|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 总分 | 一 | 二 | 三 | 四 | 五 | 六 | 七 | 八 | 九 |
|  | 15 | 10 | 12 | 20 | 10 | 6 | 6 | 15 | 6 |

东北大学考试试卷（A 闭卷）

|  |
| --- |
| 学　院 |
|  |
| 班　级 |
|  |
| 学　号 |
|  |
| 姓　名 |
|  |

……………○……………密……………○……………封……………○…………线………………………………

2016—2017学年　第　一　学期

　　　　　　　　　　　 课程名称：概率论与数理统计 （**共3页** ）

　　　　　　　　┄┄┄┄┄┄┄┄┄┄┄┄┄┄┄┄┄┄┄┄┄┄┄┄┄┄┄┄┄┄┄┄┄┄┄┄┄┄┄┄┄┄┄┄┄┄┄┄┄┄┄┄┄┄┄┄┄┄┄┄┄

2. 某两名应届毕业生参加以抽签方式进行的应聘答题考试，假设10套考题中4套较难题、6套中等题，两人依次抽取，求两人抽题结果的联合分布律．

解 设X, Y，那么X,Y的联合分布律为

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| X \ Y | 0 | 1 |
| 0 | 2/15 | 4/15 |
| 1 | 4/15 | 1/3 |

**得分：**

|  |
| --- |
|  |

一、填空题（每小题3分，共15分）

1. 设A、B、C为三个随机事件，则不多于一个事件发生的事件为 .

2. 有5个电子元件，其中3件正品、2件次品. 安装某系统需要一个正品. 随机抽取，则抽到第一个正品时已抽取次数X的分布函数F(x)=

3. 设二维随机变量(X,Y)在区域上服从均匀分布，则P π/48 .

4.　已知随机变量X1,X2,…相互独立同分布于泊松分布P(2)，则依概率收敛于 4 .

5. 已知X是正态总体，来自X的一个简单随机样本（容量为10）的样本均值为24、样本方差为11，则X的总体方差的置信度为95%的置信区间为 () .

（注：分位数用分位数符号表示，其余量代入数）

**得分：**

三、计算题 （每小题3分，共12分）

|  |
| --- |
|  |

设随机变量X与Y同分布，X的分布律为P{X=0}=1/3, P{X=1}=2/3，相关系数ρXY=1/2.

1. 求(X,Y)的联合分布律.

解 X, Y均取0,1，设P{X=1, Y=1}=p，那么由ρXY=1/2, E(X)=E(Y)=2/3, D(X)=D(Y)=2/9,E(XY)=p，得

p=5/9. 所以(X,Y)的联合分布律为

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| X \ Y | 0 | 1 |
| 0 | 2/9 | 1/9 |
| 1 | 1/9 | 5/9 |

1. 求在X=1下Y的条件分布律.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Y | X=1 | 0 | 1 |
| P | 1/6 | 5/6 |

1. 求Z=max{X, X-Y}的分布律.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Z | 0 | 1 |
| P | 1/3 | 2/3 |

1. 求P{2X-Y≤1}.

P{2X-Y≤1}=8/9.

二、计算题 （每小题5分，共10分）

|  |
| --- |
| **得分：** |

1. 1. 甲袋装有5个白球、7个黑球，乙袋装有3个白球、12个黑球.抽编号为1,2,3的卡片，抽到1号或3号，则从甲袋中摸一个球；抽到2号，则从乙袋中摸一个球.若摸到的是白球，那么它是甲袋中的球的可能性有多大？

解 .

**得分：**

**得分：**

**得分：**

**得分：**

五、计算题 （每小题5分，共10分）

|  |
| --- |
|  |

四、计算题 （每小题5分，共20分）

|  |
| --- |
|  |

|  |
| --- |
| 学　院 |
|  |
| 班　级 |
|  |
| 学　号 |
|  |
| 姓　名 |
|  |

……………○……………密……………○……………封……………○…………线………………………………

1. 随机变量求的概率密度.

解 ∵ 

∴ 

2. 今有两种投资方式，收益率的分布分别如下：

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| X | 5% | 10% |  | 与 |  | Y | -5% | 0 | 15% | 20% |
| P | 0.6 | 0.4 |  |  | P | 0.2 | 0.2 | 0.4 | 0.2 |

如果你是投资人，且只允许选取一种投资方式，请运用概率知识阐述你如何投资决策．

解 **前者投资稳赚不赔**，**后者**则**有可能产生损失**，但**损失率较低**；**前者**只有**40%的机会**获得**中等收益**（10%），但**后者**有6**0%的机会**获得更**高收益**. 另外，E(X)=7%<E(Y)=9%，即**后者**投资的**平均收益率比前者的高出2个百分点**，√D(X)= √7%<<√D(Y)= √94%，说明**后者属低风险、高回报的投资**. 所以，从总体上看，后种投资获得更多收益的可能明显大于前种投资. 本人属于……，所以选择投资……

设随机变量X,Y的联合概率密度为

1. 求P{X1, Y1}.



1. 求边缘概率密度.



1. 求条件概率密度.

根据对称性，有

，

所以，



1. 求Z=X+Y的概率密度.



**得分：**

**得分：**

六、计算题 （6分）

|  |
| --- |
|  |

某单位一电话总机下设100个电话分机，若每个电话分机有20%的时间使用外线通话，且每个分机使用外线通话与否是相互独立的，则总机最少要设置多少条外线，才能以不低于95%的概率保证每个电话分机使用外线时是畅通的？（Φ(1.645)=0.95, Φ(1.96)=0.975）

解 设同时使用外线的电话数为X，设置n条外线，则X～B(100,0.2).

根据中心极限定理可知，X近似地服从N(20,16). 由P{0≤X≤n}≈Φ((n-20)/4)，于是令

Φ((n-20)/4) ≥0.95，

即 (n-20)/4≥1.645，

n≥26.58.

所以至少要设置27条外线.

2. 求θ的最大似然估计量

解 似然函数为，

，

令 

得θ的最大似然估计量为 

3. 说明是否为θ的无偏估计量与相和估计量

， 是算术平均，且满足辛钦大数定理条件，所以既是θ的无偏估计量又是θ的相和估计量.

**得分：**

……………○……………密……………○……………封……………○…………线………………………………

七、计算题 （6分）

|  |
| --- |
|  |

|  |
| --- |
| 学　院 |
|  |
| 班　级 |
|  |
| 学　号 |
|  |
| 姓　名 |
|  |

总体X，X1, X2, …, X24是来自X的一个简单随机样本，是该样本均值，是该样本方差，，求.

解 ，

，

.

八、计算题 （15分）

|  |
| --- |
|  |

**得分：**

**得分：**

九、计算题 （6分）

|  |
| --- |
|  |

**得分：**

设总体X的分布函数为



其中θ是未知参数且大于零，X1,X2,…,Xn为来自总体X的简单随机样本.

1. 求E(X2)

解 

E(X2)=.

设某厂生产一种灯管，已知灯管寿命X服从正态分布N(μ, 40000). 以往的经验表明，灯管的平均寿命不会超过1500小时. 工厂如今采用了一种新工艺，抽查了新工艺下生产的25只灯管，测得寿命均值为1575小时. 在α=0.05下，可以认为新工艺提高了灯管的平均寿命吗？

z0.025=1.960, z0.05=1.645, t0.05(24)=1.7109, t0.05(25) =1.7081, t0.025(24)=2.0639, t0.025(25)=2.0595

解 根据题意，提出假设： H0: μ≤1500，H1: μ>1500 ( H0: μ>1500，H1: μ≤1500 )，

检验统计量：，

拒绝域：， (  )

计算观测值： (  ) ，

结论：拒绝H0，即在α=0.05下认为新工艺提高了灯管的平均寿命（接受H0，即在α=0.05下认为新工艺提高了灯管的平均寿命）.

**得分：**