2. ASTEROIDES O "PLANETAS MENORES"

Cinco planetas visibles a simple vista — Mercurio, Venus, Marte, Júpiter y Saturno — han sido conocidos desde la antigüedad. En 1781 un nuevo planeta, Urano, más allá de la órbita de Saturno, fue descubierto por William Herschel y, posteriormente en 1846, más allá de la órbita de Urano fue descubierto Neptuno

Así como los anteriores, existen millares de pequeños cuerpos los cuales ocupan órbitas entre Marte y Júpiter (figura 2.1). El primero de éstos fué descubierto el 1ero de enero de 1801 en Palermo, Italia, por Giuseppe Piazzi y fue llamado Ceres en honor de la diosa tutelar de Sicilia. A este descubrimiento pronto le siguieron otros. A los primeros se les dió nombres individuales, generalmente femeninos, escogidos de la mitología clásica tales como Palas, Vesta, Juno e Iris. Cientos fueron revelados a través de búsquedas visuales y fueron listados por el número de orden del descubrimiento, empezando por Ceres como el número uno. Estos pequeños cuerpos también son llamados de asteroides o "planetas menores" (A partir del 2006, la International Astronomical Union los denominó oficialmente únicamente con el nombre de asteroides. Sin embargo el catálogo de la IAU de estos cuerpos no ha sido alterado y aún mantiene el nombre de planetas menores). Con el uso de la fotografía decenas de miles de asteroides han sido descubiertos y aún se siguen descubriendo. Sus movimientos son tan rápidos que sobre una fotografía de exposición larga sus imágenes aparecen como marcas contínuas (trazos); realmente, ésta es la manera como nuevos asteroides son reconocidos. La fotografía (placa 2.1) incluye ejemplos de tales trazos que serán usados aquí para la demostración del movimiento planetario.

La placa 2.1 cubre una pequeña área en el plano de la eclíptica. La eclíptica es definida por la trayectoria anual aparente del Sol a través del cielo. Debido a que la Tierra gira entorno del Sol, ésta parece completar una revolución completa del cielo con respecto de las estrellas. Su trayectoria define el gran círculo de la eclíptica, la cual esta inclinada 23.4° respecto del ecuador celeste. En los solsticios, junio y diciembre, el Sol hace un ángulo de +23.4° o -23.4° respectivamente, respecto del ecuador celeste. En los equinoccios, marzo y septiembre, la posición del Sol sobre la eclíptica coincide con el ecuador celeste y el ángulo relativo es 0°.

Por otro lado, las órbitas de los planetas son gobernadas por las leyes de Kepler. La primera ley establece que los planetas se mueven en elipses con el Sol en uno de sus focos (figura 3.1). La segunda ley describe la tasa de movimiento del planeta en diferentes posiciones sobre la elipse: cuando la órbita es un círculo, el movimiento se hace uniforme. La tercera ley establece que el cuadrado del período (P) de traslación de un planeta es proporcional al cubo del semieje mayor (la mitad del eje mayor de la elipse, a) o, en el caso de una órbita circular, el radio del círculo. La fórmula es

$$P^2 = ka^3$$

Las leyes de Kepler son explicadas por las leyes de la gravitación de Newton. La ley de la gravitación establece que la fuerza entre dos cuerpos masivos es proporcional al producto de las masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre ellos.

La ley, para dos masas *M* y *m* separadas por una distancia *r, es descrita* :

$$F = GMm/r^2$$

donde *G* es la constante de gravitación.

Partiendo de la ley de Newton de gravitación, la tercera ley de Kepler es derivada en la forma

$$P^2 = 4\pi^2 a^3/G(M+m)$$

donde *P* es el período en segundos, *a* es el semieje mayor en metros y, *M* y *m* son las masas en kilogramos del Sol y del planeta respectivamente.

Si las unidades son cambiadas de modo que el periodo es dado en años (el periodo de la Tierra alrededor del Sol), la distancia en unidades astronómicas (UA, la distancia de la Tierra al Sol) y la masa en unidades de masa solar, la tercera ley se expresa así:

$$P^2 = a^3/(M+m)$$

Dentro del sistema solar, $M = 1$, y *m*, la masa del planeta, es tan pequeña comparada a la masa del Sol que puede ser generalmente dejada de lado en la fórmula. Colocando el valor unitario para *M*, la fórmula de la tercera ley de Kepler queda en la forma como fue enunciada por su descubridor, Kepler:

$$P^2 = a^3$$

La mayoría de los asteroides tienen órbitas que se encuentran cercanas al plano de la eclíptica. Sus trayectorias se extienden rigurosamente sobre un cinturón entre 2 y 4 UA desde el Sol. Además del "cinturón de asteroides" hay grupos en órbitas bastante diferentes, por ejemplo los "asteroides Apolo", llamados así por el primero de su tipo, los que se mueven en órbitas altamente excéntricas que cruzan las órbitas de Marte y la Tierra.

El estudio de las órbitas y del número de asteroides es importante para el entendimiento de la historia del sistema solar. Si una órbita es un perfecto círculo, dos observaciones de la posición y del intervalo de tiempo entre las observaciones son suficientes para especificar la órbita completamente. Las órbitas de los asteroides en el cinturón no son muy excéntricas y como una primera aproximación pueden ser asumidas circulares.

Cuando un planeta se encuentra a 180° del Sol medido en el cielo, se dice que está *en oposición*, y la geometría de la configuración del Sol, Tierra y planeta es bastante simple (figura 2.2(*a*)). La figura 2.2(*b*) muestra los movimientos orbitales de la Tierra y los asteroides cuando están en oposición. Sus distancias desde el Sol son respectivamente *a* y *b* en metros. Los vectores muestran las velocidades de los dos cuerpos. Los planetas menores viajan mas lentamente que la Tierra, y a un observador sobre la Tierra le parecerá que se moverán hacia atrás, o de manera *retrógrada* (figura

2.2(*c*)). La posición del planeta menor al comienzo de la exposición es por lo tanto al este o a la izquierda del trazo que deja a su paso, y la velocidad del planeta relativa a la Tierra es la diferencia entre las dos velocidades.

La formula de la velocidad del planeta en una órbita circular de radio a es

$$V = (GM/a)^{1/2}$$

lo que significa que la velocidad es inversamente proporcional a la raíz cuadrada de la distancia al Sol. (Esta es la fórmula de la tercera ley de Kepler expresada de otra manera, como puede ser demostrado, substituyendo V por $2\pi a/P$ en la fórmula de la tercera ley dada anteriormente).

Si las velocidades de la Tierra V_0 y del planeta menor V están en m s^{-1} y sus respectivas órbitas a y b en m, la velocidad angular W es (figura 2.2(*c*))

$$(V_0 - V)/(b - a) \ \text{rad s}^{-1}.$$

Como las velocidades son inversamente proporcionales a la raíz cuadrada de la distancia tenemos que

$$V = V_0(a/b)^{1/2}.$$

Substituyendo este resultado en la expresión de la velocidad angular, resulta

$$W = V_0[1 - (a/b)^{1/2}]/(b - a).$$

Esta fórmula puede ser simplificada con un poco de álgebra. Hacemos $(b - a) = a(b/a - 1)$ y factorizamos $(b/a - 1)$ como la diferencia de dos cuadrados: $[(b/a)^{1/2}+1]x[[(b/a)^{1/2}-1]$. El valor de V_0, la velocidad de la Tierra, es $2\pi a/P$ donde P es el período de un año en segundos, de modo que $V_0/a = 2\pi/P$.

El resultado es

$$W = (2\pi/P)/[(b/a)+(b/a)^{1/2}] \ \text{rad s}^{-1}.$$

Este resultado significa que la longitud del trazo dividido por el tiempo de exposición puede darnos un valor de b/a. Si a es 1 Unidad Astronómica, el factor b/a es la distancia de la órbita planetaria medida desde el Sol en UA.

La tabla 2.1 da detalles de la placa 2.1.

Tabla 2.1

Fecha de la fotografía	20 de julio de 1977
Coordenada del campo	19h 57m (299.2°), -20.0°
Coordenada del Sol	7h 55m (118.8°), 20.8°
Tiempo de exposición	70 minutos

Ejercicio 1. Hacer uso de la información de la tabla 2.1 para identificar el cinturón de asteroides sobre la fotografía. La fotografía está alineada con el norte a la

izquierda y el este abajo. La precisión de la dirección norte-sur es mejor que un grado.

Sugerencias. Es obvio de las coordenadas del Sol y del campo que este último está en oposición, estando casi exactamente diametralmente opuesto al Sol en el cielo. El cinturón de asteroides se mueve en el plano de la eclíptica. El problema es encontrar la dirección de la eclíptica en la fotografía. La dirección este-oeste sobre la fotografía es paralela al ecuador. Consulta un atlas estelar en el cual la eclíptica este mostrada para localizar la posición del campo a partir de sus coordenadas. Encontrarás que el campo está en ó muy cerca de la eclíptica. Mide el ángulo que la eclíptica hace con la dirección este-oeste sobre el atlas (puedes encontrar mas fácil medir la dirección norte-sur para evitar los círculos curvados de declinación).

Localiza los trazos sobre la fotografía; dibuja una línea fina con lápiz sobre la fotografía o sobre un papel transparente a lo largo de cada trazo y continua la línea. Marca también sobre el papel la dirección este-oeste. Es recomendable un papel milimetrado transparente para hacer un buen alineado. Mide el ángulo entre el trazo y la horizontal. Un trazo que sea paralelo a la eclíptica debe estar inclinado en el mismo ángulo que mediste desde el atlas, pero debes incluir cualquier trazo dentro de 2-3° de este valor, ya que representan objetos que se mueven en o cerca del plano de la eclíptica.

Ejercicio 2. De la trayectoria de los trazos y de la información anterior, calcula la distancia del cinturón de asteroides desde el Sol en UA.

Sugerencias. Los trazos, siendo pequeños, deben ser medidos con la mayor precisión posible para obtener un resultado razonablemente preciso. Medir con un fino cuadriculado, o en todo caso, con una regla milimétrica estimando la más cercana cuarta o quinta parte de un milímetro usando un pequeño amplificador (una lupa es una buena opción). De la escala dada en la fotografía convierte la longitud del trazo a medida angular en segundos de arco. Divide este valor por el tiempo de exposición en segundos para obtener la tasa angular de movimiento del asteroide en segundos de arco por segundo.

Utiliza la fórmula derivada anteriormente para calcular la velocidad angular del asteroide:

$$W = (2\pi/P)/[(b/a)+(b/a)^{1/2}] \text{ rad s}^{-1}.$$

Multiplicando por el número de segundos de arco en un radián, este valor es convertido a segundos de arco por segundo. P en la fórmula es la cantidad de segundos en un año (ver Apéndice 1).

Si la velocidad angular en la fórmula se iguala a la velocidad angular que mediste, puedes obtener una ecuación para b/a. Esta puede ser resuelta por álgebra, pero es más fácil resolverla por aproximación con una calculadora. Sabemos que los planetas menores están más allá de Marte, luego intentamos primero con los números 2, 3 o 4 para obtener el número total más cercano, y luego intentamos con valores intermedios hasta obtener la solución correcta.