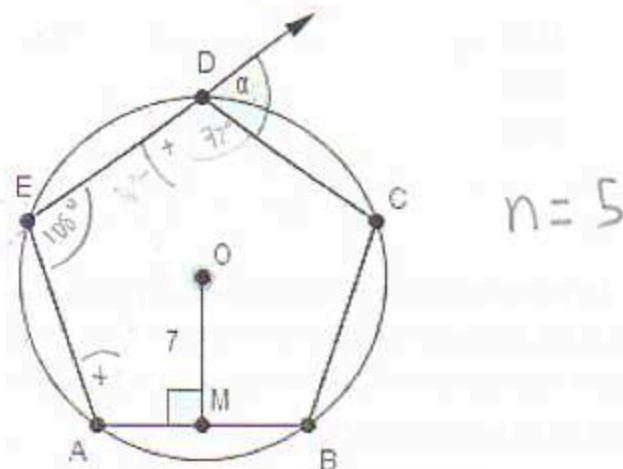
$$\angle = m\angle i$$

$$= \frac{180^\circ(6-2)}{6}$$

$$= 120^\circ$$

A continuación se le presenta la circunferencia circunscrita de centro O a un polígono regular cuya apotema mide 7.

Con base en la información anterior conteste los ítems 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32 y 33.



26) ¿Cuánto mide el ángulo α ?

- A) 36°
- B) 60°
- C) 72°
- D) 90°

$$\begin{aligned} m\angle \alpha &= \frac{360^\circ}{n} \\ &= \frac{360^\circ}{5} = 72^\circ \end{aligned}$$

27) ¿Cuánto mide el ángulo $\angle EDA$?

- A) 36°
 - B) 60°
 - C) 72°
 - D) 108°
- $$\begin{aligned} m\angle v &= \frac{180^\circ(5-2)}{5} = 108^\circ \\ y &= \frac{180^\circ - 108^\circ}{2} = 36^\circ \end{aligned}$$

28) Una diagonal del polígono es:

- A) \overline{BC} (lado)
- B) \overline{OC} (radio)
- C) \overline{DB}
- D) \overline{MD} (dos apotemas)

29) ¿Cuántas diagonales tiene el polígono?

- A) 2
 - B) 5
 - C) 7
 - D) 10
- $$\frac{5(5-3)}{2} = 5$$

30) ¿Cuál de las siguientes proposiciones es verdadera?

- A) $E-O-B$ ✗
- B) $A-C-O$ ✓
- C) La recta \overline{OD} pasa por M ✓
- D) La recta \overline{AD} es perpendicular a \overline{DC}

31) ¿Cuál es la medida aproximada de la longitud de la circunferencia?

- A) 8,65
- B) 17,30
- C) 54,32
- D) 234,94

$$\begin{aligned} \frac{7}{\sin 36^\circ} &= \frac{R}{\sin 90^\circ} \\ R &= 8,65 \\ C &= 2\pi(8,65) \\ C &\approx 54,37 \end{aligned}$$

32) ¿Cuál es aproximadamente el perímetro del polígono?

- A) 10,18
- B) 19,27
- C) 25,43
- D) 50,86

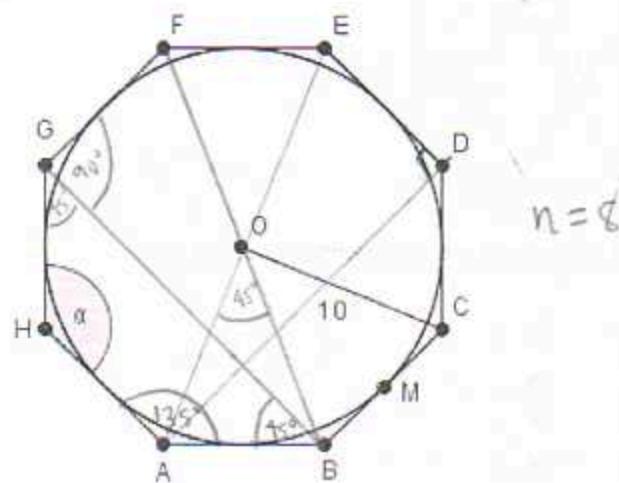
$$\begin{aligned} \tan 36^\circ &= \frac{x}{7} \\ 3 + \tan 36^\circ &= x \\ P &= 5(10,18) \\ &= 50,86 \\ 5,09 &= x \\ l &= 10,18 \end{aligned}$$

33) ¿Cuál es aproximadamente el área del polígono?

R/ 0 1 7 8, 0 0

$$A = \frac{P \cdot r}{2} = \frac{50,86 \cdot 7}{2} \approx 178,00$$

A continuación se le presenta una circunferencia inscrita de centro O a un polígono regular cuyo radio mide 10. Con base en la información anterior conteste los ítems 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40 y 41.



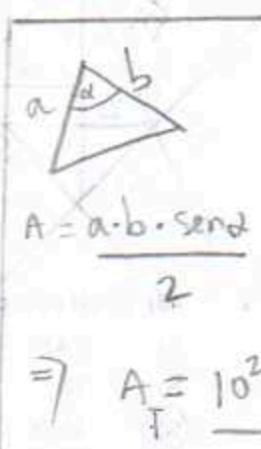
34) ¿Cuánto mide el ángulo α ?

- A) 45°
- B) 135°
- C) $128,57^\circ$
- D) 140°

$$\begin{aligned} m\angle \alpha &= 180^\circ (8-2) \\ &= 180^\circ \cdot 6 \\ &= 1080^\circ \end{aligned}$$

35) ¿Cuánto mide el ángulo $\angle BGF$?

- A) 135°
- B) 90°
- C) $67,5^\circ$
- D) $112,5^\circ$



36) Una diagonal del polígono es:

- A) \overline{ED} (lado)
- B) \overline{OA} (radio)
- C) \overline{HE} ✓
- D) \overline{MD} —

37) ¿Cuántas diagonales tiene el polígono?

- A) 8
- B) 16
- C) 40
- D) 20

$$D = \frac{n(n-3)}{2} = \frac{8 \cdot 5}{2} = 20$$

38) ¿Cuál de las siguientes proposiciones es falsa?

- A) $E-O-A$ ✓
- B) Las diagonales \overline{AE} y \overline{FB} se intersecan en O ✓
- C) $\triangle AOB$ es equilátero
- D) La recta \overline{AD} es perpendicular a \overline{DE}

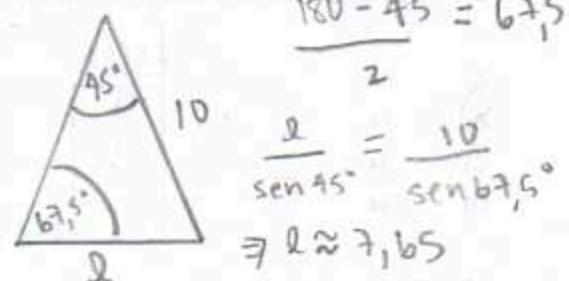
39) ¿Cuál es la medida aproximada de la longitud de la circunferencia?

- A) 62,83
- B) 58,05
- C) 24,04
- D) 48,08

$$\begin{aligned} C &= 2\pi R \\ &= 2\pi(10) \approx 62,83 \end{aligned}$$

40) ¿Cuál es aproximadamente el perímetro del polígono?

- A) 61,23
- B) 73,84
- C) 80,00
- D) 95,12



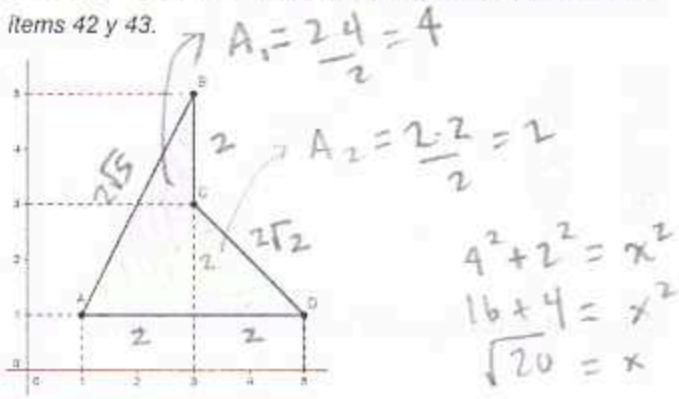
$$\begin{aligned} \frac{180^\circ - 45^\circ}{2} &= 67,5^\circ \\ \frac{l}{\sin 45^\circ} &= \frac{10}{\sin 67,5^\circ} \\ l &\approx 7,65 \end{aligned}$$

41) ¿Cuál es aproximadamente el área del polígono?

- R) 5 2 8 2, 8 4

$$\Rightarrow P \approx 61,23$$

Considera la siguiente figura y con base en ella conteste los items 42 y 43.



42) ¿Cuál es el área del cuadrilátero $ABCD$? $2\sqrt{5} = x$

- A) 3
- B) 6
- C) 9
- D) 12

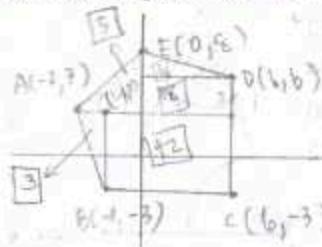
43) El perímetro de $ABCD$ es aproximadamente:

- A) 11,30
- B) 32,25
- C) 13,50
- D) 25,85

Considera los puntos $A(-2,3)$, $B(-1,-3)$, $C(6,-3)$, $D(6,6)$ y $E(0,8)$. Con base en ellos conteste los items 44 y 45.

44) ¿Cuál es el área del pentágono $ABCDE$?

- A) 64
- B) 74
- C) 84
- D) 94

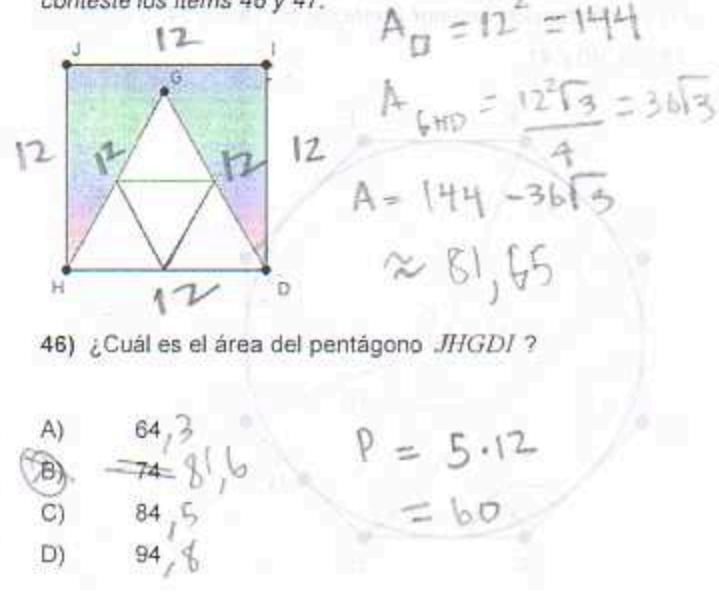


45) El perímetro del pentágono $ABCDE$ es aproximadamente:

- A) 25,80
- B) 33,79
- C) 44,17
- D) 16,25

$$\begin{aligned} AB &= \sqrt{(-1+2)^2 + (-3-3)^2} = \sqrt{10} \\ BC &= \sqrt{(6+1)^2 + (-3+3)^2} = 5 \\ CD &= \sqrt{(6-6)^2 + (6+3)^2} = 9 \\ DE &= \sqrt{(0-6)^2 + (8-6)^2} = \sqrt{40} \\ EA &= \sqrt{(0+2)^2 + (8-3)^2} = \sqrt{29} \end{aligned}$$

Considera la siguiente figura formada por un cuadrado de lado 12 cm y cuatro triángulos equiláteros. Con base en ella conteste los items 46 y 47.



46) ¿Cuál es el área del pentágono $JHGDI$?

- A) ~~64,3~~
- B) ~~74~~ 81,6
- C) ~~84,5~~
- D) ~~94,8~~

$$\begin{aligned} P &= 5 \cdot 12 \\ &= 60 \end{aligned}$$

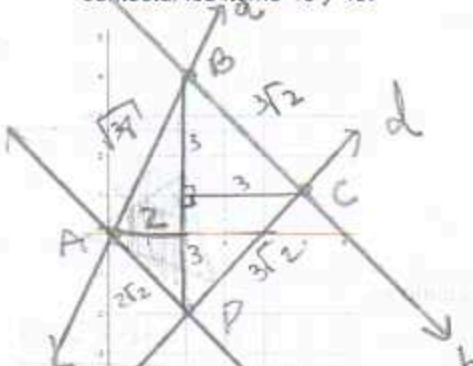
47) El perímetro del pentágono $JHGDI$ es:

- R/ 60

Considera las rectas con ecuaciones

$a: y = 2x$, $b: y = -x + 6$, $c: y = -x$, $d: y = x - 4$ y los puntos de intersección $\{A\} = a \cap c$, $\{B\} = a \cap b$, $\{C\} = b \cap d$, $\{D\} = c \cap d$.

Con ellos se forma el cuadrilátero $ABCD$, utilícelo para contestar los items 48 y 49.



48) ¿Cuál es el perímetro del cuadrilátero $ABCD$?

- A) 8,43
- B) 12
- C) 15,78
- D) 20

- 49) El perímetro del cuadrilátero $ABCD$ es:

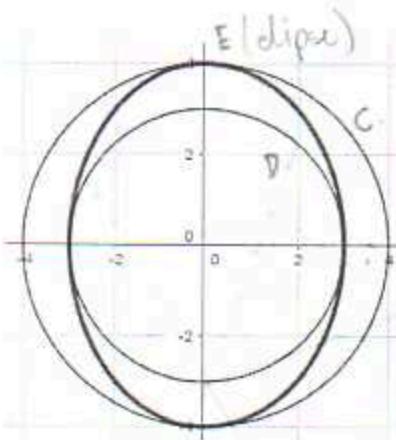
R/ 0 0 1 5 0 0

$$(ABD) = \frac{6 \cdot 2}{2} = 6$$

$$(ABCD) = 15$$

$$(BDC) = \frac{6 \cdot 3}{2} = 9$$

En la figura se muestran las circunferencias con ecuaciones $x^2 + y^2 = 9$ y $x^2 + y^2 = 16$ una elipse entre ellas. Con base en ellos conteste los ítems 50 y 51.



$$C = 2\pi \cdot 4 \\ = 8\pi$$

$$D = 2\pi \cdot 3 \\ = 6\pi$$

$$6\pi < E < 8\pi$$

- 50) El perímetro de la elipse con certeza cumple P :

- A) $0 < P < 3\pi$
- B) $4\pi < P < 15,7$
- C) $18,84 < P < 25,12$
- D) $28,32 < P < 35,15$

$$A_c = \pi \cdot 4^2 \\ = 16\pi$$

$$A_d = \pi \cdot 3^2 \\ = 9\pi$$

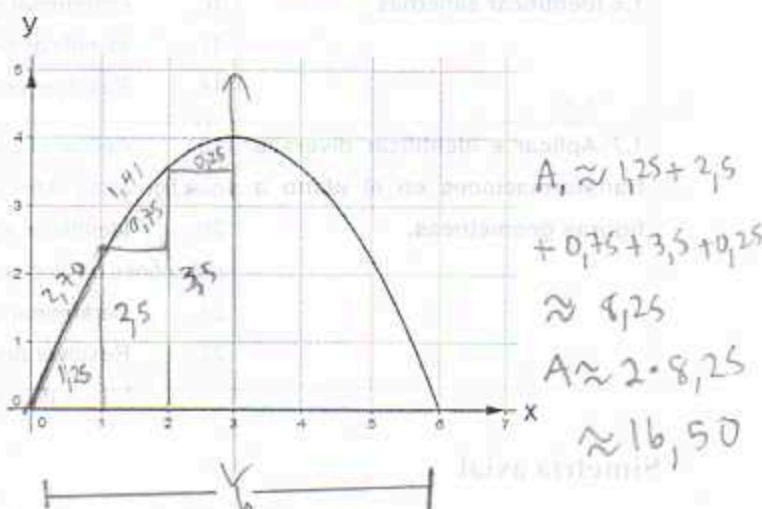
- 51) El área A de la elipse con certeza cumple:

- A) $0 < A < 3\pi$
- B) $4\pi < A < 15,7$
- C) $18,84 < A < 25,12$
- D) $28,27 < A < 50,27$

$$9\pi < A_e < 16\pi$$

$$28,27 < A_e < 50,27$$

A continuación se le presenta una gráfica de una curva ubicada en un sistema de coordenadas cartesianas:



Con base en la información anterior conteste los siguientes dos ítems.

- 52) El área limitada por el eje de las abscisas y la curva dada en la anterior gráfica, es aproximadamente:

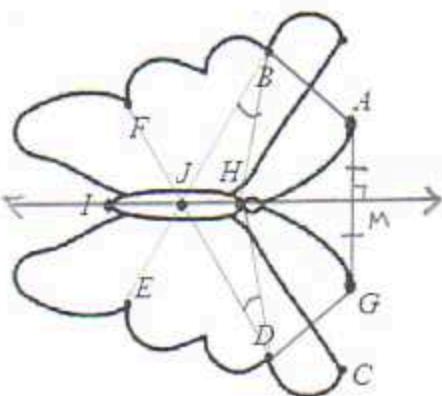
- A) 12
- B) 16
- C) 18
- D) 21

- 53) El perímetro de la zona limitada por el eje de la abscisas y la curva dada en la gráfica anterior, es aproximadamente:

- A) 11,5
- B) 13,5
- C) 15,5
- D) 17,5

SELECCIÓN ÚNICA O RESPUESTA BREVE

El siguiente dibujo presenta simetría axial. Con base en ella conteste los ítems 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9.



1) El eje de simetría es la recta:

- A) \overline{AG}
 B) \overline{FC}
 C) \overline{HI}
 D) \overline{FD}

2) El punto simétrico a F es:

- A) E
 B) B
 C) D
 D) A

3) La imagen de D a través de la simetría es:

- A) E
 B) B
 C) D
 D) A

4) La preimagen de A a través de la simetría es:

- A) G
 B) B
 C) D
 D) A

5) Un punto fijo (punto cuya imagen es si mismo) es:

- A) A
 B) H
 C) F
 D) D



6) El segmento homólogo a \overline{AB} es:

- A) \overline{AD}
 B) \overline{DC}
 C) \overline{AH}
 D) \overline{GD}

7) ¿Cuál ángulo es con certeza congruente a $\angle EBH$?

- A) $\angle FBH$
 B) $\angle HDF$
 C) $\angle EDH$
 D) $\angle EBI$

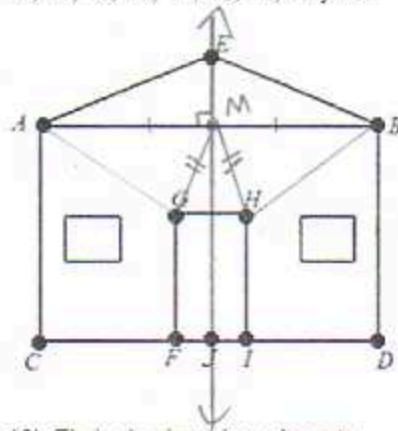
8) Suponiendo que $F-J-D$ y $I-J-H$, ¿cuál de las siguientes expresiones es menor?

- A) $FD+DB$
 B) $FJ+JB$
 C) $FH+HB$
 D) $FI+IB$
- Como D y B son simétricos y $F-J-D$ entonces $FJ+JB < FL+LB$ para cualquier L en el eje de sim.

9) Sea M la intersección de \overline{IH} con \overline{AG} . ¿Cuál de las siguientes proposiciones puede ser falsa?

- A) $\overline{AM} \cong \overline{MG}$ ✓
 B) $\overline{AG} \perp \overline{IH}$ ✓
 C) $AG = 2AM$ ✓
 D) $AB = AM$ ✗

El siguiente dibujo presenta simetría axial. J es el punto medio de \overline{FI} . Con base en la información conteste los ítems 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17 y 18.



10) El eje de simetría es la recta:

- A) \overline{AB}
- B) \overline{GH}
- C) \overline{GF}
- D) \overline{EJ}

11) El punto simétrico a F es:

- A) C
- B) G
- C) I
- D) A

12) La imagen de D a través de la simetría es:

- A) C
- B) B
- C) D
- D) A

13) La preimagen de A a través de la simetría es:

- A) G
- B) B
- C) D
- D) A

14) Un punto fijo (punto cuya imagen es si mismo) es:

- A) A
- B) H
- C) F
- D) E

15) El segmento homólogo a \overline{AG} es:

- A) \overline{AE}
- B) \overline{DC}
- C) \overline{HB}
- D) \overline{GD}

16) ¿Cuál ángulo es con certeza congruente a $\angle EBH$?

- A) $\angle EHD$
- B) $\angle HDF$
- C) $\angle EAG$
- D) $\angle EAH$

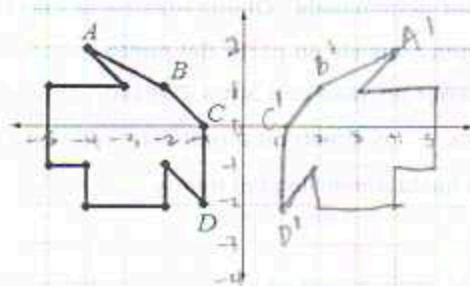
17) ¿Cuál segmento es con certeza congruente a \overline{FD} es:

- A) \overline{BD}
- B) \overline{AF}
- C) \overline{ID}
- D) \overline{CI}

18) Sea M la intersección de \overline{EJ} con \overline{AB} . ¿Cuál de las siguientes proposiciones es con certeza verdadera?

- A) $\overline{AM} \cong \overline{MJ}$
- B) $\overline{AD} \parallel \overline{EB}$
- C) $MG = MH$
- D) $m\angle CMD = 60^\circ$

En la siguiente figura representada en un plano cartesiano cada cuadro tiene una unidad de lado. Se dibuja la figura simétrica respecto al eje y. Con base en esa información conteste las preguntas 19 a 22.



19) La imagen de A corresponde al punto:

- A) $(2, -4)$
- B) $(4, 2)$
- C) $(2, 4)$
- D) $(-4, 2)$

20) La imagen de B corresponde al punto:

- A) $(2, \frac{1}{2})$
- B) $(-2, \frac{1}{2})$
- C) $(\frac{1}{2}, -2)$
- D) $(-\frac{1}{2}, -2)$

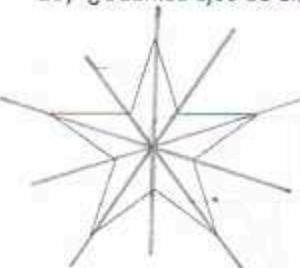
21) La distancia de C' a su homólogo es:

- A) 1
- B) $\sqrt{2}$
- C) 2
- D) 4

22) ¿La imagen de cuál punto tiene abscisa igual a uno y ordenada negativa?

- A) A
- B) B
- C) C
- D) D

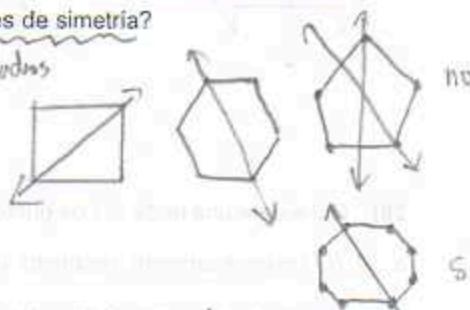
23) ¿Cuántos ejes de simetría tiene la siguiente figura?



- A) 0
- B) 5
- C) 10
- D) 15

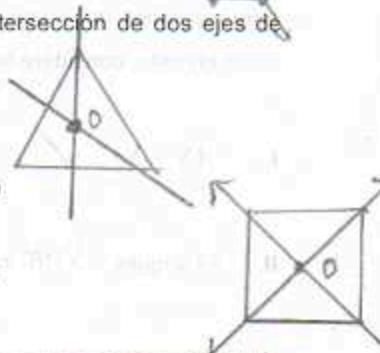
24) ¿En cuál de los siguientes polígonos regulares hay diagonales que son ejes de simetría?

- Haz una par de lados
- A) Pentágono
 - B) Heptágono
 - C) Octágono
 - D) Nonágono

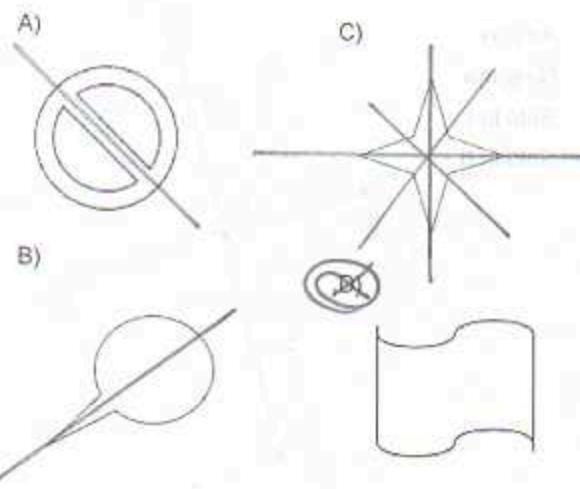


25) En un polígono regular, la intersección de dos ejes de simetría distintos es:

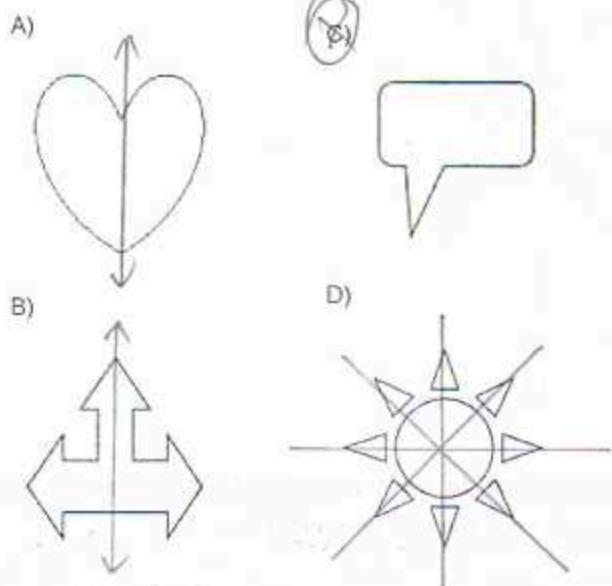
- A) Un vértice del polígono
- B) El punto medio de un lado
- C) El centro del polígono
- D) Ninguno de los anteriores



26) ¿Cuál de las siguientes figuras no tiene ejes de simetría?



27) ¿Cuál de las siguientes figuras no tiene ejes de simetría?



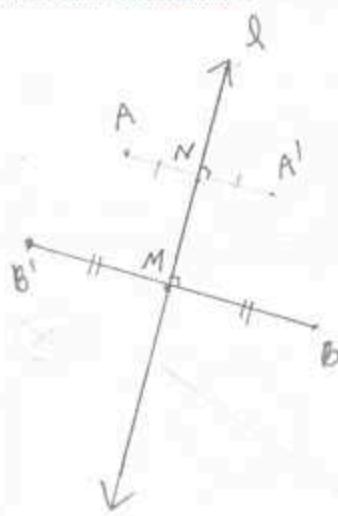
28) Considere una recta ℓ . Los puntos A', B' son simétricos a A, B respectivamente respecto a ℓ . N y M son las intersecciones de ℓ con $\overline{AA'}$ y $\overline{BB'}$ respectivamente. Con base en esto, considere las siguientes proposiciones.

I. $AN = NA'$ ✓

II. El ángulo $\angle NMB'$ es recto. ✓

De ellas, ¿cuáles son con certeza verdaderas?

- A) Ambas
B) Ninguna
C) Solo la I
D) Solo la II



Considere el siguiente contexto y utilicelo para contestar las preguntas 29 y 30.

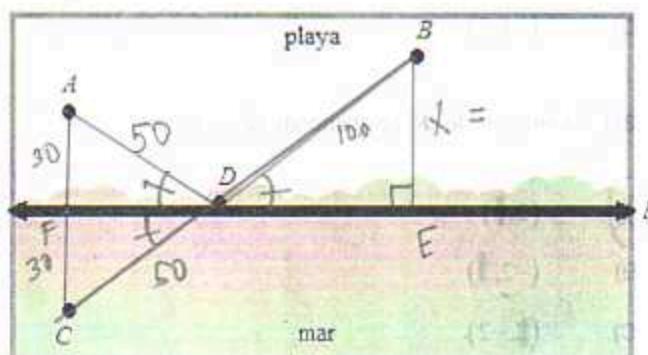
Olimpiadas de la Playa

En una actividad denominada "Olimpiadas de la Playa", uno de los juegos consiste en partir del punto A , correr hacia el mar, llenar un vaso con agua y llevarlo al punto B . En la figura, C es simétrico a respecto a la recta ℓ que representa hasta donde llega el mar, y $C-D-B$.

29) De acuerdo con el contexto anterior, considere las siguientes proposiciones.

I. El camino más corto para realizar el juego, consiste en tomar el agua en el punto D . ✓

II. La distancia de A a D es igual a la distancia de D a B . ✗



De ellas, ¿cuáles son con certeza verdaderas?

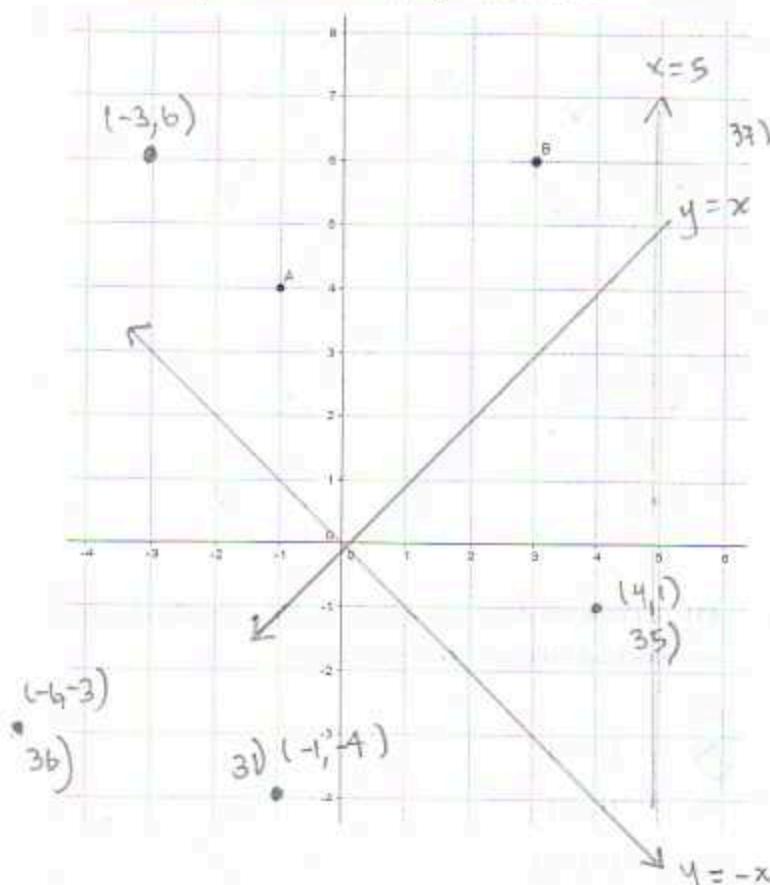
- A) Ambas
 B) Ninguna
 C) Solo la I
 D) Solo la II

30) Suponiendo que $AD = 50m$, $AC = 60m$ y $BD = 100m$, ¿cuál es, en metros, la distancia del punto B al mar?

R/ ,

$$\frac{BE}{CF} = \frac{BD}{CD} \Rightarrow \frac{x}{30} = \frac{100}{50} \Rightarrow x = 60$$

Considera los puntos $A(-1,4)$ y $B(3,6)$. Utilice la información para contestar las preguntas 31 a 37.



31) La reflexión sobre el eje x del punto A , corresponde a:

- A) $(1,4)$
- B) $(-1,4)$
- C) $(-1,-4)$
- D) $(1,-4)$

32) La reflexión sobre el eje y del punto B , corresponde a:

- A) $(3,6)$
- B) $(-3,6)$
- C) $(3,-6)$
- D) $(-3,-6)$

33) Al aplicar la homotecia directa con centro en el origen que triplica el tamaño, la imagen del punto A , corresponde a:

- A) $(-3,12)$
- B) $(3,-12)$
- C) $\left(\frac{-1}{3}, \frac{4}{3}\right)$
- D) $\left(\frac{1}{3}, \frac{-4}{3}\right)$

34) La homotecia indirecta, con centro en A , que duplica el tamaño del punto B , corresponde a: $x = 3, y = 6$

- A) $\kappa = -2 (6,12) \quad H(B) = (\sigma + \kappa(x-\sigma), y + \kappa(y-\sigma))$
- B) $(-9,0) = (-1 - 2(3 - (-1)), 4 - 2(6 - 4))$
- C) $(-6,-12) = (-1 - 8, 4 - 4)$
- D) $(11,10) = (-9,0)$

35) La reflexión sobre $y = x$ del punto A , corresponde a:

- A) $(4,1) \quad (x,y) \rightarrow (y,x)$
- B) $(1,-4) \quad (-1,4) \rightarrow (4,-1)$
- C) $(-1,4)$
- D) $(4,-1)$

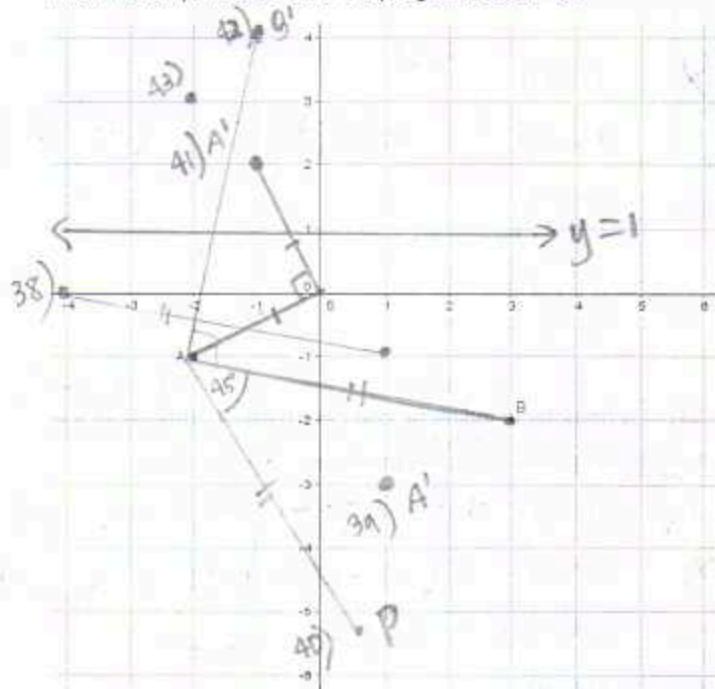
36) La reflexión sobre $y = -x$ del punto B , corresponde a:

- A) $(3,6) \quad (x,y) \rightarrow (-y,-x)$
- B) $(-3,-6) \quad (3,6) \rightarrow (-6,-3)$
- C) $(-6,-3)$
- D) $(6,3)$

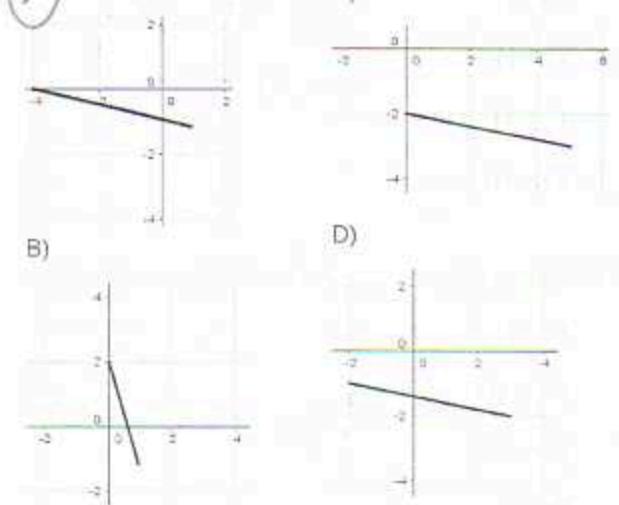
37) La reflexión sobre $x = 5$ del punto B , corresponde a:

- A) $(3,5)$
- B) $(3,4)$
- C) $(5,6)$
- D) $(7,6)$

Considera los puntos $A(-2,1)$ y $B(3,-2)$. Utilice la información para contestar las preguntas 38 a 43.



- 38) Al trasladar el segmento \overline{AB} en dirección $(-2,1)$ se obtiene la siguiente representación:



- 39) Al trasladar el punto A en la dirección que indica el punto B se obtiene el punto:

- A) $(-5,3)$ $(x,y) \rightarrow (x+3, y-2)$
 B) $(1,-1)$ $(-2,-1) \rightarrow (-2+3, -1-2)$
 C) $(5,3)$
 D) $(-1,1)$ $(1, -3)$

- 40) Al rotar un ángulo de 45° desde A , en sentido horario, la imagen P del punto B , se representa en la siguiente gráfica:

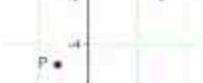
A)



B)



C)



D)



- 41) La rotación de A , un ángulo de 90° en sentido horario medido desde el origen, corresponde a:

- A) $(-1,2)$
 B) $(1,-2)$
 C) $(-1,-2)$
 D) $(1,2)$

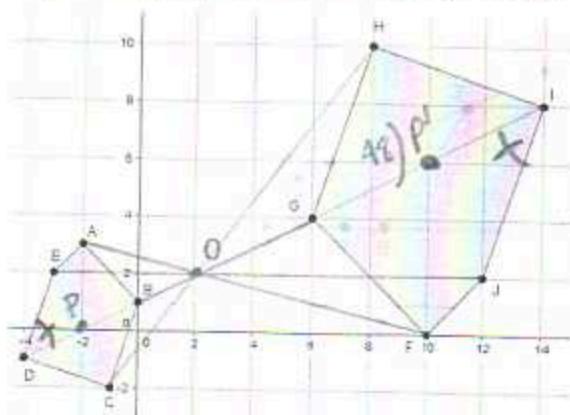
- 42) La rotación de B , un ángulo de 90° , medido del punto A , en sentido anti horario, corresponde a:

- A) $(-3,-6)$
 B) $(2,3)$
 C) $(-2,3)$
 D) $(-1,4)$

- 43) La reflexión sobre $y=1$ del punto A , corresponde a:

- A) $(4,-1)$
 B) $(-2,3)$
 C) $(0,-1)$
 D) $(-1,0)$

En la figura se muestra el polígono $FGHIJ$ visto como una transformación del polígono $ABCDE$. Con base en esto responda las preguntas 44, 45, 46, 47, 48, 49 y 50.



44) ¿Qué tipo de transformación es?

- A) Una traslación
- B) Una rotación
- C) Una homotecia
- D) Una reflexión

45) Esta transformación:

- A) Es directa y aumenta el tamaño
- B) Es indirecta y aumenta el tamaño
- C) Es directa y reduce el tamaño
- D) Es indirecta y reduce el tamaño

46) La razón de la transformación:

- A) Es un número entre -4 y -3
- B) Es un número entre -3 y 0
- C) Es un número entre 0 y 3
- D) Es un número entre 3 y 6

Es directa y aumenta el tamaño
 $k = -2$

47) El centro de la transformación corresponde a:

- A) (2, 2)
- B) (4, 4)
- C) (3, 1)
- D) (0, 0)

$$\{O\} = \overline{AF} \cap \overline{CH}$$

o cualquier par de segmentos que unen puntos homólogos

48) Bajo esta misma transformación, ¿cuáles serían las coordenadas de la imagen de (-2, 0)?

- A) (4, 0) centro $(2, 2) = (x_1, y_1)$
- B) (-4, 0) punto $(-2, 0) = (x, y)$
- C) (10, 6) razón $k = -2$
- D) (-6, -2) imagen $= (x + k(x-2), y + k(y-2))$
 $= (2 - 2(-2-2), 2 - 2(0-2)) = (0, 6)$

49) De acuerdo con la transformación, suponiendo que la razón de esta es k , considere las siguientes proposiciones:

I. Si el perímetro de $ABCDE$ es P , entonces, el perímetro de $FGHIJ$ es $|k| \cdot P$ ✓

II. Si el área de $ABCDE$ es A , entonces, el área de $FGHIJ$ es $|k|^2 \cdot A$ X $|k|^2 \cdot A$

De ellas, ¿cuáles son con certeza verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

50) De acuerdo con la transformación, suponiendo que el centro de la transformación es O , considere las siguientes proposiciones:

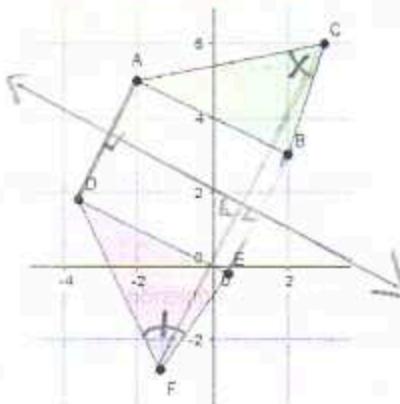
I. $C-O-H$ ✓

II. $\angle EOD \cong \angle JIO$ ✓

De ellas, ¿cuáles son con certeza verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

En la figura se muestra el triángulo DEF visto como una transformación del triángulo ABC . Con base en esto responda las preguntas 51, 52 y 53.



51) ¿Qué tipo de transformación es?

- A) Una translación
- B) Una rotación
- C) Una homotecia
- D) Una reflexión

52) De acuerdo con la transformación, suponiendo que el centro de la transformación es O , considere las siguientes proposiciones:

- I. $AB + BC + CA = DE + EF + FD$ ✓
- II. $\angle EFD \cong \angle ACB$ ✓

De ellas, ¿cuáles son con certeza verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

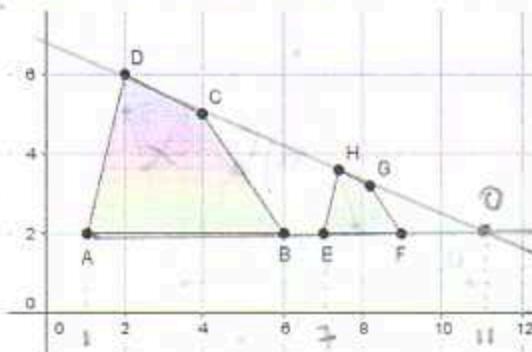
53) De acuerdo con la transformación, considere las siguientes proposiciones:

- I. $\overline{AD} \parallel \overline{CF}$ ✓
- II. $\angle EFD \cong \angle ACB$ $\overline{AD} \cong \overline{BE}$ (No se tiene suficiente información para argumento)

De ellas, ¿cuáles son con certeza verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

En la figura se muestra el cuadrilátero $EFGH$ visto como una homotecia del cuadrilátero $ABCD$. Con base en esto responda las preguntas 54, 55 y 56.



54) Esta transformación:

- A) Es directa y aumenta el tamaño
- B) Es indirecta y aumenta el tamaño
- C) Es directa y reduce el tamaño
- D) Es indirecta y reduce el tamaño

55) La razón de la transformación:

$$EF = k \cdot AB$$

- A) Es un número entre -3 y -1
- B) Es un número entre -1 y 0
- C) Es un número entre 0 y 1
- D) Es un número entre 1 y 3

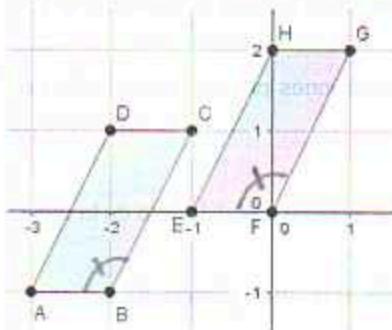
$$\begin{aligned} 2 &= k \cdot 5 \\ \frac{2}{5} &= k \\ 0,4 &= k \end{aligned}$$

56) El centro de la transformación corresponde a:

- A) $\left(\frac{13}{2}, 3\right)$ $A(1, 2)$ $O(0, 0)$
- B) $(11, 2)$ $E(7, 2)$
- C) $(9, 2)$ $E = (\sigma + k(x-\sigma), \rho + k(y-\rho))$
- D) $(0, 0)$ $(7, 2) = (\sigma + 0,4(1-\sigma), 2 + 0,4(2-\rho))$

$$\begin{aligned} 7 &= \sigma + 0,4 - 0,4\sigma \\ 6,6 &= 0,6\sigma \quad 2 = 2 + 0,4(2-\rho) \\ \frac{6,6}{0,6} &= \sigma \quad 0 = 0,8 - 0,4\rho \\ 11 &= \sigma \quad 0,4\rho = 0,8 \\ &\quad \rho = 2 \end{aligned}$$

En la figura se muestra el cuadrilátero $EFGH$ visto como una transformación del cuadrilátero $ABCD$. Con base en esto responda las preguntas 57, 58 y 59.



57) ¿Qué tipo de transformación es?

- A) Una traslación
- B) Una rotación
- C) Una homotecia
- D) Una reflexión

58) De acuerdo con la transformación, suponiendo que el centro de la transformación es O , considere las siguientes proposiciones:

I. Al aplicar la misma transformación a $EFGH$ se obtiene $ABCD$

II. El área de $EFGH$ es igual que el área de $ABCD$

De ellas, ¿cuáles son con certeza verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

59) De acuerdo con la transformación,

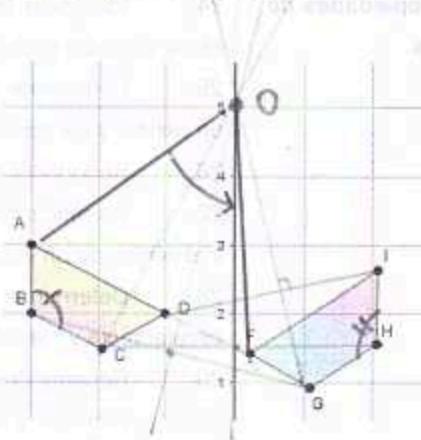
I. $AD \parallel EH$

II. $\angle ABC \cong \angle EFG$

De ellas, ¿cuáles son con certeza verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

En la figura se muestra el cuadrilátero $FGHI$ visto como una rotación del cuadrilátero $ABCD$. Con base en esto responda las preguntas 60, 61 y 62.



60) El centro de la transformación corresponde a:

- A) $(0,0)$
- B) $(5,0)$
- C) $(3,0)$
- D) $(1,0)$

El centro de una rotación es la intersección de las mediatrices de los segmentos formados por puntos homólogos.

61) Esta rotación:

- A) Es en sentido horario, y un ángulo agudo
- B) Es en sentido anti horario, y un ángulo agudo
- C) Es en sentido horario, y un ángulo obtuso
- D) Es en sentido anti horario, y un ángulo obtuso

62) De acuerdo con la transformación, cuyo centro es O :

I. $\overline{AO} \cong \overline{FO}$

II. $\angle ABC \cong \angle IHG$

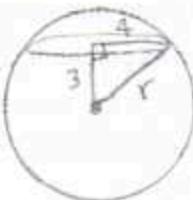
De ellas, ¿cuáles son con certeza verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

SELECCIÓN ÚNICA O RESPUESTA BREVE

- 1) Al trazar un corte con un plano a una distancia de 3 cm del centro de una esfera, se obtiene una circulo de radio 4 cm . ¿Cuánto mide el diámetro de la esfera?

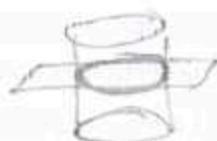
- A) 8 cm
 B) 10 cm
 C) 12 cm
 D) 15 cm



$$\begin{aligned} 3^2 + 4^2 &= x^2 \\ 25 &= x^2 \\ 5 &= x \\ d = 10\text{ cm} & \end{aligned}$$

- 2) Una superficie cilíndrica se corta con un plano paralelo a las bases. La figura plana que se obtiene corresponde a:

- A) Cuadrado
 B) Rectángulo
 C) Circunferencia
 D) Elipse

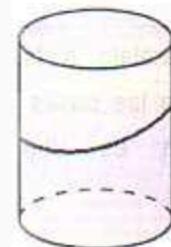


- 3) Una superficie cilíndrica se corta con un plano paralelo al eje de giro. La figura plana que se obtiene es con certeza:

- A) Un cuadrado
 B) Un rectángulo
 C) Una circunferencia
 D) Una elipse

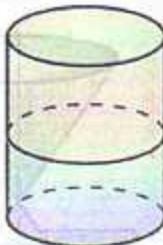


- 4) En la figura se muestra una superficie cilíndrica que es cortada por un plano transversal al eje. Entonces, la figura plana que se obtiene corresponde a:



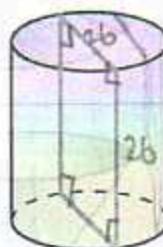
- A) Un cuadrado
 B) Un rectángulo
 C) Una circunferencia
 D) Una elipse

- 5) En la figura se muestra una superficie cilíndrica que es cortada por un plano perpendicular al eje. Entonces, la figura plana que se obtiene corresponde a



- A) Un cuadrado
 B) Un rectángulo
 C) Una circunferencia
 D) Una elipse

En la figura se muestra una superficie cilíndrica de radio 13 cm y altura 26 cm . Se hace un corte con un plano perpendicular a las bases que pasa por sus centros. Con base en esta información conteste los ítems 6, 7 y 8.



$$d = 26\text{ cm}$$

- 6) La figura plana que se forma es:
 A) Un cuadrado
 B) Un rectángulo no cuadrado
 C) Una circunferencia
 D) Una elipse

- 7) El área de la figura plana corresponde a:

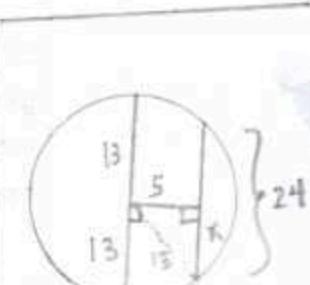
R/ 0 6 7 6 , 0 0

$$A = 26^2 = 676\text{ cm}^2$$

- 8) Se hace otro corte, paralelo y a una distancia de 5 cm al descrito anteriormente. Entonces, el área de la figura obtenida en el nuevo corte, corresponde a:

R/ 0 6 2 4 , 0 0

$$A = 24 \times 26 =$$



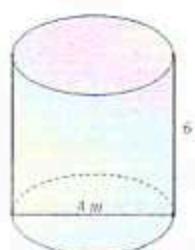
$$\begin{aligned} 13^2 &= x^2 + 5^2 \\ 169 - 25 &= x^2 \\ 144 &= x^2 \\ 12 &= x \end{aligned}$$

9) Si el área total de un cilindro circular recto es $360\pi \text{ cm}^2$, y la medida de la altura del cilindro equivale a cuatro veces la longitud del radio de la base, entonces, ¿cuál es el área lateral (en cm^2) de dicho cilindro?

- A) 24π
 B) 72π
 C) 144π
 D) 288π

$$\begin{aligned} h &= 4r \\ A_T &= A_B + A_L \\ A_T &= 2\pi r^2 + 2\pi rh \\ 360\pi &= 2\pi r^2 + 2\pi r \cdot 4r \\ 360\pi &= 2\pi r^2 + 8\pi r^2 \\ 360\pi &= 10\pi r^2 \end{aligned}$$

10) La siguiente imagen muestra un tanque para el almacenamiento de agua, el cual tiene forma de cilindro circular recto:



$$\begin{aligned} A_L &= 2\pi rh \\ &= 2\pi \cdot 2 \cdot 6 \\ &= 24\pi \end{aligned}$$

Si se desea pintar con un tipo de anticorrosivo la parte exterior del tanque (exceptuando las bases), entonces, ¿cuántos metros cuadrados de superficie se debe pintar?

- A) 10π
 B) 24π
 C) 84π
 D) 96π

11) El área basal de un cilindro es igual que su área lateral. Si el área total es 144π , entonces, la altura mide:

- A) 6 cm
 B) 12 cm
 C) 18 cm
 D) 24 cm

$$\begin{aligned} A_B &= A_L \\ 2\pi r^2 &= 2\pi rh \end{aligned}$$

$$r = h$$

$$\begin{aligned} A_T &= 2\pi r^2 + 2\pi rh \\ 144\pi &= 2\pi r^2 + 2\pi r \cdot r \\ 144\pi &= 2\pi r^2 + 2\pi r^2 \\ 144\pi &= 4\pi r^2 \Rightarrow r^2 = 36 \end{aligned}$$

12) La medida de la altura de un cono circular recto excede en 2 a la medida del radio de la base. Si el área de la base es 36π , entonces, el área lateral del cono es:

- A) 48π
 B) 60π
 C) 84π
 D) 96π

$$\begin{aligned} A_B &= \pi r^2 = 36\pi \\ r &= 6 \\ h &= 8 \\ b^2 + h^2 &= g^2 \\ 36 + 64 &= g^2 \\ 100 &= g^2 \\ g &= 10 \\ A_L &= \pi rg \\ &= \pi \cdot 6 \cdot 10 \\ &= 60\pi \end{aligned}$$

13) La altura y el radio de un cono circular recto son congruentes. Si el área basal es 36π , entonces, la generatriz del cono mide:

- A) 6 cm
 B) $6\sqrt{2}$ cm
 C) 12 cm
 D) $12\sqrt{2}$ cm



14) En un cono circular recto, la altura mide 2 cm menos que la generatriz, si el área basal es 36π , entonces, el área lateral es:

- A) 48π
 B) 60π
 C) $4\sqrt{57}\pi$
 D) $48\sqrt{13}\pi$

$$\begin{aligned} A_B &= \pi r^2 = 36\pi \\ r &= 6 \\ (g-2)^2 + b^2 &= g^2 \\ g^2 - 4g + 4 + 36 &= g^2 \\ 40 = 4g \Rightarrow g &= 10 \end{aligned}$$

15) El área total de un cono circular recto de generatriz 10 es 75π . ¿Cuál es área lateral de dicho cono?

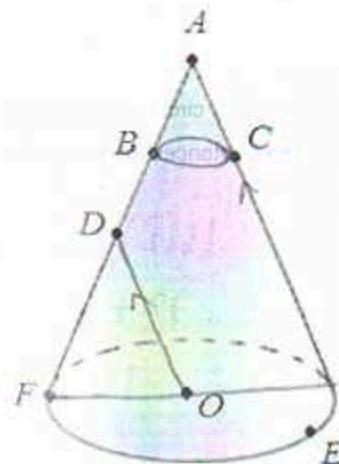
- A) 15π
 B) 25π
 C) 50π
 D) 150π

$$\begin{aligned} A_T &= A_B + A_L \\ 75\pi &= \pi r^2 + \pi r \cdot 10 \\ \pi r^2 + 10\pi r &= 75 \\ \pi r(r+10) &= 75 \\ r(r+10) &= 75 \\ r^2 + 10r - 75 &= 0 \\ r &= 5 \quad r = -15 \quad \text{(no es posible)} \end{aligned}$$

$$A_L = \pi \cdot 5 \cdot 10 = 50\pi$$

Considera el siguiente cono donde los puntos marcados cumplen las siguientes condiciones:

- El vértice del cono es A y el centro de la base es O .
- $A - B - D - F$.
- \overline{OD} es paralelo a \overline{AC} .
- B y C están en un plano paralelo a la base.
- Los puntos B, C, D, E y F pertenecen a la superficie lateral. Además, E y F también a la base.



Con base en la información conteste los ítems 16, 17, 18, 19, 20 y 21.

la superficie cónica

- 16) Al cortar el cono con un plano que pasa por \overline{OD} , la curva plana que se obtiene es:

- A) Una parábola
B) Una elipse
C) Una hipérbola
D) Una circunferencia

- 17) Al cortar el cono con un plano que pasa por \overline{OB} , la figura plana que se obtiene es:

- A) Una parábola
B) Una elipse
C) Una hipérbola
D) Una circunferencia

*OB no es paralela
a la generatriz.*

- 18) Al cortar el cono con un plano que pasa por \overline{AO} , la figura plana que se obtiene es:

- A) Una parábola
 B) Un triángulo
C) Una hipérbola
D) Una circunferencia

la superficie cónica

- 19) Al cortar el cono con un plano que pasa por \overline{BC} , la figura plana que se obtiene es:

- A) Una parábola
B) Una elipse
C) Un triángulo
 D) Una circunferencia

- 20) Considera las siguientes proposiciones:

- I. Los puntos A, B, D, O, C son coplanares.

- II. D es el punto medio de \overline{AF} .

De ellas son con certeza verdaderas,

- A) Ambas
B) Ninguna
C) Solo la I
 D) Solo la II

pero C no necesariamente

*(se deduce
de $\overline{OD} \parallel \overline{AC}$)*

- 21) Considera las siguientes proposiciones

- I. Los puntos $F - O - E$ son coplanares.

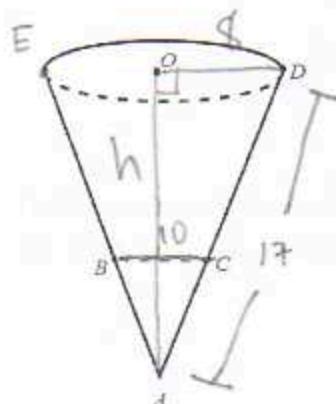
- II. $\overline{AF} \equiv \overline{AE}$

De ellas son con certeza verdaderas,

- A) Ambas
B) Ninguna
C) Solo la I
D) Solo la II

Considera el siguiente cono donde los puntos marcados cumplen las siguientes condiciones:

- El vértice del cono es A y el centro de la base es O .
- B y C están en un plano paralelo a la base
- $AD = 17\text{ cm}$, $DE = 16\text{ cm}$, $BC = 10\text{ cm}$



Con base en la información conteste los ítems 22, 23 y 24.

$$h^2 + 8^2 = 17^2$$

$$h^2 = 289 - 64$$

$$h^2 = 225 \Rightarrow h = 15$$

- 22) La altura del cono mide en centímetros:

R/ 0 0 1 5, 0

- 23) El área lateral del cono es en centímetros cuadrados aproximadamente:

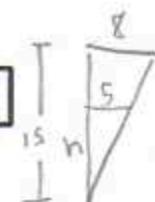
$$A_l = \pi \cdot 8 \cdot 17 = 136\pi \approx 427,04$$

R/ 0 4 2 7, 0 4

- 24) ¿Cuánto mide, en centímetros, la altura del cono de vértice en A y diámetro \overline{BC} ?

R/ 0 0 0 9, 3 8

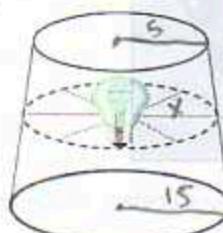
$$\frac{8}{5} = \frac{15}{h} \Rightarrow h = \frac{5 \cdot 15}{8} \\ h = 9,375$$



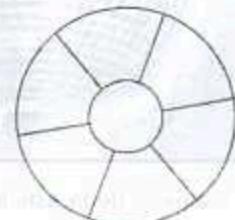
Considera el siguiente contexto "Lámpara de mi casa", y utilícelo para contestar las preguntas 25 y 26.

Lámpara de mi casa

La sombra de una lámpara (cono truncado sin tapas), posee las siguientes medidas: 20 cm de altura, 30 cm de diámetro en la circunferencia inferior y 10 cm de diámetro en la circunferencia superior. Además, a la mitad de la altura se le coloca una armazón de alambre, la cual sirve como base para el bombillo y es de forma circular.



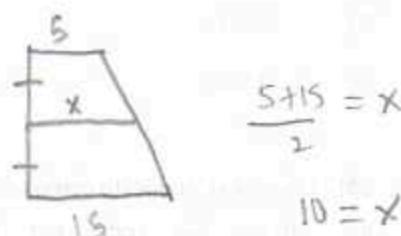
10
20
30



Base para el bombillo

- 25) De acuerdo con el contexto Lámpara de mi casa, ¿cuál es la medida del radio de la circunferencia de la armazón de alambre?

- A) 6,67 cm
B) 7,5 cm
 C) 10 cm
D) 15 cm

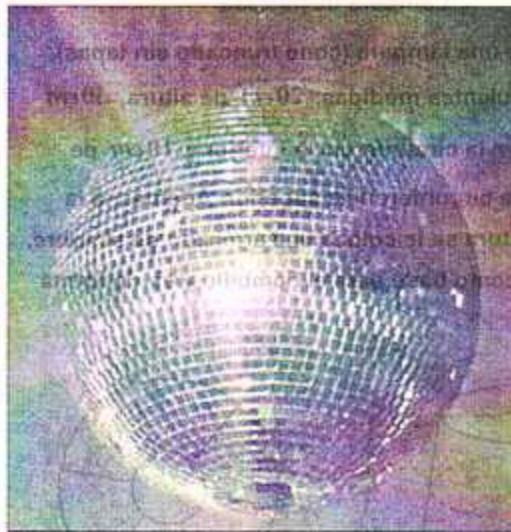


- 26) De acuerdo con el contexto Lámpara de mi casa, ¿cuál es la medida de la circunferencia de la armazón de alambre?

R/ 0 0 6 2, 8

$$C = 2\pi r \\ = 2\pi \cdot 10 = 20\pi \\ \approx 62,80$$

- 27) La siguiente imagen corresponde a una bola de discoteca, la cual consiste en una esfera con su parte exterior recubierta totalmente con espejos para que refleje luces multicolores:



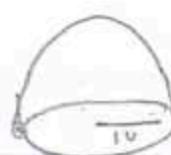
Si el diámetro de la esfera es de 30 centímetros, entonces, el total (en cm^2) de la superficie recubierta con espejo, es aproximadamente:

- A) 225π
 B) 900π
 C) 3625π
 D) 4500π

$$\begin{aligned} r &= 15 \\ A_T &= 4\pi r^2 \\ &= 4\pi \cdot 15^2 \\ &= 900\pi \end{aligned}$$

- 28) Un melón, supuesto como una esfera, tiene un diámetro de 20 cm. Se corta por la mitad. ¿Cuánto es aproximadamente la superficie de la cáscara de esa mitad, en centímetros cuadrados?

- A) 100π
 B) 200π
 C) 400π
 D) 800π



$$\begin{aligned} r &= 10 \text{ cm} \\ A_T &= 4\pi \cdot 10^2 \\ &= 200\pi \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

- 29) En la figura se muestra una bola de voleibol, supuesta esférica.



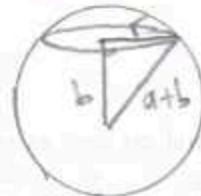
Si la longitud del diámetro de la circunferencia mayor de la bola es 40 cm, entonces, el área de dicha boyá, en centímetros cuadrados, es:

- A) 400π
 B) 1600π
 C) 3200π
 D) 6400π

$$\begin{aligned} r &= 20 \text{ cm} \\ A_T &= 4\pi r^2 \\ &= 4\pi \cdot 20^2 \\ &= 1600\pi \end{aligned}$$

- 30) Una esfera tiene radio $a+b$ donde $a, b > 0$. El radio del círculo que corresponde al corte por un plano a una distancia de b del centro, mide

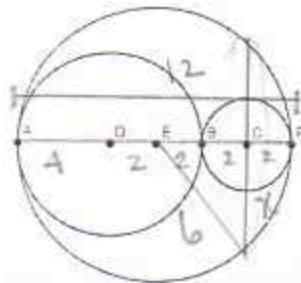
- A) a
 B) a^2
 C) $\sqrt{a^2 + 2ab}$
 D) $\sqrt{b^2 + 2ab}$



$$\begin{aligned} r^2 + b^2 &= (a+b)^2 \\ r^2 + b^2 &= a^2 + 2ab + b^2 \\ r &= \sqrt{a^2 + 2ab} \end{aligned}$$

Considera el siguiente diagrama donde se muestran tres esferas tangentes entre sí, y se cumple que:

- D y C son los centros de las esferas pequeñas, y E es el centro de la esfera mayor.
- A, B y F pertenecen a dos de las esferas cada uno.
- $A-D-E-B-C-F$.
- $\overline{BD} \equiv \overline{BF}$ y $AF = 12\text{ cm}$.



Con base en la información conteste los ítems 31, 32 y 33.

- 31) ¿Cuánto mide en centímetros el radio de la esfera de centro D ?

R/ 0 0 0 4, 0 0

- 32) El área total de la esfera de centro C corresponde, en centímetros cuadrados, a:

- A) 16π
B) 64π
C) 72π
D) 144π

$$\begin{aligned} A &= 4\pi r^2 \\ &= 4\pi \cdot 2^2 \\ &= 16\pi \end{aligned}$$

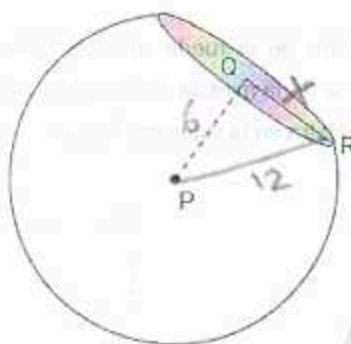
- 33) A la esfera con centro en E , se le hace un corte por un plano perpendicular al eje \overline{AF} que pasa por el punto C . El radio del círculo que corresponde a la intersección es:

- A) $2\sqrt{5}\text{ cm}$
B) $4\sqrt{3}\text{ cm}$
C) $6\sqrt{3}\text{ cm}$
D) $4\sqrt{5}\text{ cm}$

$$\begin{aligned} 6^2 &= 9^2 + x^2 \\ 20 &= x^2 \\ 2\sqrt{5} &= x \end{aligned}$$

Considera la siguiente información:

La siguiente representación gráfica ilustra una superficie esférica cortada por un plano y una circunferencia producto del corte:



$$\begin{aligned} d &= 24 \Rightarrow r = 12 \\ x^2 + b^2 &= 12^2 \\ x^2 + 3b &= 144 \\ x^2 &= 108 \\ x &= b\sqrt{3} \end{aligned}$$

P es el centro de la esfera, Q es el centro del círculo obtenido al hacer el corte y R es un punto de la circunferencia de centro Q .

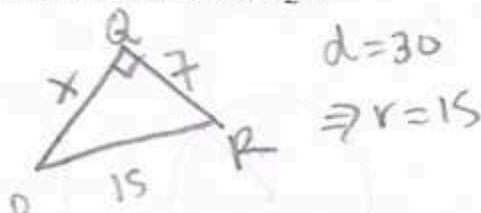
Con base en la información anterior conteste los ítems 34 y 35.

- 34) Suponga que el corte fue hecho a 6 cm del centro de la esfera y que el diámetro de la esfera es de 24 cm . ¿Cuánto mide, en centímetros, \overline{QR} ?

- A) $6\sqrt{2}$
 B) $6\sqrt{3}$
C) $6\sqrt{5}$
D) $6\sqrt{15}$

- 35) Suponga que $QR = 7\text{ cm}$ y que el diámetro de la esfera mide 30 cm . ¿Cuánto mide, en centímetros, \overline{PQ} ?

- A) 4
 B) 12
C) $4\sqrt{11}$
D) $8\sqrt{11}$



$$\begin{aligned} x^2 + 7^2 &= 15^2 \\ x^2 + 49 &= 225 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^2 &= 176 \\ x &= \sqrt{176} = 4\sqrt{11} \end{aligned}$$

AUTOEVALUACIÓN Geometría

SELECCIÓN ÚNICA O RESPUESTA BREVE

- 1) La medida del diámetro de la rueda delantera de la siguiente bicicleta es el triple de la medida del diámetro de la rueda trasera, según se muestra en la siguiente figura:



$$r = 22,50$$

$$d = 45$$

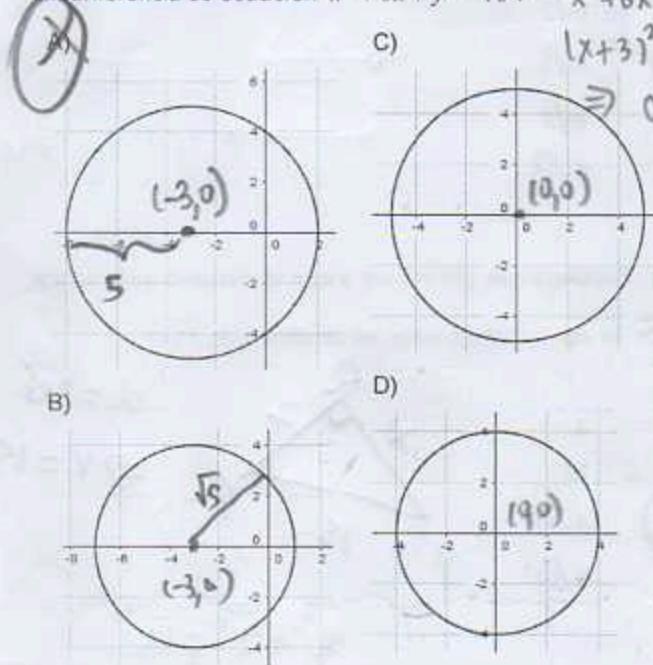
$$D = 3(45) \\ = 135$$

La medida del radio de la rueda trasera es 22,50 cm.
Entonces, la medida en centímetros, del diámetro de la rueda delantera es:

R/ 0 1 3 5, 0 0

- 2) ¿A cuál de las siguientes gráficas corresponde la

circunferencia de ecuación $x^2 + 6x + y^2 = 16$? $x^2 + 6x + 9 + y^2 = 16 \rightarrow (x+3)^2 + y^2 = 25$



- 3) La ecuación de la circunferencia con centro en $(-1, 3)$ y radio 4 corresponde a:

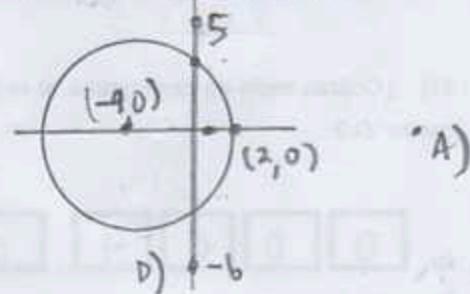
- A) $(x-1)^2 + (y+3)^2 = 4$ $x^2 + 2x + 1 + y^2 + 6y + 9 = 16$
 B) $(x+1)^2 + (y-3)^2 = 4$ $x^2 + 2x + y^2 - 6y = 6$
 C) $x^2 + 2x + y^2 - 6y = 6$
 D) $x^2 + 2x + y^2 + 6y = 16$

$$(x+1)^2 + (y-3)^2 = 4^2$$

$$x^2 + 2x + 1 + y^2 - 6y = 16$$

- 4) Sea la ecuación de la circunferencia $(x+4)^2 + y^2 = 36$, un punto que se ubica en su interior corresponde a:

- A) $(10, 0)$
 B) $(0, 5)$
 C) $(1, 0)$
 D) $(0, -6)$



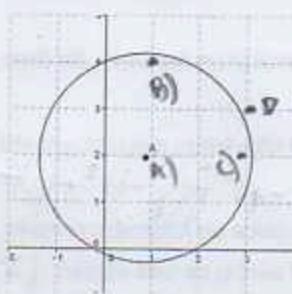
- 5) Los extremos del diámetro de una circunferencia son $(-2, 6)$ y $(4, 8)$. La ecuación de esa circunferencia corresponde a: $D = \left(\frac{-2+4}{2}, \frac{6+8}{2}\right) = (1, 7)$

- A) $(x+2)^2 + (y-6)^2 = \sqrt{40}$ $r = \sqrt{(4-1)^2 + (8-7)^2}$
 B) $(x+2)^2 + (y-6)^2 = 40$
 C) $(x-1)^2 + (y-7)^2 = \sqrt{10}$ $r = \sqrt{10}$
 D) $(x-1)^2 + (y-7)^2 = 10$

$$(x-1)^2 + (y-7)^2 = \sqrt{10}^2$$

$$= 10$$

- 6) Dada la siguiente gráfica, un punto que se ubica en el exterior de dicha circunferencia corresponde a:



- A) (1, 2)
B) (1, 4)
C) (3, 2)
 D) (3, 3)

- 7) Sean l_1 y l_2 dos rectas paralelas entre sí. Si l_1 está dada por $y = \frac{6}{5}x + 6$, y la ecuación de l_2 es $y = mx + 7$, entonces, el valor de "m" en l_2 es:

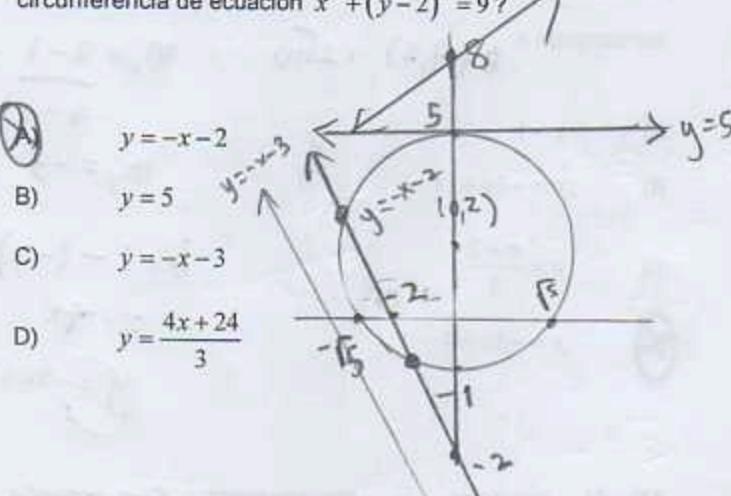
- A) $\frac{5}{6}$
 B) $\frac{6}{5}$
C) $-\frac{5}{6}$
D) $-\frac{6}{5}$

- 8) Sea l la recta que contiene a (8, -3) y (-4, 5). ¿Cuál es la ecuación de la recta que pasa por el origen del sistema de coordenadas y es perpendicular a l ?

- A) $y = \frac{3}{2}x$
 B) $y = \frac{2}{3}x$
C) $y = -\frac{3}{2}x$
D) $y = -\frac{2}{3}x$
- $M_1 = \frac{5 - (-3)}{-4 - 8} = \frac{8}{-12} = -\frac{2}{3}$
- $M_2 = \frac{3}{2}$ $b = 0$
- $y = \frac{3}{2}x$

- 9) ¿Cuál de las siguientes rectas es secante a la circunferencia de ecuación $x^2 + (y - 2)^2 = 9$?

- A) $y = -x - 2$
B) $y = 5$
C) $y = -x - 3$
D) $y = \frac{4x + 24}{3}$

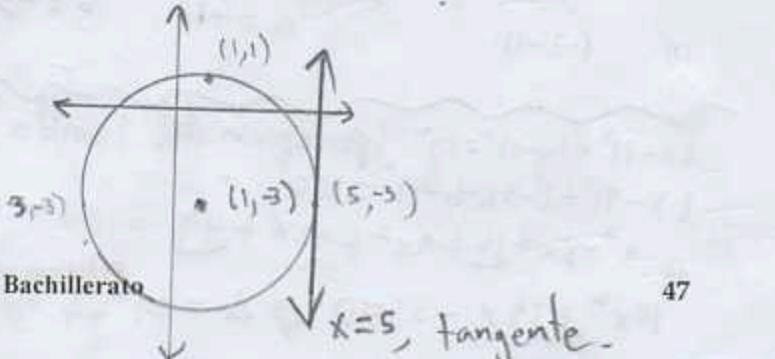


- 10) Respecto a la circunferencia de ecuación $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 10$ la recta $y = x + 4$ es:

- A) Tangente $(x - 2)^2 + (y + 4 - 1)^2 = 10$
 B) Secante $x^2 - 4x + 4 + y^2 + 6y + 9 = 10$
C) Exterior $2x^2 + 2y^2 + 3 = 0$
D) Paralela $\Delta = 2^2 - 4(2)(3)$
 $= 4 - 24 = -20 < 0$
exterior

- 11) La ecuación de la recta tangente a la circunferencia de ecuación $(x - 1)^2 + (y + 3)^2 = 16$ en el punto (5, -3) corresponde a: (1, -3) (5, -3)

- A) $x = 1$ $m_1 = -3 - (-3) = 0$
 B) $x = 5$ $\frac{x - 1}{5 - 1}$
C) $y = -3$ \Rightarrow la tangente es vertical.
D) $y = -7$ $\Rightarrow x = 5$.



- 12) La ecuación de la recta tangente a la circunferencia de ecuación $(x-4)^2 + (y-2)^2 = 10$ en el punto $(1,1)$ corresponde a:

Considere el siguiente contexto, y con base en él conteste las preguntas 15 y 16.

- A) $x=1$
 B) $y=-3x+14$
 C) $y=\frac{x+2}{3}$
 D) $y=-3x+4$

$$\text{Círculo } (4,2), r = \sqrt{10} \quad m_y = \frac{2-1}{4-1} = \frac{1}{3}$$

$$m_T = -3 \quad b = 1 - (-3) \cdot 1 = 4 \quad y = -3x + 4$$

- 13) Al trasladar la circunferencia de ecuación $(x+2)^2 + (y-3)^2 = 16$, cuatro unidades hacia la derecha, y tres unidades hacia abajo, se obtiene la circunferencia con ecuación:

$$(a,b) = (4, -3)$$

- A) $(x+4)^2 + (y-3)^2 = 16$
 B) $(x-2)^2 + y^2 = 16$
 C) $(x+6)^2 + (y-6)^2 = 16$
 D) $(x+5)^2 + (y-7)^2 = 16$

$$16 = (x+2-4)^2 + (y-3-3)^2$$

$$(x-2)^2 + y^2 = 16$$

- 14) La circunferencia de ecuación $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 5$, se traslada a la de ecuación $x^2 + 4x + y^2 + 2y = 0$. Entonces, la traslación fue en dirección:

- En una pequeña ciudad se percibió un temblor. Se tiene la siguiente información:
- El temblor se percibe hasta 10 kilómetros a la redonda del epicentro.
- El epicentro de un temblor se ubica un kilómetro al norte, y cuatro kilómetros al este del centro de una ciudad. $(4,1)$
- La casa de Stephanie está 4 kilómetros al oeste y 10 al sur del centro de la ciudad. $(-4, -10)$
- El supermercado está 6 kilómetros al oeste y 12 kilómetros al norte del centro de la ciudad.
- El banco está 4 kilómetros al oeste y 6 kilómetros al norte del centro de la ciudad.
- Una carretera recta pasa por el supermercado y la el banco.

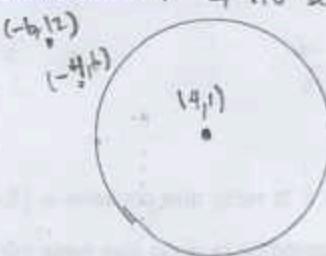
- 15) Considere la representación algebraica de la situación, tomando como el origen el centro de la ciudad, y cada unidad de un kilómetro, y las siguientes afirmaciones

- La ecuación de la circunferencia que describe el límite de la percepción del temblor es $(x-4)^2 + (y-1)^2 = 10$. \times
- El temblor se percibe en la casa de Stephanie. \times

$$(-4-4)^2 + (-10-1)^2 = 64+121 > 100$$

De ellas son con certeza verdaderas. \Rightarrow no se siente

- A) Ambas
 B) Ninguna
 C) Solo la I
 D) Solo la II



- 16) Considere las siguientes proposiciones

- Existen puntos de la carretera donde se percibe el temblor.
- El temblor se percibe en el supermercado. \times

De ellas son con certeza verdaderas:

- A) Ambas $m = \frac{12-b}{-b+4} = \frac{6}{-2} = -3$
 B) Ninguna $b = 12 - (-3)(-6) = -18$
 C) Solo la I $y = -3x - 6 \rightarrow \text{CARRETERA}$
 D) Solo la II

- A) $(-1, -3)$
 B) $(1, 3)$
 C) $(3, 1)$
 D) $(-3, -1)$

$$(x+2)^2 + (y+1)^2 = 5$$

$$(x+1-a)^2 + (y-2-b)^2 = 5$$

$$2 = 1 - a \quad 1 = -2 - b$$

$$a = -1 \quad b = -3$$

$$(x-4)^2 + (y-1)^2 = 10^2 \quad (\text{percepción del temblor})$$

$$(x-4)^2 + (-3x-6-1)^2 = 100$$

$$x^2 - 8x + 16 + 9x^2 + 42x + 49 = 100$$

$$10x^2 + 34x - 35 = 0 \Rightarrow \Delta = 34^2 + 4 \cdot 10 \cdot 35 > 0 \Rightarrow \text{segundo}$$

- 17) En una fábrica de pizarras acrílicas, el precio por centímetro cuadrado es de 5 colones. La escuela Las Palmitas encargó la construcción de una pizarra con forma cuadrada y con una longitud de 120 cm de lado, entonces, ¿cuánto dinero (en colones) se debe pagar por la pizarra?

- A) 9600
B) 28 800
C) 36 000
 D) 72 000

$$\begin{aligned} A &= 120^2 \\ &= 14400 \text{ cm}^2 \\ P &= 14400 \cdot 5 \\ &= 72000 \end{aligned}$$

- 18) Si la medida de cada uno de los lados de un triángulo equilátero es 12, entonces, ¿cuál es la medida del radio de la circunferencia circunscrita al triángulo?

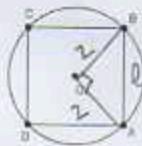
- A) 6
B) $2\sqrt{3}$
 C) $4\sqrt{3}$
D) $8\sqrt{3}$



$$\frac{l}{\sin 60^\circ} = \frac{r}{\sin 90^\circ}$$

$$R = 4\sqrt{3}$$

- 19) Considere la siguiente figura:



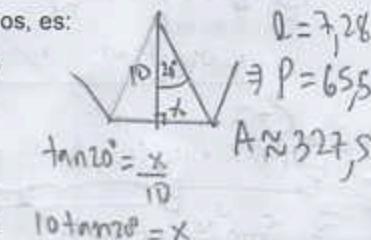
$$\begin{aligned} 2^2 + 2^2 &= l^2 \\ 8 &= l^2 \\ 2\sqrt{2} &= l \\ &= 4\sqrt{2} \end{aligned}$$

- De acuerdo con los datos de la figura, $\square ABCD$ es un cuadrado inscrito en la circunferencia de centro O . Si la longitud de la circunferencia es 4π , entonces, el perímetro de dicho cuadrado es:

- A) $8\sqrt{2}$
B) $16\sqrt{2}$
C) $2\sqrt{2} + 4$
D) $4\sqrt{2} + 4$

- 20) Un polígono regular está circunscrito a una circunferencia de radio 10 cm. Si cada ángulo externo del polígono mide 40° , entonces, el área aproximada de ese polígono, en centímetros cuadrados, es:

- A) 307,94
 B) 327,60
C) 400,00
D) 423,00



$$l = 7,28$$

$$\Rightarrow P = 65,51$$

$$A \approx 327,57$$

$$x \approx 3,64$$

- 21) La suma de las medidas de los ángulos internos de un polígono regular es 540° . Si la apotema del polígono mide 3,24 cm, entonces el área aproximada de ese polígono, en centímetros cuadrados, es:

- A) 38,13
B) 51,44
C) 166,67
D) 536,76

$$180(n-2) = 540^\circ$$

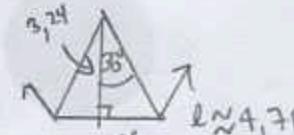
$$n-2 = 3$$

$$n = 5$$

$$\tan 36^\circ = \frac{x}{r}$$

$$m\angle C = \frac{360^\circ}{5} = 72^\circ$$

$$\Rightarrow x \approx 2,35$$



$$P \approx 23,54$$

$$A \approx 38,13$$

- 22) El lado de un hexágono regular es de 6 m, entonces, el área aproximada de este polígono, en metros cuadrados, es

- A) 36,00
B) 62,36
C) 72,00
 D) 93,53

$$\tan 30^\circ = \frac{3}{\sqrt{3}}$$

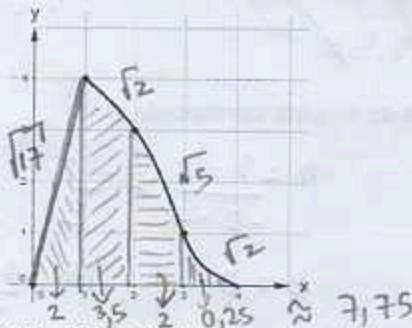
$$P = 36$$

$$a = \frac{3}{\tan 30^\circ}$$

$$A = 36 \cdot \frac{5,20}{2}$$

$$A \approx 93,53$$

Considere la siguiente representación de la gráfica de una curva ubicada en un sistema de coordenadas cartesianas, y de acuerdo con ella conteste los ítems 23 y 24.



- 23) El área limitada por el eje de las abscisas y la curva dada en la anterior gráfica, es aproximadamente:

- A) 5,0
 B) 7,5
C) 9,5
D) 11,0

- 24) El perímetro de la región limitada por el eje de las abscisas y la curva dada en la anterior gráfica, es aproximadamente:

- A) 9,25
B) 8,15
C) 10,35
 D) 13,25

$$P \approx \sqrt{17} + \sqrt{2} + \sqrt{5} + \sqrt{2} + 4$$

$$\approx 13,19$$

- 25) ¿Cuál de las siguientes figuras NO presenta simetría axial?

A)



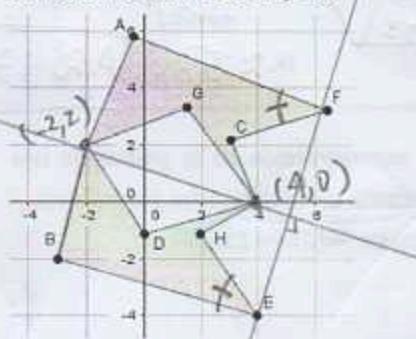
B)



C)



La siguiente figura presenta simetría axial. Con base en ella conteste los ítems 26, 27 y 28.



- 26) La ecuación del eje de simetría corresponde a:

A) $x = 0$

$m = \frac{2-0}{-2-4} = -\frac{1}{3}$

B) $y = -x + 2$

$b = 0 - (-\frac{1}{3})A = \frac{4}{3}$

$y = \frac{-x+4}{3}$

D) $y = \frac{-2x-20}{7}$

- 27) Considere las siguientes proposiciones:

I. G es el punto simétrico a D .II. $\overline{EH} \cong \overline{FC}$.

De ellas son con certeza verdaderas,

A) Ambas

B) Ninguna

C) Solo la I

D) Solo la II

- 28) Considere las siguientes proposiciones:

- I. \overline{FE} es paralela al eje de simetría.
- II. $\angle AFC \cong \angle BEH$.

De ellas son con certeza verdaderas,

A) Ambas

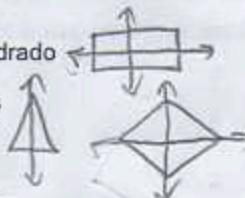
B) Ninguna

C) Solo la I

D) Solo la II

- 29) ¿Cuál de las siguientes figuras no tiene ejes de simetría?

A) Un rectángulo no cuadrado



B) Un triángulo isósceles



C) Un rombo



D) Un trapezio escaleno

- 30) ¿Cuál de las siguientes figuras tiene exactamente un eje de simetría?

A) Un triángulo equilátero ()B) Un trapezio rectángulo ()C) Un trapezio isósceles D) Una circunferencia (infinito)

- 31) Los puntos $A'(\frac{2}{5}, \frac{11}{5})$ y $B'(\frac{4}{5}, \frac{7}{5})$ son respectivamente homotéticos a $A(-2, 1)$ y $B(-1, -1)$. Considere las siguientes proposiciones:

I. La homotecia es inversa. II. El centro de la homotecia es $(3, 2)$

De ellas son con certeza verdaderas:

A) Ambas

B) Ninguna

C) Solo la I

D) Solo la II

$$A'B' = \sqrt{(\frac{2}{5})^2 + (\frac{11}{5})^2} \\ = \sqrt{\frac{4}{25} + \frac{121}{25}} = \frac{11}{5}$$

$$AB = \sqrt{(-2)^2 + (1)^2} = \sqrt{5}$$

$$\Rightarrow k = \frac{11}{5}$$

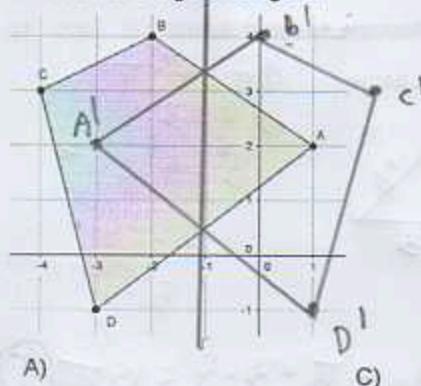
$$0 + \frac{1}{5}(-1 - r) = \frac{4}{5}$$

$$0 - \frac{1}{5} - \frac{2}{5}r = \frac{4}{5}$$

Prácticas para Bachillerato

$$\frac{3}{5}r = \frac{6}{5} \Rightarrow r = 2 \Rightarrow O \neq (3, 2)$$

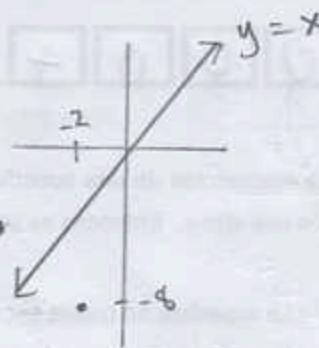
- 32) Al reflejar el cuadrilátero $ABCD$ sobre la recta $x = -1$ se obtiene la siguiente figura:



A)

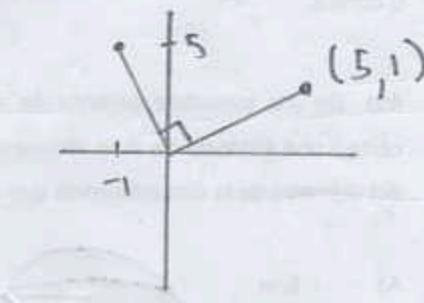
- 34) Al reflejar el punto $(-2, -8)$ sobre la recta $y = x$ se obtiene el punto:

- A) $(8, -2)$
B) $(-8, 2)$
C) $(8, 2)$
 D) $(-8, -2)$



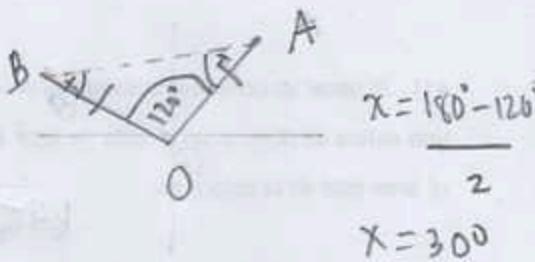
- 35) Al rotar $(-1, 5)$ desde el origen un ángulo recto en sentido horario se obtiene el punto:

- A) $(5, -1)$
B) $(-5, 1)$
 C) $(5, 1)$
D) $(-5, -1)$



- 36) La rotación del punto A un ángulo de 120° medido desde el punto O , en sentido anti horario es el punto B . Entonces, la medida del ángulo $\angle OBA$ es:

- A) 30°
B) 60°
C) 90°
D) 120°



- 37) Al hacerle un corte con un plano a una superficie cilíndrica no es posible obtener:

- A) Un cuadrado
 B) Un triángulo
C) Una circunferencia
D) Una elipse

- 33) En una homotecia con centro el origen la imagen de $(1, -4)$ es $(4, -16)$. Entonces, bajo esa misma transformación la imagen de $(2, 3)$ corresponde a:

- A) $(-8, -12)$
 B) $(8, 12)$
C) $(-8, 12)$
D) $(8, -12)$

$$4 = k \cdot 1 \Rightarrow k = 4 \quad 4(2, 3) \\ (-8, -12)$$

$$A_e = 2\pi r h$$

$$96\pi = 2\pi r \cdot 12$$

$$r = \frac{96}{24} = 4$$

PIMAS

Geometría

- 38) Si el área lateral de un cilindro es de $96\pi \text{ cm}^2$ y su altura mide 12cm , entonces el radio del cilindro es:

R/ 0 0 0 4, 0

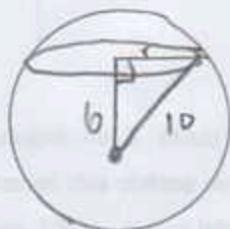
- 39) La intersección de una superficie tridimensional con un plano es una elipse. Entonces es verdadero que:

- A) La superficie no puede ser esférica
 B) La superficie no puede ser cilíndrica
 C) La superficie no puede ser cónica
 D) La superficie podría ser cualquier esférica, cilíndrica o cónica.

Los cortes planos de superficies esféricas
 siempre son circunferencias.

- 40) En una superficie esférica de radio 10cm se hace un corte a una distancia de 6cm del centro. Entonces, la medida del diámetro de la circunferencia que se obtiene es:

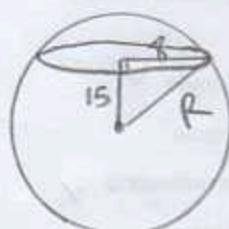
- A) 8cm
 B) 10cm
 C) 16cm
 D) 20cm



$$\begin{aligned} b^2 + r^2 &= 10^2 \\ r^2 &= 64 \\ r &= 8 \\ d &= 16\text{cm} \end{aligned}$$

- 41) Al hacer un corte a una distancia de 15cm del centro de una esfera se obtiene un círculo de área $64\pi \text{ cm}^2$, entonces, el área total de la esfera es:

- A) $256\pi \text{ cm}^2$
 B) $900\pi \text{ cm}^2$
 C) $1156\pi \text{ cm}^2$
 D) $2116\pi \text{ cm}^2$



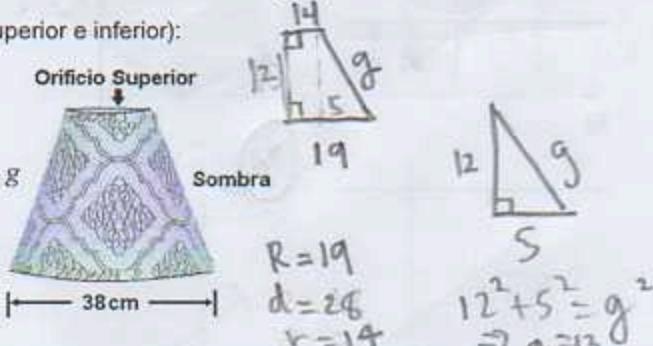
$$\begin{aligned} 8^2 + 15^2 &= r^2 \\ \Rightarrow r^2 &= 289 \\ A_T &= 4\pi r^2 \\ &= 4\pi \cdot 289 \\ &= 1156\pi \end{aligned}$$

- 42) La longitud de la altura de un cono circular recto excede en $\frac{9\pi}{24}$ cm a la medida del radio de la base. Si el área de la base es $30\pi \text{ cm}^2$, entonces, el área lateral del cono, en centímetros cuadrados, es:

- A) 48π
 B) 60π
 C) $-72\pi - 15\pi$
 D) 80π

$$\begin{aligned} 9\pi &= r^2 \pi \\ \Rightarrow r &= 3 \\ 3^2 + 4^2 &= g^2 \\ 25 &= g^2 \\ 5 &= g \\ A_L &= \pi \cdot 3 \cdot 5 = 15\pi \end{aligned}$$

- 43) En la siguiente imagen se representa una sombra para una lámpara, la cual tiene forma de cono truncado generado por la rotación de un trapecio rectángulo, cuyo lado opuesto a la altura lo denotamos con g , y con dos orificios circulares (superior e inferior):

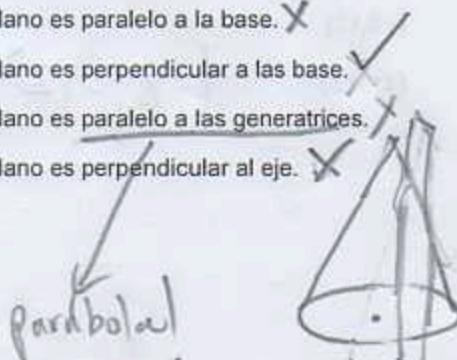


De acuerdo con los datos de la imagen anterior, si la diferencia entre las medidas del diámetro del orificio superior e inferior de la sombra de la lámpara es de 10 cm , y la distancia entre los orificios es 12 cm entonces, la medida en centímetros de g es:

R/ 0 0 1 3, 0

- 44) La intersección de un plano con una superficie cónica es una hipérbola. Entonces, es posible que

- A) El plano es paralelo a la base.
 B) El plano es perpendicular a las bases.
 C) El plano es paralelo a las generatrices.
 D) El plano es perpendicular al eje.



SELECCIÓN ÚNICA O RESPUESTA BREVE

- 1) Considere las siguientes afirmaciones respecto al conjunto \mathbb{Q} .

- I. $\mathbb{Q} \subset \mathbb{Z}$
- II. $0 \in \mathbb{Q}$

¿Cuáles de las proposiciones anteriores son verdaderas?

- A) Sólo la I
 B) Sólo la II
 C) Ambas
 D) Ninguna

- 2) El conjunto $\mathbb{Q} \cap \mathbb{D}$ corresponde a:

- A) \mathbb{Q}
 B) \mathbb{D}
 C) \mathbb{R}
 D) \mathbb{Z}

$$\mathbb{D} \subset \mathbb{Q}$$

- 3) El conjunto $\mathbb{N} \cup \mathbb{Z}$ corresponde a:

- A) \mathbb{N}
 B) \mathbb{Q}
 C) \emptyset
 D) \mathbb{Z}



- 4) De los siguientes números, ¿cuál pertenece a \mathbb{D} ?

- A) $\sqrt{2}$
 B) $5^{-3} = \frac{1}{125} = 0,008$
 C) $5^{\frac{1}{2}} = \sqrt{5}$
 D) $\frac{1}{6} = 0,1\overline{6}$

- 5) Considere las siguientes afirmaciones respecto al conjunto \mathbb{I} .

- I. $\mathbb{I} \subset \mathbb{R}^+$ II. $0 \in \mathbb{I}$

¿Cuáles de las proposiciones anteriores son verdaderas?

- A) Sólo la I
 B) Sólo la II
 C) Ambas
 D) Ninguna

- 6) La expansión decimal de cierto número positivo es finita, pero el número no es natural. Con certeza, ese número pertenece al conjunto:

- A) \mathbb{N}
 B) \mathbb{Q}
 C) \emptyset
 D) \mathbb{I}

- 7) Considere las siguientes afirmaciones respecto a un número negativo x de expansión decimal infinita no periódica.

- I. $x \in \mathbb{R}^+$ II. $x \notin \mathbb{Q}$ $x \in \mathbb{I}^-$

¿Cuáles de las proposiciones anteriores son verdaderas?

- A) Sólo la I
 B) Sólo la II
 C) Ambas
 D) Ninguna

- 8) El conjunto $\{x / x \in \mathbb{N}, 2 < x \leq 6\}$ expresado por comprensión corresponde a:

$$\{3, 4, 5, 6\}$$

- A) $\{2, 3, 4, 5, 6\}$
 B) $\{3, 4, 5, 6\}$
 C) $\{2, 3, 4, 5\}$
 D) $\{3, 4, 5\}$

Considera los conjuntos $A = \{x / x \in \mathbb{N}, 1 < x \leq 6\}$ y

$B = \{x / x \in \mathbb{N}, 3 < x < 10\}$ referidos al universo

$U = \{x / x \in \mathbb{N}, x \leq 11\}$. Con base en esa información

contesta las preguntas 9-12

$$A = \{2, 3, 4, 5, 6\}$$

9) Considera las siguientes afirmaciones

I. $A \subset B$

II. $3 \in A - B$ $3 \in A$
 $3 \notin B$

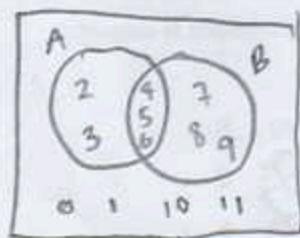
¿Cuáles de las proposiciones anteriores son verdaderas?

A) Sólo la I

B) Sólo la II

C) Ambas

D) Ninguna



10) El conjunto $A \cup B$ es:

A) $\{0, 1, 10, 11\}$

B) $\{0, 1, 10, 11\}^c$

C) $\{4, 5, 6\}$

D) $\{4, 5, 6\}^c$

$$\{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

11) El conjunto $A \cap B$ es:

A) $\{0, 1, 10, 11\}$

B) $\{0, 1, 10, 11\}^c$

C) $\{4, 5, 6\}$

D) $\{4, 5, 6\}^c$

$$\{4, 5, 6\}$$

12) El complemento del conjunto B es:

A) $\{1, 2, 3, 10, 11\}$

B) $\{4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

C) $\{0, 1, 2, 3, 10, 11\}$

D) $\{0, 1, 2, 3\}$

$$\{0, 1, 2, 3, 10, 11\}$$

Considera los conjuntos $A = \mathbb{Z}$ y $B = \mathbb{Q}$ referidos al

universo $U = \mathbb{R}$. Con base en esa información contesta las preguntas 13-16

13) Considera las siguientes afirmaciones

I. $A \subset B$

II. $\frac{1}{3} \in A - B$

$$\frac{1}{3} \notin A$$

$$\frac{1}{3} \in \mathbb{Q} \text{ y } \frac{1}{3} \notin \mathbb{Z}$$

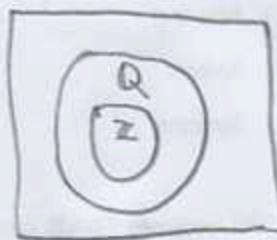
¿Cuáles de las proposiciones anteriores son verdaderas?

A) Sólo la I

B) Sólo la II

C) Ambas

D) Ninguna



14) El conjunto $A \cup B$ es:

$$\mathbb{Q} = B$$

A) \emptyset

B) A

C) B

D) \mathbb{R}

15) El conjunto $A \cap B$ es:

$$\mathbb{Z} = A$$

A) \emptyset

B) A

C) B

D) \mathbb{R}

16) El complemento del conjunto B es:

A) \mathbb{Q}

B) \mathbb{N}

C) A

D) \mathbb{I}

- 17) La notación de intervalo para el conjunto representado gráficamente corresponde a:



- A) $[1, 5]$
 B) $]1, 5[$
 C) $\text{X}]1, 5]$
 D) $[1, 5]$

- 18) La notación por compresión para el conjunto representado gráficamente corresponde a:



- A) $\{x / x \in \mathbb{R}, x > 3\}$
 B) $\{x / x \in \mathbb{R}, x < 3\}$
 C) $\{x / x \in \mathbb{R}, x \geq 3\}$
 D) $\{x / x \in \mathbb{R}, x \leq 3\}$

$$x < 3$$

- 19) ¿Cuál de los siguientes números es un elemento del intervalo $]e, 3[$?

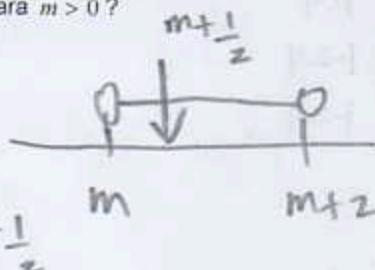
- A) $e \times$
 B) $2 \times$
 C) $3 \times$
 D) $\frac{11}{4}$

$$e \approx 2,7183$$

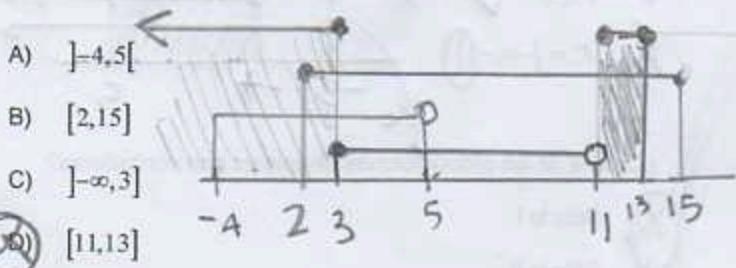
$$\frac{11}{4} = 2,75$$

- 20) ¿Cuál de los siguientes números es un elemento del intervalo $]m, m+2[$ para $m > 0$?

- A) $m+2 \times$
 B) $\frac{m}{2} \times$
 C) $\frac{2m+1}{2} = m + \frac{1}{2}$
 D) m

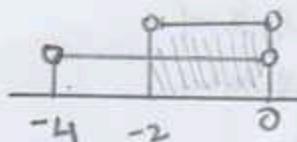


- 21) ¿Cuál de los siguientes intervalos es disjunto (su intersección es el conjunto vacío) con $[3, 11[$?



- 22) ¿Cuál de los siguientes intervalos está contenido en $] -4, 0[$?

- A) $[-3, 0]$
 B) $[-4, 0]$
 C) $\text{X}]-2, 0[$
 D) $[-4, 1]$



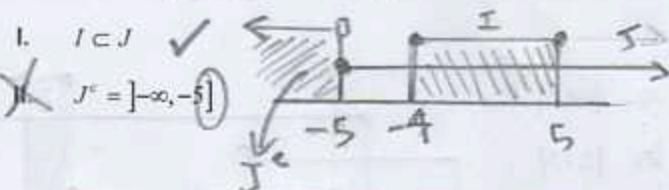
- 23) Considere las siguientes afirmaciones respecto al intervalo $I = \left\{ x / x \in \mathbb{R}, -1 \leq x < \frac{22}{7} \right\}$.

- I. $-1 \in I \checkmark \quad \frac{22}{7} \approx 3,1429$
 II. $\pi \in I \checkmark \quad \pi \approx 3,1415$

¿Cuáles de las proposiciones anteriores son verdaderas?

- A) Sólo la I
 B) Sólo la II
 C) Ambas
 D) Ninguna

- 24) Considera las siguientes afirmaciones respecto a los intervalos $I = [-4, 5]$ y $J = [-5, +\infty[$ respecto al universo \mathbb{R} .



¿Cuáles de las proposiciones anteriores son verdaderas?

- A) Sólo la I
- B) Sólo la II
- C) Ambas
- D) Ninguna

- 25) El complemento, respecto a \mathbb{R} , del intervalo $[3, 8]$

corresponde a:

- A) $]-\infty, 3] \cup [8, +\infty[$
- B) $]-\infty, 3[\cup [8, +\infty[$
- C) $[3, 8]$
- D) $[8, +\infty[$

- 26) El complemento, respecto a \mathbb{R} , del intervalo $]-\infty, -2]$

corresponde a:

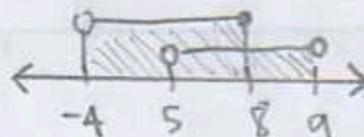
- A) $]-\infty, -2[$
- B) $[-2, +\infty[$
- C) $]-\infty, -2]$
- D) $]-2, +\infty[$

- 27) La intersección de los intervalos $]-1, 4]$ y $]3, +\infty[$ es:

- A) $[3, 4]$
- B) $]3, 4]$
- C) \emptyset
- D) $]-1, +\infty[$

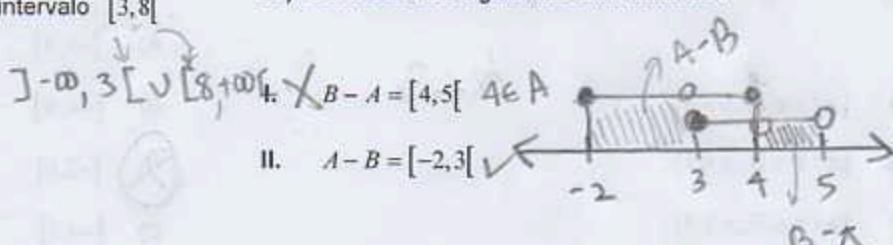
- 28) La unión de los intervalos $]-4, 8]$ y $]5, 9[$ es:

- A) $]5, 8]$
- B) $]-4, 5]$
- C) $[5, 8]$
- D) $]-4, 9[$



Considera los conjuntos $A = [-2, 4]$ y $B = [3, 5[$ referidos al universo $U = \mathbb{R}$. Con base en esa información contesta las preguntas 29-32

- 29) Considera las siguientes afirmaciones:

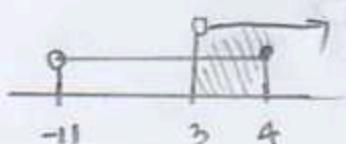


¿Cuáles de las proposiciones anteriores son verdaderas?

- A) Sólo la I
- B) Sólo la II
- C) Ambas
- D) Ninguna

- 30) El conjunto $A \cup B$ es:

- A) $[3, 4]$
- B) $]3, 4[$
- C) $[-2, 5[$
- D) $]-2, 5[$



- 31) El conjunto $A \cap B$ es:

- A) $]3,4[$
 B) $[3,4]$
 C) $[-2,5[$
 D) $]2,5[$

$$[3,4]$$

Con base en esa información conteste las preguntas 33-36

- 33) Considere las siguientes afirmaciones:

- I. El conjunto A está contenido en la región II $0 \notin A, 0 \notin I$
 II. El conjunto P está contenido en la región I $2 \in P, 2 \notin I$

¿Cuáles de las proposiciones anteriores son verdaderas?

- 32) El complemento del conjunto B es:

- A) $]-\infty,3] \cup]5,+\infty[$
 B) $]-\infty,3[\cup [5,+\infty[$
 C) $[5,+\infty[$
 D) $]-\infty,3[$

$$B = [3,5[$$

$$B^c =]-\infty,3[\cup]5,+\infty[$$

- A) Sólo la I
 B) Sólo la II
 C) Ambas
 D) Ninguna

- 34) El número 216 pertenece a la región:

- 216 = $2 \cdot 108$
 A) I
 B) II
 C) III
 D) IV
 $216 = 3 \cdot 72$

- 35) El conjunto $B - A$ es la región:

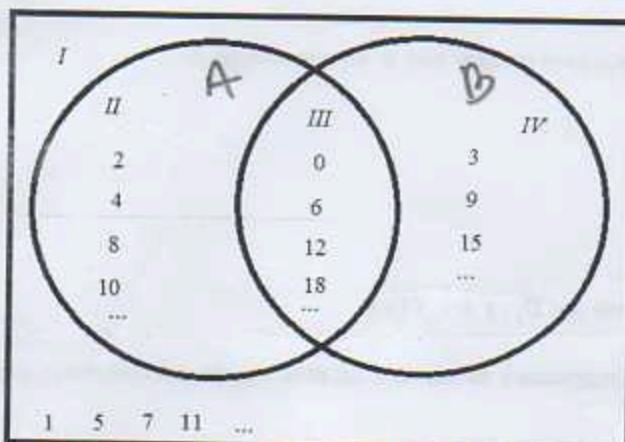
- A) I
 B) II
 C) III
 D) IV

- 36) El conjunto $A - B$ es la región:

- A) I
 B) II
 C) III
 D) IV

Considera los conjuntos $A = \{x / x = 2k, k \in \mathbb{N}\}$, $B = \{x / x = 3k, k \in \mathbb{N}\}$ y $P = \{x / x \text{ es primo}\}$ referidos al universo $U = \mathbb{N}$.

A continuación se muestra un diagrama de Venn donde se han representado los conjuntos A, B dentro de U en cuatro regiones disjuntas (de intersección vacía) denotadas I, II, III y IV.



SELECCIÓN ÚNICA O RESPUESTA BREVE

1) Analice las siguientes relaciones

I. $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Q}, f(x) = \frac{x}{x-2}$ \times $f(2) = \frac{2}{0} \notin \mathbb{Q}$

II. $g: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Q}, g(x) = \frac{x-2}{x}$ \times $f(0) = \frac{-2}{0} \notin \mathbb{Q}$

De ellas, ¿cuáles con toda la certeza son funciones?

- A) Ambas.
 B) Ninguna.
 C) Solo la I.
 D) Solo la II.

2) ¿Cuál de las siguientes relaciones es una función?

- A) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{1}{x}$ $f(0) = \frac{1}{0} \notin \mathbb{R}$
 B) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \sqrt{x}$ $f(-1) = \sqrt{-1} \notin \mathbb{R}$
 C) $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, f(x) = x - 1$ $f(0) = -1 \notin \mathbb{N}$
 D) $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, f(x) = x + 1$ \checkmark

3) Considere las siguientes relaciones:

- I. $g: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}, \text{con } g(x) = x^2 + 4$ \checkmark
 II. $f: \mathbb{Z}^+ \rightarrow \mathbb{Z}, \text{con } f(x) = \sqrt{x+4}$ \times
 $f(1) = \sqrt{5} \notin \mathbb{Z}$

De ellas, ¿cuáles corresponden a una función?

- A) Ambas.
 B) Ninguna.
 C) Solo la I.
 D) Solo la II.

4) Considere las siguientes relaciones:

I. $g: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{Z}; \text{con } g(x) = x^2$ \times

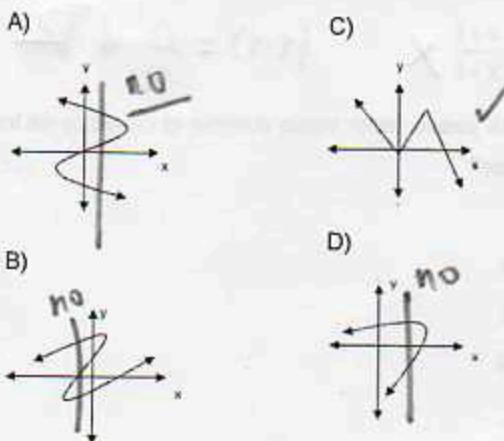
II. $f: \mathbb{Z}^+ \rightarrow \mathbb{Z}; \text{con } f(x) = x - 5$ \checkmark

$g(\pi) = \pi^2 \notin \mathbb{Z}$

De ellas, ¿cuáles corresponden a una función?

- A) Ambas
 B) Ninguna
 C) Solo la I
 D) Solo la II

5) Una gráfica que representa una función corresponde a:



6) Considere las relaciones representadas en las siguientes tablas:

I.	x	-1	0	1	2
	y	1	0	1	4

II.	x	1	2	3	4
	y	0	-1	-2	-3

¿Cuál o cuáles de ellas representan una función?

- A) Ambas
 B) Ninguna
 C) Solo la I
 D) Solo la II

- 7) Considere los siguientes gráficos:

- I. $\{(1,1), (1,2), (1,3)\}$ $f(1) \rightarrow 3$ valores ✓
- II. $\{(1,1), (2,1), (3,1)\}$

De ellos, ¿cuáles corresponden a una función?

- A) Ambos
B) Ninguno
C) Solo el I
 D) Solo el II

- 8) Considere los criterios de las siguientes funciones:

- I. $g(x) = 2$ ✓
- II. $f(x) = \frac{x+1}{x+1}$ $f(-1) = \frac{0}{0} \notin \mathbb{R}$

De ellas, ¿cuál puede tener como dominio el conjunto de los números reales?

- A) Ambas
B) Ninguna
 C) Solo la I
D) Solo la II

- 9) La imagen de 1 en la función dada por $f(x) = \frac{1}{3+x}$ es:

- A) 4
B) $\frac{1}{2}$
C) -4
 D) $\frac{1}{4}$

- 10) La imagen de -1 en la función f dada por

- $f(x) = \frac{12}{-3+x}$ es:
 A) -3
B) -4
C) -9
D) -15
- $$f(-1) = \frac{12}{-3+(-1)} = \frac{12}{-4} = -3$$

- 11) Para la función f dada por $f(x) = 4 + \frac{-3}{5}x$, la preimagen de 2 en f es:

A) -2
 B) $\frac{10}{3}$
 $4 + \frac{-3x}{5} = 2$
 C) $\frac{14}{5}$
 $-3x = -2$
 D) $\frac{17}{5}$
 $x = \frac{10}{3}$

- 12) Considere la función $f: \mathbb{R} - \{7\} \rightarrow \mathbb{R}$, con

$f(x) = 10 - \frac{x+1}{x-7}$ y analice las siguientes proposiciones:

- I. 1 es la preimagen de 10 ✗
II. La imagen de 0 es negativa ✗

¿Cuáles de las proposiciones anteriores son verdaderas?

- A) Solo la I
B) Solo la II
C) Ambas
 D) Ninguna

- 13) Considere la función

$$g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x < -2 \\ 5 & \text{si } -2 \leq x < 7 \\ \frac{1}{x} & \text{si } x \geq 7 \end{cases}$$

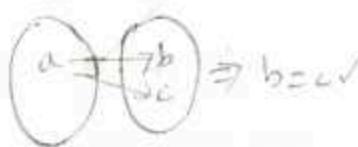
¿Cuál de las siguientes proposiciones es verdadera?

- A) $g(0) = 0$ ✗
 B) $g(-2) = 4$ ✗
 C) $g(3) > g(-3)$ ✗
 D) $g(2011) < 2011$
- $$\left. \begin{array}{l} g(10) = 5 \\ g(-2) = 5 \\ g(3) = 5 \\ g(-3) = 9 \end{array} \right\} = \frac{1}{2011} < 2011$$

- 14) Las siguientes proposiciones se refieren a una función f cuyo gráfico es G_f .

- I. Si $(a, b) \in G_f$ y $(a, c) \in G_f$, entonces $b = c$. ✓
- II. Si $f(a) = b$, entonces $(a, b) \in G_f$. ✓

De ellas son verdaderas



- A) Solo la I
B) Solo la II
C) Ambas
D) Ninguna.

- 15) Si el gráfico de una función f corresponde a $\{(3,0), (5,1), (7,2)\}$, entonces, el ámbito de f es:

- A) $\{0,5,2\}$
B) $\{0,1,2\}$
C) $\{1,2,7\}$
D) $\{3,5,7\}$

$$\{0,1,2\}$$

- 16) Sea la función $f : \{3,7\} \rightarrow \{2\}$, entonces, un elemento que pertenece al gráfico de f es:

- A) $(2,3)$
B) $(3,2)$
C) $(2,7)$
D) $(3,7)$

$$(3,2) \text{ y } (7,2)$$

- 17) Un elemento del ámbito de la función $h :]-\infty, -4[\rightarrow \mathbb{R}, h(x) = -4x + 3$ corresponde a:

- A) 19
B) 0
C) $\frac{7}{4}$
D) 23

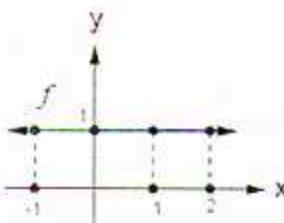
$$\begin{aligned} h(-4) &= -4(-4) + 3 = 19 \\ -4x+3 &= 23 \\ x &= -5 \in]-\infty, -4[\end{aligned}$$

- 18) Sea f una función dada por $f : A \rightarrow [0, +\infty[$, con $f(x) = \sqrt{x}$. Si el ámbito de f corresponde a $\{1, 4, 9\}$, entonces, el dominio de f es:

- A) \mathbb{R}
B) $\{1,2,3\}$
C) $\{1,4,9\}$
D) $\{1,16,81\}$

$$\begin{aligned} f(x) &= 1 \quad \sqrt{x}=1 \Rightarrow x=1 \\ f(x) &= 4 \quad \sqrt{x}=4 \Rightarrow x=16 \\ f(x) &= 9 \quad \sqrt{x}=9 \Rightarrow x=81 \end{aligned}$$

- 19) Considere la siguiente gráfica de la función f :



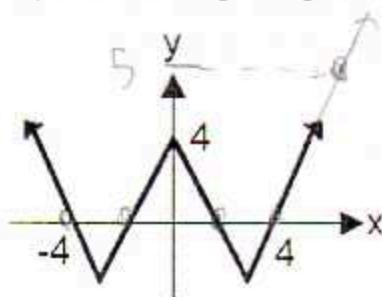
De acuerdo con los datos de la anterior gráfica, considere las siguientes proposiciones:

- I. El dominio de f es $\{1\}$. X D = 12
II. La función tiene un cero. X

De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
B) Ninguna
C) Solo la I
D) Solo la II

20) Considerate la siguiente gráfica de la función f :



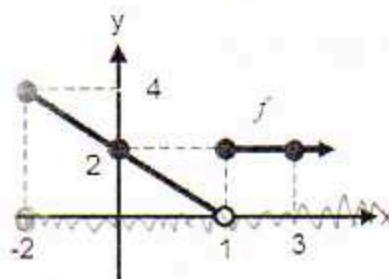
De acuerdo con los datos de la anterior gráfica, considere las siguientes proposiciones:

- I. 5 es un elemento del dominio de f .
- II. Cero posee únicamente dos preimágenes en f .

De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
B) Ninguna
 C) Solo la I
D) Solo la II

21) Considerate la siguiente gráfica de la función f :



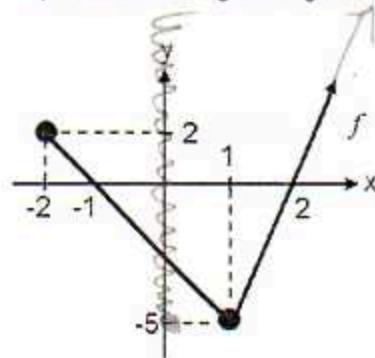
De acuerdo con los datos de la anterior gráfica, considere las siguientes proposiciones:

- I. El dominio de f es $[2, 4]$. $[0, 4]$
- II. El dominio de f es $[-2, +\infty[$.

De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
B) Ninguna
 C) Solo la I
D) Solo la II

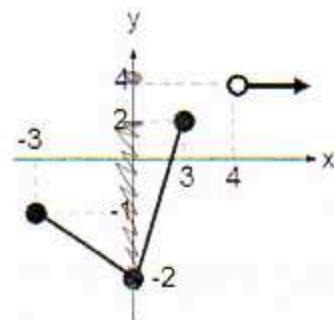
22) Considerate la siguiente gráfica de la función f :



De acuerdo con los datos de la gráfica anterior, el dominio de la función corresponde a:

- A) $[-2, 2]$
B) $[-5, 2]$
C) $[-2, +\infty[$
 D) $[-5, +\infty[$

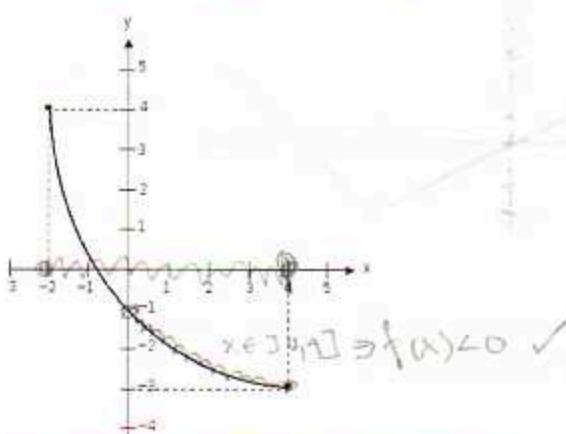
23) Considerate la siguiente gráfica de una función f :



De acuerdo con los datos de la gráfica, el dominio de f es:

- A) $[-2, 2]$
B) $[-2, +\infty[$
C) $[-3, 3] \cup]4, +\infty[$
 D) $[-2, 2] \cup \{4\}$

- 24) De acuerdo con los datos de la gráfica de la función f , analice las siguientes proposiciones:



- I. El dominio de f es $[-2, 4]$ ✓
- II. Si $x ∈]0, 4]$ entonces $f(x) < 0$ ✓

¿Cuáles de ellas son VERTADERAS?

- A) Ambas.
- B) Ninguna.
- C) Solo la I.
- D) Solo la II.

- 25) Considere la siguiente gráfica de la función f :



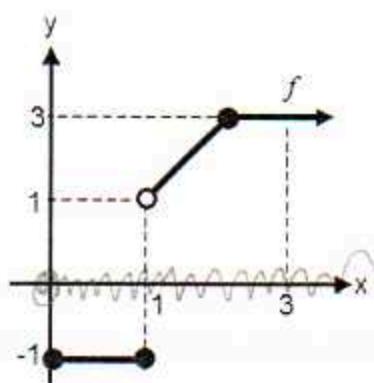
De acuerdo con los datos de la gráfica anterior, considere las siguientes proposiciones:

- I. 5 es el máximo de f . ✗
- II. 2 es un cero de f . ✓

De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

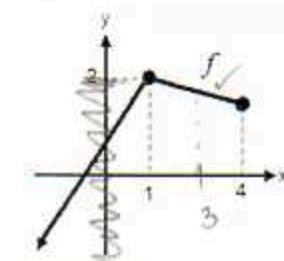
- 26) Considere la siguiente gráfica de la función f :



De acuerdo con los datos de la gráfica anterior, el dominio de f es:

- (A) $[0, +∞[$
- B) $[-1, +∞[$
- C) $]1, 3] ∪ \{-1\}$
- D) $]1, +∞[∪ \{-1\}$

- 27) Considere la siguiente gráfica de la función f :



De acuerdo con los datos de la gráfica anterior, considere las siguientes proposiciones:

- I. El dominio de f es $]-∞, 4]$. ✗ $]-\infty, 2]$
- II. 3 es un elemento del dominio de f . ✓

De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

28) Considere la siguiente gráfica de la función f :



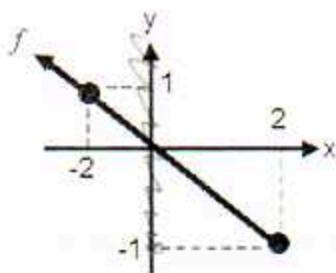
De acuerdo con los datos de la gráfica anterior, considere las siguientes proposiciones:

- f es decreciente. ✓
- $(2, 3)$ pertenece al gráfico de f . ✗

De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

29) Considere la siguiente gráfica de la función f :



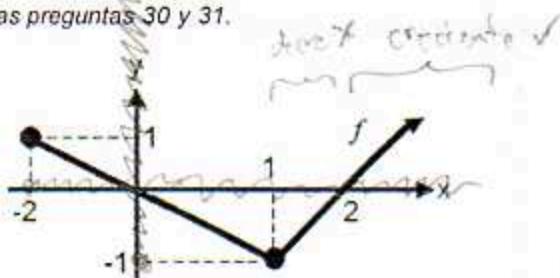
De acuerdo con los datos de la gráfica anterior, considere las siguientes proposiciones:

- f es creciente. ✗
- El ámbito de f es $[-1, +\infty[$. ✓

De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

Considera la siguiente gráfica de la función f para responder las preguntas 30 y 31.



30) De acuerdo con los datos de la gráfica anterior, considere las siguientes proposiciones:

- El ámbito de f es $[-1, 1]$. ✗
- El dominio de f es $[-2, +\infty[$. ✓

De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

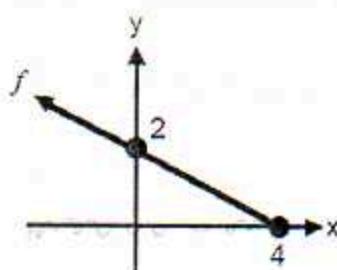
31) De acuerdo con los datos de la gráfica anterior, considere las siguientes proposiciones:

- La función es creciente en $[2, +\infty[$. ✓
- La función es decreciente en $[1, 2]$. ✗

De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

32) Considere la siguiente gráfica de la función f :



De acuerdo con los datos de la gráfica anterior, el dominio de f es:

- A) \mathbb{R}
- B) $[2, 4]$
- C) $]-\infty, 4]$
- D) $[0, +\infty[$

A continuación se muestra el gráfico correspondiente a las ventas de un producto en los meses de enero (mes 1) a diciembre (mes 12). Con base en ella conteste los ítems 33-36.



33) ¿Cuántos productos se vendieron en el mes de agosto?

R/ 0 6 0 0 , 0 0

34) ¿En cuántos meses hubo una venta de 600 productos exactamente?

- A) 0
- B) 1
- C) 2
- D) 3

35) Considere las siguientes proposiciones.

- I. El mes donde se vendieron más artículos fue mayo.
- II. El mes donde se vendieron menos artículos fue julio.

De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

36) Considere las siguientes proposiciones.

- I. Entre los meses de mayo a julio la cantidad de productos vendidos decreció.
- II. Entre los meses de agosto a octubre la cantidad de productos vendidos aumentó.

De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

A continuación se muestra el gráfico correspondiente a la temperatura promedio en grados centígrados en una ciudad de Heredia de los primeros quince días del mes de abril. Con base en ella conteste los ítems 37-40.



37) ¿Cuál fue la temperatura promedio el día 13?

- R/ 0 0 3 0 , 0 0

38) ¿En cuántos días hubo una temperatura promedio de 26 grados exactamente?

- A) 4
 B) 5
 C) 6
 D) 7

39) Considere las siguientes proposiciones.

- I. La temperatura promedio máxima fue de 35°.
 II. La temperatura mínima promedio fue de 20°.

De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
 B) Ninguna
 C) Solo la I
 D) Solo la II

40) Considere las siguientes proposiciones.

- I. Entre los días 5 y 9 la temperatura siempre disminuyó respecto al día anterior.
 II. Entre los días 10 y 12 la temperatura siempre aumentó respecto al día anterior.

De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
 B) Ninguna
 C) Solo la I
 D) Solo la II

Considere el contexto **Composición de funciones** para responder las preguntas 41 y 42.

Composición de funciones

Sean f y g dos funciones tales que $f(x) = 2x - 1$ y $g(x) = x^2$

41) De acuerdo con la información del contexto anterior, $(g \circ f)(x)$ corresponde a:

$$g(f(x))$$

- A) $(g \circ f)(x) = 2x^2 - 1$
 B) $(g \circ f)(x) = 4x^2 - 1$
 C) $(g \circ f)(x) = 4x^2 + 4x + 1$
 D) $(g \circ f)(x) = 4x^2 - 4x + 1$

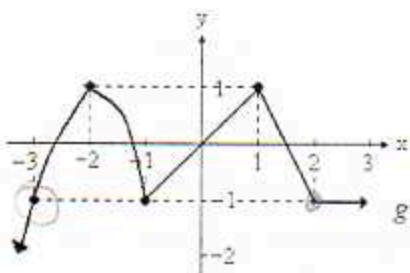
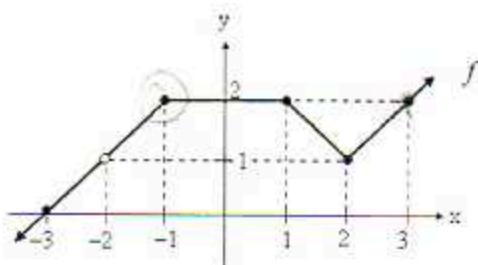
42) De acuerdo con la información del contexto Composición de funciones, ¿cuál es el valor de $(f \circ g)(-3)$?

- R/ 0 1 7 , 0 0

$$f(g(-3)) = f(9) = 2(9) - 1 = 17$$

$$g(-3) = (-3)^2 = 9$$

Considera las siguientes gráficas de las funciones f y g , y con base en ellas contesta las preguntas 43 y 44.



43) El valor de $(f \circ g)(-3)$ corresponde a:

- A) 2
B) -1
C) 0
D) 1

44) El valor de $(g \circ f)(3)$ corresponde a:

- A) 2
B) 0
C) 1
D) -1

45) Si $f(x) = \frac{1}{x-5}$ y $g(x) = \sqrt[3]{x+1}$ entonces el valor de

$(f \circ g)(-1)$ corresponde a:

- A) $-\frac{1}{5}$
B) $\frac{1}{5}$
C) -5
D) 5

46) Sean f y g dos funciones tales que $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Z}$ con $f(x) = 3x - 1$ y $g: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ con $g(x) = x^2$. ¿Cuál es el criterio de $h(x) = (g \circ f)(x)$?

- A) $h(x) = 3x^2 - 1$
B) $h(x) = 9x^2 - 1$
C) $h(x) = 9x^2 - 3x + 1$
D) $h(x) = 9x^2 - 6x + 1$

Utilice las funciones representadas en las siguientes tablas para contestar los ítems 47 y 48.

f	x	-1	0	1	2
	y	2	4	5	6

g	x	1	2	3	4
	y	0	3	-1	2

47) ¿Cuál es el valor de $(f \circ g)(3)$?

- R/

48) ¿Cuál es el valor de $(f \circ f)(-1)$?

- R/

49) Considera las siguientes proposiciones para la función f con $f: A \rightarrow B$, donde se sabe que tiene inversa.

I. El dominio de f es igual al ámbito de su inversa. ✓

II. El dominio y el ámbito de la inversa de f son iguales. ✗

De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
B) Ninguna
C) Solo la I
D) Solo la II

- 50) En cada una de las opciones se muestra una tabla de valores correspondientes a una relación. ¿Cuál de ellas corresponde a una función a la podria definir una función inversa?

A	<table border="1"> <tr> <td>x</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr> <tr> <td>y</td><td>5</td><td>7</td><td>5</td><td>6</td></tr> </table>	x	0	1	2	3	y	5	7	5	6
x	0	1	2	3							
y	5	7	5	6							

$$\times \quad \{f(0)=f(2)\}$$

no es inyectiva

B	<table border="1"> <tr> <td>x</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr> <tr> <td>y</td><td>3</td><td>4</td><td>4</td><td>4</td></tr> </table>	x	0	1	2	3	y	3	4	4	4
x	0	1	2	3							
y	3	4	4	4							

$$\times \quad \{f(1)=\{2\}=f(3)\}$$

no es inyectiva

C	<table border="1"> <tr> <td>x</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>1</td></tr> <tr> <td>y</td><td>5</td><td>7</td><td>4</td><td>6</td></tr> </table>	x	0	1	2	1	y	5	7	4	6
x	0	1	2	1							
y	5	7	4	6							

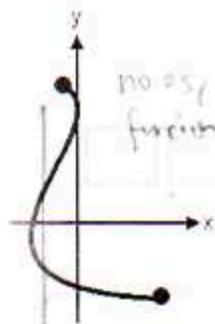
✓ no es función

D	<table border="1"> <tr> <td>x</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr> <tr> <td>y</td><td>4</td><td>7</td><td>8</td><td>6</td></tr> </table>	x	0	1	2	3	y	4	7	8	6
x	0	1	2	3							
y	4	7	8	6							

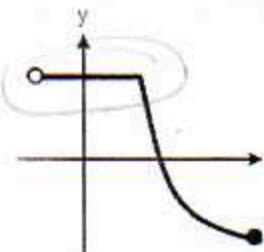
✓

- 51) ¿Cuál de las siguientes gráficas corresponde a una función donde se puede definir una función inversa?

A)



B)

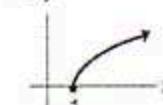


- 52) Si f es una función biyectiva dada por $f(x) = x^2 + 1$, y dominio $[0, +\infty]$, entonces, la gráfica de f^{-1} es:

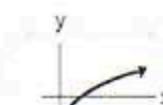
A)



B)



C)

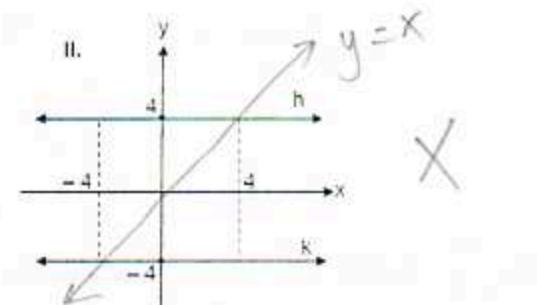
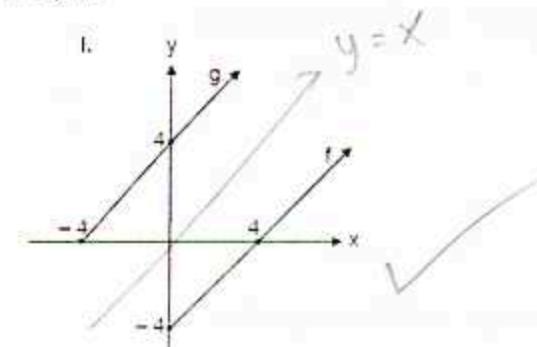


D)



$$\begin{aligned} f(u) &= 1 \\ \Rightarrow f'(u) &= 0 \end{aligned}$$

- 53) Considere las siguientes gráficas de las funciones g , f , k y h :

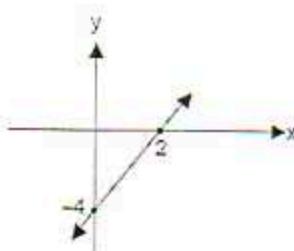


De acuerdo con los datos de las gráficas anteriores. ¿Cuáles de ellas representan la gráfica de una función y la de su inversa?

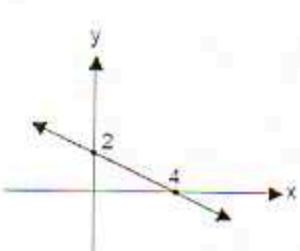
A) f y k B) ~~g~~ y f C) h y k D) g y h

- 54) Si la función lineal f está dada por $f(x) = 2x - 4$, entonces, la gráfica de f^{-1} es:

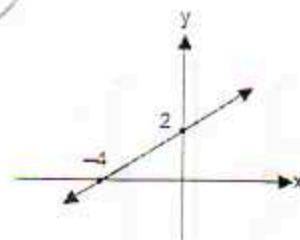
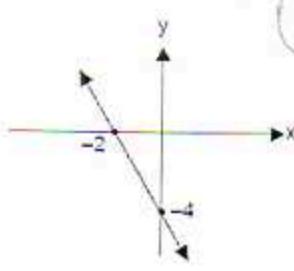
A)



C)

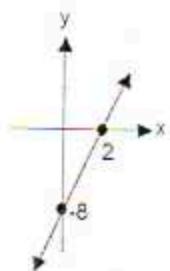


B)

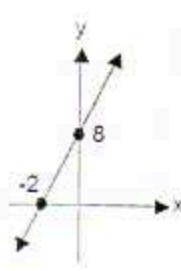


- 55) Si la función lineal f está dada por $f(x) = 4x - 8$, entonces, la gráfica de la inversa de f es:

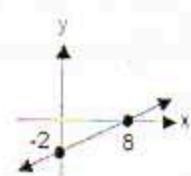
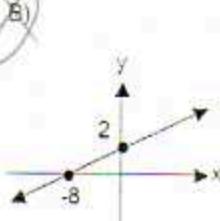
A)



C)



D)



- 56) Si $(1, -\frac{1}{2})$ y $(-3, \frac{1}{4})$ pertenecen al gráfico de una función lineal f , entonces el criterio de f^{-1} es:

A) $f^{-1}(x) = \frac{-3x - 5}{16}$

$$\left(-\frac{1}{2}, 1\right), \left(\frac{1}{4}, -3\right) \in G_{f^{-1}}$$

B) $f^{-1}(x) = \frac{-3x - 11}{16}$

$$m = -3 - 1 = \frac{-4}{1} = -\frac{16}{4} = -\frac{4}{3}$$

C) $f^{-1}(x) = \frac{-16x - 5}{3}$

$$b = -3 - \left(-\frac{16}{3}\right) \cdot \frac{1}{4} = -3 + \frac{4}{3} = -\frac{5}{3}$$

D) $f^{-1}(x) = \frac{-16x + 11}{3}$

- 57) f es una función lineal creciente de dominio $[-2, 3]$ y ámbito $[-11, 11]$. Entonces $f^{-1}(-1)$ es igual a:

A) 2

$$(-2, -11), (3, 1) \in G_f$$

B) 3

$$(-11, -2), (-1, 3) \in G_f^{-1}$$

C) -2

D) -3

- 58) Si $(0, 3)$ y $(-4, 0)$ pertenecen al gráfico de un función lineal f , entonces $f^{-1}(4)$ es:

A) 6

$$(3, 0) \text{ y } (0, -4) \in G_f^{-1}$$

B) $\frac{4}{3}$

$$m = \frac{0 - (-4)}{3 - 0} = \frac{4}{3} \quad b = -4$$

C) $\frac{13}{3}$

$$D) -\frac{8}{3} \quad f^{-1}(x) = \frac{4}{3}x - 4 \Rightarrow f^{-1}(4) = \frac{16}{3} - 4 = \frac{4}{3}$$

- 59) Sea f una función biyectiva dada por $f(x) = \frac{-2x+1}{3}$.

Entonces, la gráfica de f^{-1} interseca el eje "y" en:

A)

$$(0, \frac{1}{2})$$

B)

$$(0, \frac{1}{3})$$

C)

$$(0, \frac{3}{2})$$

D)

$$(0, -\frac{3}{2})$$

- 60) Sea f una función lineal y f^{-1} su inversa. Si $f(-4) = -2$ y $f^{-1}(3) = 8$, entonces el criterio de la inversa de f es:

$$(-2, -4) \text{ y } (3, 8)$$

A) $f^{-1}(x) = \frac{12}{5}x - \frac{1}{3}$

$$m = \frac{8 - (-4)}{3 - (-2)} = \frac{12}{5}$$

B) $f^{-1}(x) = \frac{12}{5}x + \frac{4}{5}$

$$b = 8 - \frac{12}{5} \cdot 3 = -4$$

C) $f^{-1}(x) = \frac{12}{5}x - \frac{38}{5}$

D) $f^{-1}(x) = \frac{10}{5}x + \frac{26}{7}$

$$f^{-1}(x) = 12x + 4$$

- 61) Si el dominio de la función biyectiva f dada por

$f(x) = \frac{1-x}{2}$ es $[0, 5]$, entonces la inversa de f es tal que:

ámbito de f^{-1}

$$y = \frac{1-x}{2}$$

A) $f^{-1} : [0, 5] \rightarrow \left[-2, \frac{1}{2}\right]$ con $f^{-1}(x) = 1 - 2x$

$$2y = 1 - x$$

B) $f^{-1} : \left[-2, \frac{1}{2}\right] \rightarrow [0, 5]$ con $f^{-1}(x) = 1 - 2x$

$$x = 1 - 2y$$

C) $f^{-1} : [0, 5] \rightarrow \left[-2, \frac{1}{2}\right]$ con $f^{-1}(x) = 2x - 1$

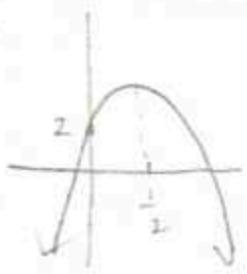
$$f^{-1}(x) = 1 - 2x$$

D) $f^{-1} : \left[-2, \frac{1}{2}\right] \rightarrow [0, 5]$ con $f^{-1}(x) = 2x - 1$

- 62) La función dada por $f(x) = -x^2 + x + 2$ tiene inversa en el intervalo:

$$\Delta_x = \frac{-1}{2(-1)} = \frac{1}{2}$$

A) $]-\infty, +\infty[$



B) $\left[\frac{1}{2}, +\infty\right[$

C) $[-1, +\infty[$

D) $[-1, 2]$

- 63) Sea f la función dada por $f(x) = \frac{1+2x}{3}$, entonces, la gráfica de f^{-1} interseca el eje "y" en:

A) $\left(0, \frac{1}{2}\right)$

$$10 \text{ no es b-1}$$

B) $\left(0, \frac{1}{3}\right)$

$$\Rightarrow (0, 0) \text{ Es b-1}$$

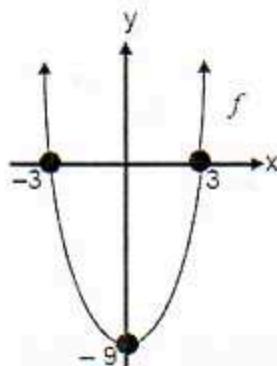
C) $\left(\frac{1}{2}, 0\right)$

$$\frac{1-3b}{2} = 0$$

D) $\left(\frac{1}{3}, 0\right)$

$$\frac{1}{3} = b$$

- 64) Considere la gráfica de la función cuadrática f :



De acuerdo con los datos de la gráfica anterior, un intervalo donde f posee inversa es:

A) $[-3, 3]$

B) $[0, +\infty[$

C) $[-3, +\infty[$

D) $[-9, +\infty[$

- 65) Sea $f : [0, +\infty[\rightarrow B$, con $f(x) = x^2 + 4$ una función biyectiva. ¿Cuál es el dominio de la inversa de f ?

A) $[0, +\infty[$

ámbito de f $f(0) = 4$

B) $[4, +\infty[$

4

C) $]-\infty, 0]$

4

D) $\mathbb{R}^+ - \{4\}$

66) $f : [-4, +\infty[\rightarrow B, f(x) = \sqrt{x+4}$ tiene función inversa. De acuerdo con lo anterior, considere las siguientes proposiciones:

I. El dominio de f^{-1} es $]-\infty, 0]$.

II. El ámbito de f^{-1} es $[-4, +\infty[$.

De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

67) $f : [3, +\infty[\rightarrow B, f(x) = \sqrt{x-3}$, tiene función inversa. De acuerdo con lo anterior, considere las siguientes proposiciones:

I. El ámbito de la inversa de f es $[3, +\infty[$.

II. El dominio de la inversa de f es $[0, +\infty[$.

De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

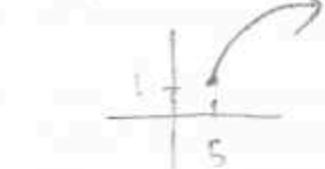
68) Sea $f : A \rightarrow [0, +\infty[, f(x) = \sqrt{x-2}$ una función biyectiva. ¿Cuál es el ámbito de la inversa de f ?

- A) \mathbb{R}
- B) $]-\infty, 2]$
- C) $[0, +\infty[$
- D) $[2, +\infty[$



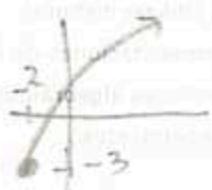
69) El mínimo de la función $f(x) = 3\sqrt{x-5} + 1$ es:

- A) 1
- B) 3
- C) 5
- D) La función no tiene un mínimo

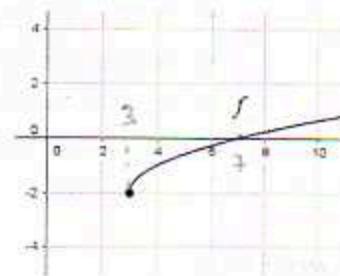


70) El máximo de la función $f(x) = 4\sqrt{x+2} - 3$ es:

- A) -2
- B) -3
- C) 1
- D) La función no tiene un máximo



71) El criterio de la función f mostrada a continuación es:



$$f(x) = a\sqrt{x+b} + c$$

$$b = -3$$

$$c = -2$$

$$f(2) = 0$$

$$A) f(x) = \sqrt{x-3} + 2$$

$$B) f(x) = \sqrt{x+3} + 2$$

$$C) f(x) = \sqrt{x-3} - 2$$

$$D) f(x) = \sqrt{x+3} - 2$$

$$\sqrt{7-3} - 2 = 0$$

$$2a = 2$$

$$a = 1$$

$$f(x) = \sqrt{x-3} - 2$$

72) Para la función de criterio $f(x) = -2\sqrt{x-1} + 3$ una proposición **verdadera** es:

- A) El dominio es $[-1, +\infty[$
- B) El ámbito es $[3, +\infty[$
- C) La función es creciente
- D) El cero de la función es $\frac{13}{4}$

$$f(\frac{13}{4}) = -2\sqrt{\frac{13}{4}-1} + 3 = -2 \cdot \frac{3}{2} + 3 = 0 \quad \checkmark$$

73) Para la función de criterio $f(x) = \sqrt{x+9} - 6$ una proposición **falsa** es:

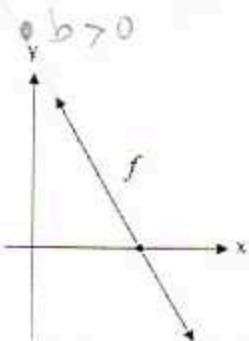
- A) El dominio es $[-9, +\infty[$
- B) El ámbito es $[-6, +\infty[$
- C) La función es decreciente
- D) El cero de la función es 27



$$f(27) = \sqrt{27+9} - 6 = 0 \quad \checkmark$$

SELECCIÓN ÚNICA O RESPUESTA BREVE

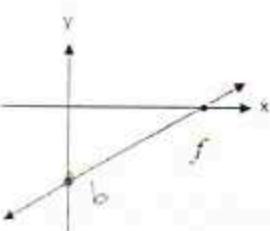
- 1) De acuerdo con los datos de la gráfica de la función lineal f , dada por $f(x) = mx + b$, se puede afirmar que:



creciente
 $m < 0$

- A) $b > 0$ y $m > 0$
 B) $b > 0$ y $m < 0$
 C) $b < 0$ y $m > 0$
 D) $b < 0$ y $m < 0$

- 2) De acuerdo con los datos de la gráfica de la función lineal f , dada por $f(x) = mx + b$, se puede afirmar que:



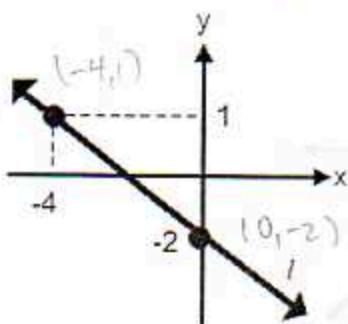
$m > 0$ creciente
 $b < 0$

- A) $b > 0$ y $m > 0$
 B) $b > 0$ y $m < 0$
 C) $b < 0$ y $m > 0$
 D) $b < 0$ y $m < 0$

- 3) La intersección con el eje de las abscisas de la recta dada por $3x - y = 6$ corresponde a:

- A) $(2, 0)$ $3x - 0 = 6$
 B) $(3, 0)$ $3x = 6$
 C) $(-2, 0)$ $x = 2$
 D) $(-3, 0)$ $(-2, 0)$

- 4) Considere la siguiente gráfica de la recta f :



De acuerdo con los datos de la gráfica anterior, ¿cuál es la pendiente de la recta f ?

- A) $\frac{3}{4}$ $m = \frac{1 - (-2)}{-4 - 0} = \frac{3}{-4}$
 B) $\frac{4}{3}$
 C) $-\frac{3}{4}$
 D) $-\frac{4}{3}$

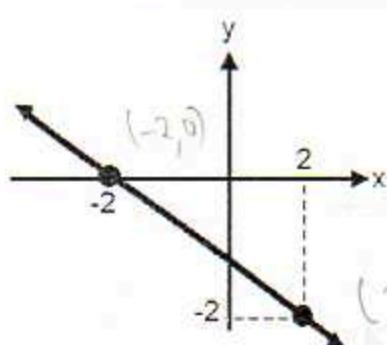
- 5) Si la ecuación de una recta es $y = 5 + 4x$; y de otra recta es $10x - 2y = 2$, entonces el punto de intersección de ambas rectas corresponde a:

$$\begin{aligned} 10x - 2(5 + 4x) &= 2 \\ 10x - 10 - 8x &= 2 \\ 2x &= 12 \\ x &= 6 \\ y &= 5 + 4(6) = 29 \end{aligned}$$

- 6) La ecuación de la recta que contiene los puntos $(1, -2)$

$$\begin{aligned} y \left(-\frac{1}{2}, \frac{5}{4} \right) \text{ es:} \quad m &= \frac{\frac{5}{4} - (-2)}{-\frac{1}{2} - 1} = \frac{\frac{5}{4} + 2}{-\frac{3}{2}} = \frac{\frac{13}{4}}{-\frac{3}{2}} = -\frac{13}{6} \\ \text{A) } 6x + 13y + 20 &= 0 \\ \text{B) } 6x + 13y + 32 &= 0 \\ \text{C) } 6x - 13y - 32 &= 0 \\ \text{D) } 13x + 6y - 1 &= 0 \quad m = -\frac{13}{6} \quad b = -2 - \left(-\frac{13}{6} \right)(1) \\ y &= -\frac{13}{6}x + 1 \quad = -2 + \frac{13}{6} = \frac{1}{6} \\ 6y &= -13x + 1 \end{aligned}$$

7) Considere la siguiente gráfica:



$$\begin{aligned} m &= \frac{0-(-2)}{-2-0} \\ &= \frac{-2}{-2} = -1 \\ b &= 0 - (-1)(-2) \\ &= -2 \end{aligned}$$

De acuerdo con los datos de la gráfica, una ecuación que define a la recta mostrada es:

- A) $y = -2x - 1$
- B) $y = -2x + 4$
- C) $y = \frac{-x - 2}{2}$
- D) $y = \frac{-x + 8}{2}$

8) Si una recta está dada por $y = mx + 3$ y $(2, 6)$ pertenece a dicha recta, entonces, el valor de "m" corresponde a

- A) $\frac{1}{6}$
- B) $\frac{2}{3}$
- C) $-\frac{1}{6}$
- D) $\frac{3}{2}$

9) La pendiente de una función lineal f es -2 . Si $(3, 5)$ pertenece al gráfico de esa función, entonces, la preimagen de 3 es

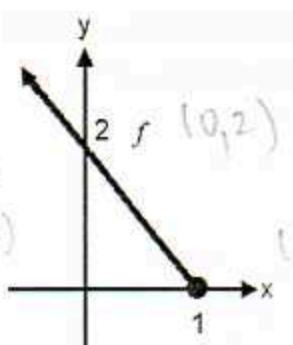
- A) 3
- B) 4
- C) 5
- D) 7

$$f(x) = -2x + b$$

$$f(3) = -2(3) + b = 5$$

$$\begin{cases} -6 + b = 5 \\ b = 11 \end{cases}$$

10) Considere la siguiente gráfica de la función f :



$$\begin{aligned} m &= \frac{0-2}{1-0} = -2 \\ b &= 2 \\ y &= -2x + 2 \end{aligned}$$

De acuerdo con los datos de la gráfica, considere las siguientes proposiciones:

- I. f es creciente.
- II. $(-1, 4)$ es un elemento del gráfico f

De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

11) Considere las siguientes proposiciones con respecto a una función lineal $f(x) = mx + b$ cuyo dominio es $[0, +\infty]$ y ámbito es $]-\infty, b]$.

- I. $m < 0$
- II. $b < 0$



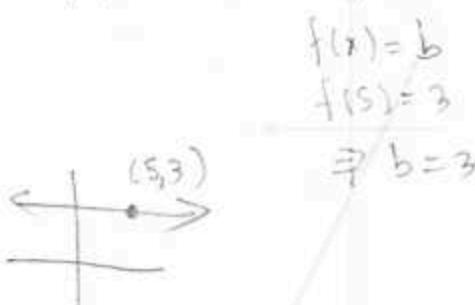
De ellas son con certeza verdaderas,

- A) Solo I
- B) Solo II
- C) Ambas
- D) Ninguna.

12) Sea f la función constante de la forma $f(x) = mx + b$.

Si su gráfico contiene a $(5, 3)$, entonces, el dominio f es:

- A) \mathbb{R}
- B) $\{3\}$
- C) $[0, 3]$
- D) $[3, 5]$



13) Considere las siguientes proposiciones referidas a una

función lineal f cuya pendiente es $-\frac{5}{2}$, e interseca el eje "x" en el punto $(4, 0)$.

$$m = -\frac{5}{2}$$

$$f(x) = -\frac{5}{2}x + b$$

$$0 = -\frac{5}{2}(4) + b$$

$$10 = b$$

I. f es creciente. $m < 0$

II. La gráfica de f interseca el eje "y" en $(0, 10)$. $0 = -10 + b$

De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

14) Si f es una función dada por $f(x) = \frac{-5}{7}x + b$, con

$f(-7) = 15$, entonces, la gráfica de f interseca el eje "x"

en:

A) $(10, 0)$

B) $(14, 0)$

C) $(28, 0)$

D) $\left(\frac{26}{5}, 0\right)$

$$15 = \frac{-5}{7}(-7) + b$$

$$15 = 5 + b$$

$$10 = b$$

$$f(x) = -\frac{5}{7}x + 10 = 0$$

$$-\frac{5x}{7} = -10 \Rightarrow x = 14$$

Considere una función lineal f tal que su dominio es $[-1, +\infty]$ y su ámbito $[3, +\infty]$ y utilicela para contestar los ítems 15 y 16.

15) Considere las siguientes proposiciones.

- I. $f(3) = -1$ II. La pendiente de f es positiva.

De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II



$$m = \frac{5 - 3}{10 - (-1)}$$

$$m = \frac{2}{11} = \frac{5}{11}$$

16) La función pasa por el punto $(10, 58)$ e interseca el eje y en el punto $(0, c)$. Entonces, el valor de c es: $b = c = 57 - 5[10]$

- R/ 0 0 0 8 0 0

$$= 58 - 50 = 8$$

17) Para la función dada por $f(x) = \frac{m}{4}$ se cumple con certeza que:

A) $f(0) = 0$

B) $f(4) = 1$

C) $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{m}{8}$

D) $f\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{m}{4}$

constante

18) Si $(-1, 5)$ pertenece al gráfico de una función lineal f dada por $f(x) = mx - 2$, entonces, el valor de "m" es:

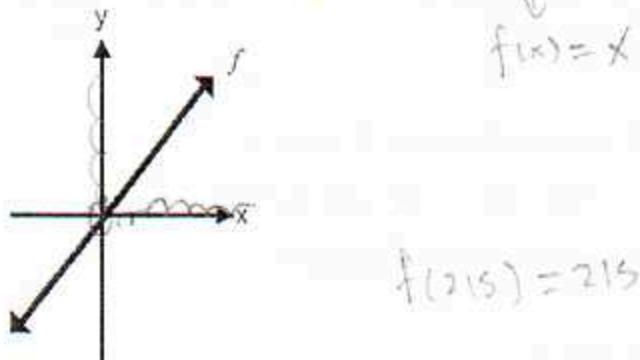
A) 5 $5 = m(-1) - 2$

B) -7 $-7 = -m$

C) -2

D) $-\frac{1}{5}$ $m = -7$

Considera la siguiente gráfica de la función identidad f y con base en ella contesta las preguntas 19 y 20.



- 19) La preimagen de 215 corresponde a:

R/ 0 2 1 5 , 0 0

- 20) De acuerdo con los datos de la anterior gráfica, considera las siguientes proposiciones:

- I. $(2,1)$ pertenece al gráfico de f .
- II. $f(x) \in [0, +\infty]$ para todo $x \in [0, +\infty]$

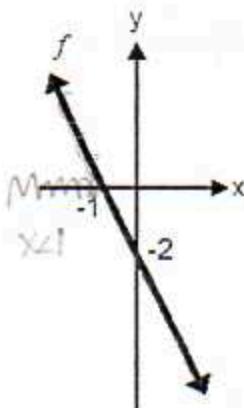
De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
B) Ninguna
C) Solo la I
 D) Solo la II

- 21) Sea f una función lineal. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Si la gráfica de f pasa por los puntos $(-2, 6)$ y $(4, -6)$, entonces se puede afirmar que f es positiva en:

- A) \mathbb{R} $m = -6 - 6 = -12 = -2$
 B) $]-\infty, 1[$ $m = \frac{6 - (-6)}{4 - (-2)} = \frac{12}{6} = 2$
C) $[0, 2[$ $b = 6 - (-2)(-2) = 2$
D) $]1, +\infty[$ $f(x) = -2x + 2 > 0$

- 22) Considera la siguiente gráfica de la función lineal f :



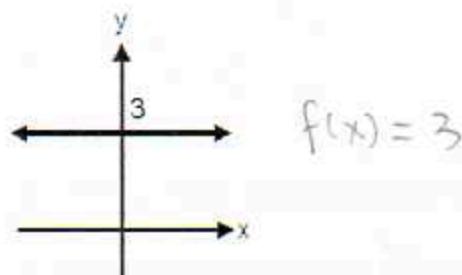
De acuerdo con los datos de la gráfica anterior, considere las siguientes proposiciones:

- I. La función f es creciente.
- II. Para todo $x < -1$ se cumple que $f(x) > 0$.

De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
B) Ninguna
C) Solo la I
 D) Solo la II

- 23) Considera la siguiente gráfica de la función constante f



De acuerdo con los datos de la gráfica anterior, el dominio de la función corresponde a

- A) \mathbb{R}
 B) $\{3\}$
C) $[0, 3]$
D) $[3, +\infty[$

- 24) La pendiente de una función lineal f es 2. Si $(3, 10)$ pertenece al gráfico de esa función, entonces, la imagen de "cero" en f es:

- A) 3
 B) 4
C) 6
D) -2

$$\begin{aligned} b &= 10 - 2(3) \\ &= 10 - 6 \\ &= 4 \\ b &= f(0) = 4 \end{aligned}$$

- 25) Sea f una función biyectiva dada por $f(x) = -4x + 12$.

Considerar las siguientes proposiciones:

- I. La pendiente de la función inversa de f es 4.
II. La gráfica de la función inversa de f interseca al eje "y" en $(0, -3)$.

$$f(-3) = -4(-3) + 12 = 24 \neq 0 \quad y = -4x + 12$$

De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
 B) Ninguna
C) Solo la I
D) Solo la II

- 26) Considerar las siguientes proposiciones referentes a la función lineal f dada por $f(x) = mx + 1$, tal que,

$$f(0) > f(1)$$

- I. f es creciente

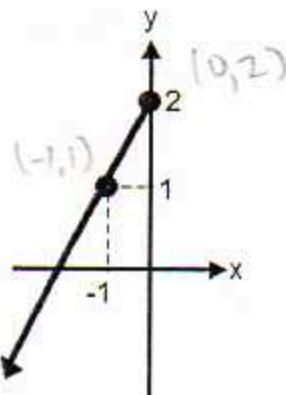
- II. Interseca al eje "y" en $(0, 1)$.

$$\text{porque } b = 1$$

De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
B) Ninguna
C) Solo la I
 D) Solo la II

Considere la siguiente gráfica de la función lineal f y con base en ella conteste los ítems 27 y 28.



$$\begin{aligned} m &= \frac{2-1}{0-(-1)} = 1 \\ f(x) &= x+2 \end{aligned}$$

- 27) La pendiente de la función corresponde a:

- R/

- 28) De acuerdo con los datos de la gráfica anterior, considere las siguientes proposiciones:

- I. -2 es un cero de f . $0 = -2 + 2 \checkmark$
II. $(-3, -1)$ es un elemento del gráfico de f .

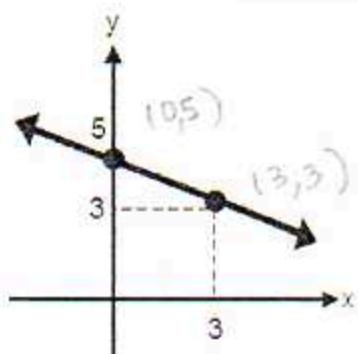
De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
 B) Ninguna
C) Solo la I
D) Solo la II

- 29) Para las funciones f y g dadas por $f(x) = mx - 2$ y $g(x) = 1 + nx$, si $f(-1) = 3$ y $g(-1) = 3$, entonces se cumple que:

- $f(-1) = 3 \Rightarrow -m - 2 = 3$
 $-s = m$
 C) f y g son decrecientes
D) f es creciente y g es decreciente
 $g(-1) = 3$
 $1 - 3n = 3$
 $-2 = 3n$
 $\frac{-2}{3} = n$ decreciente

- 30) Considere la siguiente gráfica de la función lineal. El punto donde la función interseca eje de las abscisas es:



- A) (6, 0)
B) (5, 0)

- C) $(\frac{15}{2}, 0)$
D) $(\frac{2}{15}, 0)$

- 31) Sea f una función cuadrática tal que $f(x) = 1 - x^2$.

¿Cuál es el valor de $f(-3)$?

$$f(-3) = 1 - (-3)^2$$

$$= 1 - 9$$

$$< -8$$

- A) 2
B) -2
C) -5
 D) -8

- 32) Considere las siguientes proposiciones, para la función f dada por $f(x) = x^2 + 2x + 1$:

- I. -2 es un elemento del dominio de f .
II. La gráfica de f interseca el eje "y" en $(0, -1)$.

¿Cuáles de ellas son verdaderas?

- A) Ambas
 B) Ninguna
C) Solo la I
D) Solo la II

I. $f(x) = -2$
 $x^2 + 2x + 1 = -2$
 $x^2 + 2x + 3 = 0$
 $\Delta = 4 - 4 \cdot 3 = -8 < 0$

II. $f(0) = 1 \Rightarrow (0, 1)$

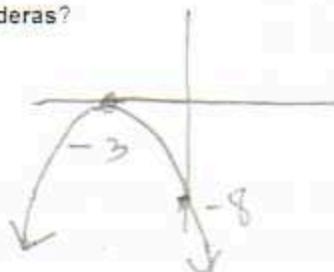
- 33) Para la función f de la forma $f(x) = ax^2 + bx - 8$, cuya gráfica interseca el eje "x" en el único punto $(-3, 0)$, considere las siguientes proposiciones:

- I. El dominio de f es $[0, +\infty]$.

- II. La gráfica de f es cóncava hacia abajo.

De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

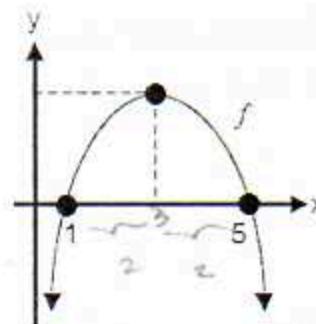
- A) Ambas
B) Ninguna
C) Solo la I
 D) Solo la II



- 34) Sea f la función dada por $f(x) = ax^2 + 3x + c$ cuyo vértice es $(3, 5)$. Entonces el valor de "c" es:

A) $\frac{1}{2}$ $V_x = -\frac{3}{2a} = 3 \Rightarrow a = -\frac{1}{2}$
 B) -1
 C) $-\frac{3}{2}$ $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 3x + c$
 D) 11 $5 = -\frac{1}{2} \cdot 3^2 + 3 \cdot 3 + c$
 $5 = \frac{9}{2} + c \Rightarrow c = 5 - \frac{9}{2} = -\frac{1}{2}$

- 35) De acuerdo con los datos de la gráfica siguiente de la función f , considere las siguientes proposiciones:



- I. El eje de simetría es $x = 3$.
 II. Un intervalo donde f es decreciente es $[-5, -5]$.

De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
B) Ninguna
 C) Solo la I
D) Solo la II

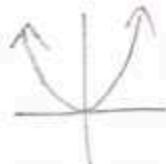
Intervalos decrecientes deben estar contornados en $[-3, +\infty]$

- 36) Las siguientes proposiciones se refieren a la función f , dada por $f(x) = x^2$:

- El vértice de f es $(0,0)$. ✓
- f interseca el "eje x " en un solo punto. ✓

De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
B) Ninguna
C) Solo la I
D) Solo la II

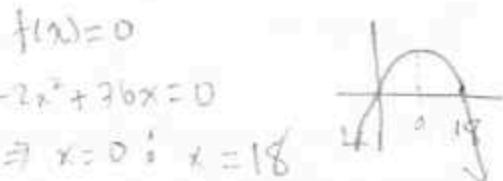


- 37) Considere la función f , dada por $f(x) = -2x^2 + 36x$:

- $f(x) > 0$, para todo $x \in]0, +\infty[$ X
- El eje de simetría de la gráfica de f es $x = 9$. ✓

De las proposiciones anteriores, ¿cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
B) Ninguna
C) Solo la I
D) Solo la II



- 38) Si $f(x) = 3x^2 - Bx + 4$ y $f(1) = f(5)$, entonces el valor

de B es:

- A) 9
B) -9
C) 18
D) -18

$$3(1)^2 - B(1) + 4 = 3(5)^2 - B(5) + 4$$

$$3 - B + 4 = 75 - 5B + 4$$

$$4B = 72$$

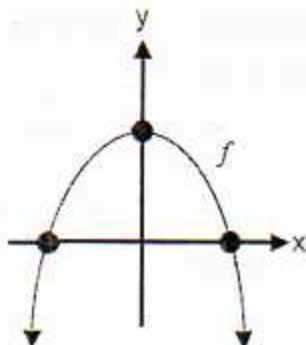
$$B = 18$$

- 39) Sea f una función dada por $f(x) = x^2 - 1$, un intervalo donde f es creciente es:

- A) $[2, 9]$ ✓
B) $[-1, 1]$ ✓
C) $[-1, 0]$ Un intervalo monótono
D) $[-8, -1]$ No puede contener

los valores positivos y negativos

- 40) Considere la siguiente gráfica de una función cuadrática f , tal que, $f(x) = ax^2 + bx + c$:



De acuerdo con los datos de la figura anterior, considere las siguientes proposiciones:

- $a > 0$ X
- $\Delta < 0$ X

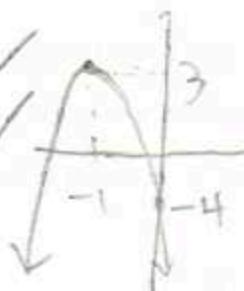
De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
B) Ninguna
C) Solo la I
D) Solo la II

- 41) Sea f la función cuadrática de la forma $f(x) = ax^2 + bx - 4$, con vértice en $(-1, 3)$.

Considere las siguientes proposiciones:

- f es cóncava hacia abajo. ✓
- El dominio de f es $]-\infty, 3]$. ✓

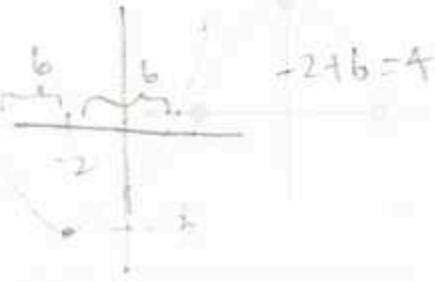


De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
B) Ninguna
C) Solo la I
D) Solo la II

- 42) Sea f una función cuadrática, tal que, el vértice de la gráfica de f es $(-2, -3)$ e interseca al eje "x" en dos puntos. Si $(-8, 0)$ pertenece al gráfico de f , entonces, el otro punto de intersección con el eje "x" es:

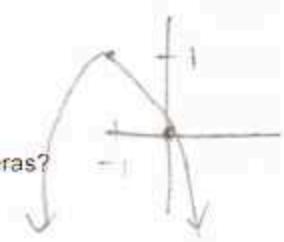
- A) $(4, 0)$
- B) $(5, 0)$
- C) $(-4, 0)$
- D) $(-5, 0)$



- 43) Sea f una función dada por $f(x) = ax^2 + bx + c$, tal que, el vértice de la gráfica es $(-1, 1)$ y $(0, 0)$ pertenece al gráfico de f . Considere las siguientes proposiciones:

- I. $c = 1$
- II. $a > 0$

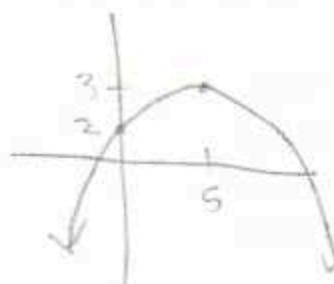
De ellas, ¿cuáles son verdaderas?



- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

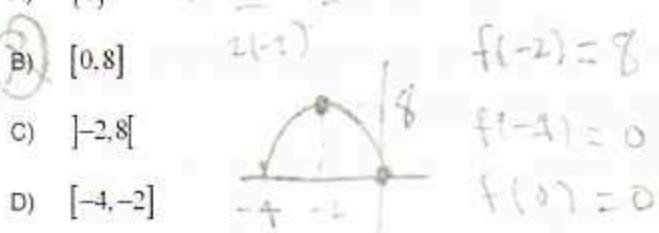
- 44) Sea f una función dada por $f(x) = ax^2 + bx + c$, tal que, el vértice de la gráfica es $(5, 3)$. Si la gráfica f interseca el eje "y" en $(0, 2)$, entonces, el ámbito de f es:

- A) $[3, +\infty[$
- B) $[2, +\infty[$
- C) $]-\infty, 2]$
- D) $]-\infty, 3]$



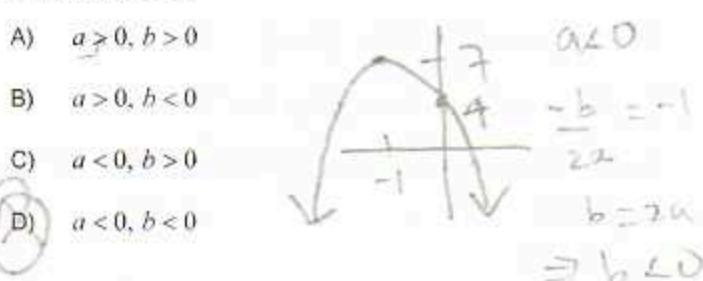
- 45) Para la función f de dominio tal que $[-4, 0]$, con $f(x) = -2x^2 - 8x$, ¿cuál es el ámbito de f ?

- A) $\{0\}$
- B) $[0, 8]$
- C) $]-2, 8[$
- D) $[-4, -2]$



- 46) Sea f la función dada por $f(x) = ax^2 + bx + 4$. Si $(-1, 7)$ es el vértice de la gráfica de f , entonces, se cumple con certeza que:

- A) $a > 0, b > 0$
- B) $a > 0, b < 0$
- C) $a < 0, b > 0$
- D) $a < 0, b < 0$

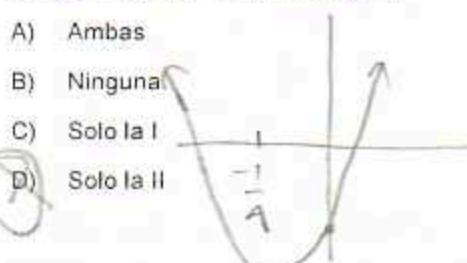


- 47) Considere las siguientes proposiciones referentes a la función f dada por $f(x) = 2x^2 + x - 3$:

- I. La gráfica f es cóncava hacia abajo.
- II. El eje de simetría de la gráfica de f es $\frac{-1}{4}$.

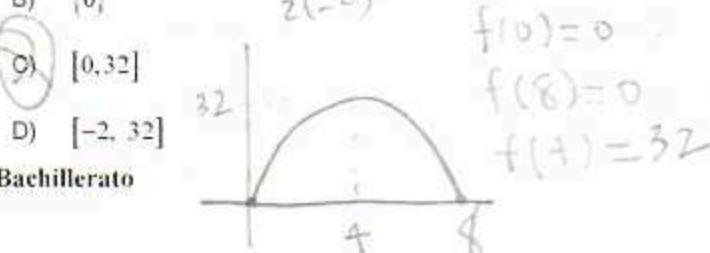
De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

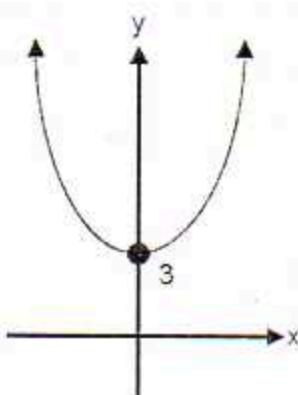


- 48) Sea f una función dada por $f: [0, 8] \rightarrow \mathbb{R}$, con $f(x) = -2x^2 + 16x$. ¿Cuál es el ámbito de f ?

- A) \mathbb{R}
- B) $\{0\}$
- C) $[0, 32]$
- D) $[-2, 32]$



- 49) Considere la gráfica de la función cuadrática f :



De acuerdo con los datos de la gráfica anterior, considere las siguientes proposiciones:

- I. $\Delta < 0$ ✓
 II. El dominio de f es \mathbb{R} . ✗ $[3, +\infty]$

De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
 B) Ninguna
 C) Solo la I
 D) Solo la II

- 50) Considere las siguientes proposiciones referentes a la función f dada por $f(x) = -3x^2 - 2x + 4$:

- I. El vértice de f es $(2, -12)$ ✗ $x = \frac{-b}{2a} = -\frac{1}{3}$
 II. La gráfica de f interseca al eje "y" en $(0, 4)$. ✓

De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

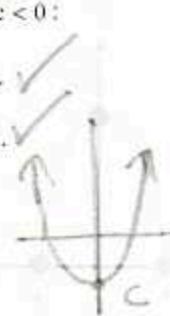
- A) Ambas
 B) Ninguna
 C) Solo la I
 D) Solo la II

- 51) Considere las siguientes proposiciones con respecto a la función f dada por $f(x) = x^2 + c$, con $c < 0$:

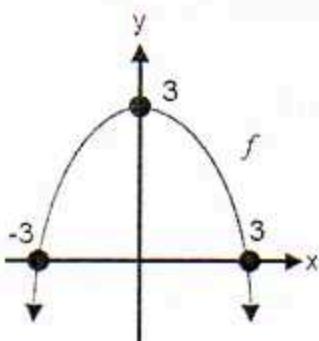
- I. Cero posee dos preimágenes en f . ✓
 II. 12 es un elemento del dominio de f . ✓

De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
 B) Ninguna
 C) Solo la I
 D) Solo la II



Considere la gráfica de la función cuadrática f y con base en ella conteste los ítems 52 y 53:



- 52) De acuerdo con los datos de la gráfica anterior, considere las siguientes proposiciones:

- I. El dominio de f es $[-3, 3]$. ✗
 II. $(-3, 0)$ pertenece al gráfico de f . ✓

De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

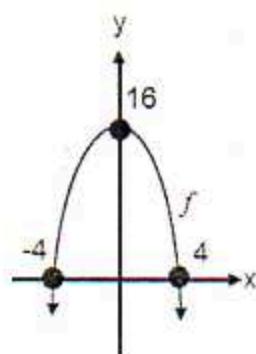
- A) Ambas
 B) Ninguna
 C) Solo la I
 D) Solo la II

Eje de simetría
 $x = -\frac{b}{2a}$
 $\Rightarrow b = 0$

- 53) Si $f(x) = ax^2 + bx + c$, el valor de b es:

R/ ,

- 54) Considere la gráfica de la función cuadrática f :



De acuerdo con los datos de la gráfica anterior, considere las siguientes proposiciones:

- I. El eje de simetría de f es $x=16$. $x=0$
- II. -5 es un elemento del dominio de f .

De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
B) Ninguna
C) Solo la I
 D) Solo la II

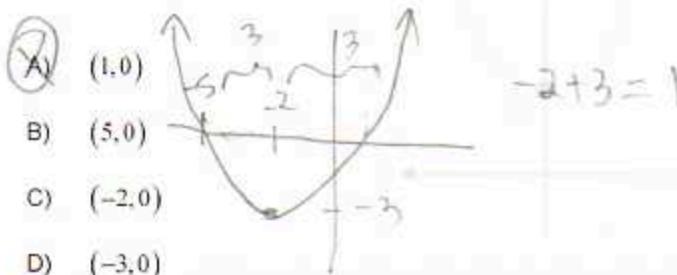
- 55) Las siguientes proposiciones se refieren a la función f dada por $f(x) = x^2 + 25$:

- I. Un codominio para f es \mathbb{R}^+ .
- II. Un intervalo donde f es creciente es $[2, 8]$.

De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
B) Ninguna
C) Solo la I
 D) Solo la II

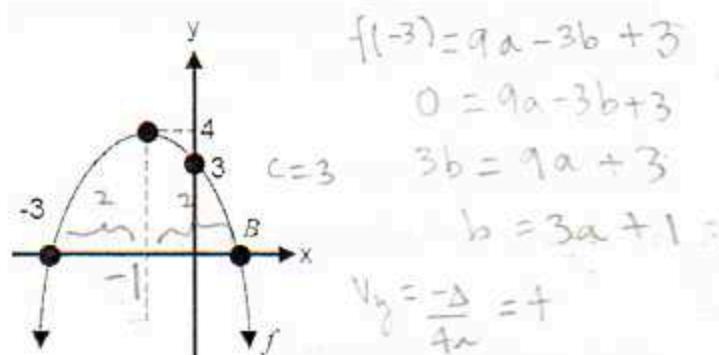
- 56) Sea f una función cuadrática, tal que, el vértice de la gráfica de f es $(-2, -3)$ e interseca al eje "x" en dos puntos. Si $(-5, 0)$ pertenece al gráfico de f , entonces, el otro punto de intersección con el eje "x" es:

- A) $(1, 0)$ 
 B) $(5, 0)$
 C) $(-2, 0)$
 D) $(-3, 0)$

- 57) Sea f una función cuadrática de dominio real, tal que su vértice es el punto $(2, -4)$ y su gráfica contiene el origen de las coordenadas. Con toda certeza se cumple que:

- A) $f(3) > 0$
 B) $f(5) < 0$
 C) $f(1) < 0$
 D) $f(-1) < 0$

- 58) La gráfica corresponde a $f(x) = ax^2 + bx + c$:



De acuerdo con la información, el punto B corresponde a:

- A) $(1, 0)$ $\Rightarrow \Delta = -16a$
 B) $(1, 3)$ $\Rightarrow b^2 - 4ac = -16a$
 C) $(2, 0)$ $9a^2 + ba + c = -16a$
 D) $(\frac{1}{2}, 0)$ $9a^2 + 10a + 1 = 0$

$$a = -\frac{1}{9} \Rightarrow b = \frac{2}{3} \Rightarrow v_x = \frac{-b}{2a} = \frac{1}{3}$$

$$a = -\frac{1}{9} \quad | \quad a = -1$$

- 59) Las siguientes proposiciones se refieren a una función cuadrática f dada por $f(x) = ax^2 + bx + c$:

- I. Si $b^2 - 4ac > 0$, entonces la gráfica de f interseca dos veces el eje "x". $\Delta > 0 \Rightarrow 2 \text{ intersecciones}$
- II. Si $c = 0$, entonces $(0,0)$ es un punto del gráfico de f .

De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
B) Ninguna
C) Solo la I
D) Solo la II



- 60) Sea $f :]-\infty, -2] \rightarrow \mathbb{R}$ con $f(x) = x^2$. ¿Cuál es el dominio de f ?

- A) $[4, +\infty[$
B) $]-\infty, 4]$
C) $[4, +\infty[$
D) $]-\infty, -4]$



- 61) Considere las siguientes proposiciones que se refieren a la función f dada por $f(x) = -x^2 + 2x + 3$

- I. 5 es un elemento de dominio de f . \times
II. $(-1, 2)$ es un elemento del gráfico de f . \times

De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

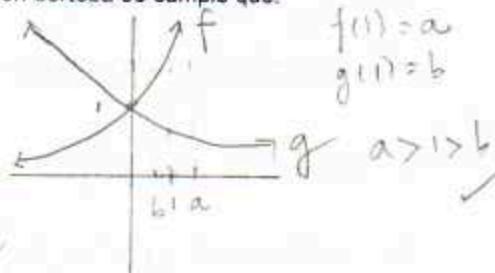
- A) Ambas.
B) Ninguna.
C) Solo la I.
D) Solo la II.

$$\text{I. } f(x) = 5 \\ -x^2 + 2x + 3 = 5 \\ -x^2 + 2x - 2 = 0 \\ \text{No hay soluciones}$$

$$\text{II. } f(-1) = -(-1)^2 + 2(-1) + 3 \\ = -1 - 2 + 3 = 0 \\ \neq 2 \quad \times$$

- 62) Para las funciones f y g , dadas por $f(x) = a^x$, $a > 1$ y $g(x) = b^x$, $0 < b < 1$ con certeza se cumple que:

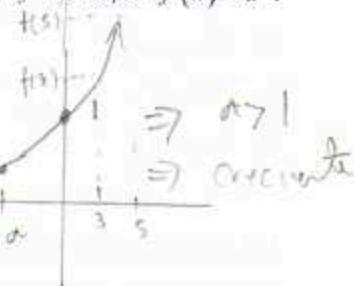
- A) $f(a) < a$ \times
B) $g(a) > b$ \times
C) $f(1) > g(1)$
D) $f(-1) = g(1)$ \times



- 63) Para una función exponencial f dada por $f(x) = a^x$.

Si $f(-a) < 1$, se cumple que:

- A) $f(3) < f(5)$ \checkmark
B) $f(2) < f(-1)$ \times
C) $f(-1) < f(-3)$ \times
D) $f(-4) < f(-10)$



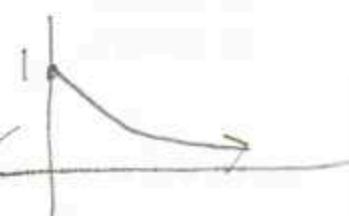
Consideré la función exponencial f dada por $f(x) = \left(\frac{1}{5}\right)^x$

de dominio de $[0, 1]$. Con base en ella conteste las preguntas 64 y 65.

- 64) De las siguientes proposiciones, ¿cuáles son verdaderas?

- I. f es creciente. \times

- II. El dominio de f es $[0, +\infty[$. \checkmark



- A) Ambas.
B) Ninguna.
C) Solo la I.
D) Solo la II.

$$\{x\} = \left(\frac{1}{5}\right)^x = \frac{1}{5^x} = 0,04$$

- 65) La imagen de 2 es:

R/

- 66) Considera la función exponencial f dada por $f(x) = \left(\frac{1}{4}\right)^x$, con dominio $]-1, +\infty[$. De las siguientes proposiciones, ¿cuáles son verdaderas?

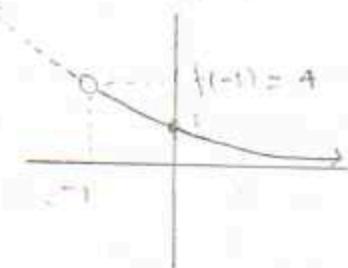
I. El ámbito de f es $]0, 4[$.



II. f interseca el "eje y" en $\left(0, \frac{1}{4}\right)$.

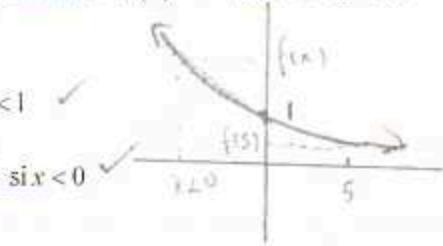


- A) Ambas
B) Ninguna
 C) Solo la I
D) Solo la II



- 67) Las siguientes proposiciones se refieren a la función exponencial f , dada por $f(x) = a^x$, con $0 < a < 1$:

- I. $0 < f(5) < 1$



De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
B) Ninguna
C) Solo la I
D) Solo la II

- 68) Si f es una función dada por $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{-x}$, entonces su función inversa es:

A) $f^{-1} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+, f^{-1}(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$$

B) $f^{-1} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+, f^{-1}(x) = \log_2 x$

$$y = 2^{-x}$$

C) $f^{-1} : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}, f^{-1}(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$

$$f^{-1}(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$$

D) $f^{-1} : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}, f^{-1}(x) = \log_2 x$

$$f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$$

- 69) La gráfica de la función f dada por $f(x) = \frac{2^x}{4}$ interseca el eje de "y" en:

A) $(0, 0)$

$$f(0) = 2^0 = \frac{1}{4}$$

B) $(0, 1)$

C) $\left(0, \frac{1}{2}\right)$

D) $\left(0, \frac{1}{4}\right)$

- 70) Las siguientes proposiciones se refieren a la función exponencial f dada por $f(x) = 0,2^{-x}$:

I. f es creciente.



II. $(1, 5)$ es un elemento del gráfico de f .



De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
B) Ninguna
C) Solo la I
D) Solo la II

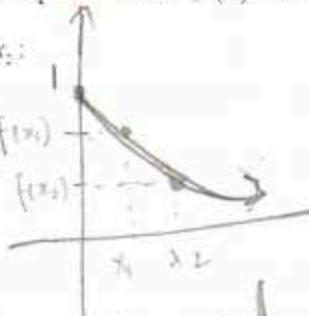
- 71) Las siguientes proposiciones se refieren a la función exponencial f dada por $f : [0, +\infty] \rightarrow \mathbb{R}^+$, con $f(x) = a^x$,

$f(x_1) > f(x_2)$ para todo $x_1 < x_2$:

I. $f(x) \in]0, 1]$



II. f es creciente.



De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
B) Ninguna
 C) Solo la I
D) Solo la II

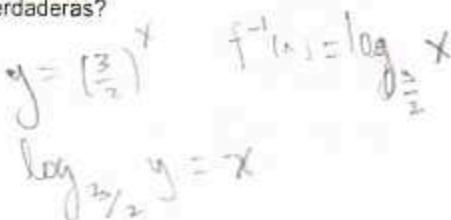
72) Las siguientes proposiciones se refieren a la función f dada por $f(x) = \left(\frac{2}{3}\right)^x = \left(\frac{3}{2}\right)^{-x}$

$$f(x) = \left(\frac{2}{3}\right)^x = \left(\frac{3}{2}\right)^{-x} \quad a = \frac{3}{2}$$

- I. $f^{-1}(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$ II. f es decreciente.

De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

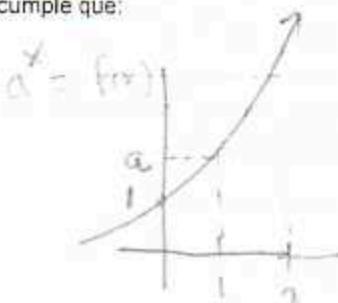
- A) Ambas.
B) Ninguna.
 C) Solo la I.
D) Solo la II.



73) Sea f una función dada por $f(x) = a^x$, con $a > 1$. Si

$x > 1$, entonces se cumple que:

- A) $a^x > 1$
B) $a^x < 1$
C) $a^x = 1$
D) $0 < a^x < 1$



74) Sea f una función exponencial dada por $f(x) = a^x$. Si el gráfico de f contiene a $(2, 9)$, entonces, el valor de "y" para que $(5, y)$ pertenezca al gráfico de f , es:

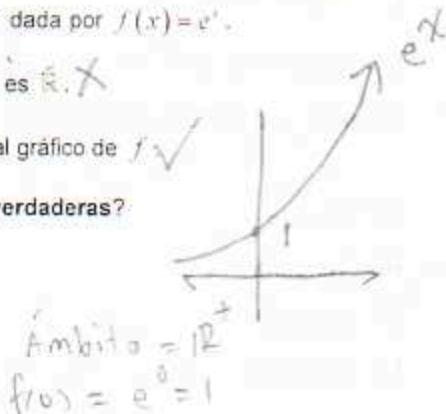
- A) 25 $f(2) = 9$ $f(5) = y$
B) 80 $a^2 = 9$ $3^5 = y$
C) 90 $a = 3$ $243 = y$
 D) 243

75) Considere las siguientes proposiciones referidas a la función exponencial f dada por $f(x) = e^x$.

- I. El dominio de f es \mathbb{R} .
II. $(0, 1)$ pertenece al gráfico de f .

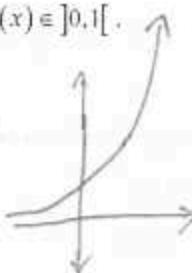
De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

- A) Ambas.
B) Ninguna.
C) Solo la I.
 D) Solo la II.



76) Considere las siguientes proposiciones referidas a la función exponencial f dada por $f(x) = a^x$, tal que f es creciente. $a > 1$

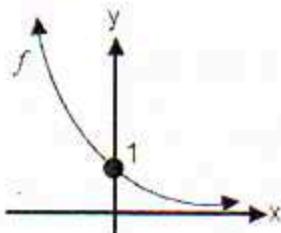
- I. Un posible valor de "a" es 2.
II. Para $x > 0$, se cumple que $f(x) \in]0, 1[$.



De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
B) Ninguna
 C) Solo la I
D) Solo la II

Considere la gráfica de la función exponencial $f(x) = a^x$, y utilícela para contestar los ítems 77 y 78.



77) De acuerdo con los datos de la gráfica anterior, considere las siguientes proposiciones:

- I. f es creciente.
II. El dominio de f es \mathbb{R}^+ .

De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
 B) Ninguna
C) Solo la I
D) Solo la II

$$f(x) = \left(\frac{2}{3}\right)^x$$

$$f(-2) = \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = \frac{9}{4} = 2,25$$

78) Suponiendo que $a = \frac{2}{3}$ la imagen de -2 es:

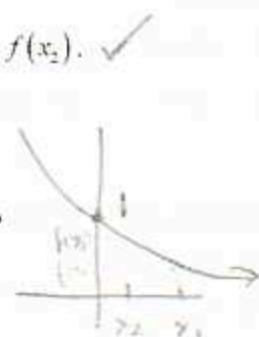
R/ 0 0 0 2 2 5

- 79) Considere las siguientes proposiciones para la función f dada por $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$:

- I. Si $x_1 > x_2$ entonces $f(x_1) < f(x_2)$. ✓
- II. $f^{-1}(x) = 2^x$. ✗

De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II



$$f^{-1}(x) = \log_2 x$$

- 80) Considere las siguientes proposiciones referidas a la función exponencial f dada por $f(x) = a^x$, tal que f es creciente:

- I. La función inversa de f es $f^{-1}(x) = \log_a x$. ✗
- II. La gráfica de f interseca al eje "y" en $(0, 1)$. ✓

De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

$$\text{I. } f^{-1}(x) = \log_a x$$

$$\text{II. } f(0) = a^0 = 1$$

$$(0, 1)$$

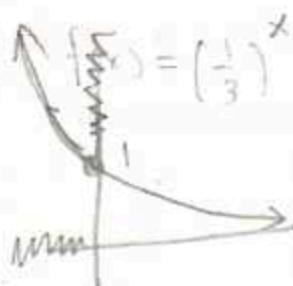
- 81) Sea f una función dada por $f(x) = a^x$, si la gráfica de f es decreciente, entonces, un posible valor de "a" es

- A) $\frac{2}{3}$ ✓
- B) $\frac{9}{8}$ ✗
- C) $\frac{4}{3}$ ✗
- D) $\frac{11}{9}$ ✗

$$a < 1$$

- 82) Sea la función exponencial f dada por $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$, si $x \leq 0$, entonces, con certeza $f(x)$ pertenece al intervalo

- A) $[0, 1]$
- B) $[1, 3]$
- C) $[1, +\infty[$
- D) $[3, +\infty[$



- 83) La siguiente tabla contiene información sobre una función exponencial f dada por $f(x) = a^x$:

x	0	1	2	3	+
$f(x)$	1	2	4	8	...

De acuerdo con la información anterior, considere las siguientes proposiciones:

- I. f es decreciente. ✗
- II. $f^{-1}(16) = 4$. ✓

De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

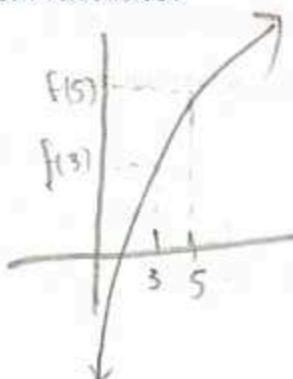
- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

- 84) Considere las siguientes proposiciones respecto de la función f de la forma $f(x) = \log_a x$, tal que f es creciente:

- I. $f(3) > f(5)$ ✗
- II. El dominio de f es \mathbb{R} . ✗

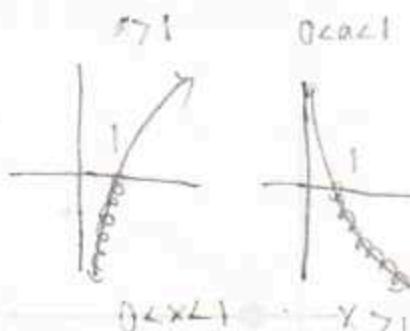
De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II



85) Si $x \in \mathbb{R}^+$, $\log_a x$ es negativo si se cumple que:

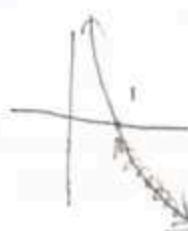
- A) $0 < a < 1$ y $x < 1$ ✗
- B) $0 < a < 1$ y $x > 1$ ✓
- C) $a > 1$ y $x > 1$ ✗
- D) $a > 1$ y $x = 1$ ✗



86) Si f es una función logarítmica de base "a" y $f(x) < 0$

para $x > 1$, entonces se cumple que:

- A) $1 < a$
- B) $a < -1$
- C) $0 < a < 1$
- D) $-1 < a < 0$



87) Sea f una función logarítmica tal que $f\left(\frac{1}{16}\right) = 2$,

entonces, $f(2)$ es:

A) 16

B) $-\frac{1}{2}$

C) $-\frac{1}{8}$

D) $\frac{1}{16}$

$$f(x) = \log_a x$$

$$2 = \log_a \frac{1}{16}$$

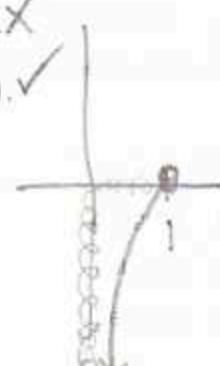
$$\begin{aligned} 2 &= \frac{1}{16} \\ 2^2 &= \frac{1}{16} \\ 4 &= \frac{1}{16} \\ 16 &= 1 \\ &= -1 \end{aligned}$$

88) Las siguientes proposiciones se refieren a la función logarítmica f dada por $f : [0,1] \rightarrow]-\infty, 0]$, con $f(x) = \log_a (x)$.

- I. La gráfica de f es decreciente. ✗
- II. f interseca el eje "x" en $(1,0)$. ✓

De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

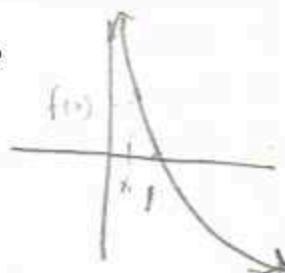


89) Considere las siguientes proposiciones referidas a la función f decreciente dada por $f(x) = \log_a x$.

- I. El dominio de f es \mathbb{R} . ✓

- II. Si $x \in]0,1[$, se cumple que $f(x) < 0$. ✗

De ellas, ¿cuáles son verdaderas?



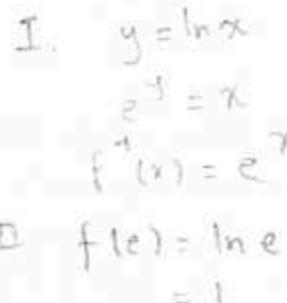
- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

90) Considere las siguientes proposiciones, referente a la función logarítmica f , dada por $f(x) = \ln x$:

- I. $f^{-1}(x) = 10^x$. ✗

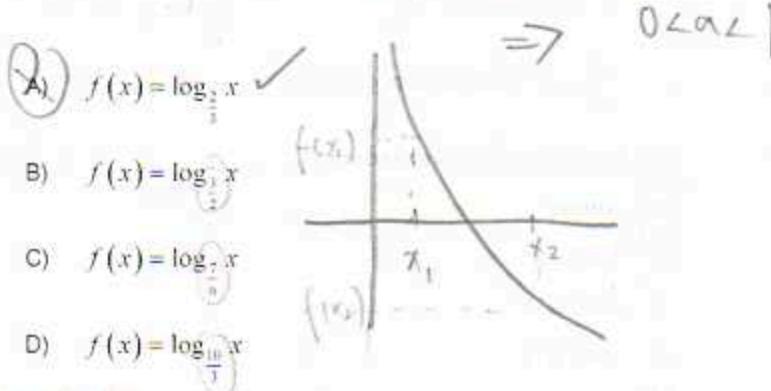
- II. La gráfica de f interseca el eje "x" en $(e,0)$. ✗

De ellas, ¿cuáles son verdaderas?



- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

91) Sea f una función logarítmica de la forma $f(x) = \log_a x$, tal que, $f(x_1) > f(x_2)$. Si se cumple que $x_1 < x_2$, entonces, un posible criterio para esta función es:



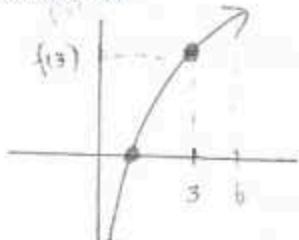
- 92) Considere las siguientes proposiciones, referente a la función f , dada por $f(x) = \log_a x$, tal que, $f(3) > 0$

I. f es creciente. ✓

II. La imagen de 6 en f pertenece al intervalo $]-\infty, 0[$. ✗

De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
B) Ninguna
C) Solo la I
D) Solo la II



- 93) Sea f una función dada por $f(x) = \log_a x$. Si el gráfico de f contiene a $(8, 3)$, entonces, el valor de "x" para que $(x, 4)$ pertenezca al gráfico de f , es:

- A) 9
B) $\frac{1}{16}$
C) 16
D) $\frac{32}{3}$

$$\begin{aligned} \log_a 8 &= 3 & \log_a x &= 4 \\ a^3 &= 8 & a^4 &= x \\ a &= 2 & a^4 &= x \end{aligned}$$

- 94) La siguiente tabla contiene información sobre una función logarítmica f dada por $f(x) = \log_a x$.

x	1	9	27	81
$f(x)$	0	2	3	4

$$\begin{aligned} f(9) &= 2 \\ \log_a 9 &= 2 \\ a^2 &= 9 \end{aligned}$$

De acuerdo con la información anterior, considere las siguientes proposiciones:

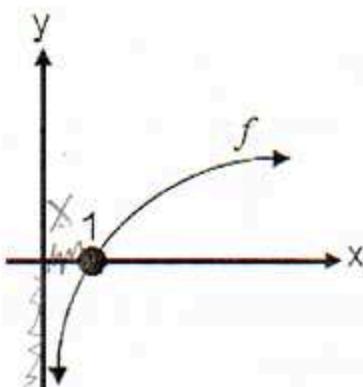
I. f es creciente. ✓

II. $\left(\frac{1}{2}, \sqrt{3}\right)$ pertenece al gráfico de f . $f^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = 3$

De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
B) Ninguna
C) Solo la I
D) Solo la II

- 95) Considere la siguiente gráfica referente a la función logarítmica f , dada por $f(x) = \log_a x$:



De acuerdo con los datos de la anterior gráfica, considere las siguientes proposiciones:

- I. $0 < a < 1$ ✗ f es creciente
II. Para todo $x \in]0, 1[$ se cumple que $f(x) \in]0, +\infty[$. ✗

De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
B) Ninguna
C) Solo la I
D) Solo la II

- 96) Para la función logarítmica f dada por $f(x) = \log_a x$,

considere las siguientes proposiciones:

- I. -2 es la imagen de 9. ✓ $f(9) = \log_{\frac{1}{3}} 9$
II. 3 es la preimagen de -1. ✓ $= -2$

De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
B) Ninguna
C) Solo la I
D) Solo la II

$$\begin{aligned} f(3) &= \log_{\frac{1}{3}} 3 \\ &= -1 \end{aligned}$$

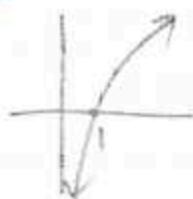
- 97) La gráfica de la función f dada por $f(x) = \log_{\frac{1}{7}}x$ interseca el eje "x" en:

A) $(1, 0)$

B) $(0, 1)$

C) $(\frac{1}{7}, 0)$

D) $(0, \frac{1}{7})$



- 98) Considere las siguientes proposiciones referidas a la función logarítmica f , dada por $f(x) = \log_b x$, tal que, f es creciente:

I. $b > 1$ ✓

II. $f(x) \in]-\infty, 0]$, para todo $x \in]0, 1]$.



De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

A) Ambas

B) Ninguna

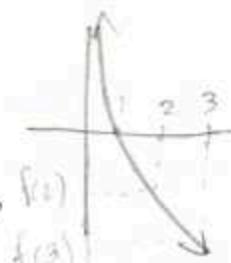
C) Solo la I.

D) Solo la II.

- 99) Las siguientes proposiciones se refieren a la función f , dada por $f(x) = \log_a x$, con $0 < a < 1$:

I. $f(3) < f(2)$ ✓

II. $f(x) > 0$, si $x > 1$ ✗



De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

A) Ambas

B) Ninguna

C) Solo la I.

D) Solo la II.

Considere la función dada por $f(x) = \log_{0,4} x$, y utilicela para contestar los ítems 100 a 103.

$$\alpha = 0,4 < 1$$

$\Rightarrow f$ es decreciente

- 100) Considere las proposiciones:

I. f es decreciente. ✓

II. 1 es la imagen de $\frac{2}{5}$. ✓ $f(\frac{2}{5}) = \log_{0,4} \frac{2}{5}$

De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

$$= \log_{0,4} 0,4 = 1$$

A) Ambas.

B) Ninguna.

C) Solo la I.

D) Solo la II.

- 101) Considere las proposiciones:

I. f interseca el eje y en algún punto ✗ No! f es asintótica

II. $f^{-1}(x) = (0,4)^x$ ✓

De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

$$y = \log_{0,4} x$$

$$0,4^y = x$$

$$f^{-1}(x) = (0,4)^x$$

- 102) La imagen de $0,80$ es:

R/

$$f(0,80) = \log_{0,4} 0,80 \approx 0,24$$

- 103) La preimagen de $-0,25$ es:

$$f(x) = -0,25 = \log_{0,4} x \Rightarrow x = 0,4^{-0,25}$$

R/ $\approx 1,26$

- 104) La grafica de la función dada por $f(x) = \log_3(x+9)$ interseca el eje de "y" en el punto:

- A) $(0, 2)$
 B) $(2, 0)$
 C) $(0, 8)$
 D) $(0, 1)$

$$x=0 \Rightarrow f(0) = \log_3 9 \\ = 2$$

- 105) Si $(9, 2)$ pertenece al gráfico de una función logarítmica f dada por $f(x) = \log_a x$, entonces $f(81)$ es:

- A) 4
 B) 18
 C) 27
 D) $\sqrt[3]{81}$

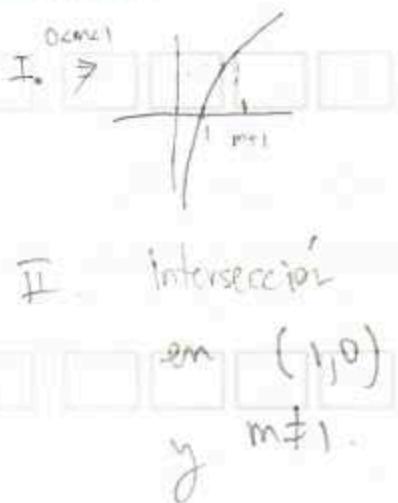
$$f(9) = \log_a 9 = 2 \\ a^2 = 9 \\ a = 3 \\ f(81) = \log_3 81 = 4$$

- 106) Considera las siguientes proposiciones que se refieren a la función f dada por $f(x) = \log_m x$.

- I. Si $0 < m < 1$, entonces $f(m+1) < 0$. \times
 II. La grafica de f interseca el eje "x" en $(m, 0)$. \times

De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

- A) Ambas.
 B) Ninguna.
 C) Solo la I.
 D) Solo la II.



- 107) Analice las siguientes proposiciones relacionadas con $f(x) = \log_a x$ donde $a > 1$ f es creciente

- I. Si $x = a$ entonces $f(x) = 0$ \times
 II. Si $x > 1$ entonces $f(x) > 0$ \checkmark
 III. Si $x < 1$ entonces $f(x)$ es decreciente \times

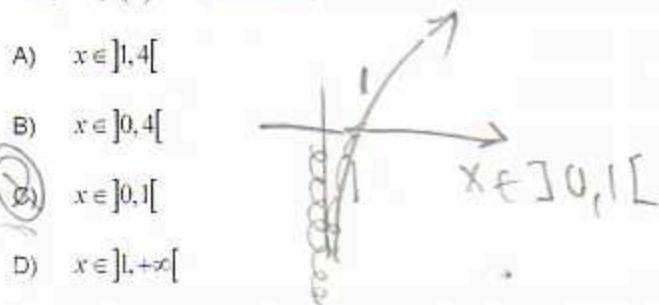
De ellas, ¿cuáles son VERDADERAS?

- A) Solo la I
 B) Solo la II
 C) Solo la II y la III
 D) Solo la I y la II
- III.** Como $a > 1 \Rightarrow f$ es crec.

Considera la función f dada por $f(x) = \log_4 x$ para contestar las preguntas 108 y 109.

- 108) Si $f(x) < 0$, entonces,

- A) $x \in]1, 4[$
 B) $x \in]0, 4[$
 C) $x \in]0, 1[$
 D) $x \in]1, +\infty[$



- 109) La función inversa de f es:

- A) $f^{-1}: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+, f(x) = 4^x$
 B) $f^{-1}: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 4^x$
 C) $f^{-1}: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+, f(x) = \left(\frac{1}{4}\right)^x$
 D) $f^{-1}: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}, \left(\frac{1}{4}\right)^x$

SELECCIÓN ÚNICA O RESPUESTA BREVE

- 1) La solución de $\begin{cases} x - 2y = 6 \\ x + 4y = -8 \end{cases}$ corresponde a:

A) $\left(\frac{-4}{3}, \frac{7}{3} \right)$

$$x = b + 2y$$

$$b + 2y + 4y = -8$$

B) $(4, -1)$

$$b = -14$$

C) $\left(\frac{4}{3}, \frac{-7}{3} \right)$

$$y = -\frac{7}{3}$$

D) $(-4, 1)$

$$y = -\frac{4}{3}$$

- 2) ¿Cuál de las siguientes ecuaciones lineales en dos variables es equivalente a $4x + 2y = 6$?

A) $2x + 4y = 6$

$$2x + y = 3$$

B) $8x + 2y = 12$

C) $2x + y = 3$

D) $4x + 2y = 12$

- 3) Una de las ecuaciones de un sistema de ecuaciones es $x - 4y = 3$. Si el sistema es inconsistente, entonces, la segunda ecuación puede ser:

A) $x - 4y = 3$

B) $2x - 4y = 6$

C) $x + 4y = 3$

D) $x - 4y = 5$

- 4) El sistema de ecuaciones $\begin{cases} ax + 3y = 12 \\ 2x + 6y = 24 \end{cases}$ tiene infinitas soluciones. Entonces, el valor de a es:

A) 1

$$2ax + 6y = 24$$

$$2x + 6y = 24$$

B) 2

$$2a = 2$$

C) 4

$$a = 1$$

D) 6

- 5) El sistema de ecuaciones $\begin{cases} 5x - by = 8 \\ 10x - 8y = 16 \end{cases}$ tiene una única solución. Entonces, con certeza se cumple:

A) $b = 4$

B) $b \neq 4$

C) $b = 8$

D) $b \neq 8$

$$10x - 2by = 16$$

$$10x - 8y = 16$$

$$2b \neq 8$$

$$b \neq 4$$

- 6) La solución de $\begin{cases} x - \frac{1}{3}y = \frac{1}{2} \\ x + y = \frac{1}{2} \end{cases}$ corresponde a:

A) $(1, -1)$

B) $(\frac{1}{2}, 0)$

C) $(\frac{1}{18}, \frac{1}{9})$

D) $(\frac{7}{6}, \frac{5}{3})$

$$6x - 2 = 3y$$

$$2x + 2y = 1$$

$$-6x - 6y = -3$$

$$-9y = -1$$

$$y = \frac{1}{9}$$

$$x = \frac{1}{2} - \frac{1}{9} = \frac{7}{18}$$

- 7) La suma de dos números es 800. Si los $\frac{3}{8}$ del número mayor equivale a los $\frac{3}{2}$ del número menor, entonces ¿cuál es el número mayor?

A) 160

B) 300

C) 640

D) 1500

$$x + y = 800$$

$$\frac{3}{4}x = \frac{3}{2}y$$

$$x = 4y$$

$$4y + y = 800$$

$$5y = 800 \Rightarrow y = 160$$

$$x = 640$$

$$x = 640$$

$$x = 640$$

$$x = 640$$

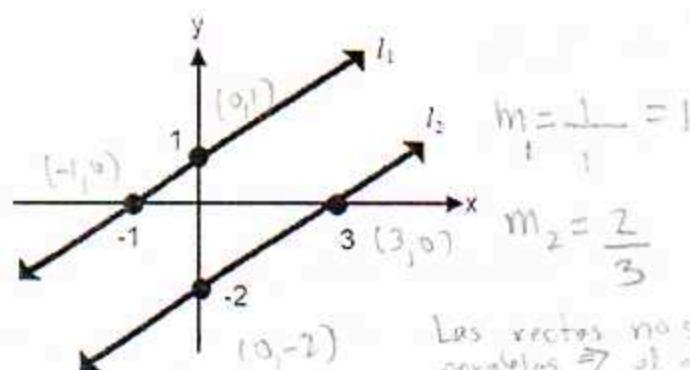
- 9) Considere las siguientes afirmaciones sobre el sistema de ecuaciones dado por
- $$\begin{cases} 5x - 2y = -3 \\ -10x + 4y = 6 \end{cases}$$
- $-10x + 4y = 6$
 $-10x + 4y = 6$

- I. El sistema es consistente. ✓
- II. La solución del sistema es el punto $(1,4)$. ✗

¿Cuál o cuáles de ellas son verdaderas?

- A) Ambas
 B) Ninguna
 C) Solo la I
 D) Solo la II

- 10) Considere la siguiente gráfica de las rectas l_1 y l_2 .



De acuerdo con los datos de la anterior gráfica, considere las siguientes proposiciones:

- I. Las rectas l_1 y l_2 se intersecan en un punto. ✓
- II. Las ecuaciones de l_1 y l_2 determinan un sistema dependiente. ✗

De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
 B) Ninguna
 C) Solo la I
 D) Solo la II

- 11) Considere las siguientes afirmaciones sobre el sistema formado por las ecuaciones de las rectas l_1 y l_2 , tales que $l_1 \perp l_2$.

- I. El sistema es consistente. ✓
- II. El sistema tiene infinitas soluciones. ✗
- De ellas, ¿cuál o cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
 B) Ninguna
 C) Solo la I
 D) Solo la II

Consideré el siguiente enunciado y utilícelo para contestar los ítems 12 y 13: "Un tercio de la diferencia de dos números es 11 y cuatro novenos del número mayor equivalen a los tres cuartos del número menor."

- 12) Si " x " representa el número mayor, " y " representa el número menor, entonces un sistema de ecuaciones que permite resolver el problema anterior es

A) $\begin{cases} \frac{x-y}{3} = 11 \\ \frac{4}{9}x - \frac{3}{4}y = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} \frac{1}{3}(x-y) = 11 \\ \frac{4}{9}x - \frac{3}{4}y = 0 \end{cases}$

B) $\begin{cases} \frac{y-x}{3} = 11 \\ \frac{4}{9}x - \frac{3}{4}y = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} \frac{1}{9}x - \frac{1}{3}y = 11 \\ \frac{4}{9}x - \frac{3}{4}y = 0 \end{cases}$

C) $\begin{cases} \frac{x}{3} - y = 11 \\ \frac{4}{9}x - \frac{3}{4}y = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x - 3y = 33 \\ \frac{4}{9}x - \frac{3}{4}y = 0 \end{cases}$

D) $\begin{cases} \frac{y}{3} - x = 11 \\ \frac{4}{9}x - \frac{3}{4}y = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} 16(33+y) = 27y \\ 528 + 16y = 27y \\ 528 = 11y \\ 48 = y \end{cases}$

13) El menor de los números es:

R/ ,

- 14) La edad de Ana sumada con la de María equivale a 60 años. Además, si al doble de la edad de Ana se le suma un tercio de la edad de María se obtiene 40 años.

De acuerdo con el enunciado anterior, considere las siguientes proposiciones:

- I. María tiene menos de 20 años de edad.
- II. La edad de Ana es mayor que la de María.

De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
 B) Ninguna
 C) Solo la I
 D) Solo la II

$$\begin{cases} A + M = 60 \\ 2A + \frac{1}{3}M = 40 \end{cases}$$

$$\Rightarrow A = 12, M = 48$$

- 15) Considere el siguiente caso hipotético: En una empresa, la función de costo de producción está dada por

$$p(x) = \frac{x}{2} + 200$$

y la función que modela la inversión está definida por $i(x) = \frac{5x}{2}$, donde "x" representa, en ambos casos, las unidades de mercancías producidas. ¿Cuál es la cantidad de mercancías que satisface simultáneamente la función de costo y de inversión?

- A) 100
 B) 200
 C) 250
 D) 500

$$\frac{x}{2} + 200 = \frac{5x}{2}$$

$$200 = 2x$$

$$100 = x$$

- 16) La suma de dos números es 56. Si el menor equivale a la mitad del mayor aumentada en 8, entonces, uno de esos números es:

- A) 20
 B) 24
 C) 28
 D) 36

$$\begin{aligned} x + y &= 56 & y &\rightarrow \text{mayor} \\ x &= \frac{y}{2} + 8 & y &\rightarrow \text{menor} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow 2x = y + 16$$

$$2x = 56 - x + 16$$

$$3x = 72$$

$$x = 24$$

$$\begin{aligned} y &= 56 - 24 \\ &= 32 \end{aligned}$$

- 17) Al contar las monedas de Ana y Beatriz se obtiene un total de ochenta y nueve monedas. Si Beatriz tiene cuatro monedas menos que el doble de lo que tiene Ana, entonces, ¿cuántas monedas tiene Beatriz?

- A) 21
 B) 36
 C) 44
 D) 58

$$\begin{aligned} B &= 2A - 4 & A + B &= 89 \\ B &= 2(89 - B) - 4 & A &= 89 - B \\ B &= 178 - 2B - 4 & \\ 3B &= 174 \Rightarrow B = 58 \end{aligned}$$

- 18) María gastó un total de €47 000 en la compra de un par de zapatos y un bolso. Luego, los vendió y obtuvo una ganancia de €6 300 en total. Si la venta del par de zapatos generó una ganancia de un 10% y del bolso un 15%, entonces, ¿cuánto gastó (en colones) María en la compra de uno de esos productos?

- A) 10 030
 B) 15 000
 C) 25 000
 D) 26 650

$$\begin{cases} z + B = 47\,000 \\ 1,1z + 1,15B = 47\,000 + 6\,300 \end{cases} \Rightarrow z = 15\,000; B = 32\,000$$

- 19) La suma de las edades de Ana y Beatriz es 102 años. Si la edad de Ana excede en tres años a la mitad de la edad de Beatriz, entonces, ¿cuál es la edad de Ana?

- A) 32
 B) 36
 C) 54
 D) 70

$$\begin{cases} A + B = 102 & A = \frac{B}{2} + 3 \\ A - \frac{B}{2} = 3 \end{cases}$$

$$A = 36 \quad B = 66$$

- 20) Una micro empresa lechera envasó 220 litros de leche en 336 envases de un tercio de litro y de dos tercios de litro. ¿Cuántos envases de dos tercios de litro fueron utilizados?

- A) 112
 B) 116
 C) 224
 D) 324

$$\begin{aligned} x &\rightarrow \text{envases de } \frac{1}{3} \\ y &\rightarrow \text{envases de } \frac{2}{3} \\ \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}y &= 220 \Rightarrow y = 324 \end{aligned}$$

- 21) Una empresa telefónica ofrece a sus clientes dos planes para el pago de su tarifa mensual. El primer plan consta de un monto fijo de 3000 colones por una hora o menos y a partir de la hora, cada minuto adicional cuesta 50 colones. El segundo plan incluye un costo fijo de 4000 colones por una hora o menos y a partir de la hora, cada minuto adicional vale 30 colones.

$$A: y = 3000 + 50x \quad | \quad B: y = 4000 + 30x$$

De acuerdo con el enunciado anterior, considere las siguientes proposiciones:

- I. La tarifa telefónica por el consumo de 110 minutos mensuales, es igual en ambos planes. ✓
- II. Un usuario que paga 5500 colones puede hablar la misma cantidad de minutos para llamadas en cualquiera de los dos planes. ✓

De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
B) Ninguna
C) Solo la I
D) Solo la II

- 22) El costo “ C ” de producir aviones de juguete está dado por $C(a) = 9000 + 15a$, y el ingreso por la venta de dichos juguetes está modelado por $I(a) = 30a$, donde “ a ” el número de unidades.

De acuerdo con el enunciado anterior, considere las siguientes proposiciones:

- I. El ingreso por la venta de 800 aviones es 24 000 ✓
- II. Las ventas inferiores a 600 unidades, presentan costos superiores a los ingresos.

De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
B) Ninguna
C) Solo la I
D) Solo la II

- 23) La solución de $2^x = \frac{4^{1-x}}{8}$ es:

A) $\frac{1}{2}$

B) $\frac{2}{5}$

C) $-\frac{1}{2}$

D) $-\frac{1}{3}$

$$2^x = \frac{4^{1-x}}{8}$$

$$2^x = \frac{2^{2-2x-3}}{2}$$

$$2^x = 2^{-2x-3}$$

$$3x = -1$$

$$x = -\frac{1}{3}$$

- 24) La solución de $7^{1-2x} = 49\sqrt{7^x}$ es:

A) 0

B) $\frac{1}{3}$

C) -1

D) $-\frac{2}{5}$

$$7^{1-2x} = 7^2 \cdot 7^x$$

$$7^{1-2x} = 7^2 \cdot 7^x$$

$$1-2x = 2+x$$

$$-1 = 2x + x$$

$$-1 = \frac{3x}{2} \Rightarrow x = -\frac{2}{3}$$

- 25) La solución de $-3 \cdot 5^x = 125 - 8 \cdot 5^x$ es:

A) 2

B) 3

C) 4

D) $\frac{3}{2}$

$$y = 5^x \quad -3y = 125 - 8y$$

$$5y = 125$$

$$y = 25$$

$$5^x = 5^2$$

$$x = 2$$

- 26) La solución de $16^x = \frac{8^{3x+1}}{2^x}$ es:

A) 0

B) 3

C) $-\frac{1}{2}$

D) $-\frac{3}{4}$

$$(2^4)^x = 2^{3(3x+1)}$$

$$2^{4x} = 2^{9x+3-x}$$

$$4x = 9x+3-x$$

$$-3 = 4x$$

$$-\frac{3}{4} = x$$

$$0,25 = \frac{1}{4} = \frac{1}{2^2} = 2^{-2}$$

27) La solución de $4 \cdot 8^{2x+1} = (0,25)^{x+3}$ es:

A) 0

B) $\frac{1}{4}$

C) $-\frac{5}{8}$

D) $-\frac{1}{12}$

$$2 \cdot 2^{3(2x+1)} = (2^{-2})^{x+3}$$

$$2^{2+6x-3} = 2^{-2x-6}$$

$$6x - 1 = -2x - 6$$

$$8x = -5$$

$$x = -\frac{5}{8}$$

28) La solución de $2 \cdot 3^x + 3^x = \frac{1}{9}$ es:

A) -1

B) -3

C) $-\frac{1}{2}$

D) $-\frac{3}{2}$

$$y = 3^x \Rightarrow 2y + y = 3^{-2}$$

$$3y = 3^{-2}$$

$$y = \frac{3^{-2}}{3} = 3^{-3}$$

$$3^x = 3^{-3}$$

$$x = -3$$

29) Si "a" es una constante mayor que uno, entonces la

solución de $\frac{a^{2x}}{a^{x+1}} = a$ es:

A) 0

B) 1

C) 2

D) $-\frac{1}{3}$

$$\frac{2x-(x+1)}{a} = 1$$

$$2x - x - 1 = 1$$

$$x = 2$$

30) Para $\frac{36^{2x+3}}{6} = \sqrt{6}$ se cumple que "x" pertenece a:

$$\underline{6^{2(2x+3)}} = 6^{\frac{1}{2}}$$

A) $\left[-\frac{14}{8}, \frac{14}{8} \right]$

B) $\left[-\frac{14}{8}, -\frac{12}{8} \right]$

C) $\left[-\frac{12}{8}, -\frac{6}{8} \right]$

D) $\left[-\frac{6}{8}, -\frac{4}{8} \right]$

$$4x + 5 = \frac{1}{2}$$

$$4x = \frac{1}{2} - 5$$

$$4x = -\frac{9}{2} \Rightarrow x = -\frac{9}{8}$$

Considera la sucesión de números 9, 27, 81, ... cuya ley de formación es $a_n = 3^{n+1}$ y utilícela para contestar las preguntas 31 y 32.

31) ¿Cuál término de la sucesión es igual a 729?

$$3^{n+1} = 729$$

A) El cuarto

B) El quinto

C) El sexto

D) El séptimo

$$n+1 = \log_3 729$$

$$n+1 = 6$$

$$n = 5$$

32) ¿A partir de cuál término, todos los términos son mayores que 200 000?

$$3^{n+1} > 200\,000$$

A) $n = 7$

B) $n = 9$

C) $n = 11$

D) $n = 14$

$$n+1 > \log_3 200\,000$$

$$n+1 > 11,11$$

$$n > 10,11$$

Consideré el contexto "Helados Herrera" y utilícelo para contestar las preguntas 33 y 34.

Helados Herrera

La familia Herrera empeñó una pequeña empresa de Helados en el año 2013. Según, el plan de negocio, las ganancias de la empresa se pueden estimar con la fórmula $G(n) = \left(\frac{10}{11}\right)^{-n}$ después de n años de haber iniciado las operaciones.

33) ¿En qué año las ganancias de la empresa serán 1,331 millones de colones?

- A) El segundo
- B) El tercero
- C) El quinto
- D) El séptimo

$$G(n) = 1,331$$

$$\left(\frac{10}{11}\right)^{-n} = 1,331$$

$$-n = \log_{\frac{10}{11}} 1,331$$

$$-n = -3 \Rightarrow n = 3$$

34) Silvia, la hermana menor de la familia, considera necesario que las ganancias superen los 3 millones de colones. ¿A partir de qué año esto sucedería?

- A) 2020
- B) 2022
- C) 2023
- D) 2025

$$G(n) > 3$$

$$\left(\frac{10}{11}\right)^{-n} > 3$$

$$\frac{10}{11} < 1, \text{ entonces,}$$

$$-n < \log_{\frac{10}{11}} 3$$

la desigualdad

se invierte porque $-n < -11,53$

la función básica $\Rightarrow n > 11,53$

de base $\frac{10}{11}$

es decreciente.

$$\begin{array}{r} 2011 \\ + 12 \\ \hline 2023 \end{array}$$

Consideré el contexto "Amigos y Videojuegos" y utilícelo para contestar las preguntas 35 y 36.

Amigos y Videojuegos

Mario y Daniel son dos amigos que se reúnen todos los sábados para jugar un videojuego. Ellos juegan en niveles distintos.

El puntaje de Daniel se puede calcular con la fórmula $D(n) = 2 \cdot 2^{n+15}$ y el de Mario, con la fórmula

$M(n) = \frac{4^{3n+1}}{2}$ donde n es el número de sábados que juegan juntos.

35) ¿En cuál sábado tienen los dos el mismo puntaje?

- A) El segundo
- B) El tercero
- C) El quinto
- D) El séptimo

$$D(n) = M(n)$$

$$2 \cdot 2^{n+15} = 4^{3n+1}$$

$$2^{1+n+15} = 2^{3n+1}$$

$$n+16 = 3n+2-1 \Rightarrow 15 = 2n$$

36) ¿En cuál sábado tendrá Mario el doble del cuadrado del puntaje que tendrá Daniel?

- A) El tercero
- B) El quinto
- C) El séptimo
- D) El octavo

$$2[D(n)]^2 = M(n)$$

$$2[2 \cdot 2^{n+15}]^2 = 4^{3n+1}$$

$$2^{1+2n+30} = 2^{3(3n+1)}$$

$$2^{1+2n+16} = 2^{6n+1}$$

37) Sean $m > 0$ y $n > 0$. Si $\log\left(\frac{m}{3n}\right) = 0$, entonces con certeza se cumple que:

- A) $m = n$
- B) $m = \frac{n}{3}$
- C) $m = 3n$
- D) $m = -3n$

$$10^0 = \frac{m}{3n}$$

$$1 = \frac{m}{3n}$$

$$3n = m$$

38) Sean $m > 0$ y $a > 0$. Si $\log_m a = n$, entonces con certeza se cumple que:

42) El valor de $\log_3 \sqrt[3]{b}$ es:

$$\frac{1}{3} \log_{ab} b = \frac{1}{3} \cdot 12 = 4$$

- A) $\log_m a^m = m^2$ ✓ $\log_m a^n = n \cdot \log_m a = n \cdot 1 = n^2$ A) 9
 B) $\log_m a^n = n^2$ ✓ $\log_m a^n = n \cdot \log_m a = n \cdot n = n^2$ B) 4
 C) $\log_n a = m$ ✗ C) 15
 D) $\log_n a^m = m^2$ ✗ $\log_n a^m = m \log_n a = m \log_m a$ D) $\sqrt[3]{12}$

43) El valor de $\log_a c^3$ es:

$$3 \log_a c = 3 \cdot 3 = 9$$

- 39) La expresión $\log_2 \left(\frac{x^{121} \cdot y^{200}}{z^{677}} \right)$ es equivalente a: A) 9
 $\log_2 x^{121} + \log_2 y^{200} - \log_2 z^{677}$ B) 4
 A) $677 \log_2 z - 121 \log_2 x - 200 \log_2 y$ C) 15
 B) $121 \log_2 x + 200 \log_2 y - 677 \log_2 z$ D) 27
 C) $121 \log_2 x - 200 \log_2 y - 1354 \log_2 z$
 D) $\log_2 (x^{121} + y^{200} - z^{677})$

44) El valor de $\log_a (b^2 c^3)$ es:

$$\begin{aligned} &\log_{ab} b^2 + \log_{ac} c^3 \\ &2 \log_{ab} b + 3 \log_{ac} c \\ &2(12) + 3(3) \\ &24 + 9 = 33 \end{aligned}$$

- 40) La expresión $\log_3 \left(\frac{\sqrt[3]{x^{50}}}{z^{12} \cdot y^{40}} \right)$ es equivalente a:
 A) $150 \log_3 x - 12 \log_3 z - 40 \log_3 y$ B) 36
 B) $150 \log_3 x - 12 \log_3 z + 40 \log_3 y$ C) 171
 $\frac{50 \log_3 x}{3} - 12 \log_3 z - 40 \log_3 y$ D) 3888
 C) $\frac{50 \log_3 x}{3} - 12 \log_3 z - 40 \log_3 y$
 D) $\frac{50 \log_3 x}{3} - 12 \log_3 z + 40 \log_3 y$

45) El valor de $\log_b c$ es:

$$\frac{\log_a c}{\log_a b} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

Suponiendo que $\log_a b = 12$ y $\log_a c = 3$ conteste las preguntas 41 a 46

41) El valor de $\log_a (bc)$ es:

- A) 9
 B) 4
 C) 15
 D) 36

$$\log_{ab} b + \log_{ac} c$$

$$12 + 3$$

46) El valor de $\log_a \frac{b^2}{c}$:

$$2 \log_{ab} b - \log_{ac} c$$

R/ ,

$2 \cdot 12 - 3$

24 - 3

21

Suponiendo que $\log_a b = 18$ y $\log_a c = 6$ conteste las preguntas 47 a 51.

- 47) El valor de $\log_a \left(\frac{c}{b} \right)$ es:

- A) 3
B) $\frac{1}{3}$
C) 12
D) -12

$$\begin{aligned} \log_a c - \log_a b \\ b = 18 \\ -12 \end{aligned}$$

- 48) El valor de $\log_a (a^3 b^2 c)$ es:

- A) 45
B) 3888
C) 648
D) 5832

$$\begin{aligned} \log_a a^3 + \log_a b^2 + \log_a c \\ 3 + 2 \log_a b + \log_a c \\ 3 + 2 \cdot 18 + 6 \\ 3 + 36 + 6 = 45 \end{aligned}$$

- 49) El valor de $\log_a a^x$ es:

- A) a^x
B) a^x
C) a^x
D) a^{10}

$$\begin{aligned} c \cdot \log_a a \\ \log_a c = b \\ a = c \\ C \quad 1 = c = a^x \end{aligned}$$

- 50) El valor de $\log_a b$ es:

- A) 3
B) $\frac{1}{3}$
C) 12
D) -12

$$\begin{aligned} \log_a b = 18 \\ b = 6 \end{aligned}$$

- 51) El valor de $\log_a \sqrt{\frac{b}{a}} + \log_a a$:

- R: 0 0 0 3, 0 0

$$\frac{1}{6} \cdot 18 + \frac{1}{6} = \frac{18}{6} = 3$$

- 52) La solución de $9^x = 5$ es:

- A) $\log_9 9$
B) $\log_9 5$
C) $\log_5 9$
D) $\log_5 3$

$$x = \log_9 5$$

- 53) La solución de $3^{x-1} = 2$ es:

- A) $\log 2$
B) $\log_3 5$
C) $\log_3 6$
D) $\frac{1 + \log 2}{\log 3}$

$$x-1 = \log_3 2$$

$$x = \log_3 2 + 1$$

$$\begin{aligned} &= \log_3 2 + \log_3 3 \\ &= \log_3 (2 \cdot 3) \\ &= \log_3 6 \end{aligned}$$

- 54) La solución de $5^{x+2} = 3^{x-1}$ es:

- A) $\frac{-2 \ln 5 - \ln 3}{\ln 5 - \ln 3}$
B) $\frac{\ln 5 - \ln 3}{-2 \ln 5 - \ln 3}$
C) $\frac{\ln 3}{\ln 5}$
D) $\frac{\ln 5}{\ln 3}$

$$\ln 5^{x+2} = \ln 3^{x-1}$$

$$(x+2) \ln 5 = (x-1) \ln 3$$

$$\begin{aligned} x \ln 5 + 2 \ln 5 &= x \ln 3 - \ln 3 \\ x \ln 5 - x \ln 3 &= -2 \ln 5 - \ln 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x(\ln 5 - \ln 3) &= -2 \ln 5 - \ln 3 \\ x &= \frac{-2 \ln 5 - \ln 3}{\ln 5 - \ln 3} \end{aligned}$$

- 55) La solución de $6^{2x-3} = 7^{x+5}$ es:

- A) $\frac{\ln 7}{2 \ln 6}$
B) $\frac{2 \ln 6}{\ln 7}$
C) $\frac{2 \ln 6 - \ln 7}{5 \ln 7 + 3 \ln 6}$
D) $\frac{5 \ln 7 + 3 \ln 6}{2 \ln 6 - \ln 7}$

$$\ln 6^{2x-3} = \ln 7^{x+5}$$

$$(2x-3) \ln 6 = (x+5) \ln 7$$

$$\begin{aligned} 2x \ln 6 - 3 \ln 6 &= x \ln 7 + 5 \ln 7 \\ x(2 \ln 6 - \ln 7) &= 5 \ln 7 + 3 \ln 6 \end{aligned}$$

$$x = \frac{5 \ln 7 + 3 \ln 6}{2 \ln 6 - \ln 7}$$

56) El conjunto solución de $e^{x^2-2} = 3$ es:

- A) {}
- B) $\{\sqrt{\ln 3+2}\}$
- C) $\{\pm\sqrt{\ln 3+2}\}$
- D) $\{\sqrt{\ln 5}\}$

$$\Rightarrow x^2 - 2 = \ln 3$$

$$x^2 = 2 + \ln 3$$

$$x = \pm \sqrt{2 + \ln 3}$$

60) Si $\log_a \sqrt{7} = -4$, entonces el valor de "a" es:

$$a^{-4} = \sqrt{7}$$

$$a = (\sqrt{7})^{\frac{1}{-4}}$$

$$= \frac{1}{(\sqrt{7})^4} = \frac{1}{7}$$

- A) $\sqrt{7}$
- B) $\frac{1}{49}$
- C) $\frac{1}{\sqrt{7}}$
- D) -49

57) El conjunto solución de $10^{x^2-1} = 5$ es:

- A) {}
- B) $\{\sqrt{\log 5-1}\}$
- C) $\{\pm\sqrt{\log 5-1}\}$
- D) $\{\sqrt{\log 4}\}$

$$x^2 + 1 = \log 5$$

$$x^2 = \underbrace{\log 5 - 1}_{\text{negativo}}$$

$$S = \emptyset$$

61) Suponga que $\log_w 25 = 2$ y $\log_2(x) = w$. Entonces, x es:

$$w^2 = 25 \quad 2^w = x$$

$$w = \sqrt{25} \quad 2^5 = 32$$

$$w = 5 \quad x = 32$$

- A) 25
- B) 625
- C) 32
- D) 4

58) El conjunto solución de $7^{x^2+x+1} = 1$ tiene:

- A) Cero elementos
- B) Un elemento
- C) Dos elementos
- D) Más de dos elementos

$$7^{(x+1)^2} = 7^0$$

$$(x+1)^2 = 0$$

$$\Rightarrow x = -1$$

62) Suponga que $2 \log_2 2 = \frac{1}{2}$. Si se cumple que $8 \log_2 x = w$, entonces, "x" es:

$$\log_2 w^2 = \frac{1}{4}$$

$$w^2 = 2^{\frac{1}{4}} = 2$$

$$w = 2^{\frac{1}{4}} = 16$$

- A) 4
- B) 8
- C) $\frac{1}{4}$
- D) $\sqrt{2}$

59) El conjunto solución de $5^x = 7^{x+1}$ tiene:

- A) Cero elementos
- B) Un elemento
- C) Dos elementos
- D) Más de dos elementos

$$\ln 5^x = \ln 7^{x+1}$$

$$x^2 \ln 5 = (x+1) \ln 7$$

$$\ln 5 x^2 - (\ln 7)x - \ln 7 = 0$$

MODE 5-3

$$\approx 1,86 \quad x_1 \approx -0,65$$

$$8 \log_2 x = 16$$

$$\log_2 x = 2$$

$$2^2 = x$$

$$4 = x$$

63) Suponga que $\log_4 81 = 4$. Si se cumple que $\log_{\frac{1}{2}} x = w$,

entonces, "x" es:

$$\begin{aligned} w^4 &= 81 \\ w &= \sqrt[4]{81} \end{aligned}$$

A) $\frac{1}{2}$

B) $\frac{1}{8}$

C) $\frac{1}{9}$

D) $\frac{1}{16}$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^3 = x$$

$$\frac{1}{8} = x$$

66) La solución de $\log(3x+2) - \log(x-1) = \log 4$ es:

A) 3

B) 6

C) $\frac{1}{2}$

D) $\frac{3}{2}$

$$\log \frac{3x+2}{x-1} = \log 4$$

$$\frac{3x+2}{x-1} = 4 \Rightarrow 3x+2 = 4x-4$$

$$6 = x$$

67) Para $\log_2(2x+3) - \log_2(x+2) = -1$, se cumple que "x" pertenece a:

$$\log_2 \frac{2x+3}{x+2} = -1$$

A) $\left[-\frac{1}{3}, 0\right]$

$$2^{-1} = \frac{2x+3}{x+2}$$

B) $\left[-1, \frac{-1}{3}\right]$

$$-4 = 3x$$

C) $\left[-3, \frac{-5}{3}\right]$

$$\frac{1}{2} = \frac{2x+3}{x+2} \quad \frac{-4}{3} = x$$

D) $\left[-\frac{5}{3}, -1\right]$

$$x+2 = 2(2x+3)$$

$$x+2 = 4x+6$$

68) Si $\log_k 81 = 4$ y $\log_3 N = K$, entonces, se cumple que "N" pertenece a:

$$K^4 = 81$$

$$\log_2 N = 3$$

A) [28, 81]

$$K = 3$$

B) [82, 142]

$$7^3 = N$$

C) [143, 324]

$$343 = N$$

D) [325, 422]

69) Si $\log_k 216 = 3$ y $\log_2 x = k$, entonces, "x" pertenece a:

A) [648, 864]

$$K^3 = 216 \quad \log_2 x = b$$

B) [865, 1512]

$$K = \sqrt[3]{216} \quad 4^b = x$$

C) [1513, 2592]

$$K = 6 \quad 4096 = x$$

D) [2593, 4231]

65) El conjunto solución de $2 + \log_3(2x) = \log_3(x+1)$ es:

A) {1}

$$2 = \log_3(x+1) - \log_3 2x$$

C) [143, 324]

B) $\{\frac{1}{5}\}$

$$2 = \log_3 \frac{x+1}{2x}$$

D) [325, 422]

C) $\{\frac{1}{8}\}$

$$3^2 = \frac{x+1}{2x} \quad 18x = x+1$$

D) $\{\frac{1}{17}\}$

$$9 = \frac{x+1}{2x} \quad 17x = 1$$

C) $\{\frac{1}{17}\}$

D) $\{\frac{1}{17}\}$

70) Si $\log_K 64 = 3$ y $\log_3 N = K$ entonces N pertenece a:

A) [3,18]

$$K^3 = 64 \quad \log_3 N = 4$$

B) [21,32]

$$K = \sqrt[3]{64} \quad 3^4 = N$$

C) [43,64]

$$K = 4 \quad 81 = N$$

D) [68,96]

71) La solución de $\log_2\left(\frac{1}{4}\right) - \log_2(8x) = 1$ es:

A) 1

$$\log_2\left(\frac{\frac{1}{4}}{8x}\right) = 1$$

B) $\frac{1}{14}$

$$\frac{1}{32x} = 2$$

C) $\frac{1}{32}$

$$32x = \frac{1}{2} \quad 1 = 64x$$

D) $\frac{1}{64}$

$$\frac{1}{64} = x$$

72) El conjunto solución de $-\log_3 x^2 + \log_3(3x) = 1$ es:

A) {1}

$$\log_3 \frac{3x}{x^2} = 1$$

B) {-1}

$$3^1 = \frac{3}{x}$$

C) {0,1}

$$x = 1$$

D) {-1,1}

Considera el contexto "Oferta y demanda" y utilízalo para contestar las preguntas 74, 75 y 76.

Oferta y demanda

Mediante un estudio de mercado se ha concluido que cierto producto específico tendrá una oferta (cantidad de productos que se pondrán a la venta en el mercado) igual a $O(x) = 10 \cdot \log(x+2)$ y que su demanda (cantidad de productos que se quisieran comprar en el mercado) igual $D(x) = 10[5 + \log(2000-x)]$ donde x es el precio en colones del producto.

74) ¿A qué precio la oferta es igual a 40 productos?

R/ 8 9 9 8, 0 0

$$40 = 10 \log(x+2) \quad 10^4 = x+2$$

$$4 = \log(x+2) \quad 10000 = x+2$$

$$9998 = x$$

75) ¿A qué precio la demanda es igual a 80 productos?

R/ 1 0 0 0, 0 0

$$80 = 10[5 + \log(2000-x)] \quad 10^3 = 2000-x$$

$$8 = 5 + \log(2000-x) \quad 1000 = 2000-x$$

$$3 = \log(2000-x) \quad x = 1000$$

76) ¿A qué precio, aproximadamente, la oferta es igual a la demanda?

$$10 \cdot \log(x+2) = 10[5 + \log(2000-x)]$$

A) 1000 $\log(x+2) = 5 + \log(2000-x)$

B) 2000 $\log \frac{x+2}{2000-x} = 5$

C) 5000 $x+2 = 10^5(2000-x)$

D) 10000 $x+2 = 100000(2000-x)$

$$100001x = 199999998$$

$$x \approx 1999,98$$

109

E. Modelización

Determinar el modelo matemático que se adapta mejor a una situación dada.	30. Identificar y aplicar modelos matemáticos que involucran las funciones exponenciales. 31. Identificar y aplicar modelos matemáticos que involucran las funciones logarítmicas. 32. Utilizar las funciones estudiadas para plantear y resolver problemas a partir de una situación dada. 33. Analizar el tipo de función que sirva de modelo para una situación dada (lineal, cuadrática, raíz cuadrada, logarítmica y exponencial).
--	--

SELECCIÓN ÚNICA O RESPUESTA BREVE

1) «El costo mensual "C" por producir "x" unidades de una cierta mercancía está dado por $C(x) = 10x + 5200$. Asimismo, se sabe que en el mes de febrero el costo de producción fue de 6000 y 12000 en marzo del mismo año». De acuerdo con el anterior enunciado, considere las siguientes proposiciones:

- I. En marzo se produjo 6000 unidades más de la mercancía que en febrero. 600
 II. El costo de producción mensual es cero si en un mes dado no se produce ninguna mercancía. ES 5200

De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
 B) Ninguna
 C) Solo la I
 D) Solo la II

$$\text{I. Febrero: } 6000 = 10x + 5200$$

$$600 = 10x$$

Marzo:

$$60 = x$$

$$12000 = 10x + 5200$$

$$6800 = 10x \Rightarrow x = 680$$

- 2) La función f dada por $f(x) = \frac{-x}{400} + 30$ se utiliza para

aproximar la temperatura del aire en grados Celsius a "x" m de altura sobre la superficie de la Tierra. ¿A qué altitud se tiene una temperatura del aire de aproximadamente 15°C?

- A) 29.96m

$$15 = \frac{-x}{400} + 30$$

- B) 5000m

- C) 5970m

$$-15 = \frac{-x}{400}$$

- D) 6000m

$$6000 = x$$

- 3) La ganancia semanal "g" (en dólares) de una pista de patinaje, obtenida al ingresar "x" cantidad de personas, está dada por $g(x) = 8x - 600$, para $0 \leq x \leq 400$. Si en una semana la ganancia fue de \$1080, entonces, ¿cuántas personas ingresaron a la pista de patinaje?

- A) 60
 B) 210
 C) 735
 D) 8040

$$1080 = 8x - 600$$

$$1680 = 8x$$

$$1680 = x$$

$$\frac{1680}{8} = 210 = x$$

- 4) En una pequeña fábrica de corbatas, los costos e ingresos mensuales se componen de la siguiente forma: un costo fijo de €800 000 (independiente de la cantidad de corbatas producidas) y un costo de €1000 por cada corbata confeccionada. Por su parte, el ingreso de la empresa depende de la cantidad de corbatas vendidas por el precio de cada corbata. Si el precio de una corbata es €5000, entonces, ¿cuál es la cantidad mínima mensual de corbatas que se deben producir y vender, para que la fábrica obtenga alguna ganancia?

$$C(x) = 1000x + 800\ 000$$

$$I(x) = 5000x$$

- A) 133
 B) 160
 C) 201
 D) 800

$$I(x) > C(x)$$

$$5000x > 1000x + 800\ 000$$

$$4000x > 800\ 000$$

$$\frac{4000x}{4000} > \frac{800\ 000}{4000} = 200$$

- 5) Considere el siguiente enunciado:

Una empresa de Internet ofrece a sus clientes la siguiente tarifa mensual: un monto fijo de €12 000 por 6 horas o menos, y a partir de esas 6 horas, cada hora adicional cuesta €100.

$$T(x) = 100x + 12\,000$$

De acuerdo con el enunciado anterior, considere las siguientes proposiciones:

- I. €12 000 es la tarifa mensual cuando el usuario navega únicamente 6 o menos horas en Internet durante ese mes.

$$x \leq 0$$

- II. Un criterio que modela el costo tarifario mensual del servicio de Internet es $f(x) = 6x + 12\,000$, con "x" que representa cada hora adicional después de las 6 horas de consumo.



De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
B) Ninguna
 C) Solo la I
D) Solo la II

- 6) La temperatura "T" en grados Celsius para una altitud "h" en metros sobre la superficie terrestre está modelada por

$T(h) = -\frac{h}{500} + 25$. ¿Cuál es la altitud en metros sobre la superficie terrestre cuando se registra una temperatura de 4°C?

$$4 = -\frac{h}{500} + 25$$

- A) 1975

- B) 2025

- C) 10 500

- D) 14 500

$$\frac{h}{500} = 21$$

$$h = 21 \cdot 500$$

$$= 10\,500$$

- 7) El precio "p" en colones y la cantidad vendida "x" de cierto producto está dado por $p(x) = \frac{-x}{4} + 100$, con $0 < x < 400$. ¿Cuál es el precio en colones si se venden 120 unidades de ese producto?

- A) 70

- B) 80

- C) 280

- D) 380

$$\begin{aligned} p(120) &= -\frac{120}{4} + 100 \\ &= -30 + 100 \\ &= 70 \end{aligned}$$

- 8) Para un bebé, la variación de su masa "y" en el transcurso de "x" meses ($0 \leq x \leq 3$), se aproxima por $y = mx + b$. Si un niño al mes de edad tenía 3,75 kg y a los dos meses 4,5 kg, entonces, su masa, en kilogramos, al nacer fue:

$$(1, 3,75) \quad (2, 4,5)$$

- A) 3

- B) 4

- C) 3,38

- D) 4,38

$$m = \frac{4,5 - 3,75}{2 - 1} = 0,75$$

$$b = 4,5 - 0,75 \cdot 2 = 3$$

$$y = 0,75x + 3$$

- 9) En una compañía, el costo de alquiler "C" por el uso de un equipo durante "x" días, está modelado por la fórmula $C(x) = 7000 + 45x$. ¿Cuántos días se alquiló el equipo si el costo es 26 440?

$$26\,440 = 7000 + 45x$$

- A) 170

- B) 432

- C) 588

- D) 743

$$19\,440 = 45x$$

$$432 = x$$

10) La tarifa por el servicio de taxi es de €605 para un recorrido igual o menor a un kilómetro, pero cada kilómetro adicional se cobra a €530. De acuerdo con el enunciado anterior, considere las siguientes proposiciones:

- I. La tarifa mínima por un servicio de taxi es €1135.
- II. Un criterio que modela la tarifa del servicio de taxi para viajes de más de un kilómetro es $f(x) = 530x + 605$, donde " x " representa los kilómetros recorridos, inmediatamente después del primer kilómetro.

De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
 B) Ninguna
 C) Solo la I
 D) Solo la II

11) El salario mensual " S " en colones de un comerciante, por vender " x " unidades de un producto, está dado por $S = 200x + 200\,000$. En el mes de octubre el salario fue de €301 400 y noviembre fue de €326 200. Entonces, ¿cuántas unidades vendió más en noviembre que en octubre?

- A) 124 $m = 200$
 B) 517 $326\,200 - 301\,400 = 200$
 C) 594 $\frac{326\,200 - 301\,400}{200} = 124$
 D) 24 800 $\frac{326\,200 - 301\,400}{200} = \frac{24\,800}{200} = 124$

12) La dueña de una fábrica de pantalones estima que el costo diario de operación sin producir es de €86 000 y cuando se fabrican veinte pantalones es de €126 000. Si el costo " C " tiene una relación lineal con la producción total diaria de " x " cantidad de pantalones, entonces la ecuación de la recta que describe la situación anterior es:

- A) $C = \frac{x}{2000} - 43$ $(0, 86\,000); (20, 126\,000)$
 B) $C = \frac{x}{2000} + 86\,000$ $m = \frac{126\,000 - 86\,000}{20 - 0} = \frac{40\,000}{20} = 2000$
 C) $C = 2000x + 86\,000$
 D) $C = 40\,000x + 86\,000$

13) El gerente de una fábrica de bolígrafos estima que el costo de mantener la compañía diariamente sin producir es de €104 000, y cuando se producen 1000 bolígrafos es de €364 000. Si el costo " C " tiene una relación lineal con la producción diaria de " x " unidades de bolígrafos, entonces, la relación que modela la situación anterior es

- A) $C(x) = 260x + 104\,000$ $(0, 104\,000)$
 B) $C(x) = 104\,000x + 364\,000$ $(1000, 364\,000)$
 C) $C(x) = \frac{x}{260} + 104\,000$
 D) $C(x) = 364\,000x + 104\,000$
 $(ex) = 260x + 104\,000 \quad b = 104\,000$

14) La utilidad mensual g de una empresa comercializadora de cortinas está determinada por $g(x) = 300x - 6000$, donde " x " representa la cantidad de cortinas vendidas.

Considere las siguientes proposiciones:

- I. La empresa obtiene utilidades aunque venda menos de 20 cortinas al mes. $g(10) < 0$
 II. La utilidad de la empresa es 3000 cuando vende un total de 10 cortinas en un mes. $g(10) = 3000 - 6000$

De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
 B) Ninguna
 C) Solo la I
 D) Solo la II

15) El volumen V , de cierto gas se expande cuando la temperatura t crece. La función lineal $f(t) = V$ modela el fenómeno. Suponga que $V = 400\text{cm}^3$, cuando $t = 30^\circ\text{C}$ y que $V = 600\text{cm}^3$, cuando $t = 80^\circ\text{C}$. Entonces:

- A) $f(t) = -4t + 520$ $(30, 400)$
 B) $f(t) = 4t + 280$ $(80, 600)$
 C) $f(t) = -4t + 400$ $m = 600 - 400 = 200 \quad -4$
 D) $f(t) = 4t + 600$ $\frac{600 - 400}{80 - 30} = \frac{200}{50}$

- 16) El presupuesto "p" en dólares, que realiza un fontanero para cambiar la tubería en un residencial, está dado por $p(m) = 18m + 126$, donde "m" es el número de metros de tubería. Si el presupuesto es de 432 dólares, entonces, ¿cuántos metros de tubería se presupuestaron?

- A) 17
B) 31
C) 288
D) 7902

$$\begin{aligned} 432 &= 18m + 126 \\ 306 &= 18m \\ 17 &= m \end{aligned}$$

- 17) Una máquina costó €255 000 y se depreció linealmente durante un periodo de 15 años. Es decir, al cumplir 15 años se considera que la máquina carece de valor.

Considera las siguientes proposiciones:

- I. Cada año la máquina se depreció en más de €20 000.
- II. A los cinco años de comprada la máquina vale €165 000

De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
 B) Ninguna
C) Solo la I
D) Solo la II

$$\begin{aligned} (0, 255\,000) &\quad m = 255\,000 - 0 \\ (15, 0) &\quad 0 - 15 \\ &\quad m = -17\,000 \\ C(5) &= -17\,000x + 255\,000 \\ C(5) &= 170\,000 \end{aligned}$$

- 18) El salario total que percibe Andrea por mes está compuesto por una base de €800 000 más 15% de comisión del total de ingresos por las ventas realizadas.

Considera las siguientes proposiciones:

- I. El salario mínimo que puede percibir Andrea en un mes es de €800 000.
- II. Para que el salario total de Andrea en un mes sea de €2 000 000, la totalidad de ventas realizadas, debe generar un ingreso de €9 000 000.

De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
 B) Ninguna
C) Solo la I
D) Solo la II

$$\begin{aligned} \sqrt{x} &= 200\,000 + 0,15x \\ 2\,000\,000 &= 200\,000 + 0,15x \\ 1\,800\,000 &= 0,15x \\ 12\,000\,000 &= x \end{aligned}$$

- 19) El valor inicial de un terreno es €20 000 000 y su valor se incrementa por año en €2 000 000. ¿Cuántos años deben transcurrir para que el valor del terreno sea €46 000 000?

$$m = 2\,000\,000$$

- A) 10
 B) 13
C) 23
D) 3,2
- $$\begin{aligned} b &= 20\,000\,000 \\ y &= 2\,000\,000x + 20\,000\,000 \\ 46\,000\,000 &= 2\,000\,000x + 20\,000\,000 \\ 26\,000\,000 &= 2\,000\,000x \\ 13 &= x \end{aligned}$$

- 20) El costo C de envío de un paquete postal de p kilogramos exactos es de \$10 por el primer kilogramo y \$3 por cada kilogramo adicional. La fórmula que da el costo de envío en función de p es:

$$C(p) = 10 + 3(p-1)$$

- A) $C(p) = 10 + 3p$
B) $C(p) = 10p + 3$
 C) $C(p) = 10 + 3(p-1)$
D) $C(p) = 10p - 7$

- 21) Según la regla de Haese, la talla (longitud) en centímetros de un feto humano en los primeros 5 meses de gestación, se approxima calculando el cuadrado del número del mes. Es decir, se modela mediante la función $f: \{1, 2, 3, 4, 5\} \rightarrow \mathbb{R}$; con $f(x) = x^2$, donde " f " representa la talla (en cm) del feto en el mes " x " de gestación.

Considera las siguientes proposiciones:

- I. Según la regla de Haese, la talla de un feto aumenta cada mes 5 cm. (No es lineal)
II. Al cuarto mes cumplido, la talla del feto es aproximadamente de 16 cm.

De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

$$f(4) = 4^2 = 16$$

- A) Ambas
B) Ninguna
C) Solo la I
 D) Solo la II

- 22) La utilidad " U ," en colones, obtenida por producir " x " cantidad de artículos está dada por $U(x) = -3x^2 + 30x$. Un valor de " x " para el cual la utilidad es cero corresponde a:

$$\begin{array}{ll} U(x) = 0 & \\ \text{A) } 2 & -3x^2 + 30x = 0 \\ \text{B) } 3 & \\ \text{C) } 5 & \Rightarrow x=0 \quad \text{o} \quad x=10 \\ \text{D) } 10 & \end{array}$$

- 23) La cantidad de sapitos de una población se approxima mediante la función $f(t) = -t^2 + 20t + 110$, donde " t " ($t \geq 0$) representa los años a partir de su descubrimiento. Si $t = 4$, entonces, respecto al momento de su descubrimiento, la población de sapitos aumentó en:

$$\begin{array}{ll} \text{A) } 64 & f(4) = -4^2 + 20 \cdot 4 + 110 \\ \text{B) } 110 & = 174 \\ \text{C) } 126 & f(0) = 110 \\ \text{D) } 130 & 174 - 110 = 64 \end{array}$$

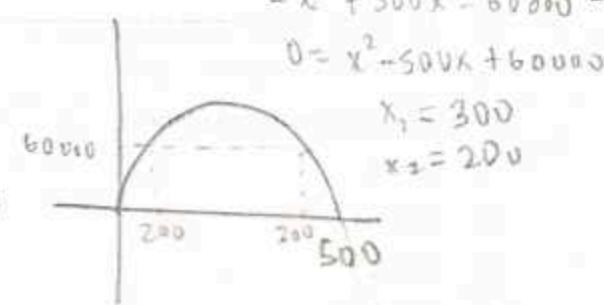
- 24) La utilidad " g ," en dólares, de una fábrica de muebles está modelada por $g(x) = -x^2 + 500x$, donde " x " representa la cantidad de muebles producidos anualmente.

Considera las siguientes proposiciones:

- Elaborar más de 500 muebles al año genera pérdidas a la fábrica. ✓
- La elaboración anual de 300 muebles es la única cantidad de producción que genera a la fábrica \$60 000 en ganancias. ✗

De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II



- 25) Si la productividad " p " de una empresa con " x " cantidad de empleados está dada por $p(x) = -x^2 + 160x$, entonces, ¿cuántos empleados garantizan la productividad máxima de la empresa?

$$\nabla_x = -\frac{b}{2a} = -\frac{160}{2(-1)} = 80$$

A) 40
 B) 80
C) 160
D) 6400

- 26) Una empresa vende " x " unidades ($0 < x < 400$) de un producto a un precio unitario de $400 - x$ colones en un mes. Si en mayo la empresa obtuvo un ingreso de 40 000 colones, entonces, ¿cuántas unidades de ese producto se vendieron?

$$\begin{array}{ll} \text{I}(x) = x(400 - x) & \\ \text{A) } 100 & 40000 = 400x - x^2 \\ \text{B) } 200 & x^2 - 400x + 40000 = 0 \\ \text{C) } 400 & x = 200 \\ \text{D) } 39600 & \end{array}$$

- 27) Se tienen 60 m de alambre para hacer una cerca de una sola vuelta en un jardín rectangular sin que sobre alambre. Si la cerca se debe colocar únicamente en tres lados porque el otro lado limita con una pared, entonces ¿cuál es el área máxima que se puede cercar?

$$\begin{array}{ll} \text{A) } 225m^2 & \text{B) } 300m^2 \\ \text{C) } 450m^2 & 2x + y = 60 \\ \text{D) } 3600m^2 & y = 60 - 2x \end{array}$$

$$A(x) = x \cdot y = x(60 - 2x)$$

$$A(x) = -2x^2 + 60x$$

$$\Delta = 60^2 - 2(-2)(0) = 3600$$

$$\frac{-\Delta}{4a} = \frac{-3600}{4(-2)} = 450$$

- 28) En una tienda se ha encontrado que cuando las camisas se venden a un precio " x " dólares cada una, el ingreso " r " como una función del precio es $r(x) = -750x^2 + 15000x$. ¿Cuál debe ser el precio unitario en dólares para que el ingreso por la venta de camisas sea máximo?

- A) 5
 B) 10
C) 20
D) 80

$$\sqrt{x} = \frac{-15000}{2(-750)} = 10$$

- 29) Un comerciante aprendió por experiencia que si cobra x dólares por cada carro de juguete, puede vender $300 - 100x$ carritos. Si cada carro le cuesta \$2, ¿cuál es la ganancia máxima en dólares que puede obtener?

- A) 2,5
B) 20
 C) 25
D) 50
- $$G(x) = (x-2)(300 - 100x)$$
- $$= 300x - 100x^2 - 600 + 200$$
- $$= -100x^2 + 500x - 600$$
- $$\Delta = 500^2 - 4(-100)(-600) = 10000$$

$$\sqrt{y} = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-10000}{4(-100)} = 25$$

- 30) Al lanzar un objeto con velocidad inicial v_0 (en m/s), su altura es s sobre el suelo después de t segundos está dada por la función $s(t) = v_0 \cdot t - 4,9t^2$. Si la velocidad inicial es 120 m/seg, entonces el tiempo en el cual el objeto alcanza la altura máxima en segundos es aproximadamente:

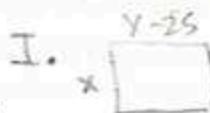
- A) 6,12
B) 24,48
 C) 12,24
D) 734,6

$$s(t) = -4,9t^2 + 120t$$

$$\sqrt{x} = \frac{-120}{2(-4,9)} = 12,24$$

- 31) El área de un tipo de rectángulos está modelada por la función f dada por $f(x) = x(x-25)$, donde " x " representa la medida de uno de los lados. Considere las siguientes proposiciones:

- I. El perímetro de esos rectángulos es $g(x) = 2x - 25$.
II. Si el área de uno de esos rectángulos es 3750, entonces, la medida del lado de menor longitud del rectángulo es 50.



De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
B) Ninguna
 C) Solo la I
D) Solo la II

$$I. f(x) = 3750$$

$$x^2 - 25x - 3750 = 0$$

$$x = 75 \quad | \quad x > 50$$

- 32) Si la función f dada por $f(x) = x^2 - 200x + 15000$ determina el costo de producción de una empresa al elaborar " x " unidades de una mercancía, entonces, el costo mínimo de producción que podría obtener la empresa es:

- A) 75
B) 100
 C) 5000
D) 15000

$$\Delta = (-200)^2 - 4(1)(15000)$$

$$= -20000$$

$$\sqrt{y} = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{20000}{4} = 5000$$

- 33) En una empresa, el costo " C " por producir " x " unidades de un producto, $0 < x < 1000$, es $C(x) = -3x^2 + 3000x$.

Considere las siguientes proposiciones:

- I. El costo máximo es superior a 700 000.
II. El costo empieza a aumentar cuando produce más de 500 unidades. (empieza a disminuir)

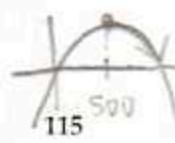
De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
B) Ninguna
 C) Solo la I
D) Solo la II

$$\Delta = 3000^2 - (-3)(10) = 9000000$$

$$\sqrt{y} = \frac{-3000000}{4(-3)} = 750000$$

$$\sqrt{x} = \frac{-30000}{2(-3)} = 500$$



Considere la siguiente información, y con base en ella conteste las preguntas 34 a 37.

La función dada por $h(t) = -4,9 \cdot t^2 + 125\sqrt{2} \cdot t + 0,6$, permite calcular la posición vertical "h", en metros, de un proyectil lanzado por un cañón que está inclinado 45° con respecto a la horizontal, esto en función del tiempo "t", en segundos, transcurrido desde su lanzamiento.
No se considera el rozamiento con el aire.

34) Desde su lanzamiento, ¿aproximadamente cuánto tiempo, en segundos, le toma al proyectil tocar el suelo?

A) 37,03

B) 36,08

C) 25,08

D) 18,03

$$h(t) = 0$$

$$-4,9t^2 + 125\sqrt{2}t + 0,6 = 0$$

$$t = 36,08 \quad | \quad t = -0,003$$

35) ¿Cuánto tiempo tarda el proyectil en llegar a su altura máxima?

R/ 0 0 1 8 , 0 4

$$V_x = \frac{-125\sqrt{2}}{2(-4,9)} = 18,04$$

36) ¿Cuál es la altura máxima, en metros, que alcanza el proyectil?

$$V_y = f(V_x)$$

A) 768,26

B) 976,04

C) 1594,99

D) 1823,35

$$= -4,9(18,04)^2 + 125\sqrt{2}(18,04)$$

$$+ 0,6$$

$$V_y \approx 1594,99$$

37) ¿Después de cuántos segundos (contados desde el inicio) el proyectil vuelve a pasar por la altura que estuvo a los 10 segundos?

R/ 0 0 2 6 , 0 8

$$f(10) \approx 1278,37$$

$$t = 10$$

$$\Rightarrow t = 26,08$$

Considere el salario diario "S" de un vendedor, en colones, en función de la cantidad "x" de libros que venda, está modelado por $S(x) = 500\sqrt{x} + 5000$, y con base en esa relación conteste las preguntas 38 a 41.

no es lineal!

38) Considere las siguientes proposiciones:

- I. El salario aumenta 500 por cada libro vendido
- II. En un día, donde no hubo venta alguna de libros, el salario es de cero colones.

De ellas, ¿cuáles son certezas verdaderas?

A) Ambas

B) Ninguna

C) Solo la I

D) Solo la II

$$S(0) = 500\sqrt{0} + 5000$$

$$= 5000$$

39) ¿Cuánto es el salario diario en el caso de que se vendan 36 libros en un día?

R/ 8 0 0 0 , 0 0

$$S(36) = 500\sqrt{36} + 5000$$

$$= 3000 + 5000 = 8000$$

40) ¿Cuántos libros se venden en un día si el salario es de 9500 colones?

R/ 0 0 8 1 , 0 0

$$9500 = 500\sqrt{x} + 5000$$

$$4500 = 500\sqrt{x} \Rightarrow 9 = \sqrt{x} \Rightarrow x = 81$$

41) El vendedor quiere expresar la cantidad de libros vendidos en función del salario. Entonces, el modelo que obtiene es:

Si un modelo es

de raíz cuadrada,

el modelo inverso

es cuadrático.

A) Lineal

B) Cuadrático

C) Exponencial

D) Logarítmico

$$-4,9t^2 + 125\sqrt{2}t - 1277,77 = 0$$

42) Un proyectil se lanza desde el techo de un edificio, y el tiempo t que tarda en alcanzar una altura de " x " metros sobre el suelo se modela con la fórmula: $t(x) = 20 - 0,5\sqrt{x-80}$ para $80 \leq x \leq 1680$. Considera las siguientes proposiciones:

- I. La altura del edificio es de 80m.
- II. El tiempo que tarda en llegar hasta 224m es 14s.

De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

A) Ambas

B) Ninguna

C) Solo la I

D) Solo la II

$$\text{I. } t=0 = 20 - 0,5\sqrt{x-80}$$

$$0,5\sqrt{x-80} = 20$$

$$\text{II. } x=224 \quad \sqrt{x-80} = 40$$

$$t(224) = 20 - 0,5\sqrt{144} \quad x-80 = 1600$$

$$= 20 - 6 = 14 \quad x = 1600$$

43) La cantidad de productos " $f(x)$ " que se necesitan vender para obtener ganancia " x ", dólares, está dada por $f(x) = 30 + \sqrt{900+x}$. ¿Cuántas unidades de ese producto deben venderse para obtener una ganancia de \$1600?

$$x = 1600$$

A) 30

B) 50

C) 80

D) Más de dos millones

$$f(1600) = 30 + \sqrt{900+1600}$$

$$= 30 + \sqrt{2500}$$

$$= 30 + 50 = 80$$

44) La cantidad " C " de unidades que se pueden producir al invertir x colones, $10000 \leq x \leq 50000$, está modelado por

$C(x) = \sqrt{x-10000}$. Considera las siguientes proposiciones:

- I. La cantidad que puede ser producida varía entre 0 y 200 unidades de dicho producto.
- II. Para producir 125 unidades se necesita invertir 25625.

De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

A) Ambas

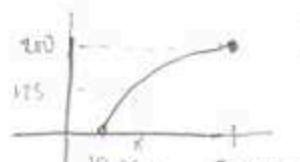
B) Ninguna

C) Solo la I

D) Solo la II

$$\text{I. } C(10000) = 0$$

$$C(50000) = 200$$



$$\text{II. } C(x) = 125$$

$$\sqrt{x-10000} = 125$$

$$x-10000 = 15625$$

$$x = 25625$$

Considera el siguiente enunciado para contestar las preguntas 45 a 48. "Desde un barco se lanza hacia el mar una piedra. Su altura sobre la superficie del mar, después de t segundos está dada por $h(t) = 10 - \sqrt{t+2}$."

45) ¿Cuánto tiempo tarda la piedra en tocar el mar?

$$h(t) = 0$$

A) 8s

B) 8,59s

C) 9,90s

D) 98s

$$10 - \sqrt{t+2} = 0$$

$$10 = \sqrt{t+2}$$

$$100 = t+2$$

$$98 = t$$

46) ¿Desde qué altura se lanzó la piedra?

$$t=0 \Rightarrow h(0) = 10 - \sqrt{0+2}$$

$$= 10 - \sqrt{2}$$

$$\approx 8,59$$

47) ¿Cuántos metros bajo el mar está después de 6 minutos?

R/

$$t = 6 \cdot 60 = 360s$$

$$h(360) = 10 - \sqrt{362} \approx -9,03$$

48) ¿Cuántos segundos tarda en estar 2 metros debajo del mar?

R/

$$h(t) = -2$$

$$10 - \sqrt{t+2} = -2$$

$$12 = \sqrt{t+2}$$

$$144 = t+2$$

$$142 = t$$

- 49) La población "P" de una región es $P(t) = 500\,000e^{0,02t}$ donde "t" es el tiempo en años a partir del inicio del estudio. ¿Cuál es aproximadamente la cantidad de habitantes que se proyecta a los quince años de iniciado el estudio?

- A) 32 663
B) 370 409
C) 490 093
 D) 675 057

$$P(15) = 500\,000 e^{0,02 \cdot 15}$$

$$\approx 674\,929,40$$

- 50) El monto "P" (en millones) de dinero ahorrado por una empresa está dada por $P(t) = 15e^{0,02t}$ donde "t" es el número de años transcurridos a partir del año 1960. ¿En cuántos millones habrá incrementado el ahorro para el año 2010?

- A) 15,0
 B) 25,8
C) 40,8
D) 60,2

$$P(0) = 15$$

$$P(50) = 15 e^{0,02 \cdot 50}$$

$$\approx 40,77$$

$$40,77 - 15 \approx 25,77$$

- 51) La cantidad personas que se informan de una noticia viral en Facebook después de t minutos, está dada por la fórmula $f(t) = 3(1,15)^t$. ¿Cuántas personas se enteraron de la noticia una hora después de publicada?

- A) 3,45
B) 16 250
 C) 13 151
D) 53 207

$$f(60) = 3(1,15)^{60}$$

$$\approx 13\,151,99$$

- 52) El número de individuos N de un población está dado por $N(t) = 5000e^{0,24t}$, donde t es el tiempo dado en años. ¿después de cuánto tiempo se tiene 6000 individuos?

- A) 7,5 meses
 B) 9 meses
C) 15 meses
D) 20 meses

$$6000 = 5000 e^{0,24t}$$

$$\frac{6}{5} = e^{0,24t}$$

$$\ln\left(\frac{6}{5}\right) = 0,24t$$

- 53) La cantidad de insectos que hay en una plaga, en ausencia de plaguicidas, se modela con la fórmula $P(t) = 500 \cdot 2^{0,02t}$, después de t días de su identificación.

¿Cuántos insectos habría después de un año no bisiesto?

$$P(365) = 500 \cdot 2^{0,02 \cdot 365}$$

- A) 500
B) 38254
C) $7,94 \times 10^{21}$
 D) 78793

$$\approx 78\,793,24$$

- 54) La función M dada por $M(t) = 5e^{-\frac{3x}{5}}$ se utiliza determinar la cantidad de miligramos de cierto medicamento en el flujo sanguíneo de un paciente x horas después de su administración. Si a un paciente se le inyecta dicho medicamento a las 10am, entonces, ¿a qué hora del mismo día la cantidad de medicamento en el flujo sanguíneo es 0,45 miligramos?

$$0,45 = 5 e^{-\frac{3x}{5}}$$

$$0,09 = e^{-\frac{3x}{5}}$$

$$\ln(0,09) = -\frac{3x}{5}$$

$$-\frac{2,41}{5} = -\frac{3x}{5}$$

$$x = 4,01$$

- 55) La presión atmosférica P sobre un avión que se encuentra a una altura x en kilómetros sobre el nivel del mar está dada por $P(x) = 700 \cdot e^{-0,145x}$. ¿Cuál es aproximadamente la presión sobre un avión que se encuentra a una altura de 15km sobre el nivel del mar?

$$P(15) = 700 \cdot e^{-0,145(15)}$$

$$\approx 79,53$$

- A) 79,52
B) 38,51
C) $7,37 \times 10^3$
D) 385

Considere el siguiente enunciado, y utilícelo para contestar las preguntas 56 a 59.

Para calcular el dinero A que hay en una cuenta, generada por un capital principal P durante t años, al ser invertido en un plan de ahorro de interés compuesto en n períodos al año, con una tasa de interés anual del $r\%$, se utiliza la fórmula

$$A(t) = P \cdot \left(1 + \frac{r}{n}\right)^{nt}$$

- 56) Si el interés se compone trimestralmente, entonces:

- A) $n = 3$
 B) $n = 4$
 C) $r = 3$
 D) $r = 4$

Hay 4 trimestres en un año

- 57) Si la tasa de interés es 12%, entonces:

- A) $r = 12$
 B) $r = 0,12$
 C) $n = 12$
 D) $n = 0,12$

$$r = 0,12$$

- 58) La cantidad inicial de dinero que hay en la cuenta es:

- A) A
 B) P
 C) r
 D) t

- 59) Para el caso en el que se tenga un principal de 100 000, que se invierten a una tasa de interés del 24% compuesto mensualmente, la fórmula que modela P en función de t es:

A) $A(t) = 100000 \cdot (1,02)^t$ $P = 100000$

B) $A(t) = 100000 \cdot (1,24)^{12t}$ $r = 0,24$

C) $A(t) = 100000 \cdot (1,02)^{12t}$ $n = 12$

D) $A(t) = 100000 \cdot (1,24)^t$ $A = 100000 \left(1 + \frac{0,24}{12}\right)^{12t}$
 $= 100000 (1,02)^{12t}$

Considere el siguiente enunciado, y utilícelo para contestar las preguntas 60 a 63. "En un plan de inversión compuesto semestralmente con una tasa de interés del 18%, el dinero A que se obtiene generado por un capital principal P después de t años, se calcula con la fórmula $A(t) = P \cdot (1,09)^{2t}$ "

- 60) Si se invierte \$1000, el dinero que hay después de cuatro años es, en dólares:

R/ 1 9 9 2 5 6

$$A(t) = 1000 \cdot (1,09)^{2 \cdot 4} \approx \$1992,56$$

- 61) Si se invierte \$10000, ¿cuántos semestres hay que esperar para tener más de \$40000?

R/ 0 0 3 3 0 0

$$40000 = 10000 (1,09)^{2t}$$

$$4 = (1,09)^{2t} \Rightarrow t = \log_{1,09} 4 \approx 16,09$$

- 62) Un inversionista tomó ese plan y obtuvo 2515650

días después de tres años. Entonces, el dinero que invirtió fue:

A) 500 000 $2515650 = P (1,09)^{2 \cdot 3}$

B) 1000 000

C) 1500 000 $P = \frac{2515650}{(1,09)^6} \approx 1499999,90$

D) 2000 000

- 63) Con base en ese plan, al modelar el tiempo t necesario para obtener A invirtiendo un capital P se obtiene:

A) $t = \frac{\log_{1,09} A}{2 \log_{1,09} P}$ $A = P (1,09)^{2t}$

B) $t = \frac{\log_{1,09} A}{2P}$ $\frac{A}{P} = (1,09)^{2t}$

C) $t = \log_{1,09} \left(\frac{A}{2P}\right)$ $2t = \log_{1,09} \left(\frac{A}{P}\right)$

D) $t = \frac{\log_{1,09} A - \log_{1,09} P}{2}$ $t = \frac{\log_{1,09} A - \log_{1,09} P}{2}$

- 64) El nivel de intensidad "b" de un sonido medio en decibeles se define por $b = 10(\log I + 16)$, donde "I" es la intensidad del sonido media en vatios/cm². ¿Cuál es el nivel de intensidad en decibeles de una alarma de incendios cuya intensidad es de 10^{-9} vatios/cm²?

- A) 12
 B) 70
 C) 160
 D) 250

$$\begin{aligned} b &= 10(\log 10^{-9} + 16) \\ &= 10(-9 + 16) \\ &\approx 10 \cdot 7 \\ &= 70 \end{aligned}$$

- 65) La acidez del agua se mide con una unidad conocida como pH. Si la fórmula para calcular el pH es $p(H) = -\log H$, donde "H" es la concentración de iones de hidrógeno en el agua. La concentración de hidrógeno en una muestra de agua es 0.0001. Entonces, la acidez de dicha muestra de agua es:

- A) -4
 B) -1,5
 C) 1,5
 D) 4

$$\begin{aligned} p(0,0001) &= -\log(0,0001) \\ &\approx -(-4) \\ &= 4 \end{aligned}$$

- 66) La ecuación del precio de la oferta de cierto artículo está dada por $p(x) = 100 \log\left(15 + \frac{x}{2}\right)$, donde "x" es el número de unidades ofrecidas a un precio "p" por unidad. ¿Cuántas unidades se venden a un precio de 400?

- A) 19970
 B) 233
 C) 79
 D) 24

$$\begin{aligned} 400 &= 100 \log\left(15 + \frac{x}{2}\right) \\ 4 &= \log\left(15 + \frac{x}{2}\right) \\ 10^4 &= 15 + \frac{x}{2} \\ 9985 &= \frac{x}{2} \\ 19970 &= x \end{aligned}$$

- 67) La magnitud «M» en grados de un sismo en su epicentro, está dada por $M(x) = \log\left(\frac{x}{X_0}\right)$, donde "x" es la intensidad del sismo y "X₀" es la intensidad mínima de un sismo. Un temblor tuvo una intensidad igual a 3000 veces la intensidad mínima. Entonces, su magnitud es:

- A) 3
 B) 3,47
 C) 4
 D) 4,15

$$x = 3000X_0$$

$$\begin{aligned} M(3000X_0) &= \log\left(\frac{3000}{X_0}\right) \\ &\approx 3,48 \end{aligned}$$

- 68) El costo de fabricación de cierto producto está dado en función del número de unidades producidas q por $C = 2q \ln q + 20$. ¿Cuál es el costo de producir cien unidades del producto?

- A) 941
 B) 715
 C) 284
 D) 29,21

$$\begin{aligned} C &= 2 \cdot 100 \ln 100 + 20 \\ &\approx 941,03 \end{aligned}$$

Considere el siguiente enunciado, y utilícelo para contestar los ítems 69 y 70. La tasa de infección de una enfermedad (casos por cada 1000 habitantes) se puede calcular con la función $f(t) = 20 - 12 \cdot \log_9(t+2)$ donde t es el número de años a partir del 2000 y $0 \leq t \leq 40$.

$$36 + 2000$$

$$2036$$

- 69) ¿Cuál sería la tasa de infección para el año 2016?

R/ 0 0 0 4 , 2 1

$$t = 16 \Rightarrow f(16) = 20 - 12 \log_9(18) \approx 4,21$$

- 70) ¿En qué año se estima una tasa de infección de 0,279?

R/ 2 0 3 5 , 0 0

$$\begin{aligned} f(t) &= 0,279 = 20 - 12 \log_9(t+2) \\ 12 \log_9(t+2) &= 19,721 \\ \log_9(t+2) &= 1,64 \Rightarrow t+2 = 9^{1,64} \approx 37 \\ t &= 35 \end{aligned}$$

AUTOEVALUACIÓN Funciones

- 1) El conjunto $\{x / x \in \mathbb{R}, -2 < x \leq 5\}$ escrito en notación de intervalo corresponde a:



- A) $]-2, 5[$
- B) $]-2, 5]$
- C) $[-2, 5[$
- D) $[-2, 5]$

- 2) Si $x \in \mathbb{Z}$, entonces con certeza se cumple que:

- A) $x \notin \mathbb{N}$
- B) $x \notin \mathbb{Q}$
- C) $x \in \mathbb{I}$
- D) $x \in \mathbb{R}$

$$\mathbb{Z} \subset \mathbb{R}$$

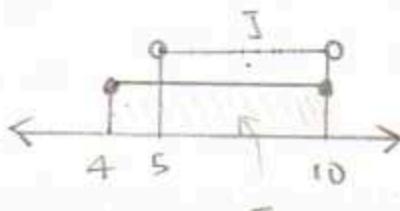
- 3) Consideré los intervalos $I = [4, 10]$ y $J =]5, 10[$, y las proposiciones:

I. $I \subset J$. $10 \in I$, pero $10 \notin J$

II. Si $x \in J$, entonces, $x \in I$.

De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

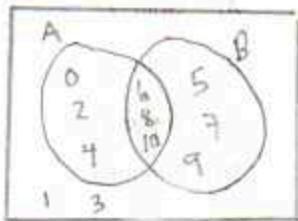
- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II



Consideré el universo $U = \{x / x \in \mathbb{N}, 0 \leq x \leq 10\}$ y los conjuntos $A = \{x / x \in U, x \text{ es par}\}$ y $B = \{5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ y utilícelos para contestar los ítems 4 a 6.

- 4) El conjunto $A \cap B$ corresponde a:

- A) $\{0, 1, 2, 3, 4\}$
- B) $\{0, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
- C) $\{6, 8, 10\}$
- D) $\{1, 3, 5, 7, 9\}$



- 5) El conjunto $A \cup B$ corresponde a:

- A) $\{0, 1, 2, 3, 4\}$
- B) $\{0, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
- C) $\{6, 8, 10\}$
- D) $\{1, 3, 5, 7, 9\}$

- 6) El complemento de B corresponde a:

- A) $\{0, 1, 2, 3, 4\}$
- B) $\{0, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
- C) $\{6, 8, 10\}$
- D) $\{1, 3, 5, 7, 9\}$

7) Analice las siguientes relaciones:

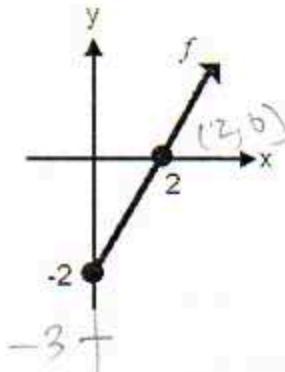
$$f: [-10, 12] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \sqrt{4-3x} \quad \text{X} \quad f(2) = \sqrt{-2+12}$$

$$g: \mathbb{R} - \{1, 0\} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = \frac{5}{x^3 - x} \quad \text{X} \quad f(-1) = \frac{5}{-1+1} = \frac{5}{0}$$

¿Cuáles de las relaciones anteriores son funciones?

- A) Sólo f
- B) Sólo g
- C) Ambas
- D) Ninguna

8) Consideré la siguiente gráfica de una función f :



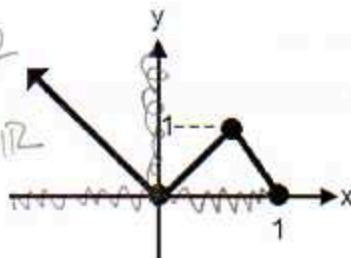
De acuerdo con los datos de la anterior gráfica, considere las siguientes proposiciones:

- I. 2 es un cero de f ✓
- II. -3 pertenece al conjunto de imágenes de f ✗

De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

9) Consideré la siguiente gráfica de la función f :



De acuerdo con los datos de la anterior gráfica, considere las siguientes proposiciones:

- I. El ámbito de f es: $[0, +\infty[$, ✓
- II. El dominio de f es: $]-\infty, 1]$. ✓

De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

Consideré las funciones dadas por $f(x) = 2x^2 + 1$ y $g(x) = x - 3$ y utilícelas para contestar los ítems 10 y 11.

10) El criterio de $(f \circ g)(x)$ es:

A) $(f \circ g)(x) = 2x^2 - 12x + 19$

B) $(f \circ g)(x) = 2x^2 - 6x + 19$

C) $(f \circ g)(x) = 2x^2 - 17$

D) $(f \circ g)(x) = 2x^2 - 2$

$$(f \circ g)(x)$$

$$f(x-3)$$

$$2(x-3)^2 + 1$$

$$2(x^2 - 6x + 9) + 1$$

$$2x^2 - 12x + 19$$

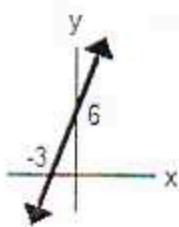
11) El valor de $(g \circ f)(10)$ corresponde a:

R/ 0 1 9 8 , 0 0

$$g(f(10)) = g(201) = 201 - 3 = 198$$

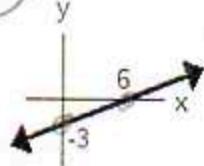
$$f(10) = 2 \cdot 10^2 + 1 = 201$$

- 12) La función mostrada en la figura es lineal.



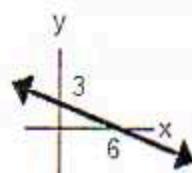
$$(-3, 0), (0, 6) \in G_f \\ \Rightarrow (0, -3), (6, 0) \in G_{f^{-1}}$$

Entonces, la gráfica de f^{-1} es:

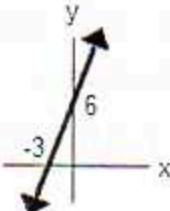
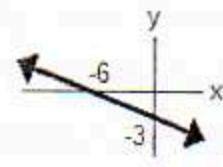


B)

C)



D)



- 13) ¿Cuál de los siguientes gráficos corresponde a una función a la cual se le puede definir una función inversa?

A) $\{(1,3), (2,5), (3,8), (4,3), (5,6)\}$ ✗

No es inyectiva

B) $\{(1,3), (7,5), (2,-3), (1,9), (5,0)\}$ ✗

No es función

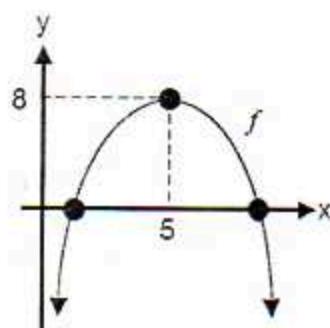
C) $\{(0,5), (2,7), (4,8), (5,9), (8,11)\}$ ✓

No es inyectiva

D) $\{(0,5), (1,4), (2,4), (3,8), (5,5)\}$

No es inyectiva

- 14) Consideré la gráfica de la función f .



Un intervalo donde es posible definirle una inversa a f es:

A) $[-10, 10]$ ✗

Contenido en $[5, +\infty)$
ó en $]-\infty, 5]$

B) $[-\infty, 0]$ ✓

C) $]-\infty, 8]$ ✗

D) $[2, 8]$ ✗

- 15) El criterio de la función inversa de $f(x) = \frac{11-2x}{3}$ es:

A) $f^{-1}(x) = \frac{-3}{2}x + \frac{9}{2}$

$$y = \frac{11-2x}{3}$$

B) $f^{-1}(x) = \frac{-2}{3}x + 3$

$$3y = 11 - 2x$$

C) $f^{-1}(x) = \frac{-2}{3}x + \frac{11}{3}$

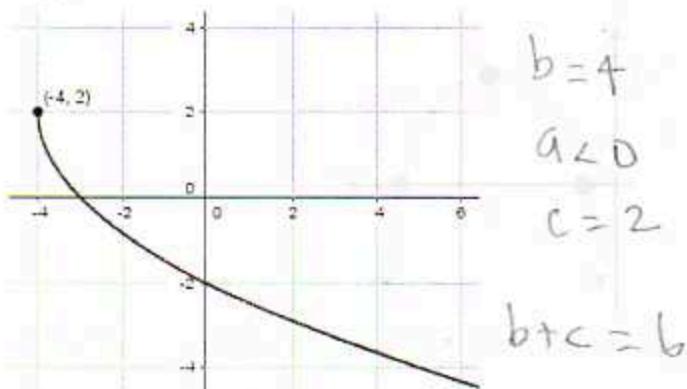
$$2x = -3y + 11$$

D) $f^{-1}(x) = \frac{-3}{2}x + \frac{11}{2}$

$$x = -\frac{3y+11}{2}$$

$$f^{-1}(x) = -\frac{3x+11}{2}$$

- 16) A continuación se muestra la gráfica de la función $f(x) = a\sqrt{x+b} + c$



Entonces, se puede garantizar que:

- A) $a > 0, b+c = 6$
 B) $a > 0, b+c = -2$
 C) $a < 0, b+c = 6$
 D) $a < 0, b+c = -2$

- 17) Los datos de la siguiente tabla corresponden a una función lineal f .

x	2	5	9	15
$f(x)$	30	15	-5	-35

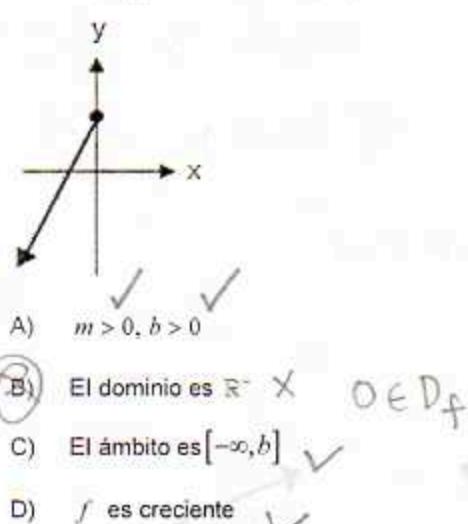
Entonces, el criterio de f es:

- A) $f(x) = 5x + 40$
 B) $f(x) = 5x + 30$
 C) $f(x) = -5x + 30$
 D) $f(x) = -5x + 40$

- 18) Si $(3,4)$ pertenece al gráfico de una función lineal f y $f(5) = 4$, entonces, la imagen de -3 es:

- A) 5
 B) -3
 C) 4
 D) 3
- $(3,4)$ y $(5,4)$
 la función es constante!

- 19) De acuerdo con los datos de la gráfica de la función con criterio $f(x) = mx + b$, una proposición falsa es:



- 20) Sea f una función cuadrática dada por $f(x) = ax^2 + bx - 2$. Si $x = 3$ es el eje de simetría de la gráfica de f y $f(3) > 0$, entonces se cumple con certeza que:

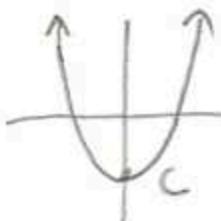
- A) $a > 0, b > 0$
 B) $a > 0, b < 0$
 C) $a < 0, b > 0$
 D) $a < 0, b < 0$
- $f(x)$
 $b = -\frac{b}{2a} = 3$
 $\Rightarrow b > 0$

- 21) Para la función f dada por $f(x) = x^2 + c$, con $c < 0$ considere las siguientes proposiciones.

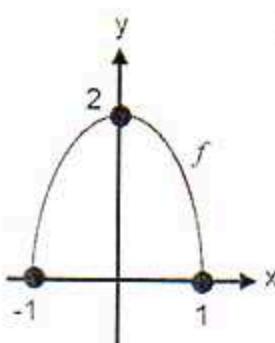
- I. La gráfica de f interseca el eje "x" en dos puntos:
 II. El vértice de la gráfica de f es $(0, c)$.

De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

- A) Ambas.
 B) Ninguna.
 C) Solo la I.
 D) Solo la II.



- 22) Considere la siguiente gráfica de la función cuadrática f :

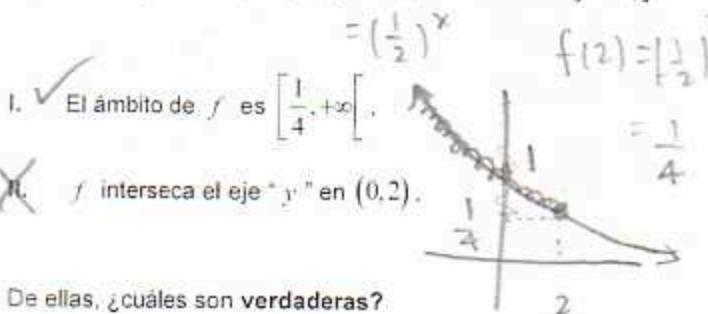


El dominio es $[0, 2]$
el codominio tiene que contenerlo.

De acuerdo con los datos de la gráfica anterior, un posible codominio de f es:

- A) $[1, 2]$
- B) $[1, 6]$
- C) $[-1, 1]$
- D) $[-1, 3]$

- 23) Las siguientes proposiciones se refieren a la función exponencial f dada por $f(x) = 2^{-x}$, con dominio $]-\infty, 2]$:



De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

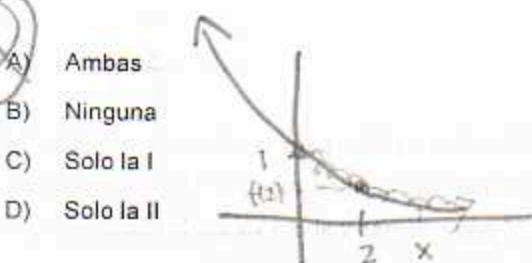
- 24) Considere las siguientes proposiciones referidas a la función exponencial f dada por $f(x) = a^x$, tal que $f(2) < 1$: $\Rightarrow 0 < a < 1$

- I. El dominio de f es \mathbb{R} .
- II. Para $x > 0$, se cumple que $f(x) \in]0, 1[$.

De ellas, ¿cuáles son verdaderas?



- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II



- 25) Considere las siguientes proposiciones referidas a la función logarítmica f dada por $f(x) = \ln x$:

- I. $(1, e)$ pertenece al gráfico de f . $f(1) = \ln 1$
- II. f interseca el eje "x" en $(e, 0)$. $= 0$

De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

$$f(e) = \ln e = 1$$

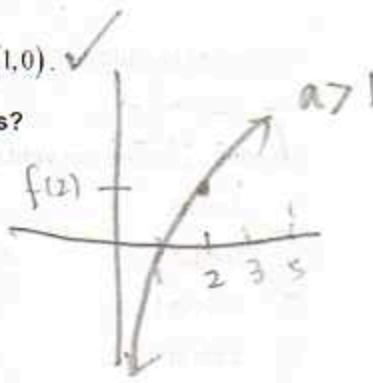
- 26) Las siguientes proposiciones se refieren a la función logarítmica f dada por $f(x) = \log_a x$, con $f(2) > 0$:

- I. $f(3) > f(5)$

- II. f Interseca el eje "x" en $(1, 0)$.

De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II



- 27) El sistema de ecuaciones $\begin{cases} x+y=a \\ 2x+2y=b \end{cases}$ es inconsistente. Entonces, se debe cumplir que:

- A) $a = 2b$
 B) $a \neq 2b$
 C) $2a = b$
 D) $2a \neq b$

$$\begin{aligned} x+y &= a \\ 2x+2y &= 2a \\ 2x+2y &= b \\ 2a &\neq b \end{aligned}$$

- 28) Sofía debe leer un libro para la clase de español. El martes, le faltaban 50 páginas más de las que ha leído. Luego, leyó 25 páginas más y ahora ~~va por la mitad del libro~~. Entonces, ¿cuántas páginas tiene el libro?

- A) 100
 B) 150
 C) 200
 D) 250

$$\begin{aligned} x &\rightarrow \text{número de páginas del libro} \\ y &\rightarrow \text{páginas leídas hasta el martes} \\ y + (y+50) &= x \Rightarrow x = 2y+50 \\ y+25+50 &= x \\ y+75 &= 2y+50 \\ 25 &= y \\ y &= 25 \\ x &= 2(25)+50 \\ x &= 100 \end{aligned}$$

- 29) Juan tiene doce años más que Pedro. Si al triple de la suma de la edad de Pedro y la de Juan se le disminuye 60, se obtiene 168. De acuerdo con el enunciado anterior, considere las siguientes proposiciones:

$$3(x+y) - 60 = 168 \quad \text{Juan} \rightarrow y = x+12$$

✗ Pedro tiene más de 40 años de edad.

✗ Un sistema de ecuaciones que permite resolver el

- problema anterior es: $\begin{cases} y = x+12 \\ 3x+y-60 = 168 \end{cases}$, donde "x" representa la edad de Pedro.

$$3(x+y)$$

De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
 B) Ninguna
 C) Solo la I
 D) Solo la II

$$\begin{cases} y = x+12 \\ 3(x+y) - 60 = 168 \end{cases}$$

$$3(x+x+12) = 228$$

$$6x + 36 = 228$$

$$6x = 192 \Rightarrow x = 32$$

- 30) La solución de $4 \cdot 8^{2x-1} = (0.25)^{x+3}$ es:

- A) $\frac{1}{4}$
 B) 0
 C) $-\frac{5}{8}$
 D) $-\frac{1}{12}$

$$\begin{aligned} 2^2 \cdot 3(2x-1) &= 2^{-2} \\ 2+6x-3 &= 2^{-2x-6} \\ 6x-1 &= -2x-6 \\ 8x &= -5 \\ x &= -\frac{5}{8} \end{aligned}$$

- 31) Una solución de $(5^x)^x = 25^{1-x}$ es:

- A) $\frac{1}{2}$
 B) -2
 C) $\sqrt{2}-1$
 D) $\sqrt{3}-1$

$$\begin{aligned} 5^{x^2} &= 2^{2(1-x)} \\ 5^x &= 2^{-2x} \\ x^2 &= 2-2x \\ x^2+2x-2 &= 0 \\ x = -1+\sqrt{3} &| x = -1-\sqrt{3} \end{aligned}$$

- 32) Una solución de $9^{x-3} = 4$ es:

- A) $3+\log_9 4$
 B) $3+\log_4 9$
 C) $\frac{\ln 4}{\ln 9}-3$
 D) $3\ln 9 + \ln 4$

$$x-3 = \log_9 4$$

$$x = 3 + \log_9 4$$

- 33) La expresión $\log_b \frac{a}{b}$ es equivalente a:

- A) $\log_b a - 1$
 B) $\frac{\log_b a - 1}{2}$
 C) $\log_b a - 2$
 D) $2 \log_b a$

$$= \frac{\log_b \frac{a}{b}}{\log_b b^2} = \frac{\log_b a - \log_b b}{2}$$

$$= \frac{\log_b a - 1}{2}$$

- 34) La expresión $\ln(e^3 b^2 \sqrt{a})$ es equivalente a:

A) $b^2 \sqrt{a}$

B) $1 + (\ln b)^2 + \sqrt{\ln a}$

C) $3 + 2 \ln b + \frac{\ln a}{2}$

D) $\frac{3 + 2 \ln b + \ln a}{2}$

$$\ln e^3 + \ln b^2 + \ln \sqrt{a}$$

$$3 + 2 \ln b + \frac{\ln a}{2}$$

- 35) Para $\log_m(125) = 3$, en el cual $\log_4(x) = m$, se cumple que "x" pertenece a:

A) $[23, 48]$

$$m^3 = 125 \quad \log_4 x = 5$$

$$\Rightarrow m = 5 \quad 4^5 = x$$

B) $[50, 125]$

$$1024 = x$$

C) $[375, 500]$

D) $[875, 1046]$

- 36) Para $\log_2(3x+2) - \log_2 x = 3$, se cumple que "x" pertenece a:

A) $[0, \frac{1}{2}]$

$$\log_2 \frac{3x+2}{x} = 3$$

B) $[\frac{1}{2}, \frac{2}{3}]$

$$\frac{3x+2}{x} = 2^3$$

C) $[\frac{2}{3}, \frac{5}{2}]$

$$3x+2 = 8x$$

D) $[\frac{5}{2}, \frac{7}{2}]$

$$2 = 5x$$

$$\frac{2}{5} = x$$

- 37) El costo total "C" en dólares, por producir "x" unidades de un producto, está dado por $C = -4x + 850$. Si se han producido 190 unidades de ese producto, entonces, ¿cuál es el costo total de producción?

(A) 90

B) 165

C) 660

D) 850

$$C = -4(190) + 850$$

$$= -760 + 850$$

$$= 90$$

- 38) Considere el siguiente enunciado: El salario "s" de un operario de una grúa está en función de la cantidad de horas "h" trabajadas. Por cada hora laborada el operario recibe €4500. De acuerdo con el enunciado anterior, considere las siguientes proposiciones:

I. El salario del operario en función de las horas trabajadas, está dada por $s(h) = 4500h$.

II. Si el operario trabaja 80 horas, entonces, el salario que debe percibir por su labor, es superior a €350 000.

De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

(A) Ambas

B) Ninguna

C) Solo la I

D) Solo la II

- 39) En un colegio que se fundó en 2007, la cantidad de estudiantes de cada año se puede modelar con la función $N(t) = a\sqrt{t+4} + b$ donde "t" es la cantidad de años después de su fundación. Si en el 2007 hubo 300 estudiantes y en el 2012 hubo 350, ¿cuántos estudiantes se esperan para el 2028?

$$N(0) = a\sqrt{0+4} + b$$

(A) 510

B) 450

C) 620

D) 480

$$300 = 2a + b$$

$$N(5) = a\sqrt{5+4} + b$$

$$350 = 3a + b$$

$$\Rightarrow a = 50, b = 200$$

$$N(21) = 50\sqrt{21+4} + 200 = 450$$

Consideré el siguiente contexto **Bola al aire** para responder las preguntas 40 y 41:

Bola al aire

Una bola es lanzada desde el suelo verticalmente hacia arriba con una velocidad inicial de 15 m/s .

La altura " $h(t)$ ", en metros, de la bola a los " t " segundos está dada por

$$h(t) = 15t - 4,9t^2.$$

- 40) De acuerdo con la información del contexto anterior **Bola al aire**, ¿cuál es la altura, en metros, de la bola a los 2,5 segundos?

- A) 2,88
- B) 6,88
- C) 13,00
- D) 68,13

$$h(2,5) = 15 \cdot 2,5 - 4,9 \cdot 2,5^2 \\ = 6,875$$

- 41) De acuerdo con la información del contexto anterior **Bola al aire**, ¿cuántos segundos, redondeados al décimo más cercano, deben transcurrir para que la bola toque el suelo?

R/ 0 6 0 3 , 0 6

$$h(t) = 0$$

$$15t - 4,9t^2 = 0$$

$$t_1 = 3,06 \quad | \quad t_2 = 0$$

Consideré el siguiente contexto **Taza de Café** para responder las preguntas 42, 43 y 44:

Taza de Café

Una taza de café recién servido está a una temperatura de 80°C , y la temperatura del ambiente es de 30°C . Despues de " t " minutos la temperatura del café es $T(t) = 50e^{-0,4t} + 30$.

- 42) ¿A qué temperatura está el café dos minutos después de servido?

- A) $52,47^\circ\text{C}$
- B) $58,92^\circ\text{C}$
- C) $62,38^\circ\text{C}$
- D) $75,18^\circ\text{C}$

$$T(2) = 50 \cdot e^{-0,4 \cdot 2} + 30 \\ \approx 52,47$$

- 43) A Luis le gusta tomar el café a 45°C . ¿Cuánto tiempo, en minutos, tiene que esperar para que el café esté a la temperatura que Luis quiere?

R/ 0 0 0 3 , 0 1

- 44) Al expresar el tiempo en función de la temperatura se obtiene:

$$\begin{aligned} \text{A)} \quad & t = \frac{\ln\left(\frac{T-30}{50}\right)}{-0,4} & T = 50e^{-0,4t} + 30 \\ \text{B)} \quad & t = \ln\left(\frac{T-30}{-20}\right) & \frac{T-30}{50} = e^{-0,4t} \\ \text{C)} \quad & t = \frac{\ln\left(\frac{T}{50}\right) - 30}{-0,4} & \ln\left(\frac{T-30}{50}\right) = -0,4t \\ \text{D)} \quad & t = \frac{\ln(T-30)}{20} & t = \frac{\ln\left(\frac{T-30}{50}\right)}{-0,4} \end{aligned}$$

SELECCIÓN ÚNICA O RESPUESTA BREVE

- 1) En conjunto de datos 4, 3, 5, 7, 5, 4, 8, 4, 2, 4, 5, 4, 3, 8, 7, 4, ¿cuál es la frecuencia del dato 4?

- A) 4
B) 5
 C) 6
D) 7

- 2) En conjunto de datos 1, 5, 4, 5, 7, 2, 3, 4, 5, 5, 7, 4, 3, 2, 5, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

- A) El máximo es 5
B) El número de datos es 14
C) La mediana es 5
 D) La moda es 5

- 3) En el grupo de datos 11, 50, 45, 45, 57, 54, 25, 28, 26, ¿cuál es la media aritmética?

- A) 37,89
B) 45
C) 52
D) 341

Calculadora

$$\bar{x} = 37,89$$

- 4) En un grupo de cuatro datos, el mínimo es 4, la mediana es 6 y el máximo es 12. Entonces, la media aritmética es:

- A) 5,5
B) 6
 C) 7
D) 7,33

$$\begin{array}{cccc} a & b & c & d \\ 4 & 6 & 12 & \end{array} \quad \bar{x} = \frac{a+b+c+d}{4}$$

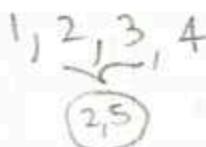
$$\begin{aligned} b+c &= 6 & = 4 + 12 + 12 \\ \frac{b+c}{2} &= 6 & = 7 & \end{aligned}$$

- 5) En conjunto de datos 1, 2, 3, 4, 5, ¿cuál es la mediana?

- A) 2
B) 2,5
 C) 3
D) 3,5

- 6) En conjunto de datos 4, 2, 1, 3, ¿cuál es la mediana?

- A) 1,5
 B) 2,5
C) 3
D) 3,5



- 7) En conjunto de datos 5, 10, 12, 15, 15, 18, 22, ¿cuál es el primer cuartil?

- A) 10
B) 11
C) 12
D) 15

- 8) En conjunto de datos 154, 284, 315, 318, 452, 469, 750, 950, ¿cuál es el primer cuartil?

- A) 284
 B) 299,5
C) 315
D) 385

- 9) En conjunto de datos 4, 8, 15, 17, 17, 19, 23, 34, 60, 62, 62, ¿cuál es el tercer cuartil?

- A) 57
 B) 60
C) 61
D) 62

- 10) En conjunto de datos 105, 152, 254, 318, 318, 322, 455, 475, 850, 1250, 1350, 1750, ¿cuál es el tercer cuartil?

- A) 850
B) 895
 C) 1050
D) 1250

$$\begin{aligned} n &= 12 \Rightarrow \frac{3(n+1)}{4} = 9,75 \\ Q_3 &= \frac{y_9 + y_{10}}{2} = \frac{850 + 1250}{2} \\ &= 1050 \end{aligned}$$

Considere la siguiente tabla de frecuencias de un grupo de dato para contestar las preguntas 11 y 12.

x_i	7	11	13	18	19
f_i	14	8	12	13	17

11) El promedio de estos datos es:

- A) 14,05
- B) 13,6
- C) 13,2
- D) 12,8

Calcuadra (+freq)

$$\bar{x} \approx 14,05$$

12) El primer cuartil de estos datos es:

R/

0	0	1	1	,	0	0
---	---	---	---	---	---	---

$$n=64, Q_1 = \frac{y_{16} + y_{17}}{2} = \frac{11+11}{2} = 11$$

13) En un colegio, la evaluación de cada periodo en la materia de industriales se lleva a cabo de acuerdo con la siguiente tabla, en la que aparecen también las notas obtenidas por Andrea y Patricia en uno de los períodos.

Componente a evaluar	Valor porcentual	Notas de Andrea	Notas de Patricia
Prueba escrita	35 %	61	54
Trabajo cotidiano	15 %	73	75
Proyecto	40 %	67	66
Asistencia	10 %	92	97
Total	100		

Si Andrea y Patricia son estudiantes de ese colegio y necesitan una nota promedio de 70 o más para aprobar el periodo, entonces:

$$\text{Andrea} = 68,3$$

- A) Andrea aprobó el periodo.
- B) Patricia aprobó el periodo.
- C) Ninguna de ellas aprobó el periodo.
- D) Patricia tuvo una nota promedio mayor que la de Andrea.

En un concurso de obras de arte, se consideran los siguientes rubros, de uno a cinco, y se les asignó un peso de acuerdo con la importancia que consideraron los jueves de acuerdo con los objetivos del concurso:

JUEVES

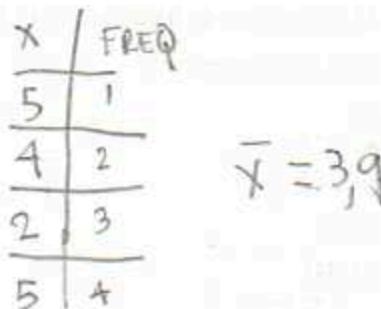
Rubro	Relación con el tema	Uso del color	Creatividad	Técnica empleada
Peso	1	2	3	4

Esto significa, por ejemplo, que los puntos en uso de color valen el doble que los de relación con el tema.

Utilice este contexto para contestar las preguntas 14 y 15.

14) María, obtuvo una nota de 5 en relación con el tema, un 4 en uso de color, un 2 en creatividad y un 5 en técnica empleada. Al promediar la nota de María respecto a los pesos, se obtiene:

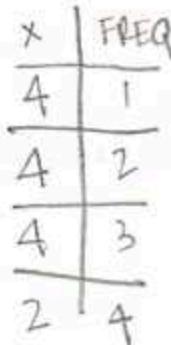
- A) 2,44
- B) 3,9
- C) 4
- D) 39



15) Rafael obtuvo 4 en relación con el tema, un 4 en uso de color, un 4 en creatividad y un 2 en técnica empleada. Al promediar la nota de Rafael respecto a los pesos, se obtiene:

R/

0	0	0	3	,	2	0
---	---	---	---	---	---	---



$$\bar{x} = 3,2$$

Considere el contexto "La Feria" para contestar los ítems 16, 17 y 18.

La Feria.

Todos los domingos, un agricultor va a la Feria a vender frutas. Recolectó los datos de ventas del mes y obtuvo lo siguiente: Vendió 50 manzanas a 150 colones cada una, 75 naranjas a 80 colones cada una y 200 melones a 800 cada uno.

16) ¿Cuántas frutas vendió en el mes?

- A) 3
- B) 325
- C) 534
- D) 1030

$$n = 325$$

	X	FREQ
manzanas	150	50
naranjas	80	75
melones	800	200

17) ¿Cuánto dinero obtuvo en el mes?

- A) 1030
- B) 173500
- C) 334750
- D) 1030

$$\Sigma X = 173500$$

shift 1 3 2

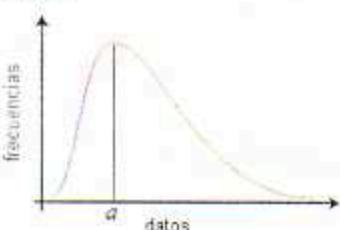
18) ¿Cuál es el precio promedio de las frutas que vendió?

- A) 168.45
- B) 343.33
- C) 533.85
- D) 1030

$$\bar{X} = 533,85$$

shift 1 4 2

19) A continuación se muestra la gráfica de una distribución de datos.



Entonces, con certeza el valor de a corresponde a:

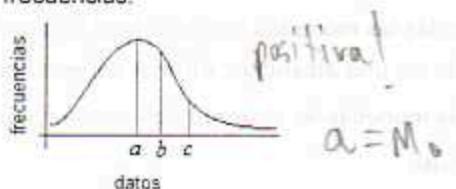
- A) La media aritmética
- B) La moda (mayor frecuencia)
- C) La mediana
- D) El máximo

20) Si al graficar una distribución de frecuencias de un grupo de datos, se observa que tiene una asimetría negativa, entonces, puede ocurrir que:

- A) $\bar{x} > M_o$
- B) $M_o > M_d > \bar{x}$
- C) $M_o < M_d < \bar{x}$
- D) $M_o = M_d = \bar{x}$

Media < Mediana

21) Observe la siguiente gráfica de la distribución de frecuencias:



De acuerdo con la gráfica anterior, se cumple que la distribución presenta una asimetría:

- A) Negativa y $a = \bar{x}$
- B) Positiva y $b = M_o$
- C) Negativa y $c = \bar{x}$
- D) Positiva y $a = M_o$

$\bar{x} = M_o = M_d$

22) En una distribución simétrica se debe cumplir que::

- A) La mediana es mayor que la media aritmética.
- B) La moda es mayor que la mediana.
- C) La mediana es menor que la moda.
- D) La media aritmética es igual que la mediana.

23) En una distribución se cumple que $M_o = 10$, $M_d = 15$, $\bar{X} = 18$, entonces, la distribución es:

- A) Con certeza simétrica.
- B) Con certeza asimétrica positiva.
- C) Con certeza asimétrica negativa.
- D) No es posible determinar su asimetría.

$\bar{x} > M_o$
asimetría
positiva

24) En una distribución se cumple que $M_a = 20$, $M_s = 18$,

$\bar{X} = 15$, entonces, la distribución es:

- A) Con certeza simétrica
 B) Con certeza asimétrica positiva
 C) Con certeza asimétrica negativa
 D) No es posible determinar su asimetría.

Asimetría negativa

Considere el siguiente contexto "La alcancia" para responder las preguntas 25 a 32.

La alcancia

Elizabeth ahora todas las monedas que le sobran durante un mes y las mete en una alcancia. Al final del mes, la abrió, y agrupó las monedas de acuerdo con su valor x , y obtuvo lo siguiente:

8 monedas de 5 colones.

12 monedas de 10 colones.

16 monedas de 25 colones.

4 monedas de 50 colones.

19 monedas de 100 colones.

25) Al realizar una tabla de frecuencias con la información anterior, ¿cuáles son los valores de A y B ?

x_i	5	10	25	$B = 50$	100
f_i	8	$A = 12$	16	4	19

A) $A = 10$, $B = 50$

B) $A = 12$, $B = 50$

C) $A = 12$, $B = 4$

D) $A = 10$, $B = 4$

Calculadora

MODE [3] [1]

26) ¿Cuántas monedas recolectó Elizabeth?

A) 5

B) 10

C) 95

D) 59

$N = 59$

27) La moda de la distribución es:

A) 5

B) 10

C) 19

D) 100 (Porque tiene mayor frecuencia)

28) ¿Cuánto dinero recolectó Elizabeth en su alcancia?

R/

2	6	6	0	,	0	0
---	---	---	---	---	---	---

$$\sum x = 2660 \quad \text{Shift} \quad 1 \boxed{7} \boxed{3} \boxed{2}$$

29) ¿Cuál es el promedio del valor de las monedas?

A) 24,9

B) 249

C) 45,08

D) 2660

$$\bar{x} = 45,08$$

30) La mediana de la distribución es:

A) 10

$$\frac{n+1}{2} = 30$$

B) 17,5

C) 25

$$y_{30} = 25$$

D) 37,5

31) El primer cuartil de la distribución es:

A) 10

$$\frac{n+1}{4} = 15$$

B) 17,5

C) 25

D) 37,5

$$y_{15} = 10$$

32) El tercer cuartil de la distribución es:

A) 50

$$3\left(\frac{n+1}{4}\right) = 45$$

B) 75

C) 87,5

D) 100

$$y_{45} = 100$$

Considere el siguiente contexto "Velocidad al pasar por el puente" para responder las preguntas 33 a 35.

Velocidad al pasar por el puente

Un equipo del MOPT hizo un estudio sobre las velocidades a las que pasan los carros en la entrada de un puente en una autopista. En el informe, incluyeron las siguientes conclusiones, respecto a la variable velocidad de los carros que pasaron:

- El mínimo es 20 km/h
- El máximo fue 125 km/h
- La moda fue 60 km/h
80
- La media aritmética fue 70 km/h
- El primer cuartil fue 55 km/h
- El tercer cuartil fue 85 km/h
- La mediana fue 75 km/h

33) De acuerdo con el contexto anterior "Velocidad al pasar por el puente", ¿cuál de las siguientes afirmaciones es con certeza verdadera?

- A) Todos los carros pasaron a más de 25 km/h X
- B) Todos los carros pasaron a menos de 130 km/h ✓
porque el máximo fue 125 km/h
- C) Al menos la mitad de los carros pasaron a menos de 55 km/h X
- D) A lo sumo la mitad de los carros pasaron a más de 70 km/h X

34) De acuerdo con el contexto anterior "Velocidad al pasar por el puente", ¿cuál de las siguientes afirmaciones es con certeza verdadera?

- A) Más carros pasaron a 70 km/h que a 60 km/h X
- B) Al menos 25% de los carros pasaron a menos de 50 km/h X
- C) A lo sumo 25% de los carros pasaron a más de 70 km/h X
- D) La distribución tiene asimetría negativa

$$\bar{x} < M_e \quad \checkmark$$

35) En el estudio "Velocidad al pasar por el puente" se tomó en cuenta la velocidad de 115 carros. ¿Cuál es la suma de las velocidades de todos los carros que se midieron en el estudio?

R/ $\boxed{8} \boxed{0} \boxed{5} \boxed{0}, \boxed{0} \boxed{0}$

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} \Rightarrow 70 \cdot 115 = \sum x \\ 8050$$

Considerere la siguiente tabla de frecuencias de un grupo de datos.

x_i	150	175	250	315	350
f_i	15	20	12	35	18

$$35 \quad 42 \quad 52$$

36) El promedio de estos datos es:

- A) 248
B) 260,75
C) 21,03
D) 20

$$\bar{x} = 260,75$$

$$n = 100$$

$$\Rightarrow \frac{n+1}{4} = 75,75$$

$$Q_3 = \frac{y_{75} + y_{76}}{2}$$

$$= 315$$

37) El tercer cuartil de estos datos es:

R/ $\boxed{0} \boxed{3} \boxed{1} \boxed{5}, \boxed{5} \boxed{0}$

Utilice el siguiente contexto para responder los ítems 38 a 40:

La concentración de cloro

En una piscina municipal, el administrador tiene la duda de si la cantidad de cloro suministrada en el agua por sus empleados, puede significar ciertos daños a la salud de las personas adultas que frecuentan dicho lugar. Decide tomar una muestra del agua de la piscina durante los primeros 22 días del mes de abril para saber cuánta es la concentración de cloro en miligramos por cada litro de agua. Los datos de las muestras ya ordenados fueron los siguientes:

0,02	0,04	0,05	0,05	0,06	0,08	0,10	0,10	0,15	0,15	0,18
0,20	0,20	0,22	0,25	0,25	0,30	0,45	0,45	0,50	0,50	0,80

$$\bar{x} = 0,2318$$

$$Q_3$$

38) De acuerdo con el contexto anterior La concentración de cloro, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

- A) El promedio es la medida de tendencia central que mejor caracteriza al conjunto de datos. (no)
- B) Hay 14 datos menores que el promedio, el cual se ve afectado por valores muy altos.
- C) La distribución de la concentración de cloro tiene con certeza una asimetría negativa. (no) $\bar{x} > \text{Med}$.
- D) La distribución de la concentración de cloro es aproximadamente simétrica. (no).

39) Determine el valor para el cual el 25% de las observaciones son menores que dicho valor.

R/ 0 0 0 0, 0 7

$$n=22 \Rightarrow \frac{n+1}{4} = 5,75 \Rightarrow Q_1 = \frac{y_1 + y_2}{2} = \frac{0,06 + 0,08}{2} = 0,07$$

40) Determine el valor para el cual el 75% de las observaciones son mayores que dicho valor.

R/ 0 0 0 0, 3 8

$$n=22 \Rightarrow \frac{3(n+1)}{4} = 17,25 \Rightarrow Q_3 = \frac{y_{18} + y_{19}}{2} = \frac{0,30 + 0,45}{2} = 0,375$$

El siguiente resumen de datos agrupados en clases es acerca de la estatura de los estudiantes de una generación de 11mo.

Altura de los estudiantes de 11mo año

	Punto medio	Frecuencia absoluta
Entre 130 y 140	135	8
Entre 140 y 150	145	20
Entre 150 y 160	155	18
Entre 160 y 170	165	20
Entre 170 y 180	175	15
Entre 180 y 190	185	20

*

FREQ

Utilice esta información para responder los ítems 41 a 43;

41) En la tabla, el valor de A corresponde a:

- A) 160
- B) 165
- C) 170
- D) 175

$$A = \frac{160 + 170}{2} = 165$$

42) Para dar una estimación de la media aritmética se utilizan los puntos medios como valores estadísticos. Entonces, una estimación adecuada de la media aritmética es:

- A) 160
- B) 162,33
- C) 165
- D) 167,66

$$\bar{x} \approx 162,33$$

$$h = 101 \Rightarrow \frac{n+1}{2} = 51$$

43) La media aritmética exacta de las alturas de los estudiantes es 159. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera? $\text{Med} = y_{51} \in [160,170]$

- A) La distribución es asimétrica positiva porque hay muchos estudiantes muy altos que aumentan el promedio.
- B) La distribución es asimétrica negativa porque hay muchos estudiantes muy altos que aumentan el promedio.
- C) La distribución es asimétrica positiva porque hay muchos estudiantes muy bajos que disminuyen el promedio.
- D) La distribución es asimétrica negativa porque hay muchos estudiantes muy bajos que disminuyen el promedio.

$\text{Med} > \bar{x} \Rightarrow \text{asimetría negativa}$

En el siguiente gráfico se muestra la distribución de notas de un quiz de Física. Con base en él conteste los ítems 44 a 48.



44) La cantidad de estudiantes que realizaron el quiz:

- A) 10
- B) 18
- C) 28
- D) 61

$$n = 61$$

45) Al completar la siguiente tabla de frecuencias se obtiene:

x_i	1	2	3	4	5	6	7	B	9	10
f_A	2	4	2	A	4	8	10	18	8	4

Entonces, el valor de A y B es respectivamente:

- A) $A = 1, B = 8$
- B) $A = 1, B = 18$
- C) $A = 4, B = 8$
- D) $A = 4, B = 18$

46) El promedio de las notas es de:

- A) 5
- B) 5,5
- C) 6,1
- D) 6,79

$$\bar{x} \approx 6,79$$

47) La mediana de las notas es:

- A) 5
- B) 6
- C) 7
- D) 8

$$n = 61 \Rightarrow \frac{n+1}{2} = 31$$

$$\text{Med} = y_{31}$$

48) El primer cuartil es:

- A) 5
- B) 5,5
- C) 6
- D) 6,5

$$\frac{n+1}{4} = \frac{62}{4} = 15,5$$

$$Q_1 = \frac{y_{15} + y_{16}}{2} = \frac{6+6}{2} = 6$$

49) ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es falsa?

A) La moda de la distribución es 8. ✓

B) El 75% de los estudiantes obtuvieron a lo sumo un 8 ✓

C) La nota mínima es un 4. ✗ (Fue un 1)

D) La nota máxima es un 10. ✓

freq

$\bar{x} < \text{Med} \Rightarrow$ asimetría negativa

50) ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

A) La distribución es asimétrica positiva porque hay muchos estudiantes con notas altas que aumentan el promedio.

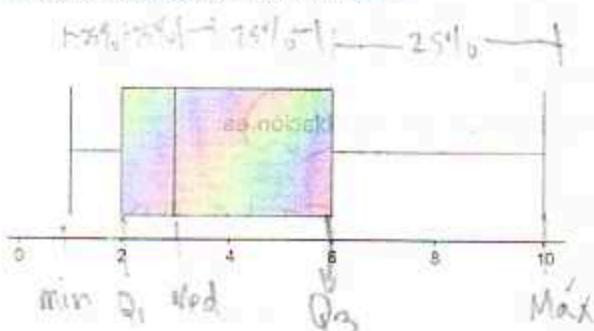
B) La distribución es asimétrica negativa porque hay muchos estudiantes con notas altas que aumentan el promedio.

C) La distribución es asimétrica positiva porque hay muchos estudiantes con notas bajas que disminuyen el promedio.

D) La distribución es asimétrica negativa porque hay muchos estudiantes con notas bajas que disminuyen el promedio.

SELECCIÓN ÚNICA O RESPUESTA BREVE

Considera el siguiente diagrama de cajas de un grupo de datos para contestar los ítems 1 a 10.



1) El mínimo de los datos es:

- A) 0
- B) 1
- C) 2
- D) 3

2) El máximo de los datos es:

- A) 6
- B) 8
- C) 10
- D) 12

3) El recorrido de los datos es:

- A) 4
- B) 6
- C) 9
- D) 10

4) La mediana de los datos es:

- A) 2
- B) 3
- C) 4
- D) 6

5) El primer cuartil de los datos es:

- A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) 4

6) El tercer cuartil de los datos es:

- A) 4
- B) 6
- C) 8
- D) 10

7) El recorrido intercuartílico de los datos es:

- A) 4
- B) 6
- C) 9
- D) 10

8) ¿Qué porcentaje de los datos está entre 3 y 10?

- A) 0%
- B) 25%
- C) 50%
- D) 75%

9) ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es con certeza verdadera respecto a este grupo de datos?

- A) Entre 6 y 10 hay más datos estadísticos que entre 1 y 2.
- B) El 50% central de los datos se ubica entre 2 y 6.
- C) El 25% de los datos es menor a 3.
- D) El 75% de los datos es mayor a 6.

10) Suponiendo que los datos tiene un promedio de 3,5 es posible asegurar que:

- A) La distribución tiene asimetría positiva.
- B) La distribución tiene asimetría negativa.
- C) La distribución es simétrica.
- D) No es posible determinar la asimetría.

- 11) En una población cuyos datos son 5, 10, 12, 15, 15, 18, 22, la desviación estándar es:

- A) 5,11
B) 5,52
C) 13,86
D) 26,12

$$\bar{x}_x = 11,11$$

5	10	12	15	15	18	22
freq	1	1	1	2	1	1

- 12) En una población cuyos datos son 15, 25, 25, 30, 35, 45, 45, 54, la variancia es:

- A) 12,15
B) 12,99
C) 147,69
D) 168,78

$$\bar{x}_x = 32,15$$

$$s_x^2 = 142,69 \text{ (variancia)}$$

- 13) Se escoge una muestra cuyos valores son 1, 5, 7, 15, 19, 24, 59, 64, 65. La desviación estándar de esta muestra es:

- A) 24,91
B) 26,62
C) 620,62
D) 698,19

$$\bar{x}_x = 26,42$$

1	5	7	15	19	24	59	64	65
freq	1	1	1	1	1	1	1	1

- 14) Se escoge una muestra cuyos valores son 17, 85, 115, 135, 178, 205. Entonces, la variancia de la muestra es:

- A) 61,42
B) 3772,58
C) 67,28
D) 4527,1

$$\bar{x}_x = 147,28$$

$$s_x^2 = 4527,1$$

- 15) En una población los datos se agruparon en la siguiente tabla de frecuencias:

x_i	10	15	25	35	45
f_i	5	7	15	4	18

Entonces, la desviación estándar de la población es:

- A) 12,86
B) 12,99
C) 12,80
D) 14,32

$$\sigma = 12,86$$

- 16) En una población los datos se agruparon en la siguiente tabla de frecuencias:

x_i	18	25	34	45	67
f_i	12	5	18	34	20

Entonces, la variancia de la población es:

- A) 294,96
B) 398,7
C) 249,81
D) 252,66

$$\sigma = 15,80$$

$$s_x^2 = 249,82$$

- 17) En una muestra los datos se agruparon en la siguiente tabla de frecuencias:

x_i	45	54	65	75	84
f_i	4	8	5	7	12

Entonces, la desviación estándar de la muestra es:

- A) 14,07
B) 14,27
C) 15,66
D) 14,00

$$\bar{x}_x = 14,27$$

- 18) En una muestra los datos se agruparon en la siguiente tabla de frecuencias:

x_i	2	4	6	8	10
f_i	7	11	14	3	9

Entonces, la variancia de la muestra es:

- A) 8
B) 10
C) 7,16
D) 7,22

$$\bar{x}_x = 7,16$$

$$s_x^2 = 7,22$$

- 19) En una serie de datos el promedio es 140 y la desviación estándar 22,15. Entonces, el coeficiente de variación es:

- A) 15,82%
B) 6,32%
C) 29,74%
D) 63,20%

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{22,15}{140} = 0,1584 = 15,84\%$$

- 20) El coeficiente de variación de una serie de datos con promedio 24 es 15%. Entonces, la variancia de dicho grupo de datos es:

- A) 129 600
B) 12,96
C) 160
D) 25600

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = 0,15 \\ \Rightarrow \sigma = 0,15 \cdot 24 \\ \Rightarrow \sigma^2 = 12,96$$

- 21) El coeficiente de variación sirve para:

- A) Medir la variación absoluta de los datos.
B) Medir la variación absoluta del 50% central de los datos.
C) Medir la variación relativa de los datos.
D) Promediar las variaciones respecto a la media aritmética.

- 22) ¿En cuál de las siguientes situaciones se encontraría con certeza un coeficiente de variación alto?

- A) El mínimo está muy lejos del máximo.
B) El primer cuartil está muy lejos del tercer cuartil.
C) La asimetría es positiva.
D) Los datos están muy dispersos.

- 23) En una serie de datos de promedio 45 y desviación estándar 8, ¿cuál es el valor estandarizado para el dato estadístico 38?

- A) -0,875
B) 0,875
C) -0,667
D) 0,667

$$z = 38 - 45 \approx -0,875$$

$$\frac{8}{\sqrt{4}}$$

$$z = \frac{x_i - \bar{x}}{\sigma}$$

- 24) Si el valor estandarizado para un dato estadístico igual a 87 en una serie con 28 datos y de variancia 45 es igual a 1,15, entonces, ¿cuánto suman todos los datos de la serie?

- A) 79,29
B) 35,25
C) 987
D) 2220

$$x_i = 87 \Rightarrow 87 - \bar{x} = 1,15 \\ n = 28 \\ \sigma^2 = 45 \\ \Rightarrow \sigma = \sqrt{45} \\ z_i = 1,15 \Rightarrow \frac{x_i - \bar{x}}{\sigma} = 1,15 \Rightarrow \sum x_i = 79,29$$

- 25) Al estandarizar un dato en una serie se obtuvo un valor negativo. Esto significa que:

- A) El dato es mayor que la desviación estándar
B) El dato es menor que la desviación estándar
C) El dato es mayor que la media aritmética
D) El dato es menor que la media aritmética

NOTA: La desviación estándar nunca es negativa

- 26) El dato estandarizado, z_i , de x_i en una serie de datos positivos cumple $z_i > 1$. Considera las proposiciones:

- I. x_i varía del promedio más de una desviación estándar.
II. x_i es menor que el promedio.

De ellas, son con certeza verdaderas:

- A) Ambas
B) Solo I
C) Solo II
D) Ninguna

$$\frac{x_i - \bar{x}}{\sigma} > 1 \\ x_i - \bar{x} > \sigma$$

- 27) La medida adecuada para comparar la variación absoluta de dos series de datos es:

- A) El recorrido
B) El recorrido intercuartílico
C) La desviación estándar
D) El coeficiente de variación

- 28) La medida adecuada para comparar la variación absoluta del 50% central de los datos es:

- A) El recorrido
B) El recorrido intercuartílico
C) La desviación estándar
D) El coeficiente de variación

En la siguiente tabla se resume la información, al tomar una muestra del índice de precios al consumir según el BCCR de ocho meses.

MES	IPC
ago-15	99,48
sep-15	99,22
oct-15	98,94
nov-15	98,93
dic-15	99,12
ene-16	99,79
feb-16	99,76
mar-16	98,86

Ordenadas

98,86 min

98,93 > Q₁

98,94

99,12 > Med

99,12

99,48

99,76 > Q₃

99,79 máx

32) ¿Cuál es la desviación estándar de los datos del IPC?

A) 0,1388

B) 0,1215

C) 0,3726

D) 0,3485

$$S_x = 0,3726$$

33) ¿Cuál es el coeficiente de variación del IPC?

$$CV = \frac{S_x}{\bar{x}} = \frac{0,3726}{99,26}$$

$$CV = 3,75 \times 10^{-3}$$

$$= 0,3753\%$$

34) ¿Cuál es el valor estandarizado del IPC para marzo del 2016?

$$z_{MAR2016} = \frac{98,86 - 99,26}{0,3726}$$

$$\approx -1,07$$

A) -1,07

B) 1,07

C) -1,25

D) 1,25

35) Considere las siguientes afirmaciones respecto a los datos mostrados.

I) El IPC en los meses del 2015 varía absolutamente más que en los meses del 2016.

II) El IPC en los meses del 2015 varía relativamente más que en los meses del 2016.

- De ellas, son con certeza verdaderas
- A) Solo la I
 - B) Solo la II
 - C) Ambas
 - D) Ninguna

Utilice esta información para contestar los ítems 29 a 35

29) Durante estos meses, la variación absoluta de los datos fue de:

A) 0,62

B) 0,93

C) 0,685

D) 0,75

$$R = 99,79 - 98,86 \\ = 0,93$$

30) ¿Cuál es la variación absoluta en el 50% central de los datos del IPC?

A) 0,62

B) 0,93

C) 0,685

D) 0,75

$$Q_3 = 99,76 + 99,48 = 99,62$$

$$Q_1 = 98,93 + 98,94 = 98,935$$

$$R_I = 99,62 - 98,935 \\ = 0,685$$

31) ¿En cuántos meses el IPC fue menor al promedio?

A) 3

B) 4

C) 5

D) 6

$$\bar{x} \approx 99,26$$

$$IPC 2015 \\ CV = 2,29 \times 10^{-3}$$

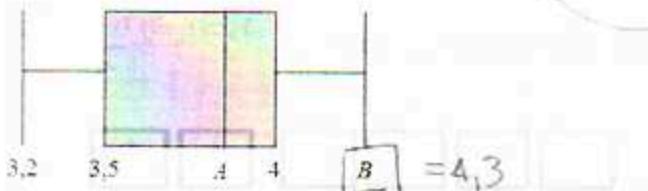
$$IPC 2016 \\ CV = 5,31 \times 10^{-3}$$

La siguiente muestra se tomó del BCCR respecto a la expectativa de inflación, y su cantidad de respuestas:

Expectativa de Inflación	Cantidad de respuestas
4,3	60
4	58
3,9	65
3,7	53
3,2	56
3,5	56

X FREQ

Además, se tiene el siguiente diagrama de cajas de las respuestas:



Con base en la información conteste las preguntas 36 a 42.

36) ¿Cuál es el promedio de las expectativas de inflación?

- A) 3,767
- B) 3,778
- C) 30,88
- D) 58

37) ¿Cuál es la desviación estándar de esta muestra?

- A) 0,4231
- B) 0,3542
- C) 0,3537
- D) 0,2351

38) ¿Cuál es el recorrido de los datos?

- A) 0,8
- B) 0,5
- C) 1,2
- D) 1,1

39) En otro momento se toma otra muestra con diferentes valores y un coeficiente de variación de 0,12. Entonces, se cumple con certeza

- A) Esa otra muestra varía relativamente más que la original.
- B) Esa otra muestra varía relativamente igual que la original.
- C) Esa otra muestra varía relativamente menos que la original.
- D) Se necesitan más datos para determinar cuál varía más relativamente.

$c.v_1 = \frac{\sigma_{3,778}}{3,778} \approx 0,0937 < 0,12$

40) Al estandarizar el dato 4, se obtiene

R/ $\begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|} \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 6 & 3 \\ \hline \end{array}$

$$\frac{4 - 3,778}{0,3542} \approx 0,626$$

41) El valor de A y B es respectivamente:

- A) A = 3,9 // B = 4,3
- B) A = 3,7 // B = 4,3
- C) A = 3,9 // B = 3,5
- D) A = 3,7 // B = 3,5

$\text{Med} = \frac{y_{174} + y_{175}}{2}$

$\text{Med} = 3,9$

42) En qué porcentaje se puede estimar el número de respuestas entre 3,2 y 4?

- A) 25%
- B) 50%
- C) 66%
- D) 75%

min $\rightarrow Q_3$

En la siguiente tabla se presentan los tipos de cambio del dólar respecto al colón en una muestra de los últimos doce años.

Fecha	Compra	Venta
01-ene-05	457,58	459,64
01-ene-06	495,65	497,71
01-ene-07	515,84	519,95
01-ene-08	495,23	500,97
01-ene-09	550,08	560,85
01-ene-10	558,67	571,81
01-ene-11	507,85	518,09
01-ene-12	505,35	518,33
01-ene-13	502,07	514,32
01-ene-14	495,01	507,8
01-ene-15	533,31	545,53
01-ene-16	531,94	544,87
Promedio	$a =$	$c =$
Desviación estándar	$b =$	$d =$

Utilice la información para contestar los ítems 43 a 50.

43) El valor de a corresponde a:

R/ 0 5 1 2 , 3 8

$$\bar{x} \approx 512,38 \quad \text{Calculadora}$$

44) El valor de b corresponde a:

R/ 0 0 2 7 , 7 2

$$s_x \approx 27,72 \quad \text{Calculadora}$$

45) El valor de c corresponde a:

R/ 0 5 2 1 , 6 6

$$\bar{x} = 521,66 \quad \text{Calculadora}$$

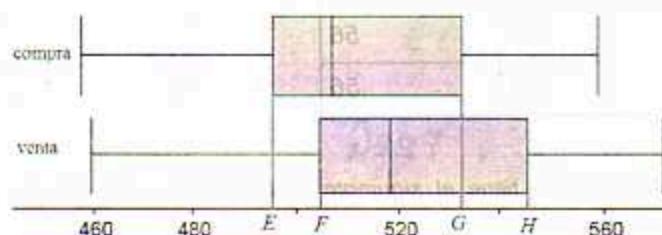
46) El valor de d corresponde a:

R/ 0 0 3 0 , 5 7

$$s_x \approx 30,57$$

Calculadora

Con base en esta información, se elaboraron los siguientes diagramas de cajas.



47) El valor de E corresponde a:

$$n=12 \Rightarrow 3\left(\frac{n+1}{4}\right) = 3,75$$

R/ 0 4 9 5 , 4 4

COMPRA

$$E = Q_1 = \frac{y_3 + y_4}{2} = \frac{495,23 + 495,65}{2} = 495,44$$

48) El valor de F corresponde a:

R/ 0 5 0 4 , 3 9

VENTA

$$F = Q_1 = \frac{y_3 + y_4}{2} = \frac{500,97 + 507,6}{2} = 504,39$$

49) El valor de G corresponde a:

R/ 0 5 3 2 , 6 3

COMPRA

$$n=12 \Rightarrow 3\left(\frac{n+1}{4}\right) = 9,75$$

$$G = Q_3 = \frac{y_9 + y_{10}}{2} = \frac{531,94 + 533,31}{2} = 532,63$$

50) El valor de H corresponde a:

R/ 0 5 4 5 , 2 0

$$\begin{aligned} H &= Q_3 = \frac{y_9 + y_{10}}{2} = \frac{544,87 + 545,53}{2} \\ &= 545,2 \end{aligned}$$

Respecto a los tipos de cambio, se tiene el siguiente resumen.
Utilícelos para contestar los ítems 51 a 55.

	compra	venta		compra	venta
\bar{X}	512,38	521,66	<input checked="" type="radio"/>	495,44	504,39
s	27,72	30,57	<input checked="" type="radio"/>	506,6	518,21
Ene-11	507,85	518,09	<input checked="" type="radio"/>	532,63	545,20

$$\text{COMPRA} = 558,67 - 493,69 = 101,98$$

51) De acuerdo con la variación absoluta de las muestras,

$$\text{VENTA} = 521,66 - 495,44 = 112,12$$

- A) Es mayor la de la compra que la de la venta.
- B) Es igual la de la compra que la de la venta.
- C) Es menor la de la compra que la de la venta.
- D) No es posible determinar cuál es mayor.

52) De acuerdo con la variación absoluta del 50% central de las muestras, se tiene que:

$$\text{V1 COMPRA} = 532,63 - 495,44 = 37,19$$

- A) Es mayor la de la compra que la de la venta.
- B) Es igual la de la compra que la de la venta.
- C) Es menor la de la compra que la de la venta.
- D) No es posible determinar cuál es mayor.

$$\text{V1 VENTA} = 545,20 - 504,39 = 40,81$$

53) De acuerdo con la variación relativa de las muestras,

$$\text{CV COMPRA} = \frac{27,72}{512,38} = 5,41\% \quad \text{CV VENTA} = \frac{30,57}{521,66} = 5,86\%$$

- A) Es mayor la de la compra que la de la venta.
- B) Es igual la de la compra que la de la venta.
- C) Es menor la de la compra que la de la venta.
- D) No es posible determinar cuál es mayor.

54) Al estandarizar los datos de enero del 2011, se obtiene que

$$\text{Z COMPRA} = \frac{507,85 - 512,38}{27,72} = -0,163$$

- A) Es mayor el de la compra que la de la venta.
- B) Es igual el de la compra que el de la venta.
- C) Es menor la de la compra que la de la venta.
- D) No es posible determinar cuál es mayor.

$$\text{Z VENTA} = \frac{518,09 - 521,66}{30,57} = -0,117$$

55) ¿Cuál tiene asimetría positiva?

- A) Solo COMPRA
- B) Solo VENTA
- C) Ambas
- D) Ninguna

Média \rightarrow Mediana

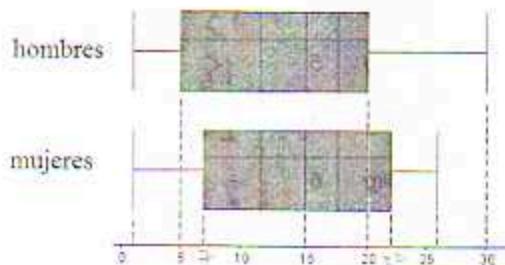
Compra ✓
Venta ✓

Al consultarles a todos los profesores y profesoras de un colegio, respecto al número de años que lleva trabajando en Educación, se obtuvo el siguiente resumen de información:

	Hombres	Mujeres
\bar{X}	14	16
σ	2	1,5

$$\text{CV} = \frac{14,23\%}{16} = 10,14\%$$

Y el siguiente diagrama de cajas:



Utilice la información para contestar los ítems 56 a 58.

56) De acuerdo con la variación absoluta de la población:

- A) Es mayor la de los hombres que la de las mujeres.
- B) Es igual la de los hombres que la de las mujeres.
- C) Es menor la de los hombres que la de las mujeres.
- D) No es posible determinar cuál es mayor.

57) De acuerdo con la variación absoluta del 50% central de la población, se tiene que:

- A) Es mayor la de los hombres que la de las mujeres.
- B) Es igual la de los hombres que la de las mujeres.
- C) Es menor la de los hombres que la de las mujeres.
- D) No es posible determinar cuál es mayor.

58) De acuerdo con la variación relativa de la población,

- A) Es mayor la de los hombres que la de las mujeres.
- B) Es igual la de los hombres que la de las mujeres.
- C) Es menor la de los hombres que la de las mujeres.
- D) No es posible determinar cuál es mayor.

En cierto colegio hay dos secciones de undécimo año. El 11-A tiene 39 estudiantes, y el 11-B 35. A todos ellos se les consultó su peso redondeado al múltiplo de cinco más cercano, en kilogramos.

En la siguiente tabla se muestra los resultados:

11A			11B		
45kg	2	2	50kg	4	4
50kg	4	6	55kg	3	7
55kg	8	14	60kg	6	13
60kg	10	24	65kg	5	18
65kg	9	33	70kg	4	22
75kg	4	32	75kg	6	28
85kg	2	31	80kg	7	35

Con base en la información, conteste las preguntas 59 a 67.

$$\bar{x} = 61,15 \quad CV = 0,15207$$

59) El promedio de los pesos en los estudiantes del 11A es:

R/ 0 0 6 1 1 5

$$\bar{x} \approx 61,15 \text{ (calculadora)}$$

60) La desviación estándar en los estudiantes del 11B es:

R/ 0 0 1 0 0 1

$$\sigma \approx 10,01 \text{ (calculadora)}$$

61) El primer cuartil de los pesos en los estudiantes del 11A es:

R/ 0 0 5 5 0 0

$$n = 39 \Rightarrow Q_1 = y_{10} = 55$$

$$Q_3 = y_{30} = 65$$

62) El tercer cuartil en los estudiantes del 11B es:

R/ 0 0 7 5 0 0

$$n = 35 \Rightarrow Q_3 = y_{27} = 75$$

$$Q_1 = y_9 = 60$$

63) De acuerdo con la variación absoluta de las muestras, se tiene que:

$$R_{11A} = 40 \text{ kg} \quad R_{11B} = 30 \text{ kg}$$

- A) Es mayor la del 11A que la del 11B.
- B) Es igual la del 11A que la del 11B.
- C) Es menor la del 11A que la del 11B.
- D) No es posible determinar cuál es mayor.

64) De acuerdo con la variación absoluta del 50% central de las muestras, se tiene que:

$$R_{11A} = 10 \text{ kg} \quad R_{11B} = 15$$

- A) Es mayor la del 11A que la del 11B.
- B) Es igual la del 11A que la del 11B.
- C) Es menor la del 11A que la del 11B.
- D) No es posible determinar cuál es mayor.

65) De acuerdo con la variación relativa de las muestras, se tiene que:

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}}$$

- A) Es mayor la del 11A que la del 11B.
- B) Es igual la del 11A que la del 11B.
- C) Es menor la del 11A que la del 11B.
- D) No es posible determinar cuál es mayor.

$$CV_{11A} = \frac{10,01}{61,15} = 0,1613$$

66) Al estandarizar el dato 55kg, se obtiene que

- A) Es mayor en la serie del 11A que en la del 11B.

- B) Es igual en ambas series.
- C) Es menor en la serie del 11A que en la del 11B.
- D) No es posible determinar cuál es mayor.

$$z_{11B} = \frac{55 - 61,15}{10,01} = -0,6118$$

SELECCIÓN ÚNICA O RESPUESTA BREVE

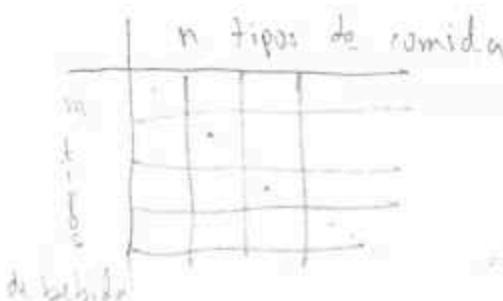
- 1) Considere el espacio muestral que se obtiene al lanzar un dado de seis caras y una moneda, y anotar el número que sale en la cara superior del dado y si la moneda cae en escudo o corona. El número de puntos del espacio muestral es:

- A) 2
B) 6
C) 8
 D) 12

	1	1	2	1	3	1	H	S	1	b
E										
S										

- 2) En un restaurante hay n tipos de comidas diferentes, y m tipos de bebidas diferentes. Entonces, el experimento "escoger una comida y una bebida" tiene el siguiente número de puntos muestrales:

- A) $n+m$
 B) $n \cdot m$
C) $\frac{n}{m}$
D) $\frac{m}{n}$



- 3) Juan tiene 6 camisas diferentes de uniforme. Si el experimento "Juan escoge una camisa y un pantalón entre su ropa" tiene 18 puntos muestrales, entonces, el número de pantalones diferentes que tiene Juan es.

- A) 3
B) 9
C) 12
D) 36

$$6 \cdot k = 18$$

$$k = 3$$

- 4) En un restaurante hay n tipos de comidas, y m tipos de bebidas todos diferentes. Entonces, el experimento "escoger una comida y una bebida" tiene el siguiente número de puntos muestrales:

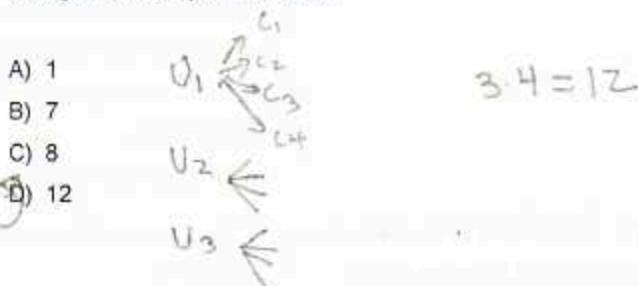
- A) $n+m$
B) $n \cdot m$
C) $\frac{n}{m}$
D) $\frac{m}{n}$



$n+m$ opciones

- 5) Kevin está decidiendo cuál carrera escoger, y a cuál universidad asistir. Ha reducido sus opciones a cuatro carreras y a tres universidades. Sabiendo que todas las universidades que Kevin escogió, dan las carreras que Kevin escogió, ¿cuántas opciones diferentes tiene Kevin para escoger carrera y universidad?

- A) 1
B) 7
C) 8
 D) 12



- 6) Al escoger al azar un número entre 1 y 10, ambos inclusive, la probabilidad de que el número sea múltiplo de tres es:

$$3 \checkmark \quad 6 \checkmark \quad 9 \checkmark$$

- A) $\frac{3}{10}$
B) $\frac{10}{3}$
C) $\frac{1}{5}$
D) $\frac{2}{5}$

$$\frac{3}{10}$$

- 7) Al escoger al azar un número entre 1 y 10, ambos inclusive, la probabilidad de que el número sea primo es:

R/ 4 0

$$2, 3, 5, 7 \quad \frac{4}{10} = 0,4$$

- 8) Al lanzar tres monedas justas al aire, la probabilidad de salgan más escudos que coronas es:

R/ 5 0

VEEE	KEE
VEEC	CEC
VECE	CCE
EEC	CCC

$$\frac{4}{8} = 0,5$$

9) Un diario deportivo, respecto al próximo mundial de fútbol, asegura que la probabilidad de que Costa Rica clasifique a los octavos de final es del 55%, y la probabilidad de que México lo logre es del 40%. De acuerdo con ese diario, entonces, es cierto que:

$$P(CR) = 55\%$$

$$P(M) = 40\%$$

- A) La probabilidad de que clasifiquen Costa Rica y México a los octavos de final es del 95% $P(CRM) = ?$
- B) La probabilidad de que clasifiquen Costa Rica o México a los octavos de final es del 95% $P(CRM) = ?$
- C) La probabilidad de que Costa Rica no clasifique a los octavos de final es del 45% $P(CR^c) = 1 - 55\% = 45\%$
- D) La probabilidad de que México no clasifique a los octavos es menor que la probabilidad que Costa Rica no lo logre. $P(M^c) = 1 - 40\% = 60\%$

10) En un juego de azar se le dan dos cartas a cada jugador. El jugador hace una apuesta antes de ver las cartas, y tiene la opción de duplicar la apuesta después de ver la primera carta. Antes de ver las cartas la probabilidad de ganar es 20% y si la primera carta es un As, entonces, la probabilidad que con la segunda carta se gane el juego es del 60%. De acuerdo con lo anterior, es cierto que:

- A) Si la segunda carta es un As, entonces, la probabilidad de ganar el juego es del 60% \times
- B) Si la segunda carta es un 8, entonces, la probabilidad de ganar es un 20%. \times (depende de la carta)
- C) Si la primera carta es un 8, entonces, la probabilidad de ganar el juego sería ahora del 40%. \times
- D) Si la primera carta es un As, entonces, la probabilidad de perder el juego es del 40%. \checkmark

11) Considere el experimento de escoger un número natural del 1 al 12. Si el evento A es que el número escogido sea impar y el evento B es que el número escogido sea múltiplo de cuatro, entonces con certeza:

$$A = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$$

$$B = \{4, 8, 12\}$$

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 11\}$$

$$A \cap B = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\} \times$$

$$A \cup B = \{4, 8, 12\} \times$$

$$A \cap B = \emptyset$$

12) Supongamos que siempre que haya un día soleado y lluvia habrá un arcoíris. Según, el instituto meteorológico la probabilidad de que mañana no sea un día soleado es del 55%, y que la probabilidad de que mañana no llueva es del 60%. Entonces, con certeza:

$$P(Sol) = 45\%$$

$$P(Lluvia) = 40\%$$

- A) La probabilidad de que mañana haya un arcoíris es del 85% \times
- B) La probabilidad de que mañana llueva es del 45% \times
- C) Los eventos: mañana es un día soleado y mañana llueve son mutuamente excluyentes. \times
- D) Si los eventos mañana es un día soleado y mañana llueve no son mutuamente excluyentes, entonces, la probabilidad de que haya un arcoíris es positiva. \checkmark

13) Julia tiene pares de zapatos de cuatro colores: negros, café, rojos y verdes, y vestidos de tres colores: negro, azul y blanco. Escogerá al azar un par de zapatos, y un vestido, y cada prenda tiene la misma probabilidad de ser escogido.

Entonces,

$$\text{Zapatos} \rightarrow N, C, R, V$$

$$\text{Vestidos} \rightarrow N, A, B$$

- A) La probabilidad de que el vestido y los zapatos sean del mismo color es $\frac{1}{12}$ \times
- B) La probabilidad de que el vestido no sea blanco, es igual a la probabilidad de que los zapatos no sean rojos. \times
- C) La probabilidad de que el vestido sea azul es igual a la probabilidad de que los zapatos sean rojos. \times
- D) La probabilidad de que los zapatos sean rojos o el vestido azul es de $\frac{7}{12} \times$

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{3} - \frac{1}{12} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

14) Considere el experimento de sacar dos bolas de una caja que contiene bolas blancas (B), azules (A) y rojas (R). Si el evento M es que al menos una de las bolas sea roja, entonces con certeza el complemento de M es:

$$M = \{BB, BA, BR, AA, AR, RR\}$$

$$A) \{AA, AB, BB\}$$

$$B) \{BA, AB, AA, BB\}$$

$$C) \{AA, BB, RR, BA, RA\}$$

$$D) \{RB, RA, RR, BR, AR\}$$

$$M^c = \{BB, BA, AA\}$$

$$M^c = \{BB, BA, AA\}$$

Considera el siguiente contexto "La escuela de idiomas" para contestar las preguntas 15 a 24.

La escuela de idiomas

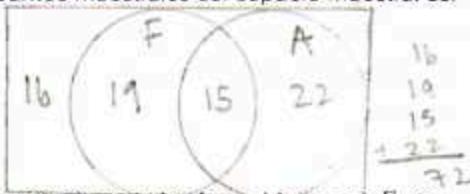
En una clase de una escuela de idiomas, se tiene la siguiente información respecto a los cursos de francés y alemán. 15 estudiantes están en los dos cursos.

19 estudiantes están en la clase de francés, pero no en la de alemán. 22 estudiantes están en la clase de alemán, pero no en la de francés. 16 estudiantes no están ni en la clase de francés ni en la clase de inglés. *aleman*.

Al escoger un estudiante al azar en la escuela de idiomas, se consideran los eventos F : el estudiante está en la clase de francés, y A : el estudiante está en la clase de alemán.

15) El número de puntos muestrales del espacio muestral es:

- A) 42
- B) 56
- C) 70
- D) 72



16) El número de puntos muestrales favorables para F es:

- A) 22
- B) 19
- C) 34
- D) 54

$$19 + 15 = 34$$

17) El número de puntos muestrales favorables para A es:

- A) 22
- B) 19
- C) 37
- D) 54

$$15 + 22 = 37$$

18) El número de puntos muestrales favorables para $A \cup F$ es:

- A) 22
- B) 19
- C) 37
- D) 54

$$19 + 15 + 22 = 56$$

19) El número de puntos muestrales favorables para $A \cap F$ es:

- A) 15
- B) 19
- C) 37
- D) 54

$$15$$

20) El número de puntos muestrales favorables para F^c es:

- A) 22
- B) 16
- C) 38
- D) 23

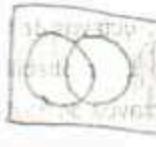
$$16 + 22 = 38$$



21) El número de puntos muestrales favorables para A^c es:

- A) 16
- B) 19
- C) 20
- D) 35

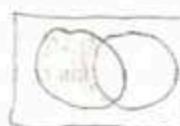
$$16 + 19 = 35$$



22) El número de puntos muestrales favorables para $A^c \cap F^c$ es:

- A) 4
- B) 19
- C) 37
- D) 54

$$19$$



23) El número de puntos muestrales favorables para $F^c \cup A^c$ es:

- A) 22 - 53
- B) 19
- C) 37
- D) 54



24) En la escuela se rifará un viaje a Francia para los estudiantes que están únicamente en la clase de francés, y un viaje a Alemania entre los que están únicamente en la clase de alemán. Sabiendo esto, Marta es la única estudiante nueva que podría participar en las rifas si matricula de inmediato, por lo que hará basando su decisión en la probabilidad de ganarse el viaje. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

$$P(A) = \frac{1}{23} \quad \text{y} \quad P(F) = \frac{1}{20}$$

- A) Marta debe matricular en la clase de francés.
- B) Marta debe matricular en la clase de alemán.
- C) Marta podría matricular en cualquiera de los cursos.
- D) Marta debe matricular en ambos cursos.

Considera los cuadriláteros, y algunas de sus propiedades.

El trapezoide F: Todos sus lados y ángulos tienen diferentes medidas.

El trapecio rectángulo T: Tiene dos ángulos rectos, y todos sus lados de diferente medida.

El cuadrado C: Tiene todos sus ángulos rectos, y todos sus lados congruentes.

El rombo R: Tiene sus cuatro lados congruentes, y los ángulos opuestos congruentes.

El triángulo equilátero E: Además, sus tres ángulos son congruentes.

El triángulo isósceles I: No es equilátero.

El pentágono P: Sin ángulos congruentes, pero sus cinco lados son congruentes.

Entre los polígonos F, T, C, R, E, I y P se escogerá uno al azar.

Considera los eventos: A: el polígono tiene al menos dos lados congruentes y B: el polígono es equilátero, C: el polígono es un trapezoide, para contestar los ítems 25 a 28.

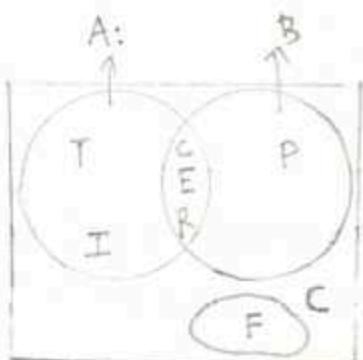
25) El evento $A \cap B$ es:

A) $\{F\}$

B) $\{C, E\}$

C) $\{C, E\}^c$

D) $\{F\}^c$



26) El evento $A \cup B$ es:

A) $\{F\}$

B) $\{C, E\}$

C) $\{C, E\}^c$

D) $\{F\}^c$

27) B^c , el evento complemento de B es:

A) $\{R, T, I\}$

B) $\{R, T, I, E, F\}$

C) $\{R, T, I, F\}$

D) $\{F\}$

28) Dos eventos mutuamente excluyentes son:

A) $C \cup A^c$

B) $C \cap B$

C) $A \cap B$ y $A \cup B$

D) $A \cap B$ y A

$$29) \text{Suponga que } P(A) = \frac{1}{3}, P(B) = \frac{4}{9} \text{ y } P(A \cap B) = \frac{2}{9}.$$

Entonces, el valor de $P(A \cup B)$ es:

A) $\frac{5}{9}$

B) $\frac{7}{9}$

C) 1

D) $\frac{2}{9}$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{1}{3} + \frac{4}{9} - \frac{2}{9}$$

$$= \frac{3+4-2}{9} = \frac{5}{9}$$

$$30) \text{Suponga que } P(A) = P(A \cup B)^c = 0,2 \text{ y } P(B) = 0,6.$$

Entonces, se puede asegurar que:

A) $A \cap B = A \cup B$

B) $A \subset B$

C) A y B son eventos seguros

D) A y B son mutuamente excluyentes $\Rightarrow P(A \cap B) = 0$

31) Suponga que $A \cup B$ es un evento seguro, A y B son mutuamente excluyentes y $P(A) = 0,6$. Entonces, se puede asegurar que:

A) $P(A \cap B) = 0,4$

B) $P(B) = 0,4$

C) $P(A \cup B) = 0$

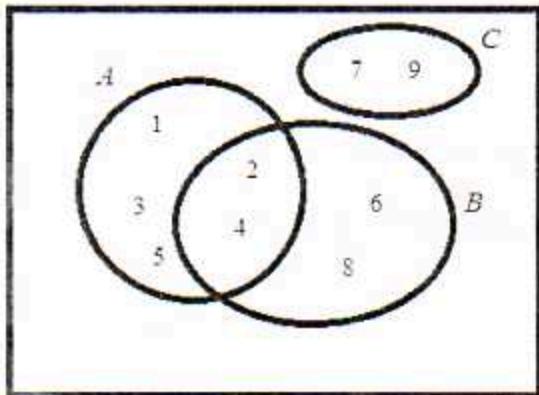
D) $P(B) = 0$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$1 = 0,6 + P(B) - 0$$

$$\Rightarrow 0,4 = P(B)$$

Considere el siguiente diagrama de Venn, donde se han representado los eventos $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{2, 4, 6, 8\}$ y $C = \{7, 9\}$, respecto al universo de los enteros positivos del 1 al 9. De acuerdo con esto, conteste las preguntas 32 a 36.



32) Dos eventos mutuamente excluyentes son:

- A) A y B
- B) $A \cap B$ y $A \cup B$
- C) A y C^c
- D) B y C

33) El complemento de A es:

- A) $\{6, 8\}$
- B) C
- C) $\{6, 8\} \cup C$
- D) $B \cup C$

34) El evento $A \cup B$ es:

- A) $\{1, 3, 5, 6, 8\}$
- B) C^c
- C) $B \cup C$
- D) $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

35) Al escoger un número al azar, la probabilidad del evento $A \cup B$ es:

- A) $\frac{4}{9}$
- B) $\frac{5}{9}$
- C) $\frac{2}{9}$
- D) $\frac{7}{9}$

36) Al escoger un número al azar, la probabilidad del evento $A \cap B$ es:

- A) $\frac{4}{9}$
- B) $\frac{5}{9}$
- C) $\frac{2}{9}$
- D) $\frac{7}{9}$

37) Suponga que $P(A) = \frac{4}{5}$, $P(B) = \frac{2}{5}$ y $P(A \cup B) = \frac{3}{5}$.

Entonces, el valor de $P(A \cap B)$ es:

$$\begin{aligned} P(A \cup B) &= P(A) + P(B) - P(A \cap B) \\ \textcircled{A}) \quad \frac{1}{5} & \quad \frac{4}{5} = \frac{3}{5} + \frac{2}{5} - P(A \cap B) \\ \text{B}) \quad \frac{7}{5} & \quad \frac{4}{5} = \frac{3}{5} + \frac{2}{5} - P(A \cap B) \\ \text{C}) \quad \frac{2}{5} & \quad P(A \cap B) = \frac{5-4}{5} = \frac{1}{5} \\ \text{D}) \quad \frac{3}{5} & \end{aligned}$$

Para organizar el paseo a la playa de graduación los 95 estudiantes de una generación de 11mo votaron respecto a ¿a cuál playa favorita ir?, y ¿qué actividad hacer? Los resultados se muestran en la siguiente tabla:

	Playa Tamarindo	Playa Flamingo	Playa Conchal	TOTAL
Fogata	8	3	4	15
Cena	10	15	8	33
Buceo	12	25	10	47
TOTAL	30	B	22	95

Utilicela para contestar las preguntas 38 a 45

38) ¿Cuál es el valor de A?

R/ 0 0 1 2 , 0 0

39) ¿Cuál es el valor de B?

R/ 0 0 4 3 , 0 0

40) Al escoger un estudiante al azar, ¿cuál es la probabilidad de que el estudiante haya escogido Fogata?

- A) $\frac{3}{19}$
 B) 15%
 C) $\frac{1}{3}$
 D) $\frac{2}{15}$
- $$\frac{15}{95} = \frac{3}{19}$$

41) Al escoger un estudiante al azar, ¿cuál es la probabilidad de que el estudiante haya escogido buceo y playa Flamingo?

- A) 25%
 B) $\frac{1}{4}$
 C) $\frac{5}{19}$
 D) $\frac{2}{5}$
- $$\frac{25}{95} = \frac{5}{19}$$

42) Al escoger un estudiante al azar, ¿cuál es la probabilidad de que el estudiante haya escogido Fogata o playa tamarindo?

- A) $\frac{37}{95}$
 B) $\frac{9}{19}$
 C) 45%
 D) $\frac{53}{95}$
- $$\frac{15 + 30}{95} = \frac{8}{95}$$
- $$\frac{37}{95}$$

43) Entre los estudiantes que escogieron playa tamarindo, ¿cuál es la probabilidad de que al escoger un estudiante al azar este prefiera cena?

- A) $\frac{2}{19}$
 B) $\frac{1}{15}$
 C) $\frac{33}{95}$
 D) $\frac{1}{3}$
- $$\frac{10}{30} = \frac{1}{3}$$

44) Entre los estudiantes que escogieron fogata, ¿cuál es la probabilidad de que al escoger un estudiante al azar este prefiera playa conchal?

- A) $\frac{2}{11}$
 B) $\frac{4}{15}$
 C) $\frac{22}{95}$
 D) $\frac{4}{95}$
- $$\frac{4}{15}$$

45) El comité de padres decide que no se puede ir a bucear pues es muy caro, ¿con base en lo votado, cuál sería la opción más adecuada para tratar de complacer a la mayoría?

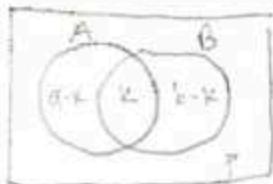
- A) Una fogata en playa Tamarindo. 8
 B) Una fogata en playa Conchal. 4
 C) Una cena en playa Conchal. 8
 D) Una cena en playa Flamingo. 15

Considere el siguiente texto y utilice para contestar las preguntas 46 a 49.

En un espacio muestral con n puntos muestrales, el evento A tiene a puntos muestrales favorables, el evento B tiene b puntos muestrales favorables y el evento $A \cap B$ tiene k puntos muestrales favorables.

46) ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es con certeza verdadera?

- A) $-a > n$
- B) $-b > n$
- C) $-b < k$
- D) $k \leq a$ ✓



47) El número de puntos muestrales para el evento $A \cup B$ es:

- A) $a + b$
- B) $a + b - k$
- C) $n - a - b$
- D) $n + k - a - b$

48) Se considera un nuevo espacio muestral formado únicamente por los puntos muestrales del evento B . La probabilidad de A en ese espacio muestral es:

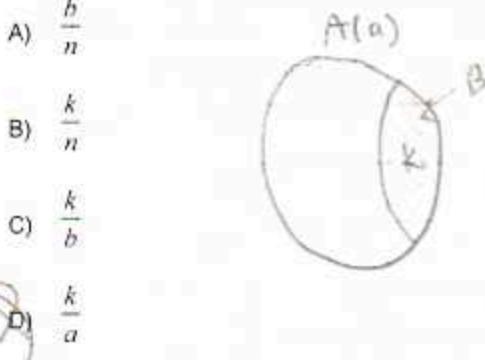
- A) $\frac{a}{n}$
- B) $\frac{k}{n}$
- C) $\frac{k}{b}$
- D) $\frac{k}{a}$



K
b

49) Se considera un nuevo espacio muestral formado únicamente por los puntos muestrales del evento A . La probabilidad de B en ese espacio muestral es:

- A) $\frac{b}{n}$
- B) $\frac{k}{n}$
- C) $\frac{k}{b}$
- D) $\frac{k}{a}$



K

Considerese los siguientes datos referentes probabilidades referentes a los eventos A y B , para contestar las preguntas 50 y 51.

$$P(A) = \frac{3}{8} \quad P(B) = \frac{1}{2} \quad P(A \cap B) = \frac{1}{4}$$

50) La probabilidad $P(A \cup B)$ corresponde a:

- A) $\frac{3}{8}$ $P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
- B) $\frac{1}{8}$ $\frac{3}{8} + \frac{1}{2} - \frac{1}{4}$
- C) $\frac{7}{8}$ $\frac{3+4-2}{8} = \frac{5}{8}$
- D) $\frac{5}{8}$

51) La probabilidad $P(A^c \cap B)$ corresponde a:

R/ 0 0 0 0, 2 5



$$\frac{1}{4} = 0,25$$

$$A^c \cap B = B - (A \cap B) \\ = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$$

Considera el siguiente contexto para responder las preguntas 52 y 56.

El taller exploratorio

Un grupo de octavo de un colegio con orientación tecnológica está conformado por 10 mujeres y 16 varones. Como asignatura de taller exploratorio, tienen dos opciones para escoger: artes o educación ambiental. La selección del taller exploratorio se muestra en la siguiente tabla:

Estudiantes	Artes	Educación ambiental	Total
Mujeres	5	5	10
Hombres	12	A	16
Total	17	9	26

52) De acuerdo con el contexto anterior, ¿cuál es el valor de A?

$$12 + A = 16$$

$$A = 4$$

- A) 4
- B) 12
- C) 14
- D) 28

53) De acuerdo con el contexto anterior, ¿cuál es aproximadamente la probabilidad de que una persona elegida al azar sea hombre o haya seleccionado Artes?

- A) 0.40
- B) 0.46
- C) 0.71
- D) 0.81

$$P(H \cup A) = P(H) + P(A) - P(H \cap A)$$

$$= \frac{16}{26} + \frac{12}{26} - \frac{12}{26}$$

$$= \frac{21}{26} \approx 0.81$$

54) De acuerdo con el contexto anterior El taller exploratorio, ¿cuál es aproximadamente la probabilidad de que una persona elegida al azar sea mujer y haya seleccionado Educación ambiental?

- A) 5
- B) 0.19
- C) 0.54
- D) 0.73

$$P(M \cap E)$$

$$= \frac{5}{26} \approx 0.19$$

55) Para representar a la sección en una actividad del colegio, se escogerá una estudiante al azar. Entonces, es verdadero que:

- A) Las estudiantes que escogieron Artes tienen la misma probabilidad de ser escogidas que las que escogieron Educación ambiental.

$$\frac{5}{10} \neq \frac{9}{10}$$

- B) Las estudiantes que escogieron Artes tienen más probabilidad de ser escogidas que las que escogieron Educación ambiental.



- C) Las estudiantes que escogieron Artes tienen menos probabilidad de ser escogidas que las que escogieron Educación ambiental.



- D) Los estudiantes tienen más probabilidad de ser escogidos.



56) De acuerdo con el contexto anterior "El taller exploratorio", ¿cuál es la probabilidad de que si se elige una persona al azar y resulta ser hombre, este sea estudiante del grupo de educación ambiental?

R/ 0 0 0 0, 2 5

Artes	EA	Total
12	4	16

$$\frac{4}{16} = \frac{1}{4} = 0.25$$

Considera el siguiente texto y utilice para contestar las preguntas 57 a 61.

Un niño escoge todas las tardes entre tomar leche o fresco, pero nunca ambas, y comer galletas o queque pero no ambas. La probabilidad de que tome leche es $\frac{4}{5}$, y la probabilidad de que coma queque es de $\frac{3}{10}$ y la probabilidad de que tome leche y coma galletas $\frac{14}{25}$.

57) La probabilidad de que el niño tome fresco es:

- A) $\frac{1}{5}$
B) $\frac{7}{10}$
C) $\frac{19}{25}$
D) $\frac{7}{50}$

$$P(\text{Fresco}) = 1 - P(\text{Leche}) \\ = 1 - \frac{4}{5} = \frac{1}{5}$$

58) La probabilidad de que el niño coma galletas es:

- A) $\frac{1}{5}$
B) $\frac{7}{10}$
C) $\frac{19}{25}$
D) $\frac{7}{50}$

$$P(\text{Galletas}) = 1 - P(\text{queque})$$

$$= 1 - \frac{3}{10}$$

$$= \frac{7}{10}$$

	Fresco	Leche			
Galletas	a = $\frac{7}{50}$	$\frac{14}{25}$	$\frac{7}{10}$		
Queque	b = $\frac{3}{50}$	c = $\frac{6}{25}$	$\frac{3}{10}$		

59) La probabilidad de que el niño tome fresco o coma galletas es:

- A) $\frac{9}{50}$
B) $\frac{7}{10}$
C) $\frac{19}{25}$
D) $\frac{7}{50}$

$$P(F \cup G) = P(F) + P(G) - P(F \cap G)$$

$$= \frac{1}{5} + \frac{7}{10} - \frac{7}{50}$$

$$\frac{19}{25}$$

- D) $\frac{7}{50}$

60) La probabilidad de que el niño tome leche o coma galletas es:

- A) $\frac{47}{50}$
B) $\frac{3}{2}$
C) $\frac{14}{25}$
D) $\frac{3}{50}$

$$P(L \cup G) = P(L) + P(G) - P(L \cap G)$$

$$= \frac{4}{5} + \frac{7}{10} - \frac{14}{25}$$

$$\frac{47}{50}$$

- D) $\frac{3}{50}$

61) La tarde del viernes, el niño toma leche. La probabilidad de que el niño tome coma galletas es:

- A) $\frac{3}{50}$
B) $\frac{7}{10}$
C) $\frac{19}{25}$
D) $\frac{7}{50}$

$$\frac{14}{25} + \frac{4}{10} = \frac{7}{10}$$

$$a = \frac{2}{10} - \frac{14}{25} = \frac{7}{50}$$

$$b = \frac{1}{5} - \frac{7}{50} = \frac{3}{50}$$

$$c = \frac{3}{10} - \frac{3}{50} = \frac{4}{5} - \frac{14}{25} = \frac{6}{25}$$

AOEVALUACIÓN Estadística y Probabilidad

En el siguiente gráfico se muestra las frecuencias de la variable: "número de tíos" que tienen los estudiantes de una clase en un colegio. De acuerdo con la información del gráfico conteste las preguntas 1 a 4.



- 1) La moda de la distribución de frecuencias es:

- A) 2
 B) 3
C) 4
D) 7

- 2) La media aritmética de la distribución es:

- A) 5
B) 4,42
 C) 5,16
D) 13,64

- 3) La mediana de la distribución es:

- A) 4
B) 4,5
 C) 5
D) 5,5

- 4) El recorrido de la distribución es:

- A) 4
B) 5
 C) 6
D) 7

- 5) En cada una de las opciones se presentan algunos datos sobre la correspondiente distribución. ¿En cuál de ellas es posible asegurar que se tengan una distribución con asimetría positiva?

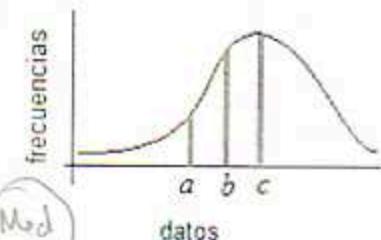
- A) $\bar{X} = 5, Q_1 = 3$
B) $\bar{X} = 5, Q_3 = 7$
C) $\bar{X} = 5, Q_3 = 7$
 D) $\bar{X} = 5, Q_3 = 3$

Media > Mediana

$\bar{X} > Q_3 > \text{Med}$

- 6) De acuerdo con los datos de la gráfica es posible asegurar que:

x_i	f_i	F_{ACUM}
1	0	0
1	3	3
3	7	10
3	4	14
5	2	16
6	4	20
7	5	25
8	6	31



- A) La distribución tiene asimetría negativa con moda c
B) La distribución tiene asimetría positiva con moda c
C) La distribución tiene asimetría negativa con media aritmética c
D) La distribución tiene asimetría positiva con media aritmética c

- 7) Martín tiene una tienda donde se venden teléfonos celulares. El 20% de ellos cuestan 200000, el 40% 280000 y el resto 320000. ¿Cuál es el precio promedio de un teléfono en la tienda de Martín?

- A) 220000
B) 250000
C) 266667
 D) 280000

x_i	FREQ
200000	20%
280000	40%
320000	40%

$\bar{x} = 280000$

- 8) ¿Cuál es promedio de la siguiente distribución de datos agrupados?

x_i	1500	2000	2500	3000
FREQ	80	75	120	25

R/ $\boxed{2} \boxed{1} \boxed{5} \boxed{0}, \boxed{0} \boxed{0}$

$$\bar{x} = 2150$$

(calcular)

Un chofer de bus tomó la muestra durante siete días de la semana de "cuántos pasajeros llevó", y obtuvo los siguientes datos:

Lunes	250	150
Martes	300	218 $\leftarrow Q_1$
Miércoles	150	240
Jueves	240	250 \leftarrow Med.
Viernes	316	300
Sábado	218	316 $\leftarrow Q_3$
Domingo	340	340

Utilice la información para contestar las preguntas 9 a 12.

- 9) En promedio, ¿cuántos pasajeros lleva este chofer por día?

R/ $\bar{x} \approx 259,14$

- 10) ¿Cuál es el primer cuartil de los datos mostrados?

- A) 300
B) 240
C) 229
 D) 218

- 11) Considere las siguientes afirmaciones:

- I. La distribución tiene asimetría positiva. *asimetría* *Méj. Medio*
 II. La distribución tiene un recorrido de 190. *250 - 259 = 14*

De ellas son verdaderas:

- A) Ambas
B) Solo I
C) Solo II
D) Ninguna

- 12) ¿Cuál es la desviación estándar?

- A) 55,80
B) 60,35
 C) 65,19
D) 78,34

$s_x \approx 65,19$
(calculator)

- 13) En una clase de 11mo año, hay 20 varones y 15 mujeres. Además, el 40% de las mujeres, y el 35% de los varones de esa clase viven en San José. Al escoger un estudiante al azar entre todos los de la clase, se cumple que:

- A) La probabilidad de que viva en San José es del 75%. X
B) La probabilidad de que sea un varón que vive en San José es del 35%. $7/25 = 28\%$
 C) La probabilidad de que sea varón o viva en San José es

$$\frac{26}{35} \quad \frac{20+6}{35} \quad \checkmark$$

- D) La probabilidad de que no viva en San José es $\frac{1}{4}$ $\frac{22}{35}$
 $20-35\% = 15-40\%$

	550	No 550	
Hombres	7	13	20
Mujeres	6	9	15

- 14) Josué tiene una colección de billetes. El 40% de ellos son de Costa Rica, el 25% continúan en circulación, y el 65% son de Costa Rica o continúan en circulación. Con base en lo anterior, se cumple con certeza que:

- A) Todos los billetes que tiene Josué de Costa Rica siguen en circulación.
- B) Un 35% de los billetes son de otros países o continúan en circulación.
- C) Al escoger un billete al azar, los eventos: "El billete es de Costa Rica" y "El billete sigue en circulación" son mutuamente excluyentes.
- D) Josué no tiene billetes de otros países que ya no estén en circulación.

- 15) En un juego se pide al concursante que escoja entre dos puertas A y B. Al abrir la puerta se encontrará dos cajas una azul y una roja. El premio está en alguna de las cuatro cajas. De acuerdo con los resultados del juego en otras ocasiones, el concursante sabe que la probabilidad de que el premio esté en la puerta A es del 60%, y detrás de esa puerta las cajas tienen la misma probabilidad de ser las premiadas, mientras que la probabilidad de que el premio esté en la caja roja de la puerta B es del 5%. De acuerdo con esto, si el concursante decide con base en las probabilidades descritas, escogerá:

- A) La caja roja de la puerta A
 B) La caja azul de la puerta A
 C) La caja roja de la puerta B
 D) La caja azul de la puerta B

Consideré los siguientes eventos respecto a escoger un número al azar del universo $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$

A : el número es par.

B : el número es mayor que 6

- 16) El número de puntos muestrales del evento B

- A) 4
 B) 5
 C) 6
 D) 7

- 17) ¿Cuál es, redondeando a la décima más cercana, la probabilidad de $A \cup B$?

R/

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{5}{11} + \frac{5}{11} - \frac{2}{11} = \frac{8}{11} \approx 0,73$$

A continuación se muestra un resumen de los salarios, y la cantidad de los empleados de una empresa:

Salario	Cantidad de empleados	FREQ	FREQ
250 000	10	3	10
300 000	7	3	17
350 000	8	3	25
400 000	2	3	27
500 000	8	3	35

Con base en ellos, resuelva las preguntas 18 a 21

- 18) El promedio de los salarios en esa empresa es:

- A) 340 000,00
 B) 348 571,43
 C) 350 000,00
 D) 360 000,00

$$\bar{x} \approx 348\,571,43$$

- 19) La desviación estándar de esta población es:

- A) 94 313,08
 B) 92 955,99
 C) 96 176,92
 D) 86 023,25

$$\sigma \approx 92\,955,99$$

20) Un especialista en recursos humanos sugiere mejorar el salario del 75% de los salarios más bajos. ¿Hasta qué monto de salario sería este beneficio? $n = 35 \Rightarrow 3(21) = 27$

- A) 350 000
B) 375 000
 C) 400 000
D) 450 000

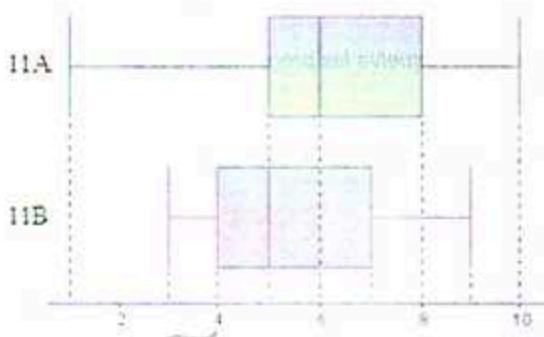
$$Q_3 = y_{23} = 400\ 000$$

21) El coeficiente de variación de la serie de datos corresponde a:

R/ 

$$CV = \frac{6}{7} \approx \frac{92\ 555,99}{348\ 531,43} \approx 0,2666$$

En los siguientes diagramas de cajas se muestran los resultados de la variable. ¿Cuántos pedazos de pizzas comería en el almuerzo?, cuando esto se le pregunta a los estudiantes del 11A y el 11B.



De acuerdo con la información conteste los ítems 22 y 23.

22) Considere las siguientes proposiciones

- I. Los estudiantes del 11A varían absolutamente más la cantidad de pedazos que los del 11B ✓
II. El 25% de los estudiantes que comen menos del 11B comen 4 pedazos o menos. ✓

De ellas son verdaderas:

- A) Solo I
B) Solo II
 C) Ambas
D) Ninguna

23) Considere las siguientes proposiciones:

X I. El recorrido intercuartílico en los estudiantes del 11A es mayor que la misma medida de variabilidad en los estudiantes del 11B. $11A = 8 - 5 = 3$ $11B = 7 - 4 = 3$

II. Más de la mitad de los estudiantes del 11B come menos de 5 pedazos de pizza. X

De ellas son verdaderas:

- A) Solo I
B) Solo II
C) Ambas
 D) Ninguna

Una profesora busca comparar las notas de los estudiantes de 10mo con las de 11mo, y tiene la siguiente información:

	Notas de 10mo	Notas de 11mo
Promedio	84	86
Desviación estándar	1,5	1,2

De acuerdo con esta información conteste las preguntas 24 y 25.

24) De acuerdo con la variación relativa, es cierto que:

- A) Las notas en 10mo y en 11mo varian relativamente lo mismo. X
B) Las notas en 11mo varian relativamente más que en 10mo. X
 C) Las notas en 11mo varian relativamente menos que en 10mo. ✓
D) No es posible comparar relativamente con los datos brindados.

- 25) Al comparar un 90 en 10mo, con un 90 en 11mo, obtenemos que:

$$q_{10} = \frac{90 - 84}{15} = 4 \quad q_{11} = \frac{90 - 86}{12} = 3,33$$

- A) Los 90 son respecto a sus grados, relativamente iguales.
 B) El 90 en 11mo es relativamente mayor que en 10mo.
 C) El 90 en 11mo es relativamente menor que en 10mo.
 D) No es posible comparar relativamente con los datos brindados.

Considera el siguiente contexto para contestar las preguntas 26 a 29.

Un estudiante realiza dos exámenes, uno de Español y otro de Cívica, la probabilidad de que apruebe el examen de Español es de $\frac{2}{3}$, la probabilidad de que apruebe el examen de Cívica es de $\frac{2}{5}$ y la probabilidad de que apruebe los dos exámenes es de $\frac{1}{4}$.

- 26) La probabilidad de que el estudiante repreuebe el examen de Cívica corresponde a:

- A) $\frac{1}{3}$
 B) $\frac{2}{3}$
 C) $\frac{1}{5}$
 D) $\frac{3}{5}$

$$1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$$

- 27) La probabilidad de que apruebe alguno de los exámenes es:

$$P(E \cup C) = P(E) + P(C) - P(E \cap C)$$

A) $\frac{49}{60}$

B) $\frac{16}{15}$

C) $\frac{4}{15}$

D) $\frac{23}{60}$

$$= \frac{2}{3} + \frac{2}{5} - \frac{1}{4}$$

$$\frac{49}{60}$$

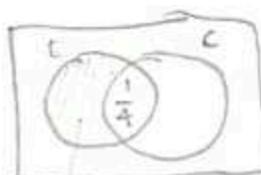
- 28) La probabilidad de que apruebe el de Español y repreuebe el de Cívica es:

A) $\frac{11}{60}$

B) $\frac{49}{60}$

C) $\frac{5}{12}$

D) $\frac{7}{12}$



$$\frac{2}{3} - \frac{1}{4} = \frac{5}{12}$$

- 29) La probabilidad de que apruebe alguno de los exámenes es:

A) $\frac{49}{60}$

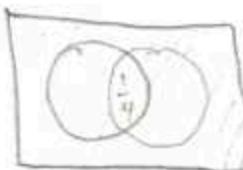
B) $\frac{16}{15}$

C) $\frac{4}{15}$

D) $\frac{23}{60}$

repaso

$$1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$



Consideré el siguiente contexto para contestar las preguntas 30 a 32.

En una bolsa hay 20 objetos. 12 son grandes y el resto pequeños. 10 de ellos son rojos, 4 azules, y 6 son verdes. 6 son rojos y pequeños, y todos los verdes son grandes.

30) Consideré las siguientes proposiciones:

- I. Hay 4 objetos rojos y grandes. ✓
- II. La mitad de los objetos azules son grandes y la otra mitad pequeños. ✓

De ellas son verdaderas:



- A) Ambas
B) Solo I
C) Solo II
D) Ninguna

31) Al escoger un objeto al azar de la bolsa, la probabilidad de que sea grande o rojo es:

A) $\frac{22}{20}$

$$P(G \cup R) = P(G) + P(R) - P(G \cap R)$$

$$= \frac{12}{20} + \frac{10}{20} - \frac{4}{20} = \frac{18}{20} = \frac{9}{10}$$

B) $\frac{9}{10}$

C) $\frac{1}{5}$

D) $\frac{3}{10}$

	R	A	V	
Grandes	4	2	6	12
Pequeños	6	2	0	8
	10	4	6	

32) Se saca un objeto y este es rojo. La probabilidad de que sea grande es:

A) $\frac{2}{3}, \frac{2}{5}$

$$\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

B) $\frac{1}{3}$

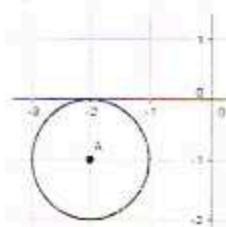
C) $\frac{1}{5}$

D) $\frac{3}{5}$

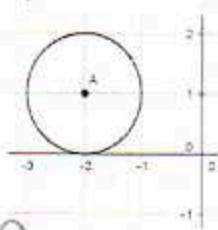
Práctica Final No.1

- 1) ¿En cuál de las siguientes opciones se muestra la circunferencia con centro en $(2, -1)$ y radio 1?

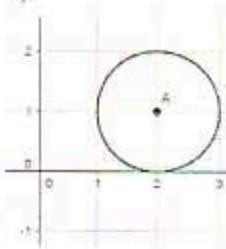
A)



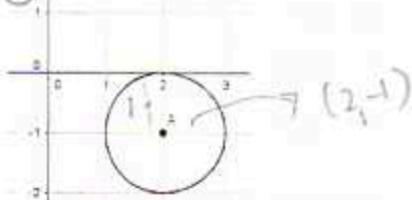
C)



B)



D)



- 2) ¿Cuál de las siguientes ecuaciones corresponde a la ecuación de un círculo con centro en $(-1, 3)$ y radio 3?

A) $x^2 - 2x + y^2 + 6y = 1$

$$(x+1)^2 + (y-3)^2 = 3^2$$

B) $x^2 + 2x + y^2 - 6y = 1$

$$x^2 + 2x + 1 + y^2 - 6y + 9 = 9$$

C) $x^2 + y^2 = 17$

$$x^2 + 2x + y^2 - 6y = -1$$

D) $(x-1)^2 + (y-3)^2 = 9$

- 3) ¿Cuál de los siguientes puntos está sobre la circunferencia con ecuación $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 2^2$?

A) $(-2, 1)$

$$(-2+2)^2 + (1-1)^2 = 0 \times$$

B) $(-1, 0)$

$$(-1+2)^2 + (0-1)^2 = 2 \checkmark$$

C) $(-2, 2)$

$$(-2+2)^2 + (2-1)^2 = 1 \times$$

D) $(-3, 3)$

$$(-3+2)^2 + (3-1)^2 = 5 \times$$

- 4) ¿Cuál de las siguientes rectas es exterior a

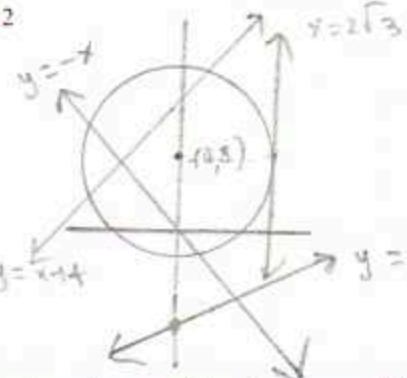
$$x^2 + (y-3)^2 = 12$$

A) $x = 2\sqrt{3}$

B) $y = \frac{x-4}{2}$

C) $y = -x$

D) $y = x+4$



- 5) Sean s_1 y s_2 dos rectas paralelas. Si una ecuación de s_1 es $-x - 2y = 3$ y $(3, -5)$ pertenece a s_2 , entonces s_2 interseca el eje "x" en:

A) $(-7, 0)$

$$-2y = x + 3$$

$$b = -5 - \left(\frac{-1}{2}\right)^3$$

B) $(0, -7)$

$$y = \frac{-x-3}{2}$$

$$= -5 + \frac{3}{2}$$

C) $\left(\frac{11}{2}, 0\right)$

$$m = -\frac{1}{2}$$

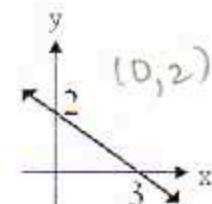
$$= -\frac{7}{2}$$

D) $\left(0, \frac{11}{2}\right)$

$$y = \frac{-x-7}{2}$$

$$0 = -x - 7 \Rightarrow x = -7$$

- 6) De acuerdo con los datos de la gráfica, si $4y = 5 + 2kx$ es la ecuación de una recta perpendicular a la dada en la gráfica, entonces el valor de "k" es:



$$y = \frac{2kx + 5}{4}$$

$$m_1 = \frac{2k}{4} = \frac{k}{2}$$

A) $\frac{3}{2}$

B) 3

C) -3

D) $-\frac{4}{3}$

$$m_2 = \frac{0-2}{3-0} = -\frac{2}{3}$$

$$m_1 \cdot m_2 = -1$$

$$\frac{k}{2} \cdot -\frac{2}{3} = -1$$

$$k = 3$$

- 7) ¿Cuál es la ecuación de la recta tangente a $(x+1)^2 + (y-4)^2 = 17$ en el origen?

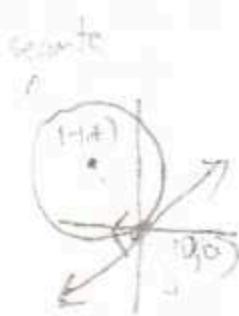
A) $y = -4x$

B) $x = 0$

C) $y = \frac{x}{4}$

D) $y = \frac{17+x}{4}$

$b = 0$



- 8) Al trasladar la circunferencia $(x-1)^2 + (y+3)^2 = 5$ de manera que el nuevo centro es $(-2, 5)$ se obtiene una circunferencia de ecuación:

A) $(x+2)^2 + (y-5)^2 = 25$

B) $(x-2)^2 + (y+5)^2 = 5$

C) $x^2 + y^2 = 26$

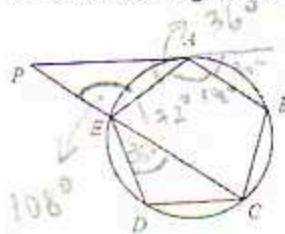
D) $x^2 + 4x + y^2 - 10y = -24$

$$(x+2)^2 + (y-5)^2 = 5$$

$$x^2 + 4x + 4 + y^2 - 10y + 25 = 5$$

$$x^2 + 4x + y^2 - 10y = -24$$

- 9) En la figura, el pentágono $ABCDE$ es regular. Entonces, la medida del ángulo $m\angle APE$ es:



$m\angle APE = 36^\circ$

$m\angle i = 180^\circ(5-1) = 108^\circ$

$m\angle e = 72^\circ$

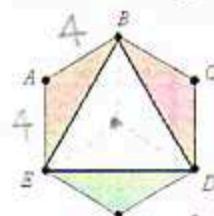
A) 18°

B) 36°

C) 72°

D) 108°

- 10) De acuerdo con los datos de la figura, si el hexágono $ABCDEF$ es regular de lado 4, entonces, el área de la región destacada con gris es:



$$A_H = \frac{3 \cdot 4^2 \sqrt{3}}{2} = 24\sqrt{3}$$

$$A_S = \frac{A_H}{2} = 12\sqrt{3}$$

A) $12\sqrt{3}$

B) $18\sqrt{3}$

C) $24\sqrt{3}$

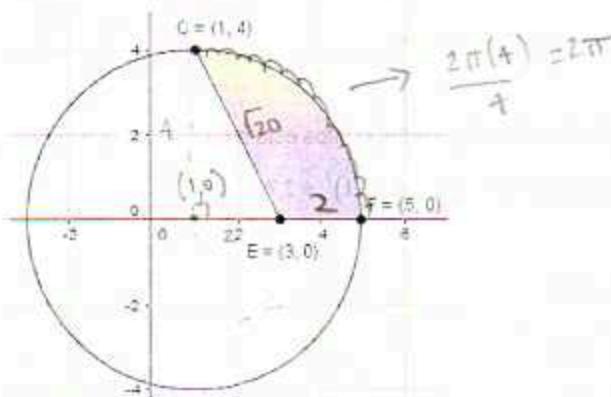
D) $36\sqrt{3}$

- 11) ¿Cuál es el área del cuadrilátero formado por los puntos $A(-2, 4), B(-3, 2), C(0, -1), D(3, 1)$?

0 0 1 4, 0 0

$$(ABCD) = 30 - (1 + 4, 5 + 3, 5 + 3) = 14$$

Consideré la siguiente figura donde se muestra una circunferencia, y los puntos $C(1, 4)$, $E(3, 0)$ y $F(5, 0)$.



- 12) El perímetro de la región sombreada es aproximadamente:

A) $9\pi l$

B) $11\pi l$

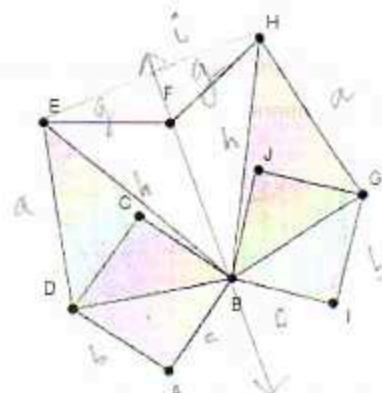
C) $13\pi l$

D) $15\pi l$

$$P = \sqrt{20} + 2\pi + 2$$

$$\approx 12,76$$

Considera la siguiente figura simétrica para contestar los ítems 13 a 15.



13) El eje de simetría es:

- A) \overline{FB}
 B) \overline{EH}
 C) \overline{AI}
 D) \overline{DG}

14) El lado homólogo a \overline{ED} es:

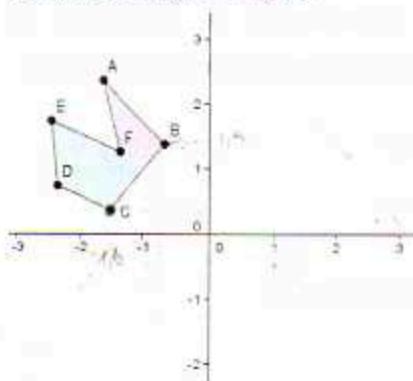
- A) \overline{AI}
 B) \overline{BH}
 C) \overline{EB}
 D) \overline{GH}

15) Suponga que el perímetro de $\triangle EAB$ es 12 cm, el perímetro de $\triangle EBH$ es 8 cm y el perímetro de $\triangle EFH$ es 5 cm. Entonces, el perímetro de $\triangle EDAB/GHF$, en centímetros, es:

0	0	2	1	0	0
---	---	---	---	---	---

$$\begin{aligned}
 P &= 2(a+b+c+g) \\
 &= 2(12-h+g) \\
 &= 24 - 2h + 2g \\
 &= 24 - 2h + 5 - i \\
 &= 29 - (2h+i) = 29 - 8 = 21
 \end{aligned}$$

Considera la siguiente figura.

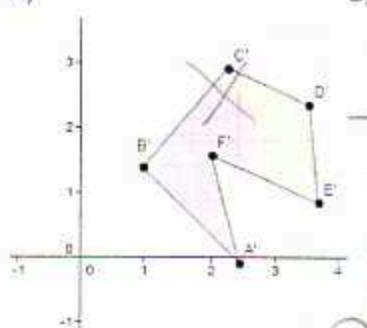


$$\begin{aligned}
 C &(-1, 0) \rightarrow (0, 2) \\
 C &(1, 2) \rightarrow (0, 3.75)
 \end{aligned}$$

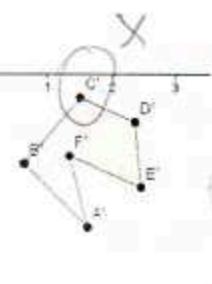
16) El resultado de aplicar una homotecia inversa de razón $\frac{3}{2}$

respecto al origen es:

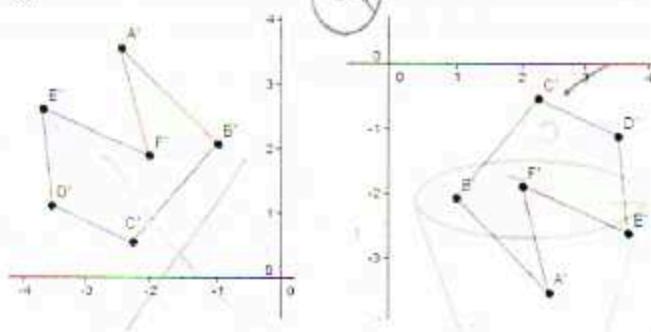
A)



B)



C)

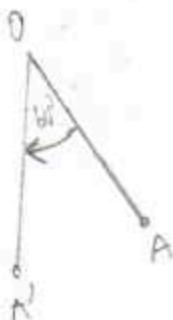


17) El punto A' corresponde a una rotación del punto A respecto al punto O un ángulo de 60° a favor de las manecillas del reloj. Considere las siguientes proposiciones:

- $m\angle AOA' = 60^\circ$ ✓
- $\overline{AA'} \cong \overline{OA}$ ✗

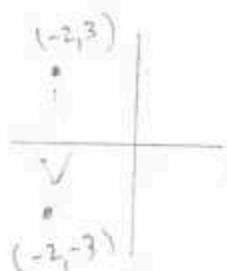
De ellas son con certeza verdaderas.

- A) Solo I
B) Solo II
C) Ambas
D) Ninguna

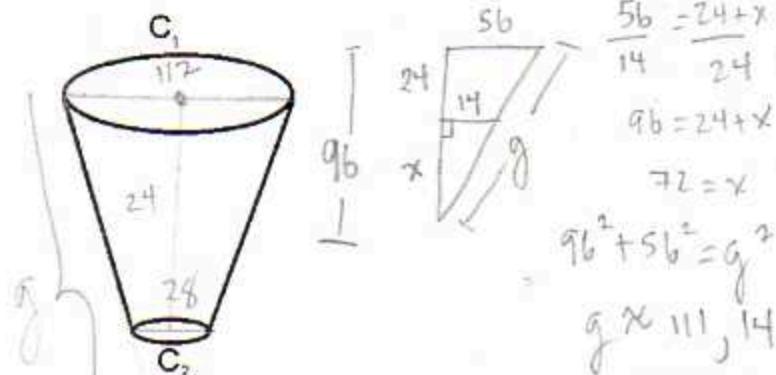


18) Al reflejar el punto $(-2, 3)$ sobre el eje x , se obtiene el punto:

- A) $(-2, 3)$
B) $(2, 3)$
C) $(-2, -3)$
D) $(2, -3)$



19) Considere la información de la siguiente imagen, que muestra un embudo de una batidora de cemento formado por un cono de generatriz g truncado.



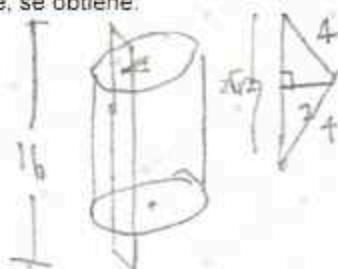
Si se sabe que el diámetro de la circunferencia C_2 del embudo, es la cuarta parte del diámetro de la circunferencia C_1 y que el diámetro de C_1 es 112 cm. La distancia entre las bases es 24, entonces, el valor de g es:

0	1	1	1	1	1	4
---	---	---	---	---	---	---

Considere una superficie cilíndrica de radio 4 cm y altura 16 cm, para contestar las preguntas 20 y 21.

20) Al hacer un corte con un plano paralelo al eje, a una distancia de 2 cm de este, se obtiene:

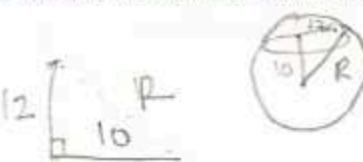
- A) Un rectángulo
B) Una elipse
C) Una circunferencia
D) Una hipérbola



21) De acuerdo con los datos, la superficie lateral del cilindro mide, en centímetros cuadrados, aproximadamente:

0	4	0	1	9	2	401,92
---	---	---	---	---	---	--------

22) ¿Cuál es el diámetro de una esfera tal que al hacer un corte con un plano a 10 cm del centro se obtiene un círculo de radio 12 cm?



- A) $\sqrt{44} \text{ cm}$
B) $2\sqrt{44} \text{ cm}$
C) $2\sqrt{61} \text{ cm}$
D) $4\sqrt{61} \text{ cm}$

$$\begin{aligned} R^2 &= 10^2 + 12^2 \\ \Rightarrow R &= \sqrt{244} = 2\sqrt{61} \\ d &= 4\sqrt{61} \end{aligned}$$

23) Considere los conjuntos $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ y $B = \{2, 4, 6\}$ y las siguientes proposiciones:

- $1 \in B$ ✓
- $B \subset A$ ✗ porque $b \notin B$ y $6 \notin A$

De ellas son con certeza verdaderas:

- A) Solo I
B) Solo II
C) Ambas
D) Ninguna

24) El conjunto $\{x / x \in \mathbb{R}, x \geq 2\}$ corresponde al intervalo:

A) $]-\infty, 2[$

B) $]2, +\infty[$

C) $]-\infty, 2]$

D) $[2, +\infty[$

$$[2, +\infty[$$

25) El complemento en $U = \mathbb{N}$ del conjunto de los números pares $P = \{x / x = 2k, k \in \mathbb{N}\}$ corresponde a:

A) $I = \{x / x = 2k-1, k \in \mathbb{N}\}$

B) $I = \{x / x \in \mathbb{N}, x = 2k+1, k \in \mathbb{N}\}$

C) $I = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

D) $I = \{0, 2, 4, 6, 8, \dots\}$

$$\begin{aligned} &I = \{0, 2, 4, 6, \dots\} \\ &P = \{0, 2, 4, 6, \dots\} \\ &I^c = \{1, 3, 5, 7, 9, \dots\} \end{aligned}$$

26) Considere las siguientes relaciones:

I. $g: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{R}^+ ; \text{ con } g(x) = x^2 - 1$

II. $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{Z}^+ ; \text{ con } f(x) = x + 5$

De ellas, ¿cuáles corresponden a una función?

A) Ambas

B) Ninguna

C) Solo la I

D) Solo la II

27) Sean $f(x) = x^2 - 3$ y $g(x) = x + 1$. Entonces, el criterio

de la función compuesta $(f \circ g)$ corresponde a:

A) $(f \circ g) = x^2 - 2$

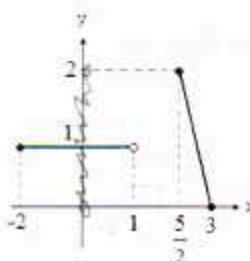
B) $(f \circ g) = x^2 + 2x - 2$

C) $(f \circ g) = x^2 + x - 2$

D) $(f \circ g) = x^2 + 1$

$$\begin{aligned} &f(g(x)) \\ &f(x+1) \\ &= (x+1)^2 - 3 \\ &= x^2 + 2x + 1 - 3 \\ &= x^2 + 2x - 2 \end{aligned}$$

Considere la siguiente gráfica de la función f :



28) De acuerdo con los datos de la gráfica, el dominio de f es:

A) $[0, 2]$

B) $\{0, 1, 2\}$

C) $[-2, 1] \cup \left[\frac{5}{2}, 3\right]$

D) $[0, 2] - \{1\}$

29) Considere la función $f: [2, +\infty[\rightarrow [-16, +\infty[$ con

$f(x) = 3x^2 - 12x - 4$. Es correcto que:

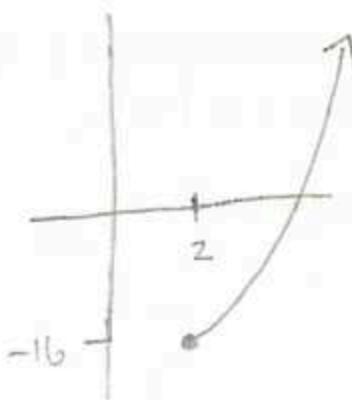
$$f(2) = 3 \cdot 2^2 - 12 \cdot 2 - 4 = -16$$

A) f posee una inversa en todo su dominio

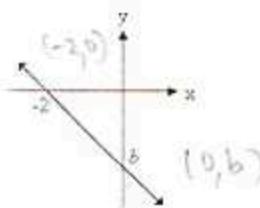
B) f debe restringirse en un intervalo de su dominio para que tenga inversa

C) f no puede restringirse en un intervalo de su dominio para que tenga inversa

D) Ninguna de las opciones A, B y C es correcta



- 30) De acuerdo con los datos de la gráfica si $f(x) = \frac{-3}{2}x + b$, entonces, el criterio de la función inversa de f es:



$$m = \frac{0-b}{-2-0} = \frac{b}{2} = -\frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow b = -3$$

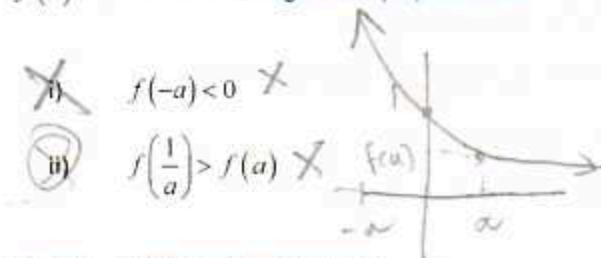
- 33) La función $f: [-6, 8] \rightarrow B$, $f(x) = 4x + 1$ es biyectiva. Entonces, el ámbito de f es:

- A) $[-23, 33]$
 B) $[-6, 8]$
 C) $\left[-\frac{7}{4}, \frac{7}{4} \right]$
 D) \mathbb{R}

$$f(-6) = 4(-6) + 1 = -23$$

$$f(8) = 4(8) + 1 = 33$$

- 34) Para la función exponencial f dada por $f(x) = a^x$. Si $f(a) < 1$ considere las siguientes proposiciones:



De ellas, ¿Cuáles son verdaderas?

- A) Solo i
 B) Solo ii
 C) Ambas
 D) Ninguna

$a < 1$ f es decreciente.

$$\Rightarrow \frac{1}{a} > a$$

$$\Rightarrow f\left(\frac{1}{a}\right) < f(a)$$

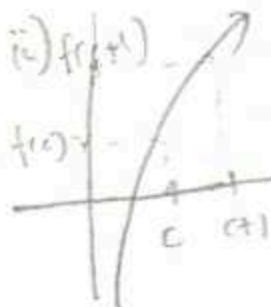
- 35) Para la función $f(x) = \log x$, considere las siguientes proposiciones:

- i) La preimagen de 1000 es 3
 ii) $\forall c > 0$, $f(c+1) < f(c)$

De ellas, ¿Cuáles son verdaderas?

- A) Solo i
 B) Solo ii
 C) Ambas
 D) Ninguna

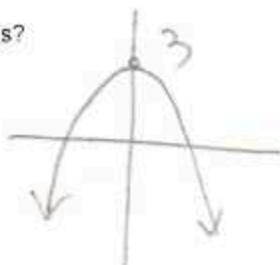
$$\text{i)} f(3) = \log 3 \neq 1000$$



- i) Es estrictamente decreciente en $]-\infty, 0[$
 ii) El ámbito de f es $]-\infty, 3]$

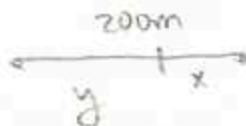
De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

- A) solo la i)
 B) solo la ii)
 C) ambas
 D) ninguna



36) Considere el siguiente enunciado: "Un alambre de 200m es dividido en dos pedazos, de manera que el pedazo de mayor longitud excede en 4 metros al doble del otro". Si x representa la medida del pedazo de menor longitud y y el de mayor longitud, entonces, un sistema de ecuaciones que permite resolver el problema es:

A) $\begin{cases} x + y = 200 \\ x - 4 = 2y \end{cases}$



B) $\begin{cases} x + y = 200 \\ y - 4 = 2x \end{cases}$

$$y = 2x + 4$$

C) $\begin{cases} x + y = 200 \\ x + 4 = 2y \end{cases}$

$$x + y = 200$$

D) $\begin{cases} x + y = 200 \\ y + 4 = 2x \end{cases}$

37) De acuerdo con los datos del sistema $\begin{cases} x - 2y = 5 \\ 4x - 8y = 20 \end{cases}$

considere las siguientes proposiciones:

- I. El sistema es consistente ✓
II. El sistema es dependiente. ✓

De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
B) Ninguna
C) Solo la I
D) Solo la II

38) La solución de $7^{\frac{x}{2}} = \frac{1}{(\sqrt{7})^{\frac{z-1}{2}}}$ es:

A) 1

B) -5

C) $\frac{-9}{4}$

D) $\frac{-3}{5}$

$$7^{\frac{x-1}{2}} = 7^{\frac{-1}{2}(2-\frac{z}{3})}$$

$$x - \frac{1}{2} = -1 + \frac{z}{6}$$

$$\frac{5x}{6} = -\frac{1}{2}$$

$$x = -\frac{3}{5}$$

39) Si $a + b = \ln x$ entonces, x es igual a:

A) $e^a + e^b$

$$x = e^{a+b}$$

B) $(a+b)^e$

$$= e^a \cdot e^b$$

C) $(ab)^e$

D) $e^a \cdot e^b$

40) La solución $3^{x-1} = 6$ es:

A) 1

$$3^x \cdot 3^{-1} = 6$$

B) $\frac{2}{3}$

$$3^x = 2$$

C) $\log_3 2$

$$x = \log_3 2$$

D) $-1 + \log 2$

41) Se dispone de una cartulina de 1mm de espesor que se puede doblar sucesivamente de modo que cada doblez se hace sobre el anterior. Si la relación entre la altura "h" de la cartulina dobrada y el número de dobleces "x" está dada por $h(x) = 2^x$, entonces, ¿cuántos dobleces se han realizado si en el último doblez se alcanza una altura de 8mm?

A) 3

$$h = h(x)$$

B) 6

$$h = 2^x$$

C) 16

$$2^3 = 2^x \Rightarrow x = 3$$

D) 256

42) Un cuadrado tiene área A , entonces el perímetro de dicho cuadrado en función de su área es igual a:

A) $P(A) = 4\sqrt{A}$

$$A = l^2 \Rightarrow l = \sqrt{A}$$

B) $P(A) = 2\sqrt{A}$

$$P = 4l \Rightarrow P(A) = 4\sqrt{A}$$

C) $P(A) = 4A$

D) $P(A) = 4A^2$

- 43) La ganancia "G" de una empresa por producir y vender cierto producto depende de la cantidad "x" en dólares que invierta semanalmente en publicidad y está dada por $G(x) = 70 + 150x - 0,3x^2$. ¿Cuál es la ganancia máxima que se puede obtener?

- A) 250
B) 500
C) 18680
D) 18820

$$\Delta = 150^2 - 4(-0,3)70 \\ = 22584 \\ \Delta = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-22584}{4(-0,3)} \\ = 18820$$

- 44) La ecuación de demanda q de cierto artículo en función del precio p está dada por $q(p) = 4 - \log_2 p$ para $p \in [1, 16]$. A qué precio se demandan tres artículos?

- A) 1
B) 2
C) 3
D) 4

$$3 = 4 - \log_2 p \\ \log_2 p = 1 \\ 2^1 = p = 2$$

- 45) Siete amigos compartirán sus juegos de videos en una tarde. Marco lleva 3, Juan lleva 8, Melissa lleva 9, Ernesto lleva 6, Elena lleva 12, Eduardo lleva 4 y Adriana lleva 8. Considere el número de juegos llevados como variable estadística, y las siguientes proposiciones:

- i) La mediana es igual que la moda ✓
ii) La media aritmética es mayor que el tercer cuartil X

De ellas son verdaderas:

- A) Ambas
B) Ninguna
C) Solo la I
D) Solo la II

$$3, 4, 6, 8, 9, 12, 18 \\ \bar{x} = 7,14 \quad \text{Med} \quad Q_3$$

- 46) Cuál es el primer cuartil de las siguientes series de datos 5, 4, 11, 15, 34, 15, 24, 8, 22, 25?

- A) 8
B) 16,3
C) 15
D) 24

170

$$n=10 \\ n+1 = 2,75 \\ \frac{n}{4} \\ Q_1 = \frac{y_2+y_3}{2} \\ = \frac{5+8}{2} = 6,5$$

- 47) Una empresa tiene en su flotilla de vehículos cuatro tipos. En la siguiente tabla se muestra la distribución porcentual de la flotilla, y el precio promedio de cada tipo de vehículo, en millones de colones.

	Precio
Automóviles	40% 5
Motocicletas	15% 1
Camiones pequeños	40% 10
Camiones grandes	10% 20

El precio promedio (ponderado) de los vehículos de la empresa corresponde a:

- A) 7 millones
B) 8,15 millones
C) 9 millones
D) 10 millones

$$\bar{x} = 8,1 \text{ millones}$$

Considere una serie de datos de mínimo es 4, el primer cuartil 10, la mediana 15, el tercer cuartil 20, media aritmética igual a 14 y el máximo 24, para contestar los ítems 48 y 49.

- 48) El recorrido de los datos es:

- A) 10
B) 14
C) 15
D) 20

$$\text{máx} - \text{mín} \\ 24 - 4 \\ 20$$

- 49) La distribución de los datos:

- A) Tiene asimetría positiva
B) Tiene asimetría negativa
C) Es simétrica
D) No se puede determinar su simetría

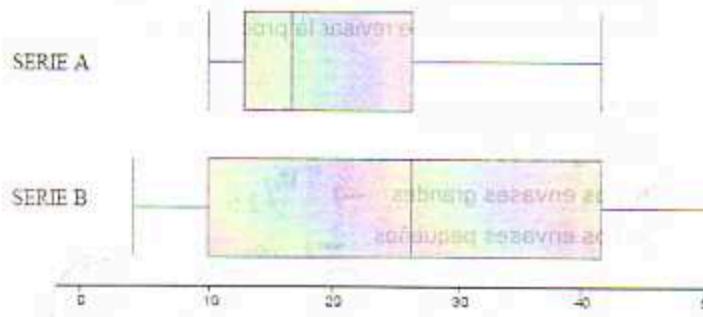
$$\text{Med} > \bar{x} \\ 15 > 14$$

50) La desviación estándar de una población con los siguientes datos 15, 20, 25, 18, 35, 42, 15, 34 es:

- A) 9,63
- B) 10,30
- C) 92,75
- D) 106

$$\sigma_x = 9,63$$

51) Considere las representaciones en diagrama de cajas de las series de datos:



Considere las siguientes proposiciones:

- i) En la serie A los datos tienen un menor recorrido que en la serie B. ✓
- ii) El recorrido de la serie A coincide con el recorrido intercuartilico de la serie B. ✓

De ellas son verdaderas:

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

Considere la siguiente tabla con las muestras de dos grupos respecto a las notas del examen de admisión de dos grupos:

Grupo A	550	575	600	620	630	650	720	750
Grupo B	550	580	650	660	670	690	700	750

Con base en ella, conteste las preguntas 52 a 54.

$$A: \bar{x} = 636,88 \quad B: \bar{x} = 656,25$$

$$S_x = 68,61$$

$$S_x = 64,57$$

52) ¿Cuál de ellos presenta mayor variación relativa en los datos?

- A) El grupo A
- B) El grupo B
- C) Ambos tienen la misma variación
- D) Se necesita más información

$$CV_A = 0,108 \\ CV_B = 0,092$$

53) ¿Cuál de ellos presenta mayor variación absoluta en los datos?

- A) El grupo A
- B) El grupo B
- C) Ambos tienen la misma variación
- D) Se necesita más información

54) Al estandarizar el valor 650, este es relativamente más alto en:

$$z_A = \frac{650 - 636,88}{68,61} = 0,192$$

- A) El grupo A
- B) El grupo B
- C) En ambos tiene el mismo valor relativo
- D) Se necesita más información

$$z_B = -0,097$$

Consideré el universo $U = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13\}$ y al escoger un número al azar los eventos A : el número es primo, B : el número es par y C : el número es mayor a 8 para contestar los ítems 55 a 57.

55) El valor de $P(B)$ es:

- A) $\frac{4}{11}$
- B) $\frac{5}{11}$
- C) $\frac{6}{11}$
- D) $\frac{7}{11}$

$$A = \{3, 5, 7, 11, 13\}$$

$$B = \{4, 6, 8, 10, 12\}$$

$$C = \{9, 10, 11, 12, 13\}$$

$$\frac{5}{11}$$

56) Dos eventos mutuamente excluyentes son:

- A) $A \cup C$
- B) $B \cup C$
- C) $A \cap B$
- D) $A^c \cup B$

57) La probabilidad del evento $A \cup C$ es:

A) $\frac{2}{11}$

$$\text{P}(A) + \text{P}(C) - \text{P}(A \cap C)$$

B) $\frac{5}{11}$

$$\frac{5}{11} + \frac{5}{11} - \frac{2}{11}$$

C) $\frac{8}{11}$

$$\frac{8}{11}$$

D) $\frac{10}{11}$

En una fábrica se producen envases de dos tipos: grandes, y pequeños. Por cada envase grande se producen 3 pequeños. Se sabe que en una muestra de 100 envases, al escoger un envase al azar la probabilidad de que un envase sea defectuoso es del 20%, y que hubo diez envases grandes defectuosos. Con base en esta información conteste los ítems 58 a 60.

58) ¿Cuál es la probabilidad de que al escoger un envase al azar, este correcto?

A) 20%

$$1 - 20\%$$

B) 25%

C) 75%

D) 80%

$$80\%$$

59) ¿Cuántos envases pequeños defectuosos se encontraron?

A) 10

B) 20

C) 25

D) 30

60) El gerente de producción revisará los procedimientos del tipo de envase que presenta mayor probabilidad de fallar. Con base en lo anterior debe revisar la producción de:

A) Todos los envases

B) Ninguno de los envases

C) Los envases grandes $\Rightarrow \frac{10}{25} = 0,4$

D) Los envases pequeños $\Rightarrow \frac{10}{75} = 0,13$

	Def	Correcto	
Grandes	10	15	25
Pequeños	10	65	75
	20	80	

Práctica Final No.2

- 1) ¿Cuál es el centro y el radio de la circunferencia con ecuación $x^2 + y^2 + 4y = 0$?

A) $O(0, -2), r=4$

B) $O(0, 2), r=2$

C) $O(0, -2), r=2$

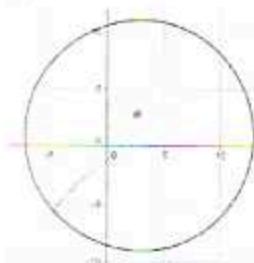
D) $O(0, 2), r=4$

- 2) ¿En cuál de las siguientes gráficas se muestra la circunferencia con ecuación $x^2 - 6x + y^2 - 2y = 0$?

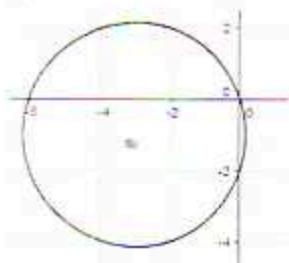
A)



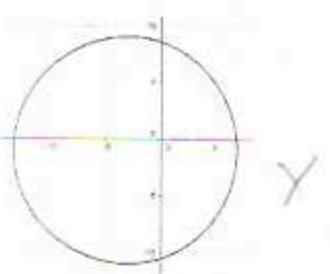
B)



C)



D)



$$x^2 + y^2 + 4y = 0 \rightarrow x^2 + y^2 + 4y + 4 = 4 \rightarrow$$

$$x^2 + (y+2)^2 = 4$$

$$(0, -2), r=2$$

- 3) ¿En cuál de las siguientes circunferencias el punto $(1, 2)$ es exterior?

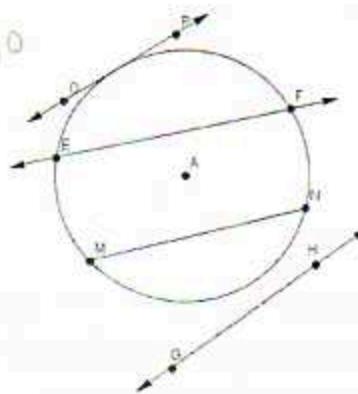
A) $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 4$ $(1-2)^2 + (2-2)^2 = 1 < 4$

B) $x^2 + y^2 = 6$ $1^2 + 1^2 = 2 < 6$

C) $(x-3)^2 + (y-3)^2 = 5$ $(1-3)^2 + (2-3)^2 = 5$

D) $(x+1)^2 + (y-1)^2 = 2$ $(1+1)^2 + (2-1)^2 = 5 > 2$

- 4) Con base en la figura mostrada, una recta secante a la circunferencia de centro A corresponde a:



A) \overline{OP}

B) \overline{GH}

C) \overline{MN}

D) \overline{EF}

← segmento verde.

- 5) ¿Cuál es el valor de k para que la recta $y + (2k-1)x = 6$ sea paralela a la recta determinada por $2y - 4x = -5$?

$$2y - 4x - 5 \Rightarrow y = 2x - \frac{5}{2}$$

$$y = (1-2k)x + 6$$

A) $\frac{1}{4}$

B) $\frac{5}{2}$

C) $\frac{-1}{2}$

D) $\frac{-3}{2}$

$$1-2k=2$$

$$-1=2k$$

$$\frac{-1}{2}=k$$

- 6) Sean l_1 y l_2 dos rectas perpendiculares que se intersecan en $(-2, 1)$. Si l_2 contiene al punto $(0, -3)$, entonces, una ecuación para l_1 es:

- A) $y - 2x = 5$
 B) $2y - x = 1$
 C) $2y - x = 4$
 D) $y + 2x = -3$

$$m_2 = \frac{-3 - 1}{0 - (-2)} = -2$$

$$m_1 = \frac{1}{2}$$

$$y = 1 + \frac{1}{2}(x - 2) = 2$$

- 7) Si los puntos del diámetro de una circunferencia son $(2, 4)$ y $(-4, 6)$, entonces, la ecuación de la circunferencia es:

- A) $(x+4)^2 + (y-6)^2 = 10$
 B) $(x+1)^2 + (y-5)^2 = 10$
 C) $(x-2)^2 + (y-4)^2 = 40$
 D) $(x+4)^2 + (y-6)^2 = 40$

- 8) La circunferencia de ecuación $x^2 - 12x + y^2 = 0$ se traslada cuatro unidades hacia la izquierda y cinco unidades hacia abajo. La circunferencia que resulta, tiene ecuación:

- A) $(x-6)^2 + y^2 = 36$
 B) $(x-2)^2 + (y+5)^2 = 36$
 C) $(x-10)^2 + (y+5)^2 = 36$
 D) $(x-8)^2 + (y-5)^2 = 36$

$$\begin{aligned} x^2 - 12x + 36 + y^2 &= 36 \\ (x-6)^2 + y^2 &= 36 \\ (x-6) &= (-4, -5) \\ (x-6+4)^2 + (y+5)^2 &= 36 \\ (x-2)^2 + (y+5)^2 &= 36 \end{aligned}$$

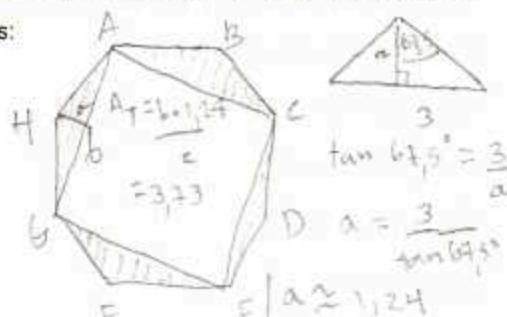
- 9) Si la medida del diámetro de la circunferencia circunscrita a un hexágono regular es 10, entonces, ¿cuál es el perímetro del hexágono?

- A) 30
 B) 60
 C) $20\sqrt{3}$
 D) $40\sqrt{3}$



- 10) Sea $ABCDEFGH$ un octágono regular. Si el cuadrado $ACEG$ tiene área 36, entonces, el área del octágono $ABCDEFGH$ es:

- A) 27,55
 B) 50,91
 C) 72,00
 D) 101,82

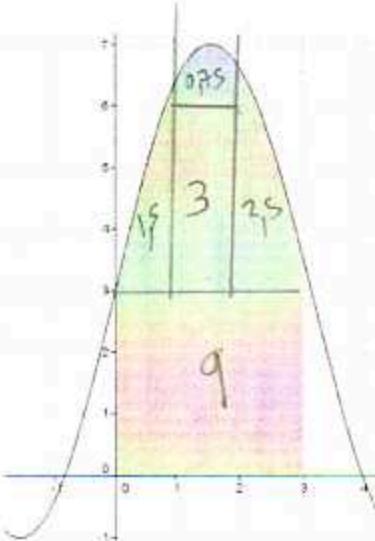


- 11) En un polígono regular, si desde uno de sus vértices se pueden trazar únicamente dos diagonales, entonces la medida del ángulo determinado por esas diagonales es:

- A) 24°
 B) 30°
 C) 36°
 D) 45°

$$\begin{aligned} n-3 &= 2 \\ n &= 5 \\ \frac{180(5-2)}{5} &= 108^\circ \\ 108^\circ / 2 &= 54^\circ \\ A_{ABCDEFH} &= 14.91 \\ +36 &= 50.91 \end{aligned}$$

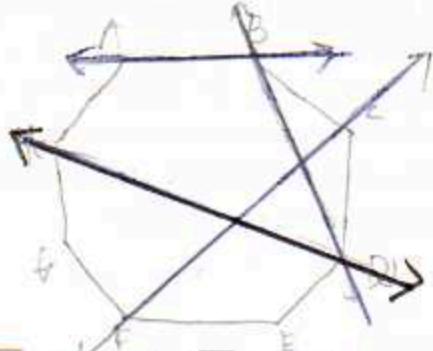
- 12) El área sombreada en la figura, es aproximadamente:



- A) Entre 13 y 14.
 B) Entre 14 y 15.
 C) Entre 15 y 16.
 D) Más de 16.

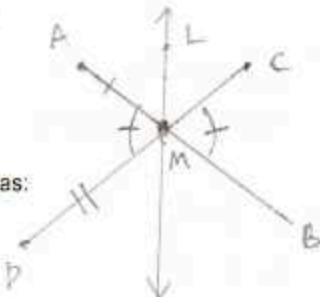
- 13) Considera un octágono regular $ABCDEFGH$. Un eje de simetría es:

- A) \overline{AB} ✗
 B) \overline{CF} ✗
 C) \overline{DH} ✓
 D) \overline{BD}



- 14) El segmento \overline{AB} es simétrico a \overline{CD} respecto a la recta \overline{ML} , donde M es la intersección $\overline{AB} \cap \overline{CD}$. Considera las siguientes proposiciones:

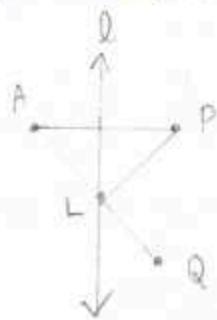
- I. $\angle DMA \cong \angle BMC$ ✓
 II. $\overline{AM} \cong \overline{MD}$ ✗



- De ellas son con certeza verdaderas:
- A) Solo I
 B) Solo II
 C) Ambas
 D) Ninguna

- 15) El punto P es simétrico a A respecto a la recta. L Q está en el mismo semiplano determinado por L que P . Entonces, el punto que minimiza la expresión $PL + LQ$ con $L \in L$ es:

- A) Cualquier punto de L
 B) La intersección de \overline{AQ} con L
 C) La intersección de \overline{AP} con L
 D) El punto medio de \overline{PQ}

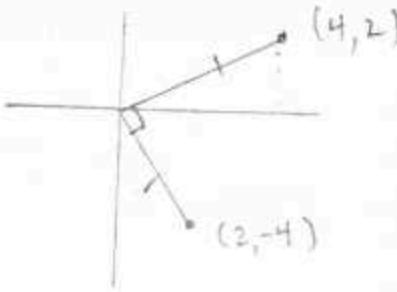


- 16) Un barco está en el punto $(4, 11)$ y debe llegar al faro que está en el punto $(-2, 4)$. Entonces, la traslación que indica la dirección que debe tomar el barco es:

- A) $(x-2, y+4)$ $(4+a, 11+b) = (-2, 4)$
 B) $(x-4, y-11)$ $4+a = -2 \quad 11+b=4$
 C) $(x-6, y-7)$ $a=-6 \quad b=-7$
 D) $(x+6, y+7)$ $(x,y) \rightarrow (x-b, y-a)$

- 17) Al rotar el punto $(2, -4)$ un ángulo recto en sentido antihorario desde el origen se obtiene el punto:

- A) $(-4, -2)$
 B) $(-2, -6)$
 C) $(6, -2)$
 D) $(4, 2)$

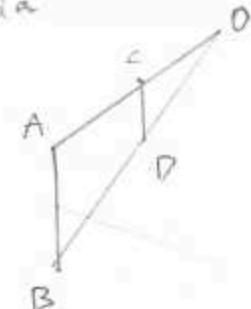


- 18) El segmento \overline{AB} es homotético a \overline{CD} , respecto a una homotecia de razón k mayor que uno y centro O . Considera las siguientes proposiciones:

- I. $O-C-A$ ✓ Al mismo lado
 II. $AB = k \cdot CD$ ✓ agranda

- De ellas son con certeza verdaderas:

- A) Solo I
 B) Solo II
 C) Ambas
 D) Ninguna



- 19) Enrique tiene varias monedas €100 y sabe que estas tienen una altura de 2mm y diámetro $2,8\text{cm}$. Las coloca una sobre la otra formando una torre con un área total $47,50\text{cm}^2$. ¿Cuánto dinero tiene?

- A) 1800
 B) 2000
 C) 2200
 D) 2400



$$\begin{aligned} r &= 1,4 & A_B &= \pi r^2 \\ &&&= 6,15 \end{aligned}$$

$$A_2 = 2\pi rh = 8,792\text{cm}^2$$

$$A_T = A_B + A_2$$

$$47,50 = 12,30 + 8,792\text{cm}^2$$

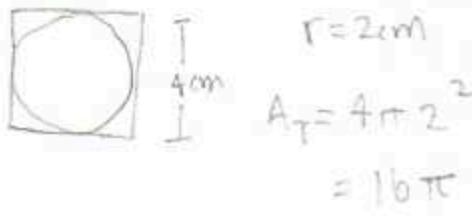
$$35,2 = 8,792\text{cm}^2$$

$$4,00 = h$$

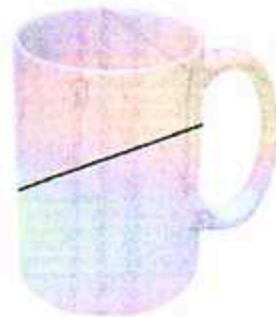
$$h \approx 4\text{cm} \Rightarrow \frac{40}{2} = 20 \text{ monedas}$$

- 20) Eugenia compra empaques en forma de cubo de arista 4cm para guardar unas cajetas en forma de esfera que elaborará. En cada caja pondrá una galleta. ¿Cuál es el área total máxima que podría tener cada cajeta?

- A) 4π
 B) 16π
 C) $\frac{32\pi}{3}$
 D) $\frac{64\pi}{3}$



- 21) Mientras tomaba café haciendo un examen en su computadora, Marcela, quebró su taza de café que tenía en forma cilíndrica. Curiosamente, la taza se quebró en un único corte plano, y este es transversal a la base, como se representa en la figura:



Entonces, la figura plana que se describe en el corte de la taza es:

- A) Una circunferencia
 B) Una elipse
 C) Una hipérbola
 D) Una parábola

- 22) En el parque nacional Barra Honda (Guanacaste) existen stalactitas; estas son estructuras salinas que cuelgan de los techos de las cavernas y generalmente, presentan formas de cono circular recto. En una de las cavernas del parque se localiza una stalactita (no hueca y con forma de cono circular recto) con un área basal de 49π y generatriz de 15. ¿Cuál es el área lateral de esa stalactita?

- A) 64π
 B) 105π
 C) 368π
 D) 735π

$$A_B = \pi r^2 = 49\pi$$

$$r = 7$$

$$A_L = \pi r g$$

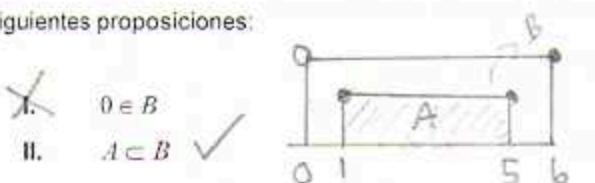
$$= \pi \cdot 7 \cdot 15$$

$$= 105\pi$$

- 23) El conjunto $\{x / x \in \mathbb{R}, 2 > x\}$, escrito en notación de intervalo corresponde a:

- A) $[-\infty, 2]$
 B) $]-\infty, 2[$
 C) $[2, +\infty]$
 D) $]2, +\infty[$

- 24) Considere los conjuntos $A = [1, 5]$ y $B =]0, 6]$ y las siguientes proposiciones:



De ellas son con certeza verdaderas:

- A) Solo I
 B) Solo II
 C) Ambas
 D) Ninguna

- 25) El complemento en $U = \mathbb{R}$ del conjunto de los números irracionales positivos \mathbb{I}^+ corresponde a:

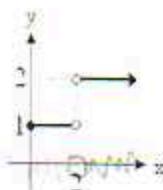
- A) \mathbb{Q}^+
 B) \mathbb{Q}
 C) $\mathbb{Q} \cup \mathbb{I}^-$
 D) \mathbb{I}^-

$$\mathbb{I}^- \cup \mathbb{Q}$$

- 26) Si el gráfico de la función f es $\{(0,1), (1,2), (2,3)\}$, entonces, la preimagen de 2 es:

- A) 0
 B) 1
C) 2
D) 3

- 27) Con base en la gráfica de la función f mostrada en la figura, una proposición falsa es:



$$D = \{0, +\infty\} \cup [-2, 2]$$

- A) El dominio es $[0, +\infty[$
B) El ámbito es $\{1,2\}$
C) Interseca el eje y en $(0,1)$
D) No interseca el eje x

- 28) Si $f(x) = \frac{-x+3}{2}$, el valor de $f^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)$ es:

- A) $\frac{1}{3}$

$$\frac{-x+3}{2} = \frac{1}{3}$$

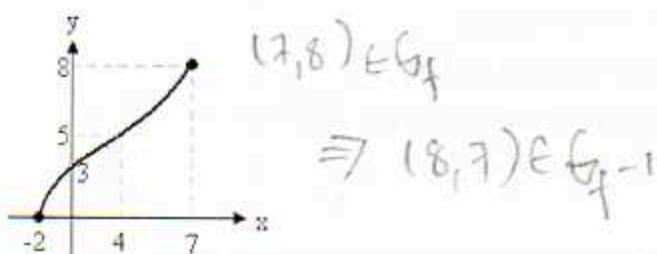
- B) $\frac{1}{3}$
C) $-\frac{1}{3}$
D) $-\frac{7}{3}$

$$-3x + 9 = 2$$

$$-3x = -7$$

$$x = \frac{7}{3}$$

- 29) Con base en los datos de la gráfica de la función f , un punto que pertenece al gráfico de f^{-1} es:



- A) $(-2,0)$
B) $(0,-3)$
 C) $(5,3)$
 D) $(8,7)$

- 30) ¿Cuál de las siguientes funciones tiene un cero en -2 ?

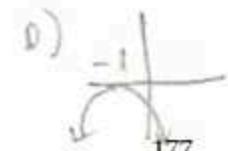
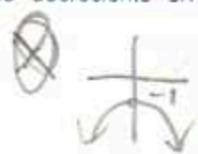
- A) $f(x) = \sqrt{x+11} + 3$ $f(-2) = \sqrt{9} + 3 = 6$
B) $f(x) = \sqrt{x+2} - 2$ $f(-2) = \sqrt{-2+2} - 2 = -2$
 C) $f(x) = 3\sqrt{x+6} - 12$ $f(-2) = 3\sqrt{4} - 6 = 0$
D) $f(x) = -2\sqrt{x-2} - 4$ $f(-2) \notin \mathbb{R}$

- 31) Sea f la función lineal $f(x) = (4p+1)x - 3q + 1$. Si $f(-2) = f(3)$ entonces, se cumple con certeza:

- f es constante $\Rightarrow m=0$
A) $p=0$
B) $q=\frac{1}{3}$
C) $q=-\frac{1}{3}$
 D) $p=-\frac{1}{4}$

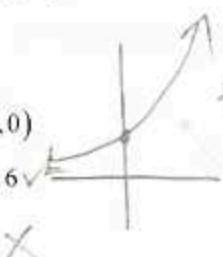
- 32) ¿Cuál de las siguientes funciones es decreciente en $[0, +\infty[$ y no interseca el eje x?

- A) $f(x) = x^2 + 1$
B) $f(x) = (x+1)^2$
 C) $f(x) = -(x^2 + 1)$
D) $f(x) = -(x+1)^2$



33) Para la función $f(x) = (\sqrt{2})^x$ es verdadero que:

- A) Es decreciente
 B) Interseca el eje x en $(1, 0)$
 C) La preimagen de 8 es 6
 D) La imagen de 3 es 8



37) Si $m = \frac{1}{3} \log_b x + \log_b y$, entonces b es igual a:

- A) $(y\sqrt[3]{x})^m$
 B) $(y\sqrt[3]{x})^{\frac{1}{m}}$
 C) $(y + \sqrt[3]{x})^m$
 D) $(\sqrt[3]{xy})^{\frac{1}{m}}$

$$m = \log_b \sqrt[3]{x \cdot y}$$

$$b^m = y\sqrt[3]{x}$$

$$b = (y\sqrt[3]{x})^{\frac{1}{m}}$$

34) Considera las proposiciones con respecto a $f(x) = \ln x$:

- i) Si $x > 10$ entonces $f(x) > 1$ ✓
 ii) La función inversa de f es $f^{-1}(x) = e^x$ ✓

De ellas son con certeza verdaderas:

- A) Solo i)
 B) Solo ii)
 C) Ambas
 D) Ninguna

$$y = \ln x$$

$$e^y = x$$

$$f^{-1}(x) = e^x$$

35) La función logarítmica $f(x) = \log_a x$ satisface

$f(a^x) < 1$. Entonces, un posible valor de a es:

- A) 1
 B) $\frac{\sqrt{5}}{2}$
 C) e
 D) $\frac{1}{e}$

$$f(a^x) = \log_a a^x = x < 1$$

38) La solución de $3 \cdot \sqrt{3^{x-3}} = \sqrt{9^{x-2}}$ es:

- A) 5
 B) 3
 C) $\frac{9}{2}$
 D) $\frac{11}{3}$

$$3^1 \cdot 3^{\frac{x-3}{2}} = 3^{\frac{2(4-x)}{2}}$$

$$1 + \frac{x-3}{2} = 4 - x$$

$$\frac{3}{2}x = \frac{9}{2} \Rightarrow x = 3$$

39) La solución de $3^{x-2} = 2^x$ es:

- A) $\frac{-2}{\log_3 2}$
 B) $\frac{-2}{\log_3 \left(\frac{1}{2}\right)}$
 C) $\frac{2}{\log_3 \left(\frac{2}{3}\right)}$
 D) $\frac{2}{\log_3 \left(\frac{3}{2}\right)}$

$$x+2 = \log_3 2$$

$$x+2 = x \log_3 2$$

$$x(1 - \log_3 2) = -2$$

$$x = -2$$

$$x = \frac{-2}{\log_3 3 - \log_3 2}$$

$$x = \frac{-2}{\log_3 (3/2)} = \frac{2}{\log_3 (\frac{3}{2})}$$

40) La solución de $\log_3(x^2 - 9) - \log_3(x+3) = -1$ es:

- A) -3
 B) 4
 C) $\frac{-8}{3}$
 D) $\frac{10}{3}$

$$\log_3 \left(\frac{x^2 - 9}{x+3} \right) = -1$$

$$\frac{(x-3)(x+3)}{x+3} = 3$$

$$x-3 = \frac{1}{3} \Rightarrow x = \frac{10}{3}$$

- 41) El costo semanal "C" de producir x productos está dado por $C(x) = 5x + 200$. Si en una semana el costo por producir cierta cantidad de ese producto es \$825, entonces, ¿cuántas unidades se produjeron esa semana?

- A) 125
B) 205
C) 1030
D) 4325

$$825 = 5x + 200$$

$$625 = 5x$$

$$125 = x$$

- 42) La función $f(t) = 20t - 4.9t^2 + 50$ describe la trayectoria a los " t " segundos de lanzada una piedra hacia arriba desde el techo de un edificio. ¿Cuál es aproximadamente el tiempo en segundos necesario para que la piedra alcance su altura máxima con respecto al suelo?

- A) 0.12
B) 0.25
 C) 2.04
D) 4.08

$$V_x = \frac{-20}{2(-4.9)} = 2.04$$

- 43) La cantidad de millones de habitantes "P" en cierto país es $P(t) = 15e^{0.02t}$, donde " t " es el número de años transcurridos a partir del año 1960. ¿En cuántos millones se habrá incrementado la población para el año 2010?

- A) 40.8
 B) 15.0
 C) 25.8
D) 60.2

$$t = 50$$

$$P(50) = 15e^{0.02(50)} = 40.77$$

$$P(0) = 15 \quad | \quad 40.77 - 15 = 25.77$$

- 44) La cantidad de horas " t " que tarda una población inicial de 10 bacterias en convertirse en una población "P" se puede modelar con la fórmula $t(P) = 4 \log_2 \left(\frac{P}{10} \right)$. ¿Cuánto tiempo es necesario para que hayan 1000 bacterias?

- A) 4 horas
B) 8 horas
C) 12.24 horas
 D) 26.57 horas

$$t(1000) = 4 \log_2 \left(\frac{1000}{10} \right)$$

$$= 4 \log_2 100$$

$$\approx 26.58 \text{ h}$$

- 45) En la bodega de un supermercado se guardan cajas con inventario sobrante de productos de limpieza. Se agruparon las cajas según la cantidad de productos que tenían, y a continuación se muestra una tabla con los resultados:

X FREQ

Cantidad de productos	Cantidad de cajas
7	8
8	12
11	9
15	10
9	11

Como todas las cajas y todos los productos son del mismo tamaño, se ordenará el inventario de manera que en cada caja tenga la misma cantidad de productos. Entonces, el número de productos que debe tener cada caja es:

$$\bar{x} = 10$$



En una venta de libros de 8.00am a 4.00pm, se contó por intervalos de tiempo, cuántos libros se había hasta ese momento. Y se obtuvieron los siguientes datos:

	Cantidad de libros vendidos hasta esa hora
8.00am	0
10.00am	15
12.00md	25
2.00pm	40
4.00pm	80

De acuerdo con lo anterior, conteste las preguntas 46 a 48:

- 46) ¿Cuántos libros se vendieron entre las 10.00 y las 12.00md?

- A) 5
 B) 10
C) 15
D) 25

$$25 - 15 = 10$$

47) Habrá un segundo día de ventas, para lo cual, el equipo de vendedores pedirá un refuerzo en un intervalo del día basado en la tendencia del primer día. ¿Cuál sería ese intervalo?

- A) De 8.00am a 10.00am
- B) De 10.00am a 12.00md
- C) De 12.00md a 2.00pm
- D) De 2.00pm a 4.00pm

Donde hay más ventas de 2.00 a 4.00 hubo 40.

48) ¿En qué momento se alcanzó la mitad de los libros vendidos?

- A) A las 10.00am
- B) A mediodía
- C) A las 2.00pm
- D) A las 4.00pm

A continuación se muestran los pesos de **algunos** estudiantes de la clase de 9no año de un colegio.

50,8 45,4 75,5 54,8 65,5 50,2 52,5 53,4 60,5 70,2

Utilice la información para contestar las preguntas 49 a 51.

49) La desviación estándar de los pesos de los estudiantes de esta muestra es:

- A) 9.72
- B) 9.22
- C) 8.63
- D) 57.88

$$S_N = 9.72$$

50) La oficina de nutrición atenderá al 25% de los estudiantes con mayor peso. Entonces, a partir qué peso la oficina de nutrición atenderá a los estudiantes.

- A) 50,8
- B) 54,1
- C) 65,5
- D) 75,67,85

$$n = 10 \Rightarrow 3(n+1) = 8,25$$

$$\bar{x} = \frac{y_1 + y_2}{2} = 67,85$$

- 51) La distribución de los datos se clasifica como:
- A) Simétrica
 - B) Con asimetría negativa
 - C) Con asimetría positiva
 - D) Uniforme

$$M_e = \frac{y_5 + y_6}{2} = 54,1$$

$$\bar{x} = 57,88$$

En un grupo de Zumba, se hizo un estudio sobre las edades de los participantes, separando a los hombres y a las mujeres. Los resultados se presentan en la siguiente tabla:

	Hombres	Mujeres
Minimo	13	12
Máximo	43	42
Primer cuartil	18	17
Mediana	20	20
Tercer Cuartil	24	25
Promedio	25	24
Desviación estándar	1,5	0,96
		1,6 0,96

De acuerdo con lo anterior, conteste las preguntas 52 a 54.

52) Considere las siguientes proposiciones:

- I. La variación absoluta del grupo de los hombres es mayor que la de las mujeres.
- II. El recorrido intercuartílico del grupo de los hombres es mayor que el de las mujeres.

De ellas, son verdaderas:

- A) Solo I.
- B) Solo II
- C) Ambas
- D) Ninguna

53) De acuerdo con la variación relativa de los grupos se tiene que:

- A) El de los hombres varía más.
- B) El de las mujeres varía más.
- C) Los dos grupos varían igual.
- D) No se tiene suficiente información.

54) Gina tiene 22 años, y Marco 23. ¿Cuál de los dos tienen una edad relativa a su grupo mayor?

- A) Gina $\frac{22 - 24}{1,6} = -1,25$
- B) Marco $\frac{23 - 25}{1,6} = -1,33$
- C) Ambos tienen el mismo valor estandarizado
- D) No hay suficiente información.

55) Considere el experimento de sacar dos bolas de una caja que contiene bolas blancas (*B*), azules (*A*) y rojas (*R*). Si las bolas poseen la misma forma y tamaño, y el evento *M* es: que las bolas sean del mismo color, entonces con certeza el complemento "*M'*" de *M* es:

- A) {*AA, RR, BB*}
- B) {*BR, RB, BA, AB*}
- C) {*AA, BB, RR, BA, RA*}
- D) {*AB, AR, BA, BR, RA, RB*}

BB, BA, BR, AA, AR, RB

EM

EM

EM

56) Considere la siguiente información:

En el experimento de lanzar un dado legal y registrar el número que sale en la cara superior, interesan dos eventos:

- A: Que el número sea impar.
- B: Que el número sea un 4.

Con base en la información anterior, considere las siguientes proposiciones:

- I. El evento A es el complemento del evento B.
- II. Los eventos A y B son mutuamente excluyentes.

¿Cuáles de ellas son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

57) Se lanzan dos dados legales y se registra la suma de los puntos de las caras superiores. ¿Cuál es la probabilidad de que la suma sea mayor que 5?

- A) 0,11
- B) 0,28
- C) 0,36
- D) 0,72

1	2	3	4	5	6
1					
2					
3					
4					
5					
6					

$\frac{26}{36}$

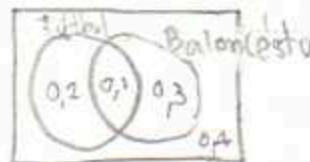
$\approx 0,72$

Considere el siguiente enunciado y responda las preguntas 58 a 60:

El 30% de los estudiantes de un colegio practica fútbol, el 40% practica baloncesto y el 10% practica ambos deportes. Se elige un estudiante al azar.

58) ¿Cuál es la posibilidad de que el estudiante elegido no practique fútbol ni practique baloncesto?

- A) 0,10
- B) 0,30
- C) 0,40
- D) 0,80



59) Si el estudiante elegido practica fútbol, ¿cuál es aproximadamente la probabilidad de que practique baloncesto?

- A) 0,25
- B) 0,33
- C) 0,67
- D) 1,33



$$\frac{0,1}{0,3} = 0,33$$

60) Si el estudiante elegido practica baloncesto, ¿cuál es aproximadamente la probabilidad de que practique fútbol?

- A) 0,25
- B) 0,33
- C) 0,67
- D) 1,33



$$\frac{0,1}{0,4} = 0,25$$

Práctica Final No.3

- 1) ¿Cuál de las siguientes circunferencias tiene el mismo centro que $(x+1)^2 + y^2 = 4$? $\rightarrow (-1, 0)$

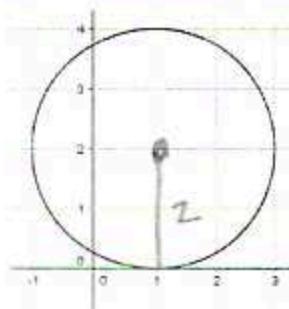
A) $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 4$

B) $(2x+1)^2 + 4y^2 = 9$ $\times 4(x+\frac{1}{2})^2 + 4y^2 = 9$

C) $x^2 + y^2 = 4$

D) $x^2 + 2x + y^2 = 7$ $x^2 + 2x + 1 + y^2 = 8$

- 2) De acuerdo con los datos de la gráfica, el centro y el radio de la circunferencia corresponden a:



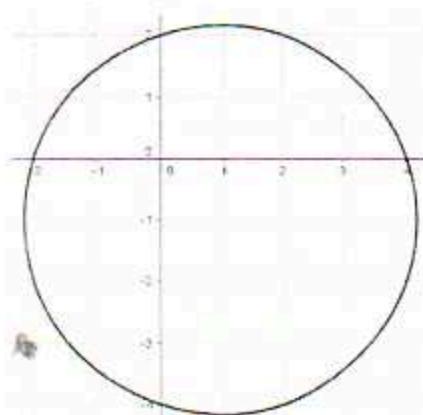
A) $O(2,1), r=2$

B) $O(2,1), r=4$

C) $O(1,2), r=2$

D) $O(1,2), r=4$

- 3) Respecto a la circunferencia mostrada en la figura, el punto $(-2, -3)$ se clasifica como:



A) Interior

B) Exterior

C) Tangente

D) Sobre la circunferencia

- 4) ¿Cuál es la ecuación de una recta tangente a la circunferencia dada por $x^2 + y^2 - 2x + 3y - 18 = 0$ si la recta pasa por el punto de tangencia P(2,3)?

A) $y = 2x - 1$

$$x^2 - 2x + 1 + y^2 + 3y + 9 = 85$$

B) $y = \frac{-3}{2}x + 6$

$$(x-1)^2 + (y+\frac{3}{2})^2 = \frac{85}{4}$$

C) $y = \frac{-2}{3}x + \frac{13}{3}$

$$0(1, \frac{-3}{2})$$

D) $y = \frac{-2}{9}x + \frac{31}{9}$

$$m_{\text{recta}} = \frac{3 - (-\frac{3}{2})}{2 - 1} = \frac{9}{2}$$

$$m_{\text{TAN}} = -\frac{2}{9}, b = 3 + (\frac{2}{9})2 = \frac{31}{9}$$

- 5) Una ecuación de la recta paralela a la recta dada por la ecuación $3y - 5 = -2x$ es:

A) $y = \frac{3}{2}x - 5$

$$3y = -2x + 5$$

B) $y = \frac{2}{3}x - 5$

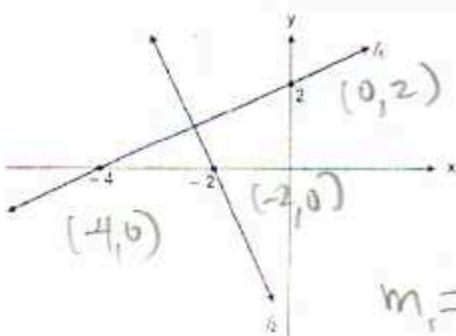
$$y = \frac{-2x + 5}{3}$$

C) $y = \frac{-3}{2}x + 5$

$$m = -\frac{2}{3}$$

D) $y = \frac{-2}{3}x + 5$

- 6) De acuerdo con los datos de la gráfica, si $l_1 \perp l_2$, entonces una ecuación que determina a la recta l_2 es:



A) $y = 2x + 4$

$$m_1 = 2 - 6 = -\frac{1}{2}$$

B) $y = \frac{1}{2}x + 1$

$$m_2 = -2$$

C) $y = -2x - 4$

$$b = 0 - (-2)(-2) \\ = -4$$

D) $y = -\frac{1}{2}x - 2$

- 7) La nueva ecuación de la circunferencia dada por $x^2 + y^2 - 6x + 4y - 3 = 0$, después de una traslación que mueve el punto $P(3, -2)$ al origen del sistema de coordenadas corresponde a:

A) $x^2 + y^2 = 16$

B) $x^2 + y^2 = -16$

C) $x^2 + y^2 - 6x + 4y - 24 = 0$

D) $x^2 + y^2 - 12x + 8y + 20 = 0$

$$x^2 - 6x + 9 + y^2 + 4y + 4 = 34 + 9$$

$$(x-3)^2 + (y+2)^2 = 16$$

$(3, -2)$

$$x^2 + y^2 = 16$$

- 8) Al trasladar el centro de la circunferencia dada por $x^2 + y^2 - 36 = 0$ al punto $P(-2, 4)$ la ecuación ordinaria de la circunferencia que se obtiene es:

A) $(x+2)^2 + (y-4)^2 = 36$

$$(y+2)^2 + (y-4)^2 = 36$$

B) $(x-2)^2 + (y+4)^2 = 36$

C) $(x-4)^2 + (y+16)^2 = 36$

D) $(x+4)^2 + (y-16)^2 = 36$

- 9) La base de un pichel para fresco es una circunferencia que mide 24π . Se le coloca una bandeja en forma de triángulo equilátero de manera que los lados del triángulo son tangentes a la base del pichel. ¿Cuánto mide el perímetro de la bandeja?

A) $24\sqrt{3}$

$$2\pi r = 24\pi$$

$$r = 12$$

B) $48\sqrt{3}$

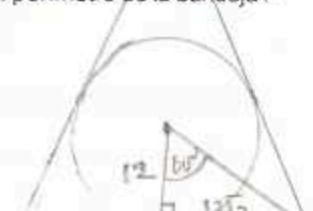
$$\tan 60^\circ = \frac{x}{12}$$

C) $54\sqrt{3}$

$$12 \cdot \tan 60^\circ = x$$

D) $72\sqrt{3}$

$$12\sqrt{3} = x$$



$$x = 24\sqrt{3}$$

$$P = 72\sqrt{3}$$

- 10) En un polígono regular, la suma de las medidas de los ángulos internos y externos es 1980° . ¿Cuál es el total de diagonales de ese polígono?

A) 14

$$S_{\text{int}} = 1980^\circ - 360^\circ$$

B) 28

$$180^\circ(n-2) = 1620^\circ$$

C) 44

$$n-2 = 9$$

D) 88

$$n = 11$$

$$D = \frac{n(n-3)}{2} = 44$$

- 11) Una máquina podadora de césped utiliza una cuchilla especial constituida por una placa hexagonal. Si cada uno de los seis lados de la cuchilla miden 6 cm , entonces, en un giro completo de la cuchilla, ¿cuánta superficie, en centímetros cuadrados, se puede podar?



A) 12π

B) 27π

C) $4\pi\sqrt{3}$

D) $6\pi\sqrt{3}$

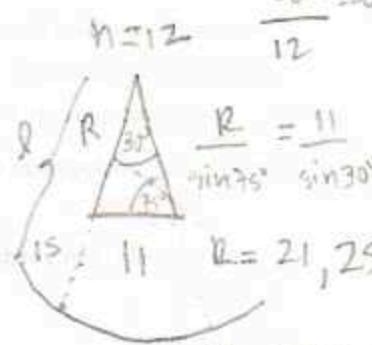
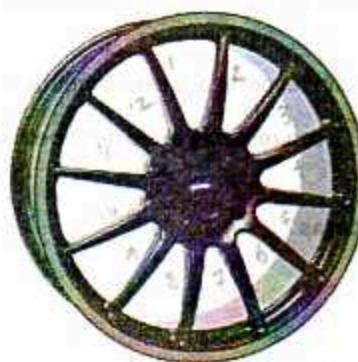
36π

$$R = 6$$

$$A = \pi \cdot R^2$$

$$= 36\pi$$

- 12) El carro que tiene Leonardo tiene los aros como en la siguiente figura:



$$C = 2\pi R = 2\pi \cdot 11 = 22\pi \approx 22,28$$

La distancia entre los rayos, en el punto más lejano, es 11 cm , y el grueso de la llanta (entre el aro y el piso) es de 15 cm . Entonces, cada vuelta que da la llanta recorre una distancia de:

A) $1,34\text{ m}$

B) $2,28\text{ m}$

C) $14,19\text{ m}$

D) $41,28\text{ m}$

$$A_2 = 2\pi rh$$

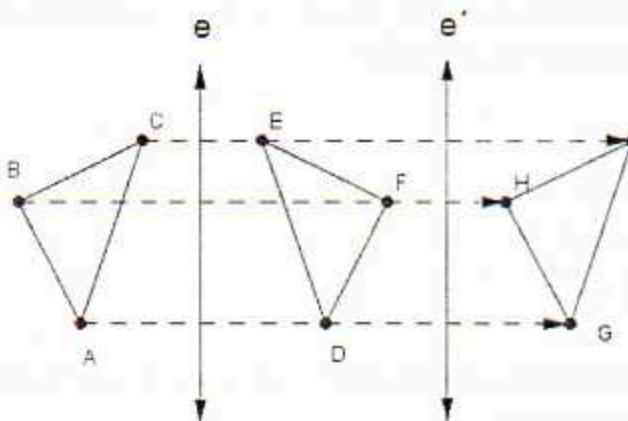
$$= 2\pi \cdot 21,25 \cdot 10$$

$$= 1334,5\text{ m}$$

- 13) Con respecto a la pregunta anterior, ¿cuál sería aproximadamente el área lateral, en metros cuadrados, del aro si el ancho mide 10 cm ?

R/ 1 3 3 4 5 0

- 14) Considere la siguiente figura en la que e es el eje de simetría del $\triangle ABC$ y del $\triangle DFE$, y e' es el eje de simetría del $\triangle DEF$ y del $\triangle GIH$:



De acuerdo con los datos de la figura anterior, considere las siguientes proposiciones:

- I. A es homólogo con F , con respecto al eje de simetría e
- II. \overline{DE} es homólogo con \overline{GI} , con respecto al eje de simetría e'

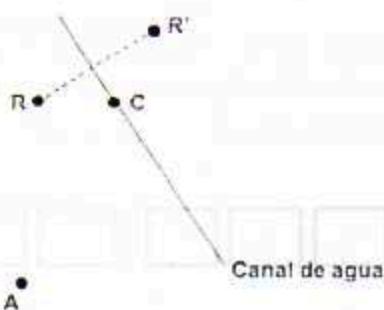
¿Cuáles de ellas son verdaderas?

- A) Ambas
B) Ninguna
C) Solo la I
D) Solo la II

Considere el siguiente contexto:

El canal de agua

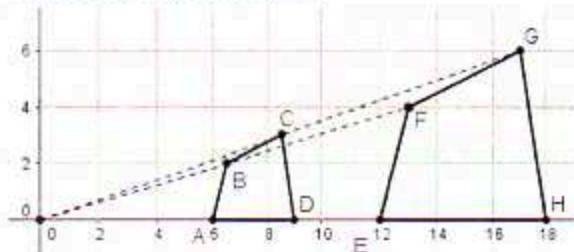
Daniel tiene que salir de su casa, en el punto R , para llenar un recipiente de agua y llevarlos a casa de sus abuelos en el punto A , como se muestra en la figura. Tome en cuenta que el canal es un eje de simetría, R y R' son puntos homólogos y C es la intersección de $\overline{AR'}$ con el eje de simetría.



- 15) De acuerdo con el contexto anterior El canal de agua, ¿cuál es el camino más corto que puede recorrer Daniel?

- A) El que va de R hasta C .
B) El que va de R' hasta A .
 C) El que va de R hasta C y de C hasta A .
D) El que va de R hasta R' y de R' hasta C y de C hasta A .

Considere la siguiente figura:



- 16) De acuerdo con los datos de la figura, el cuadrilátero $EFGH$ con respecto al cuadrilátero $ABCD$ representa una homotecia de razón:

- A) $k = 2$
B) $k = 6$
C) $k = \frac{1}{2}$
D) $k = \frac{1}{3}$

$$OE = kOA$$

$$12 = k \cdot 6$$

$$2 = k$$

- 17) Si el punto simétrico a $(-2, 4)$ respecto al eje de simetría l es $(2, -8)$, entonces, la ecuación de la recta l es:

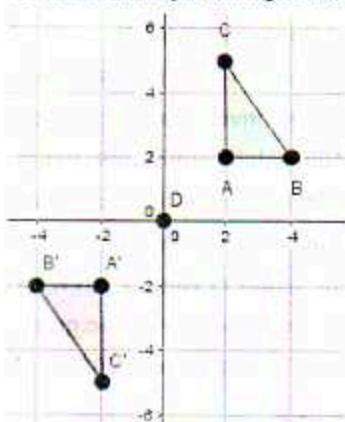
- A) $y = -3x - 2$
B) $y = \frac{x + 26}{3}$
C) $y = \frac{x + 14}{3}$
 D) $y = \frac{x - 6}{3}$

$$M_l = \frac{4 - (-8)}{-2 - 2} = \frac{12}{-4} = -3$$

$$M_l = \frac{1}{3}; b = -2$$

$$y = \frac{x}{3} - 2$$

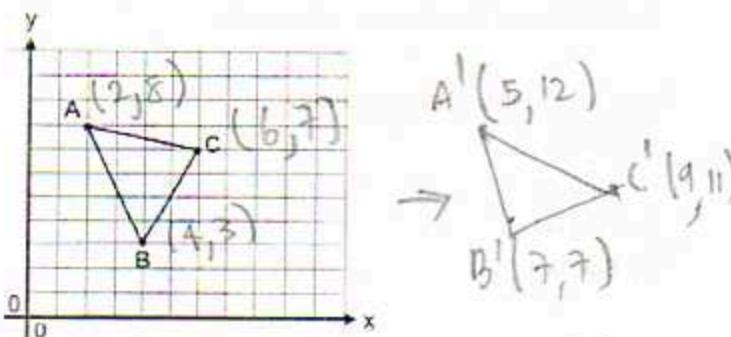
Considere la siguiente figura en un plano cartesiano.



18) De acuerdo con los datos de la figura, ¿cuál transformación representa el $\Delta A'B'C'$ con respecto al ΔABC ?

- A) Rotación.
- B) Traslación.
- C) Homotecia de razón positiva.
- D) Reflexión con respecto al eje y.

Considere la siguiente figura en un plano cartesiano cuya cuadricula tiene una unidad de lado.

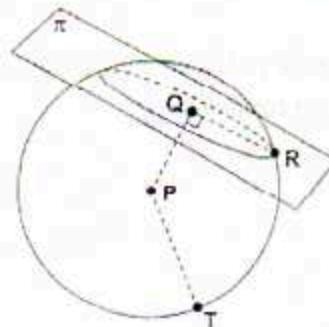


19) Si al ΔABC se le aplica una traslación en dirección $(3, 4)$, entonces, ¿cuáles serían las coordenadas de los nuevos vértices para el $\Delta A'B'C'$ después de la traslación?

- A) $A'(8, 2); B'(3, 4); C'(7, 6)$
- B) $A'(2, 8); B'(4, 3); C'(6, 7)$
- C) $A'(5, 12); B'(7, 7); C'(9, 11)$
- D) $A'(11, 6); B'(6, 8); C'(10, 10)$

Considere la siguiente información para responder las siguientes dos preguntas:

Se le presenta una superficie esférica de centro P que ha sido cortada por un plano π . T es un punto de la esfera, y Q es el centro de la sección obtenida al hacer el corte.



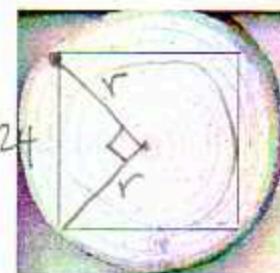
20) ¿Qué nombre recibe la sección plana al realizarse el corte?

- A) Elipse
- B) Parábola
- C) Hipérbola
- D) Circunferencia

21) ¿Qué nombre recibe el \overline{PT} ?

- A) Recta
- B) Radio
- C) Cuerda
- D) Diámetro

22) En la siguiente imagen, se observa un corte transversal de un tronco de madera (supóngase circular), que será utilizado para construir un adorno en forma de cono circular recto de altura 20cm y ocupará como base todo el corte mostrado. La superficie lateral del adorno se pintará con una pintura que cubre 1cm^2 cada mililitro. Si la medida del lado del cuadrado mostrado en la figura es 24cm , entonces, ¿cuántos mililitros de pintura son necesarios para pintar el adorno?



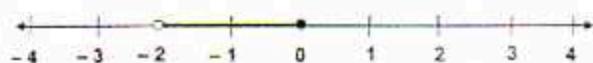
$$\begin{aligned} r^2 + r^2 &= 24^2 \\ r^2 &= 288 \\ r &= 12\sqrt{2} \end{aligned}$$

R/

1	3	9	7	7	2
---	---	---	---	---	---

$$\begin{aligned} 20^2 + (12\sqrt{2})^2 &= g^2 \\ \Rightarrow g &\approx 26,33 \\ A_{\text{c}} &= \pi \cdot 12\sqrt{2} \cdot 26,33 \\ &\approx 1397,72 \end{aligned}$$

Considere la siguiente gráfica:



23) De acuerdo con los datos de la gráfica anterior, ¿cuál es la representación del intervalo por comprensión?

- A) $\{x / x \in \mathbb{R}, -2 \leq x \leq 0\}$
- B) $\{x / x \in \mathbb{R}, -2 \leq x < 0\}$
- C) $\{x / x \in \mathbb{R}, -2 < x \leq 0\}$
- D) $\{x / x \in \mathbb{R}, -2 < x < 0\}$

1-2, 0]

24) Dados dos conjuntos A y B , con $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ y

$B = \{5, 6, 7\}$, $A \cup B$ corresponde a:

- A) $\{5\}$
- B) $\{5, 6, 7\}$
- C) $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$
- D) $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

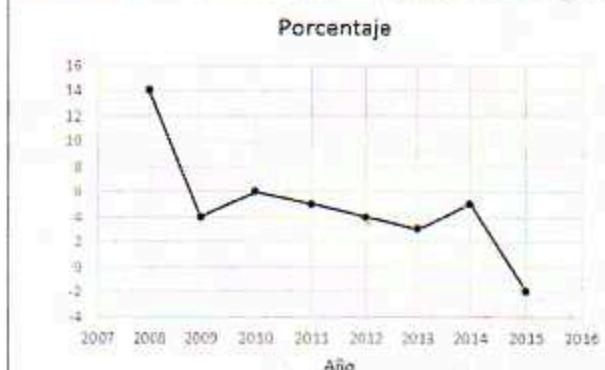
25) Dados dos conjuntos A y B , con $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ y $B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, si A es el conjunto universo, entonces el complemento " B' " de B es:

- A) $\{0, 9\}$
- B) $\{0, 2, 4, 6, 8\}$
- C) $\{0, 1, 3, 5, 7, 9\}$
- D) $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

Considere el siguiente contexto:

Índice de precios al Consumidor (IPC)

El Índice de Precios al Consumidor (IPC), base junio 2015, se calcula mediante una investigación de los precios reportados por 3100 establecimientos sobre bienes y servicios. La recopilación de precios se realiza en las regiones de planificación del país con mayor concentración de población, según el Censo 2011. La siguiente gráfica, adaptada de <http://www.inec.go.cr>, muestra el IPC desde el año 2008 hasta el año 2015.



26) De acuerdo con el contexto Índice de Precios al Consumidor (IPC), considere las siguientes proposiciones:

- I. Del año 2013 al año 2015, el IPC creció.
- II. El IPC en el año 2012 fue inferior al 6%.

¿Cuáles de ellas son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

27) Sean f y g dos funciones con $f(x) = 2x - 3$ y con $g(x) = x^2$. ¿Cuál es el criterio de $(g \circ f)$?

A) $(g \circ f)(x) = 2x^2 - 3$

$g(f(x))$

B) $(g \circ f)(x) = 4x^2 - 9$

$g(2x-3)$

C) $(g \circ f)(x) = 4x^2 - 6x + 9$

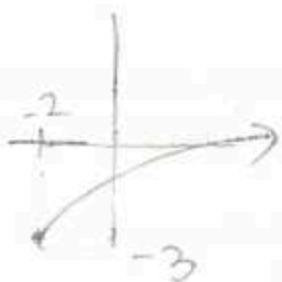
$(2x-3)^2$

D) $(g \circ f)(x) = 4x^2 - 12x + 9$

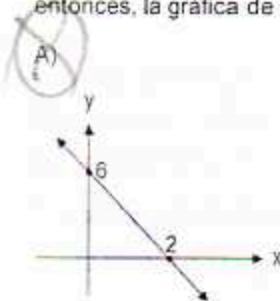
$4x^2 - 12x + 9$

- 28) Si f es la función dada por $f(x) = \sqrt{2+x} - 3$, entonces el dominio de f es:

- A) $]-\infty, -2[$
 B) $]-\infty, -2]$
 C) $[-2, +\infty[$
 D) $]-2, +\infty[$



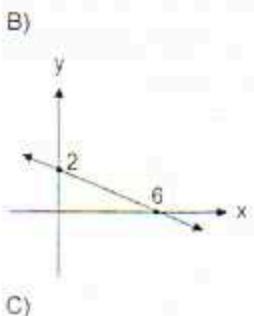
- 29) Si la función lineal f está dada por $f(x) = \frac{-x}{3} + 2$, entonces, la gráfica de f^{-1} es:



$$0 = -\frac{x}{3} + 2$$

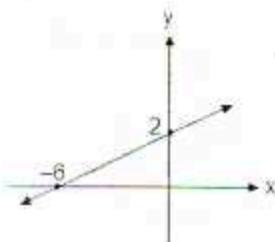
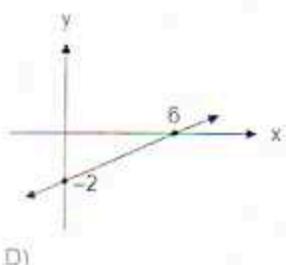
$$-2 = -\frac{x}{3}$$

$$x = 6$$



$$f \rightarrow (6, 0) \text{ y } (0, 2)$$

$$f^{-1} \rightarrow (0, 6) \text{ y } (2, 0)$$

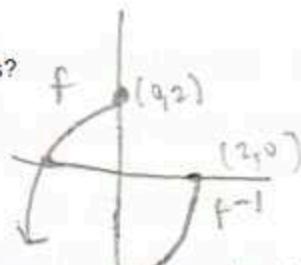


- 30) Las siguientes proposiciones se refieren a la inversa de la función $f :]-\infty, 0] \rightarrow]-\infty, 2]$; con $f(x) = -x^2 + 2$:

- I. La gráfica de la inversa de f interseca el "eje y " en $(0, 2)$.
- II. Si f^{-1} es la inversa de f , entonces, el ámbito de f^{-1} es $]-\infty, 0]$.

De ellas, ¿cuáles son correctas?

- A) Ambas.
 B) Ninguna.
 C) Solo la I.
 D) Solo la II.

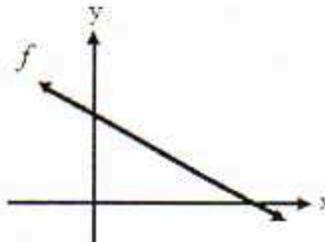


- 31) La pendiente de la recta que contiene los puntos $(-2, 3)$ y $(-4, 8)$ es:

- A) $\frac{5}{6}$
 B) $\frac{2}{11}$
 C) $-\frac{5}{2}$
 D) $-\frac{5}{6}$

$$m = \frac{8 - 3}{-4 - (-2)} = \frac{5}{-2} = -\frac{5}{2}$$

Considere la siguiente gráfica de la función lineal f , dada por $f(x) = mx + b$:



- 32) De acuerdo con los datos de la gráfica anterior, considere las siguientes proposiciones:

- I. $b > 0$
 II. $m > 0$

De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
 B) Ninguna
 C) Solo la I
 D) Solo la II

33) El eje de simetría de la gráfica de la función f dada por

$$f(x) = -x^2 - 6x \text{ es:}$$

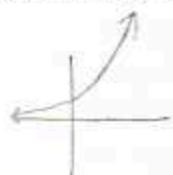
- A) $x = 3$
 B) $x = 9$
 C) $x = -3$
 D) $x = -9$

$$\sqrt{x = -(-6)} = -3$$

34) Considere las siguientes proposiciones referidas a la

$$\text{función } f \text{ dada por } f(x) = \left(\frac{7}{6}\right)^x:$$

- I. f es decreciente. \times
 II. El dominio de f es $[0, +\infty]$. \checkmark
 III. La función inversa es $f^{-1}(x) = \log_{\frac{6}{7}} x$ \checkmark



¿Cuáles de ellas son verdaderas?

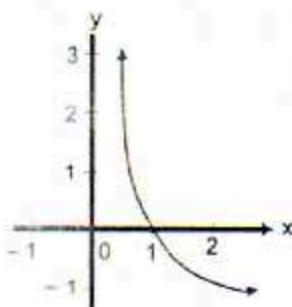
- A) Todas
 B) Solo la I y la II
 C) Solo la II y la III
 D) Solo la III

$$y = \left(\frac{7}{6}\right)^x$$

$$\log_{\frac{6}{7}} y = x$$

$$f^{-1}(x) = \log_{\frac{6}{7}} x$$

35) Considere las siguientes proposiciones, referidas a la gráfica de la función logarítmica f dada por $f(x) = \log_a x$:



- I. $0 < a < 1$. \checkmark
 II. f es creciente. \times

¿Cuáles de ellas son verdaderas?

- A) Ambas
 B) Ninguna
 C) Solo la I
 D) Solo la II

36) Considere las siguientes proposiciones referidas al

$$\text{sistema de ecuaciones dado por } \begin{cases} 5x - 2y = -3 \\ -15x + 6y = 9 \end{cases}$$

I. Las rectas se intersecan en un único punto. \times

II. La solución del sistema es $(1, 4)$. \times

$$-15x + 6y = 9$$

¿Cuáles de ellas son verdaderas?

- A) Ambas
 B) Ninguna
 C) Solo la I
 D) Solo la II

37) Dos empleados de una misma empresa reciben sus salarios según la cantidad de años completos laborados. El empleado A recibe un salario base de €500 000 y una bonificación por cada anualidad de €10 000. El empleado B recibe un salario base de €600 000 y una bonificación por cada anualidad de €5 000. Si empiezan a trabajar en el mismo año, ¿cuántos años deben transcurrir para que ambos empleados ganen la misma cantidad de salario?

- A) 10
 B) 12
 C) 20
 D) 22

$$A: 10000x + 500000$$

$$B: 5000x + 600000$$

$$A - B \Rightarrow 10000x + 500000 - 5000x - 600000 = 0$$

38) La solución de $3^{x+2} = 2^x$ es:

$$5000x = 100000$$

$$\textcircled{C} \quad \frac{-2}{\log_2 3}$$

$$x = 20$$

$$\textcircled{B} \quad \frac{-2}{\log_3 \left(\frac{1}{2}\right)}$$

$$x = \log_2 3^{-2}$$

$$\textcircled{C} \quad \frac{2}{\log_3 \left(\frac{2}{3}\right)}$$

$$x = -2 \log_3 3$$

$$\textcircled{D} \quad \frac{2}{\log_3 \left(\frac{3}{2}\right)}$$

$$\log_3 2$$

$$= \frac{-2}{\log_3 2}$$

39) La expresión $\log(8x^2) - \log(0.5x)$ es equivalente a:

A) $8\log 2$

B) $\log(8x)$

C) $\log(16x)$

D) $\log\left(\frac{15x}{2}\right)$

$$\log \frac{8x^2}{0.5x} = \log 16x$$

40) La solución de $\log(5x+2) = \log(x-3)+1$ es:

A) -1

B) $\frac{11}{2}$

C) $\frac{32}{5}$

D) $\frac{-5}{4}$

$$\log \frac{5x+2}{x-3} = 1$$

$$\frac{5x+2}{x-3} = 10$$

$$5x+2 = 10x-30$$

$$32 = 5x \Rightarrow x = \frac{32}{5}$$

41) Un grupo musical firmó un contrato para vender discos, donde su ingreso " $I(x)$ " en colones, por concepto de las ventas "x", en colones, corresponde a $I(x) = 5750000 + 0.08x$. ¿De cuánto debe ser la venta para obtener un ingreso de € 8740000?

A) €239 200

$$8740000 = 5750000 + 0.08x$$

B) €6 449 200

$$2990000 = 0.08x$$

C) €37 375 000

$$37375000 = x$$

42) La altura " $h(t)$ " en metros de un objeto está dada por

$h(t) = 10t - 5t^2$, donde "t" es el tiempo en segundos. ¿Cuál es la altura máxima que alcanza el objeto?

A) 1 m

$$\Delta = 10^2 - 4(-5)0 = 100$$

B) 4 m

$$y = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-100}{4(-5)} = 5$$

C) 5 m

D) 6 m

Considere una relación entre el tiempo "t", en horas, y el crecimiento de una población "P" de amebas, dada por $\log_2\left(\frac{P}{k}\right) = t$, donde "k" es la población inicial de amebas, para contestar los ítems 43 y 44.

43) Si se observa una población inicial de 6 amebas, entonces, ¿cuántas amebas habrá en 8 horas?

A) 48

B) 96

C) 384

D) 1536

$$\log_2\left(\frac{P}{6}\right) = 8$$

$$2^8 = \frac{P}{6} \Rightarrow P = 1536$$

44) Al expresar el valor de k en función de las demás variables se obtiene:

$$t = \log_2\left(\frac{P}{k}\right)$$

A) $k = P \cdot 2^t$

B) $k = P \cdot 2^{-t}$

C) $k = (2P)^t$

D) $k = (2P)^t$

$$2^t = \frac{P}{k}$$

$$k = \frac{P}{2^t} = P \cdot 2^{-t}$$

Consideré la siguiente información sobre un estudio estadística:

Se ha registrado el peso (masa) en kilogramos de 250 estudiantes de un colegio. Al resumir los datos se obtuvo que la mediana es 67.4 kg, la media aritmética es 74 kg, y la moda es 65 kg.

45) De acuerdo con la información anterior, se puede afirmar con certeza que en los 250 estudiantes:

A) El peso más usual es 65 kg



B) Exactamente 125 pesan 74 kg



C) Al menos un estudiante pesa 67.4 kg

D) Al menos 125 pesan menos de 65 kg



- 46) ¿Cuál podría ser la mediana, la media aritmética y la moda de un grupo de datos con asimetría negativa?

- A) $\bar{X} = 10, Me = 15, Mo = 12$
 B) $\bar{X} = 10, Me = 10, Mo = 12$
 C) $\bar{X} = 15, Me = 10, Mo = 10$
 D) $\bar{X} = 15, Me = 10, Mo = 15$

Média < Mediana

Las secciones del colegio se pusieron de acuerdo para recoger botellas para reciclar. En la siguiente tabla se muestra la cantidad de clases que recogieron la respectiva cantidad de botellas.

Cantidad de botellas	15	20	25	30	35
Cantidad de clases	3	4	8	5	7

(Esto es, hubo 3 clases que recogieron 15 botellas)

- 47) De acuerdo con la información brindada, ¿cuál es el promedio de botellas recogidas en cada clase?

- A) 5,4
 B) 25
 C) 26,67
 D) 144

$$\bar{x} = 26,67$$

- 48) De acuerdo con la información brindada, ¿cuál es la desviación estándar muestral de la distribución?

R/ 

$$S_x = 6,65$$

Considere el siguiente contexto y responda las preguntas 49 y 50:

Las Calderas

Al tomar una muestra, las calderas de una planta de energía de vapor de alta presión tuvieron las siguientes eficiencias en porcentajes:

90,3 91,6 90,9 90,4 90,3 91,0 87,9 89,4

- 49) ¿Cuál es aproximadamente la variancia de las eficiencias, en porcentajes, de las calderas?

- A) 1,13
 B) 1,24
 C) 1,30
 D) 1,31

$$S_x^2 = 1,2964$$

- 50) ¿Cuál es el recorrido de las eficiencias, en porcentajes, de las calderas?

- A) 0,90
 B) 3,70
 C) 90,23
 D) 90,35

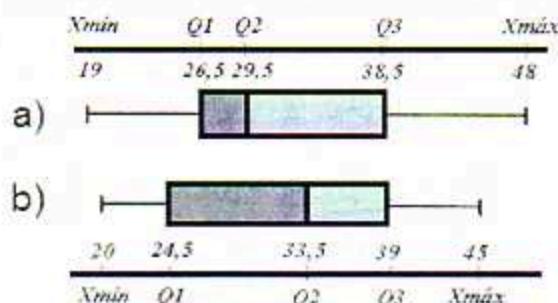
$$\text{máx - mín}$$

$$91,6 - 87,9$$

$$3,7$$

- 51) Considere la información referida a la comparación de la distribución de las edades, de los integrantes de dos grupos de 20 personas cada uno, que están representadas en el siguiente diagrama:

Distribución de edades



- I. Las edades comprendidas entre el 25% y el 50% de la población representada en la caja "a" están más dispersas que las edades comprendidas entre el 25% y el 50% de la población representada en la caja "b".

- II. El recorrido intercuartílico de Q_1 a Q_3 de la población representada en la caja "a" es de 12 años.

¿Cuáles de ellas son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

$$38,5 - 26,5$$

$$= 12$$

Considere el siguiente contexto y responda las preguntas 52 y 53:

La masa media de los niños de una clase es de 58,2 kg, y su desviación estándar es 3,1 kg. La masa media de las niñas de esa clase es 52,3 kg y su desviación estándar es 5,2 kg.

- 52) ¿Cuál es aproximadamente el coeficiente de variación de la masa media de los niños y el de las niñas, respectivamente?

- A) 5,3% y 9,9%
- B) 0,53% y 0,99%
- C) 18,77% y 10,08%
- D) 55,10% y 47,20%

$$CV \text{ NIÑOS} = \frac{3,1}{58,2}$$

$$= 5,32\%$$

$$CV \text{ NIÑAS} = \frac{5,2}{52,3}$$

$$= 9,94\%$$

- 53) Considere las siguientes proposiciones:

- I. La masa de los niños posee mayor variabilidad que la masa de las niñas.

- II. La masa promedio de los niños es mayor que la masa promedio de las niñas.

¿Cuáles de ellas son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

- 54) Considere dos grupos de datos en los cuales el grupo A tiene mayor recorrido, menor recorrido intercuartílico y menor coeficiente de variación que el grupo B. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones podrían deducirse de esa afirmación?

- A) La moda en el grupo A, al igual que la simetría, es mayor en el grupo A que en el grupo B.
- B) El promedio del grupo B es mayor que el promedio en el grupo A.
- C) En el grupo A hay valores extremos que hacen grande el recorrido, pero los valores cercanos a la mediana son menos dispersos que en el grupo B.
- D) En el grupo A el promedio es más bajo, pero la desviación estándar es mayor en el grupo B.

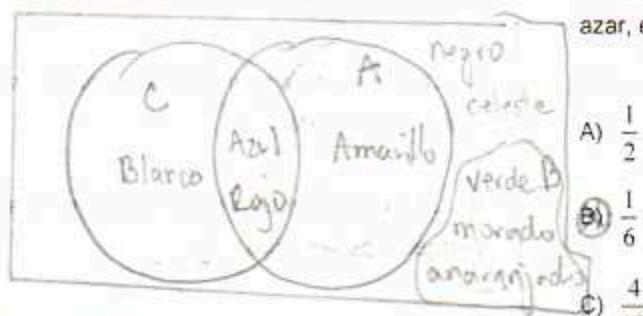
Considere el conjunto de colores: Azul, rojo, amarillo, anaranjado, morado, verde, negro, celeste y blanco. Se escogerá al azar un color, y se definen los eventos *A*: el color es primario, *B*: el color es una combinación de dos colores primarios, y *C*: el color está en la bandera de Costa Rica. Utilice esta información para contestar las preguntas 55 a 57.

- 55) El evento *B* es:

- A) {azul, rojo, amarillo}
- B) {blanco, azul, rojo}
- C) {verde, morado, anaranjado, café}
- D) {verde, morado, anaranjado}

56) Dos eventos mutualmente excluyentes son:

- A) $A \text{ y } B$
- B) $A \text{ y } C$
- C) $A^c \text{ y } B$
- D) $C \text{ y } B$



58) Encuentre la probabilidad de que al escoger un libro al azar, este sea una novela en inglés.

- A) $\frac{1}{2}$
- B) $\frac{1}{6}$
- C) $\frac{4}{13}$
- D) $\frac{4}{9}$

57) La probabilidad del evento $A \cup B$ es:

- A) $\frac{1}{3}$
- B) $\frac{2}{3}$
- C) $\frac{4}{9}$
- D) $\frac{5}{9}$

$$\frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

En la biblioteca de Alicia se puede clasificar los libros por idioma, y en tipo de libro, obteniendo los siguientes resultados:

	Novelas	Textos	Cuentos
Inglés	20	15	30
Español	25	15	15

$$\begin{matrix} 65 \\ 55 \\ 120 \end{matrix}$$

Utilice los datos para contestar las preguntas 58 a 60.

59) Encuentre la probabilidad de que al escoger un libro en español este sea de cuentos.

R/ 0 0 0 0, 2 7

$$\frac{15}{55} \approx 0,27$$

60) Santiago toma un libro al azar de la biblioteca de Alicia, y nota que este no es de cuentos inglés. ¿Cuál de las siguientes posibilidades tiene mayor probabilidad de ser la categoría del libro que tomó Santiago?

- A) Texto en inglés
- B) Texto en español
- C) Cuentos en inglés
- D) Novela en español