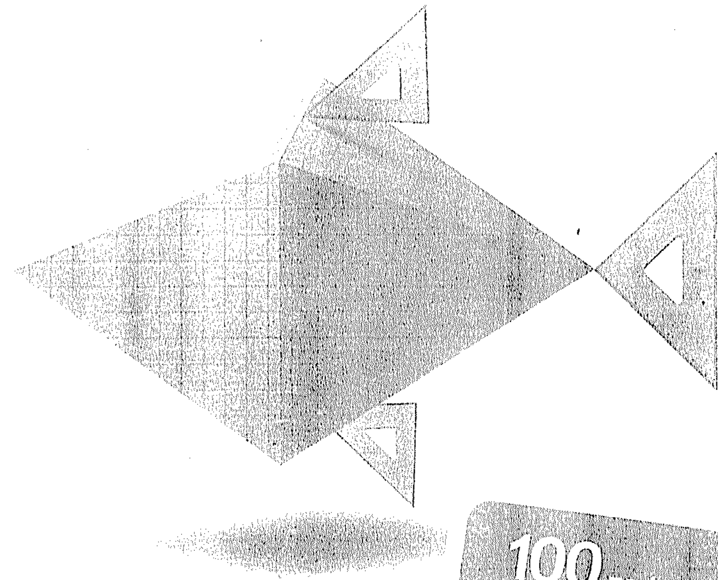
Matematyka 2001

zbiór zadań do gimnazjum

2



100 zadań egzaminacyjnych EXTRA!

WSiP

Autorzy: **Anna Bazyluk, Anna Dubiecka, Barbara Dubiecka-Kruk, Zbigniew Góralewicz, Tomasz Malicki, Piotr Piskorski, Henryk Sienkiewicz, Andrzej Ziemieńczuk** (zbiór zadań)
Urszula Sawicka-Patrzałek, Jolanta Walczak (suplement)
Ilustrator: **Jakub Sowiński**

Wydanie VI poprawione (2012)

ISBN 978-83-02-12056-5

Opracowanie merytoryczne i redakcyjne: **Ewa Rucińska, Danuta Olszewska** (redaktorzy cyklu), **Józef Daniel** (redaktor merytoryczny zbioru zadań), **Ewa Kowalik** (redaktor merytoryczny suplementu)
Redakcja językowa: **Magdalena Pabich**
Redakcja techniczna: **Janina Soboń**
Projekt okładki: **Ewa Pawińska, Artur Matulaniec**
Projekt graficzny: **Ewa Pawińska**
Opracowanie graficzne: **Agata Juszczak, Ewa Pawińska**
Skład i łamanie: **Jolanta Syska, Krzysztof Galicki**

Wydawnictwa Szkolne i Pedagogiczne spółka z ograniczoną odpowiedzialnością
00-807 Warszawa, Aleje Jerozolimskie 96
Tel. 22 576 25 00
Infolinia: 800 220 555
www.wsip.pl
Druk i oprawa: **Wrocławska Drukarnia Naukowa PAN Sp. z o.o.**

Spis treści

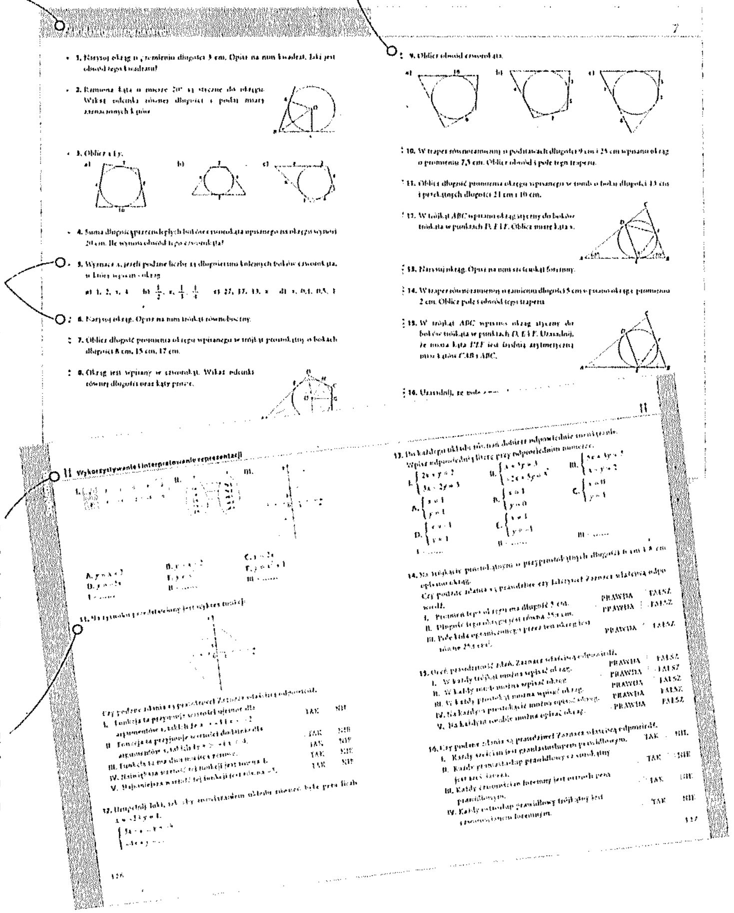
O zbiorze zadań

Zbiór zadań składa się z dwóch części. Pierwsza z nich obejmuje zadania do wszystkich modułów podręcznika. Druga to suplement, ktory zawiera zadania typu egzaminacyjnego. Zadania te obejmują materiał realizowany w klasie drugiej gimnazjum cyklu Matematyka 2001.

Przy każdym zadaniu podano jego **stopień trudności**; są trzy stopnie trudności

Numer i tytuł modułu odpowiada numerowi i tytułowi modułu z podręcznika

Zadania w każdym module są ułożone według rosnącego stopnia trudności



Zadania z Suplementu są pogrupowane według pięciu **celów kształcenia** z podstawy programowej

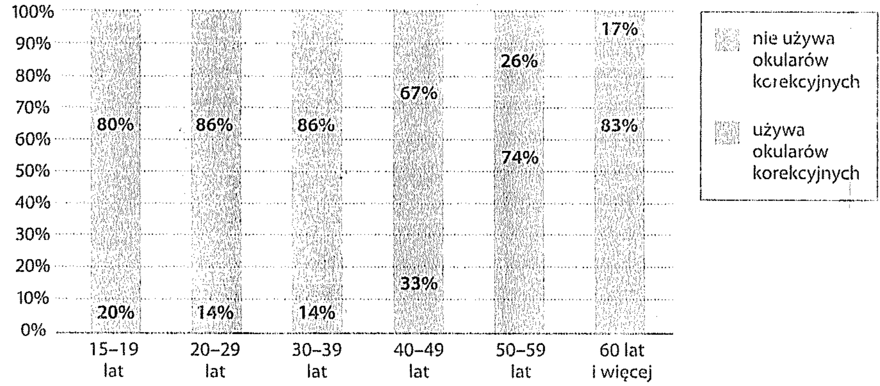
Zadania są skonstruowane na wzór **zadań egzaminacyjnych**

Oznaczenie **zadań**, które możesz rozwiązać z kalkulatorem

Oznaczenie stopnia trudności zadania:

– łatwe   – średnio trudne   – trudne

1. Przeanalizuj diagram ilustrujący wyniki badań przeprowadzonych przez TNS OBOP.



źródło: http://www.tns-global.pl

- Osoby z której grupy wiekowej najczęściej używają okularów?
- Ile procent osób w wieku 50–59 lat nosi okulary korekcyjne?
- Ile procent osób w wieku 20–29 lat nie używa okularów korekcyjnych?
- Ilu osób, które nie używają okularów, można się spodziewać w grupie stu osób w wieku 50–59 lat?
- Ile razy więcej osób w wieku 15–19 lat nie nosi okularów, niż je nosi?

2. Przedstaw na diagramie następującą informację:
Z badania TNS OBOP wynika, że kobiety częściej niż mężczyźni używają szkieł korekcyjnych – okulary nosi 47% kobiet i 37% mężczyzn.

3. Oto wyniki, które uzyskało czterech uczniów z kartkówek z matematyki.

a) Oblicz średnią arytmetyczną ocen z kartkówek dla poszczególnych uczniów.

b) Podaj wartość modalną wyników każdego ucznia.

c) Oblicz medianę ocen z kartkówek dla każdego ucznia.

	Kartkówki				
1. Domańska Dominika	3	5	3	6	3
2. Mariańska Maria	4	4	5	4	5
3. Pawłowski Paweł	5	3	1	5	5
4. Tomaszewski Tomasz	3	3	4	3	-

4. Podaj średnią, wartość modalną i medianę podanych wyników rzutu kostką.

a) 1, 3, 2, 3, 5, 4, 3

b) 3, 2, 5, 4, 2

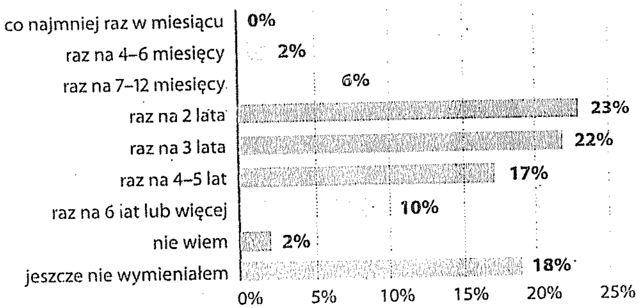
c) 2, 1, 4, 4, 4, 3

d) 2, 1, 4, 1, 1, 3, 1, 5

5. Przeanalizuj diagram ilustrujący wyniki badań TNS OBOP.

Jak często wymieniamy okulary korekcyjne?

Podstawa (N = 422): Osoby noszące okulary korekcyjne



źródło: http://www.tns-global.pl

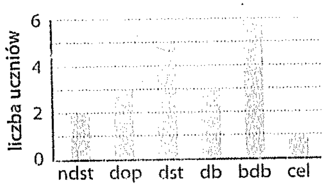
- Ile procent badanych wymienia okulary częściej niż co pół roku?
- Ile procent badanych nie wymieniała jeszcze okularów?
- Ile procent badanych wymienia okulary co najmniej raz w roku?
- Ile procent badanych wymienia okulary raz na 2–3 lata?
- Ile razy więcej ankietowanych wymienia okulary raz na 3 lata niż raz na 6 lub więcej lat?
- Ile razy więcej ankietowanych wymienia okulary raz na 2 lata niż co najmniej raz w roku? Odpowiedź podaj w zaokrągleniu do całości.

6. Diagram przedstawia rozkład wyników ze sprawdzianu z matematyki.

a) Oblicz średnią arytmetyczną ocen z tego sprawdzianu.

b) Podaj wartość modalną wyników tego sprawdzianu.

c) Podaj medianę wyników tego sprawdzianu.



7. Który wynik, w zbiorze wyników uporządkowanych od najmniejszego do największego, jest medianą, jeżeli

a) analizowanych jest 5 wyników?

b) analizowanych jest 35 wyników?

c) analizowanych jest 10 wyników?

d) analizowane są 52 wyniki?

8. Zaproponuj takie dwa równoliczne zbiory wyników, by miały

a) taką samą średnią, a różną modę i medianę.

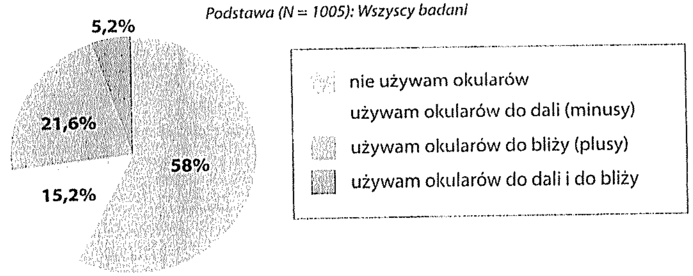
b) taką samą modę, a różną średnią i medianę.

c) taką samą medianę, a różną średnią i modę.

9. Przeanalizuj diagramy ilustrujące wyniki badań TNS OBOP.

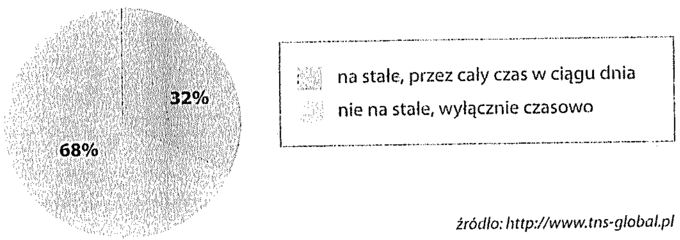
Używanie okularów korekcyjnych

Podstawa (N = 1005): Wszyscy badani



Korzystanie z okularów korekcyjnych

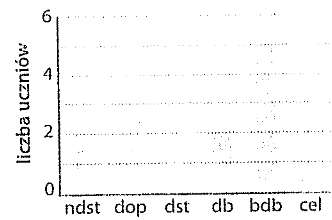
Podstawa (N = 422): Osoby noszące okulary korekcyjne



źródło: http://www.tns-global.pl

- Jaki typ okularów korekcyjnych jest częściej noszony?
- Ile procent badanych używa okularów, a ile używa okularów do dali?
- Jaki procent wszystkich badanych stanowią czasowo noszący okulary?
- Na podstawie tych danych wykonaj zestawienie procentu osób, które nie używają okularów, używają okularów stale oraz używają okularów czasowo.

10. Diagram przedstawia rozkład wyników ze sprawdzianu. Nie zaznaczono na nim liczby uczniów, którzy uzyskali ocenę dostateczną. Wiadomo, że jest ich mniej niż dziesięciu. Określ, na ile sposobów można wskazać liczbę ocen dostatecznych z tego sprawdzianu, jeżeli



a) wartość modalna wyników wynosiła 5, a mediana 4.

b) wartość modalna wyników wynosiła 5, a mediana 3.

c) wartość modalna wyników wynosiła 3, a mediana 3,5.

d) wartość modalna wyników wynosiła 3, a mediana 3.

1. Zapisz iloczyn w postaci potęgi.

a) $4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4$ b) $(-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3)$

c) $3{,}2 \cdot 3{,}2 \cdot 3{,}2 \cdot 3{,}2$ d) $\left(-\frac{3}{5}\right) \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) \cdot \left(-\frac{3}{5}\right)$

e) $\left(2\frac{2}{3}\right) \cdot \left(2\frac{2}{3}\right) \cdot \left(2\frac{2}{3}\right) \cdot \left(2\frac{2}{3}\right)$ f) $a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a$

2. Przedstaw w postaci potęgi liczby 3.

a) 3 b) 1 c) 9 d) 81 e) 27

3. Przedstaw w postaci potęgi liczby $\frac{1}{2}$.

a) $\frac{1}{8}$ b) $\frac{1}{32}$ c) $\frac{1}{2}$ d) $\frac{1}{256}$ e) 1

4. Oblicz.

a) $2^3 + (-3)^2 - 5^1$ b) $5^3 - 4^3 + 2^5$ c) $(-2)^4 - (-4)^3 + 3^4 - (-2)^6$

d) $16 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 + (-27) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^2$ e) $2^6 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 + \left(\frac{2}{3}\right)^4 \cdot \left(1\frac{1}{2}\right)^3 - 64 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5$

5. Podany iloczyn potęg zapisz w postaci potęgi o tej samej podstawie.

a) $2^2 \cdot 2^7$ b) $5^4 \cdot 5^7 \cdot 5^3$

c) $(-4)^3 \cdot (-4)^4 \cdot (-4)^5 \cdot (-4) \cdot (-4)^0$ d) $(2{,}5)^1 \cdot (2{,}5)^0 \cdot (2{,}5)^4$

e) $(-1{,}5)^7 \cdot (-1{,}5)^4 \cdot (-1{,}5) \cdot (-1{,}5)^{11}$ f) $(-0{,}3)^0 \cdot (-0{,}3)^1 \cdot (-0{,}3)^{99}$

g) $\left(\frac{2}{3}\right)^5 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^3$ h) $(1{,}25)^4 \cdot \left(1\frac{1}{4}\right)^6 \cdot \left(\frac{5}{4}\right)^{10}$

i) $(-3{,}5)^2 \cdot \left(-\frac{7}{2}\right)^8 \cdot \left(-3\frac{1}{2}\right)^{20}$ j) $(2{,}5)^3 \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^6 \cdot 2\frac{1}{2}$

6. Przedstaw w postaci jednej potęgi.

a) $(2^3)^5$ b) $((-3)^2)^3$ c) $((-0{,}8)^5)^{10}$

d) $((3{,}2)^6)^{10}$ e) $((4^2)^4)^5$ f) $(((-5)^7)^9)^1$

g) $((((-2{,}5)^{10})^5)^4)^5$ h) $((((5{,}2)^3)^4)^{10})^0$

7. Przedstaw podany iloraz potęg w postaci potęgi o tej samej podstawie.

a) 410 : 45 b) (–2)25 : (–2)5

c) (–3,8)16 : (–3,8)4 d) (–5,2)64 : (–5,2)8

e) $\frac{5^{12}}{5^4}$ f) $\frac{(2{,}5)^{20}}{(2{,}5)^2}$

g) $\left(1\frac{1}{4}\right)^{36} : \left(\frac{5}{4}\right)^9$ h) $(-3{,}5)^{100} : \left(-\frac{7}{2}\right)^{50}$

8. Liczbę 20^8 przedstaw na trzy różne sposoby w postaci iloczynu

a) dwóch potęg o podstawie 20 i naturalnych wykładnikach.

b) trzech potęg o podstawie 20 i naturalnych wykładnikach.

c) czterech potęg o podstawie 20 i naturalnych wykładnikach.

9. Przedstaw liczbę 5^{12} jako potęgę potęgi. Na ile sposobów możesz to zrobić, gdy oba wykładniki są liczbami naturalnymi?

10. Zapisz w kolejności rosnącej liczby: $4^{12}, 2^{12}, 8^5, 32^4, 64^3, 256^2, 128^3$.

11. Liczbę 5^4 przedstaw na trzy sposoby w postaci ilorazu potęg o podstawie 5 i naturalnych wykładnikach. Na ile sposobów można to zrobić?

12. Podaną liczbę zapisz w postaci iloczynu liczby całkowitej i potęgi liczby 10.

a) 2000 b) –5200 c) –80 000 d) 1 200 000

e) 1 320 000 000

13. Podany iloczyn zapisz w postaci liczby naturalnej bez użycia potęg.

a) $1{,}234 \cdot 10^6$ b) $2{,}101 \cdot 10^9$ c) $3{,}14 \cdot 10^8$ d) $5{,}125 \cdot 10^7$

14. Doprowadź wyrażenie do najprostszej postaci. Wynik przedstaw w postaci potęgi.

a) $\frac{3^5 \cdot 3^4 \cdot 3^7}{3^2 \cdot 3^6}$ b) $\frac{2^8 \cdot 2^{12} \cdot 2}{2^{20} : 2^{10}}$ c) $\frac{5^{120} : 5^{40}}{5^{100} : 5^{80}}$ d) $\frac{(-6)^{24} : (-6)^8}{(-6)^{20} : (-6)^6}$

15. Jaka jest ostatnia cyfra danej liczby?

a) 3^{24} b) 4^{18} c) 5^{100} d) 6^{2001}

16. Doprowadź wyrażenie do najprostszej postaci.

a) $\frac{(2^3)^4 \cdot (2^7)^4}{(2^5)^4 : (2^3)^4}$

b) $\frac{2^5 \cdot 4^3 \cdot 64^4}{8^2 \cdot 128^3}$

c) $\frac{81^3 : 3^3}{27^5 : 9^5}$

d) $\frac{((0{,}2)^5)^2 \cdot (0{,}008)^4}{(0{,}04)^8 : 0{,}0016}$

17. Doprowadź wyrażenie do najprostszej postaci. Tam, gdzie to konieczne, napisz odpowiednie założenia.

a) $\frac{2^3 a^5 \cdot 4^2 b^7 \cdot 8^3 c^4}{(4^2)^4}$

b) $\frac{3^5 a^4 b c^3 \cdot 27^4 a^5 b^3 c^6}{81^4 a^6 b^2 c^5}$

c) $\frac{(3^3)^4 (a^5)^9 (b^2)^8}{9^3 (a^5)^6 (b^3)^4 c^7}$

18. Granice Polski mają długość 3504 km. Przyjmując, że 10 ziarenek piasku ułożonych w jednej linii zajmuje około 1 milimetra, oblicz, ile ziaren piasku trzeba ułożyć w ten sposób wzdłuż granic Polski. Wynik przedstaw w postaci iloczynu liczby naturalnej i potęgi liczby 10.

19. Jaka jest reszta z dzielenia liczby 3^{73} przez 4?

20. Podaj ostatnią cyfrę liczby, będącej wynikiem działania.

a) $61^{20} + 31^{20}$

b) $1^{15} + 2^{20} + 3^{25} + 4^{30} + 5^{35}$

c) $6^{30} - 5^{20}$

d) $5^{40} - 4^{30}$

21. Jaka jest reszta z dzielenia liczby $((2^2)^{22})^{222}$ przez 3?

1. Iloczyn potęg zapisz w postaci potęgi iloczynu.

a) $2^5 \cdot 3^5$

b) $7^{10} \cdot 8^{10} \cdot 10^{10}$

c) $5^{20} \cdot (-2)^{20} \cdot (-4)^{20} \cdot (-6)^{20}$

2. Oblicz wartość wyrażenia.

a) $5^4 \cdot (0{,}2)^4$

b) $4^7 \cdot (0{,}2)^7 \cdot (12{,}5)^7$

c) $(12{,}5)^8 \cdot (-0{,}8)^8 \cdot (-0{,}2)^8 \cdot (-0{,}5)^8$

3. Oblicz wartość wyrażenia.

a) $\left(\frac{2}{3}\right)^5 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^5$

b) $\left(\frac{1}{2}\right)^4 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^4$

c) $\left(1\frac{1}{2}\right)^{50} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{50}$

d) $\left(2\frac{1}{3}\right)^4 \cdot \left(\frac{6}{7}\right)^4$

4. Iloraz potęg zapisz w postaci potęgi ilorazu.

a) $20^8 : 5^8$

b) $1200^{10} : (-60)^{10}$

c) $(-56)^{15} : 7^{15}$

d) $(-150)^{25} : (-50)^{25}$

5. Oblicz.

a) $(1{,}2)^4 : (0{,}6)^4$

b) $(-2{,}5)^5 : 5^5$

c) $(3{,}2)^3 : (-0{,}08)^3$

d) $(-0{,}081)^4 : (-0{,}27)^4$

6. Oblicz.

a) $\frac{20^4}{4^4}$

b) $\frac{120^3}{(-30)^3}$

c) $\frac{(-800)^3}{40^3}$

d) $\frac{(-720)^2}{(-80)^2}$

7. Oblicz wartość wyrażenia.

a) $16^4 \cdot (0{,}5)^4$

b) $\left(\frac{1}{3}\right)^3 \cdot 3^3 \cdot 6^3$

c) $16^4 \cdot \left(\frac{1}{8}\right)^4 \cdot 3^4 \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^4$

d) $\left(\frac{1}{4}\right)^{10} \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^{10} \cdot 3^{10}$

e) $(0{,}55)^3 \cdot \left(\frac{1}{11}\right)^3$

f) $\left(17\frac{1}{2}\right)^{100} \cdot (0{,}4)^{100} \cdot \left(\frac{1}{7}\right)^{100}$

8. Przedstaw potęgę 64^9 w postaci iloczynu

a) dwóch potęg o tym samym wykładniku.

b) trzech potęg o tym samym wykładniku.

c) czterech potęg o tym samym wykładniku.

→ Spróbuj to zrobić na 5 sposobów w każdym przypadku.

9. Oblicz.

a) $\left(\frac{1}{4}\right)^8 : \left(\frac{1}{2}\right)^8$ b) $7^3 : \left(2\frac{1}{3}\right)^3$ c) $\left(3\frac{1}{2}\right)^8 : \left(1\frac{3}{4}\right)^8$ d) $\left(1\frac{2}{3}\right)^5 : (2{,}5)^5$

10. Oblicz.

a) $(6^4 : (0{,}4)^4) : 5^4$ b) $((2{,}25)^5 \cdot (-4)^5) : 3^5$ c) $\left((0{,}25)^4 : \left(1\frac{2}{3}\right)^4\right) \cdot 2^4$

d) $(1{,}2)^5 : ((2{,}4)^5 : (0{,}4)^5)$ e) $\left(\left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot (2{,}4)^3\right) : \left(\left(2\frac{2}{3}\right)^3 \cdot (1{,}5)^3\right)$

11. Oblicz.

a) $\dfrac{4^5 \cdot 6^5}{24^5}$ b) $\dfrac{(16^4 : 8^4) \cdot 5^4}{2^4}$ c) $\dfrac{(20^5 \cdot 5^5) : (80^5 : 16^5)}{(60^5 : 15^5)}$

d) $\dfrac{((-5)^8 \cdot 3^8)^3 \cdot ((-30)^6 : (-5)^6)^4}{(3^2 \cdot 5^2 \cdot 6^2)^{12}}$ e) $\dfrac{(2^2 \cdot 3^3 \cdot 5^4 \cdot 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5)^4}{(6^{20} : 6^{16})^5 \cdot (5^{10})^2}$

12. Oblicz.

a) $\dfrac{2^4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 + (2^8 : 2^6)^2 - (5^{17})^0}{6^7 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^7 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^7 + 3^5 : 9^2}$ b) $\dfrac{\left(\frac{3}{5}\right)^4 : \left(\frac{9}{25}\right)^2 + \left(\frac{2}{3}\right)^8 : \left(\frac{4}{9}\right)^4}{\left(2\frac{1}{4}\right)^4 \cdot \left(\left(\frac{2}{3}\right)^2\right)^4 + 9^5 : (3^2)^5}$

13. Przekształć wyrażenie do najprostszej postaci. Czy w miejsce liter możesz podstawić każdą liczbę?

a) $\dfrac{(a^2 \cdot a^3 \cdot a^5) \cdot (b^{12} : b^7)^2}{(a^4b^4)^2}$ b) $\dfrac{(a^3 \cdot a^4 \cdot a^2) \cdot (a^3)^3}{(a^2)^9}$

c) $\dfrac{(a^3)^8 \cdot (b^2)^{12} \cdot (c^4)^6}{a^{12} \cdot (b^3)^4 \cdot (c^2)^6}$

14. Doprowadź wyrażenie do najprostszej postaci. Zapisz odpowiednie założenia.

$$\frac{\left(\frac{1}{4}ab^2c^5\right)^3 \cdot (4ab^2c^5)^3 + \left(2\frac{2}{3}ab^2c^5\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{2}ab^2c^5\right)^3}{(0{,}2ab^2c^5)^3 \cdot (5ab^2c^5)^3 - (4{,}5ab^2c^5)^3 \cdot \left(1\frac{1}{3}ab^2c^5\right)^3}$$

1. Oblicz.

a) 3^{-4} b) $(-2)^{-11}$ c) $(-5)^{-5}$ d) $(-3)^{-6}$

2. Wyznacz x.

a) $2^x = \frac{1}{64}$ b) $6^x = \frac{1}{216}$ c) $3^x = \left(\frac{1}{9}\right)^2$ d) $10^x = (0{,}001)^3$

3. Oblicz.

a) $5^3 \cdot 5^{-2}$ b) $6^{-4} \cdot 6^8 \cdot 6^{-2}$ c) $(5^3)^4 \cdot (5^{-2})^5$ d) $(3^4)^{-6} \cdot (3^{-3})^{-8} \cdot 3^{-4}$

e) $4^5 : 4^7$ f) $2^{-3} : 2^4$ g) $5^{-7} : 5^{-10}$ h) $2^3 : 2^{-7}$

4. Doprowadź wyrażenie do najprostszej postaci.

a) $5^{-3} \cdot 5^4 \cdot (5^3)^{-2} : ((5^3)^{-4} : (25)^{-3})$

b) $64 \cdot 8^{-3} \cdot 2^5 \cdot (4^{-2})^3 : ((2^5)^{-3} : (8^{-2})^4)^{-2}$

5. Doprowadź wyrażenie do najprostszej postaci.

a) $(2^3a^5b^{-4}c^6)^{-2} \cdot (16a^{-7}b^{-9}c^{-5})^3$

b) $(((z^2 z^{-3} z^{-5})^{-2})^{-1})^3 : (((z^8 : z^{12})^{-2})^4)^{-5}$

6. Podaną liczbę zapisz w postaci dziesiętnej.

a) $7 \cdot 10^4 + 8 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^0 + 3 \cdot 10^{-1} + 2 \cdot 10^{-2} + 4 \cdot 10^{-3}$

b) $8 \cdot 10^6 + 6 \cdot 10^0 + 3 \cdot 10^{-2} + 5 \cdot 10^{-4}$

c) $2 \cdot 10^5 + 3 \cdot 10^{-2} + 4 \cdot 10^{-4} + 5 \cdot 10^{-6}$

7. Oblicz wartość wyrażenia.

$5^5 \cdot (0{,}2)^5 + 8^{-2} \cdot 0{,}5^{-2} - (1{,}5)^2 \cdot 6^2 + (0{,}1)^{-3} \cdot 10^{-3} \cdot (0{,}2)^{-3} + 3^0 - (0{,}5)^4$

8. Wskaż liczby zapisane w notacji wykładniczej.

I. $1{,}01 \cdot 10^{20}$ **II.** $9{,}999 \cdot 10^{13}$ **III.** $11{,}02 \cdot 10^4$ **IV.** $0{,}99 \cdot 10^{25}$

V. $1 \cdot 10^{17}$ **VI.** $127 \cdot 10^{-37}$ **VII.** $7500 \cdot 10^{-3}$ **VIII.** $10 \cdot 10^{15}$

9. Przepisz równość, wstawiając w miejsce $\clubsuit$ i $\heartsuit$ odpowiednie liczby.

a) $\clubsuit \cdot 10^5 = 200000$ b) $3{,}1 \cdot 10^{\clubsuit} = 3100$

c) $\clubsuit \cdot 10^{-3} = 0{,}00251$ d) $\heartsuit \cdot 10^{-2} = 0{,}0132$

e) $\clubsuit \cdot 10^{\heartsuit} = 5000$ f) $\clubsuit \cdot 10^{\heartsuit} = 0{,}0003$

10. Oblicz.

a) $(0,2)^{-4}$ b) $(-0,5)^{-3}$ c) $(-0,25)^{-2}$ d) $(-0,125)^{-1}$

11. Wyznacz x.

a) $(0,25)^x = 2^8$ b) $2^x = (0,5)^6$ c) $(0,2)^x = 25^3$ d) $(2^3)^x = (0,125)^3$

12. Oblicz.

a) $(0,1)^{-4} \cdot 10^3$ b) $(0,5)^5 \cdot 2^{-3} \cdot (0,5)^{-4}$ c) $(0,2)^{-3} \cdot 5^{-4} \cdot 125$

d) $(0,1)^{-3} : 10^6$ e) $2^{-6} : (0,5)^{-4}$ f) $8^{-3} : (2^3)^{-2}$

13. Doprowadź wyrażenie do najprostszej postaci.

a) $(0,5)^{-4} \cdot 2^5 \cdot ((0,5)^3)^{-2} : ((0,25)^{-3} \cdot (0,5)^{-4} \cdot 2^{10})$

b) $5^{-3} \cdot 625^{-4} \cdot 0,2^8 : (((0,04)^{-4} : 5^{-3})^{-2} \cdot ((5^{-4})^{-2} : (0,008)^{-2} \cdot (0,2)^{-4}))$

14. Doprowadź wyrażenie do najprostszej postaci.

a) $\left(\dfrac{a^2b^4c^6}{a^6b^2c^4}\right)^{-2} \cdot \left(\dfrac{a^{-2}b^2c^{-2}}{a^{-4}b^{-2}c^{-5}}\right)^4$

b) $\left(\dfrac{2^3a^4 \cdot 5^2b^{-3} \cdot 4^{-5}c^6}{5^{-4}a^6 \cdot 4^{-2}b^{-3} \cdot 2^{-2}c^4}\right) : \left(\dfrac{4^{-5}a^{-6} \cdot 2^{-4}b \cdot 5c^{-1}}{2^6a^{-2} \cdot 5b^4 \cdot 4^3c^{-4}}\right)$

15. Liczbę przedstawioną w postaci wykładniczej zapisz w postaci liczby dziesiętnej.

a) $1,765 \cdot 10^6$ b) $2,101 \cdot 10^9$ c) $9,9 \cdot 10^{-2}$ d) $8,92 \cdot 10^{-3}$

16. Zapisz liczbę w notacji wykładniczej.

a) 120 000 b) 7 890 000 c) 0,125 d) 0,00037

17. Oblicz.

$\left(1\frac{1}{3}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{-2} + (0,5)^0 - \left(4\frac{2}{3}\right)^3 : \left(\frac{2}{7}\right)^{-3} - \left(-\frac{1}{3}\right)^{-3}$

18. Oblicz.

a) $(1,5)^{-3}$ b) $(-2,2)^{-2}$ c) $(5,5)^{-2}$ d) $(-100,25)^{-1}$

e) $\left(\frac{7}{8}\right)^{-2}$ f) $\left(-\frac{3}{5}\right)^{-3}$ g) $\left(2\frac{2}{3}\right)^{-2}$ h) $\left(-5\frac{5}{12}\right)^{-1}$

19. Wyznacz x.

a) $(1,5)^x = \left(\frac{2}{3}\right)^{-4}$ b) $(1,2)^x = \left(\frac{25}{36}\right)^3$

c) $\left(1\frac{1}{3}\right)^x = (0,75)^5$ d) $\left(1\frac{3}{7}\right)^{-x} = (0,7)^{-4}$

20. Oblicz.

a) $(0,6)^5 \cdot \left(1\frac{2}{3}\right)^4 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^2$ b) $(1,2)^{-6} \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^{-5} \cdot \left(1\frac{1}{5}\right)^2$

c) $(0,75)^{-3} \cdot \left(\left(1\frac{1}{3}\right)^{-3}\right)^2$ d) $\dfrac{(0,0016)^{-2}}{5^{10}}$

e) $(0,6)^4 : \left(1\frac{2}{3}\right)^{-6}$ f) $(0,3)^{-8} : (0,027)^{-5} : \left(3\frac{1}{3}\right)^{-4}$

21. Oblicz.

a) $\left(\left(\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}\right)^4 \cdot (1,5)^{-3}\right)^{-4} : \left((1,5)^{-5} : \left(\frac{2}{3}\right)^{-4}\right)^2$

b) $\left((0,0625)^4 : 2^8 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{-9} \cdot (0,5)^{-3}\right)^{-4} : \left(4^8 \cdot ((0,5)^8)^3 \cdot \left(\frac{1}{32}\right)^{-6} \cdot \left(\frac{1}{128}\right)^5\right)^{-1}$

22. Doprowadź wyrażenie do najprostszej postaci.

$$\frac{(2x^3y^3)^3 \cdot (2xy^2)^3 \cdot (2x^2y^2)^{-4}}{(8x^2y^{-1})^{-2}}$$

23. Oblicz i wynik zapisz w notacji wykładniczej.

a) $(2,45 \cdot 10^7) \cdot (1,2 \cdot 10^5)$ b) $(7,4 \cdot 10^4) \cdot (3,5 \cdot 10^{-5})$

c) $(5,8 \cdot 10^{-3}) \cdot (1,5 \cdot 10^{-2})$ d) $(2,4 \cdot 10^7) : (1,2 \cdot 10^5)$

e) $(7,4 \cdot 10^4) : (3,7 \cdot 10^{-5})$ f) $(5,4 \cdot 10^{-3}) : (3 \cdot 10^{-2})$

24. Uporządkuj w kolejności rosnącej liczby, zapisane w postaci wykładniczej.

a) $1,2 \cdot 10^{-5}$ $1,2 \cdot 10^4$ $1,2 \cdot 10^{-2}$ $1,2 \cdot 10^0$ $1,2 \cdot 10^{-4}$

b) $1,8 \cdot 10^{-4}$ $0,3 \cdot 10^{-2}$ $2,35 \cdot 10^5$ $0,35 \cdot 10^7$ $2,453 \cdot 10^{-5}$

25. Oblicz.

a) $3 - \left(\frac{2^2}{5} \cdot \left(\frac{3 \cdot 2^2}{10} \cdot \left(2\frac{2}{5}\right)^{-1}\right) - \frac{0,8}{2^3}\right) + 3^0$

b) $\dfrac{(2^{31} : 4^{15}) \cdot \left(\left(1\frac{1}{2}\right)^{25} : \left(\frac{2}{3}\right)^{-22}\right)}{27 : 2^{-3}}$

c) $\dfrac{(-2)^3 \cdot \left(\left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(\frac{2^3}{3^2}\right)^{-1} - \frac{2}{3^2} \cdot \left(-\frac{3}{2^3}\right)\right)}{\left(1\frac{1}{4}\right) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-1}}$

1. Wskaż zdanie prawdziwe.

A. Na każdym trójkącie można opisać okrąg.
B. Na każdym rombie można opisać okrąg.
C. Na czworokącie można opisać okrąg wtedy, gdy sumy długości przeciwległych boków są równe.
D. Istnieje prostokąt, którego nie można wpisać w okrąg.

2. Przekątna prostokąta wpisanego w okrąg ma długość 10 cm. Oblicz długość promienia tego okręgu.

3. Dany jest okrąg z zaznaczonymi na nim czterema punktami połączonymi kolejno cięciwami. Opisz, jak znaleźć środek tego okręgu.

4. Rozstrzygnij, czy czworokąt można wpisać w okrąg, jeżeli jego kolejne kąty wewnętrzne mają miary

a) 28°, 106°, 152°, 84°. b) 20°, 160°, 50°, 130°. c) 27°, 110°, 157°, 70°.

5. Uzasadnij stwierdzenie: jeśli na trapezie można opisać okrąg, to trapez jest równoramienny.

6. Narysuj dowolny okrąg i wpisz w niego trójkąt równoboczny. Następnie zbuduj sześciokąt foremny wpisany w ten okrąg w taki sposób, że wierzchołki trójkąta pokrywają się z wierzchołkami sześciokąta.

7. Wyznacz konstrukcyjnie sześciokąt foremny, którego najdłuższa przekątna ma długość 6 cm.

8. Dany jest trójkąt. Narysuj okrąg opisany na tym trójkącie.

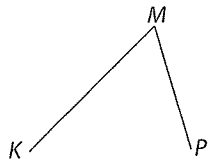
9. Narysuj dowolny okrąg. Zaznacz dwie średnice *AB* i *CD*. Uzasadnij, że czworokąt *ACBD* jest prostokątem.

10. Miary dwóch kolejnych kątów wewnętrznych czworokąta wpisanego w okrąg są równe 68° i 105°. Oblicz miary pozostałych kątów wewnętrznych tego czworokąta.

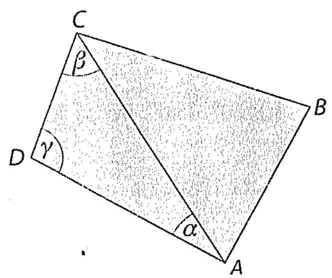
11. W okrąg wpisano trapez. Przekątna trapezu wyznacza łuk, którego kąt środkowy ma miarę 130°. Oblicz miary wszystkich kątów trapezu.

12. Wyznacz konstrukcyjnie sześciokąt foremny o boku długości a. Poprowadź wszystkie przekątne sześciokąta wychodzące z jednego wierzchołka. Oblicz miary kątów w otrzymanych trójkątach.

13. Odcinki KM i MP są cięciwami pewnego okręgu. Wyznacz konstrukcyjnie środek tego okręgu.



14. Trójkąt ABC ma kąty o miarach 40°, 60°, 80°. Oblicz, jakie miary mogą mieć kąty trójkąta ACD, aby czworokąt $ABCD$ był wpisany w okrąg.



15. Miary dwóch kolejnych kątów wewnętrznych czworokąta wpisanego w okrąg są równe 4α i 6α. Miara trzeciego kąta jest średnią arytmetyczną miar danych kątów. Oblicz α. Wyznacz miary kątów wewnętrznych tego czworokąta.

16. Na trapezie równoramiennym $ABCD$, takim że $|AB| = |BC| = |CD|$ i $|CD| \neq |AD|$ opisano okrąg. Kąt środkowy oparty na łuku AB wynosi α. Oblicz miary kątów trapezu.

17. Dany jest kwadrat. Skonstruuj ośmiokąt foremny, którego wszystkie wierzchołki leżą na bokach kwadratu.

18. Skonstruuj sześciokąt foremny, wiedząc że długość krótszej przekątnej jest równa 3 cm.

1. Dany jest okrąg o średnicy 8,6 cm. Oblicz odległość prostej stycznej do tego okręgu od środka okręgu.

2. Narysuj okrąg i jego średnicę KM. Wyznacz styczne do okręgu w punktach K i M. Określ wzajemne położenie tych stycznych.

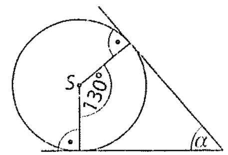
3. Określ położenie prostej k względem okręgu o środku w punkcie S, jeśli
a) prosta k i okrąg mają jeden punkt wspólny.
b) prosta k i okrąg mają dwa punkty wspólne.
c) punkt S należy do prostej k.

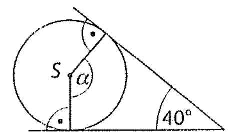
4. Okrąg o środku w punkcie A ma promień długości 4 cm. Okrąg o środku w punkcie B ma promień długości 3 cm. Odległość między środkami A i B wynosi 10 cm. Ile jest prostych stycznych do obu tych okręgów?

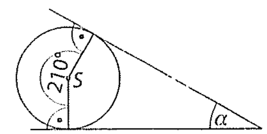
5. Narysuj okrąg o promieniu długości 5 cm. Zaznacz prostopadłe średnice AB i CD. Wykreśl styczne do okręgu tak, aby punkty A, B, C i D były punktami styczności. Oblicz
a) obwód otrzymanego czworokąta. b) pole otrzymanego czworokąta.

6. Narysuj dowolną prostą m i zaznacz punkt P nieleżący na tej prostej. Skonstruuj okrąg o środku w punkcie P, styczny do narysowanej prostej.

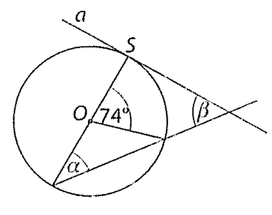
7. Znajdź miarę kąta α. Punkt S jest środkiem okręgu.

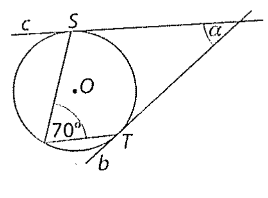
a)


b)


c)


8. Wiedząc, że proste a, b, c są prostymi stycznymi do okręgu, znajdź miary kątów α i β. Punkt O jest środkiem okręgu.

a)


b)


9. Dany jest okrąg o środku O i promieniu $r = 2$ cm. Skonstruuj styczną do okręgu przechodzącą przez punkt P, wiedząc, że $|OP| = 3r$.

10. Prosta a i okrąg o środku O i promieniu r nie mają punktów wspólnych. Wyznacz konstrukcyjnie prostą b styczną do okręgu
a) i równoległą do prostej a.
b) i prostopadłą do prostej a.
→ Rozważ wszystkie przypadki.

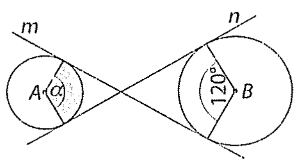
11. Narysuj trójkąt prostokątny ABC. Skonstruuj okrąg styczny do boków tego trójkąta.

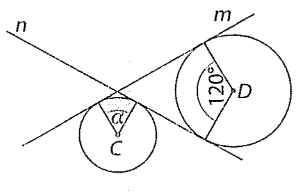
12. Skonstruuj styczną do danego okręgu przechodzącą przez punkt nienależący do tego okręgu.

13. Narysuj okrąg i dowolną cięciwę. Wyznacz konstrukcyjnie styczną do tego okręgu
a) prostopadłą do narysowanej cięciwy.
b) równoległą do narysowanej cięciwy.
→ Rozważ wszystkie przypadki.

14. W kąt wpisano okrąg. Punkty styczności okręgu z ramionami kąta dzielą ten okrąg na dwa takie łuki, że jeden jest trzy razy dłuższy od drugiego. Oblicz miarę kąta, w który wpisano ten okrąg.

15. Proste m i n są styczne do okręgów. Znajdź miarę kąta α.

a)


b)


16. Narysuj trójkąt prostokątny. Skonstruuj taki okrąg, aby przyprostokątne trójkąta były styczne do okręgu, a przeciwprostokątna była sieczną. Ile jest takich okręgów?

17. W dany kąt wpisano okrąg. Punkty styczności dzielą okrąg na dwa łuki, tak że jeden jest $\frac{5}{3}$ razy większy niż drugi. Oblicz miarę kąta, w który wpisano okrąg.

18. W okręgu narysuj dwie przecinające się średnice o kącie ostrym między nimi równym 60°. Zaznacz styczne do okręgu przechodzące przez ich końce. Oblicz miary kątów wewnętrznych otrzymanego czworokąta. Jak nazywa się ten czworokąt?

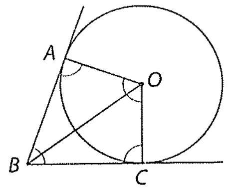
19. Dwa promienie okręgu wyznaczają kąt o mierze 80°. Ile stopni ma kąt, który tworzą styczne do tego okręgu w końcach tych promieni?

20. W każdym z trzech punktów A, B, C, leżących na okręgu, wystawiono trzy styczne, które utworzyły trójkąt KLM. Kąty wewnętrzne powstałego trójkąta mają miary: 70°, 70°, 40°. Znajdź miary kątów trójkąta ABC. Wykonaj odpowiedni rysunek.

21. Dany jest kąt ostry i okrąg styczny do jego ramion. Naszkicuj okrąg styczny zewnętrznie do danego okręgu i do ramion kąta. Ile jest takich okręgów?

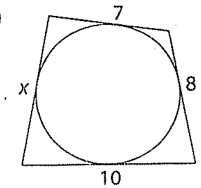
1. Narysuj okrąg o promieniu długości 3 cm. Opisz na nim kwadrat. Jaki jest obwód tego kwadratu?

2. Ramiona kąta o mierze 70° są styczne do okręgu. Wskaż odcinki równej długości i podaj miary zaznaczonych kątów.

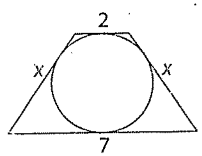


3. Oblicz x i y.

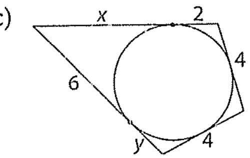
a)



b)



c)



4. Suma długości przeciwległych boków czworokąta opisanego na okręgu wynosi 20 cm. Ile wynosi obwód tego czworokąta?

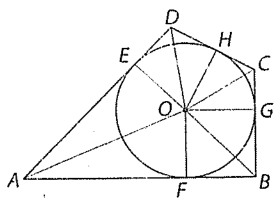
5. Wyznacz x, jeżeli podane liczby są długościami kolejnych boków czworokąta, w który wpisano okrąg.

a) 1, 2, x, 4 b) $\frac{1}{2}$, x, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ c) 27, 17, 13, x d) x, 0,1, 0,5, 1

6. Narysuj okrąg. Opisz na nim trójkąt równoboczny.

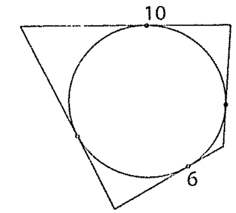
7. Oblicz długość promienia okręgu wpisanego w trójkąt prostokątny o bokach długości 8 cm, 15 cm, 17 cm.

8. Okrąg jest wpisany w czworokąt. Wskaż odcinki równej długości oraz kąty proste.

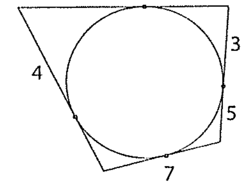


9. Oblicz obwód czworokąta.

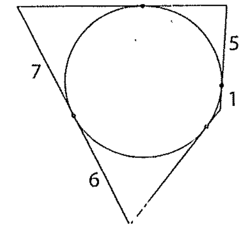
a)



b)



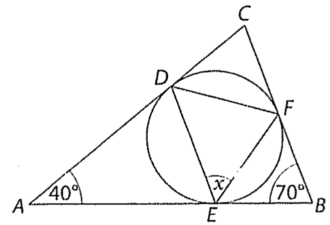
c)



10. W trapez równoramienny o podstawach długości 9 cm i 25 cm wpisano okrąg o promieniu 7,5 cm. Oblicz obwód i pole tego trapezu.

11. Oblicz długość promienia okręgu wpisanego w romb o boku długości 13 cm i przekątnych długości 24 cm i 10 cm.

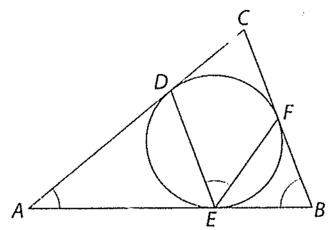
12. W trójkąt ABC wpisano okrąg styczny do boków trójkąta w punktach D, E i F. Oblicz miarę kąta x.



13. Narysuj okrąg. Opisz na nim sześciokąt foremny.

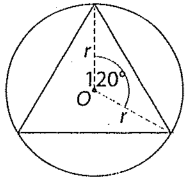
14. W trapez równoramienny o ramieniu długości 5 cm wpisano okrąg o promieniu 2 cm. Oblicz pole i obwód tego trapezu.

15. W trójkąt ABC wpisano okrąg styczny do boków trójkąta w punktach D, E i F. Uzasadnij, że miara kąta DEF jest średnią arytmetyczną miar kątów CAB i ABC.

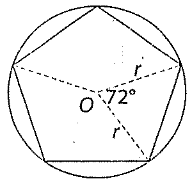


16. Uzasadnij, że pole czworokąta, w który wpisano okrąg o promieniu r, jest równe iloczynowi połowy obwodu tego czworokąta i r. Czy podobnie można obliczyć pole pięciokąta, w który wpisano okrąg? A sześciokąta?

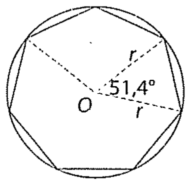
1. Przerysuj do zeszytu i wypełnij poniższą tabelkę. Zmierz potrzebne odcinki na rysunkach.



trójkąt równoboczny



pięciokąt foremny

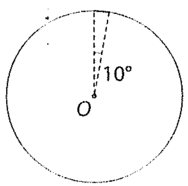


siedmiokąt foremny

	długość boku	**obwód**	**długość promienia**	$\frac{\textbf{obwód}}{\mathbf{2r}}$
trójkąt równoboczny				
pięciokąt foremny				
siedmiokąt foremny				

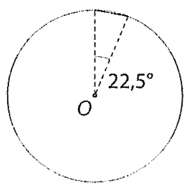
2. Bok jakiego wielokąta foremnego jest zaznaczony na rysunku? Zmierz długość boku i średnicę okręgu opisanego na tym wielokącie. Oblicz przybliżenie π.

a)



$$\pi \approx \frac{\text{obwód } F_a}{2r}$$

b)



$$\pi \approx \frac{\text{obwód } F_b}{2r}$$

3. Oblicz długość okręgu
a) o promieniu 5 cm.
b) o promieniu 0,12 m.
c) o średnicy 6 cm.
d) o średnicy 1,4 dm.

4. Podaj z dokładnością do 0,01 cm obwód koła
a) o promieniu 10 cm.
b) o promieniu 0,6 m.
c) o średnicy 4 cm.
d) o średnicy 2,8 dm.

5. Oblicz pole koła
a) o promieniu 5 cm.
b) o promieniu 0,02 m.
c) o średnicy 3 cm.
d) o średnicy 1,6 dm.

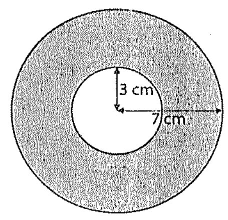
6. Oblicz pole i obwód koła o promieniu 7 cm, przyjmując
a) $\pi = 3$
b) $\pi = 3{,}1$
c) $\pi = 3{,}14$
d) $\pi = 3{,}1415$

7. Oblicz długość promienia
a) koła o obwodzie 26π.
b) okręgu o długości 15π.
c) koła o polu $1{,}21\pi$.
d) koła o polu 4π.

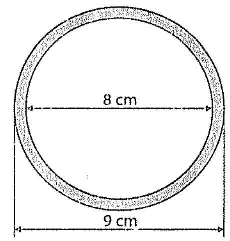
8. Dane jest koło o promieniu 6 cm. Jaką długość ma promień koła
a) o obwodzie trzy razy większym?
b) o obwodzie trzy razy mniejszym?
c) o polu dziewięć razy większym?
d) o polu cztery razy mniejszym?

9. Oblicz pole pierścienia kołowego przedstawionego na rysunku.

a)



b)



10. Oblicz długość łuku i pole wycinka kołowego o promieniu 5 cm, wyciętego przez kąt środkowy
a) $\alpha = 60°$.
b) $\alpha = 270°$.
c) $\alpha = 18°$.
d) $\alpha = 10°$.

11. Wskazówka minutowa zegara na wieży ma 1,2 m długości. Jaką drogę przebędzie koniec wskazówki w ciągu
a) 1 godziny?
b) 10 minut?

12. Oblicz
a) pole koła o obwodzie 15π cm.
b) obwód koła o polu $1{,}44\pi$ cm^2.

13. O ile zwiększy się długość okręgu, jeżeli jego promień r zwiększymy
a) dwukrotnie?
b) trzykrotnie?
c) o jedną jednostkę?
d) o 5 jednostek?

14. Jak zmieni się pole koła, gdy promień
a) zwiększymy dwa razy?
b) zwiększymy o 2 jednostki?
c) zmniejszymy trzy razy?
d) zmniejszymy o 3 jednostki?

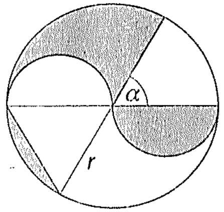
15. Na kole o polu 16π cm^2 opisano kwadrat. O ile cm^2 pole kwadratu jest większe od pola tego koła? Wynik podaj dla
a) $\pi = 3$.
b) $\pi = 3{,}1$.
c) $\pi = 3{,}14$.
d) $\pi = 3{,}1415$.

16. Dwa koła mają promienie długości odpowiednio 3 cm i 4 cm. Jaką długość ma promień trzeciego koła, którego pole jest równe sumie pól tych kół?

17. O ile więcej pełnych obrotów wykona koło o średnicy 3 stóp od koła o średnicy 4 stóp podczas podróży na dystansie 1 mili? Jedna mila lądowa to 5280 stóp.

18. Okrągły klomb o średnicy 3 m obsadzono na obwodzie trzema rzędami tulipanów. Rzędy tulipanów odległe są o 15 cm, a cebulki sadzi się nie gęściej niż co 20 cm. Oblicz koszt wszystkich cebulek, jeśli jedna cebulka kosztuje 40 gr.

19. Oblicz pole i obwód zamalowanej figury, jeżeli $r = 4$ cm, $\alpha = 60°$.



20. Oblicz pole pierścienia kołowego wyznaczonego przez okręgi
a) o promieniach 7 cm i 11 cm.
b) o średnicach 5 cm i 15 cm.

21. Półokrąg jest oparty na średnicy AB. Średnicę podzielono na n różnych części. Na każdym z odcinków zbudowano półokrąg, na przemian po obu stronach średnicy AB. Sprawdź, czy linia utworzona od A do B jest dłuższa niż półokrąg AB.

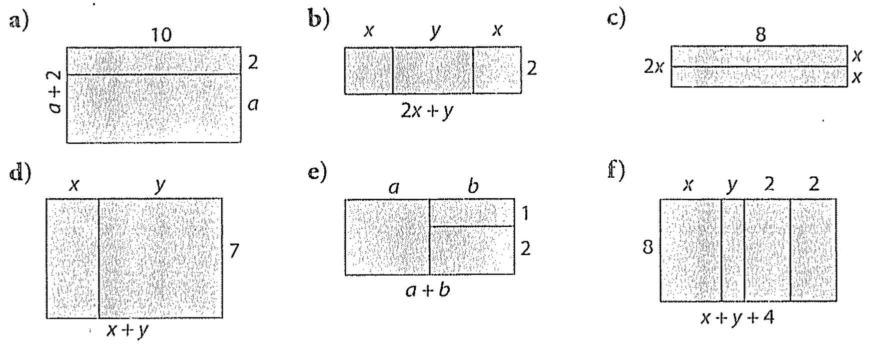
22. Ułamkowy sposób przybliżania liczby π. Wiadomo, że nie można przedstawić liczby π w postaci ułamka zwykłego. Istnieją jednak ułamkowe przybliżenia, np. $3{,}14 = \frac{314}{100} = \frac{157}{50}$. Poniżej podany jest sprytny sposób znalezienia innego ułamkowego przybliżenia tej liczby. Weźmy π z dokładnością do siedmiu miejsc po przecinku: $\pi = 3{,}1415926 = 3 + 0{,}1415926$. Zauważmy, że $0{,}1415926 \approx \frac{1}{7{,}062516} = \frac{1}{7 + 0{,}062516}$. Możemy więc zapisać $\pi = 3 + \frac{1}{7 + 0{,}062516}$. Ponieważ $0{,}062516 \approx \frac{1}{15{,}99}$, więc $\pi = 3 + \cfrac{1}{7 + \cfrac{1}{15 + 0{,}99}}$. Otrzymamy stąd dwa przybliżenia ułamkowe: $3 + \frac{1}{7}$, $3 + \cfrac{1}{7 + \cfrac{1}{15}}$. Z liczbą 0,99 możemy postąpić jak poprzednio i znaleźć jej odwrotność lub zaokrąglić do 1. Wtedy mamy trzecie przybliżenie ułamkowe: $\pi \approx 3 + \cfrac{1}{7 + \cfrac{1}{16}} = 3 + \cfrac{1}{\frac{113}{16}} = 3 + \frac{16}{113} = \frac{355}{113}$.
Oszacuj błąd przybliżenia liczby π przez te ułamki, korzystając z istniejących przybliżeń tej liczby w postaci dziesiętnej. W opisany sposób możesz otrzymać dowolnie długi ułamek piętrowy i przy każdym kroku otrzymywać pewne ułamkowe przybliżenie liczby π.

1. Zapisz wyrażenie za pomocą liter i cyfr, znaków działań i nawiasów.
a) Różnica liczb 3 i x.
b) Różnica liczby 7 i iloczynu liczb a i b.
c) Suma liczb 17, a i b.
d) Iloraz liczby a przez różnicę liczb 3 i b.
e) Iloczyn liczb 4, x, y, z.
f) Iloczyn liczby x i ilorazu liczb 2 i y.
g) Suma kwadratu liczby a i liczby o 3 większej od liczby a.
h) Suma kwadratów liczb 3 i x.

2. Zredukuj wyrazy podobne.
a) $3x + 4y - 2x$
b) $-3x + 2 - 3y + 4 - 2x$
c) $3y - y - 3x + 2y$
d) $5x + 4y - 5x + 5 - 4y$

3. W podanym wyrażeniu zredukuj wyrazy podobne i podaj ich wartość liczbową.
a) $5x + 3y + 2x - 3$ $\quad x = 1, y = 2$
b) $8x - 12y + 6x - 1$ $\quad x = \frac{1}{2}, y = -3$
c) $0{,}5x + 2 - 3y + 1{,}5x$ $\quad x = 0, y = 0{,}5$
d) $-3{,}5\,x - 2{,}5y - 3x$ $\quad x = -2, y = 2$

4. Opisz na dwa różne sposoby pole każdego z dużych prostokątów.



5. Naszkicuj rysunek obrazujący prostokąt o polu $a(a + 3)$.

6. Wykonaj mnożenie.
a) $5(a + 2b)$
b) $x(x - 7)$
c) $3x\,(x + 2)$
d) $x(2x - y)$
e) $2x(5 - 3x)$
f) $-2b(3a - 2b)$

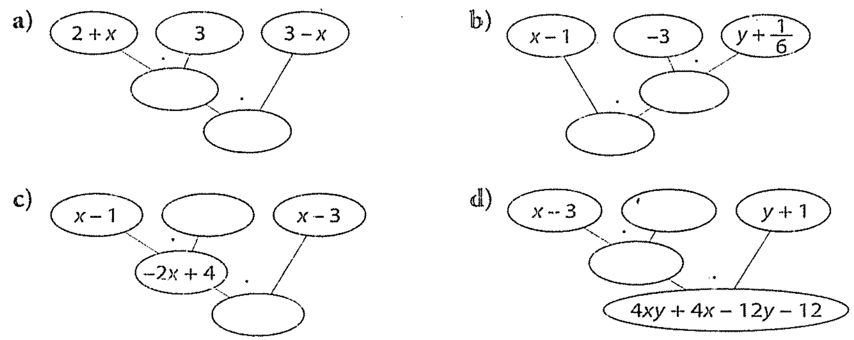
7. Wykonaj mnożenie.
a) $(x + 2)(y + 1)$ b) $(4a - 7)(3 + 2b)$ c) $(2x - 3)(3 - 3y)$ d) $(-2 + x)(-y - 3)$

8. Wykonaj mnożenie i zredukuj wyrazy podobne.
a) $-x(4 + y) + 4x$
b) $-y(6 - x) + 6x - xy$
c) $-7b(a - 4) + 3ab - 28b$
d) $-a(b + 8) - 4a + 3ab$
e) $x(2 + y) + 3y$
f) $x(5 - y) + 2 - 4xy$
g) $7x(y - 1) + 3xy + 8x + 2$
h) $4a(5 + b) + 20a - 3ab$

9. Wykonaj mnożenie i zredukuj wyrazy podobne.
a) $3x + 5y - (x - 3)(y + 2)$
b) $4x + 3(x + y) - 4(y - x)$
c) $-2(x - 3y) + (4x - 2)(2 - y)$
d) $0{,}5(x + 7y) - (0{,}5x + 3)(1 + y)$

10. Wyłącz wspólny czynnik poza nawias.
a) $16x - 4y + 8$
b) $-25xy + 5x$
c) $27a + 9b + 18$
d) $12ab + 6a - 36abc$
e) $\frac{1}{2}y + \frac{1}{12}y + \frac{1}{24}x$
f) $-2{,}4xy - 3{,}6y + 1{,}2x$

11. Przerysuj i uzupełnij graf.



12. Wykonaj mnożenie. Jeśli chcesz, możesz pomóc sobie, rysując graf.
a) $(2x - 1)(y + 1) \cdot 5$
b) $(3 - a)(x - a)(3 + a)$
c) $(2 + 2x)(2x - 2)(2 - 2x)$
d) $6x(x - 2)(4y + 1)$

13. Wykonaj mnożenie, a otrzymane wyrażenie doprowadź do najprostszej postaci.
a) $(a + 2 + b)(c + 1)$
b) $4(x - 7)(y - 4x + 2)$
c) $2(x + y + z)(2 + x + 3z)$
d) $(1 + x + y)(1 + x + y)$

14. Rozwiąż równanie.
a) $3x(1 + x) = 3x^2 + 9$
b) $2x(2 - 2x) = 16 - 4x^2$
c) $-2 \cdot (5x^2 + 2) = 5x(4 - 2x)$
d) $-7y(y - 3) + y^2 = -6y^2 - 63$

15. Rozwiąż równanie.

a) $2x(-1 + x) + 2x^2 = 4x(2 + x)$
b) $3x(1 - x) = -2x(3 + x) - x^2 + 18$
c) $(1{,}5 + x)x = 3\left(2 + \frac{1}{3}x^2\right)$
d) $(x + 1)(x + 2) = x(x + 1) + 3$

16. Uzupełnij wyrażenie tak, aby było prawdziwe.

a) $(a + \boxed{})(b - 1) = ab - a + b - 1$
b) $(\boxed{} + 3)(b + 1) = 2ab + \boxed{} + \boxed{} + 3$
c) $(a + 4)(3 - \boxed{}) = \boxed{} - ab + \boxed{} - 4b$
d) $(-3a - 1)(\boxed{} + 1) = 6ab - \boxed{} + 2b - \boxed{}$

17. Uzupełnij wyrażenie tak, aby było prawdziwe.

a) $(x + 1)(y + \boxed{})z = \boxed{} + 2xz + yz + 2z$
b) $(\boxed{} - x)(1 - y)(3 - x) = 6 - x^2y - 5x - 6y + 5xy$

18. Podaną sumę przedstaw w postaci iloczynu.

a) $ab + 4b + a + 4$
b) $3xy - 21x + 2y - 14$
c) $4ab - 16a - 6b + 24$
d) $18xy - 9x - 30y + 15$

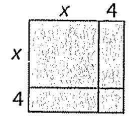
19. Narysuj prostokąt o polu $xy + 3x + 2y + 6$. Opisz jego pole za pomocą iloczynu.

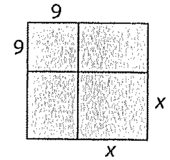
20. Dany jest prostokąt o bokach a i b. Dwa boki tego prostokąta zmniejszono o 5 cm i otrzymano prostokąt o bokach $a - 5$ i b. Pole mniejszego prostokąta jest o 50 cm^2 mniejsze od pola większego prostokąta. Jaką długość mogą mieć boki mniejszego prostokąta, jeżeli wiadomo, że jeden jego bok jest dwa razy dłuższy niż drugi?

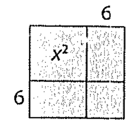
21. W kwadracie o boku a zmniejszono przeciwległe boki o połowę i otrzymano prostokąt o bokach a i $\frac{1}{2}a$. Obwód prostokąta jest o 8 mniejszy od obwodu kwadratu. Jaką długość mają boki prostokąta?

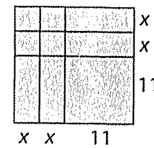
22. Dany jest prostokąt o bokach a i b. Jeden bok tego prostokąta zmniejszono o 8, a drugi zwiększono o 4. Pole nowego prostokąta jest mniejsze od pola poprzedniego prostokąta o 40. Jakiej długości były boki pierwszego prostokąta, jeżeli wiemy, że były one liczbami naturalnymi?

1. Opisz pole dużego kwadratu za pomocą wzoru na kwadrat sumy.

a)


b)


c)


d)


2. Narysuj prostokąt, którego pole można opisać podanym wzorem.

a) $(a + 3)^2$
b) $(b + 2)^2$
c) $(3b + 4)^2$
d) $(4a + 7)^2$

3. Podane wyrażenie zapisz w postaci sumy.

a) $(x + 7)^2$
b) $(x + 1)^2$
c) $(4 + x)^2$
d) $(2x + 3)^2$
e) $(-3x + 2)^2$
f) $(-8 + x)^2$

4. Podane wyrażenie zapisz w postaci sumy.

a) $(x - 8)^2$
b) $(2x - 7)^2$
c) $(4 - x)^2$
d) $(2 - 2x)^2$
e) $(3x - 6)^2$
f) $(3x - y)^2$

5. Oblicz, korzystając ze wzoru na kwadrat sumy.

a) 43^2
b) 61^2
c) 103^2
d) 520^2

6. Oblicz, korzystając ze wzoru na kwadrat różnicy.

a) 39^2
b) 78^2
c) 109^2
d) 699^2

7. Podane wyrażenie doprowadź do najprostszej postaci.

a) $(x - y)^2 + (x + y)^2$
b) $(x + y)^2 - (x - y)^2$
c) $(x + 2y)^2 + (x + y)(2x + 2y)$
d) $(3x - 4)^2 + (4x - 5)^2$
e) $(3x - 4)^2 - (4x - 5)^2$
f) $(3 + 4x)^2 - (1 - 2x)^2$

8. Podaną sumę zapisz w postaci kwadratu sumy.

a) $a^2 + 2ab + b^2$
b) $a^2 + 16ab + 64b^2$
c) $64a^2 + 48ab + 9b^2$
d) $16a^2 + 16ab + 4b^2$
e) $36a^2 + 48ab + 16b^2$
f) $9a^2 + 18ab + 9b^2$

9. Podaną sumę zapisz w postaci kwadratu różnicy.

a) $36x^2 - 72xy + 36y^2$
b) $81x^2 - 126xy + 49y^2$
c) $121x^2 - 198xy + 81y^2$
d) $25x^2 - 250\,xy + 625y^2$
e) $36x^2 - 144xy + 144y^2$
f) $81x^2 - 270\,xy + 225y^2$

10. Uzupełnij podaną równość tak, aby była prawdziwa.

a) $(3x + \square)^2 = 9x^2 + 6x + 1$
b) $(x + 4)^2 = x^2 + \square + 16$
c) $(\square + 8)^2 = 4x^2 + 32x + 64$
d) $(3x + y)^2 = \square + 6xy + y^2$
e) $(4x + \square)^2 = 16x^2 + 24xy + 9y^2$
f) $(5x + 7y)^2 = 25x^2 + 70xy + \square$

11. Uzupełnij podaną równość tak, aby była prawdziwa.

a) $(x - 6)^2 = \square - 12x + 36$
b) $(2x - \square)^2 = 4x^2 - 20x + 25$
c) $(\square - 3)^2 = 36x^2 - 36x + 9$
d) $(6x - y)^2 = 36x^2 - \square + y^2$
e) $(5x - 3y)^2 = 25x^2 - 30xy + \square$
f) $(4x - \square)^2 = \square - 24xy + 9y^2$

12. Rozwiąż równanie.

a) $(2x + 1)^2 = 3(x^2 + 3) + x^2$
b) $(x + 9)^2 - 2x = x(x + 6) - 19$
c) $(4x + 5)^2 - 5 = 4x(5 + 4x)$
d) $x(x - 6) + 26 = (3x + 4)^2 - 8x^2$
e) $\left(\frac{1}{2}x + 1\right)^2 = \frac{1}{4}(8 + x^2)$
f) $(6 - 0,5x)^2 - 3 = 0,5(0,5x^2 - 6)$

13. Rozwiąż równanie.

a) $(2x - 1)^2 = 2x(6 + 2x) - 31$
b) $(7x - 4)^2 = 12 + 7x(2 + 7x)$
c) $(x + 5)(x - 3) = (x - 8)^2 + 11$
d) $(x + 2)(4x + 1) = (2x + 3)^2 - 1$
e) $\left(4x - \frac{1}{2}\right)^2 - 0,5^2 = \frac{1}{2}(4x - 2)(8x - 5) + 2$

14. Rozwiąż równanie.

a) $(x - 3)^2 + 2(x + 6) = (x + 3)^2 + 2$
b) $(x - 1)^2 + (x + 2)(x + 2) = x^2 + (x + 2)^2$
c) $(x + 3)^2 + (x - 3)^2 = 3(x - 3)^2 - (x + 3)^2$
d) $(x + 4)^2 + (x - 7)^2 + (x + 7)^2 + x^2 = (2x + 4)^2 + 2$

15. Jaką liczbę trzeba dodać do podanego wyrażenia, aby otrzymać wyrażenie postaci $a^2 + 2ab + b^2$?

a) $a^2 + 25b^2$
b) $4a^2 + 36b^2$
c) $a^2 + 49b^2$
d) $36a^2 + 81b^2$
e) $\frac{1}{4}a^2 + b^2$
f) $25a^2 + \frac{1}{25}b^2$

16. Jaką liczbę trzeba odjąć od podanego wyrażenia, aby otrzymać wyrażenie postaci $x^2 - 2xy + y^2$?

a) $x^2 + 16y^2$
b) $4x^2 + 25y^2$
c) $\frac{1}{4}x^2 + 49y^2$
d) $\frac{9}{25}x^2 + \frac{1}{4}y^2$
e) $81x^2 + 625y^2$
f) $x^2 + 0,25y^2$

17. Jaką liczbę trzeba dodać do podanego wyrażenia, aby otrzymać wyrażenie postaci $x^2 + 2xy + y^2$?

a) $x^2 + 2xy$
b) $4x^2 + 4xy$
c) $4x^2 + 8xy$
d) $16x^2 + 24xy$
e) $81x^2 + 90xy$
f) $49x^2 + 154xy$

18. Jaką liczbę trzeba dodać do podanego wyrażenia, aby otrzymać wyrażenie postaci $a^2 - 2ab + b^2$?

a) $a^2 - 4ab$
b) $49a^2 - 42ab$
c) $64a^2 - 80ab$
d) $0,25a^2 - 8ab$
e) $a^2 + 9b^2$
f) $\frac{9}{16}a^2 - 9ab$

19. Dany jest kwadrat o boku a. Gdy każdy bok kwadratu zwiększono o 5, otrzymano kwadrat o polu większym o 55 od pola poprzedniego kwadratu. Jaka była długość boku pierwszego kwadratu?

20. Dany jest kwadrat o boku x. Gdy każdy bok kwadratu zmniejszono o 4, otrzymano kwadrat o polu mniejszym o 32 od pola kwadratu o boku x. Jaka jest długość boku mniejszego kwadratu?

21. Mamy trzy kwadraty. Największy ma boki o 10 dłuższe od średniego, a najmniejszy o 10 krótsze od średniego kwadratu. Różnica pól między największym a najmniejszym kwadratem wynosi 1000. Jakie długości mają boki tych kwadratów?

22. Dany jest kwadrat o boku a. Gdy każdy bok kwadratu zwiększono o b, pole nowego kwadratu zwiększyło się o 24. Jakiej długość były boki mniejszego kwadratu, a jakiej większego, jeżeli wiadomo, że były to liczby naturalne?

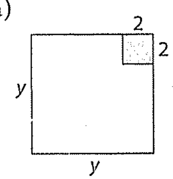
1. Wykonaj mnożenie i przeprowadź redukcję wyrazów podobnych.

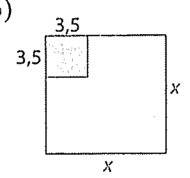
a) $(x-4)(x+4)$ b) $(3-x)(3+x)$ c) $(2x-1)(2x+1)$

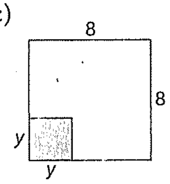
d) $(-2x+y)(-2x-y)$ e) $\left(\frac{1}{2}x-6\right)\left(\frac{1}{2}x+6\right)$

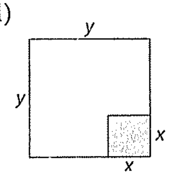
f) $\left(\frac{3}{5}x-\frac{1}{2}y\right)\left(\frac{3}{5}x+\frac{1}{2}y\right)$

2. Zapisz pole niezamalowanej figury jako różnicę pól kwadratów.

a)


b)


c)


d)


3. Przerysuj i uzupełnij tabelę.

a	b	a^2	b^2	a^2-b^2	$a+b$	$a-b$	$(a+b)(a-b)$
2	4						
8	-3						
-0,5	-1,5						

4. Podane wyrażenie przedstaw w postaci różnicy.

a) $(3-a)(3+a)$ b) $(a-6)(a+6)$ c) $(2a-4)(2a+4)$

d) $(3a-b)(3a+b)$ e) $(2a-11b)(2a+11b)$ f) $(7a-9b)(7a+9b)$

5. Podane wyrażenie przedstaw w postaci różnicy.

a) $\left(\frac{1}{2}x+2\right)\left(\frac{1}{2}x-2\right)$ b) $(0{,}3+x)(0{,}3-x)$

c) $\left(\frac{1}{7}x+\frac{3}{4}y\right)\left(\frac{1}{7}x-\frac{3}{4}y\right)$ d) $(3{,}5x+1{,}2y)(3{,}5x-1{,}2y)$

e) $(2{,}5a+4{,}4b)(2{,}5a-4{,}4b)$ f) $\left(2\frac{1}{5}a-\frac{3}{4}b\right)\left(2\frac{1}{5}a+\frac{3}{4}b\right)$

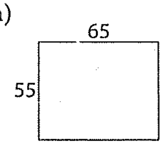
6. Podane wyrażenie przedstaw w postaci różnicy.

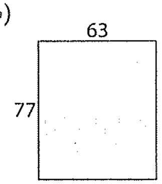
a) $(x^2-1)(x^2+1)$ b) $(2-x^2)(x^2+2)$

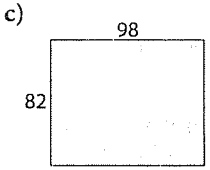
c) $(4x^2-y^2)(4x^2+y^2)$ d) $(x^3-5y^2)(x^3+5y^2)$

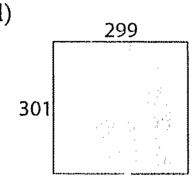
e) $(3x^2-7y^4)(3x^2+7y^4)$ f) $(-3x^3-2y^5)(-3x^3+2y^5)$

7. Zapisz pole narysowanej figury w postaci iloczynu sumy i różnicy.

a)


b)


c)


d)


8. Podane wyrażenie przedstaw w postaci iloczynu.

a) $16-x^2$ b) y^2-25 c) $64-4x^2$

d) $36x^2-16y^2$ e) $81a^2-121b^2$ f) $0{,}25x^2-0{,}04y^2$

9. Podane wyrażenie przedstaw w postaci iloczynu.

a) $36x^4-y^2$ b) $\frac{1}{4}y^2-x^6$ c) $81x^8-36y^{10}$

d) $4x^2y^4-16z^{16}$ e) $0{,}09a^4-b^4c^6$ f) $4{,}84x^{12}-0{,}64y^{18}$

10. Korzystając ze wzoru na różnicę kwadratów, oblicz.

a) 33^2-27^2 b) 24^2-16^2 c) 44^2-36^2

d) 26^2-25^2 e) 81^2-79^2 f) 106^2-94^2

11. Rozwiąż równanie.

a) $(x-6)(x+6)=x^2+2x$ b) $x(4x-1)=(2x-3)(2x+3)$

c) $\left(\frac{1}{2}x-1\right)\left(\frac{1}{2}x+1\right)=\frac{1}{4}x(3+x)$ d) $(6-x)(6+x)=x(9-x)$

12. Połącz w pary równe wyrażenia.

A. $25x^4-4$ I. $(3y+x)(3y-x)$

B. $4x^6-9y^4$ II. $(5x^2-2)(5x^2+2)$

C. $9y^2-x^2$ III. $(6x-5y^2)(6x+5y^2)$

D. $36x^2-25y^4$ IV. $(2x^3+3y^2)(2x^3-3y^2)$

13. Podane wyrażenie doprowadź do najprostszej postaci.

a) $5(x-7)(x+7)$ b) $3(3x-3)(3x+3)$

c) $-3(3x-3)(3x+3)$ d) $-3(-3x-3)(-3x+3)$

e) $6\left(\frac{1}{3}x-\frac{1}{9}y\right)\left(\frac{1}{3}x+\frac{1}{9}y\right)$ f) $-\frac{3}{4}\left(8x-\frac{8}{21}y\right)\left(8x+\frac{8}{21}y\right)$

14. Podane wyrażenie doprowadź do najprostszej postaci.

a) $3(x+7y)^2$ b) $-6(2x+9y)^2$ c) $3\left(\frac{1}{9}x^2-3y\right)^2$ d) $-\frac{1}{2}(8x-12y)^2$

15. Podane wyrażenie doprowadź do najprostszej postaci.

a) $(2x-y)(2x+y)+(2x+y)^2$

b) $(3x-8y)^2+(3x-8y)(3x+8y)-(3x+8y)^2$

c) $-4\left(\frac{1}{2}x-y\right)\left(\frac{1}{2}x+y\right)+4\left(\frac{1}{2}x+y\right)^2$

d) $-\frac{1}{7}(21x-14y)^2-\left(\frac{1}{7}x-y\right)\left(\frac{1}{7}x+y\right)$

16. Wykonaj mnożenie i przeprowadź redukcję wyrazów podobnych.

a) $(6x-4y)(6x+4y)\cdot 5x$ b) $(x-1)(x+1)-(x^2-1)(x+2)$

c) $(2x-4y)(2x+4y)+(2x+4y)^2+(2x-4y)^2-(x-3)(x+7)$

d) $x(x-11y)(x+11y)-x(x-11y)^2$

17. Rozwiąż równanie.

a) $(2x-4)(2x+4)=(2x-4)^2$ b) $(3x-1)^2=(3x-1)(3x+1)$

c) $(-3x+6)^2=(3x-6)(3x+6)$ d) $(8-x)(8+x)=(2-x)^2-2x^2$

18. Prostokąt ma boki a i $a+b$. Jaką długość ma bok kwadratu o obwodzie równym obwodowi tego prostokąta? Czy pola prostokąta i kwadratu są równe?

19. Gdy długość boku kwadratu zwiększono o 6 cm, wtedy jego pole zwiększyło się o 132 cm^2. Jakiej długości był bok pierwszego kwadratu?

20. W kwadracie jeden jego bok zwiększono o 7, a drugi skrócono o 7, otrzymując prostokąt. O ile pole prostokąta jest mniejsze od pola kwadratu?

21. Dany jest kwadrat o boku x. Jeżeli jeden jego bok skrócimy o 8, a drugi zwiększymy o 8, to otrzymamy prostokąt o polu 36. Jakie jest pole kwadratu? Jaka jest długość boku kwadratu?

22. Czy iloczyn dwóch kolejnych nieparzystych liczb całkowitych jest liczbą parzystą czy nieparzystą? Czy różnica kwadratów dwóch kolejnych liczb całkowitych jest liczbą parzystą czy nieparzystą?

1. Wyznacz wskazaną zmienną z równania.

a) $2a-2b=x,\quad b=?$ b) $\frac{1}{2}x+3y=2z,\quad y=?$

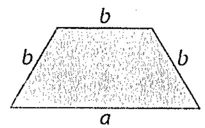
c) $\frac{p}{2}+\frac{q}{2}=2,\quad p=?$ d) $2(t-k)=4,\quad k=?$

e) $T=f\cdot N,\quad N=?$ f) $P=\frac{W}{t},\quad W=?$

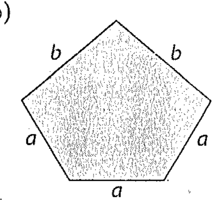
2. Napisz wzór na obwód L równoległoboku o bokach długości p i q, a następnie wyznacz z niego q.

3. Zapisz wzór na obwód L figury i wyznacz z niego długości boków a i b.

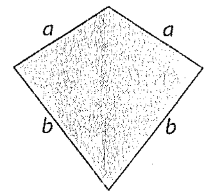
a)



b)



c)



4. Aby obliczyć, jakim procentem p liczby b jest liczba a, można zastosować wzór $p=\frac{a}{b}\cdot 100\%$.

a) Oblicz, wykorzystując ten wzór, jakim procentem liczby 30 jest liczba 6.

b) Wyznacz z tego wzoru zmienną b.

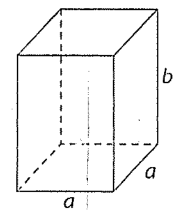
5. Wyznacz wskazaną zmienną z równania.

a) $\frac{2x-2y}{5}=4,\quad y=?$ b) $\frac{a+3b}{a}=a,\quad b=?$

c) $\frac{1}{a+b}=2,\quad a=?$ d) $\frac{a+3b}{a}=2,\quad a=?$

e) $W=U\cdot I\cdot t,\quad I=?$ f) $S=\pi\cdot r\cdot l,\quad r=?$

6. Oznaczając przez a, a, b długości krawędzi prostopadłościanu, zapisz wzory na pole powierzchni P oraz objętość V prostopadłościanu i wyznacz z nich zmienną b.



7. Zbyszek kupił x kg jabłek po 2,50 zł za kg, y kg gruszek po 4 zł za kg oraz z kg pomarańczy po 5,20 zł za kg. Zapłacił S zł. Opisz sytuację równaniem i wyznacz z niego x.

8. Ze wzoru na pole powierzchni wycinka koła $P = \frac{2 \cdot \pi \cdot \alpha \cdot r}{360^\circ}$, wyznacz α.

9. Wyznacz wskazaną zmienną z równania.

a) $\frac{a+b}{2} - 1 = a, \quad a = ?$ b) $\frac{x-y}{2} + \frac{x+y}{3} = 0, \quad y = ?$

c) $\frac{1}{x} = \frac{2}{y}, \quad x = ?$ d) $\frac{1}{x} = \frac{1}{2} + \frac{1}{y}, \quad x = ?$

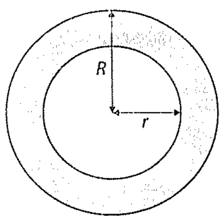
10. Wyznacz każdą zmienną ze wzoru.

a) $F = M \cdot \frac{W \cdot m}{r}$ b) $t \cdot x + k \cdot y = 2$ c) $s = ab + \frac{xy}{2}$

d) $\frac{1}{W} = \frac{m+n}{2}$ e) $m = \frac{2x + 2y}{3}$ f) $E = J(R + r)$

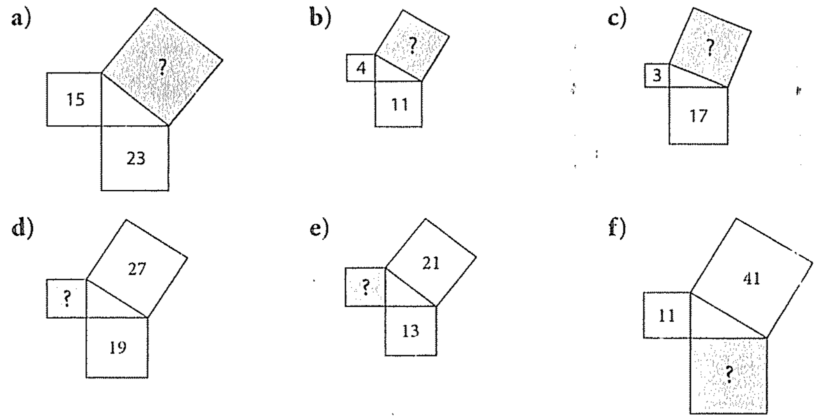
11. Narty kosztowały n złotych. Cenę nart obniżono o p procent. Zapisz za pomocą wzoru cenę C nart po obniżce, a następnie wyznacz z niego n oraz p.

12. Ze wzoru na pole pierścienia kołowego wyznacz $R - r$, wiedząc że suma długości promieni kół pierścienia wynosi 5.

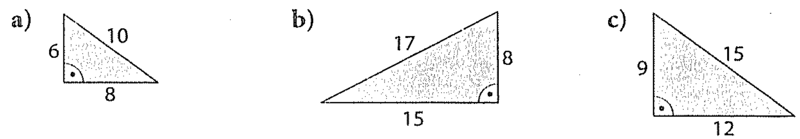


$P = \pi(R^2 - r^2)$

1. Na rysunku przedstawiono kwadraty zbudowane na bokach trójkąta prostokątnego oraz pola niektórych z nich. Wyznacz pole zaznaczonego kwadratu.



2. Zapisz zależność między długościami boków trójkąta pitagorejskiego.



3. Trójkąt o bokach długości 15, 20 i 25 jest trójkątem prostokątnym. Zapisz związek między długościami boków tego trójkąta.

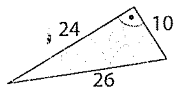
4. Sprawdź, czy trójkąt o podanych długościach boków jest prostokątny.

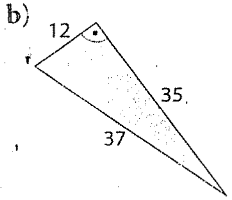
a) $a = 7$ cm, $b = 4$ cm, $c = 8$ cm
b) $a = 6$ dm, $b = 8$ dm, $c = 10$ dm
c) $a = 12$ mm, $b = 9$ mm, $c = 15$ mm
d) $a = 7$ m, $b = 9$ m, $c = 12$ m

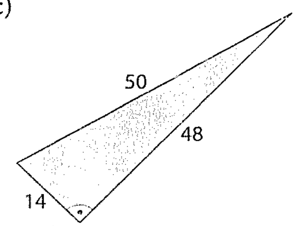
5. Korzystając z twierdzenia Pitagorasa, wyznacz pole kwadratu zbudowanego na przeciwprostokątnej trójkąta prostokątnego, którego przyprostokątne mają długości

a) 2 cm i 4 cm. b) 5 cm i 1 cm. c) 9 cm i 11 cm.

6. Zapisz zależność między długościami boków trójkąta pitagorejskiego.

a)


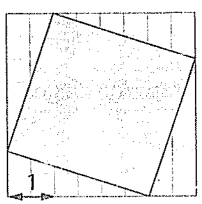
b)


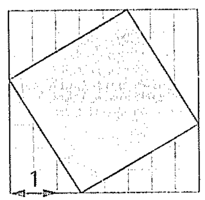
c)


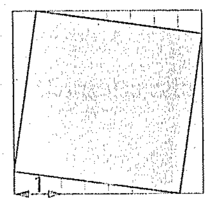
7. Sprawdź, czy trójkąt o podanych długościach boków jest prostokątny.

a) 6 cm, 1,1 cm, 6,1 cm
b) 1,5 m, 2 m, 2,5 m
c) 2,7 cm, 12 cm, 12,3 cm
d) 48 dm, 3,1 dm, 48,1 dm

8. Korzystając z twierdzenia Pitagorasa, wyznacz pole zaznaczonego kwadratu.

a)


b)


c)


9. Narysuj dowolny kwadrat i korzystając z twierdzenia Pitagorasa, zbuduj kwadrat o polu

a) dwa razy większym niż pole narysowanego kwadratu.
b) trzy razy większym od pola narysowanego kwadratu.

10. Korzystając ze wzoru: $(2n + 1)^2 + (2n^2 + 2n)^2 = (2n^2 + 2n + 1)^2$, gdzie n jest dowolną liczbą naturalną, podaj przykłady trójkątów pitagorejskich.

11. Korzystając ze wzoru: $(m^2 - n^2)^2 + (2mn)^2 = (m^2 + n^2)^2$, gdzie m i n są dowolnymi liczbami naturalnymi takimi, że $m > n$, podaj przykłady trójkątów pitagorejskich.

12. Sprawdź, czy podane wielkości mogą być długościami boków trójkąta prostokątnego.

a) 16 cm, 12 dm, 20 m
b) 24 dm, 1,8 m, 3 m
c) 10 cm, 1,3 dm, 16 cm
d) 8 dm, 18 cm, 8,2 dm

1. Podaj

a) pole kwadratu o boku długości 17.
b) długość boku kwadratu o polu 2401.
c) długość boku kwadratu o polu $1\frac{11}{25}$.
d) długość boku kwadratu o polu 2,89.
e) objętość sześcianu o krawędzi długości 0,3.
f) długość krawędzi sześcianu o objętości 1000.
g) długość krawędzi sześcianu o objętości $\frac{1}{125}$.
h) długość krawędzi sześcianu o objętości $2\frac{10}{27}$.

2. W miejsce znaków ♣, ♠, ♦, ♥ wstaw odpowiednie liczby.

a) $\sqrt{25} = ♣$, bo $♣^2 = 25$
b) $\sqrt{0{,}04} = ♥$, bo $♥^2 = 0{,}04$
c) $\sqrt{2\frac{23}{49}} = ♦$, bo $♦^2 = 2\frac{23}{49}$
d) $\sqrt[3]{♠} = 0{,}2$, bo $0{,}2^3 = ♠$

3. Sprawdź, które równości są prawdziwe.

a) $\sqrt{9801} = 99$
b) $\sqrt{13{,}69} = 3{,}7$
c) $\sqrt{\frac{361}{441}} = \frac{19}{29}$
d) $\sqrt[3]{1{,}728} = 1{,}2$
e) $\sqrt[3]{3^3} = 3$
f) $\sqrt[3]{2} = 1{,}19$

4. Oblicz.

a) $\sqrt{25} - \sqrt{9}$
b) $\sqrt{121} + \sqrt[3]{216}$
c) $2 \cdot \sqrt{\frac{1}{4}} - \frac{2}{3} \cdot \sqrt[3]{-\frac{8}{125}}$
d) $3 \cdot \sqrt[3]{8} - 2 \cdot \sqrt[3]{-1} + 4 \cdot \sqrt{16}$

5. Porównaj pary liczb.

a) $\sqrt{16}$ i $\sqrt{17}$
b) 3 i $\sqrt{12}$
c) $\sqrt{22}$ i $4{,}69$
d) $0{,}1$ i $\sqrt[3]{0{,}0001}$
e) $\frac{1}{3}$ i $\sqrt{\frac{1}{5}}$
f) $\sqrt{\frac{9}{16}}$ i $\sqrt[3]{\frac{27}{64}}$

6. Wskaż dwie sąsiednie liczby naturalne, między którymi leży na osi liczbowej podana liczba.

a) $\sqrt{150}$
b) $\sqrt{27}$
c) $\sqrt[3]{100}$

7. Podaj przybliżenie danego pierwiastka do części dziesiątych.

a) $\sqrt{10}$ b) $\sqrt{101}$ c) $\sqrt[3]{9}$

8. Oblicz.

a) $\sqrt{1296}$ b) $\sqrt{5184}$ c) $\sqrt{100000000}$
d) $\sqrt{1,2321}$ e) $\sqrt{0,5625}$ f) $\sqrt{0,0000000001}$
g) $\sqrt{5\frac{1}{16}}$ h) $\sqrt{4\frac{21}{25}}$ i) $\sqrt{123\frac{37}{81}}$

9. Oblicz.

a) $\sqrt[3]{1331}$ b) $\sqrt[3]{1030301}$ c) $\sqrt[3]{-4913}$
d) $\sqrt[3]{-0,001728}$ e) $\sqrt[3]{0,009261}$ f) $\sqrt[3]{-8,120601}$
g) $\sqrt[3]{12\frac{19}{27}}$ h) $\sqrt[3]{1\frac{61}{64}}$ i) $\sqrt[3]{-1\frac{127}{216}}$

10. Oblicz.

a) $\sqrt{100} + \sqrt[3]{1000} - 2\sqrt{0,64}$ b) $\frac{1}{2}\sqrt{\frac{64}{81}} - \sqrt[3]{\frac{8}{27}}$

c) $3,2 \cdot \left(\sqrt[3]{-0,064} + \sqrt{0,36}\right) - 0,2$ d) $\frac{\sqrt[3]{0,125} - \sqrt{0,25}}{\sqrt[3]{-720}}$

11. Porównaj liczby.

a) $\sqrt{1} + \sqrt{4}$ i $\sqrt{1+4}$ b) $\sqrt{25} + \sqrt{16}$ i $\sqrt{25+16}$
c) $\sqrt{64} + \sqrt{36}$ i $\sqrt{64+36}$ d) $\sqrt{1,69} + \sqrt{1,44}$ i $\sqrt{1,69+1,44}$

12. Podaj pierwiastek kwadratowy z liczby naturalnej leżący na osi liczbowej między wskazanymi liczbami. Ile jest takich pierwiastków?

a) 3 i 4 b) 12 i 13 c) 100 i 101

13. Przyjrzyj się przykładowi: $1,73 < \sqrt{3} < 1,74$. Wskaż w podobny sposób dwie liczby różniące się o 0,01, między którymi znajduje się wskazany pierwiastek.

a) $\sqrt{15}$ b) $\sqrt{\frac{3}{4}}$ c) $\sqrt[3]{5}$

14. Pole kwadratu jest równe 13 cm^2. Czy obwód tego kwadratu będzie większy od 13 cm?

15. Objętość sześcianu wynosi 3,375 dm^3. Oblicz pole powierzchni całkowitej tego sześcianu.

16. Wskaż dwie sąsiednie liczby całkowite, między którymi leży na osi liczbowej podana liczba.

a) $2 - \sqrt{20}$ b) $1 + \sqrt[3]{-10}$ c) $\frac{\sqrt{50} + 2}{3}$

17. Podaj przykład liczby a, takiej że

a) $4,8 < \sqrt{a} < 4,9$. b) $1,58 < \sqrt{a} < 1,59$.

18. Jeśli liczba x jest dowolnym przybliżeniem pierwiastka stopnia trzeciego liczby dodatniej p, to dokładniejsze przybliżenie pierwiastka otrzymamy ze wzoru

$\sqrt[3]{p} \approx \frac{1}{3} \cdot (2x + \frac{p}{x^2})$.

Wykorzystując ten wzór, wyznacz trzy przybliżenia podanego pierwiastka.

a) $\sqrt[3]{5}$ b) $\sqrt[3]{20}$

1. Oblicz.

a) $\sqrt{15}\cdot\sqrt{15}$ b) $\sqrt{8}\cdot\sqrt{8}$ c) $\sqrt{102}\cdot\sqrt{102}$

d) $\sqrt{\frac{1}{2}}\cdot\sqrt{\frac{1}{2}}$ e) $\sqrt{\frac{7}{8}}\cdot\sqrt{\frac{7}{8}}$ f) $\sqrt{7\frac{3}{4}}\cdot\sqrt{7\frac{3}{4}}$

2. Oblicz.

a) $(\sqrt{21})^2$ b) $(\sqrt{1,7})^2$ c) $(\sqrt{0,125})^2$

d) $\left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^2$ e) $\left(\sqrt{5\frac{6}{7}}\right)^2$ f) $\left(\sqrt{1\frac{1}{3000}}\right)^2$

3. Oblicz.

a) $\sqrt{8}\cdot\sqrt{32}$ b) $\sqrt{14}\cdot\sqrt{7}$ c) $\sqrt{6}\cdot\sqrt{48}$

d) $\sqrt{2}\cdot\sqrt{0,5}$ e) $\sqrt{5}\cdot\sqrt{1,2}$ f) $\sqrt{0,5}\cdot\sqrt{0,2}$

g) $\sqrt{\frac{1}{2}}\cdot\sqrt{\frac{1}{8}}$ h) $\sqrt{\frac{3}{5}}\cdot\sqrt{\frac{5}{9}}$ i) $\sqrt{\frac{14}{15}}\cdot\sqrt{\frac{6}{7}}$

j) $\sqrt[3]{15}\cdot\sqrt[3]{2}$ k) $\sqrt[3]{9}\cdot\sqrt[3]{-24}$ l) $\sqrt[3]{12}\cdot\sqrt[3]{18}$

4. Oblicz.

a) $\sqrt{32}:\sqrt{8}$ b) $\sqrt{75}:\sqrt{15}$ c) $\sqrt{180}:\sqrt{20}$

d) $\sqrt{1,6}:\sqrt{10}$ e) $\sqrt{2}:\sqrt{0,5}$ f) $\sqrt{0,8}:\sqrt{0,2}$

g) $\frac{\sqrt{24}}{\sqrt{3}}$ h) $\frac{\sqrt{56}}{\sqrt{7}}$ i) $\frac{\sqrt{125}}{\sqrt{5}}$

j) $\frac{\sqrt[3]{-88}}{\sqrt[3]{-11}}$ k) $\frac{\sqrt[3]{48}}{\sqrt[3]{12}}$ l) $\frac{\sqrt[3]{-300}}{\sqrt[3]{12}}$

5. Wyłącz czynnik przed znak pierwiastka.

a) $\sqrt{88}$ b) $\sqrt{56}$ c) $\sqrt{96}$ d) $\sqrt{108}$

e) $\sqrt{220}$ f) $\sqrt{120}$ g) $\sqrt{128}$ h) $\sqrt{242}$

i) $\sqrt[3]{80}$ j) $\sqrt[3]{-54}$ k) $\sqrt[3]{270}$ l) $\sqrt[3]{-5000}$

6. Włącz pod znak pierwiastka.

a) $2\sqrt{50}$ b) $3\sqrt{30}$ c) $11\sqrt{10}$ d) $10\sqrt{11}$

e) $0,2\sqrt{75}$ f) $0,1\sqrt{10}$ g) $1,1\sqrt{2}$ h) $\frac{1}{3}\sqrt{27}$

i) $4\sqrt[3]{10}$ j) $-5\sqrt[3]{3}$ k) $\frac{1}{2}\sqrt[3]{16}$ l) $-0,3\sqrt[3]{100}$

7. Usuń niewymierność z mianownika i skróć ułamek.

a) $\frac{1}{\sqrt{8}}$ b) $\frac{5}{\sqrt{5}}$ c) $\frac{12}{\sqrt{18}}$

d) $\frac{10}{2\sqrt{5}}$ e) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{8}}$ f) $\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}}$

8. Wykonaj działania. Wyłącz jak największy czynnik przed znak pierwiastka.

a) $(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})$ b) $\sqrt{10}(\sqrt{2}+\sqrt{5})$

c) $(\sqrt{15}-\sqrt{6})\sqrt{30}$ d) $(\sqrt{2}+\sqrt{18})^2$

e) $(\sqrt{2}+\sqrt{6})^2$ f) $(\sqrt{6}-\sqrt{3})^2$

9. Wykonaj działania. Usuń niewymierności z mianownika.

a) $\sqrt{30}\left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}+3\right)$ b) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}\left(2+\frac{\sqrt{6}}{3}\right)$ c) $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}}\right)\sqrt{6}$

d) $\left(1+\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2$ e) $\left(3-\frac{3}{\sqrt{3}}\right)^2$ f) $\left(\frac{1}{\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{6}}\right)^2$

10. Wyłącz czynnik przed znak pierwiastka.

a) $\sqrt{x^2y}$ b) $\sqrt{x^5}$ c) $\sqrt{8x^2y}$

d) $\sqrt{x^3y^6}$ e) $\sqrt{9x^5y^4}$ f) $\sqrt{18x\cdot y^2\cdot z^3}$

11. Rozwiąż równanie.

a) $\sqrt{5}x=\sqrt{20}$ b) $\sqrt{2}x=\sqrt{32}$ c) $\sqrt{2}x=\sqrt{6}$

d) $\sqrt{15}x=\sqrt{5}$ e) $2\sqrt{3}x=4\sqrt{6}$ f) $3\sqrt{6}x=6\sqrt{3}$

12. Rozwiąż równanie.

a) $\sqrt{3}x+\sqrt{3}=2\sqrt{3}$ b) $\sqrt{2}x+2=12$ c) $\sqrt{5}x-5=10$

d) $5x+\sqrt{3}=10$ e) $2x+2\sqrt{7}=8\sqrt{7}$ f) $8\sqrt{2}-x=\sqrt{2}$

13. Obwód prostokąta wynosi $8\sqrt{5}$ cm. Dłuższy bok ma $3\sqrt{5}$ cm długości. Jaka jest długość krótszego boku? Jakie jest pole tego prostokąta?

14. Dany jest trójkąt o polu 200. Jaka jest długość podstawy, jeżeli wysokość opuszczona na tę podstawę ma długość $10\sqrt{2}$?

15. Pole prostokąta wynosi 28, a długość jednego z jego boków $\sqrt{7}$. Jaki jest obwód tego prostokąta?

16. Pole rombu wynosi $10\sqrt{6}$, a jedna z jego przekątnych $4\sqrt{3}$. Oblicz długość drugiej przekątnej.

17. Przekątna kwadratu ma $2\sqrt{7}$ długości. Oblicz pole tego kwadratu.

18. Pole prostokąta wynosi $8\sqrt{15}$, a jeden z jego boków ma długość wynoszącą $2\sqrt{3}$. Oblicz długość drugiego boku. Oblicz obwód tego prostokąta.

19. Stosunek długości boków prostokąta wynosi $3 : 5$ (długość jednego to $\frac{3}{5}$ długości drugiego). Pole tego prostokąta wynosi 45 cm^2. Jakie są długości boków tego prostokąta? Jaką długość ma jego obwód?

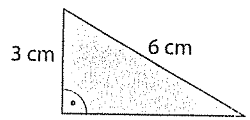
1. Oblicz długość przeciwprostokątnej, jeżeli długości przyprostokątnych wynoszą

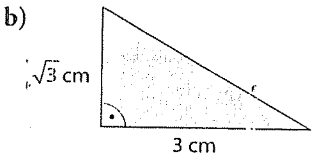
a) 7 i 9.
b) $\sqrt{8}$ i 1.
c) $\sqrt{5}$ i $\sqrt{5}$.
d) 5 i 5.
e) 0,5 i 1.
f) $\sqrt{0{,}5}$ i $\sqrt{0{,}5}$.

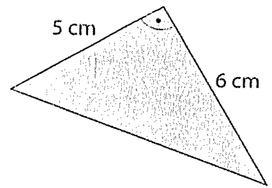
2. Oblicz długość przyprostokątnej w trójkącie prostokątnym, jeżeli długości pozostałych boków wynoszą

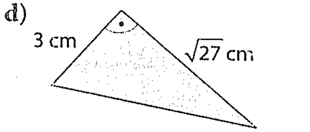
a) 9 cm i 3 cm.
b) 6 cm i 3 cm.
c) 12 cm i 10 cm.
d) 10 cm i $\sqrt{19}$ cm.
e) 7 cm i $\sqrt{19}$ cm.
f) $\sqrt{61}$ cm i 6 cm.
g) $\sqrt{15}$ cm i $\sqrt{3}$ cm.
h) $\sqrt{55}$ cm i $\sqrt{33}$ cm.
i) 15 cm i $\sqrt{15}$ cm.

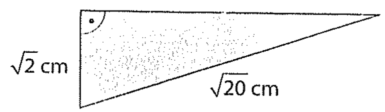
3. Oblicz długość trzeciego boku.

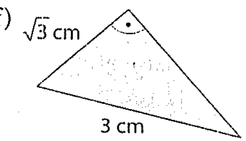
a)


b)


c)


d)


e)


f)


4. Rozstrzygnij, czy trójkąty o podanych bokach są trójkątami prostokątnymi.

I. 2 cm, 3 cm, 4 cm
II. 2 cm, 3 cm, $\sqrt{13}$ cm
III. 1 cm, $\sqrt{2}$ cm, $\sqrt{5}$ cm
IV. 2 cm, 3 cm, $\sqrt{5}$ cm
V. $\sqrt{2}$ cm, $\sqrt{3}$ cm, $\sqrt{5}$ cm
VI. 1 cm, $\sqrt{0{,}7}$ cm, $\sqrt{0{,}3}$ cm

5. Oblicz długość przeciwprostokątnej, jeżeli długości przyprostokątnych wynoszą:

a) 5 i $3\sqrt{5}$.
b) $3\sqrt{3}$ i $3\sqrt{3}$.
c) $4\sqrt{5}$ i $3\sqrt{5}$.

6. Oblicz długość przyprostokątnej w trójkącie prostokątnym, jeżeli długości pozostałych boków wynoszą
a) 6 cm i $2\sqrt{7}$ cm. b) $5\sqrt{2}$ cm i $2\sqrt{5}$ cm. c) $4\sqrt{5}$ cm i $2\sqrt{5}$ cm.

7. Rozstrzygnij, czy odcinki o podanych długościach są bokami trójkąta prostokątnego.
a) 4 cm, $\sqrt{6}$ cm, $2\sqrt{11}$ cm b) $4\sqrt{2}$ cm, $3\sqrt{5}$ cm, $2\sqrt{3}$ cm
c) $2\sqrt{5}$ cm, $2\sqrt{6}$ cm, $2\sqrt{11}$ cm d) $6\sqrt{11}$ cm, $10\sqrt{11}$ cm, $8\sqrt{11}$ cm

8. W trójkącie równoramiennym prostokątnym przyprostokątna ma długość 5 cm. Oblicz długość przeciwprostokątnej.

9. Prostokąt ma boki długości $\sqrt{2}$ i $2\sqrt{2}$. Oblicz długość przekątnej tego prostokąta.

10. Romb ma przekątne o długościach 4 i 8. Jaką długość ma bok tego rombu?

11. Romb ma przekątne o długościach $4\sqrt{2}$ i $4\sqrt{3}$. Jaką długość ma obwód tego rombu?

12. Romb ma bok długości 12 i jedną z przekątnych długości $4\sqrt{6}$. Oblicz długość drugiej przekątnej.

13. Trójkąt prostokątny ma dwa boki o długościach 1 cm i 2 cm. Oblicz długość trzeciego boku. Rozważ wszystkie możliwości.

14. Trójkąt prostokątny ma dwa boki o długościach 5 cm i 2 cm. Oblicz pole tego trójkąta. Rozważ wszystkie możliwości.

15. W trójkącie prostokątnym jedna przyprostokątna jest dwukrotnie dłuższa niż druga, a przeciwprostokątna ma $3\sqrt{5}$ cm długości. Oblicz długość obu przyprostokątnych.

16. W trójkącie prostokątnym jedna przyprostokątna ma 8 cm długości, a druga jest trzykrotnie krótsza niż przeciwprostokątna. Oblicz długość drugiej przyprostokątnej i długość przeciwprostokątnej.

17. Romb ma bok długości 8 i jedną z przekątnych długości $2\sqrt{3}$. Oblicz pole i obwód tego rombu.

18. Romb ma przekątne o długościach 4 i 6. Jaką długość ma wysokość tego rombu?

19. Rozstrzygnij, czy istnieje taki odcinek o długości a, że można zbudować trójkąt prostokątny, którego najkrótszy bok jest pięciokrotnie dłuższy niż odcinek a, drugi bok jest sześciokrotnie dłuższy niż a, trzeci bok jest siedmiokrotnie dłuższy niż a. Uzasadnij swoją odpowiedź.

1. Oblicz długość przekątnej kwadratu o boku

a) 3 cm. b) 7 cm. c) 1,5 cm.
d) 0,2 cm. e) $\sqrt{2}$ cm. f) $\sqrt{3}$ cm.

2. Oblicz długość boku kwadratu, jeżeli przekątna ma długość

a) $5\sqrt{2}$. b) $1{,}75\sqrt{2}$. c) $\frac{\sqrt{2}}{2}$.
d) 4. e) $\sqrt{10}$. f) $\sqrt{7}$.

3. Oblicz długość wysokości trójkąta równobocznego o boku długości

a) 12 cm. b) 7 cm. c) $\frac{1}{2}$ cm.
d) $\sqrt{3}$ cm. e) $\sqrt{5}$ cm. f) $\sqrt{6}$ cm.

4. Oblicz pole trójkąta równobocznego, którego bok ma długość

a) 16 cm. b) 9 cm. c) $\frac{2}{3}$ cm.
d) 1,2 cm. e) $\sqrt{6}$ cm. f) $\sqrt{2}$ cm.

5. Trójkąt równoramienny ma podstawę długości 10 cm i ramię długości 7 cm. Oblicz wysokość tego trójkąta.

6. Trójkąt równoramienny ma podstawę długości 8 cm i wysokość długości 6 cm. Oblicz długość ramienia tego trójkąta.

7. Trójkąt równoramienny ma ramię długości 4 cm i wysokość długości 2 cm. Oblicz długość podstawy tego trójkąta.

8. Trapez równoramienny ma boki długości: 2, 2, 2, 4. Oblicz wysokość tego trapezu. Oblicz pole trapezu.

9. Trapez prostokątny ma podstawy długości 3 cm i 6 cm, a długość ramienia prostopadłego do podstaw wynosi 5 cm. Oblicz długość drugiego ramienia tego trapezu. Oblicz obwód trapezu.

10. Trapez prostokątny ma podstawy długości 3 cm i 6 cm, a długość ramienia, które nie jest prostopadłe do podstaw, wynosi 7 cm. Oblicz długość drugiego ramienia tego trapezu. Oblicz pole i obwód tego trapezu.

11. Przekątne rombu mają 8 cm i 10 cm długości. Oblicz długość boku tego rombu.

12. Przekątne rombu mają 6 cm i 12 cm długości. Oblicz obwód tego rombu.

13. Długość boku rombu jest taka sama jak jednej z jego przekątnych i wynosi 6 cm. Oblicz długość drugiej przekątnej.

14. Sześciokąt foremny ma bok długości 4 cm. Oblicz jego pole.

15. Sześciokąt foremny ma dłuższą przekątną długości $6\sqrt{3}$. Jaka jest długość boku tego sześciokąta? Oblicz pole i obwód tego sześciokąta.

16. Pole rombu wynosi 16 cm^2. Jedna przekątna jest dwa razy dłuższa od podstawy. Oblicz długości przekątnych oraz boku tego rombu.

17. Pole rombu wynosi 12 cm^2. Jedna przekątna jest dwa razy krótsza od drugiej. Oblicz długości przekątnych, długość boku oraz obwód tego rombu.

18. Ramię trójkąta równoramiennego jest dwa razy dłuższe od podstawy. Jaką długość mają boki tego trójkąta, jeżeli długość wysokości wynosi $\sqrt{15}$ cm?

19. Czy istnieje prostokąt, w którym przekątna jest dwa razy dłuższa od jednego z boków? Odpowiedź uzasadnij.

20. Czy istnieje taki prostokąt, w którym długości boków i długości przekątnych wyrażone są liczbami naturalnymi?

21. Czy istnieje kwadrat, w którym jednocześnie długości boków i długość przekątnej wyrażają się liczbami naturalnymi? Odpowiedź uzasadnij.

22. Uzasadnij, że jeżeli długość boku trójkąta równobocznego jest wyrażona liczbą naturalną, to długość wysokości nie może wyrażać się liczbą naturalną.

1. Oblicz odległość punktu od początku układu współrzędnych, jeśli punkt ma współrzędne
a) $A = (4, 7)$. b) $B = (-4, 7)$. c) $C = (4, -7)$. d) $D = (-4, -7)$.
e) $E = (-1, -10)$. f) $F = (2, -7)$. g) $G = (-3, -1)$. h) $H = (11, -2)$.

2. Oblicz długość odcinka AB, jeśli
a) $A = (0, 4)$, $B = (4, 0)$. b) $A = (-5, 0)$, $B = (5, 0)$.
c) $A = (4, -4)$, $B = (-4, 4)$. d) $A = (5, 5)$, $B = (-5, 5)$.

3. Punkty $A = (0, -1)$, $B = (5, -1)$, $C = (0, 5)$ są wierzchołkami trójkąta prostokątnego. Oblicz długości boków tego trójkąta.

4. Wierzchołki trójkąta ABC mają współrzędne $A = (6, 1)$, $B = (6, 5)$, $C = (-4, 5)$.
a) Oblicz długości boków tego trójkąta.
b) Korzystając z twierdzenia odwrotnego do twierdzenia Pitagorasa, sprawdź, czy trójkąt jest trójkątem prostokątnym.

5. Punkty o współrzędnych $A = (-4, 4)$, $B = (0, 0)$, $C = (4, 4)$ są wierzchołkami trójkąta prostokątnego ABC. Oblicz pole tego trójkąta.

6. Punkty $A = (-1, 2)$, $B = (3, 0)$, $C = (4, 2)$ są kolejnymi wierzchołkami prostokąta $ABCD$. Znajdź współrzędne wierzchołka D oraz oblicz pole i obwód tego prostokąta.

7. Oblicz długość odcinka wyznaczonego przez punkty
a) $E = (-5, -1)$, $F = (-1, -5)$. b) $G = (1, -5)$, $H = (5, -1)$.
c) $A = (1, 1)$, $B = (6, 7)$. d) $A = (-1, -1)$, $B = (7, 6)$.

8. Punkty $A = (-6, 1)$, $B = (3, 1)$, $C = (-6, 4)$ są wierzchołkami trójkąta prostokątnego. Oblicz długości boków tego trójkąta.

9. Punkty $A = (-2, 0)$, $B = (4, 2)$, $C = (2, 4)$ są wierzchołkami trójkąta ABC. Sprawdź, czy ten trójkąt jest trójkątem prostokątnym.

10. Oblicz pole powierzchni trójkąta prostokątnego ABC, jeśli $A = (-4, 2)$, $B = (0, -2)$, $C = (7, 5)$.

11. Dane są współrzędne dwóch wierzchołków trójkąta ABC: $A = (-2, -2)$, $B = (2, -6)$. Zaznacz w układzie współrzędnych dane punkty. Wyznacz współrzędne trzeciego wierzchołka tak, aby trójkąt był trójkątem prostokątnym, a jedną z przyprostokątnych był bok AB.
→ Sprawdź, czy wyznaczony trójkąt jest trójkątem prostokątnym.
→ Ile takich trójkątów możesz wyznaczyć?

12. Punkty $A = (-1, 1)$, $B = (3, -2)$, $D = (3, 4)$ są wierzchołkami rombu. Znajdź współrzędne czwartego wierzchołka tego rombu i oblicz jego pole oraz obwód.

13. Oblicz długość odcinka wyznaczonego przez punkty
a) $A = (-4, 3)$, $B = (3, 7)$. b) $C = (-1, 3)$, $D = (1, -5)$.

14. Znajdź drugą współrzędną punktu B, taką aby długość odcinka AB wynosiła $\sqrt{85}$, jeśli $A = (-3, 2)$, $B = (4, ?)$.

15. Punkty $A = (-3, 1)$, $B = (1, -2)$, $C = (7, 3)$ są wierzchołkami trójkąta. Rozstrzygnij, czy jest to trójkąt prostokątny.

16. Punkty $A = (-1, 2)$, $C = (6, 1)$ są wierzchołkami trójkąta prostokątnego i wyznaczają przeciwprostokątną tego trójkąta. Zaznacz punkty w układzie współrzędnych. Wyznacz współrzędne trzeciego wierzchołka tego trójkąta.

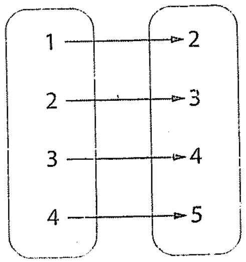
17. Punkty $A = (-1, 2)$, $B = (4, -3)$, $C = (4, 3)$, $D = (2, 5)$ są wierzchołkami trapezu prostokątnego $ABCD$. Oblicz pole tego trapezu.

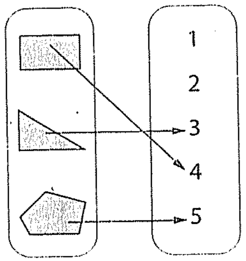
18. Punkt $A = (0, 4)$ jest jednym z końców odcinka AB. Wyznacz współrzędne drugiego punktu, tak aby długość odcinka AB była równa 5. Ile takich punktów spełnia ten warunek?

19. Punkt $C = (0, 2)$ jest środkiem odcinka AB. Wyznacz odcięte końców odcinka AB, jeśli $A = (x, -2)$ i $B = (x, 6)$.

1. Jaka wartość odpowiada biletowi do zamku w Pieskowej Skale w poniższym przyporządkowaniu?
   a) *bilet do muzeum → jego cena*
   b) *bilet do muzeum → nazwa muzeum*
   c) *bilet do muzeum → numer biletu*

2. Dla każdego z przyporządkowań wykonaj polecenia.

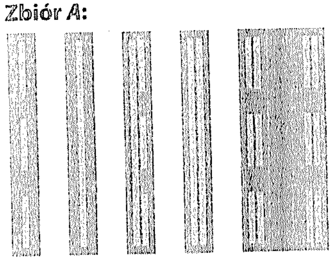
I.


II.


   a) Opisz przedstawione przyporządkowanie.
   b) Wskaż dziedzinę i przeciwdziedzinę przyporządkowania.
   c) Przedstaw przyporządkowanie w tabeli.
   d) Wskaż jeden z argumentów i określ jego wartość.
   e) Ustal, jakiemu argumentowi odpowiada liczba 5.

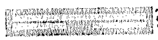
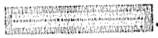
3. W przyporządkowaniu „znaki poziome" wzorowi znaku poziomego odpowiada jego znaczenie.

Zbiór *A*:



Zbiór *B*:

P-1 „linia pojedyncza przerywana"
P-2 „linia pojedyncza ciągła"
P-3 „linia jednostronnie przekraczalna"
P-4 „linia podwójna ciągła"
P-5 „linia podwójna przerywana"

   a) Który ze zbiorów jest dziedziną przyporządkowania „znaki poziome"?
   b) Jakie znaczenie przyporządkowane jest znakowi: ?
   c) Któremu znakowi przyporządkowano znaczenie „linia pojedyncza przerywana"?
   d) Zaproponuj przyporządkowanie, w którym informacji „linia podwójna ciągła" odpowiada znak .

4. Maszynki przedstawiają przyporządkowania. Dla każdej wykonaj polecenia.

I.

−6	−3
−4	−2
−2	−1
0	0
2	1
4	2
6	3

II.

−6	−5
−4	−3
−2	−1
0	1
2	3
4	5
6	7

III.

−6	−2
−4	−3
−2	−6
0	–
2	6
4	3
6	2

   a) Opisz przedstawione przyporządkowanie.
   b) Ustal, jaka wartość przyporządkowana jest argumentowi 2.
   c) Przedstaw przyporządkowanie na wykresie.
   d) Przedstaw przyporządkowanie w tabeli.
   e) Przedstaw przyporządkowanie za pomocą grafu.

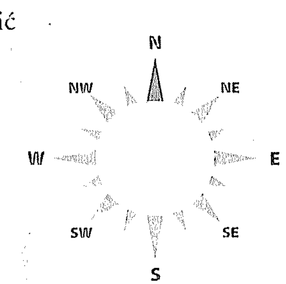
5. Korzystając z tabeli, można ustalić przyporządkowanie, w którym np. argumentowi **20A** odpowiada wartość ∗.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
20		!	∀	#	∃	%	&	∋	(	)	∗	+	,	−	.	/
30	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	:	;	<	=	>	?
40	≅	Α	Β	Χ	Δ	Ε	Φ	Γ	Η	Ι	ϑ	Κ	Λ	Μ	Ν	Ο
50	Π	Θ	Ρ	Σ	Τ	Υ	ς	Ω	Ξ	Ψ	Ζ	[	∴	]	⊥	_
60	‾	α	β	χ	δ	ε	ϕ	γ	η	ι	φ	κ	λ	μ	ν	ο
70	π	θ	ρ	σ	τ	υ	ϖ	ω	ξ	ψ	ζ	{	|	}	~	
80																
90																
A0		ϒ	′	≤	⁄	∞	ƒ	♣	♦	♥	♠	↔	←	↑	→	↓
B0	°	±	″	≥		∝	∂	•	÷	≠	≡	≈	…	⏐	⎯	↵
C0	ℵ	ℑ	ℜ	℘	⊗	⊕	∅	∩	∪	⊃	⊇	⊄	⊂	⊆	∈	∉
D0	∠	∇			™	∏	√	⋅		∧	∨	⇔	⇐	⇑	⇒	⇓
E0	◊	〈				∑	⎛	⎜	⎝	⎡	⎢	⎣	⎧	⎨	⎩	⎪
F0		〉	∫	⌠	⎮	⌡	⎞	⎟	⎠	⎤	⎥	⎦	⎫	⎬	⎭	

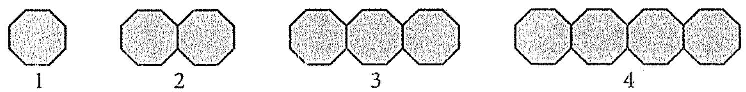
   a) Opisz to przyporządkowanie.
   b) Opisz dziedzinę i przeciwdziedzinę tego przyporządkowania. Podaj trzy przykładowe argumenty i trzy wartości.
   c) Co odpowiada w tym przyporządkowaniu argumentowi D0C?
   d) Sporządź tabelę tego przyporządkowania dla argumentów A00, A01, A02, A03, A04.
   e) Jakiemu argumentowi odpowiada liczba 5?
   f) Jakiemu argumentowi odpowiada symbol ♥?

6. Korzystając z róży wiatrów na rysunku, można ustalić przyporządkowanie, w którym symbolowi odpowiada kierunek geograficzny.

a) Wskaż dziedzinę tego przyporządkowania.
b) Wskaż przeciwdziedzinę tego przyporządkowania.
c) Wskaż jeden z argumentów i określ jego wartość.
d) Przedstaw to przyporządkowanie w tabeli.
e) Przedstaw to przyporządkowanie za pomocą grafów.



7. Na podstawie rysunku zaproponowano trzy przyporządkowania. Dla każdego z nich wykonaj polecenia.



I.	1 → 0	2 → 1	3 → 2	4 → 3
II.	1 → 0	2 → 2	3 → 4	4 → 6
III.	1 → 8	2 → 15	3 → 22	4 → 29

a) Opisz sposób przyporządkowania.
b) Ustal, co przyporządkowane jest liczbie 5.

8. Korzystając z tabel rozmiarów, zaproponuj przyporządkowanie.

a) Podaj dziedzinę i przeciwdziedzinę zaproponowanego przyporządkowania.
b) Zilustruj przyporządkowanie w tabeli, za pomocą grafów oraz na wykresie.
c) Wskaż jeden z argumentów i określ jego wartość w zaproponowanym przyporządkowaniu.

Tabela rozmiarów męskich

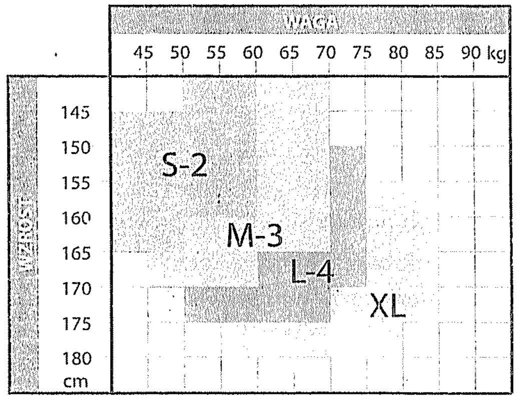
Obwody	Pas	Klatka piersiowa	Biodra	Wzrost	Waga
XS	70	90	88	168	55
S	74	94	92	170	62
M	78	98	96	178	68
L	82	102	100	182	74
XL	86	106	104	186	78
XXL	90	110	108	188	86
XXXL	94	114	112	190	90

Tabela rozmiarów damskich

Obwody	Pas	Klatka piersiowa	Biodra	Wzrost	Waga
XS	62	80	86	162	48
S	66	84	90	164	52
M	70	88	94	168	56
L	74	94	98	170	60
XL	78	98	102	174	64
XXL	82	102	104	174	68
XXXL	86	106	108	176	72

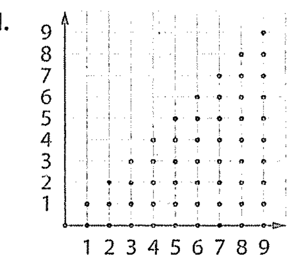
9. Diagram rozmiarów rajstop pozwala określić pewne przyporządkowania.

a) W przyporządkowaniu *waga* → *możliwy rozmiar* określ, jakie wartości odpowiadają 65 kg.
b) Przedstaw na wykresie przyporządkowanie *waga* → *możliwy rozmiar*.
c) W przyporządkowaniu *wzrost* → *możliwy rozmiar* określ, jakie wartości odpowiadają 160 cm.
d) Przedstaw na wykresie przyporządkowanie *wzrost* → *możliwy rozmiar*.

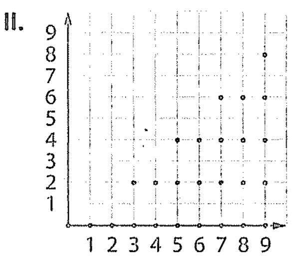


10. Na wykresie przedstawiono przyporządkowanie określone na liczbach naturalnych jednocyfrowych.

I.



II.



a) Jakie wartości są przyporządkowane argumentowi 1? A argumentowi 6?
b) Przedstaw to przyporządkowanie w tabeli.
c) Przedstaw to przyporządkowanie za pomocą grafów.
d) Określ zasadę tego przyporządkowania.

11. Ile jest wszystkich możliwych przyporządkowań, w którym dziedziną jest zbiór X, a przeciwdziedziną zbiór Y, jeżeli każdemu argumentowi w tym przyporządkowaniu odpowiada jedna wartość?

a)

I.	$X = \{1\}$	$Y = \{A\}$
II.	$X = \{1, 2\}$	$Y = \{A, B\}$
III.	$X = \{1, 2, 3\}$	$Y = \{A, B, C\}$
IV.	$X = \{1, 2, 3, 4\}$	$Y = \{A, B, C, D\}$

→ Co zauważasz? Spróbuj przedstawić ogólny wniosek.

b)

I.	$X = \{1, 2\}$	$Y = \{A\}$
II.	$X = \{1, 2\}$	$Y = \{A, B\}$
III.	$X = \{1, 2\}$	$Y = \{A, B, C\}$
IV.	$X = \{1, 2\}$	$Y = \{A, B, C, D\}$

→ Co zauważasz? Spróbuj przedstawić ogólny wniosek.

c) Zaproponuj wzór określający liczbę takich przyporządkowań, w których dziedzina X ma n elementów a przeciwdziedzina Y – m elementów.

1. Które przyporządkowanie jest funkcją?

I. Każdemu rowerowi przyporządkowany jest rowerzysta jeżdżący na nim.

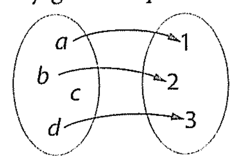
II. Każdemu dorosłemu obywatelowi naszego kraju przyporządkowany jest dowód osobisty.

III. Każdej książce przyporządkowana jest liczba jej stron.

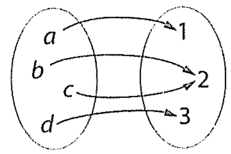
IV. Każdemu kompozytorowi przyporządkowany jest utwór, który skomponował.

2. Który graf nie przedstawia funkcji?

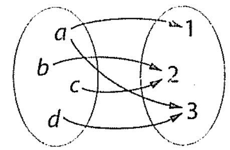
I.



II.



III.



3. Funkcja opisana jest tabelą. Określ jej dziedzinę i zbiór wartości.

x	-4	-2	0	2	4	6	8
y	8	6	4	2	0	-2	-4

→ Podaj wartość funkcji dla argumentów –4, 0, 4.

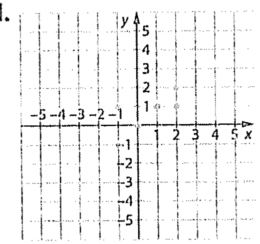
→ Podaj argumenty odpowiadające wartościom funkcji 6, 0, –4.

4. Dziedziną pewnej funkcji jest zbiór $\{2, 4, 6, 8\}$, a zbiorem wartości funkcji zbiór $\{1, 2, 3, 4\}$. Każdemu argumentowi funkcja przyporządkowuje wartość dwa razy mniejszą od tego argumentu. Narysuj wykres tej funkcji.

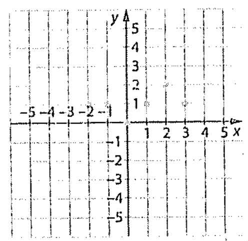
5. W układzie współrzędnych narysuj wykres funkcji, która każdej liczbie naturalnej parzystej n nie większej od 8 przyporządkowuje liczbę $\frac{1}{2}n-1$.

6. Który wykres nie przedstawia funkcji? Uzasadnij swoją odpowiedź.

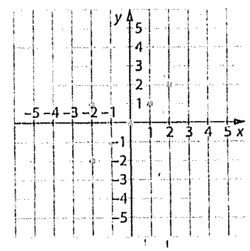
I.



II.

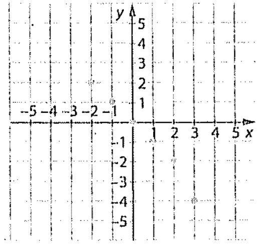


III.



7. Funkcja jest przedstawiona wykresem.

a) Opisz tę funkcję tabelką.
b) Podaj dziedzinę i zbiór wartości funkcji.
c) Odczytaj z wykresu $f(-1)$ i $f(2)$.
d) Podaj największą i najmniejszą wartość tej funkcji.

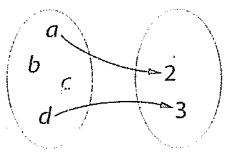


8. Które z przyporządkowań nie opisuje funkcji i dlaczego?

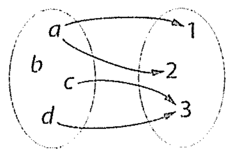
I. Rzekom przyporządkowane są miasta, przez które te rzeki przepływają.
II. Rzekom przyporządkowane są ich długości w kilometrach.
III. Wielokątom przyporządkowane są ich pola powierzchni.
IV. Liczbom przyporządkowane są wielokąty o polach równych tym liczbom.

9. Które z narysowanych grafów nie przedstawiają funkcji?
Przerysuj je do zeszytu, poprawiając tak, aby opisywały funkcje.

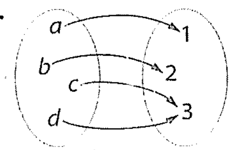
I.



II.



III.



10. Funkcję opisaną tabelą opisz słownie i wzorem.
Podaj dziedzinę i zbiór wartości tej funkcji

x	-2	-1	0	1	3	5
y	-3	-1	1	3	7	11

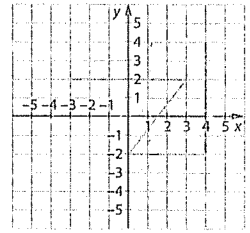
11. Funkcja opisana jest wzorem $y = -\frac{1}{2}x + 1$.

a) Opisz tę funkcję tabelą, jeśli jej dziedziną jest zbiór $\{-2, -1, 0, 2\}$.
b) Dla jakiego argumentu wartość tej funkcji jest równa 3, a dla jakiego 1?

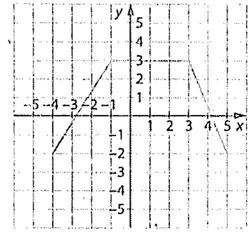
12. Dziedziną funkcji $y = 2x - 2$ jest zbiór liczb całkowitych większych od -5 i mniejszych od 5. Narysuj wykres tej funkcji.

13. Który z wykresów nie przedstawia funkcji? Uzasadnij swoją odpowiedź.

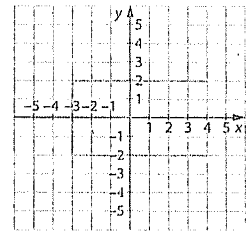
I.



II.

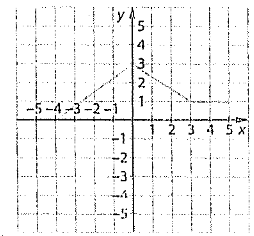


III.



14. Odczytaj z wykresu funkcji f

a) dziedzinę i zbiór wartości funkcji.
b) $f(0)$ i $f(4)$.
c) największą i najmniejszą wartość tej funkcji.



15. Które przyporządkowanie jest funkcją?

I. Każdemu dniowi w roku przyporządkowano datę.
II. Każdemu dniowi miesiąca w danym roku przyporządkowano nazwę dnia tygodnia.
III. Każdemu miesiącowi przyporządkowano jego liczbę dni.

16. Przedstaw na grafie opisane przyporządkowanie.

a) Każdej liczbie parzystej większej od 1 i mniejszej od 13 przyporządkowano liczbę dwa razy większą.
b) Każdej liczbie pierwszej większej od 1 i mniejszej od 20 przyporządkowano liczby parzyste mniejsze od niej.
c) Każdej liczbie parzystej większej od 2 i mniejszej od 16 przyporządkowano jej dzielniki.

→ Określ, czy przyporządkowanie jest funkcją. Uzasadnij swoją odpowiedź.

17. Znajdź wzór funkcji opisanej tabelą.

a)

x	-2	-1	0	1	2	3
y	-4	-2	0	2	4	6

b)

x	-3	-2	-1	0	1	2
y	9	4	1	0	1	4

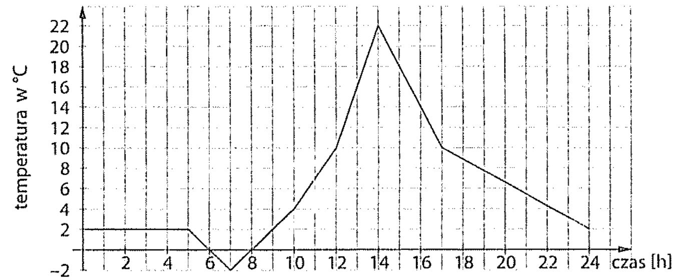
18. Funkcja opisana jest wzorem $y = 3 - 2x$. Sporządź wykres tej funkcji, gdy jej dziedziną jest zbiór wszystkich liczb. Określ przeciwdziedzinę tej funkcji.

19. Sporządź wykres funkcji $y = 0{,}5x - 2$, gdy jej dziedziną jest zbiór wszystkich
a) liczb.
b) liczb całkowitych.
c) liczb większych lub równych -2 i mniejszych lub równych 4.
d) liczb naturalnych mniejszych od 15.

20. Podaj współrzędne trzech punktów, które należą do wykresu funkcji $y = -2x + 4$, i współrzędne trzech punktów, które nie należą do wykresu tej funkcji.

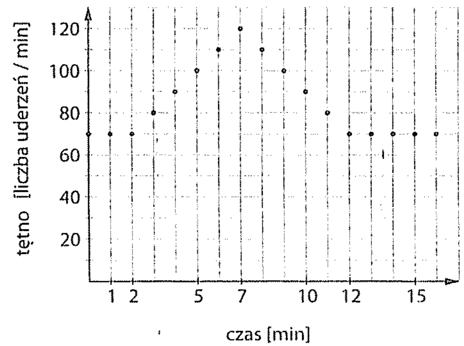
21. Narysuj wykres funkcji, która każdej liczbie przyporządkowuje odległość tej liczby od liczby 0 na osi liczbowej.

1. Wykres przedstawia zmiany temperatury w ciągu doby.



a) O której godzinie była najwyższa temperatura?
b) O której godzinie temperatura wynosiła 0°C?
c) W jakim przedziale czasu temperatura rosła? A w jakim malała?
d) W których godzinach temperatura była większa od 10°C?

2. Marek mierzył puls przed wykonaniem ćwiczeń fizycznych, w czasie ich wykonywania i po ćwiczeniach. Wyniki pomiaru przedstawił na wykresie.
a) W których minutach tętno Marka rosło, w których malało, a w których było stałe?
b) Ile minut Marek wykonywał ćwiczenia?
c) Jakie jest normalne tętno Marka?

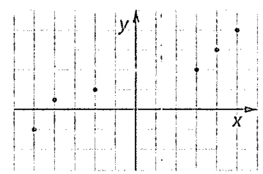


3. Określ, czy funkcja jest malejąca, czy rosnąca, czy stała.

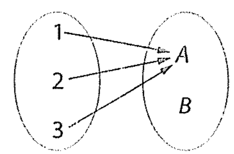
a)

x	1	2	3	4
$f(x)$	-5	-4	-3	-2

b)



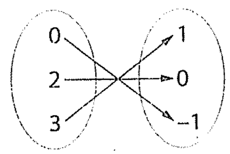
c)



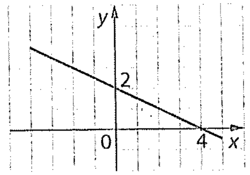
d) Każdej liczbie naturalnej n przyporządkowana jest liczba $10 - n$.

4. Podaj miejsca zerowe funkcji.

a)



b)



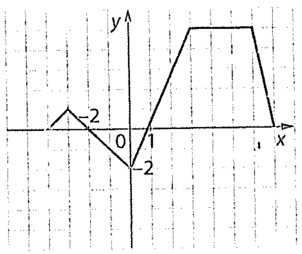
c)

x	-2	0	1	3
$f(x)$	-1	3	2	0

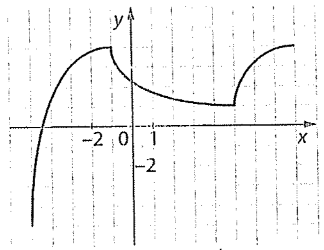
d) Każdej liczbie przyporządkowana jest liczba o 5 od niej mniejsza.

5. Dla jakich argumentów wartości funkcji rosną, dla jakich maleją, a dla jakich są stałe?

a)



b)



6. Wyznacz argument, dla którego wartość funkcji wynosi 0.

a) $f(x) = x$ b) $f(x) = x - 2$ c) $f(x) = 2x + 4$

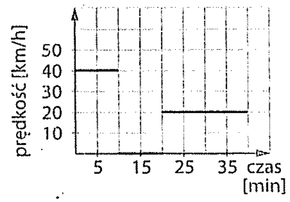
7. Podaj miejsca zerowe funkcji, która każdej liczbie naturalnej mniejszej od 22 przyporządkowuje resztę z dzielenia tej liczby przez 7.

8. Narysuj wykres funkcji, której dziedziną są wszystkie liczby.

a) Funkcja ma następujące własności: liczby –1 i 1 są miejscami zerowymi funkcji, dla argumentów ujemnych funkcja jest malejąca, a dla argumentów dodatnich rosnąca.

b) Funkcja ma następujące własności: dla argumentów mniejszych od –3 funkcja jest stała, dla argumentów większych od –3 i mniejszych od 3 funkcja jest malejąca, dla argumentów większych od 3 funkcja jest stała, miejscem zerowym funkcji jest 0.

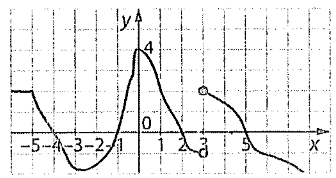
9. Pan Malinowski wyjechał swoim samochodem do sklepu, zrobił zakupy i wrócił do domu. Wykres przedstawia zmiany średniej prędkości samochodu pana Malinowskiego w czasie tej podróży.
Narysuj wykres zmiany odległości pana Malinowskiego od domu w zależności od czasu. Podaj przedział czasu, w którym ta odległość rosła, w którym ta odległość malała, oraz przedział, w którym była stała.



10. Dany jest wykres funkcji.

a) Podaj miejsca zerowe tej funkcji.

b) Dla jakich argumentów funkcja jest rosnąca, dla jakich malejąca, a dla jakich stała?



11. Wyznacz miejsca zerowe funkcji.

a) $f(x) = \frac{1}{2}x - 4$ b) $f(x) = x^2 - 25$ c) $f(x) = (x - 1)(2x + 6)$

12. Narysuj wykres funkcji spełniającej następujące warunki:

- miejsca zerowe funkcji to –5, 0, 5,
- dziedziną funkcji są wszystkie liczby,
- funkcja jest stała dla x takich, że: $x < -7$ i $-3 \leqslant x < 0$,
- funkcja jest rosnąca dla x takich, że: $-7 \leqslant x < -3$ i $x \geqslant 3$,
- funkcja jest malejąca dla x takich, że: $0 \leqslant x < 3$.

13. Funkcja f każdej liczbie rzeczywistej x przyporządkowuje największą liczbę całkowitą nie większą od x. Narysuj wykres tej funkcji i określ jej własności.

1. 100 g pewnego roztworu soli zawiera 2 g soli.
   - W ilu kilogramach takiego roztworu jest 1 kg soli?
   - Ile soli znajduje się w 250 g tego roztworu?
   - Oznacz przez x ilość soli, a przez y ilość roztworu. Zapisz wzór opisujący zależność między wielkościami x i y wyrażonymi w tych samych jednostkach.

2. Zapisz wzór proporcjonalności prostej, której wykres przechodzi przez podany punkt.

   a) $(1, 5)$ b) $(5, 1)$ c) $(10, 20)$

   d) $\left(\frac{1}{4}, \frac{1}{2}\right)$ e) $(-2, -6)$ f) $\left(-2\frac{3}{4}, 5\frac{1}{2}\right)$

   - Narysuj wykresy tych proporcjonalności.
   - Które z nich są funkcjami rosnącymi, a które malejącymi?

3. Wymień współrzędne trzech punktów należących do wykresu podanej proporcjonalności prostej.

   a) $y = \frac{2}{3}x$ b) $y = -11x$ c) $y = 1\frac{5}{8}x$

   d) $y = \sqrt{3}x$ e) $y = \pi x$ f) $y = -0{,}0001x$

   - Przez które ćwiartki układu przechodzi wykres każdej z tych proporcjonalności?
   - Które z nich są funkcjami rosnącymi, a które malejącymi?

4. W 1818 roku w granicach Królestwa Polskiego, z inicjatywy Stanisława Staszica, opracowano nowy system miar, zwany „nowopolskim". Jednostkami masy były:

   cetnar = 4 kamienie = 100 funtów = 1600 uncji = 3200 lutów = = 12 800 drachm = 38 400 skrupułów = 921 600 granów = = 5 068 800 graników = 40,550 kg.

   a) Zapisz zależność między liczbą kamieni x a liczbą uncji y.
   b) Zapisz zależność między liczbą funtów x a liczbą lutów y.
   c) Zapisz zależność między liczbą skrupułów x a liczbą graników y.
   d) Zapisz zależność między liczbą kamieni x a liczbą kilogramów y.

5. Ile soli znajduje się w 2 kg pięcioprocentowego roztworu soli? Zapisz wzorem zależność między ilością roztworu y i ilością soli x w tym roztworze, wyrażonych w tych samych jednostkach.

6. Narysuj wykres proporcjonalności $y = 3x$, dobierając jednostki na osiach tak, aby można było odczytać z wykresu wartość funkcji dla

   a) $x = \frac{2}{3}$. b) $x = 0{,}12$. c) $x = 250$.

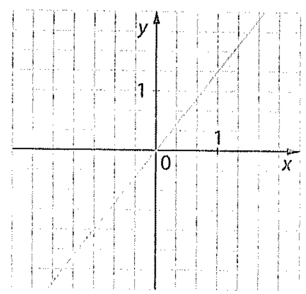
7. Określ, jak zmieni się wartość funkcji $y = 2{,}5x$, gdy argument

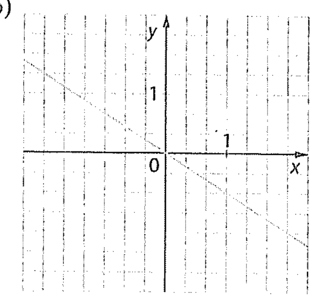
   a) wzrośnie o 1. b) zmaleje o 3.
   c) wzrośnie 2 razy. d) zmaleje 3 razy.

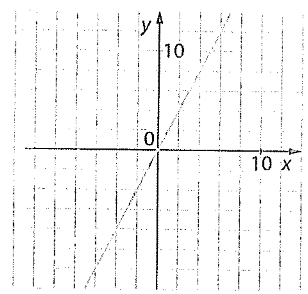
8. Zapisz wzór proporcjonalności prostej, której wykres przechodzi przez dany punkt.

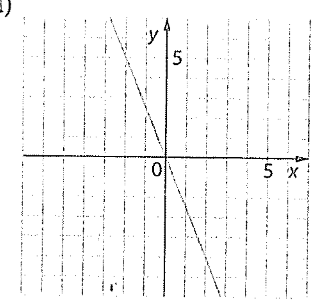
   a) $(2, 5)$ b) $(-3, 4)$ c) $(21, -9)$ d) $\left(1\frac{2}{3}, -2\frac{1}{4}\right)$

9. Podaj wzór proporcjonalności, którą przedstawiono na wykresie.

a) 

b) 

c) 

d) 

10. W 130 ml wody rozpuszczono 20 ml soku. $1\ l = 1000\ ml$

→ Ile trzeba wziąć soku do sporządzenia 3 l takiego roztworu?

→ Ile litrów takiego roztworu można sporządzić z 10 ml soku?

→ Oznacz przez x ilość ml soku, a przez y ilość ml roztworu. Zapisz wzór opisujący zależność między x i y.

11. Podaj wzór proporcjonalności, której wykres jest prostą przechodzącą przez I i III ćwiartkę układu współrzędnych i przecinającą oś x pod kątem

a) 45°. b) 60°. c) 30°.

12. W tabeli przedstawiono wymiary arkuszy papieru w różnych formatach.

→ Oblicz stosunek długości do szerokości każdego arkusza. Czy zauważasz jakąś prawidłowość?

→ Oblicz pole powierzchni każdego arkusza. Czy jest jakaś zależność między polami arkuszy w poszczególnych formatach?

→ Wskaż wielkości proporcjonalne.

→ Zapisz wzorami zależności między tymi wielkościami.

Format A		Format B		Format C	
A0	841 × 1189 mm	B0	1000 × 1414 mm	C0	917 × 1297 mm
A1	594 × 841 mm	B1	707 × 1000 mm	C1	648 × 917 mm
A2	420 × 594 mm	B2	500 × 707 mm	C2	458 × 648 mm
A3	297 × 420 mm	B3	353 × 500 mm	C3	324 × 458 mm
A4	210 × 297 mm	B4	250 × 353 mm	C4	229 × 324 mm
A5	148 × 210 mm	B5	176 × 250 mm	C5	162 × 229 mm
A6	105 × 148 mm	B6	125 × 176 mm	C6	114 × 162 mm
A7	74 × 105 mm	B7	88 × 125 mm	C7	81 × 114 mm

1. We wzorze funkcji liniowej wskaż współczynniki a i b.

a) $y = 2x + 3$ b) $y = -3x + 1$ c) $y = x - 4$

d) $y = -x + 5$ e) $y = 2$ f) $y = 3 + 4x$

2. Spośród podanych funkcji wskaż te, których wykresy są

a) prostymi przecinającymi w tym samym punkcie oś y.

b) prostymi równoległymi.

I. $y = 4x + 6$ II. $y = -4x + 6$ III. $y = 6x + 3$

IV. $y = 6x - 3$ V. $y = 4x - 3$ VI. $y = 3 - 6x$

3. Podaj współrzędne punktu przecięcia wykresu danej funkcji z osią y.

a) $y = 2x - 13$ b) $y = -2x + 7$ c) $y = 5 - x$

d) $y = 4 + x$ e) $y = 2$ f) $y = 3x$

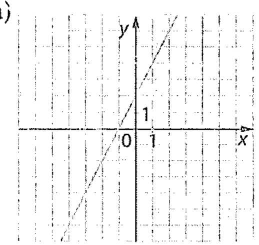
4. Narysuj wykres funkcji liniowej opisanej wzorem

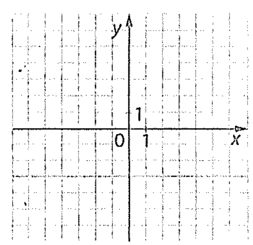
a) $y = 2x - 3$. b) $y = -2x + 1$. c) $y = 5$.

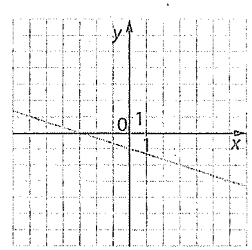
5. Sprawdź, które z podanych punktów należą do wykresu funkcji $y = 3x - 1$.

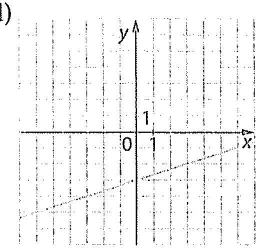
$A = (1, 2)$ $B = (0, 1)$ $C = (-3, -10)$

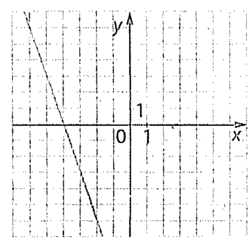
6. Odczytaj z wykresu funkcji liniowej, czy jest to funkcja rosnąca, czy malejąca, czy stała.

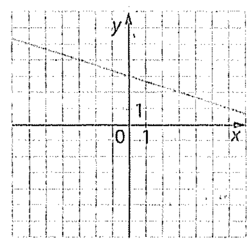
a)


b)


c)


d)


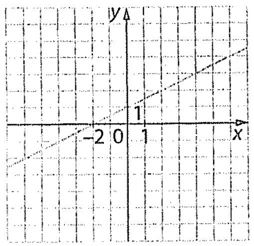
e)


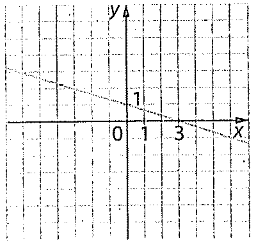
f)


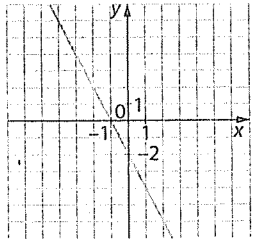
7. Wyznacz miejsce zerowe funkcji.

a) $y = x + 1$ b) $y = 2x - 6$ c) $y = -4x + 8$

8. Na podstawie wykresu funkcji liniowej podaj jej miejsce zerowe oraz określ, dla jakich argumentów wartości funkcji są dodatnie, a dla jakich ujemne.

a)


b)


c)


9. Napisz wzór funkcji liniowej, której wykres jest prostą równoległą do wykresu funkcji $y = 3x + 1$, przechodzącą przez punkt $(0, 3)$.

10. Narysuj wykres funkcji liniowej opisanej wzorem

a) $y = \frac{1}{5}x + 1$. b) $y = \frac{1}{2}x - 3$. c) $y = -0{,}5x + 0{,}25$.

11. Wyznacz t, wiedząc, że punkt o współrzędnych $(-1, t)$ należy do wykresu funkcji

a) $y = x - 2$. b) $y = 3x + 1$. c) $y = -5x - 1$.

12. Określ, czy funkcja jest rosnąca, czy malejąca, czy stała.

a) $y = 2x - 1$ b) $y = -1 + 12x$ c) $y = -0{,}2x + 3$

d) $y = 7x$ e) $y = -3$ f) $y = 9 - x$

13. Wyznacz miejsce zerowe funkcji

a) $y = 2x - 5$. b) $y = 6 - 5x$. c) $y = -4x - 9$.

14. Zbadaj, nie rysując wykresu funkcji, dla jakich argumentów podana funkcja przyjmuje wartości ujemne, a dla jakich dodatnie.

a) $y = 12x - 3$ b) $y = \frac{1}{3}x + 5$ c) $y = -0{,}4x - 1$

15. Napisz wzór funkcji liniowej, której wykres jest prostą równoległą do wykresu funkcji $y = 2x + 1$ i przecina oś y w tym samym punkcie co wykres funkcji $y = 3x + 2$.

16. Punkty o współrzędnych $(2, t)$ i $(k, 7)$ należą do wykresu funkcji $y = -3x - 2$. Wyznacz t i k.

17. Punkt $(-2, -1)$ należy do wykresu funkcji $y = ax - 5$ oraz do wykresu funkcji $y = -4x + b$. Wyznacz a i b.

18. Wykres funkcji liniowej przechodzi tylko przez wskazane ćwiartki układu współrzędnych. Określ, czy funkcja liniowa jest rosnąca, czy malejąca, czy stała.

a) I, III b) II, IV c) II, I

19. Podaj wzór funkcji liniowej, której miejsce zerowe jest równe -5, a wykres jest prostą przechodzącą przez punkt $(1, 6)$.

20. Narysuj wykres podanej funkcji liniowej i określ jej własności.

a) $y = 3x - 9$ b) $y = x - 1{,}5$ c) $y = \frac{3}{5}x + 2$

21. Napisz wzór funkcji liniowej, która przyjmuje wartości dodatnie dla argumentów mniejszych od -2, a wartości ujemne dla argumentów większych od -2 oraz której wykres jest prostą przechodzącą przez punkt $(0, -1)$.

1. Za 2 kartony soku i 3 butelki napoju zapłacono 18,50 zł. Zapisz treść zadania w postaci równania, przyjmując za x – cenę soku, za y – cenę napoju.

2. Suma dwóch liczb wynosi –4. Zapisz równaniem zależność między tymi liczbami, przyjmując za x – pierwszą z nich, a za y – drugą. Podaj trzy pary liczb spełniających tę zależność.

3. Wśród poniższych równań wskaż równania stopnia pierwszego z dwiema niewiadomymi.

I. $7x^2 + 2y - 5 = 0$ **II.** $2x + 4y - 7 = 0$
III. $5x - 2 = 0$ **IV.** $3x + 2y^2 = 0$

4. Sprawdź, które pary liczb spełniają równanie.

a) $2x - \frac{1}{2}y + 4 = 0$ (2, 16), (3, 20), (16, 2), (4, 8)

b) $\frac{1}{2}x + y - 4 = 0$ (2, 3), (4, 2), (3, 2), (1, 5)

5. Przekształć równanie do postaci $Ax + By + C = 0$.

a) $3x - 4 = y$ b) $-y = 4 - x$ c) $\frac{1}{2} = -x - y$ d) $\frac{1}{4} = -\frac{1}{5}y + 0{,}7x$

6. Podaj trzy pary liczb spełniających równanie.

a) $2x + y = 0$ b) $y - \frac{1}{2}x = 2$ c) $0{,}25x + y - 6 = 0$

7. Rozwiąż graficznie równanie, przekształcając je najpierw do postaci $y = ax + b$.

a) $x + y - \frac{1}{2} = 0$ b) $-2x + y - 4 = 0$ c) $0{,}1x + 0{,}1y - 0{,}1 = 0$

8. Za 3 zeszyty i 9 długopisów zapłacono 48 zł. Zapisz treść zadania w postaci równania. Ile kosztował długopis, jeśli cena zeszytu wynosiła 1 złoty?

9. Suma podwojonej pewnej liczby i połowy drugiej liczby jest równa –3,5. Zapisz odpowiednie równanie, opisujące ową zależność.

10. Wskaż równania równoważne do równania $4x - 2y + 8 = 0$.

I. $-2y + 8 = -4x$ **II.** $8 - 4x = 2y$
III. $8 = -4x + 2y$ **IV.** $y = 2x - 4$

11. Przekształć równanie do postaci $Ax + By + C = 0$.

a) $7x = \frac{1}{7}y$ b) $\frac{3}{4} = 0{,}2y - 3x$

c) $0{,}1x = -0{,}3 - \frac{1}{2}y$ d) $\frac{1}{4}y = \frac{1}{2} - \frac{1}{4}x$

12. Przekształć równanie do postaci $y = ax + b$.

a) $\frac{1}{3}x = \frac{1}{6}y$ b) $1\frac{1}{5} = 1\frac{1}{5}y$

c) $3x - 6y + 12 = 0$ d) $\frac{1}{5}x - \frac{1}{4}y + 4 = 0$

13. Podaj trzy pary liczb, które spełniają równanie.

a) $-2x + 4y - 6 = 0$ b) $-\frac{1}{3}x - \frac{1}{2}y = 2$ c) $\frac{1}{5}x + \frac{2}{5}y - 4 = 0$

14. Rozwiąż graficznie równanie.

a) $-1{,}5x + 3y + 3 = 0$ b) $-3x = -3y - 1{,}5$ c) $\frac{1}{3}y + \frac{1}{6}x = \frac{2}{3}$

15. Różnica dwóch liczb wynosi –2,5. Podaj trzy pary liczb, spełniających tę zależność.

16. Napisz po dwa równania równoważne do danego równania.

a) $y - x = 7$ b) $-x = -y$

c) $\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}y - 2 = 0$ d) $0{,}7x + 1{,}4y = -2{,}1$

17. Znajdź współczynnik A równania $Ax - 4y + 2 = 0$, tak aby rozwiązaniem równania była para liczb (2, 0).

18. Doprowadź równanie do prostszej postaci i rozwiąż je graficznie.

a) $-\frac{2}{3}x + 2y - 6 = 0$ b) $3y - \frac{3}{4}x - 6 = 0$ c) $0{,}5x + 0{,}5y + 0{,}25 = 0$

19. Znajdź współrzędne punktów przecięcia prostej, opisanej podanym równaniem, z osią x i y, a następnie narysuj tę prostą.

a) $y - 2 = -2x$ b) $y + \frac{1}{2}x = -2$ c) $-4x + 2y - 8 = 0$

20. Znajdź parę liczb, która spełnia równocześnie równanie $x - y + 2 = 0$ oraz równanie $x + y - 4 = 0$.

21. Znajdź współczynniki równania $Ax + By - 2 = 0$, tak aby rozwiązaniem tego równania były pary liczb: $(1, 1)$, $(0, 2)$.

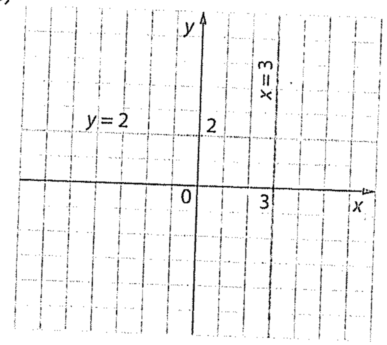
22. Obwód trapezu równoramiennego o ramionach długości 2 cm równy jest 10 cm. Jego podstawy mają długości x i y. Zapisz treść zadania równaniem i przedstaw rozwiązanie na wykresie. Podaj wszystkie możliwe rozwiązania zadania w liczbach naturalnych.

1. Narysuj w układzie współrzędnych wykresy podanych funkcji. Podaj współrzędne punktu przecięcia prostych.

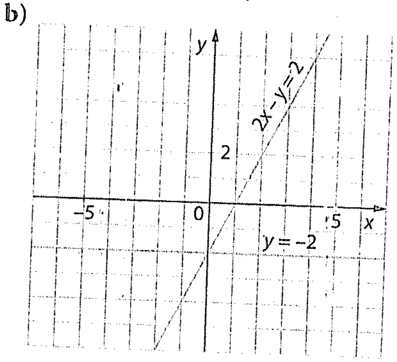
a) $\begin{cases} y = x + 1 \\ y = x - 2 \end{cases}$ b) $\begin{cases} y = -2x + 1 \\ y = -3x + 2 \end{cases}$ c) $\begin{cases} y = \frac{1}{2}x - 2 \\ y = 0{,}5x + 2 \end{cases}$

2. Odczytaj współrzędne punktu przecięcia narysowanych prostych.

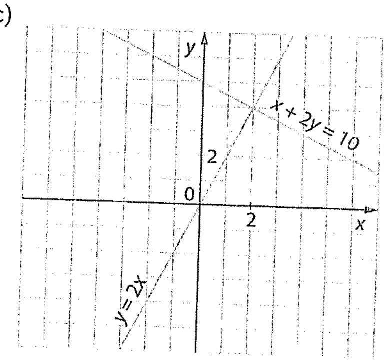
a)



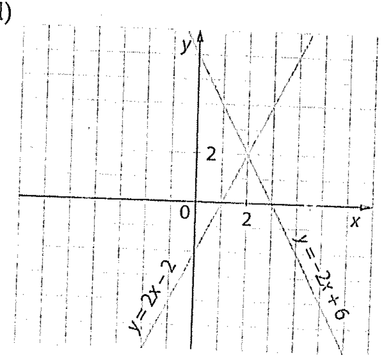
b)



c)



d)

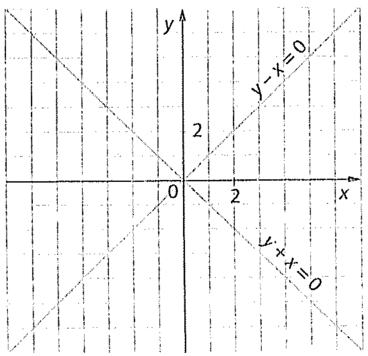


3. Napisz układ równań, który tworzą podane równania.

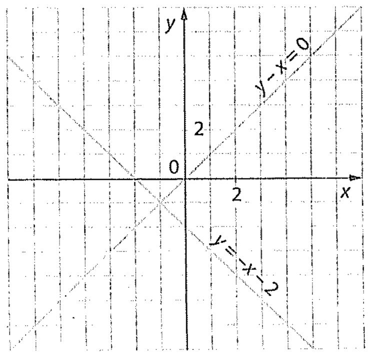
a) $x + 4 + y = 0$ i $y + 3x + 1 = 0$
b) $2x + y - 7 = 0$ i $-3x + y + 12 = 0$
c) $x - y + 1 = 0$ i $2x + y - 7 = 0$
d) $2x - y + 4 = 0$ i $-4x - 2y + 8 = 0$

4. Zapisz układ równań przedstawiony na rysunku i podaj jego rozwiązanie.

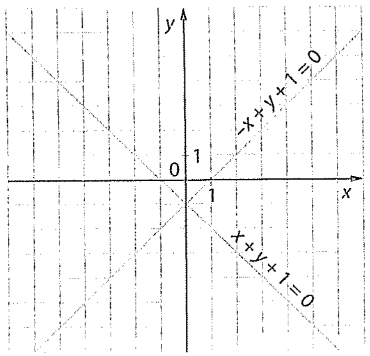
a)



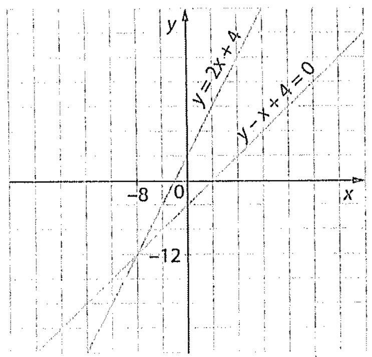
b)



c)



d)



5. Podaj interpretację graficzną układu równań liniowych i odczytaj z rysunku jego rozwiązanie.

a) $\begin{cases} y=-x+3 \\ y=x-5 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x=7 \\ y=-2x+5 \end{cases}$ c) $\begin{cases} y=\frac{1}{2}x-3 \\ y=0,2x \end{cases}$

6. Rozwiąż graficznie podany układ równań.

a) $\begin{cases} y=3 \\ y=2-x \end{cases}$ b) $\begin{cases} y=-2x \\ y=3x-5 \end{cases}$ c) $\begin{cases} y=-7+x \\ y=-8x+2 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 4x+y=5 \\ -3x-30=12y \end{cases}$ e) $\begin{cases} y=-\frac{1}{2}x-4 \\ y=0,5x+2 \end{cases}$ f) $\begin{cases} -x+\frac{1}{2}y=2 \\ 2x-y=4 \end{cases}$

7. Rozwiąż graficznie podany układ równań.

a) $\begin{cases} 3x-2y=4 \\ 3x-2y=3 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 4x-10y=6 \\ 2x+5y=3 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 3x-2y=1 \\ 9x-6y=3 \end{cases}$

8. Podaj przykład układu równań, którego rozwiązaniem jest podana para liczb. Podaj jego interpretację w układzie współrzędnych.

a) $(0,-3)$ b) $(4,0)$ c) $(-1,0)$ d) $(2,-2)$ e) $(-4,-3)$

9. Do podanego równania dopisz takie równanie, aby powstał układ równań liniowych, mający dokładnie jedno rozwiązanie. Podany układ równań rozwiąż graficznie.

a) $y=3x$ b) $y=-2x-\frac{1}{2}$ c) $-8x-1=y$ d) $6x-9y=12$

10. Narysuj wykres podanego równania. Dopisz drugie równanie takie, aby powstał układ równań liniowych, który nie ma rozwiązania. Narysuj wykres drugiego równania.

a) $y=5-2x$ b) $y=-\frac{1}{2}x-1$ c) $3x+2y=0$ d) $0\cdot x+y=4$

11. Narysuj wykres podanego równania. Dopisz drugie równanie takie, aby powstał układ równań liniowych, mający nieskończenie wiele rozwiązań. Narysuj wykres drugiego równania.

a) $y=-4x$ b) $y=-x+3$ c) $-2x-y=0$ d) $-6x-5y=-30$

12. Do podanego równania prostej dopisz równanie drugiej prostej, tak aby oba równania tworzyły oznaczony układ równań.

a) $y=4x$ b) $y=x$ c) $2x-2y=4$ d) $4x+y-7=0$

13. Do podanego równania prostej dopisz równanie drugiej prostej, tak aby oba równania tworzyły nieoznaczony układ równań.

a) $y=-6x$ b) $y=4x-1$ c) $y=-3x+1$ d) $x-2y+1=0$

14. Do podanego równania prostej dopisz równanie drugiej prostej, tak aby oba równania tworzyły sprzeczny układ równań.

a) $-y=x$ b) $x+y=4$ c) $y=-3x$ d) $y=-2x-1$

15. Określ, ile rozwiązań ma podany układ równań.

a) $\begin{cases} y = 2x \\ y = -2x+1 \end{cases}$ b) $\begin{cases} y = x-1 \\ y = -x+1 \end{cases}$ c) $\begin{cases} y+x-3=0 \\ 2y+2x=6 \end{cases}$

16. Suma dwóch liczb wynosi 16, a ich różnica 5. Jakie to liczby?

17. Znajdź współczynniki a i b takie, aby proste $2x - 4y + b = 0$ i $ax - 5y + 3 = 0$ przecinały się w punkcie (3, 3).

18. Dla jakiej wartości parametru a układ równań $\begin{cases} y = -3x-a \\ y = 4x+1 \end{cases}$ ma dokładnie jedno rozwiązanie?
Czy jest możliwy dobór takiej wartości a, dla której układ nie ma rozwiązań lub ma ich nieskończenie wiele?

19. Dla jakich wartości parametru a układ równań $\begin{cases} y = -3x-a \\ y = -ax+2 \end{cases}$

a) ma dokładnie jedno rozwiązanie?
b) nie ma rozwiązań?

20. Podaj przykład, dla jakiej wartości parametrów a i b układ równań

a) ma dokładnie jedno rozwiązanie.
b) nie ma rozwiązań.
c) ma nieskończenie wiele rozwiązań.

$$\begin{cases} y = -3x-b \\ ax+2y+4=0 \end{cases}$$

21. Zbadaj, dla jakich parametrów a i b układ równań liniowych

$$\begin{cases} ax+2y=b \\ -6x+3y=9 \end{cases}$$

jest

a) oznaczony.
b) nieoznaczony.
c) sprzeczny.

1. Rozwiąż układ równań metodą podstawiania.

a) $\begin{cases} x=3 \\ y+2x=7 \end{cases}$ b) $\begin{cases} y=2 \\ 2x+y=8 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x=-2 \\ 3y+7x=1 \end{cases}$

2. Rozwiąż układ równań metodą podstawiania.

a) $\begin{cases} x=2y \\ 5x-3y=21 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x=2y+1 \\ y+x-10=0 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x=y+1 \\ 2x-y+2=0 \end{cases}$

3. Sprawdź, czy para liczb (2, 1) jest rozwiązaniem układu równań.

a) $\begin{cases} 3x+y-7=0 \\ 2x-y-3=0 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 6x-5y=7 \\ x-y=3 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 4x+y=9 \\ 3x-5=y \end{cases}$

4. Czy układ równań $\begin{cases} 4x+y-6=0 \\ y+x-3=0 \end{cases}$ spełnia para liczb

a) (2, –2)? b) (3, –6)? c) (1, 2)?

5. Rozwiąż układ równań metodą podstawiania i sprawdź, czy wyznaczona para liczb spełnia ten układ.

a) $\begin{cases} y-3x=0 \\ 5x-y=10 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x+y=6 \\ 2x+y-11=0 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x-4y=2 \\ x+5y=11 \end{cases}$

6. Jaki to układ równań: oznaczony, nieoznaczony, czy sprzeczny?

a) $\begin{cases} x+y=3 \\ 2x-6=-2y \end{cases}$ b) $\begin{cases} x+y=3 \\ x+y-1=0 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x+y=3 \\ x-y-1=0 \end{cases}$

7. Suma dwóch liczb jest równa 12. Znajdź te liczby, jeśli jedna jest dwa razy większa od drugiej.

8. Suma dwóch liczb jest równa 58, a ich różnica 36. Jakie to liczby?

9. Czy para liczb (2, –1) spełnia układ równań?

a) $\begin{cases} y = 7x - 1 \\ 4x - 12 = 2y \end{cases}$ b) $\begin{cases} y - 2x + 5 = 0 \\ 4x - 2y - 10 = 0 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 1{,}5x - 3y = 6 \\ -12y - 24 = 6x \end{cases}$

10. Rozwiąż układ równań metodą podstawiania i sprawdź, czy wyznaczona para liczb spełnia ten układ.

a) $\begin{cases} 6x - y = 8 \\ -9x - y = 3 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 12 - x - y = 4 \\ 5x - 2y = 5 \end{cases}$ c) $\begin{cases} -7x + 3 = y + 1 \\ 9x - 11 = 8 + y \end{cases}$

11. Rozwiąż układ równań metodą podstawiania i sprawdź, czy wyznaczona para liczb spełnia ten układ.

a) $\begin{cases} \frac{1}{4}x + \frac{5}{6}y = 8 \\ 3x + 0{,}5y = 3 \end{cases}$ b) $\begin{cases} \frac{3}{4}x - \frac{1}{5}y = 1 \\ -\frac{2}{7}x - \frac{2}{5}y = -3 \end{cases}$ c) $\begin{cases} \frac{2}{3}x + \frac{3}{4}y = 3 \\ 0{,}5x - 1{,}25y = 1 \end{cases}$

12. Który z podanych układów równań liniowych jest nieoznaczony?

I. $\begin{cases} -10x - 5y = 45 \\ 9 - y = 2x \end{cases}$ II. $\begin{cases} -5x = 45 - 10x \\ 10x - 5y = 45 \end{cases}$ III. $\begin{cases} 45 = 10x - 5y \\ 9 = y - 2x \end{cases}$

13. Który z podanych układów równań liniowych jest sprzeczny?

I. $\begin{cases} 60 = 15x + 3y \\ 5x = 20 + y \end{cases}$ II. $\begin{cases} 15x - 3y = 60 \\ 20 - y = 5x \end{cases}$ III. $\begin{cases} 3y - 60 = 15x \\ 5x - y = 20 \end{cases}$

14. Który z podanych układów równań liniowych jest oznaczony?

I. $\begin{cases} 9 + y = 0{,}5x \\ 0{,}5x - 1 = y \end{cases}$ II. $\begin{cases} 3x - 7 = y \\ 4y = -28 + 12x \end{cases}$ III. $\begin{cases} 8x - 2 - y = 0 \\ 3y - 4 = 14 \end{cases}$

15. Suma dwóch liczb jest równa 21. Suma czterokrotności pierwszej i pięciokrotności drugiej wynosi 96. Jakie to liczby?

16. Dopasuj do każdego układu równań liniowych odpowiednią parę liczb będącą jego rozwiązaniem.

I. $\begin{cases} -3x + 9 = y \\ y = 6x \end{cases}$ II. $\begin{cases} 4x + y - 6 = 0 \\ y + x - 3 = 0 \end{cases}$

III. $\begin{cases} -x + 2y = 2(x + 2) \\ -2y + 4x = 8 \end{cases}$ IV. $\begin{cases} -2x - y = 8 \\ 0{,}5x + 1{,}5y = 1{,}5x + 4 \end{cases}$

A. (12, 20) B. (1, 6) C. (–4, 0) D. (1, 2)

17. Doprowadź do najprostszej postaci i rozwiąż podany układ.

a) $\begin{cases} 4(x + y) = 7 \\ 7x - 3(x - y) = 8 - 3(2 - y) \end{cases}$ b) $\begin{cases} -5(3x + 4y) = 3(1 - 3x) \\ 4(x + y - 2) = 0{,}5(8x - 6) \end{cases}$

c) $\begin{cases} \frac{x+1}{3} + \frac{4-y}{2} = 1 \\ \frac{x-1}{2} - \frac{y+2}{4} = -1 \end{cases}$ d) $\begin{cases} \frac{1}{2}x + \frac{1}{5}y = 7 \\ \frac{3}{5}x - \frac{2}{3}y = 22 \end{cases}$

18. Znajdź współczynniki a i b, tak aby rozwiązaniem układu $\begin{cases} 2x - 3y + b = 0 \\ ax + 2y - 7 = 0 \end{cases}$ była para liczb

a) (–3, 1). b) (2, 0). c) (–6, –2).

19. Znajdź współczynniki a i b, tak aby układ $\begin{cases} -ax + 4y - 3 = 0 \\ 6x - 5y + b = 0 \end{cases}$ był

a) sprzeczny. b) nieoznaczony. c) oznaczony.

20. Do każdego z podanych równań dopisz drugie, tak aby powstały układ równań liniowych był oznaczony.

a) $3x - y = -10$ b) $2x + 2y = 13$ c) $3u - 7 = 11w$

21. Do każdego z podanych równań dopisz drugie, tak aby powstały układ równań liniowych był nieoznaczony.

a) $7x - y = 0$ b) $0{,}5x = 2{,}5 + y$ c) $4x + y = -\frac{1}{2}$

22. Do każdego z podanych równań dopisz drugie, tak aby powstały układ równań liniowych był sprzeczny.

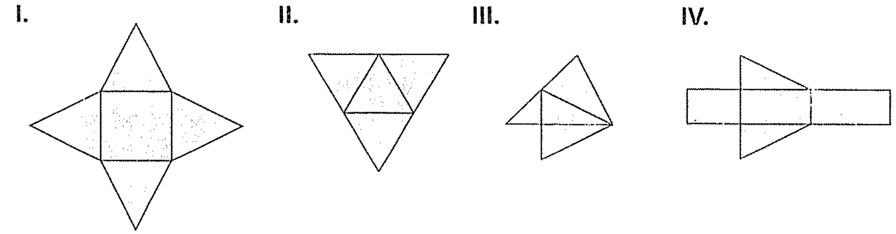
a) $2x - y = 4$ b) $6x - y = 2$ c) $x - 3y = 3$

23. Znajdź dwie liczby, dla których suma połowy pierwszej liczby i dwukrotności drugiej jest równa 8, a iloraz pierwszej liczby przez drugą jest równy 4.

24. Do równania $3x - 1 = 8y$ dopisz drugie takie, aby powstały z nich układ równań liniowych pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi miał jako rozwiązanie parę liczb $(3, 1)$. Czy jest tylko jedna możliwość?

25. Ułóż taki układ równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi, aby jego rozwiązaniem była para liczb $(-1, 1)$. Ile jest takich układów?

1. Nazwij bryły, których siatki są przedstawione na rysunku.



2. Określ, ile wierzchołków, krawędzi i ścian ma

a) ostrosłup o podstawie czworokąta. b) czworościan.
c) ostrosłup prawidłowy sześciokątny. d) ostrosłup o podstawie stukąta.

3. Ustal, jaki wielokąt jest podstawą ostrosłupa, jeżeli ma on

a) siedem wierzchołków. b) dwanaście wierzchołków.
c) dwadzieścia jeden wierzchołków. d) dwa tysiące jeden wierzchołków.

4. Ustal, jaki wielokąt jest w podstawie ostrosłupa, jeśli liczba jego krawędzi jest równa

a) 6. b) 20.
c) 16. d) 30.

5. Oblicz długość krawędzi podstawy oraz długość krawędzi bocznej ostrosłupa prawidłowego sześciokątnego, wiedząc że suma długości wszystkich krawędzi jest równa 180 cm, a krawędź boczna jest dwa razy dłuższa od krawędzi podstawy.

6. Narysuj siatkę ostrosłupa, którego podstawą jest trójkąt prostokątny równoramienny, a przyprostokątne mają po 4 cm długości. Krawędź boczna prostopadła do podstawy w wierzchołku kąta prostego ma długość 6 cm.

7. Narysuj ostrosłup prawidłowy czworokątny wraz z wysokością. Zaznacz w nim przekrój płaszczyzną

a) przechodzącą przez wierzchołek ostrosłupa i przekątną podstawy ostrosłupa.
b) zawierającą wysokość ostrosłupa i wysokość ściany bocznej.
c) przecinającą wszystkie krawędzie boczne ostrosłupa i równoległą do podstawy.
→ Napisz, jakim wielokątem jest ten przekrój.

8. Jaki wielokąt jest podstawą ostrosłupa, który ma łącznie 31 wierzchołków i krawędzi?

9. Jaki wielokąt jest podstawą ostrosłupa, dla którego suma liczby wierzchołków i liczby ścian jest równa 22?

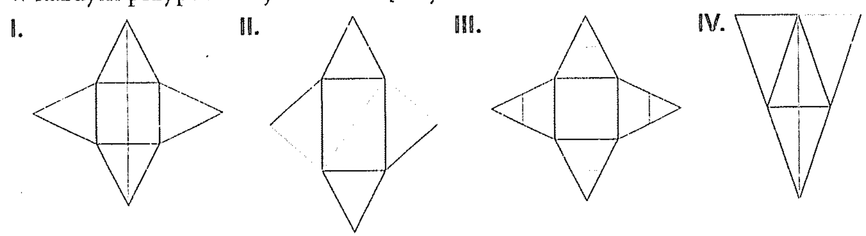
10. Jaki wielokąt jest podstawą ostrosłupa, który ma łącznie 91 ścian i krawędzi?

11. Jaki wielokąt jest podstawą ostrosłupa, który ma łącznie 34 wierzchołki i ściany?

12. Łączna długość wszystkich krawędzi ostrosłupa jest równa 60 cm. Krawędzie boczne mają po 1 dm długości. Podstawą ostrosłupa jest prostokąt, którego długość dłuższego boku jest o 2 cm większa od długości krótszego boku. Oblicz długości krawędzi podstawy.

13. Narysuj siatkę ostrosłupa prawidłowego sześciokątnego o krawędzi podstawy długości 3 cm i wysokości ściany bocznej długości 5 cm. Czy wysokość ściany bocznej może być równa wysokości trójkąta równobocznego, na które dzielą sześciokąt wszystkie jego przekątne? Odpowiedź uzasadnij.

14. Na rysunkach są przedstawione szkice siatek ostrosłupów wraz z liniami wyznaczonymi przez pewien przekrój. Opisz, jak przebiega płaszczyzna przekroju w każdym przypadku i jaki wielokąt wyznacza.



15. Jakim wielokątem jest podstawa ostrosłupa, jeśli
a) liczba jego krawędzi jest o 2 większa od liczby wierzchołków?
b) liczba jego krawędzi jest o 11 większa od liczby jego wierzchołków?

16. Jakim wielokątem jest podstawa ostrosłupa, jeśli ma on o 5 ścian mniej niż krawędzi?

17. Czy istnieje ostrosłup, którego suma liczby ścian i liczby wierzchołków jest równa liczbie krawędzi? Odpowiedź uzasadnij.

18. Dany jest ostrosłup n-kątny oraz graniastosłup n-kątny. Oblicz, o ile graniastosłup ma więcej od ostrosłupa
a) wierzchołków.
b) ścian.
c) ścian bocznych.
d) krawędzi.
e) krawędzi bocznych.

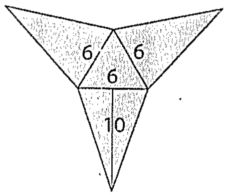
19. Podstawą ostrosłupa jest trójkąt prostokątny o przyprostokątnych długości 5 cm i 12 cm. Krawędź boczna wychodząca z wierzchołka kąta prostego podstawy i do niej prostopadła ma długość 10 cm. Oblicz łączną długość wszystkich krawędzi ostrosłupa.

20. Narysuj ostrosłup prawidłowy sześciokątny i zaznacz w nim przekrój płaszczyzną wyznaczoną przez
a) wierzchołek ostrosłupa i najdłuższą przekątną podstawy ostrosłupa.
b) wysokości przeciwległych ścian bocznych ostrosłupa.
c) wierzchołek ostrosłupa i przekątną podstawy łączącą dwa kolejne boki sześciokąta.
d) wszystkie krawędzie boczne i równoległą do podstawy.

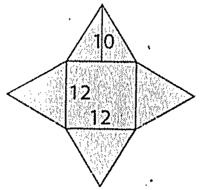
21. Narysuj siatkę ostrosłupa prawidłowego sześciokątnego i zaznacz na niej ślady wyznaczone przez przekrój ostrosłupa
a) płaszczyzną przechodzącą przez jego wierzchołek i zawierającą najdłuższą przekątną podstawy ostrosłupa.
b) płaszczyzną przechodzącą przez wysokości przeciwległych ścian bocznych.
c) płaszczyzną przechodzącą przez wierzchołek ostrosłupa i przekątną podstawy łączącą dwa kolejne boki sześciokąta.
d) płaszczyzną równoległą do podstawy, przecinającą wszystkie krawędzie boczne.

1. Na rysunkach przedstawione są szkice siatek ostrosłupów prawidłowych z zaznaczonymi długościami odcinków. Oblicz pola całkowitej powierzchni tych ostrosłupów.

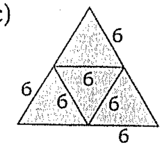
a)



b)



c)



2. Pole powierzchni całkowitej czworościanu foremnego wynosi 60 cm^2. Oblicz, ile wynosi pole podstawy, a ile pole powierzchni bocznej.

3. Pole powierzchni całkowitej ostrosłupa prawidłowego czworokątnego jest równe 156 cm^2. Krawędź podstawy ma długość 6 cm. Ile wynosi długość wysokości ściany bocznej?

4. Słynna piramida Cheopsa ma kształt ostrosłupa, którego podstawą jest kwadrat o boku długości 230 m. Wysokość piramidy wynosi 146 m. Oblicz jej objętość.

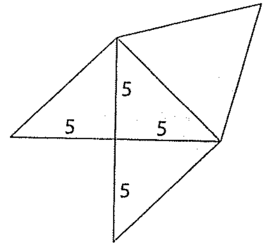
5. Podstawą ostrosłupa jest romb o przekątnych długości 12 cm i 8 cm. Wysokość ostrosłupa wynosi 10 cm. Oblicz jego objętość.

6. Podstawą ostrosłupa jest trapez o wysokości 5 cm. Równoległe boki trapezu mają długość 6,4 cm i 3,6 cm. Wysokość ostrosłupa wynosi 12 cm. Oblicz jego objętość.

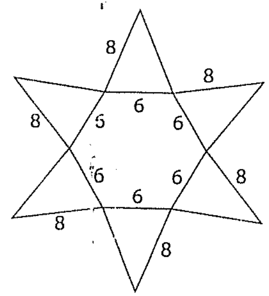
7. Oblicz objętość ostrosłupa, którego podstawą jest trójkąt prostokątny o przyprostokątnych długości 5 cm i 12 cm. Wysokość ostrosłupa jest równa długości przeciwprostokątnej trójkąta, będącego podstawą ostrosłupa.

8. Odczytaj z narysowanych siatek długości potrzebnych odcinków i oblicz pole powierzchni całkowitej każdego ostrosłupa.

a)



b)



9. Sklejono podstawami dwa ostrosłupy prawidłowe sześciokątne. Suma długości krawędzi podstawy każdego ostrosłupa wynosi 30 cm, a wysokość każdej ściany bocznej ma długość 8 cm. Oblicz pole powierzchni powstałej bryły.

10. Pole powierzchni całkowitej czworościanu foremnego jest równe $36\sqrt{3}$ cm^2. Oblicz długość krawędzi tego czworościanu.

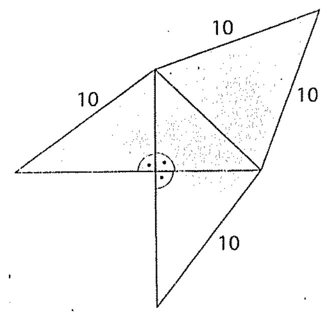
11. Objętość ostrosłupa jest równa 210 cm^3. Pole podstawy jest równe 42 cm^2. Oblicz długość wysokości tego ostrosłupa.

12. Objętość ostrosłupa prawidłowego czworokątnego jest równa 147 cm^3, a wysokość jest równa 9 cm. Oblicz długość krawędzi podstawy.

13. Czy ostrosłup o polu podstawy 1 cm^2 i objętości 1 dm^3 jest wyższy od ciebie? Wykonaj obliczenia.

14. Sprawdź, czy ostrosłupy o takiej samej wysokości h, których podstawami są romby o takich samych długościach boków a, mają takie same objętości. Odpowiedź uzasadnij.

15. Oblicz pole powierzchni całkowitej i objętość ostrosłupa, którego siatkę przedstawia poniższy rysunek.



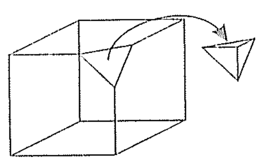
16. W ostrosłupie prawidłowym czworokątnym długość każdej krawędzi jest równa a. Oblicz pole powierzchni całkowitej tego ostrosłupa.

17. Suma długości wszystkich krawędzi graniastosłupa prawidłowego czworokątnego oraz ostrosłupa prawidłowego trójkątnego jest równa 54 cm. Wszystkie krawędzie obu brył są tej samej długości. Oblicz pole powierzchni i objętość każdej z tych brył.

18. Wysokość czworościanu foremnego jest równa 6 cm. Oblicz pole powierzchni całkowitej i objętość czworościanu.

19. W sześcianie o krawędzi długości a poprowadzono płaszczyznę przez środki krawędzi wychodzących z jednego wierzchołka. Oblicz objętość powstałego czworościanu.

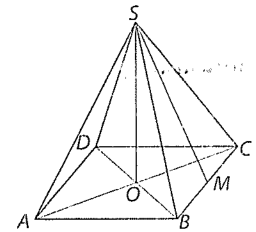
20. W sześcianie o krawędzi długości a odcięto wszystkie narożniki płaszczyznami przechodzącymi przez środki krawędzi. Oblicz pole powierzchni i objętość otrzymanego wielościanu.



1. Na rysunku ostrosłupa prawidłowego czworokątnego zaznaczono charakterystyczne odcinki: przekątne podstawy, wysokość ściany bocznej, wysokość ostrosłupa.

a) Wypisz wszystkie trójkąty prostokątne.
W każdym trójkącie wskaż przeciwprostokątną.

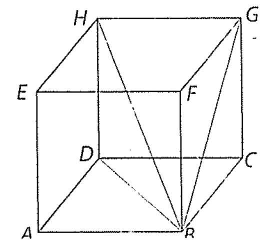
b) Wypisz przystające trójkąty prostokątne.



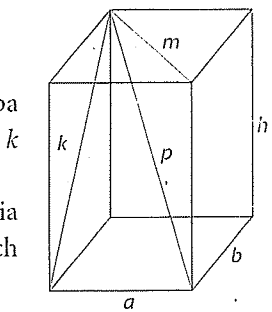
2. Na rysunku sześcianu zaznaczono charakterystyczne odcinki: przekątną podstawy, przekątną ściany bocznej, przekątną sześcianu.

a) Wypisz wszystkie trójkąty prostokątne.
W każdym trójkącie wskaż przyprostokątne.

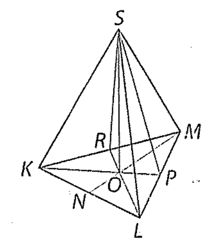
b) Uzupełnij równości.
$|AC|^2 = |AB|^2 + \ldots$
$|BG|^2 - |BC|^2 = \ldots$
$|AG|^2 - |GC|^2 = \ldots$
$|BD|^2 + |DH|^2 = \ldots$



3. Krawędzie podstawy graniastosłupa prostego mają długości a i b. Jego wysokość jest równa h.
Na rysunku zaznaczono przekątną graniastosłupa o długości p, przekątną ściany bocznej o długości k i przekątną podstawy o długości m.
Wskaż trójkąty prostokątne i, korzystając z twierdzenia Pitagorasa, opisz zależność między długościami ich boków. Wykorzystaj przyjęte oznaczenia.



4. Na rysunku czworościanu foremnego zaznaczono odcinki, będące wysokościami podstawy, wysokościami ścian bocznych. Odcinek OS jest wysokością czworościanu.
Wypisz powstałe trójkąty prostokątne. W każdym z trójkątów wskaż wierzchołek kąta prostego.



5. Narysuj graniastosłup prosty czworokątny. Ile przekątnych ma ten graniastosłup? Czy są one równej długości?

6. Narysuj odpowiednie bryły i zaznacz opisane przekroje.

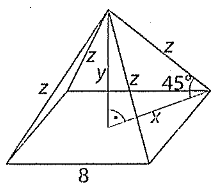
a) Przekrój ostrosłupa prawidłowego czworokątnego, zawierający wysokości przeciwległych ścian bocznych.

b) Przekrój ostrosłupa prawidłowego czworokątnego, zawierający przekątną podstawy i przeciwległe krawędzie boczne.

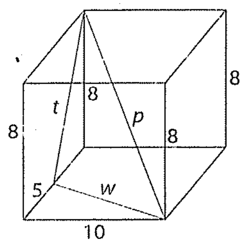
c) Przekrój graniastosłupa prawidłowego sześciokątnego, zawierający środki równoległych krawędzi dolnej podstawy i krótszą przekątną górnej podstawy.

7. Rysunki przedstawiają modele brył, których podstawy są wielokątami foremnymi. Oblicz długości odcinków oznaczonych literami.

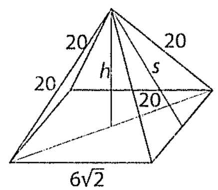
a)



b)



c)



8. Naszkicuj graniastosłup prawidłowy

a) pięciokątny.

b) sześciokątny.

Ile przekątnych ma każda z tych figur?

9. Prostopadłościan ma wymiary: 5 cm, 12 cm, 13 cm. Oblicz sumę długości wszystkich przekątnych tego prostopadłościanu.

10. Suma długości wszystkich krawędzi sześcianu wynosi

a) 36 cm.

b) $12\sqrt{3}$ cm.

Oblicz długość przekątnej podstawy oraz długość przekątnej tego sześcianu.

11. Podstawa prostopadłościanu ma wymiary 9 cm i 12 cm. Wysokość tego prostopadłościanu stanowi 0,6 długości przekątnej podstawy. Oblicz długość przekątnej prostopadłościanu.

12. Przekątna sześcianu ma długość 9 dm. Oblicz

a) długość przekątnej podstawy sześcianu.

b) pole powierzchni całkowitej sześcianu.

c) objętość sześcianu.

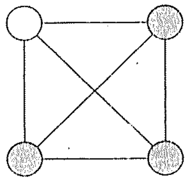
13. Podstawą graniastosłupa prostego jest kwadrat, którego przekątna ma długość $3\sqrt{2}$ cm. Oblicz objętość graniastosłupa, wiedząc, że przekątna ściany bocznej ma długość $\sqrt{30}$ cm.

14. Łączna długość wszystkich krawędzi ostrosłupa prawidłowego czworokątnego wynosi 108 cm. Krawędź boczna jest o 3 cm dłuższa od krawędzi podstawy. Oblicz pole powierzchni bocznej tego ostrosłupa.

15. Długości przekątnych wszystkich ścian prostopadłościanu wynoszą 20 cm, 24 cm, 28 cm. Czy mając te dane, można obliczyć objętość tego prostopadłościanu?

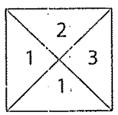
16. Podstawą ostrosłupa, którego wszystkie krawędzie mają długość a, jest kwadrat. Oblicz objętość ostrosłupa.

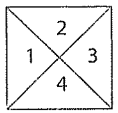
1. W urnie znajdują się 3 kule czarne i 1 kula biała. Losujemy z urny jednocześnie 2 kule. Rysunek ilustruje możliwe wyniki tego doświadczenia.



a) Co oznacza połączenie poszczególnych kul na rysunku?
b) Ile jest możliwych wyników tego losowania?
c) W ilu przypadkach wylosujemy 2 kule czarne?
d) W ilu przypadkach wylosujemy 2 kule różnokolorowe?
e) Jakie są szanse wylosowania 2 kul czarnych?
f) Jakie są szanse wylosowania 2 kul różnokolorowych?

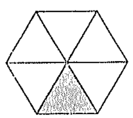
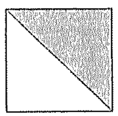
2. Doświadczenie losowe polega na zakręceniu dwoma „bączkami" w kształcie kwadratu i pomnożeniu przez siebie wylosowanych na każdym z nich liczb.





a) Wypisz wszystkie możliwe do uzyskania wyniki w tym doświadczeniu.
b) Jakie są szanse uzyskania liczby, będącej wielokrotnością trójki?
c) Jakie są szanse na uzyskanie liczby, będącej wielokrotnością czwórki?

3. Doświadczenie losowe polega na zakręceniu dwoma biało-żółtymi „bączkami".

a) Wypisz wszystkie możliwe wyniki tego doświadczenia losowego.
b) Jakie są szanse wylosowania koloru pomarańczowego po zakręceniu bączka w kształcie sześciokąta? A kwadratowego?
c) Jakie są szanse wylosowania w tym doświadczeniu dwóch kolorów pomarańczowych?
d) Gdyby powtórzyć to doświadczenie 100 razy, to, według twoich przewidywań, ile tych prób zakończy się wylosowaniem dwóch kolorów?

4. Rzucamy „specjalną" kostką do gry.
Szóstka wypada 2 razy częściej niż piątka, piątka wypada 2 razy częściej niż czwórka, a jedynka, dwójka, trójka i czwórka wypadają jednakowo często.
Określ częstości pojawienia się
a) jedynki w rzucie tą kostką.
b) szóstki w rzucie tą kostką.

5. W urnie znajduje się 10 kul czarnych i 1 biała. Losujemy z urny 2 kule.
a) Jakie są szanse wylosowania 2 kul różnokolorowych?
b) Jakie są szanse wylosowania 2 kul tego samego koloru?

6. W pudełku znajdują się kule białe i czerwone. Stosunek liczby kul białych do czerwonych jest równy 2 : 3.
a) Co jest bardziej prawdopodobne: wylosowanie kuli białej czy czerwonej?
b) Jakie są szanse wylosowania kuli białej, a jakie czerwonej?

7. Rzucamy dwiema kostkami do gry. Od większej z otrzymanych liczb odejmujemy mniejszą – uzyskana różnica jest wynikiem rzutu. Jeżeli wylosowane liczby są równe, wynikiem rzutu jest 0. Punkt zdobywa ten gracz, którego wynik będzie liczbą parzystą.
a) Wypisz wszystkie wyniki tego doświadczenia.
b) Przedstaw wyniki tej gry w tabeli.
c) Jakie są szanse uzyskania punktu w tej grze?

8. Rzucamy 3 kostkami do gry. Wynikiem jest suma uzyskanych oczek na wszystkich kostkach. Jakie są szanse otrzymania liczby 18?

9. Fabryka produkuje opony. Obliczono, że 2% wyprodukowanych opon jest wadliwa – nie odpowiada normom.
Kupujemy dwie opony wyprodukowane przez tę fabrykę.
a) Jakie są szanse wyprodukowania wadliwej opony?
b) Jakie są szanse, że obydwie opony będą wadliwe?
c) Jakie są szanse, że żadna opona nie będzie wadliwa?
d) Jakie są szanse, że dokładnie jedna opona będzie wadliwa?

1. Oblicz

a) 17% liczby 42.	b) 29% liczby 36.	c) 85% liczby 0,8.
d) 13,5% liczby 180.	e) 2,6% liczby 85.	f) 17,5% liczby 12,8.
g) 124% liczby 45.	h) 120,5% liczby 80.	i) 302% liczby 10,5.

2. Dane są liczby x i y. Oblicz, jaki procent liczby x stanowi liczba y, jeżeli

a) $x = 50, y = 7$.	b) $x = 24, y = 18$.	c) $x = 56, y = 7$.
d) $x = 2, y = 0{,}8$.	e) $x = 0{,}8, y = 0{,}6$.	f) $x = 7{,}2, y = 1{,}8$.
g) $x = 25, y = 55$.	h) $x = 12, y = 18$.	i) $x = 220, y = 550$.

3. Do banku wpłacono 6500 zł na lokatę oprocentowaną w wysokości 4% w skali roku. Oblicz, ile odsetek otrzymano po roku. Jaką kwotę wypłaci bank po zakończeniu lokaty?

4. Ania wpłaciła 7200 zł do banku na lokatę oprocentowaną w wysokości 3,5% w skali roku. Jaką kwotę odsetek otrzyma po roku? Jakim kapitałem będzie dysponować po zakończeniu lokaty?

5. Do banku wpłacono 4400 zł na roczną lokatę i po roku otrzymano 352 złote odsetek. Jakie było oprocentowanie tej lokaty w skali roku?

6. Piotr wpłacił do banku 3000 złotych. Po roku bank doliczył 105 złotych odsetek. Jakie było oprocentowanie tej lokaty w skali roku?

7. Po rocznej lokacie bank doliczył 7% odsetek, co dało kwotę wartości 287 złotych. Jaką kwotę wpłacono na tę lokatę?

8. Po rocznej lokacie bank doliczył 5,5% odsetek, co dało kwotę wartości 33 złote. Jaką kwotę wpłacono do banku?

9. Do banku wpłacono pewną kwotę pieniędzy na roczną lokatę oprocentowaną w wysokości 9%. Ile procent pieniędzy wpłaconych do banku na początku roku stanowią pieniądze wypłacone po roku?

10. Do banku wpłaciliśmy pewną kwotę na lokatę. Jakie jest oprocentowanie tego konta, jeżeli po roku otrzymamy 107,3% wpłaconej kwoty?

11. Wpłaciliśmy do banku 1000 zł na lokatę oprocentowaną 8% rocznie. Jaką kwotę odsetek otrzymamy po roku? Ile pieniędzy będziemy mieli na koncie po roku? Jaką kwotę odsetek otrzymamy po drugim roku? Ile pieniędzy będziemy mieli na koncie po drugim roku lokaty?

12. Tomek wpłacił do banku 500 złotych na roczną lokatę oprocentowaną 6% w skali roku. Ile pieniędzy będzie miał po roku? A ile po dwóch latach?

13. Asia wpłaciła 1000 złotych na konto oprocentowane w wysokości 7% w skali roku. Jaką kwotę wypłaci Asi bank po dwóch latach? O ile procent wzrosła kwota wpłacona do banku w ciągu tych dwóch lat?

14. Wpłaciliśmy do banku 7000 zł na lokatę oprocentowaną 9% rocznie. Oblicz różnicę między odsetkami po pierwszym i po drugim roku oszczędzania.

15. Bank oferuje odsetki w wysokości 10% w skali roku. Ile złotych wpłaciliśmy do banku, jeżeli odsetki po drugim roku wyniosły 550 zł?

16. Lokata jest oprocentowana w wysokości 10% w skali roku. Jaką kwotę wpłacono do banku, jeżeli po trzech latach oszczędności wyniosły 3993 zł?

17. Bank oferuje odsetki w wysokości 8% w skali roku. Jaką kwotę wpłacono do banku, jeżeli po dwóch latach oszczędności wyniosły 5832 zł?

18. W pewnym banku odsetki wynoszą 10% rocznie. Po jakim czasie oszczędności się podwoją, a po jakim czasie potroją?

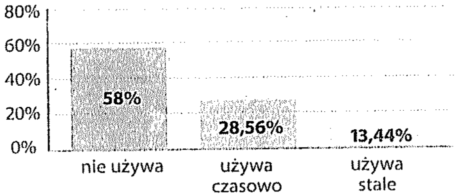
19. Jakie musiałoby być oprocentowanie w skali roku, aby po dwóch latach oszczędności się podwoiły? (Wynik zaokrąglij do jednego procentu).

20. Oszacuj, jakie oprocentowanie w skali roku musielibyśmy otrzymać, aby po trzech latach nasze oszczędności były ponaddwukrotnie większe? (Wynik zaokrąglij do jednego procentu).

21. Do banku wpłaciliśmy 10 000 zł. Po dwóch latach na koncie było już 10 404 zł. Ile procent odsetek w skali roku wypłaca ten bank?

Moduł 1

1. 60 lat i więcej; 74%; 86%; 26; cztery razy więcej **3.** a) 4; 4,4; 3,8; 3,25 b) 3; 4; 5; 3 c) 3; 4; 5; 3 **4.** a) 3; 3; 3 b) 3,2; 2; 3 c) 3; 4; 3,5 d) 2,25; 1; 1,5 **5.** 2%; 18%; 8%; 45%; 2,2; ok. 3 razy **6.** a) 3,55 b) 5 c) 3,5 **7.** a) 3 b) 18 c) średnia wyników 5 i 6 d) średnia wyników 26 i 27. **9.** plusy; 42%; 20,4%; 28,56%



10. a) 5 b) 0 c) 0 d) 4

Moduł 2

1. a) 4^6 b) $(-3)^5$ c) $(3{,}2)^4$ d) $\left(-\frac{3}{5}\right)^3$ e) $\left(2\frac{2}{3}\right)^4$ f) a^7 **2.** a) 3^1 b) 3^0 c) 3^2 d) 3^4 e) 3^3 **3.** a) $\left(\frac{1}{2}\right)^3$ b) $\left(\frac{1}{2}\right)^5$ c) $\left(\frac{1}{2}\right)^1$ d) $\left(\frac{1}{2}\right)^8$ e) $\left(\frac{1}{2}\right)^0$

4. a) 12 b) 93 c) 97 d) −11 e) $8\frac{16}{81}$ **5.** a) 2^9 b) 5^{14} c) $(-4)^{13}$ d) $(2{,}5)^5$ e) $(-1{,}5)^{23}$ f) $(-0{,}3)^{100}$ g) $\left(\frac{2}{3}\right)^{10}$ h) $(1{,}25)^{20}$ i) $(-3{,}5)^{30}$ j) $\left(2\frac{1}{2}\right)^{10}$ **6.** a) 2^{15} b) $(-3)^6$ c) $(-0{,}8)^{50}$ d) $(3{,}2)^{60}$ e) 4^{40} f) $(-5)^{63}$ g) $(-2{,}5)^{1000}$ h) $(5{,}2)^0$ **7.** a) 4^5 b) $(-2)^{20}$ c) $(-3{,}8)^{12}$ d) $(-5{,}2)^{56}$ e) 5^8 f) $(2{,}5)^{18}$ g) $\left(1\frac{1}{4}\right)^{27}$ h) $(-3{,}5)^{50}$ **8.** a) np. $20^8 \cdot 20^0, 20^7 \cdot 20^1, 20^6 \cdot 20^2$ b) np. $20^1 \cdot 20^2 \cdot 20^5, 20^2 \cdot 20^3 \cdot 20^3, 20^2 \cdot 20^2 \cdot 20^4$ c) np. $20^2 \cdot 20^2 \cdot 20^2 \cdot 20^2, 20^1 \cdot 20^2 \cdot 20^2 \cdot 20^3, 20^1 \cdot 20^1 \cdot 20^2 \cdot 20^4$ **9.** Np. $(5^2)^6$, sześć **10.** $2^{12}, 8^5, 256^2, 64^3, 32^4, 128^3, 4^{12}$ **11.** Np. $5^6 : 5^2, 5^{10} : 5^6, 5^{100} : 5^{96}$, na nieskończenie wiele **12.** a) $2 \cdot 10^3$, b) $-52 \cdot 10^2$, c) $-8 \cdot 10^4$, d) $12 \cdot 10^5$, e) $132 \cdot 10^7$ **13.** a) 1 234 000 b) 2 101 000 000 c) 314 000 000 d) 51 250 000 **14.** a) 3^8 b) 2^{11} c) 5^{60} d) $(-6)^2$ **15.** a) 1 b) 6 c) 5 d) 6 **16.** a) 2^{32} b) 2^8 c) 3^4 d) $(0{,}2)^{10}$ **17.** a) $a^5b^7c^4$, b) $3a^3b^2c^4, a \neq 0, b \neq 0, c \neq 0$ c) $\frac{3^6a^{15}b^4}{c^7}, a \neq 0, b \neq 0, c \neq 0$ **18.** $3504 \cdot 107$ **19.** 3 **20.** a) 2 b) 1 c) 1 d) 9 **21.** 1

Moduł 3

1. a) $(2 \cdot 3)^5$ b) $(7 \cdot 8 \cdot 10)^{10}$ c) $(5 \cdot (-2) \cdot (-4) \cdot (6))^{20}$ **2.** a) 1 b) 10 000 000 c) 1 **3.** a) $\frac{1}{32}$ b) $\frac{1}{81}$ c) 1 d) 16 **4.** a) $(20 : 5)^8$ b) $(1200 : (-60))^{10}$ c) $((-56) : 7)^{15}$ d) $((-150) : (-50))^{25}$ **5.** a) 16 b) −0,03125 c) −64 000 d) 0,0081 **6.** a) 625 b) −64 c) −8000 d) 81 **7.** a) 4096 b) 216 c) $\frac{16}{81}$ d) 1 e) 0,000125 f) 1 **8.** a) np. $8^9 \cdot 8^9, 2^{27} \cdot 2^{27}$ b) np. $2^9 \cdot 4^9 \cdot 8^9, 2^{18} \cdot 2^{18} \cdot 2^{18}$ c) np. $\left(\frac{1}{4}\right)^9 \cdot (-32)^9 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^9 \cdot 16^9$, $2^9 \cdot 2^9 \cdot 4^9 \cdot 4^9$ **9.** a) $\frac{1}{256}$ b) 27 c) 256 d) $\frac{32}{243}$ **10.** a) 81 b) −243 c) 0,0081 d) 0,00032 e) $\frac{8}{125}$ **11.** a) 1 b) 625 c) 3125 d) 1 e) 1

12. a) 4 b) 1 **13.** a) $(ab)^2, a \neq 0, b \neq 0$ b) $1, a \neq 0$ c) $(abc)^{12}, a \neq 0, b \neq 0, c \neq 0$ **14.** $-\frac{13}{43}$, $a \neq 0, b \neq 0, c \neq 0$

Moduł 4

1. a) $\frac{1}{81}$ b) $-\frac{1}{2048}$ c) $-\frac{1}{3125}$ d) $\frac{1}{729}$ **2.** a) $x = -6$ b) $x = -3$ c) $x = -4$ d) $x = -9$ **3.** a) 5 b) 36 c) 25 d) $\frac{1}{81}$ e) $\frac{1}{16}$ f) $\frac{1}{128}$ g) 125 h) 1024 **4.** a) 5 b) 256 **5.** a) $2^6 \cdot a^{-31} \cdot b^{-19} \cdot c^{-27}$ b) z^{124}
6. a) 70 805,324 b) 8 000 006,0305 c) 200 000, 030405 **7.** 46 **8.** I, II, V
9. a) 2 b) 3 c) 2,51 d) 1,32 e) np. 5, 3 f) np. 3, −4 **10.** a) 625 b) −8 c) 16 d) −8 **11.** a) $x = -4$ b) $x = -6$ c) $x = -6$ d) $x = -3$
12. a) 10 000 000 b) $\frac{1}{16}$ c) 25 d) 0,001 e) $\frac{1}{1024}$ f) $\frac{1}{8}$ **13.** a) $\frac{1}{32}$ b) 5^{-11} **14.** a) $a^{16}b^{12}c^8$ b) $2^{25} \cdot 5^6a^2b^3c^{-1}$ **15.** a) 1 765 000 b) 2 101 000 000 c) 0,099 d) 0,00892 **16.** a) $1{,}2 \cdot 10^5$ b) $7{,}899 \cdot 10^6$ c) $1{,}25 \cdot 10^{-15}$ d) $3{,}7 \cdot 10^{-4}$ **17.** $26\frac{17}{27}$ **18.** a) $\frac{8}{27}$ b) $\frac{25}{121}$, c) $\frac{4}{121}$ d) $-\frac{4}{401}$ e) $\frac{64}{49}$ f) $-\frac{125}{27}$ g) $\frac{9}{64}$ h) $-\frac{12}{65}$ **19.** a) $x = 4$ b) $x = -6$ c) $x = -5$ d) $x = -4$ **20.** a) $\frac{27}{125}$ b) $\frac{6}{5}$ c) $\frac{27}{64}$ d) $\frac{1}{25}$ e) $\frac{25}{9}$ f) 0,027 **21.** a) $\frac{4}{9}$ b) $\frac{1}{2}$ **22.** $2^8x^8y^5$ **23.** a) $2{,}94 \cdot 10^{12}$ b) $2{,}59 \cdot 10^0$ c) $8{,}7 \cdot 10^{-5}$ d) $2 \cdot 10^2$ e) $2 \cdot 10^9$ f) $1{,}8 \cdot 10^{-1}$ **24.** a) $1{,}2 \cdot 10^{-5}$ $1{,}2 \cdot 10^{-4}$ $1{,}2 \cdot 10^{-2}$ $1{,}2 \cdot 10^0$ $1{,}2 \cdot 10^4$ b) $2{,}453 \cdot 10^{-5}$ $1{,}8 \cdot 10^{-4}$ $0{,}3 \cdot 10^{-2}$ $2{,}35 \cdot 10^5$ $0{,}35 \cdot 10^7$

25. a) 3,7 b) 2 c) $2\frac{2}{15}$

Moduł 5

1. A **2.** 5 cm **4.** a) Nie b) Nie c) Nie **10.** 112°, 75° **11.** 65°, 65°, 115°, 115°
14. **I.** $\gamma = 100°, \alpha + \beta = 80°$, gdy kąt przy wierzchołku B ma miarę 80°
II. $\gamma = 120°, \alpha + \beta = 60°$, gdy kąt przy wierzchołku B ma miarę 60°
III. $\gamma = 140°, \alpha + \beta = 40°$, gdy kąt przy wierzchołku B ma miarę 40°
15. 80°, 120°, 100°, 60° **16.** $180° - \alpha, 180° - \alpha, \alpha, \alpha$

Moduł 6

1. 4,3 cm **2.** Styczne są równoległe **3.** a) Prosta k jest styczna b) Prosta k jest sieczna c) Prosta k jest sieczna **4.** cztery **5.** a) $Obw = 40$ cm b) $P = 100\ cm^2$
7. a) 50° b) 140° c) 30° **8.** a) $\alpha = 37°$ i $\beta = 53°$ b) $\alpha = 40°$ **14.** 90°
15. a) 120° b) 60° **16.** nieskończenie wiele **17.** 45° **18.** 60°, 120°, romb
19. 100° **20.** 70°, 55°, 55° **21.** dwa

Moduł 7

1. 24 cm **2.** $BA = BC, OA = OC$, kąt $ABO = 35°$, kąt $CBO = 35°$, kąt $OAB = 90°$, kąt $OCB = 90°$, kąt $BOC = 55°$, kąt $BOA = 55°$ **3.** a) $x = 9$ b) $x = 4{,}5$ c) $x = 6, y = 2$
4. 40 cm **5.** a) 5 b) $\frac{7}{12}$ c) 23 d) 0,6 **7.** 3 cm **8.** Kąty proste: OEA, OHD, OGC, OFB. Odcinki równej długości, np. $AE = AF$, $FB = BG$, $OF = OG$, $OH = OE$

9. a) 32 b) 28 c) 38 **10.** $Obw = 68$ cm, $P = 255\ \text{cm}^2$ **11.** $4\frac{8}{13}$ cm
12. 55° **14.** $P = 20\ \text{cm}^2$, $Obw = 20$ cm

Moduł 8

2. a) 36-kąta b) 16-kąta **3.** a) 10π cm b) $0{,}24\pi$ m c) 6π cm d) $1{,}4\pi$ dm
5. a) $25\pi\ \text{cm}^2$ b) $0{,}0004\pi\ \text{m}^2$ c) $2{,}25\pi\ \text{cm}^2$ d) $0{,}64\pi\ \text{dm}^2$
6. a) $P = 147\ \text{cm}^2$ $Obw = 42$ cm b) $P = 151{,}9\ \text{cm}^2$ $Obw = 43{,}4$ cm
c) $P = 153{,}86\ \text{cm}^2$ $Obw = 43{,}96$ cm d) $P = 153{,}9335\ \text{cm}^2$ $Obw = 43{,}981$ cm
7. a) $r = 13$ b) $r = 7{,}5$ c) $r = 1{,}1$ d) $r = 2$ **8.** a) 18 cm b) 2 cm c) 18 cm
d) 3 cm **9.** a) $40\pi\ \text{cm}^2$ b) $4{,}25\pi\ \text{cm}^2$ **10.** a) $d = \frac{5\pi}{3}$ cm $P = \frac{25\pi}{6}\ \text{cm}^2$
b) $d = \frac{15\pi}{2}$ cm $P = \frac{75\pi}{4}\ \text{cm}^2$ c) $d = \frac{\pi}{2}$ cm $P = \frac{5\pi}{4}\ \text{cm}^2$
d) $d = \frac{5\pi}{18}$ cm $P = \frac{25\pi}{36}\ \text{cm}^2$ **11.** a) $2{,}4\pi$ m b) $0{,}4\pi$ m **12.** a) $56{,}25\pi\ \text{cm}^2$
b) $2{,}4\pi$ cm **13.** a) o $2\pi r$ b) o $4\pi r$ c) o 2π d) o 10π
14. a) zwiększy się czterokrotnie b) zwiększy się o $4\pi(r + 1)$ c) zmniejszy się 9 razy
d) zmniejszy się o $6\pi r - 9\pi$ **15.** a) 16 b) 14,4 c) 13,76 d) 13,736
16. 5 cm **17.** 140 razy **18.** o 50 zł 40 gr **19.** $P = 8\pi - 4\sqrt{3}\ \text{cm}^2$ $Obw = 12 + 8\pi$ cm
20. a) $72\pi\ \text{cm}^2$ b) $50\pi\ \text{cm}^2$ **21.** Jest tej samej długości

Moduł 9

1. a) $3 - x$ b) $7 - ab$ c) $17 + a + b$ d) $\frac{a}{3-b}$ lub $a : (3 - b)$ e) $4xyz$ f) $x \cdot \frac{2}{y}$
lub $x \cdot (2 : y)$ g) $a^2 + a + 3$ h) $3^2 + x^2$ **2.** a) $x + 4y$ b) $-5x - 3y + 6$ c) $4y - 3x$
d) 5 **3.** a) $7x + 3y - 3$, wartość wyrażenia 10 b) $14x - 12y - 1$, wartość wyrażenia 42
c) $2x - 3y + 2$, wartość wyrażenia 0,5 d) $-6{,}5x - 2{,}5y$, wartość wyrażenia 8
4. a) $10(a + 2) = 10a + 20$ b) $2x + 2y + 2x = 2(2x + y)$ c) $16x = 2x \cdot 8 = 8(x + x)$
d) $7x + 7y = 7(x + y)$ e) $(a + b) \cdot 3 = 3a + 3b$ f) $8x + 8y + 4 \cdot 8 = 8(x + y + 4)$
6. a) $5a + 10b$ b) $x^2 - 7x$ c) $3x^2 + 6x$ d) $2x^2 - xy$ e) $10x - 6x^2$ f) $-6ab + 4b^2$
7. a) $xy + x + 2y + 2$ b) $12a + 8ab - 21 - 14b$ c) $6x - 6xy - 9 + 9y$ d) $2y + 6 - xy - 3x$
8. a) $-xy$ b) $-6y + 6x$ c) $-4ab$ d) $-2ab - 12a$ e) $2x + xy + 3y$ f) $5x - 5xy + 2$
g) $10xy + x + 2$ h) $40a + ab$ **9.** a) $x + 8y - xy + 6$ b) $11x - y$ c) $6x + 8y - 4xy - 4$
d) $0{,}5y - 0{,}5xy - 3$ **10.** a) $4(4x - y + 2)$ b) $5x(-5y + 1)$ c) $9(3a + b + 2)$
d) $6a(2b + 1 - 6bc)$ e) np. $\frac{1}{12}(7y + \frac{1}{2}x)$ f) np. $-1{,}2(2xy + 3y - x)$ **12.** a) $10xy + 10x - 5y - 5$
b) $9x - 9a - a^2x + a^3$ c) $8x - 8 - 8x^3 + 8x^2$ d) $24x^2y + 6x^2 - 48xy - 12x$
13. a) $ac + 2c + bc + a + 2 + b$ b) $4xy - 16x^2 - 28y + 120x - 56$
c) $4x + 4y + 4z + 2x^2 + 2xy + 8xz + 6yz + 6z^2$ d) $1 + 2x + 2y + 2xy + x^2 + y^2$
14. a) $x = 3$ b) $x = 4$ c) $x = -0{,}2$ d) $y = -3$
15. a) $x = 0$ b) $x = 2$ c) $x = 4$ d) $x = \frac{1}{2}$
16. a) $(a + 1)(b - 1) = ab - a + b - 1$ b) $(2a + 3)(b + 1) = 2ab + 2a + 3b + 3$
c) $(a + 4)(3 - b) = 3a - ab + 12 - 4b$ d) $(-3a - 1)(-2b + 1) = 6ab - 3a + 2b - 1$
17. a) $(x + 1)(y + 2)z = xyz + 2xz + yz + 2z$ b) $(2 - x)(1 - y)(3 - x) = 6 - x^2y - 5x - 6y + 5xy$
18. a) $(a + 4)(b + 1)$ b) $(3x + 2)(y - 7)$ c) $(4a - 6)(b - 4)$ d) $3(3x - 5)(6y - 3)$
19. $(x + 2)(y + 3)$ **20.** $b = 10$ cm, bok a więcej niż 5 cm, czyli $a = 20$ cm
21. $a = 8$, $b = 4$ **22.** Boki muszą spełniać równość $b = 2a - 2$, np. $a = 6$, $b = 10$;
$a = 7$, $b = 12$; …, $a = 10$, $b = 18$; $a = 11$, $b = 20$…

Moduł 10

1. a) $(x + 4)^2$ b) $(x + 9)^2$ c) $(x + 6)^2$ d) $(2x + 11)^2$ **3.** a) $x^2 + 14x + 49$
b) $x^2 + 2x + 1$ c) $16 + 8x + x^2$ d) $4x^2 + 12x + 9$ e) $9x^2 - 12x + 4$ f) $64 - 16x + x^2$
4. a) $x^2 - 16x + 64$ b) $4x^2 - 28x + 49$ c) $16 - 8x + x^2$ d) $4 - 8x + 4x^2$
e) $9x^2 - 36x + 36$ f) $9x^2 - 6xy + y^2$ **5.** a) $(40 + 3)^2 = 1849$ b) $(60 + 1)^2 = 3721$
c) $(100 + 3)^2 = 10\,609$ d) $(500 + 20)^2 = 270\,400$ **6.** a) $(40 - 1)^2 = 1521$
b) $(80 - 2)^2 = 6084$ c) $(110 - 1)^2 = 11\,881$ d) $(700 - 1)^2 = 488\,601$ **7.** a) $2x^2 + 2y^2$
b) $4xy$ c) $3x^2 + 6y^2 + 8xy$ d) $9x^2 - 64x + 41$ e) $-7x^2 + 16x - 9$ f) $8 + 12x^2 + 28x$
8. a) $(a + b)^2$ b) $(a + 8b)^2$ c) $(8a + 3b)^2$ d) $(4a + 2b)^2$ e) $(6a + 4b)^2$ f) $(3a + 3b)^2$
9. a) $(6x - 6y)^2$ b) $(9x - 7y)^2$ c) $(11x - 9y)^2$ d) $(5x - 25y)^2$ e) $(6x - 12y)^2$
f) $(9x - 15y)^2$ **10.** a) $(3x + 1)^2 = 9x^2 + 6x + 1$ b) $(x + 4)^2 = x^2 + 8x + 16$
c) $(2x + 8)^2 = 4x^2 + 32x + 64$ d) $(3x + y)^2 = 9x^2 + 6xy + y^2$ e) $(4x + 3y)^2 = 16x^2 + 24xy + 9y^2$
f) $(5x + 7y)^2 = 25x^2 + 70xy + 49y^2$ **11.** a) $(x - 6)^2 = x^2 - 12x + 36$
b) $(2x - 5)^2 = 4x^2 - 20x + 25$ c) $(6x - 3)^2 = 36x^2 - 36x + 9$ d) $(6x - y)^2 = 36x^2 - 12xy + y^2$
e) $(5x - 3y)^2 = 25x^2 - 30xy + 9y^2$ f) $(4x - 3y)^2 = 16x^2 - 24xy + 9y^2$ **12.** a) $x = 2$
b) $x = -10$ c) $x = -1$ d) $x = \frac{1}{3}$ e) $x = 1$ f) $x = 6$ **13.** a) $x = 2$ b) $x = \frac{2}{35}$
c) $x = 5$ d) $x = -2$ e) $x = \frac{1}{2}$ **14.** a) $x = 1$ b) $x = \frac{1}{2}$ c) $x = 0$ d) $x = 12$
15. a) $10ab$ b) $24ab$ c) $14ab$ d) $108ab$ e) ab f) $2ab$ **16.** a) $8xy$ b) $20xy$
c) $7xy$ d) $\frac{3}{5}xy$ e) $450xy$ f) xy **17.** a) y^2 b) y^2 c) $4y^2$ d) $9y^2$ e) $25y^2$
f) $121y^2$ **18.** a) $4b^2$ b) $9b^2$ c) $25b^2$ d) $64b^2$ e) $-6ab$ f) $36b^2$ **19.** 3
20. 2 $(x = 6)$ **21.** 15, 25, 35 **22.** Są dwa rozwiązania: $a = 1$ $(b = 4)$ lub $a = 5$ $(b = 2)$

Moduł 11

1. a) $x^2 - 16$ b) $9 - x^2$ c) $4x^2 - 1$ d) $4x^2 - y^2$ e) $\frac{1}{4}x^2 - 36$ f) $\frac{9}{25}x^2 - \frac{1}{4}y^2$
2. a) $y^2 - 2^2$ b) $x^2 - (3{,}5)^2$ c) $8^2 - y^2$ d) $y^2 - x^2$
3.

a	b	a^2	b^2	$a^2 - b^2$	$a + b$	$a - b$	$(a + b)(a - b)$
2	4	4	16	-12	6	-2	-12
8	-3	64	9	55	5	11	55
-0,5	-1,5	0,25	2,25	-2	-2	1	-2

4. a) $9 - a^2$ b) $a^2 - 36$ c) $4a^2 - 16$ d) $9a^2 - b^2$ e) $4a^2 - 121b^2$ f) $49a^2 - 81b^2$
5. a) $\frac{1}{4}x^2 - 4$ b) $0{,}09 - x^2$ c) $\frac{1}{49}x^2 - \frac{9}{16}y^2$ d) $12{,}25x^2 - 1{,}44y^2$
e) $6{,}25a^2 - 19{,}36b^2$ f) $4\frac{21}{25}a^2 - \frac{9}{16}b^2$ **6.** a) $x^4 - 1$ b) $4 - x^4$ c) $16x^4 - y^4$
d) $x^6 - 25y^4$ e) $9x^4 - 49y^8$ f) $9x^6 - 4y^{10}$ **7.** a) $(60 + 5)(60 - 5)$ b) $(70 + 7)(70 - 7)$
c) $(90 + 8)(90 - 8)$ d) $(300 - 1)(300 + 1)$ **8.** a) $(4 - x)(4 + x)$ b) $(y - 5)(y + 5)$
c) $(8 - 2x)(8 + 2x)$ d) $(6x - 4y)(6x + 4y)$ e) $(9a - 11b)(9a + 11b)$
f) $(0{,}5x - 0{,}2y)(0{,}5x + 0{,}2y)$ **9.** a) $(6x^2 - y)(6x^2 + y)$ b) $\left(\frac{1}{2}y - x^3\right)\left(\frac{1}{2}y + x^3\right)$
c) $(9x^4 - 6y^5)(9x^4 + 6y^5)$ d) $(2xy^2 - 4z^8)(2xy^2 + 4z^8)$ e) $(0{,}3a^2 - b^2c^3)(0{,}3a^2 + b^2c^3)$
f) $(2{,}2x^6 - 0{,}8y^9)(2{,}2x^6 + 0{,}8y^9)$ **10.** a) 360 b) 320 c) 640 d) 51 e) 320
f) 2400 **11.** a) $x = -18$ b) $x = 9$ c) $x = \frac{4}{3}$ d) $x = 4$

12. A z I, B z IV, C z I, D z III **13.** a) $5x^2 - 245$ b) $27x^2 - 27$ c) $-27x^2 + 27$
d) $-27x^2 + 27$ e) $\frac{2}{3}x^2 - \frac{2}{27}y^2$ f) $-48x^2 + \frac{16}{147}y^2$ **14.** a) $3x^2 + 42xy + 147y$
b) $-24x^2 - 216xy - 486y^2$ c) $\frac{1}{27}x^2 - 2x^2y + 27y^2y^2$ d) $-32x^2 + 96xy - 72y^2$
15. a) $8x^2 + 4xy$ b) $9x^2 - 96xy - 64y^2$ c) $8y^2 + 4xy$ d) $-63\frac{1}{49}x^2 + 84xy - 27y^2$
16. a) $180x^3 - 80xy^2$ b) $-x^3 - x^2 + x + 1$ c) $11x^2 + 16y^2 - 4x + 21$ d) $-242xy^2 + 22x^2y$
17. a) $x = 2$ b) $x = \frac{1}{3}$ c) $x = 2$ d) $x = -15$ **18.** $x = a + \frac{1}{2}b$
19. Bok jest równy 8 cm. **20.** o 49 **21.** pole kwadratu 100, bok 10
22. nieparzysta; nieparzysta

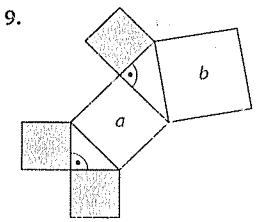
Moduł 12

1. a) $b = -\frac{1}{2}x + a$ b) $y = \frac{2}{3}z - \frac{1}{6}x$ c) $p = 4 - q$ d) $k = t - 2$ e) $N = \frac{T}{f}$
f) $W = Pt$ **2.** $L = 2p + 2q$ $q = \frac{1}{2}L - p$ **3.** a) $L = a + 3b$ $a = L - 3b$ $b = \frac{1}{3}L - \frac{1}{3}a$
b) $L = 2a + 3b$ $a = \frac{1}{3}L - \frac{2}{3}b$ $b = \frac{1}{2}L - \frac{3}{2}a$ c) $L = 2a + 2b$ $a = \frac{1}{2}L - b$ $b = \frac{1}{2}L - a$
4. a) 20% b) $b = \frac{a}{p} \cdot 100\%$ **5.** a) $y = x - 10$ b) $b = (a^2 - a) : 3$ c) $a = (1 - 2b) : 2$
d) $a = 3b$ e) $I = \frac{W}{Ut}$ f) $r = \frac{S}{\pi l}$ **6.** $V = a^2b$, $b = \frac{V}{a^2}$, $P = 2a^2 + 4ab$, $b = \frac{P - 2a^2}{4a}$
7. $S = 2,5x + 4y + 5,2z$ $x = (S - 4y - 5,2z) : 2,5$ **8.** $\alpha = \frac{360^\circ \ P}{2\pi r}$
9. a) $a = b - 2$ b) $y = 5x$ c) $x = \frac{1}{2}y$ d) $x = \frac{2y}{y + 2}$
10. a) $M = \frac{Fr}{Wm}$ $r = \frac{MWm}{F}$ $W = \frac{Fr}{Mm}$ $m = \frac{Fr}{MW}$
b) $t = \frac{2 - ky}{x}$ $k = \frac{2 - tx}{y}$ $x = \frac{2 - ky}{t}$ $y = \frac{2 - tx}{k}$
c) $a = \frac{s}{b} - \frac{xy}{2b}$ $b = \frac{s}{a} - \frac{xy}{2a}$ $x = \frac{2s - 2ab}{y}$ $y = \frac{2s - 2ab}{x}$
d) $W = \frac{2}{m + n}$ $m = \frac{2}{W} - n$ $n = \frac{2}{W} - m$ e) $x = \frac{3m - 2y}{2}$ $y = \frac{3m - 2x}{2}$
f) $J = \frac{E}{R + r}$ $R = \frac{E - Jr}{J}$ $r = \frac{E - JR}{J}$ **11.** $C = \frac{1 - p}{100} \cdot n$, $n = C \cdot \frac{100}{100 - p}$,
$p = (n - C) \times 100 : n$ **12.** $\frac{P}{5\pi}$

Moduł 13

1. a) 38 b) 15 c) 20 d) 8 e) 8 f) 30 **2.** a) $6^2 + 8^2 = 10^2$ b) $15^2 + 8^2 = 17^2$
c) $9^2 + 12^2 = 15^2$ **3.** $15^2 + 20^2 = 25^2$ **4.** a) nie b) tak c) tak d) nie
5. a) 20 cm^2 b) 26 cm^2 c) 202 cm^2 **6.** a) $10^2 + 24^2 = 26^2$ b) $12^2 + 35^2 = 37^2$
c) $14^2 + 48^2 = 50^2$ **7.** a) tak b) tak c) tak d) tak **8.** a) 13 b) 8,5 c) 12,5

9.



12. a) nie b) tak c) nie d) nie

Moduł 14

1. a) 289 b) 49 c) $1\frac{1}{5}$ d) 1,7 e) 0,027 f) 10 g) $\frac{1}{5}$ h) $1\frac{1}{3}$
2. a) $\sqrt{25} = 5$, bo $5^2 = 25$ b) $\sqrt{0,04} = 0,2$, bo $0,2^2 = 0,04$ c) $\sqrt{2\frac{23}{49}} = 1\frac{4}{7}$,
bo $\left(1\frac{4}{7}\right)^2 = 2\frac{23}{49}$ d) $\sqrt[3]{0,008} = 0,2$, bo $0,2^3 = 0,008$ **3.** a), b), d), e)
4. a) 2 b) 17 c) $1\frac{4}{15}$ d) 24 **5.** a) $\sqrt{16} < \sqrt{17}$ b) $3 < \sqrt{12}$ c) $\sqrt{22} > 4,69$
d) $0,1 > \sqrt[3]{0,0001}$ e) $\frac{1}{3} < \sqrt{\frac{1}{5}}$ f) $\sqrt{\frac{9}{16}} = \sqrt[3]{\frac{27}{64}}$ **6.** a) 12, 13 b) 5, 6 c) 4, 5
7. a) 3,2 b) 10,0 c) 2,1 **8.** a) 36 b) 72 c) 10000 d) 1,11 e) 0,75
f) 0,00001 g) $2\frac{1}{4}$ h) $2\frac{1}{5}$ i) $11\frac{1}{9}$ **9.** a) 11 b) 101 c) –17 d) –0,12
e) 0,21 f) –2,01 g) $2\frac{1}{3}$ h) $1\frac{1}{4}$ i) $-1\frac{1}{6}$ **10.** a) 18,4 b) $-\frac{4}{9}$ c) 0,44 d) 0
11. a) $\sqrt{1} + \sqrt{4} > \sqrt{1+4}$ b) $\sqrt{25} + \sqrt{16} > \sqrt{25+16}$ c) $\sqrt{64} + \sqrt{36} > \sqrt{64+36}$
d) $\sqrt{1,69} + \sqrt{1,44} > \sqrt{1,69+1,44}$ **12.** a) np. $\sqrt{10}$, $\sqrt{11}$, $\sqrt{12}$, 6
b) np. $\sqrt{150}$, $\sqrt{151}$, $\sqrt{160}$, 24 c) np. $\sqrt{1001}$, $\sqrt{1002}$, $\sqrt{1003}$, 200
13. a) 3,87 i 3,88 b) 0,86 i 0,87 c) 1,7 i 1,71 **14.** Tak
15. 13,5 dm^2 **16.** a) –2 i –3 b) 3 i 4 c) –2 i –1 **17.** a) 24 b) 2,5

Moduł 15

1. a) 15 b) 8 c) 102 d) $\frac{1}{2}$ e) $\frac{7}{8}$ f) $7\frac{3}{4}$ **2.** a) 21 b) 1,7 c) 0,125
d) $\frac{2}{3}$ e) $5\frac{6}{7}$ f) $1\frac{1}{3000}$ **3.** a) 16 b) $7\sqrt{2}$ c) $12\sqrt{2}$ d) 1 e) $\sqrt{6}$
f) $\sqrt{0,1}$ g) $\frac{1}{4}$ h) $\sqrt{\frac{1}{3}}$ i) $\sqrt{\frac{4}{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ j) $\sqrt[3]{30}$ k) –6 l) 6 **4.** a) 2
b) $\sqrt{5}$ c) 3 d) 0,4 e) 2 f) 2 g) $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ h) $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ i) 5 j) 2
k) $\sqrt[3]{4}$ l) $\sqrt[3]{-25}$ **5.** a) $2\sqrt{22}$ b) $2\sqrt{14}$ c) $4\sqrt{6}$ d) $6\sqrt{3}$ e) $2\sqrt{55}$
f) $2\sqrt{30}$ g) $8\sqrt{2}$ h) $11\sqrt{2}$ i) $2\sqrt[3]{10}$ j) $-3\sqrt[3]{2}$ lub $3\sqrt[3]{-2}$ k) $3\sqrt[3]{10}$
l) $-10\sqrt[3]{5}$ lub $10\sqrt[3]{-5}$ **6.** a) $\sqrt{200}$ b) $\sqrt{270}$ c) $\sqrt{1210}$ d) $\sqrt{1100}$
e) $\sqrt{3}$ f) $\sqrt{0,1}$ g) $\sqrt{2,42}$ h) $\sqrt{3}$ i) $\sqrt[3]{640}$ j) $\sqrt[3]{-375}$ k) $\sqrt[3]{2}$ l) $\sqrt[3]{2,7}$
7. a) $\frac{\sqrt{8}}{8} = \frac{\sqrt{2}}{4}$ b) $\sqrt{5}$ c) $\sqrt{2}$ d) $\sqrt{5}$ e) $\frac{1}{2}$ f) 3 **8.** a) 1
b) $5\sqrt{2} + 2\sqrt{5}$ c) $15\sqrt{2} - 6\sqrt{5}$ d) 32 e) $8 + 4\sqrt{3}$ f) $9 - 6\sqrt{2}$

9. a) $3\sqrt{2} + 3\sqrt{30}$ b) $\sqrt{10} + \frac{\sqrt{3}}{3}$ c) $\sqrt{3} + \sqrt{2}$ d) $1,5 + \sqrt{2}$
e) $12 + 6\sqrt{3}$ f) $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{3}$ **10.** a) $x\sqrt{y}$ b) $x^2\sqrt{x}$ c) $2x\sqrt{2y}$ d) $xy^3\sqrt{x}$
e) $3x^2y^2\sqrt{x}$ f) $3yz\sqrt{2x \cdot z}$ **11.** a) $x = 2$ b) $x = 2\sqrt{2}$ c) $x = \sqrt{3}$
d) $x = \frac{\sqrt{3}}{3}$ e) $x = 2\sqrt{2}$ f) $x = \sqrt{2}$ **12.** a) $x = 1$ b) $x = 4$ c) $x = 3\sqrt{5}$
d) $x = 2 - \frac{\sqrt{3}}{5}$ e) $x = 3\sqrt{7}$ f) $x = 7\sqrt{2}$ **13.** $\sqrt{5}$ cm, 15 cm^2 **14.** $20\sqrt{2}$
15. $10\sqrt{7}$ **16.** $5\sqrt{2}$ **17.** 14 **18.** $4\sqrt{5}$, $Obw = 4\sqrt{3} + 8\sqrt{5}$
19. $a = 3\sqrt{3}$ cm, $b = 5\sqrt{3}$ cm, $Obw = 16\sqrt{3}$ cm

Moduł 16

1. a) $\sqrt{130}$ b) 3 c) $\sqrt{10}$ d) $\sqrt{50} = 5\sqrt{2}$ e) $\sqrt{1,25} = 0,5\sqrt{5}$ f) 1
2. a) $\sqrt{72}$ cm $= 6\sqrt{2}$ cm b) $\sqrt{27}$ cm $= 3\sqrt{3}$ cm c) $\sqrt{44}$ cm $= 2\sqrt{11}$ cm d) 9 cm
e) $\sqrt{30}$ cm f) 5 cm g) $\sqrt{12}$ cm $= 2\sqrt{3}$ cm h) $\sqrt{22}$ cm i) $\sqrt{210}$ cm
3. a) $\sqrt{27}$ cm $= 3\sqrt{3}$ cm b) $\sqrt{12}$ cm $= 2\sqrt{3}$ cm c) $\sqrt{61}$ cm d) $\sqrt{30}$ cm
e) $\sqrt{18}$ cm $= 3\sqrt{2}$ cm f) $\sqrt{6}$ cm **4.** Trójkątami prostokątnymi są: II III IV VI;
5. a) $\sqrt{70}$ b) $\sqrt{54} = 3\sqrt{6}$ c) $\sqrt{125} = 5\sqrt{5}$ **6.** a) $\sqrt{8}$ cm $= 2\sqrt{2}$ cm
b) $\sqrt{30}$ cm c) $\sqrt{60}$ cm $= 2\sqrt{15}$ cm **7.** a) nie b) nie c) tak d) tak
8. $5\sqrt{2}$ cm **9.** $\sqrt{10}$ **10.** $\sqrt{20} = 2\sqrt{5}$ **11.** $8\sqrt{5}$ **12.** $4\sqrt{30}$
13. Są dwie możliwości: $\sqrt{5}$ oraz $\sqrt{3}$ **14.** $P = 5$ lub $P = \sqrt{21}$ **15.** 3 cm i 6 cm
16. Przyprostokątna $\sqrt{8}$ cm, czyli $2\sqrt{2}$ cm, przeciwprostokątna $3\sqrt{8}$ cm, czyli $6\sqrt{2}$ cm
17. $P = \sqrt{183}$, $Obw = 64$ **18.** $h = \frac{12}{\sqrt{13}} = \frac{12\sqrt{13}}{13}$ **19.** Przyjmijmy za jednostkę odcinek długości a. Wtedy nasz trójkąt ma boki długości 5, 6, 7. Z twierdzenia odwrotnego do twierdzenia Pitagorasa wynika, że taki trójkąt nie jest prostokątny.

Moduł 17

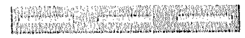
1. a) $3\sqrt{2}$ cm b) $7\sqrt{2}$ cm c) $1,5\sqrt{7}$ cm d) $0,2\sqrt{2}$ cm e) 2 cm f) $\sqrt{6}$ cm
2. a) 5 b) 1,75 c) $\frac{1}{2}$ d) $2\sqrt{2}$ e) $\sqrt{5}$ f) $\frac{\sqrt{14}}{2}$ **3.** a) $6\sqrt{3}$ cm
b) $3,5\sqrt{3}$ cm c) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ cm d) 1,5 cm e) $\frac{\sqrt{15}}{2}$ cm f) $1,5\sqrt{2}$ cm
4. a) $64\sqrt{3}$ cm b) $20,25\sqrt{3}$ cm c) $\frac{\sqrt{3}}{9}$ cm d) $0,36\sqrt{3}$ cm e) $1,5\sqrt{3}$ cm
f) $0,5\sqrt{3}$ cm **5.** $\sqrt{24}$ cm $= 2\sqrt{6}$ cm **6.** $\sqrt{52} = 2\sqrt{13}$ **7.** $4\sqrt{3}$ cm
8. $h = \sqrt{3}$, $P = 3\sqrt{3}$ **9.** $a = \sqrt{34}$ cm, $Obw = 14 + \sqrt{34}$ cm
10. $a = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$ cm, $P = 9\sqrt{10}$ cm, $Obw = 14 + \sqrt{40}$ cm **11.** $\sqrt{41}$ cm
12. $4\sqrt{45}$ cm $= 12\sqrt{5}$ cm **13.** $a = 2\sqrt{27}$ cm $= 6\sqrt{3}$ cm **14.** $P = 24\sqrt{3}$
15. $a = 6$, $P = 54\sqrt{3}$, $Obw = 36$ **16.** $p = 4$ cm, $q = 8$ cm, $a = \sqrt{20}$ cm $= 2\sqrt{5}$ cm
17. $p = \sqrt{3}$ cm, $q = 4\sqrt{3}$ cm, $a = \sqrt{15}$ cm, $Obw = 4\sqrt{15}$ cm

18. Podstawa 2 cm, ramię 4 cm **19.** Takim prostokątem jest na przykład prostokąt o bokach 1 i $\sqrt{65}$ **20.** Takim prostokątem jest na przykład prostokąt o bokach długości 3 cm i 4 cm. Wtedy przekątna ma 5 cm długości. **21.** Nie istnieje, ponieważ pierwiastek z dwóch jest liczbą niewymierną, a iloczyn liczby naturalnej i niewymiernej jest liczbą niewymierną. **22.** Nie istnieje, ponieważ pierwiastek z trzech jest liczbą niewymierną, a iloczyn liczby naturalnej i niewymiernej jest liczbą niewymierną.

Moduł 18

1. a) $\sqrt{65}$ b) $\sqrt{65}$ c) $\sqrt{65}$ d) $\sqrt{65}$ e) $\sqrt{101}$ f) $\sqrt{53}$ g) $\sqrt{10}$ h) $\sqrt{125}$
2. a) $\sqrt{32}$ lub $4\sqrt{2}$ b) $\sqrt{50}$ lub $5\sqrt{2}$ c) $\sqrt{128} = 8\sqrt{2}$ d) 10 **3.** $AB = 5$, $BC = \sqrt{61}$, $AC = 6$ **4.** a) $AB = 4$, $BC = 10$, $AC = \sqrt{116}$ lub $2\sqrt{29}$
b) Trójkąt jest prostokątny. **5.** $P = 16$ **6.** $D = (0, 4)$, $P = 10$, $Obw = 6\sqrt{5}$
7. a) i b) $\sqrt{32}$ lub $4\sqrt{2}$ c) $\sqrt{61}$ d) $\sqrt{113}$ **8.** $AB = 9$, $BC = \sqrt{90}$ lub $3\sqrt{10}$, $AC = 3$ **9.** Trójkąt jest trójkątem prostokątnym. **10.** $P = 28$ **11.** Np. $(4, -4)$, nieskończenie wiele **12.** $C = (7, 1)$, $P = 24$, $Obw = 20$ **13.** $AB = \sqrt{65}$, $CD = \sqrt{68}$ lub $2\sqrt{17}$ **14.** $B = (4, 8)$ lub $B = (4, -4)$ **15.** Trójkąt ABC nie jest trójkątem prostokątnym. **16.** Np. $(3, -2)$, $(2, 5)$ **17.** $P = 21$ **18.** Wszystkie punkty leżące na okręgu o środku w punkcie $(0, 4)$ i promieniu 5, np. $(5, 4)$, $(-5, 4)$ **19.** Nieskończenie wiele możliwości

Moduł 19

1. a) 3 zł b) Zamek w Pieskowej Skale c) 0075749 **2.** a) **I.** Liczbie przyporządkowano liczbę o jeden większą; **II.** Wielokątowi przyporządkowano liczbę kątów lub boków.
b) **I.** Dziedziną jest zbiór liczb {1, 2, 3, 4}, a przeciwdziedziną {2, 3, 4, 5}. **II.** Dziedzina: {trójkąt, czworokąt, pięciokąt}; przeciwdziedzina: {1, 2, 3, 4, 5}, e) **I.** 4; **II.** Pięciokąt
3. a) A b) „linia jednostronnie przekraczalna" c) 
d) informacja → znak **4.** a) **I.** Liczbie odpowiada jej połowa; **II.** Liczbie przyporządko-wana jest liczba o jeden większa; **III.** Liczbie przyporządkowana jest taka druga liczba, aby ich iloczyn był równy 12 b) **I.** 1; **II.** 3; **III.** 6
5. a) współrzędnym pola tabeli przyporządkowany jest symbol na tym polu b) dziedziną są współrzędne pól tabeli, a przeciwdziedziną symbole umieszczone w tej tabeli c) ⇐
d)

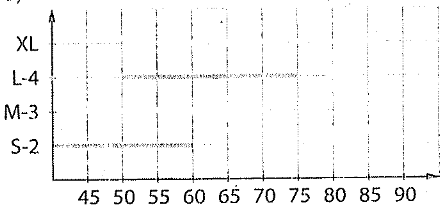
A00	A01	A02	A03	A04
	ϒ	'	≤	/

e) 305 f) A09
6. a) {N, NE, E, SE, S, SW, W, NW} b) przeciwdziedzinę tworzą nazwy kierunków geograficznych c) np. N→ północ
d)

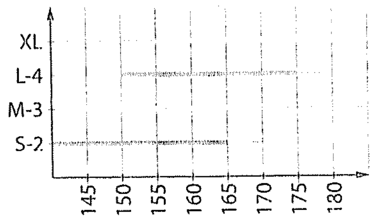
N	NE	E	SE	S	SW	W	NW
północ	północny wschód	wschód	południowy wschód	południe	południowy zachód	zachód	północny zachód

7. a) np.
I. Numerowi wzoru przyporządkowano liczbę wspólnych ścian ośmiokątów.
II. Numerowi wzoru przyporządkowano liczbę wspólnych wierzchołków ośmiokątów.
III. Numerowi wzoru przyporządkowano liczbę odcinków tworzących wzór.
b) **I.** 4; **II.** 8; **III.** 36

9. a) M-3, L-4, XL
b)



c) S-2, M-3, L-4, XL
d)

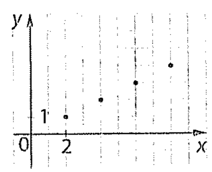


10. a) **I.** 0, 1; 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6; **II.** 0; 0, 2, 4 d) **I.** Liczbie naturalnej jednocyfrowej przyporządkowano mniejsze lub równe liczby naturalne jednocyfrowe. **II.** Liczbie naturalnej jednocyfrowej przyporządkowano mniejsze parzyste liczby naturalne jednocyfrowe.
11. a) **I.** 1; **II.** 4; **III.** 27; **IV.** 256 b) **I.** 1; **II.** 4; **III.** 9; **IV.** 16 c) m^n

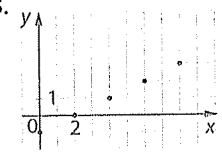
Moduł 20

1. **I.** nie **II.** nie **III.** tak **IV.** nie **2.** **I.** nie przedstawia **II.** przedstawia **III.** nie przedstawia **3.** dziedzina: {–4, –2, 0, 2, 4, 6, 8}, zb. wart.: {8, 6, 4, 2, 0, –2, –4}
8, 4, 0 –2, 4, 8

4.



5.

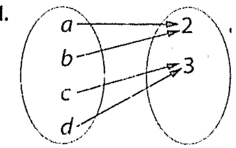


6. **I.** nie **II.** tak **III.** tak
7. a)

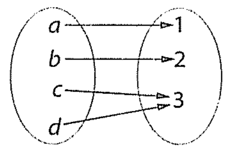
x	-2	-1	0	1	2	3
y	2	1	0	-1	-2	-4

b) dziedzina: {–2, –1, 0, 1, 2, 3}, zb. wart.: {2, 1, 0, –1, –2, –4} c) $f(-1) = 1, f(2) = -2$
d) wartość najmniejsza –4, wartość największa 2 **8.** **I.** nie (istnieje wiele miast, przez które przepływa dana rzeka) **II.** tak **III.** tak **IV.** nie (istnieje wiele wielokątów o równych polach)

9. **I.**



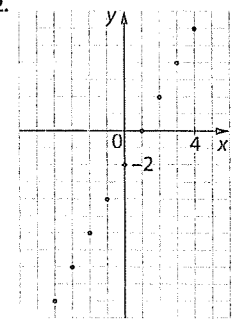
II.



10. Liczbie przyporządkowana jest liczba o 1 większa od jej podwojenia: $y = 2x + 1$
11. a)

x	-2	-1	0	2
y	2	1,5	1	0

b) dla $x = -4$ $y = 3$, dla $x = 0$ $y = 1$
12.



13. **I.** nie **II.** tak **III.** nie **14.** a) dziedzina: wszystkie liczby większe lub równe –4. zb. wart.: wszystkie liczby większe lub równe od 0 i mniejsze lub równe od 3 b) $f(0) = 3, f(4) = 1$
c) wart. najmniejsza 0, wart. największa 3 **15.** **I.** tak **II.** tak **III.** nie (luty ma 28 lub 29 dni)
16. a)

2	4	6	8	10	12
↓	↓	↓	↓	↓	↓
2	4	6	8	10	12

To jest funkcja.

b)

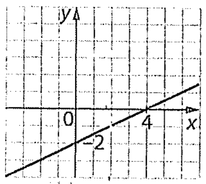
2	
3	0 2
5	0 2 4
7	0 2 4 6
11	0 2 4 6 8
13	0 2 4 6 8 10 12
17	0 2 4 6 8 10 12 14 16
19	0 2 4 6 8 10 12 14 16 18
To nie jest funkcja	

c)

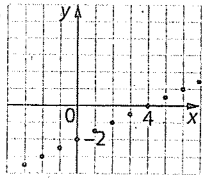
4	1 2 4
6	1 2 3 6
8	1 2 4 8
10	1 2 5 10
12	1 2 3 4 6 12
14	1 2 7 14
To nie jest funkcja	

17. a) $y = 2x$ b) $y = x^2$

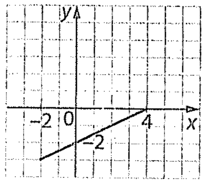
19. a)



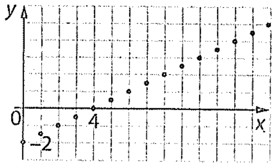
b)



c)

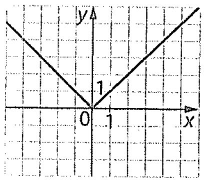


d)



20. należą np.: (0, 4), (1, 2), (2, 0); nie należą np.: (0, 5), (1, 3), (2, 1)

21.



Moduł 21

1. a) 14:00 b) o 6:00 i o 8:00 c) rosła: 7:00–14:00, malała 5:00–7:00 oraz 14:00–24:00 d) od 12:00 do 17:00 2. a) rosło od 2 do 7 minuty, malało od 7 do 12 minuty, stałe w ciągu 2 pierwszych minut oraz od 12 do 17 min b) 5 minut c) 70
3. a) rosnąca b) rosnąca c) stała d) malejąca 4. a) 2 b) 4 c) 3 d) 5
5. a) rosnąca dla $-4 < x \leqslant -3$ i $0 < x \leqslant 3$, malejąca dla $-3 < x \leqslant 0$ i $6 < x \leqslant 7$, stała dla $3 < x \leqslant 6$
b) rosnąca dla $x < -1$ i $x > 5$, malejąca dla $-1 < x \leqslant 5$ 6. a) 0 b) 2 c) -2
7. a) 0, 7, 14, 21. 9. Rosła przez pierwsze 10 min. Przez kolejne 10 minut była stała, a przez następne 20 min malała. 10. a) –4, –1, 2, 5 b) stała dla $x \leqslant -5$, rosnąca $-3 < x \leqslant 0$, malejąca $-5 < x \leqslant -3$ i $0 < x < 3$ i $x \geqslant 3$ 11. a) 8 b) 5 i -5 c) 1 i -3

Moduł 22

1. 50 kg, 5 g, $y = 50x$ 2. a) funkcja rosnąca $y = 5x$ b) funkcja rosnąca $y = \frac{1}{5}x$
c) funkcja rosnąca $y = 2x$ d) funkcja rosnąca $y = 2x$ e) funkcja rosnąca $y = 3x$
f) funkcja malejąca $y = -2x$ 3. a) np. (3, 2), I i III, rosnąca b) (1, -11), II i IV, malejąca c) (8, 13), I i III, rosnąca d) $(1, \sqrt{3})$, I i III, rosnąca e) $(1, \pi)$, I i III, rosnąca f) (10 000, -1), II i IV, malejąca 4. a) $y = 400x$ b) $y = 32x$ c) $y = 132x$ d) $y = 10{,}1375x$ 5. a) 100 g soli, $y = 20x$ 7. a) wzrośnie o 2,5 b) zmaleje o 7,5
c) wzrośnie 2 razy d) zmaleje 3 razy 8. a) $y = 2{,}5x$ b) $y = -1\frac{1}{3}x$ c) $y = -\frac{3}{7}x$
d) $y = -1\frac{7}{20}x$ 9. a) $y = 1\frac{1}{3}x$ b) $y = -\frac{2}{3}x$ c) $y = 2x$ d) $y = -2{,}5x$
10. 400 ml soku, 75 ml roztworu, $y = 7{,}5x$ 11. a) $y = x$ b) $y = \sqrt{3}x$ c) $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$

Moduł 23

1. a) $a = 2, b = 3$ b) $a = -3, b = 1$ c) $a = 1, b = -4$ d) $a = -1, b = 5$ e) $a = 0, b = 2$ f) $a = 4, b = 3$ 2. a) I i II, III i VI, IV i V b) I i V, III i IV 3. a) (0, -13) b) (0, 7) c) (0, 5) d) (0, 4) e) (0, 2) f) (0, 0) 5. A, C 6. a) rosnąca b) stała c) malejąca d) rosnąca e) malejąca f) malejąca 7. a) $x = -1$ b) $x = 3$ c) $x = 2$
8. a) $x = -2$, wartości są dodatnie dla $x > -2$, wartości ujemne dla $x < -2$ b) $x = 3$, wartości są dodatnie dla $x < 3$, wartości ujemne dla $x > 3$ c) $x = -1$, wartości są dodatnie dla $x < -1$, wartości ujemne dla $x > -1$ 9. $y = 3x + 3$ 11. a) $t = -3$ b) $t = -2$ c) $t = 4$ 12. a) rosnąca b) rosnąca c) malejąca d) rosnąca e) stała f) malejąca
13. a) $x = 2{,}5$ b) $x = 1{,}2$ c) $x = -2{,}25$ 14. a) Wartości dodatnie dla $x > 0{,}25$, a wartości ujemne dla $x < 0{,}25$ b) Wartości dodatnie dla $x > -15$, a wartości ujemne dla $x < -15$ c) Wartości dodatnie dla $x < -2{,}5$, a wartości ujemne dla $x > -2{,}5$
15. $y = 2x + 2$ 16. $t = -8$; $k = -3$ 17. $a = -2, b = -9$ 18. a) rosnąca b) malejąca c) stała 19. $y = x + 5$ 21. $y = -0{,}5x - 1$

Moduł 24

1. $2x + 3y = 18{,}50$ 2. $x + y = -4$; np. $x = -1, y = -3$; $x = 0, y = -4$; $x = 1, y = -5$ 3. II
4. a) (2, 16), (3, 20) b) (2, 3), (4, 2) 5. a) $3x - y - 4 = 0$ b) $x - y - 4 = 0$
c) $x + y + \frac{1}{2} = 0$ d) $0{,}7x - \frac{1}{5}y - \frac{1}{4} = 0$ 6. a) np. $x = 1, y = -2$; $x = 2, y = -4$; $x = \frac{1}{2}, y = -1$ b) np. $x = 2, y = 1$; $x = 4, y = 2$; $x = 6, y = 3$ c) np. $x = 8, y = 4$; $x = 0, y = 6$; $x = 4, y = 5$ 7. a) $y = -x + \frac{1}{2}$ b) $y = 2x + 4$ c) $y = -x + 1$
8. np. $3x + 9y = 48$; długopis – 5 zł 9. $2x + \frac{1}{2}y = -3{,}5$ 10. I, III
11. a) $7x - \frac{1}{7}y = 0$ b) $3x - 0{,}2y + \frac{3}{4} = 0$ c) $0{,}1x + \frac{1}{2}y + 0{,}3 = 0$
d) $\frac{1}{4}x + \frac{1}{4}y - \frac{1}{2} = 0$ 12. a) $y = 2x$ b) $y = 1$ c) $y = 0{,}5x + 2$
d) $y = \frac{4}{5}x + 16$ 13. a) np. $x = -1, y = 1$; $x = -5, y = -1$; $x = -3, y = 0$
b) np. $x = -3, y = -2$; $x = -9, y = 2$; $x = 0, y = -4$ c) np. $x = 10, y = 5$; $x = 20, y = 0$; $x = 0, y = 10$ 15. $x - y = -2{,}5$; np. $x = 1, y = 3{,}5$; $x = 2, y = 4{,}5$; $x = 0, y = 2{,}5$
16. a) np. $y = x + 7$; $y - x - 7 = 0$ b) np. $y = x$; $y - x = 0$ c) np. $x + y - 4 = 0$; $y = -x + 4$
d) np. $7x + 14y = -21$; $y = -0{,}5x - 1{,}5$ 17. $A = -1$ 18. a) $y = \frac{1}{3}x + 3$
b) $y = \frac{1}{4}x + 2$ c) $y = -x - 0{,}5$ 19. a) (-1, 0), (0, -2) b) (-4, 0), (0, -2)
c) (-2, 0), (0, 4) 20. $x = 1, y = 3$, (1, 3) 21. $A = 1, B = 1$
22. Podstawy x, y; $x + y + 4 = 10$; $x + y = 6$; 4,2 i 3,3

Moduł 25

1. a) proste równoległe b) (1, -1) c) proste równoległe
2. a) (3, 2) b) (0, -2) c) (2, 4) d) (2, 2)

3. a) $\begin{cases} x + y = -4 \\ 3x + y = -1 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x + y = 7 \\ -3x + y = -12 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x - y = -1 \\ 2x + y = 7 \end{cases}$ d) $\begin{cases} 2x - y = -4 \\ -4x - 2y = -8 \end{cases}$

4. a) $\begin{cases} y - x = 0 \\ x + y = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$ b) $\begin{cases} -y + x = 0 \\ y = -x - 2 \end{cases}$ $\begin{cases} x = -1 \\ y = -1 \end{cases}$

c) $\begin{cases} y = x - 1 \\ y = -x - 1 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 0 \\ y = -1 \end{cases}$ d) $\begin{cases} y = 2x + 4 \\ y - x + 4 = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x = -8 \\ y = -12 \end{cases}$

5. a) $\begin{cases} x=4 \\ y=-1 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x=7 \\ y=-9 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x=10 \\ y=2 \end{cases}$

15. a) jedno b) jedno c) nieskończenie wiele **16.** 10,5; 5,5 **17.** $a=4, b=6$
18. a dowolne, zawsze jedno rozwiązanie **19.** a) $a \neq 3$ b) $a=3$

Moduł 26

1. a) $\begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x=3 \\ y=2 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x=-2 \\ y=5 \end{cases}$

2. a) $\begin{cases} x=6 \\ y=3 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x=7 \\ y=3 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x=-3 \\ y=-4 \end{cases}$

3. a) tak b) nie c) tak **4.** a) nie b) nie c) tak

5. a) (5, 15) b) (5, 1) c) (6, 1) **6.** a) nieoznaczony b) sprzeczny c) oznaczony
7. 4 i 8 **8.** 11 i 47 **9.** a) nie b) tak c) nie

10. a) $\begin{cases} x=\frac{1}{3} \\ y=-6 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x=3 \\ y=5 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x=\frac{21}{16} \\ y=-7\frac{3}{16} \end{cases}$

11. a) $\begin{cases} x=-\frac{12}{19} \\ y=9\frac{15}{19} \end{cases}$ b) $\begin{cases} x=2,8 \\ y=5,5 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x=3\frac{3}{11} \\ y=1\frac{1}{11} \end{cases}$

12. II **13.** III **14.** III **15.** 9 i 12 **16.** I – B; II – D; III – A; IV – C

17. a) $\begin{cases} x=0,5 \\ y=1,25 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x=-4\frac{2}{3} \\ y=1,25 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x=2 \\ y=4 \end{cases}$ d) $\begin{cases} x=20 \\ y=-15 \end{cases}$

18. a) $a=-1\frac{2}{3}$; $b=9$ b) $a=3,5$; $b=-4$ c) $a=-1\frac{5}{6}$; $b=6$

19. a) $a=4,8$; $b \neq -3,75$ b) $a=4,8$; $b=-3,75$ c) $a \neq 4,8$
20. Np. współczynniki przy x, y i wyrazy wolne inne niż w I równaniu
21. Np. mnożymy lub dzielimy obie strony równania przez taką samą liczbę różną od zera lub dodajemy do obu stron równania to samo wyrażenie
22. Np. mnożymy lewą stronę równania przez inną liczbę niż prawą (różną od zera)
23. 8 i 2 **24.** Np. $x-2y=1$; nieskończenie wiele **25.** Nieskończenie wiele

Moduł 27

1. **I.** Ostrosłup prawidłowy czworokątny, **II.** Czworościan foremny, **III.** Ostrosłup o podstawie trójkąta prostokątnego, **IV.** Graniastosłup prosty o podstawie trójkąta prostokątnego
2. a) 5, 8, 5 b) 4, 6, 4 c) 7, 12, 7 d) 101, 200, 101 **3.** a) sześciokąt b) 11-kąt c) 20-kąt d) 2000-kąt **4.** a) trójkąt b) 10-kąt c) ośmiokąt d) 15-kąt
5. Długość krawędzi podstawy 10 cm, długość krawędzi bocznej 20 cm.
7. a) trójkąt równoramienny o podstawie będącej przekątną podstawy ostrosłupa i ramionach będących przeciwległymi krawędziami bocznymi ostrosłupa
b) trójkąt równoramienny o podstawie równej długości krawędzi podstawy i ramionach będących wysokościami przeciwległych ścian bocznych c) sześciokąt foremny
8. 10-kąt **9.** 10-kąt **10.** 30-kąt **11.** 16-kąt **12.** 6 cm, 4 cm

13. Nie. Wtedy każda ściana boczna byłaby trójkątem przystającym do trójkątów, na które podzieliły przekątne podstawę ostrosłupa i utworzyłyby one razem przystający do podstawy sześciokąt foremny **15.** a) trójkąt b) 12-kąt **16.** sześciokąt
17. Nie. Jeśli w podstawie jest n–kąt, to ścian jest $n+1$, wierzchołków jest $n+1$, krawędzi jest $2n$, czyli $n+1+n+1=2n+2$, czyli suma liczby wierzchołków i ścian zawsze będzie o 2 większa od ilości krawędzi. Patrz wzór Eulera. **18.** a) $n-1$ b) 1 c) tyle samo
d) n e) tyle samo **19.** $(40+5\sqrt{5}+2\sqrt{61})$ cm

Moduł 28

1. a) $90+9\sqrt{3}$ b) 384 c) $36\sqrt{3}$ **2.** $P_p = 15\ \text{cm}^2$, $P_b = 45\ \text{cm}^2$ **3.** 10 cm

4. $2\,574\,466\frac{2}{3}\ \text{m}^3$ **5.** $160\ \text{cm}^3$ **6.** $100\ \text{cm}^3$ **7.** $130\ \text{cm}^3$ **8.** a) $37,5+12,5\sqrt{3}$

b) $54\sqrt{3}+18\sqrt{55}$ **9.** $240\ \text{cm}^2$ **10.** 6 cm **11.** 15 cm **12.** 7 cm
13. tak, $h = 30$ m **14.** Nie, gdyż romby o takich samych podstawach mogą mieć różne wysokości, a więc pola podstaw ostrosłupów będą różne.
15. $P_c=\left(66+6\sqrt{41}\right)\ \text{cm}^2$, $V = 48\ \text{cm}^3$ **16.** $P_c=a^2+a^2\sqrt{3}$ lub $P_c=a^2(1+\sqrt{3})$

17. $P_{sz}=54\ \text{cm}^2$, $V_{sz}=27\ \text{cm}^3$, $P_{cz}=9\sqrt{3}\ \text{cm}^2$, $V_{cz}=\frac{9\sqrt{2}}{4}\ \text{cm}^3$ **18.** $V=26\sqrt{3}\ \text{cm}^3$, $P_c=52\sqrt{3}\ \text{cm}^2$ **19.** $V=\frac{1}{48}a^3$ **20.** $P=a^2\left(3+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$, $V=\frac{5a^3}{6}$

Moduł 29

1. a)
$\triangle AOS$, przeciwprostokątna AS
$\triangle OCS$, przeciwprostokątna CS
$\triangle SBM$, przeciwprostokątna BS
$\triangle MCS$, przeciwprostokątna CS
$\triangle OSD$, przeciwprostokątna DS
$\triangle OBS$, przeciwprostokątna BS
$\triangle AOB$, przeciwprostokątna AB
$\triangle BOC$, przeciwprostokątna BC
$\triangle DOC$, przeciwprostokątna DC
$\triangle DOA$, przeciwprostokątna AD
b) Trójkąty przystające:
1. BMS, MCS
2. AOS, SOC, DOS, OBS
3. AOB, BOC, DOC, DOA

2. a)
$\triangle DBH$ – przyprostokątne DH i DB
$\triangle ADB$ – przyprostokątne AD i AB
$\triangle DBC$ – przyprostokątne BC i DC
$\triangle FBG$ – przyprostokątne BF i FG
$\triangle BCG$ – przyprostokątne BC i CG
b)
$|AC|^2 = |AB|^2 + |BC|^2$
$|BG|^2 - |BC|^2 = |CG|^2$
$|AG|^2 - |GC|^2 = |AC|^2$
$|BD|^2 + |DH|^2 = |BH|^2$
3. $a^2+b^2=m^2$, $m^2+h^2=p^2$, $b^2+h^2=k^2$

4. W nawiasie podano wierzchołek kąta prostego.
△*KON* (*N*), △*KNM* (*N*)
△*ONL* (*N*), △*MNL* (*N*)
△*LOP* (*P*), △*LPS* (*P*)
△*POM* (*P*), △*PMS* (*P*)
△*KRO* (*R*), △*OMS* (*O*)
△*ROM* (*R*), △*OSL* (*O*)
△*LPK* (*P*), △*ORS* (*O*)
△*KPM* (*P*), △*KRS* (*R*)
△*KRL* (*R*), △*SRM* (*R*)
△*MRL* (*R*), △*KOS* (*O*)
△*POS* (*O*)

5. 4 przekątne – wszystkie równej długości 7. a) $x=y=4\sqrt{2}$, $z=8$ b) $w=5\sqrt{3}$, $t=\sqrt{89}$, $p=2\sqrt{41}$, c) $h=2\sqrt{91}$, $s=\sqrt{382}$

8. Graniastosłup prawidłowy pięciokątny ma 10 przekątnych, a prawidłowy sześciokątny 18.

9. $52\sqrt{2}$ cm 10. a) przekątna podstawy $3\sqrt{2}$ cm; przekątna sześcianu $3\sqrt{3}$ cm
b) przekątna podstawy $\sqrt{6}$ cm; przekątna sześcianu 3 cm 11. $3\sqrt{34}$ cm

12. a) $3\sqrt{6}$ dm b) 162 dm^2 c) $81\sqrt{3}$ dm^3 13. $9\sqrt{21}$ cm^3 14. $72\sqrt{21}$ cm^2

15. Tak. Długości krawędzi są równe: $4\sqrt{6}$ cm, $4\sqrt{19}$ cm, $4\sqrt{39}$ cm 16. $V=\frac{1}{6}a^3\sqrt{2}$

Moduł 30

1. a) Rozmieszczenie kul w wierzchołkach kwadratu sprawia, że kule tego samego koloru są rozróżnialne. Dzięki temu odcinek łączący poszczególne kule przedstawia dwie wylosowane kule – ilustruje jeden przypadek losowania.
b) Możliwych wyników losowania jest tyle, ile odcinków łączy wierzchołki kwadratu. Jest ich 6.
c) Przypadków – „odcinków" prowadzących do wyniku *wylosowano 2 kule czarne* jest 3.
d) Przypadków – „odcinków" prowadzących do wyniku *wylosowano 2 kule różnokolorowe* jest 3.
e) Ponieważ wszystkich przypadków jest 6, a przypadków prowadzących do wylosowania 2 kul czarnych jest 3, zatem szanse wylosowania 2 kul czarnych są jak 3 na 6, czyli $\frac{1}{2}$.
f) Rozumowanie identyczne jak w 1e): 3 na 6, czyli $\frac{1}{2}$. 2. a) Wszystkich wyników możliwych do uzyskania w tym doświadczeniu jest 8. Są nimi: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12.
Do wyników tych prowadzi 16 przypadków.
b) Wielokrotnościami „trójki" są: 3, 6, 9, 12.
Liczbę 3 można uzyskać w trzech przypadkach.
Liczbę 6 można uzyskać w dwóch przypadkach.
Liczbę 9 można uzyskać w jednym przypadku.
Liczbę 12 można uzyskać w jednym przypadku.

	1	1	2	3
1	1	1	2	3
2	2	2	4	6
3	3	3	6	9
4	4	4	8	12

Szanse wylosowania „trójki" są jak 7 na 16, czyli $\frac{7}{16}$. c) $\frac{5}{16}$

3. a) Wszystkich wyników możliwych do uzyskania w tym doświadczeniu jest 3. Są nimi: *bb*, *bc*, *cc*, gdzie *b* oznacza wylosowanie koloru białego, *c* – czerwonego. Do wyników tych prowadzi 12 przypadków. b) $\frac{1}{16}$; $\frac{1}{2}$ c) $\frac{1}{12}$ d) Warto obliczyć, jakie są szanse wylosowania dwóch kolorów w 1 próbie. Szanse te są równe 6 na 12 czyli $\frac{1}{2}$. Oznacza to, że powtarzając doświadczenie 100 razy, liczba przypadków wylosowania dwóch kolorów nie powinna się dużo różnić od 50 razy. 4. a) 1 na 10, czyli 0,1 b) 4 na 10, czyli 0,4

5. Wykorzystaj metodę przedstawioną w zadaniu nr 1. W wierzchołkach jakiego wielokąta można rozmieścić kule podane w treści zadania? Ile będzie wszystkich przypadków losowań? a) 10 na 55 czyli $\frac{2}{11}$ b) 45 na 55 czyli $\frac{9}{11}$ 6. Jeśli przyjmiesz, że kul białych jest n, wtedy z treści zadania wynika, że kul czerwonych będzie $\frac{3}{2}n$. Wszystkich kul w pudełku będzie: $n+\frac{3}{2}n=\frac{5}{2}n$. a) Kul czerwonych jest więcej niż białych, a więc bardziej prawdopodobne jest wylosowanie kuli czerwonej. b) Szanse wylosowania kuli białej są jak n na $\frac{5}{2}n$, czyli $\frac{2}{5}$. Szanse wylosowania kuli czerwonej są jak $\frac{3}{2}n$ na $\frac{5}{2}n$, czyli $\frac{3}{5}$. 7. a) Wszystkich wyników możliwych do uzyskania w tym doświadczeniu jest 6. Są nimi: 0, 1, 2, 3, 4, 5. Do tych wyników prowadzi 36 przypadków. Ilustruje je tabela w odp. 7b
b)

	6	5	4	3	2	1
6	0	1	2	3	4	5
5	1	0	1	2	3	4
4	2	1	0	1	2	3
3	3	2	1	0	1	2
2	4	3	2	1	0	1
1	5	4	3	2	1	0

c) Aby uzyskać punkt, należy otrzymać: 0,2 lub 4.
Z tabeli wynika, że przypadków takich jest łącznie 18, w więc szanse uzyskania punktu są jak 18 na 36, czyli $\frac{1}{2}$. 8. Rzucając trzykrotnie kostką, mamy 216 przypadków. Aby suma uzyskanych oczek na wszystkich kostkach była równa 18, na każdej kostce musi wypaść „szóstka". Jest tylko jeden taki przypadek. Szansa otrzymania liczby 18 wynosi 1 na 216, czyli $\frac{1}{216}$. 9. a) 0,02 b) 0,0004 c) 0,9604 d) 0,0392

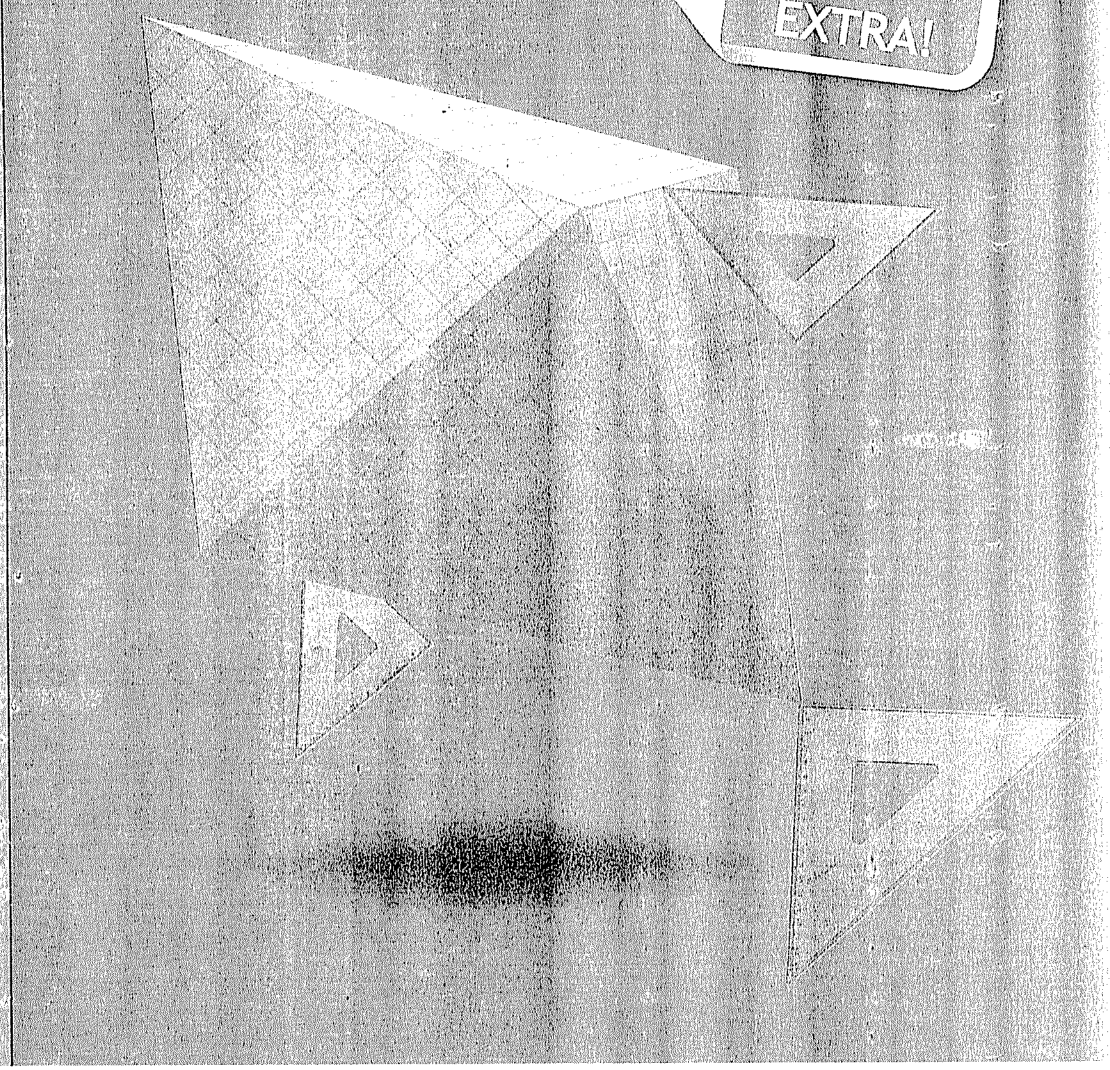
Moduł 31

1. a) 7,14 b) 10,44 c) 0,68 d) 24,3 e) 2,21 f) 2,24 g) 55,8 h) 96,4 i) 31,71
2. a) 14% b) 75% c) 12,5% d) 40% e) 75% f) 25% g) 220% h) 150%
i) 250% 3. Odsetki 260 zł, kapitał 6760 zł 4. Odsetki 252 zł, kapitał 7452 zł
5. 8% 6. 3,5% 7. 4100 zł 8. 600 zł 9. 109% 10. 7,3%
11. Po roku odsetki 80 zł, kapitał 1080 zł; po drugim roku odsetki 86,40 zł, kapitał 1166,40 zł
12. Kapitał po roku 530 zł, po drugim 561,8 zł 13. 1144,90 zł, oszczędności wzrosły o 14,49%
14. 56 zł 70 gr 15. wpłaciliśmy 5000 zł 16. 3000 zł 17. 5000 zł
18. Po ośmiu latach ponaddwukrotnie więcej; po 12 latach ponadtrzykrotnie
19. Oprocentowanie w skali roku wynosi 42%; po dwóch latach nasze oszczędności podwoją się.
20. 26% 21. Bank ten wypłaca w skali roku 2% odsetek.

Suplement

100 zadań egzaminacyjnych

EXTRA!



Od Autorek

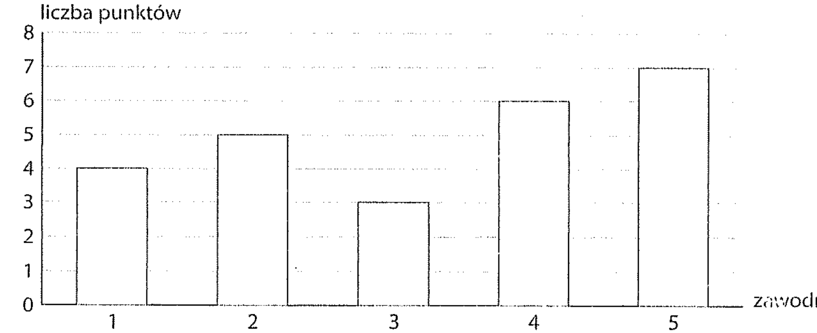
Suplement jest uzupełnieniem zbioru zadań dla klasy 2 gimnazjum należącego do cyklu *Matematyka 2001.*

Składa się z pięciu części:
I. Wykorzystywanie i tworzenie informacji
II. Wykorzystywanie i interpretowanie reprezentacji
III. Modelowanie matematyczne
IV. Użycie i tworzenie strategii
V. Rozumowanie i argumentacja

Każda z nich odpowiada jednemu z pięciu celów kształcenia na III etapie edukacyjnym (wymagania ogólne) i zawiera około 20 zadań badających umiejętności określone w tytule. Niektórym zadaniom można przypisać różne cele kształcenia. O zakwalifikowaniu danego zadania do określonej części suplementu decydowała umiejętność dominująca w danym zadaniu.
Zadania zamieszczone w każdej części są zróżnicowane zarówno pod względem formy, treści, jak i stopnia trudności. Zastosowano formy zadań zbliżone do tych, z jakimi można zetknąć się na egzaminie gimnazjalnym. Uczeń znajdzie tu zadania, w których należy wybrać poprawną odpowiedź czy wpisać brakującą liczbę lub wyrażenie, a także zadania, w których należy połączyć w pary podane informacje zgodnie ze wskazanym kryterium, oraz zadania wymagające oceny poprawności podanej informacji. W niektórych zadaniach należy zaprezentować tok rozumowania, w innych uzasadnienie własności figur lub liczb.
Na końcu suplementu są podane odpowiedzi do wszystkich zadań.
Mamy nadzieję, że dzięki tej publikacji łatwiej będzie uczniom przygotować się do egzaminu gimnazjalnego.

Urszula Sawicka-Patrzałek
Jolanta Walczak

1. Na treningu piłkarskim każdy z pięciu zawodników wykonał 10 rzutów karnych. Za każdy gol zawodnik uzyskiwał 1 punkt. Diagram przedstawia liczbę punktów uzyskanych przez zawodników.



Czy podane zdania są prawdziwe? Zaznacz właściwą odpowiedź.

I. Średnia punktów uzyskanych przez wszystkich zawodników jest równa 5.	TAK	NIE
II. Gdyby do tej grupy dołączył szósty zawodnik i zdobył 5 punktów, to średnia punktów uzyskanych przez zawodników zmieniłaby się.	TAK	NIE
III. Dwóch zawodników uzyskało wyniki wyższe niż średnia punktów zdobytych przez wszystkich zawodników.	TAK	NIE

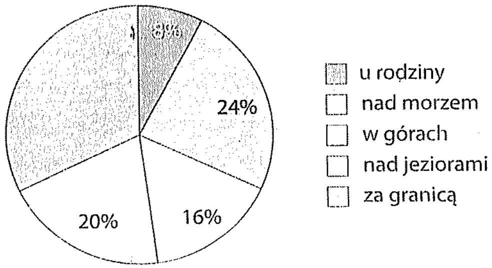
2. Poniższy diagram, nazywany łodygowo-listkowym, przedstawia masę (w kilogramach) uczniów klasy IIa pewnego gimnazjum.

dziewczęta						chłopcy					
		8	6	6	**4**	8	9				
8	6	4	0	0	**5**	4	6	8	8	8	
			2	0	**6**	0	1	2	4	6	8
					7	0	1	2	2	4	

Cyfry w zaznaczonej kolumnie (łodydze) oznaczają dziesiątki, a cyfry boczne (listki) oznaczają jedności. Na przykład pierwsza cyfra od góry w łodydze to 4, a listki z lewej to 6, 6 i 8. Oznaczają one, że w tej klasie są dwie dziewczynki o masie 46 kg i jedna dziewczynka o masie 48 kg.
Czy podane zdania są prawdziwe? Zaznacz właściwą odpowiedź.

I. W klasie IIa tego gimnazjum jest 30 uczniów. ☐ TAK ☐ NIE
II. W tej klasie chłopców jest o 40% więcej niż dziewcząt. ☐ TAK ☐ NIE
III. Średnia masa dziewcząt tej klasy jest równa 53 kg. ☐ TAK ☐ NIE
IV. Mediana masy chłopców tej klasy jest równa 61 kg. ☐ TAK ☐ NIE

3. Wśród uczniów pewnej szkoły przeprowadzono ankietę dotyczącą miejsca spędzania wakacji. Każdy uczeń mógł wskazać tylko jedno ulubione miejsce. Wyniki tej ankiety przedstawione są na diagramie kołowym.

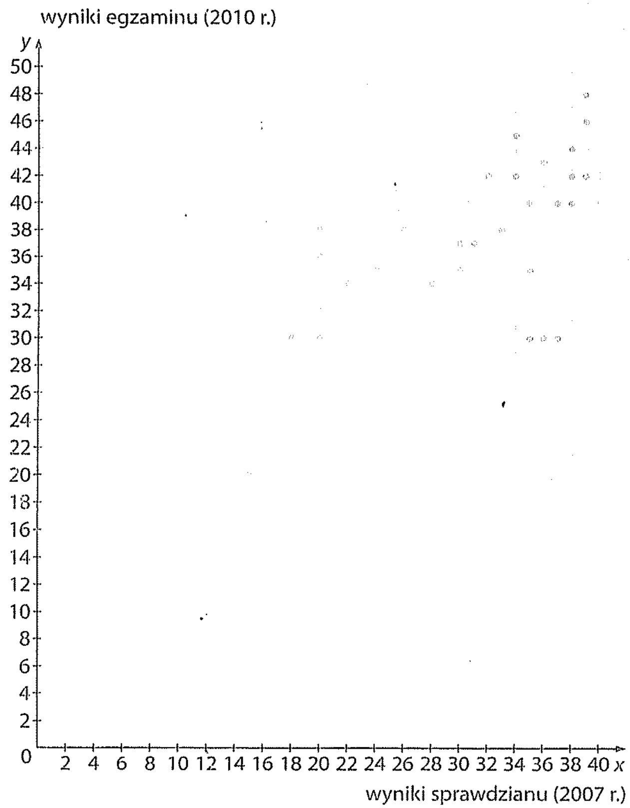


Czy podane zdania są prawdziwe czy fałszywe? Zaznacz właściwą odpowiedź.

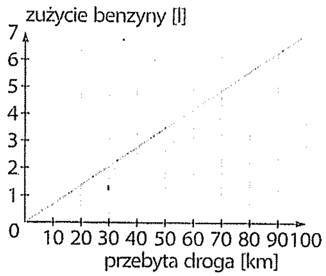
I. Cztery razy więcej uczniów podało odpowiedź *za granicą* niż odpowiedź *u rodziny*. ☐ PRAWDA ☐ FAŁSZ
II. Co czwarty uczeń biorący udział w ankiecie wskazał odpowiedź *nad jeziorami*. ☐ PRAWDA ☐ FAŁSZ
III. Z faktu, że uczniów, którzy wskazali odpowiedź *nad morzem*, było 30, wynika, że w ankiecie wzięło udział 125 uczniów. ☐ PRAWDA ☐ FAŁSZ

4. Na diagramie punktowym przedstawiono wyniki egzaminu gimnazjalnego w części matematyczno-przyrodniczej (w 2010 r.) uczniów klasy IIIb pewnego gimnazjum oraz wyniki sprawdzianu po szkole podstawowej (w 2007 r.) tych samych uczniów.
Uzupełnij luki.

I. W klasie IIIb tego gimnazjum jest ...... uczniów.
II. Czterech uczniów tej klasy uzyskało ze sprawdzianu w 2007 r. ...... punktów.
III. Na egzaminie w części matematyczno-przyrodniczej w 2010 r. ponad 36 punktów uzyskało ...... uczniów tej klasy.
IV. Najwyższy wynik sprawdzianu w 2007 r. wśród uczniów tej klasy to ...... punktów.
V. Średnia punktów z egzaminu w części matematyczno-przyrodniczej uczniów klasy IIIb, którzy na sprawdzianie uzyskali 38 punktów, jest równa ...... punkty.
VI. Spośród uczniów tej klasy, którzy na sprawdzianie w 2007 r. uzyskali ponad 32 punkty, ... uczniów uzyskało na egzaminie gimnazjalnym ponad 40 punktów.



5. Wykres przedstawia zależność między zużyciem benzyny w litrach a liczbą przebytych przez samochód kilometrów.



Czy podane zdania są prawdziwe?
Zaznacz właściwą odpowiedź.

I. Na przejechanie 50 km samochód zużyje 3 l benzyny. ☐ TAK ☐ NIE
II. Samochód zużyje 7 l benzyny na przejechanie 100 km. ☐ TAK ☐ NIE
III. Zużycie benzyny jest wprost proporcjonalne do przebytej drogi. ☐ TAK ☐ NIE

6. Pole prostokąta o bokach x, y jest równe 12 cm². Uzupełnij tabelę oraz podane zdanie.

x [cm]	1	2	3	4	6	12
y [cm]						

Zależność między długościami boków prostokątów o polu równym 12 cm² to proporcjonalność ....

7. Do każdej z podanych potęg dobierz cyfrę jedności wyniku potęgowania.
Zapisz odpowiednią literę przy odpowiednim numerze.

I. 11^{2012} II. 3^{2011} III. 5^{2012} IV. 6^{2012}

A. 1 B. 3 C. 5
D. 6 E. 7 F. 9

I – ...... II – ...... III – ...... IV – ......

8. Do każdego z podanych wyrażeń dobierz jego wartość.
Zapisz odpowiednią literę przy odpowiednim numerze.

I. $2^4 \cdot 2^3 : 2^5$ II. $(5^4 : 5)^2 : 5^6$ III. $\left(\frac{2}{3}\right)^8 : \left[\left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \frac{2}{3}\right]^2$

A. 1 B. 2 C. 4
D. 5 E. $\frac{2}{3}$ F. $\frac{4}{9}$

I – ...... II – ...... III – ......

9. Do każdego z podanych iloczynów dobierz poprawny zapis w notacji wykładniczej.
Zapisz odpowiednią literę przy odpowiednim numerze.

I. $0{,}025 \cdot 10^8$ II. $67 \cdot 10^9$ III. $25 \cdot 10^{-7}$ IV. $0{,}67 \cdot 10^{-5}$

A. $2{,}5 \cdot 10^{10}$ B. $2{,}5 \cdot 10^6$ C. $2{,}5 \cdot 10^{-6}$
D. $2{,}5 \cdot 10^{-8}$ E. $6{,}7 \cdot 10^8$ F. $6{,}7 \cdot 10^{10}$
G. $6{,}7 \cdot 10^{-6}$

I – ...... II – ...... III – ...... IV – ......

10. Powierzchnia obszaru administracyjnego Polski jest równa około 312,7 tys. km². Jaki jest poprawny zapis w notacji wykładniczej powierzchni Polski w kilometrach kwadratowych?
Zaznacz poprawną odpowiedź.

A. $31{,}27 \cdot 10^4$ km² B. $312{,}7 \cdot 10^3$ km²
C. $3{,}127 \cdot 10^5$ km² D. $3{,}127 \cdot 10^6$ km²

11. Do każdego wyrażenia dobierz jego wynik.
Zapisz odpowiednią literę przy odpowiednim numerze.

I. $\sqrt{32} - \sqrt{50} + \sqrt{2}$ II. $\sqrt{\frac{2}{5}} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{32}$
III. $\sqrt{2}(\sqrt{8} - \sqrt{2})$ IV. $\sqrt[3]{0{,}081} : \sqrt[3]{3}$

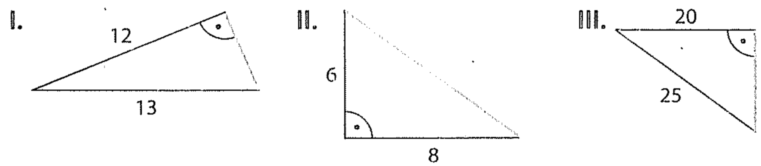
A. 0 B. 0,3 C. 2
D. 3 E. 4 F. 8

I – ...... II – ...... III – ...... IV – ......

12. Uzupełnij luki.

I. $\sqrt{20} = \ldots\sqrt{5}$ $\sqrt{8} = 2\sqrt{\ldots}$ $4\sqrt{2} = \sqrt{\ldots}$
II. $\sqrt[3]{24} = \ldots\sqrt[3]{3}$ $\sqrt[3]{250} = 5\sqrt[3]{\ldots}$ $3\sqrt[3]{5} = \sqrt[3]{\ldots}$

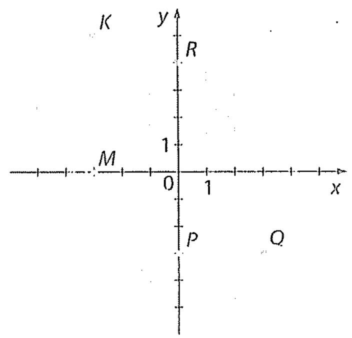
13. Na rysunkach zaznaczono boki trójkątów, których długość jest nieznana. Dopasuj do każdego trójkąta liczbę, która jest długością zaznaczonego odcinka.
Zapisz odpowiednią literę przy odpowiednim numerze.



A. 5 B. 10 C. 15 D. 20

I – ...... II – ...... III – ......

14. Do każdego z podanych odcinków dobierz jego długość.
Zapisz odpowiednią literę przy odpowiednim numerze.



I. MR II. KQ III. KR IV. MP

A. 4 B. 5 C. 10

D. $\sqrt{2}$ E. $3\sqrt{2}$ F. $\sqrt{10}$

I – ...... II – ...... III – ...... IV – ......

15. Dana jest funkcja $y = -3x$ określona dla wszystkich liczb naturalnych mniejszych od 20.
Czy podane zdania są prawdziwe? Zaznacz właściwą odpowiedź.

- I. Wartości tej funkcji są zawsze niedodatnie. ☐ TAK ☐ NIE
- II. Dla argumentu 3 funkcja ta przyjmuje wartość 9. ☐ TAK ☐ NIE
- III. Funkcja ta przyjmuje wartość -6 dla argumentu 2. ☐ TAK ☐ NIE
- IV. Najmniejsza wartość tej funkcji jest równa -60. ☐ TAK ☐ NIE

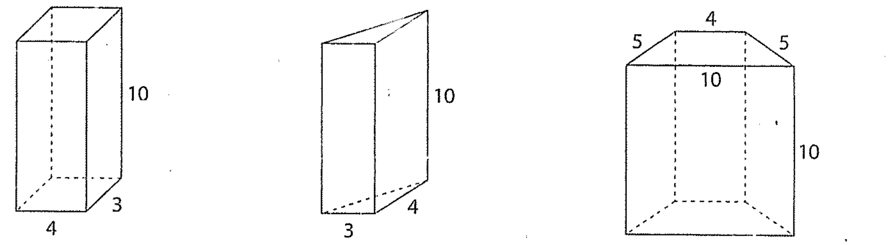
16. Każdej liczbie naturalnej trzycyfrowej przyporządkowano sumę jej cyfr.
Czy podane zdania są prawdziwe? Zaznacz właściwą odpowiedź.

- I. Dziedzina tej funkcji ma 900 elementów. ☐ TAK ☐ NIE
- II. Funkcja ta dla argumentu 248 przyjmuje wartość 12. ☐ TAK ☐ NIE
- III. Największa wartość tej funkcji to 27. ☐ TAK ☐ NIE
- IV. Funkcja ta przyjmuje wartość 2 dla trzech argumentów. ☐ TAK ☐ NIE

Informacje do zadań 17. i 18.

Na rysunkach przedstawiono graniastosłupy proste.

I. podstawa: prostokąt II. podstawa: trójkąt prostokątny III. podstawa: trapez równoramienny



17. Do każdego graniastosłupa dobierz liczbę, która opisuje jego objętość.
Zapisz odpowiednią literę przy odpowiednim numerze.

A. 60 B. 120 C. 240

D. 280 E. 560

I – ...... II – ...... III – ......

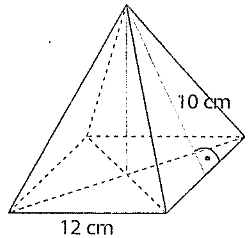
18. Do każdego graniastosłupa dobierz liczbę, która opisuje jego pole powierzchni całkowitej.
Zapisz odpowiednią literę przy odpowiednim numerze.

A. 132 B. 164 C. 240

D. 278 E. 296

I – ...... II – ...... III – ......

19. Na rysunku przedstawiony jest ostrosłup prawidłowy czworokątny, którego krawędź podstawy ma długość 12 cm, a wysokość ściany bocznej ma 10 cm.



Uzupełnij luki.

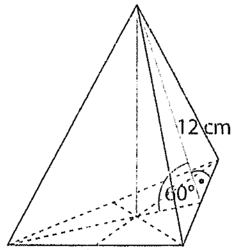
I. Wysokość tego ostrosłupa jest równa ....

II. Objętość tego ostrosłupa jest równa ....

III. Pole powierzchni bocznej tego ostrosłupa jest równe ....

IV. Pole powierzchni całkowitej tego ostrosłupa jest równe ....

20. Na rysunku przedstawiony jest ostrosłup prawidłowy trójkątny, którego wysokość ściany bocznej ma 12 cm. Wysokość ta jest nachylona do podstawy pod kątem 60°.



Uzupełnij luki.

I. Wysokość tego ostrosłupa jest równa ....

II. Krawędź podstawy tego ostrosłupa ma długość

....

III. Objętość tego ostrosłupa jest równa ....

IV. Pole powierzchni bocznej tego ostrosłupa jest równe ....

V. Pole powierzchni całkowitej tego ostrosłupa jest równe ....

1. Liczby $\sqrt{2}$ i $\sqrt{3}$ można przybliżyć np. tak: $\sqrt{2} \approx 1,4$, $\sqrt{3} \approx 1,7$. Pozwala to przybliżać inne liczby, np. $\sqrt{50} = 5\sqrt{2} \approx 5 \cdot 1,4 = 7$.
Wykorzystując podane przybliżenia liczb $\sqrt{2}$ i $\sqrt{3}$, wybierz właściwe przybliżenie liczb $\sqrt{0,02}$ i $\sqrt{300}$.

Liczba	Propozycja przybliżenia liczby		
$\sqrt{0,02}$	**A.** 1,4	**B.** 0,14	**C.** 0,014
$\sqrt{300}$	**A.** 1,7	**B.** 17	**C.** 170

2. Czy podane równości są prawdziwe czy fałszywe? Zaznacz właściwą odpowiedź.

I. $0,5^6 \cdot 0,25^2 : 0,125^3 = 0,5$ ☐ PRAWDA ☐ FAŁSZ

II. $(8^3 : 4^2) \cdot (16^3 : 2^{10}) = 8$ ☐ PRAWDA ☐ FAŁSZ

III. $9^8 : 27^5 \cdot 81^2 = 3^9$ ☐ PRAWDA ☐ FAŁSZ

3. Która z liczb jest równa połowie liczby 8^{40}?
Zaznacz poprawną odpowiedź.

A. 4^{20} **B.** 4^{40} **C.** 8^{20} **D.** 2^{119}

4. Wiadomo, że trójkąt jest:

A. ostrokątny, gdy kwadrat długości najdłuższego boku jest mniejszy od sumy kwadratów długości pozostałych boków,

B. prostokątny, gdy kwadrat długości najdłuższego boku jest równy sumie kwadratów długości pozostałych boków,

C. rozwartokątny, gdy kwadrat długości najdłuższego boku jest większy od sumy kwadratów dwóch pozostałych boków.

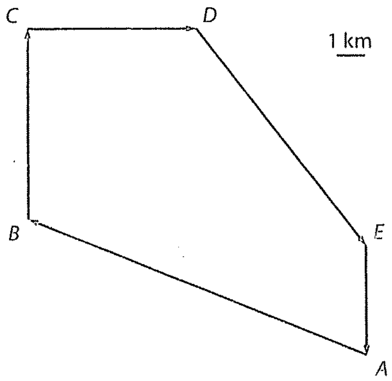
Dane są trójkąty o bokach długości:

I. 6 cm, 8 cm, 9 cm **II.** 0,5 m, 1,2 m, 1,3 m **III.** 2 cm, 0,3 dm, 0,04 m

Uzupełnij tabelę. Pod każdym numerem trójkąta zaznacz właściwy rodzaj trójkąta.

Numer trójkąta	I	II	III
Rodzaj trójkąta	☐ A ☐ B ☐ C	☐ A ☐ B ☐ C	☐ A ☐ B ☐ C

5. Marek wybrał się na wycieczkę rowerową, której plan przedstawiono obok.
Czy podane zdania są prawdziwe? Zaznacz właściwą odpowiedź.



I. Jadąc z punktu D do punktu E, Marek pokonał 10 km. ☐ TAK ☐ NIE
II. Odcinek AB trasy Marka jest o 8 km dłuższy niż odcinek BC. ☐ TAK ☐ NIE
III. Długość całej trasy Marka jest równa 40 km. ☐ TAK ☐ NIE

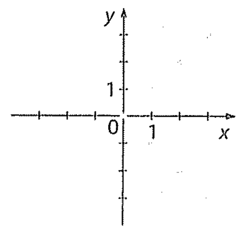
6. Punkty $A = (-4, 7)$, $B = (-4, -1)$ i $C = (2, -1)$ są wierzchołkami trójkąta.
Czy podane zdania są prawdziwe? Zaznacz właściwą odpowiedź.
I. Trójkąt ABC jest trójkątem prostokątnym. ☐ TAK ☐ NIE
II. Pole trójkąta ABC jest równe 48. ☐ TAK ☐ NIE
III. Obwód trójkąta ABC jest równy 24. ☐ TAK ☐ NIE

7. Czy podane przyporządkowanie określa funkcję?
Zaznacz właściwą odpowiedź.
I. Każdej liczbie naturalnej większej od 1 przyporządkowujemy największy jej dzielnik mniejszy od tej liczby. ☐ TAK ☐ NIE
II. Każdej liczbie naturalnej większej od 1 przyporządkowujemy liczbę jej dzielników. ☐ TAK ☐ NIE
III. Każdej liczbie wymiernej przyporządkowujemy liczbę do niej odwrotną. ☐ TAK ☐ NIE
IV. Każdej liczbie wymiernej przyporządkowujemy kwadrat tej liczby. ☐ TAK ☐ NIE

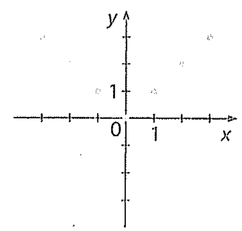
8. Czy podane zdania są prawdziwe czy fałszywe? Zaznacz właściwą odpowiedź.
I. Przyporządkowanie każdemu uczniowi piszącemu sprawdzian z matematyki oceny z tego sprawdzianu jest funkcją. ☐ PRAWDA ☐ FAŁSZ
II. Przyporządkowanie każdemu uczniowi jego rodzeństwa jest funkcją. ☐ PRAWDA ☐ FAŁSZ
III. Przyporządkowanie każdemu wyrazowi jego piątej litery jest funkcją. ☐ PRAWDA ☐ FAŁSZ
IV. Przyporządkowanie każdemu uczniowi z klasy jego numeru w dzienniku nie jest funkcją. ☐ PRAWDA ☐ FAŁSZ

9. Na rysunkach przedstawione są wykresy przyporządkowań. Czy są one wykresami funkcji $x \to y$?
Zaznacz właściwą odpowiedź.

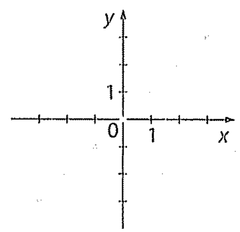
I. ☐ TAK ☐ NIE



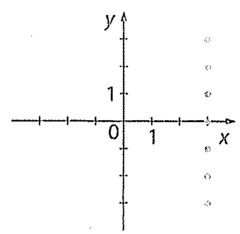
II. ☐ TAK ☐ NIE



III. ☐ TAK ☐ NIE



IV. ☐ TAK ☐ NIE

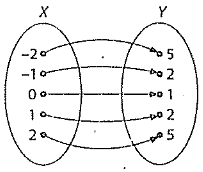


10. W tabelce, na diagramie i na wykresie przedstawione są funkcje, których dziedziną jest zbiór $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$. Dobierz do każdej z tych funkcji odpowiedni wzór opisujący tę funkcję.
Wpisz odpowiednią literę przy odpowiednim numerze.

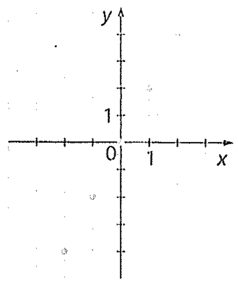
I.

x	−2	−1	0	1	2
y	−4	−3	−2	−1	0

II.



III.

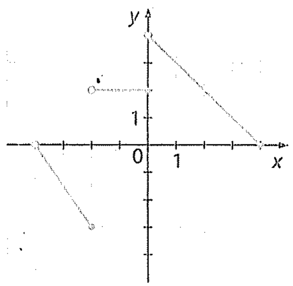


A. $y = x + 2$ B. $y = x - 2$ C. $y = 2x$

D. $y = -2x$ E. $y = x^2$ F. $y = x^2 + 1$

I – ..... II – ..... III – .....

11. Na rysunku przedstawiony jest wykres funkcji.



Czy podane zdania są prawdziwe? Zaznacz właściwą odpowiedź.

I. Funkcja ta przyjmuje wartości ujemne dla argumentów x, takich że $x > -4$ i $x \leqslant -2$. TAK NIE

II. Funkcja ta przyjmuje wartości dodatnie dla argumentów x, takich że $x > -$ i $x \leqslant 4$. TAK NIE

III. Funkcja ta ma dwa miejsca zerowe. TAK NIE

IV. Największa wartość tej funkcji jest równa 4. TAK NIE

V. Najmniejsza wartość tej funkcji jest równa −3. TAK NIE

12. Uzupełnij luki, tak aby rozwiązaniem układu równań była para liczb $x = -2$ i $y = 1$.

$$\begin{cases} 3x - \dots y = -8 \\ -4x + y = \dots \end{cases}$$

13. Do każdego układu równań dobierz odpowiednie rozwiązanie. Wpisz odpowiednią literę przy odpowiednim numerze.

I. $\begin{cases} 2x + y = 2 \\ 3x - 2y = 3 \end{cases}$ II. $\begin{cases} x + 3y = 3 \\ -2x + 5y = 5 \end{cases}$ III. $\begin{cases} 5x + 3y = 2 \\ x - y = 2 \end{cases}$

A. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = -1 \\ y = 1 \end{cases}$ E. $\begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases}$

I – ..... II – ..... III –

14. Na trójkącie prostokątnym o przyprostokątnych długości 6 cm i 8 cm opisano okrąg.
Czy podane zdania są prawdziwe czy fałszywe? Zaznacz właściwą odpowiedź.

I. Promień tego okręgu ma długość 5 cm. PRAWDA FAŁSZ

II. Długość tego okręgu jest równa 25π cm. PRAWDA FAŁSZ

III. Pole koła ograniczonego przez ten okrąg jest równe 25π cm^2. PRAWDA FAŁSZ

15. Oceń prawdziwość zdań. Zaznacz właściwą odpowiedź.

I. W każdy trójkąt można wpisać okrąg. PRAWDA FAŁSZ

II. W każdy romb można wpisać okrąg. PRAWDA FAŁSZ

III. W każdy prostokąt można wpisać okrąg. PRAWDA FAŁSZ

IV. Na każdym prostokącie można opisać okrąg. PRAWDA FAŁSZ

V. Na każdym rombie można opisać okrąg. PRAWDA FAŁSZ

16. Czy podane zdania są prawdziwe? Zaznacz właściwą odpowiedź.

I. Każdy sześcian jest graniastosłupem prawidłowym. TAK NIE

II. Każdy graniastosłup prawidłowy czworokątny jest sześcianem. TAK NIE

III. Każdy czworościan foremny jest ostrosłupem prawidłowym. TAK NIE

IV. Każdy ostrosłup prawidłowy trójkątny jest czworościanem foremnym. TAK NIE

17. Czy podane zdania są prawdziwe czy fałszywe? Zaznacz właściwą odpowiedź.

I. Graniastosłup o podstawie pięciokąta ma 15 krawędzi. ☐ PRAWDA ☐ FAŁSZ

II. Podstawą graniastosłupa, który ma 24 wierzchołki, jest ośmiokąt. ☐ PRAWDA ☐ FAŁSZ

III. Graniastosłup, który ma 12 ścian, jest graniastosłupem pięciokątnym. ☐ PRAWDA ☐ FAŁSZ

18. Czy podane zdania są prawdziwe? Zaznacz właściwą odpowiedź.

I. Ostrosłup, który ma 12 krawędzi, jest ostrosłupem pięciokątnym. ☐ TAK ☐ NIE

II. Ostrosłup, który ma 9 wierzchołków, jest ostrosłupem ośmiokątnym. ☐ TAK ☐ NIE

III. Podstawą ostrosłupa, który ma 7 ścian, jest sześciokąt. ☐ TAK ☐ NIE

19. Czy podane zdania są prawdziwe czy fałszywe? Zaznacz właściwą odpowiedź.

I. Liczba ścian każdego ostrosłupa jest liczbą nieparzystą. ☐ PRAWDA ☐ FAŁSZ

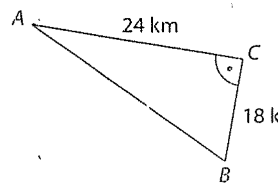
II. Liczba wierzchołków każdego graniastosłupa jest liczbą podzielną przez 3. ☐ PRAWDA ☐ FAŁSZ

III. Liczba ścian każdego graniastosłupa jest liczbą parzystą. ☐ PRAWDA ☐ FAŁSZ

20. Ostrosłup prawidłowy czworokątny o wysokości h_o i graniastosłup prawidłowy czworokątny o wysokości h_g mają takie same podstawy o polu P. Ostrosłup ma trzy razy większą objętość niż graniastosłup. Za pomocą którego równania można zapisać zależność między wysokością ostrosłupa a wysokością graniastosłupa?
Zaznacz właściwą odpowiedź.

A. $h_o = 3h_g$ **B.** $h_g = 3h_o$ **C.** $h_o = 9h_g$ **D.** $h_g = 9h_o$

1. Z miejscowości A do miejscowości B prowadzą dwie drogi (rysunek poniżej): bezpośrednia (krótsza) i przez miejscowość C (dłuższa). Adam i Bartek wyjechali jednocześnie z miejscowości A do B. Adam wybrał krótszą drogę, a Bartek dłuższą. Adam jechał na rowerze ze średnią prędkością 20 km/h, a Bartek na skuterze ze średnią prędkością 28 km/h.



Korzystając z informacji zamieszczonych w treści zadania oraz umieszczonych na rysunku, odpowiedz, czy podane zdania są prawdziwe czy fałszywe. Zaznacz właściwą odpowiedź.

I. Adam miał do pokonania 30 km. ☐ PRAWDA ☐ FAŁSZ

II. Trasa Bartka była o 14 km dłuższa od trasy Adama. ☐ PRAWDA ☐ FAŁSZ

III. Adam przyjechał do miejscowości B wcześniej niż Bartek. ☐ PRAWDA ☐ FAŁSZ

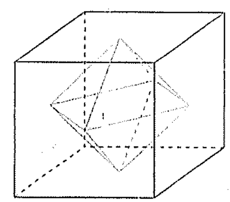
IV. Chłopcy przyjechali do miejscowości B jednocześnie. ☐ PRAWDA ☐ FAŁSZ

2. *Średnią kwadratową* liczb nieujemnych a i b nazywamy liczbę, która jest równa pierwiastkowi stopnia drugiego ze średniej arytmetycznej kwadratów liczb a i b.

a) Zapisz wyrażenie algebraiczne opisujące średnią kwadratową liczb nieujemnych a i b.

b) Oblicz średnią kwadratową liczb 1 i 7.

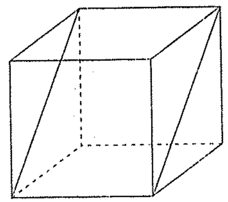
3. Środki ścian sześcianu o krawędzi długości a są wierzchołkami wielościanu (rysunek obok), który nazwany jest *ośmiościanem foremnym*.
Uzupełnij poniższe zdania, wybierając odpowiedzi wybrane spośród A–F w taki sposób, aby podane zdania były prawdziwe.



I. Ośmiościan foremny składa się z dwóch przystających ☐ A ☐ B
II. Objętość ośmiościanu foremnego opisuje wyrażenie ☐ C ☐ D
III. Pole powierzchni ośmiościanu foremnego opisuje wyrażenie ☐ E ☐ F

A. czworościanów foremnych
B. ostrosłupów prawidłowych czworokątnych
C. $\frac{1}{2}a^3$ D. $\frac{1}{6}a^3$ E. $\frac{1}{2}\sqrt{3}a^2$ F. $a^2\sqrt{3}$

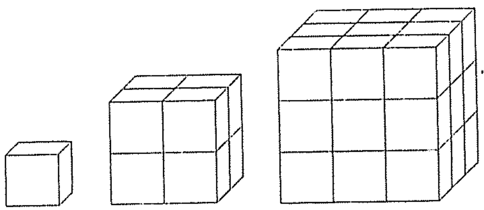
4. Sześcian o krawędzi długości a przecięto płaszczyzną przechodzącą przez przeciwległe wierzchołki (rysunek obok).



Czy podane zdania są prawdziwe? Zaznacz właściwą odpowiedź.

I. Przekrój sześcianu jest prostokątem o bokach długości a i $a\sqrt{2}$. ☐ TAK ☐ NIE
II. Pole przekroju jest trzy razy mniejsze od pola powierzchni sześcianu. ☐ TAK ☐ NIE

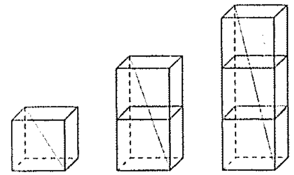
5. Z białych sześcianów o krawędzi długości 1 budujemy sześciany w sposób pokazany na rysunku, a następnie malujemy wszystkie ściany powstałych sześcianów na pomarańczowo i rozkładamy je z powrotem na sześciany o krawędzi długości 1.



Uzupełnij tabelę.

Długość krawędzi pomarańczowego sześcianu	2	3	4	5		10		n ($n \in N$ i $n \geq 2$)
Liczba sześcianów o krawędzi długości 1, które nie mają żadnej ściany pomarańczowej					6^3		10^3	

6. Z sześcianów o krawędzi długości 1 cm budujemy prostopadłościany w sposób pokazany na rysunku.



Uzupełnij tabelę.

Liczba sześcianów, z których zbudowany jest prostopadłościan	1	2	3	4		8		n ($n \in N$ i $n > 0$)
Pole powierzchni prostopadłościanu [cm^2]					26			
Długość przekątnej prostopadłościanu [cm]							$\sqrt{102}$	

7. *Trójkąt Pascala* zbudowany jest w ten sposób, że każda liczba, oprócz skrajnych jedynek, równa się sumie dwóch najbliższych, położonych nad nią liczb.

a) Uzupełnij luki w trójkącie Pascala.

1
1 + 1
1 + 2 + 1
1 + 3 + 3 + 1
1 + + + + 1
1 1

b) Uzupełnij sumy liczb z kolejnych wierszy trójkąta Pascala oraz wniosek dotyczący tych zapisów.

$1 = 2^0$
$1 + 1 = 2 = 2^1$
$1 + 2 + 1 = \quad =$
$1 + 3 + 3 + 1 = \quad =$
$1 + \quad + \quad + \quad + 1 = \quad =$
$1 + \quad + \quad + \quad + \quad + 1 = \quad = \ldots$

Suma liczb w n-tym wierszu trójkąta Pascala jest równa ...... (n jest liczbą naturalną dodatnią).

8. Czy podane zdania są prawdziwe czy fałszywe ($n \in N$)? Zaznacz właściwą odpowiedź.

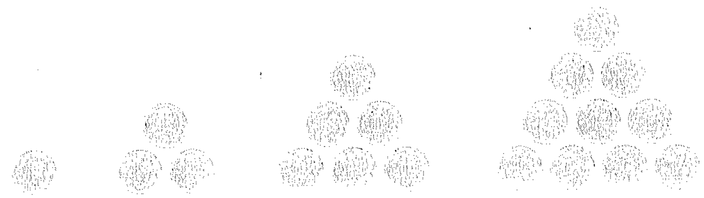
I. $(-1)^{2n} + (-1)^{2n+1} = 0$ PRAWDA FAŁSZ

II. $(-1)^{2n} + (-1)^{2n+2} = 2$ PRAWDA FAŁSZ

III. $(-1)^{2n+1} \cdot (-1)^{2n+3} = -1$ PRAWDA FAŁSZ

IV. $(-1) \cdot (-1)^{2n+1} = 1$ PRAWDA FAŁSZ

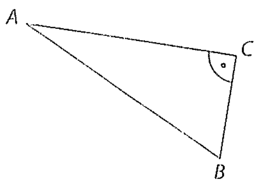
9. Z monet jednogroszowych budujemy figury w sposób pokazany na rysunku.



Uzupełnij tabelę.

Liczba monet w dolnym wierszu figury	1	2	3	4	5	6			n ($n \in N$ i $n > 0$)
Liczba monet w całej figurze	1	3					55	66	105	

10. Domy Ani, Basi i Celiny znajdują się w zaznaczonych na rysunku punktach A, B i C i są jednakowo oddalone od szkoły usytuowanej w punkcie K. Czy podane zdania są prawdziwe? Zaznacz właściwą odpowiedź.



Punkt K jest:

I. środkiem okręgu opisanego na trójkącie ABC. TAK NIE

II. środkiem okręgu wpisanego w trójkąt ABC. TAK NIE

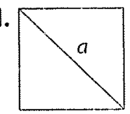
III. punktem przecięcia wysokości trójkąta ABC. TAK NIE

IV. środkiem przeciwprostokątnej trójkąta ABC. TAK NIE

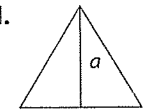
11. Na rysunkach przedstawiony jest kwadrat, trójkąt równoboczny i sześciokąt foremny wraz z zaznaczonym jednym wymiarem. Dobierz do każdego wielokąta wyrażenie algebraiczne, które opisuje obwód tego wielokąta.

Zapisz odpowiednią literę przy odpowiednim numerze.

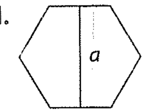
I.



II.



III.

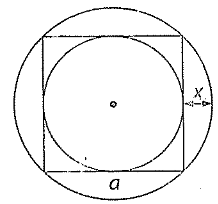


A. $2\sqrt{2}a$ **B.** $4\sqrt{2}a$ **C.** $2\sqrt{3}a$

D. $3\sqrt{3}a$ **E.** $6\sqrt{3}a$

I – ...... **II** – ...... **III** – ......

12. Na rysunku przedstawiony jest pierścień kołowy, utworzony przez dwa okręgi: wpisany w kwadrat o boku długości a i opisany na tym kwadracie.



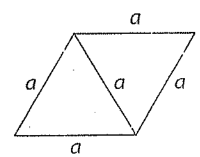
Czy podane zdania są prawdziwe czy fałszywe? Zaznacz właściwą odpowiedź.

I. Promień okręgu opisanego na kwadracie jest równy przekątnej kwadratu. PRAWDA FAŁSZ

II. Szerokość pierścienia kołowego (czyli długość odcinka x zaznaczonego na rysunku) opisuje wyrażenie algebraiczne $0{,}5a(\sqrt{2}-1)$. PRAWDA FAŁSZ

III. Pole pierścienia kołowego opisuje wyrażenie algebraiczne $\frac{\pi a^2}{4}$. PRAWDA FAŁSZ

13. Bok i krótsza przekątna rombu mają długość a (rysunek obok).



Czy podane zdania są prawdziwe? Zaznacz właściwą odpowiedź.

I. Wysokość tego rombu jest równa $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. TAK NIE

II. Dłuższa przekątna tego rombu ma długość $a\sqrt{3}$. TAK NIE

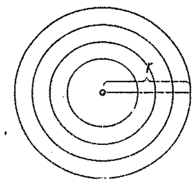
III. Pole tego rombu jest równe $a^2\sqrt{3}$. TAK NIE

14. Trójkąt równoboczny i sześciokąt foremny mają równe obwody.
Czy podane zdania są prawdziwe? Zaznacz właściwą odpowiedź.

I. Długość boku trójkąta równobocznego jest o 100% większa od długości boku sześciokąta foremnego. ☐ TAK ☐ NIE

II. Pole trójkąta równobocznego jest dwa razy większe od pola sześciokąta foremnego. ☐ TAK ☐ NIE

15. Promień okrągłej tarczy ma długość r. Promień ten podzielono na cztery równe części i zamalowano na pomarańczowo dwa pierścienie kołowe jak na rysunku obok. Zapisz wyrażenie opisujące pole tarczy zamalowane na pomarańczowo.



16. Na zamieszczonych informacjach podane są warunki wypożyczenia samochodów w dwóch różnych firmach: AUTO i CAR.

WYPOŻYCZALNIA SAMOCHODÓW **AUTO**
Cena za wypożyczenie 24 zł + 12 zł za każdą godzinę

WYPOŻYCZALNIA SAMOCHODÓW **CAR**
Cena za wypożyczenie 18 zł za każdą godzinę

Uzupełnij luki.

I. Koszt wypożyczenia samochodu na 5 godzin w firmie CAR wynosi ... zł.

II. Jeżeli za wypożyczenie samochodu w firmie AUTO zapłacono 108 zł, to znaczy, że samochód został wypożyczony na ... godzin.

III. Koszt wypożyczenia samochodu w obu firmach jest taki sam w przypadku wypożyczenia samochodu na ... godzin.

IV. Zależność kosztu (y) wypożyczenia samochodu w firmie AUTO, w złotych, od czasu (x), na jaki wypożyczono ten samochód, w godzinach, opisuje wzór ...

17. Ala jest o 5 lat młodsza od Beaty.

a) Uzupełnij tabelę.

Wiek Ali (w latach)	1		12		21
Wiek Beaty (w latach)		16		24	

b) Uzupełnij wzór funkcji przedstawiającej zależność między wiekiem Ali (x) a wiekiem Beaty (y), jeśli obydwie wielkości są wyrażone w latach.
$y =$ ...

18. Janek ma x monet 2-złotowych i y monet 5-złotowych. Monet 2-złotowych ma dwa razy więcej niż 5-złotowych. Razem ma 90 zł. Który z układów równań opisuje warunki podane w treści zadania?
Zaznacz właściwą odpowiedź.

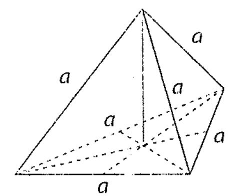
A. $\begin{cases} y = 2x \\ x + y = 90 \end{cases}$

B. $\begin{cases} y = 2x \\ 2x + 5y = 90 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 2y \\ 2x + 5y = 90 \end{cases}$

D. $\begin{cases} y = 2x \\ 5x + 2y = 90 \end{cases}$

19. Na rysunku przedstawiony jest czworościan foremny o krawędzi długości a.
Uzupełnij luki.



I. Pole powierzchni całkowitej tego czworościanu foremnego można opisać za pomocą wyrażenia algebraicznego ...

II. Wysokość tego czworościanu foremnego można opisać za pomocą wyrażenia algebraicznego ...

III. Objętość tego czworościanu foremnego można opisać za pomocą wyrażenia algebraicznego ...

20. Uzupełnij tabelę (n – liczba naturalna i $n \geqslant 3$).

Wielościan	Liczba wierzchołków podstawy wielościanu	Liczba ścian wielościanu	Liczba krawędzi wielościanu	Liczba wierzchołków wielościanu
Graniastosłup	n			
Ostrosłup	n			

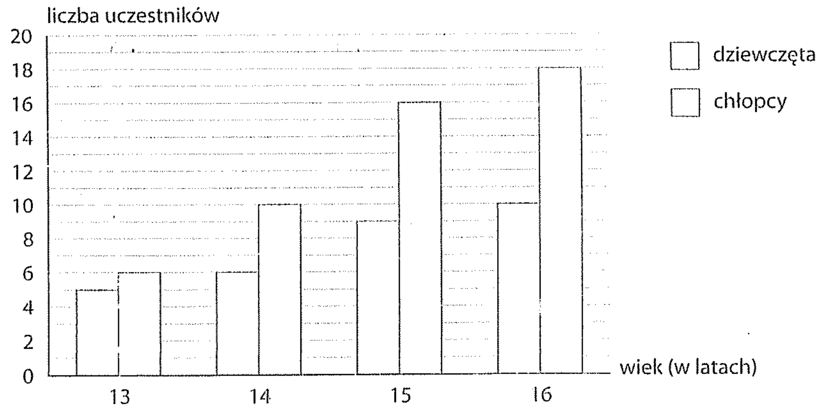
1. Średnia ocen ze sprawdzianu z matematyki w klasie drugiej pewnego gimnazjum była równa 4,0. Część ocen z tego sprawdzianu przedstawiono w tabeli:

Ocena	1	2	3	4	5	6
Liczba uczniów	1	2	5	8	?	3

Oblicz, ilu uczniów otrzymało ze sprawdzianu ocenę bardzo dobrą.

Informacje do zadań 2. i 3.

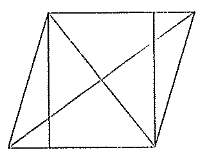
Diagram przedstawia liczbę uczestników obozu kolarskiego (z uwzględnieniem wieku i płci).



2. Oblicz średni wiek wszystkich uczestników obozu kolarskiego.

3. Oblicz, ile dziewcząt w wieku 16 lat musiałoby dołączyć do tej grupy, aby średni wiek wszystkich dziewcząt był równy 15 lat.

4. Z rombu o przekątnych długości 60 cm i 80 cm wycięto prostokąt w sposób pokazany na rysunku.



Wyznacz wymiary tego prostokąta.

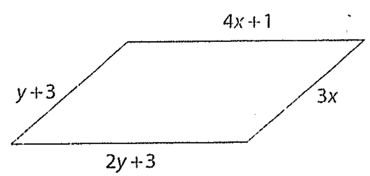
5. Ponumeruj poniższe czynności od 1 do 3 według kolejności prowadzącej do skonstruowania okręgu opisanego na trójkącie ABC.
- Wyznaczamy punkt wspólny symetralnych boków trójkąta ABC – oznaczamy go O.
- Kreślimy okrąg o środku w punkcie O i promieniu $r = |OA| = |OB| = |OC|$.
- Konstruujemy symetralne co najmniej dwóch boków trójkąta ABC.

6. Ponumeruj poniższe czynności od 1 do 4 według kolejności prowadzącej do skonstruowania okręgu wpisanego w trójkąt ABC.
- Konstruujemy prostą prostopadłą do jednego z boków trójkąta ABC, przechodzącą przez punkt O, a wspólny punkt skonstruowanej prostej i odpowiedniego boku oznaczamy P.
- Kreślimy okrąg o środku w punkcie O i promieniu $r = |OP|$.
- Wyznaczamy punkt wspólny dwusiecznych kątów wewnętrznych trójkąta ABC – oznaczamy go O.
- Konstruujemy dwusieczne co najmniej dwóch kątów wewnętrznych trójkąta ABC.

7. Na przejechanie 50 km samochód zużywa 3,5 litra benzyny.
Uzupełnij luki.

I. Samochód zużył 31,5 l benzyny, co oznacza, że przejechał ...... km.
II. Na przejechanie 300 km samochód ten potrzebuje ...... l benzyny.
III. Zużycie benzyny w litrach (y) w zależności od liczby przebytych kilometrów (x) wyraża wzór ......

8. Na rysunku przedstawiony jest równoległobok i podane są długości jego boków za pomocą wyrażeń algebraicznych. Ile jest równy obwód tego równoległoboku?



Zaznacz właściwą odpowiedź.

A. 5 B. 10 C. 15 D. 30

9. Podczas treningu kolarskiego Michał przejechał na rowerze pewną trasę. Trening składał się z trzech etapów. W pierwszym etapie Michał przejechał $\frac{1}{4}$ całej trasy i jeszcze 8 km, w drugim etapie $\frac{1}{2}$ pozostałej trasy i jeszcze 4 km, a w trzecim etapie ostatnie 10 km. Oblicz, jaką trasę przejechał Michał podczas całego treningu.

10. W hotelu jest 130 miejsc noclegowych w pokojach 1-, 2- i 4-osobowych. Pokoi 2-osobowych jest o 25% więcej niż 1-osobowych, a 4-osobowych jest o 25% mniej niż 1-osobowych. Oblicz, ile pokoi 1-, 2- i 4-osobowych jest w tym hotelu.

11. Zosia jest trzy razy starsza od Łukasza. Za pięć lat będzie od niego dwa razy starsza. Oblicz, ile lat ma Zosia, a ile Łukasz.

12. Suma cyfr pewnej liczby dwucyfrowej wynosi 13. Gdy przestawimy cyfry tej liczby, to otrzymamy liczbę o 9 większą. Znajdź tę liczbę.

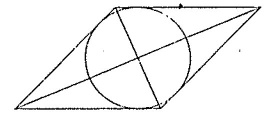
13. Władysław Warneńczyk, król Polski, syn Władysława Jagiełły, zginął w bitwie pod Warną w 1444 r. Gdyby zmarł 2 lata wcześniej, panowałby $\frac{4}{9}$ swego życia; gdyby żył o 2 lata dłużej, panowałby $\frac{6}{11}$ swego życia. W którym roku urodził się Władysław Warneńczyk i ile miał lat w dniu koronacji?

14. Król Zygmunt Stary poślubił Bonę Sforza w 1518 r. Zygmunt Stary był o 27 lat starszy od Bony; w dniu ślubu mieli razem 75 lat. W którym roku urodził się Zygmunt Stary?

15. W dwóch sadach owocowych rosło razem 140 drzewek. W ciągu roku liczba drzewek w każdym sadzie powiększyła się o 25% i wtedy okazało się, że w pierwszym sadzie rośnie o 25 drzewek więcej niż w drugim sadzie. Oblicz, ile drzewek było w każdym sadzie na początku roku.

16. Obwód prostokąta jest równy 34 cm. Jeżeli dłuższy bok prostokąta zmniejszymy o 3 cm, a krótszy bok zwiększymy o 2 cm, to otrzymamy kwadrat. Oblicz pole tego prostokąta.

17. Z rombu o przekątnych długości 12 cm i 16 cm wycięto koło wpisane w ten romb (rysunek obok).



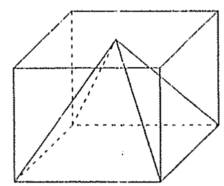
Czy podane zdania są prawdziwe? Zaznacz właściwą odpowiedź.

I. Bok tego rombu ma długość 20 cm. ☐ TAK ☐ NIE
II. Pole tego rombu jest równe 192 cm^2. ☐ TAK ☐ NIE
III. Średnica wyciętego koła ma długość 9,6 cm. ☐ TAK ☐ NIE

18. Dany jest sześcian i ostrosłup prawidłowy czworokątny o równych objętościach. Długość krawędzi podstawy ostrosłupa jest równa długości krawędzi sześcianu.
Czy podane zdania są prawdziwe czy fałszywe? Zaznacz właściwą odpowiedź.

I. Wysokość ostrosłupa jest trzy razy dłuższa od krawędzi sześcianu. ☐ PRAWDA ☐ FAŁSZ
II. Ściany boczne ostrosłupa są trójkątami równobocznymi. ☐ PRAWDA ☐ FAŁSZ
III. Pola powierzchni całkowitych tych brył są równe. ☐ PRAWDA ☐ FAŁSZ

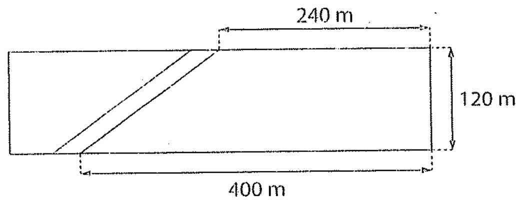
19. Piramidę w kształcie ostrosłupa prawidłowego czworokątnego należy zapakować do pudełka w kształcie graniastosłupa prawidłowego czworokątnego w sposób pokazany na rysunku. Każda krawędź piramidy ma długość 16 cm. Wyznacz wymiary najmniejszego takiego pudełka. Wynik podaj z dokładnością do części dziesiątych centymetra.



20. Z prostokątnego kawałka materiału o szerokości 80 cm wycięto trzy jednakowe serwetki w kształcie koła o promieniu 25 cm. Jaką co najmniej długość miał ten kawałek materiału?

21. W bloku są dwie windy. Kabina jednej z nich ma kształt prostopadłościanu o wymiarach wewnętrznych 1100 mm × 1400 mm × 2200 mm. Kabina drugiej też ma kształt prostopadłościanu, ale o wymiarach wewnętrznych 1,1 m × 2,3 m × 2,0 m. Którą windą pan Wojtek może przewieźć prostokątną płytę o wymiarach 1 m × 2,7 m? Odpowiedź uzasadnij obliczeniami.

22. W parku o kształcie prostokąta wytyczono alejkę (rysunek poniżej). Wzdłuż alejki, po obu jej stronach, w odstępach co 2,5 m posadzono brzozy, zaczynając od początku alejki. Ile brzóz posadzono?



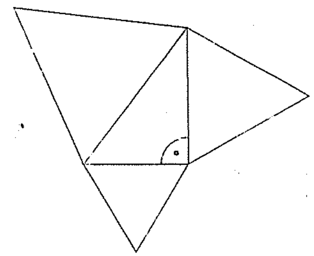
1. Czy cyfrą jedności liczby 4^{2011} jest 4?
Wskaż właściwą odpowiedź oraz wybierz najlepsze jej uzasadnienie (zakreśl przy wybranej odpowiedzi odpowiednią literę: A, B, C lub D).

TAK, ponieważ A B C D

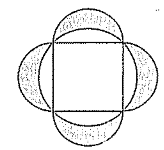
NIE, ponieważ A B C D

A. 4 jest cyfrą jedności każdej naturalnej potęgi liczby 4.
B. 4 jest cyfrą jedności tylko parzystych potęg liczby 4.
C. 4 jest cyfrą jedności tylko nieparzystych potęg liczby 4.
D. 4 jest cyfrą jedności tylko tych potęg liczby 4, których wykładnik jest podzielny przez 4.

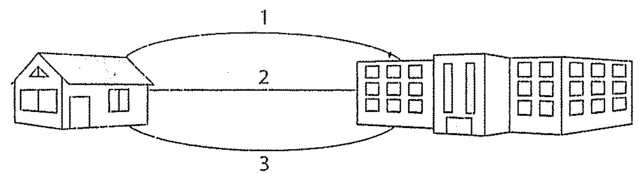
2. Uzasadnij, że suma pól trójkątów równobocznych zbudowanych na przyprostokątnych trójkąta prostokątnego jest równa polu trójkąta równobocznego zbudowanego na przeciwprostokątnej tego trójkąta.



3. *Księżyce Hipokratesa* wielokąta wpisanego w okrąg to figury geometryczne ograniczone łukami tego okręgu oraz półokręgami, których średnice są bokami danego wielokąta.
Uzasadnij, że suma pól księżyców Hipokratesa kwadratu jest równa polu tego kwadratu (rysunek obok).



4. Od domu Jacka do szkoły prowadzą trzy dogi (rysunek obok).



Na ile różnych sposobów Jacek mógł wybrać drogę do szkoły i z powrotem, jeżeli wiadomo, że nie szedł w obie strony tą samą drogą?
Zaznacz właściwą odpowiedź.

A. na 2 sposoby **B.** na 3 sposoby
C. na 6 sposobów **D.** na 9 sposobów

Informacje do zadań 5. i 6.

Jacek i Michał wymyślili grę, która polegała na tym, że rzucali dwiema sześciennymi kostkami – czerwoną i niebieską – i z otrzymanych wyników tworzyli liczbę dwucyfrową, której cyfrą dziesiątek był wynik rzutu kostką czerwoną, a cyfrą jedności był wynik rzutu kostką niebieską. Zwycięzcą w pojedynczym rzucie był ten, kto uzyskał liczbę o większej liczbie dzielników. Całą grę wygrywał ten, kto uzyskał więcej zwycięstw w trzech rzutach kostkami.

5. W tabeli przedstawione są liczby otrzymane przez chłopców w trzech kolejnych rzutach kostkami.

	I	II	III
Jacek	11	13	51
Michał	23	31	53

Wskaż właściwą odpowiedź oraz wybierz najlepsze jej uzasadnienie (zakreśl przy wybranej odpowiedzi odpowiednią literę: A, B, C, D lub E).

☐ Wygrał Jacek, ponieważ ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E

☐ Wygrał Michał, ponieważ ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E

☐ Gra nie została rozstrzygnięta, ponieważ ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E

A. w trzech rzutach był remis.

B. zwyciężył w jednym rzucie, a w dwóch pozostałych był remis.

C. zwyciężył w dwóch rzutach, a w jednym rzucie był remis.

D. zwyciężył w trzech rzutach.

E. w jednym rzucie był remis, a w każdym z pozostałych zwyciężył inny chłopiec.

6. Zwycięzcą w następnej grze został Michał. Jaki wynik mógł uzyskać w III rzucie kostkami?
Wpisz tę liczbę do tabeli.

	I	II	III
Jacek	12	14	24
Michał	45	21	?

7. Rzucamy 3 razy sześcienną kostką do gry. Otrzymane trójki liczb stanowią długości odcinków, z których mamy zbudować trójkąt. Na przykład wyniki (2, 2, 3), (2, 3, 2) i (3, 2, 2) oznaczają, że budujemy trójkąt o bokach długości 2, 2 i 3.
Czy podane zdania są prawdziwe? Zaznacz właściwą odpowiedź.

I. Z każdych trzech otrzymanych w ten sposób odcinków możemy zbudować trójkąt. ☐ TAK ☐ NIE

II. Z otrzymanych w ten sposób odcinków możemy zbudować sześć różnych trójkątów równobocznych. ☐ TAK ☐ NIE

III. Z otrzymanych w ten sposób odcinków możemy zbudować tylko jeden trójkąt prostokątny. ☐ TAK ☐ NIE

8. Wykaż, że liczba postaci $2^{13} + 2^{12} + 3 \cdot 2^{10}$ jest podzielna przez 30.

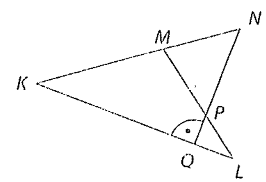
9. Wykaż, że liczba postaci $16^4 + 8^5 + 2^{13} + 4^6$ jest podzielna przez 27.

10. Uzupełnij luki, tak aby układ równań:

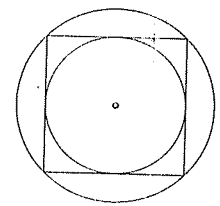
$$\begin{cases} x - y = 2 \\ \ldots x + 2y = \ldots \end{cases}$$

był nieoznaczony.

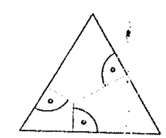
11. Przyjrzyj się rysunkowi obok. Wiedząc, że odcinki KM i ML są równe, uzasadnij, że trójkąt MPN jest równoramienny.



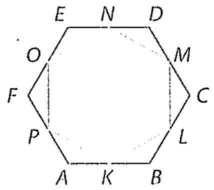
12. Uzasadnij, że pole pierścienia kołowego utworzonego przez dwa okręgi: wpisany w kwadrat i opisany na tym samym kwadracie, jest równe polu koła wpisanego w ten kwadrat.



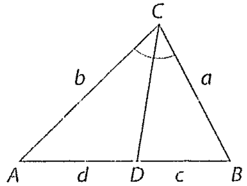
13. Uzasadnij, że suma odległości dowolnego punktu trójkąta równobocznego od jego boków jest równa wysokości tego trójkąta.



14. Punkty K, L, M, N, O i P są środkami boków sześciokąta foremnego $ABCDEF$. Uzasadnij, że sześciokąt $KLMNOP$ jest foremny.



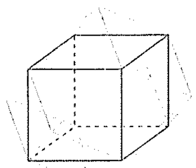
15. Boki BC i AC trójkąta ABC mają długości a i b, a dwusieczna kąta o wierzchołku C dzieli bok AB na odcinki o długościach c i d (rysunek obok). Uzasadnij, że $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.



Wskazówki.

1. Poprowadź z wierzchołka D wysokość DE trójkąta DBC i wysokość DF trójkąta DAC. Co możesz powiedzieć o tych wysokościach?
2. Poprowadź z wierzchołka C wysokości trójkątów DBC i DAC.
3. Oblicz stosunek pól trójkątów DBC i DAC.

16. Na ścianach sześcianu o krawędzi długości a zbudowano ostrosłupy prawidłowe, których wysokości mają długości $\frac{1}{2}a$ (rysunek obok). Uzasadnij, że suma objętości tych ostrosłupów jest równa objętości danego sześcianu.

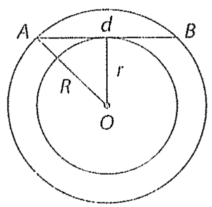


17. Dane jest wyrażenie $\frac{2n^2 - 4n}{n - 2}$, gdzie n jest liczbą całkowitą różną od 2. Wykaż, że wartością tego wyrażenia jest liczba całkowita.

18. Wiedząc, że $2x + 3y = 4$, oblicz wartość wyrażenia $(6x + 9y)^2 - 44$.

19. Uzasadnij, że suma odległości dowolnego punktu wewnętrznego sześcianu od jego ścian jest równa czwartej części sumy długości krawędzi tego sześcianu.

20. W okręgu o środku O i promieniu R wykreślono cięciwę AB o długości d. Cięciwa ta jest styczna do okręgu o środku O i promieniu r, $r < R$. Wykaż, że pole pierścienia ograniczonego tymi okręgami jest równe $\frac{\pi d^2}{4}$.



I. Wykorzystywanie i tworzenie informacji

1. I. Tak, II. Nie, III. Tak **2.** I. Nie, II. Nie, III. Tak, IV. Nie **3.** I. Prawda, II. Fałsz, III. Prawda
4. I. 30, II. 20, III. 17, IV. 39, V.42, VI. 8 **5.** I. Nie, II. Tak, III. Tak
6.

x [cm]	1	2	3	4	6	12
y [cm]	12	6	4	3	2	1

w luce w zdaniu: odwrotna

7. I – A, II – E, III – C, IV – D **8.** I – C, II – A, III – F **9.** I – B, II – F, III – C, IV – G
10. C **11.** I – A, II – F, III – C, IV – B **12.** I. $\sqrt{20} = 2\sqrt{5}$, $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$, $4\sqrt{2} = \sqrt{32}$
II. $\sqrt[3]{24} = 2\sqrt[3]{3}$, $\sqrt[3]{250} = 5\sqrt[3]{2}$, $3\sqrt[3]{5} = \sqrt[3]{135}$ **13.** I – A, II – B, III – C
14. I – B, II – C, III – F, IV – E **15.** I. Tak, II. Nie, III. Tak, IV. Nie
16. I. Tak, II. Nie, III. Tak, IV. Tak **17.** I – B, II – A, III – D **18.** I – B, II – A, III – E
19. w kolejnych lukach: I. 8 cm, II. 384 cm^3, III. 240 cm^2, IV. 384 cm^2
20. I. $6\sqrt{3}$ cm, II. $12\sqrt{3}$ cm, III. 648 cm^3, IV. $216\sqrt{3}$ cm^2, V. $324\sqrt{3}$ cm^2

II. Wykorzystywanie i interpretowanie reprezentacji

1. B, B **2.** I. Prawda, II. Fałsz, III. Prawda **3.** D **4.** I. A, II. B, III. C
5. I. Tak, II. Nie, III. Tak **6.** I. Tak, II. Nie, III. Tak **7.** I. Tak, II. Tak, III. Nie, IV. Tak
8. I. Prawda, II. Fałsz, III. Fałsz, IV. Fałsz **9.** I. Nie, II. Tak, III. Tak, IV. Nie
10. I – B, II – F, III – C **11.** I. Tak, II. Nie, III. Nie, IV. Nie, V. Tak **12.** $\begin{cases} 3x - 2y = -8 \\ -4x + y = 9 \end{cases}$
13. I – B, II – C, III – E **14.** I. Prawda, II. Fałsz, III. Prawda
15. I. Prawda, II. Prawda, III. Fałsz, IV. Prawda, V. Fałsz **16.** I.Tak, II. Nie, III. Tak, IV. Nie
17. I. Prawda, II. Fałsz, III. Fałsz **18.** I. Nie, II. Tak, III. Tak **19.** I. Fałsz, II. Fałsz, III. Fałsz
20. C

III. Modelowanie matematyczne

1. I. Prawda, II. Fałsz, III. Fałsz, IV. Prawda **2.** a) $\sqrt{\frac{a^2 + b^2}{2}}$, b) $\sqrt{\frac{1^2 + 7^2}{2}} = 5$
3. I. B, II. D, III. F **4.** I. Tak, II. Nie
5.

Długość krawędzi pomarańczowego sześcianu	2	3	4	5	8	10	12	n ($n \in N$ i $n \geqslant 2$)
Liczba sześcianów o krawędzi długości 1, które nie mają żadnej ściany pomarańczowej	0	1	23	33	6^3	83	10^3	$(n - 2)^3$

6.

Liczba sześcianów, z których zbudowany jest prostopadłościan	1	2	3	4	6	8	10	n ($n \in N$ i $n > 0$)
Pole powierzchni prostopadłościanu [cm^2]	6	10	14	18	26	34	42	$4n + 2$
Długość przekątnej prostopadłościanu [cm]	$\sqrt{3}$	$\sqrt{6}$	$\sqrt{11}$	$\sqrt{18}$	$\sqrt{38}$	$\sqrt{66}$	$\sqrt{102}$	$\sqrt{n^2 + 2}$

7. a)

$$\begin{array}{ccccccccccc} & & & & & 1 & & & & & \\ & & & & 1 & + & 1 & & & & \\ & & & 1 & + & 2 & + & 1 & & & \\ & & 1 & + & 3 & + & 3 & + & 1 & & \\ & 1 & + & 4 & + & 6 & + & 4 & + & 1 & \\ 1 & & 5 & & 10 & & 10 & & 5 & & 1 \end{array}$$

b)

$$\begin{array}{r} 1 = 2^0 \\ 1 + 1 = 2 = 2^1 \\ 1 + 2 + 1 = 4 = 2^2 \\ 1 + 3 + 3 + 1 = 8 = 2^3 \\ 1 + 4 + 6 + 4 + 1 = 16 = 2^4 \\ 1 + 5 + 10 + 10 + 5 + 1 = 32 = 2^5 \end{array}$$

Suma liczb w n-tym wierszu trójkąta Pascala jest równa 2^{n-1} (n jest liczbą naturalną dodatnią).

8. I. Prawda, II. Prawda, III. Fałsz, IV. Prawda

9.

Liczba monet w dolnym wierszu figury	1	2	3	4	5	6	10	11	14	n ($n \in N$ i $n > 0$)
Liczba monet w całej figurze	1	3	6	10	15	21	55	66	105	$\frac{n(n+1)}{2}$

10. I. Tak, II. Nie, III. Nie, IV. Tak **11.** I – A, II – C, III – C **12.** I. Fałsz, II. Prawda, III. Prawda

13. I. Nie, II. Tak, III. Nie **14.** I. Tak, II. Nie **15.** $\frac{5}{8}\pi r^2$ **16.** I. 90, II. 7, III. 4, IV. $y = 24 + 12x$

17.

Wiek Ali (w latach)	1	11	12	19	21
Wiek Beaty (w latach)	6	16	17	24	26

$y = x + 5$

18. C **19.** I. $a^2\sqrt{3}$, II. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$, III. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$

20.

Wielościan	Liczba wierzchołków podstawy wielościanu	Liczba ścian wielościanu	Liczba krawędzi wielościanu	Liczba wierzchołków wielościanu
Graniastosłup	n	$n+2$	$3n$	$2n$
Ostrosłup	n	$n+1$	$2n$	$n+1$

IV. Użycie i tworzenie strategii

1. x – liczba uczniów, którzy uzyskali ocenę 5 ze sprawdzianu

$$\frac{1 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 3 \cdot 5 + 4 \cdot 8 + 5 \cdot x + 6 \cdot 3}{1 + 2 + 5 + 8 + x + 3} = 4, \quad \frac{70 + 5x}{19 + x} = 4, \quad 70 + 5x = 76 + 4x, \quad x = 6$$

2. 14,875 roku

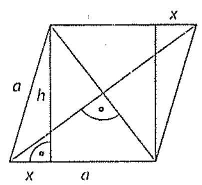
3. Obliczamy najpierw średni wiek dziewcząt:

$$\frac{5 \cdot 13 + 6 \cdot 14 + 9 \cdot 15 + 10 \cdot 16}{30} = 14{,}8$$

x – liczba dziewcząt w wieku 16 lat, które miałyby dołączyć do grupy

$$\frac{14{,}8 \cdot 30 + 16x}{30 + x} = 15, \quad 444 + 16x = 15 \cdot (30 + x), \quad x = 6$$

4. a – długość boku rombu



Z twierdzenia Pitagorasa:

$a^2 = 30^2 + 40^2$, czyli $a = 50$ [cm].

Jeden z boków prostokąta ma długość równą wysokości rombu – oznaczamy ją h.

Wykorzystując dwa wzory na pole rombu otrzymujemy: $50h = \frac{1}{2} \cdot 60 \cdot 80$, stąd $h = 48$ [cm].

Z twierdzenia Pitagorasa: $x^2 + h^2 = a^2$, $x^2 + 48^2 = 50^2$, $x = 14$ [cm].

Drugi bok prostokąta ma długość $50 - 14 = 36$ [cm].

Odp. Wymiary tego prostokąta to 48 cm × 36 cm.

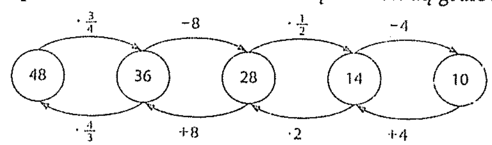
5. Kolejno: 2, 3, 1 **6.** Kolejno: 3, 4, 2, 1 **7.** I. 450, II. 21, III. $y = 0{,}07x$ **8.** D

9. Sposób I. x – długość całej trasy (w km), $\frac{1}{4}x + 8$ – długość pierwszego etapu (w km)

$\frac{1}{2}\left[x - \left(\frac{1}{4}x + 8\right)\right] + 4 = \frac{3}{8}x$ – długość drugiego etapu (w km)

$\frac{1}{4}x + 8 + \frac{3}{8}x + 10 = x, \ x = 48$ [km]

Sposób II. Zadanie można rozwiązać metodą grafów i operacji odwrotnych:



Odp. Michał przejechał 48 km.

10. x – liczba pokoi 1-osobowych, $1{,}25x$ – liczba pokoi 2-osobowych, $0{,}75x$ – liczba pokoi 4-osobowych

$x + 2 \cdot 1{,}25x + 4 \cdot 0{,}75x = 130, \ x = 20$

Odp. Pokoi 1-osobowych było 20, 2-osobowych – 25, a 4-osobowych – 15.

11. x – wiek Łukasza obecnie, $3x$ – wiek Zosi obecnie

$3x + 5 = 2x + 10, \ x = 5$

Odp. Łukasz ma 5 lat, a Zosia 15.

12. x – cyfra dziesiątek szukanej liczby, $13 - x$ – cyfra jedności szukanej liczby, $10x + 13 - x$ – szukana liczba, $10(13 - x) + x$ – liczba z przestawionymi cyframi

$10x + 13 - x + 9 = 10(13 - x) + x, \ x = 6$

Odp. Szukana liczba dwucyfrowa to 67.

13. x – długość życia Władysława Warneńczyka (w latach), y – długość jego panowania (w latach)

$$\begin{cases} y - 2 = \frac{4}{9}(x - 2) \\ y + 2 = \frac{6}{11}(x + 2) \end{cases} \quad \begin{cases} x = 20 \\ y = 10 \end{cases}$$

Odp. Władysław Warneńczyk urodził się w 1424 r.; w dniu koronacji miał 10 lat.

14. x – wiek Zygmunta Starego w dniu ślubu (w latach), y – wiek Bony Sforza w dniu ślubu (w latach)

$\begin{cases} x+y=75 \\ x=y+27 \end{cases}$ $\begin{cases} x=51 \\ y=24 \end{cases}$

Odp. Zygmunt Stary urodził się w 1467 r.

15. x – liczba drzewek w pierwszym sadzie, y – liczba drzewek w drugim sadzie

$\begin{cases} x+y=140 \\ 1{,}25x=1{,}25y+25 \end{cases}$ $\begin{cases} x=80 \\ y=60 \end{cases}$

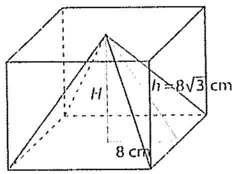
16. x – długość dłuższego boku prostokąta (w cm), y – długość krótszego boku prostokąta (w cm)

$\begin{cases} 2x+2y=34 \\ x-3=y+2 \end{cases}$ $\begin{cases} x=11 \\ y=6 \end{cases}$

Odp. Pole prostokąta jest równe 66 cm^2.

17. I. Nie, II. Nie, III. Tak **18.** I. Prawda, II. Fałsz, III. Fałsz

19. H – wysokość piramidy, h – wysokość ściany bocznej piramidy



$H^2+8^2=(8\sqrt{3})^2$

$H^2=192-64$

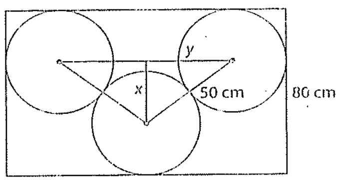
$H^2=128$

$H=8\sqrt{2}\approx 11{,}3137$ [cm]

Zgodnie z regułą zaokrąglania $H\approx 11{,}3$ cm. Aby piramida zmieściła się jednak w pudełku, należy podać wynik zaokrąglony z nadmiarem, czyli $H\approx 11{,}4$ cm.

Odp. Wymiary pudełka: 16 cm × 16 cm × 11,4 cm.

20. Najbardziej oszczędne rozmieszczenie serwetek pokazano na rysunku. Przy zastosowanych oznaczeniach mamy:



$x=80-2\cdot 25=30$ [cm]

$30^2+y^2=50^2$

$y=40$ [cm]

$2\cdot 40+2\cdot 25=130$ [cm]

Odp. Ten kawałek miał długość co najmniej 130 cm.

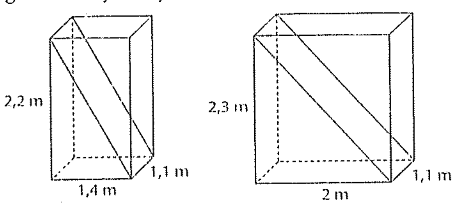
21. $1{,}4^2+2{,}2^2=6{,}8$

$\sqrt{6{,}8}\approx 2{,}6$

$2{,}3^2+2^2=9{,}29$

$\sqrt{9{,}29}\approx 3$

Odp. Drugą windą.



22. Posadzono 162 brzozy.

V. Rozumowanie i argumentacja

1. Tak, ponieważ C

2. a, b – długości przyprostokątnych, c – długość przeciwprostokątnej

Z twierdzenia Pitagorasa: $a^2+b^2=c^2$. Suma pól trójkątów równobocznych zbudowanych na przyprostokątnych jest równa: $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}+\frac{b^2\sqrt{3}}{4}=\frac{\sqrt{3}(a^2+b^2)}{4}=\frac{c^2\sqrt{3}}{4}$, a więc jest równa polu trójkąta równobocznego zbudowanego na przeciwprostokątnej.

3. a – długość boku kwadratu, wówczas $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ – długość promienia okręgu opisanego na tym kwadracie, $\frac{a}{2}$ – długości promieni półokręgów, których średnicami są boki kwadratu

Suma pól księżyców Hipokratesa kwadratu:

$4\cdot\left[\frac{1}{2}\pi\left(\frac{a}{2}\right)^2-\left(\frac{1}{4}\pi\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2-\frac{1}{4}a^2\right)\right]=4\cdot\left(\frac{\pi a^2}{8}-\frac{\pi a^2}{8}+\frac{1}{4}a^2\right)=a^2$

4. C **5.** Wygrał Jacek, ponieważ B

6. 36 Wskazówka. W rzutach I i II był remis, a więc żeby zwycięzcą tej gry był Michał, musiał uzyskać liczbę, która ma więcej dzielników niż liczba 24.

Wszystkie możliwe wyniki w pojedynczym rzucie dwiema kostkami to: 11, 12, 13, 14, 15, 16, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 61, 62, 63, 64, 65, 66. Liczba 24 ma 8 dzielników: $D_{24}=\{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$. Wśród wymienionych liczb tylko liczba 36 ma więcej dzielników: $D_{36}=\{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36\}$ (sprawdź).

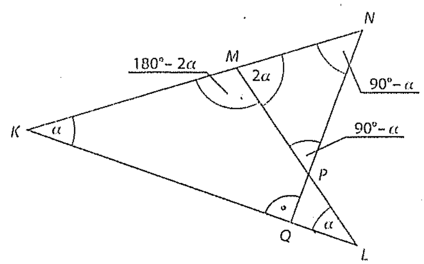
7. I. Nie, II. Tak, III. Tak

8. $2^{13}+2^{12}+3\cdot 2^{10}=2^{10}(2^3+2^2+3)=2^{10}(8+4+3)=15\cdot 2^{10}=15\cdot 2\cdot 2^9=30\cdot 2^9$

9. $16^4+8^5+2^{13}+4^6=(2^4)^4+(2^3)^5+2^{13}+(2^2)^6=2^{16}+2^{15}+2^{13}+2^{12}=$
$=2^{12}\cdot(2^4+2^3+2+1)=2^{12}\cdot(16+8+2+1)=27\cdot 2^{12}$

10. $\begin{cases} x-y=2 \\ -2x+2y=-4 \end{cases}$

11. Trójkąt KML jest równoramienny, czyli kąty przy boku KL mają równe miary, które oznaczamy α. Kąt przy wierzchołku M trójkąta KML ma miarę $180°-2\alpha$. Trójkąt KQN jest prostokątny, a miara kąta przy wierzchołku N jest równa $90°-\alpha$. Kąty PMK i PMN są przyległe, czyli miara kąta PMN jest równa $180°-(180°-2\alpha)=2\alpha$. Z sumy miar kątów wewnętrznych trójkąta MPN wynika, że kąt MPN ma miarę $180°-(90°-\alpha+2\alpha)=90°-\alpha$. Kąty leżące przy boku PN trójkąta MPN mają równe miary, czyli $|PM|=|NM|$.



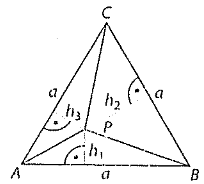
Trójkąt MPN jest zatem równoramienny.

12. a – długość boku kwadratu, wówczas $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ – długość promienia okręgu opisanego na tym kwadracie, $\frac{a}{2}$ – długości promienia okręgu wpisanego w ten kwadrat

Pole koła wpisanego w kwadrat jest równe $\pi\left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{\pi a^2}{4}$.

Pole pierścienia kołowego wyznaczonego przez okręgi opisany na kwadracie i wpisany w kwadrat jest równe: $\pi\left[\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2\right] = \pi\left(\frac{2a^2}{4} - \frac{a^2}{4}\right) = \frac{\pi a^2}{4}$.

13. A, B, C – wierzchołki trójkąta, P – punkt leżący wewnątrz trójkąta, a – długość boku trójkąta, h_1, h_2, h_3 – odległości punktu P od boków trójkąta ABC



Prowadzimy odcinki AP, BP i CP. Otrzymaliśmy trzy trójkąty: ABP, BCP i CAP, których wysokościami są odpowiednio odcinki o długościach h_1, h_2 i h_3. Suma pól trójkątów ABP, BCP i CAP jest równa polu trójkąta ABC, czyli $\frac{1}{2}ah_1 + \frac{1}{2}ah_2 + \frac{1}{2}ah_3 = \frac{1}{2}a(h_1 + h_2 + h_3) = \frac{1}{2}ah$, gdzie h – wysokość trójkąta ABC, a stąd $h_1 + h_2 + h_3 = h$.

14. Trójkąty PAK, KBL, LCM, MDN, NEO i OFP są równoramienne. Kąty wewnętrzne sześciokąta $ABCDEF$ mają miary po 120°. Czyli kąty przy podstawach w wymienionych sześciu trójkątach mają miary $\frac{180^\circ - 120^\circ}{2} = 30^\circ$. Trójkąty PAK, KBL, LCM, MDN, NEO i OFP są przystające, czyli

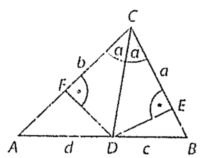
(1) $|PK| = |KL| = |LM| = |MN| = |NO| = |OP|$.

Kąty wewnętrzne sześciokąta $KLMNOP$ mają miary:

(2) $180^\circ - 2 \cdot 30^\circ = 120^\circ$.

Z (1) i (2) wynika, że sześciokąt $KLMNOP$ jest foremny.

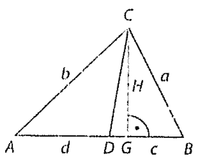
15. Odcinki DE i DF to wysokości trójkątów DBC i DAC. Trójkąty DEC i DFC są przystające (dlaczego?), czyli odcinki DE i DF mają równe długości. Oznaczmy: $h = |DE| = |DF|$.



$P_{\Delta DBC} = \frac{1}{2}ah$, $P_{\Delta DAC} = \frac{1}{2}bh$, czyli

(1) $\frac{P_{\Delta DBC}}{P_{\Delta DAC}} = \frac{a}{b}$

Odcinek CG jest wysokością trójkątów DBC i DAC poprowadzoną z wierzchołka C. Oznaczmy: $H = |CG|$.



$P_{\Delta DBC} = \frac{1}{2}cH$, $P_{\Delta DAC} = \frac{1}{2}dH$, czyli

(2) $\frac{P_{\Delta DBC}}{P_{\Delta DAC}} = \frac{c}{d}$.

Z (1) i (2) wynika, że $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

16. a – długość krawędzi sześcianu, objętość sześcianu $V_{sz} = a^3$

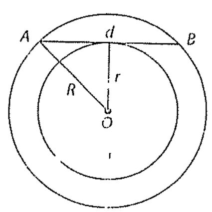
Podstawą każdego z ostrosłupów jest kwadrat o boku długości a, a wysokość jest równa $\frac{1}{2}a$, czyli suma objętości tych ostrosłupów jest równa: $6 \cdot \frac{1}{3}a^2 \cdot \frac{1}{2}a = a^3$.

17. $\frac{2n^2 - 4n}{n - 2} = \frac{2n(n - 2)}{n - 2} = 2n$, a ponieważ n jest liczbą całkowitą, to $2n$ jest także liczbą całkowitą.

18. Skoro $2x + 3y = 4$, to $6x + 9y = 3(2x + 3y) = 12$, a zatem $(6x + 9y)^2 = 144$, więc $(6x + 9y)^2 - 44 = 144 - 44 = 100$.

19. Jeżeli przyjmiemy, że krawędź sześcianu ma długość a, to suma odległości dowolnego punktu od dwóch przeciwległych ścian sześcianu jest równa długości krawędzi sześcianu, czyli a. Zatem suma odległości dowolnego punktu od sześciu ścian sześcianu jest równa $3a$. Z kolei suma długości wszystkich krawędzi sześcianu jest równa $12a$, więc czwarta część tej sumy jest także równa $3a$.

20. Pole pierścienia jest równe różnicy pól kół o promieniach odpowiednio R i r, czyli $\pi R^2 - \pi r^2 = \pi(R^2 - r^2)$.



Z kolei z twierdzenia Pitagorasa otrzymujemy:

$\left(\frac{1}{2}d\right)^2 + r^2 = R^2$, zatem $R^2 - r^2 = \frac{d^2}{4}$, czyli po podstawieniu do wzoru na pole pierścienia otrzymujemy $\pi(R^2 - r^2) = \pi\frac{d^2}{4}$.