

Egzamin z Algebry i Analizy Matematycznej

14.06.2016

Imię i nazwisko....., nr alb.....

Zad 1. Dla jakich parametrów $m \in \mathbb{R}$ funkcjonal dwuliniowy

$$f((x_1, x_2), (y_1, y_2)) = x_1 y_1 + m x_1 y_2 + m x_2 y_1 + (3 - 2m) x_2 y_2$$

jest iloczynem skalarnym w \mathbb{R}^2 ? Dla $m = -1$ wyznaczyć bazę \mathbb{R}^2 , w której f ma macierz diagonalną.

Zad 1'. Wyznaczyć bazę ortogonalną podprzestrzeni $V \subset \mathbb{R}^4$ o równaniu $x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 = 0$.

Zad 2. Wyznaczyć rzut ortogonalny wektora $u = (1, -2, 3)$ na prostą $L \subset \mathbb{R}^3$ o równaniach $x_1 - x_3 = x_1 + 2x_3 + x_3 = 0$. Obliczyć odległość wektora u od tej prostej.

Zad 3. Zbadać wypukłość zbioru $W \subset \mathbb{R}^2$ danego warunkami

$$x^4 + y^2 \leq 1 \wedge y \geq \max\{e^{x^2} - 1, -\ln(x+1)\} \wedge x > -1.$$

Zad 4. Wyznaczyć rozwiązanie równania różniczkowego

$$y' - \frac{y}{x} = \frac{y^2}{\sqrt{x^2 + 1}}.$$

spełniające warunek $y(1) = 1$.

Zad 5. Podać rozwiązanie ogólne równania różniczkowego

$$y'' - 4y' + 4y = x e^{-x}.$$