

Olimpiada de Matemáticas en Hidalgo  
Problemas resueltos

Comité olímpico de Matemáticas en Hidalgo

24 de abril de 2012



# Índice general



# Introducción

En este libro se incluyen los exámenes aplicados en las olimpiadas estatales de matemáticas del estado de Hidalgo, desde 2007 a la fecha.



# Capítulo 1

## 2007

### Problema 1

Calcular el valor de

$$\sqrt{1 + 3 + 5 + 7 + \cdots + 2003 + 2005 + 2007}, \quad (1.1)$$

donde la suma dentro de la raíz cuadrada es la suma de todos los números impares del 1 al 2007.

**Solución:** La suma  $1 + 3 + \cdots + (2n - 1)$  de los primeros  $n$  números impares es igual a  $n^2$ . Si  $2n - 1 = 2007$  entonces  $n = 1004$ , por lo que la suma ?? vale  $1004^2$ .

### Problema 2

Encuentre el volumen de un cono truncado de altura 2, que tiene base inferior de radio 4 y base superior de radio 3 (ver la figura).

**Solución:** La fórmula de volumen del cono es

### Problema 3

Considere un triángulo de lados  $a$ ,  $b$  y  $c$ . Tome un punto  $P$  cualquiera en el interior del triángulo y desde este punto trace segmentos perpendiculares a cada

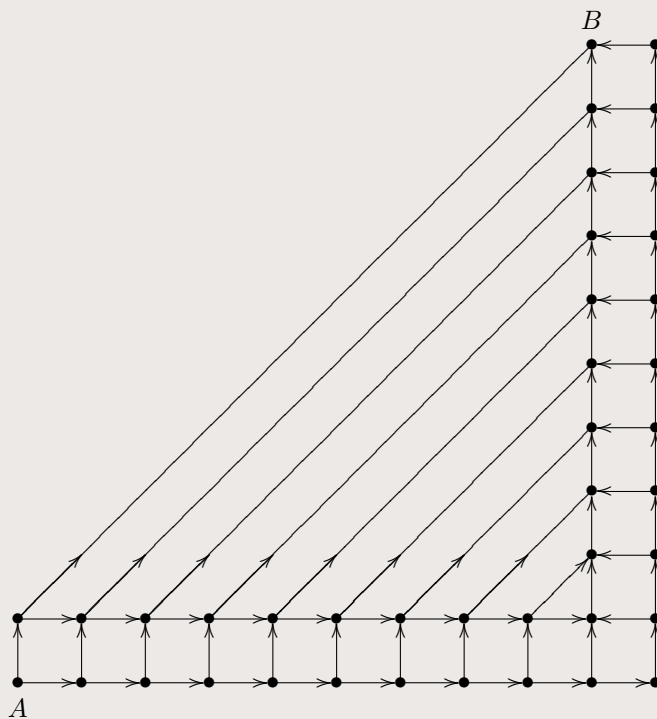
uno de sus lados. Suponga que  $x$ ,  $y$  y  $z$  son las longitudes de estos segmentos perpendiculares a los lados  $a$ ,  $b$  y  $c$ , respectivamente. Demuestre que el área  $A$  del triángulo es igual a

$$A = \frac{1}{2}(ax + by + cz). \quad (1.2)$$

**Solución:**

**Problema 4**

Del siguiente diagrama calcule de cuantas maneras distintas se puede llegar del punto  $A$  al punto  $B$ , respetando las direcciones de las flechas.



**Solución:**



**Problema 5**

Considere la ecuación de segundo grado

$$x^2 - 15ax + a^2 = 0. \quad (1.3)$$

Encuentre todos los valores de  $a$  de modo que las soluciones  $x_1$  y  $x_2$  de esta ecuación satisfacen

$$x_1^2 + x_2^2 = 2007. \quad (1.4)$$

**Solución:**

**Problema 6**

¿De cuántas maneras se pueden sacar 10 canicas de una bolsa que contiene 7 canicas rojas, 8 azules y 7 verdes, si una vez que se sacaron no importa en que orden quedaron?

**Solución:**



## Capítulo 2

2008



## Capítulo 3

2009



## Capítulo 4

2010





## Capítulo 5

2011



## Capítulo 6

2012