

Algebra i Analiza Matematyczna

.....
Imię i Nazwisko

nr albumu

1. Dla jakich parametrów $k \in \mathbb{R}$ funkcjonal dwuliniowy $f : \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ dany wzorem

$$f((x_1, x_2)(y_1, y_2)) = (k - 3)x_1y_1 + 2x_1y_2 + 2x_2y_1 + kx_2y_2$$

jest iloczynem skalarnym? Dla $k = 1$ wyznaczyć macierz f w bazie $b_1 = (1, -1), b_2 = (0, 2)$.

2. Wyznaczyć bazę ortogonalną podprzestrzeni $V \subset \mathbb{R}^4$ danej równaniami

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 - 2x_4 = 0. \end{cases}$$

3. Wyznaczyć rzut ortogonalny wektora $v = (1, -3, 5)$ na podprzestrzeń $U : x_1 - 2x_2 + x_3 = 0$ w \mathbb{R}^3 . Obliczyć odległość v od U .

4. Zbadać wypukłość zbioru $W \subset \mathbb{R}^2$ danego warunkami

$$x^2 - 2x + 2y^2 \leq 1 \wedge y \leq \min\{\ln(x + e), \sqrt{1 - x}\} \wedge -e \leq x \leq 1.$$

5. Wyznaczyć rozwiązanie równania różniczkowego

$$y' + 2xy = \cos x e^{x^2} y^2$$

spełniające warunek początkowy $y(0) = 1$.

6. Wyznaczyć rozwiązanie ogólne równania różniczkowego

$$y'' - 6y' + 9y = xe^x$$

7. Wyznaczyć rozwiązanie ogólne układu równań różniczkowych

$$\begin{cases} y' = -y + 3z - 1 \\ z' = 3y - z - 5 \end{cases}$$