

第一章概论

1. 请计算下面程序中变量res最终的值,给出计算过程。

$1 \ll k$ 表示1左移k位,即 2^k 。

```
int res = 0;
int k = 6;
for (int i = 1; i <= 1 << k; i++)
    for (int j = 1; j <= i; j *= 2)
        res++;
```

2. 已知下列算法时间函数,写出其以 Θ 表示的运算时间 (结果尽可能简洁):

(1). $T(n) = \frac{3}{2}n^3 \log n + \frac{1}{50}n^{3.6}$

(2). $T(n) = 3^n + n^6$

(2). $T(n) = 5 \times 10^6$

(4). $T(n) = 3T(n-1) + 2$, 且 $T(1) = 1$ (请写出推导过程)

3. 证明

(1) 对于任意实数 $a > b > 1$, $b^n = O(a^n)$, 但 $a^n \neq O(b^n)$ 。

(2) $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k} = \Theta(\log n)$

(3) 给定 $T(1) = 0, T(n) = T(\lfloor \frac{n}{2} \rfloor) + 1$, 证明 $T(n) = O(\log n)$ 。