

Olimpiada de Matemáticas en Hidalgo
Problemas resueltos

Comité olímpico de Matemáticas en Hidalgo

24 de abril de 2012

Índice general

1. 2007	1
2. 2008	5
3. 2009	7
4. 2010	9
5. 2011	11
6. 2012	13

Introducción

En este libro se incluyen los exámenes aplicados en las olimpiadas estatales de matemáticas del estado de Hidalgo, desde 2007 a la fecha.

Capítulo 1

2007

Problema 1

Calcular el valor de

$$\sqrt{1 + 3 + 5 + 7 + \cdots + 2003 + 2005 + 2007}, \quad (1.1)$$

donde la suma dentro de la raíz cuadrada es la suma de todos los números impares del 1 al 2007.

Solución: La suma $1 + 3 + \cdots + (2n - 1)$ de los primeros n números impares es igual a n^2 . Si $2n - 1 = 2007$ entonces $n = 1004$, por lo que la suma 1.1 vale 1004^2 .

Problema 2

Encuentre el volumen de un cono truncado de altura 2, que tiene base inferior de radio 4 y base superior de radio 3 (ver la figura).

Solución:

Problema 3

Considere un triángulo de lados a , b y c . Tome un punto P cualquiera en el interior del triángulo y desde este punto trace segmentos perpendiculares a cada

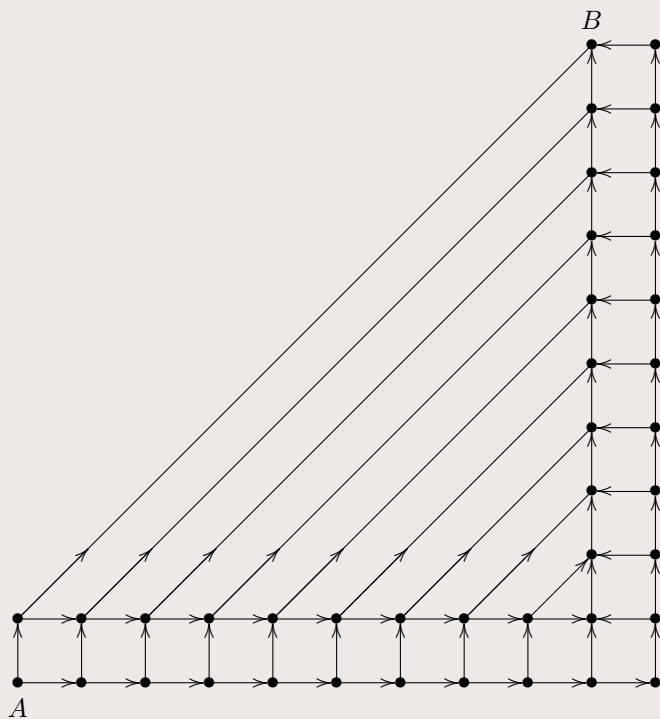
uno de sus lados. Suponga que x , y y z son las longitudes de estos segmentos perpendiculares a los lados a , b y c , respectivamente. Demuestre que el área A del triángulo es igual a

$$A = \frac{1}{2}(ax + by + cz). \quad (1.2)$$

Solución:

Problema 4

Del siguiente diagrama calcule de cuantas maneras distintas se puede llegar del punto A al punto B , respetando las direcciones de las flechas.



Solución:

Problema 5

Considere la ecuación de segundo grado

$$x^2 - 15ax + a^2 = 0. \quad (1.3)$$

Encuentre todos los valores de a de modo que las soluciones x_1 y x_2 de esta ecuación satisfacen

$$x_1^2 + x_2^2 = 2007. \quad (1.4)$$

Solución:

Problema 6

¿De cuántas maneras se pueden sacar 10 canicas de una bolsa que contiene 7 canicas rojas, 8 azules y 7 verdes, si una vez que se sacaron no importa en que orden quedaron?

Solución:

Capítulo 2

2008

Capítulo 3

2009

Capítulo 4

2010

Capítulo 5

2011

Capítulo 6

2012