KONKURS MATEMATYCZNY
dla uczniów szkół podstawowych w roku szkolnym 2013/214

II stopień zawodów (rejonowy)
30 listopada 2013 r.

Propozycja punktowania rozwiązań zadań

Uwaga:
Za każde poprawne rozwiązanie, inne niż przewidziane w propozycji punktowania rozwiązań zadań przyznajemy maksymalną liczbę punktów.

Klucz punktowania zadań zamkniętych

Nr zadania	1	2	3	4	5	6	7	8
odpowiedź	D	C	A	C	A	D	B	C

Zadanie 9. (0 – 4 pkt)
Jacek wyjeżdżając na czterodniową wycieczkę zabrał ze sobą pewną kwotę pieniędzy. W pierwszym dniu wydał 30% posiadanej kwoty, w drugim o 6 zł mniej niż w pierwszym, a w trzecim połowę pozostałych pieniędzy. Na czwarty dzień zostało mu jeszcze 27 zł. Oblicz, jaką kwotę pieniędzy zabrał Jacek na wycieczkę. Zapisz obliczenia.

Rozwiązanie 1.
Z treści zadania wnioskujemy, że trzeciego dnia Jacek wydał 27 zł, czyli trzeciego i czwartego dnia wydał razem 54 zł.
Pierwszego i drugiego dnia wydał 60% posiadanej na początku kwoty minus 6 zł., zatem w trzecim i czwartym dniu pozostało mu 40% posiadanej kwoty plus 6 zł.
Na podstawie powyższych informacji wnioskujemy, że 40% posiadanej kwoty plus 6 zł jest równe 54 zł.
Stąd 40% posiadanej kwoty jest równe 48 zł.
Obliczamy kwotę, jaką Jacek zabrał na wycieczkę: $48:0,4=120$ zł.
Odp. Jacek zabrał na wycieczkę 120 zł.

Sposób oceniania rozwiązania 1.
1 pkt – za ustalenie kwoty wydanej trzeciego dnia: 27 zł
1 pkt – za ustalenie kwoty wydanej pierwszego i drugiego dnia: 60% zabranej kwoty minus 6zł.
1 pkt – za ustalenie kwoty pozostałej na trzeci i czwarty dzień: 40% zabranej kwoty plus 6zł
1 pkt – za obliczenie kwoty zabranej na wycieczkę: 120 zł.

Rozwiązanie 2.

Jacek zabrał na wycieczkę x zł.

	wydatki	pozostało
pierwszy dzień	$30\%x$	$x-30\%x=70\%x$
drugi dzień	$30\%x-6$	$70\%x-(30\%x-6)=40\%x+6$
trzeci dzień	$\frac{1}{2}(40\%x+6)=20\%x+3$	27
czwarty dzień	27	0

Uwaga:
Uczeń może zapisać zależności używając, zamiast oznaczeń procentowych, ułamków dziesiętnych lub zwykłych.

Zapisujemy równanie:

$$40\%x+6=54$$

lub

$20\%x+3=27$, rozwiązujemy je i otrzymujemy liczbę 120.

Uwaga:
Uczeń może zapisać równanie: $30\%x+30\%x-6+20\%x+3+27=x$

Sposób oceniania rozwiązania 2.

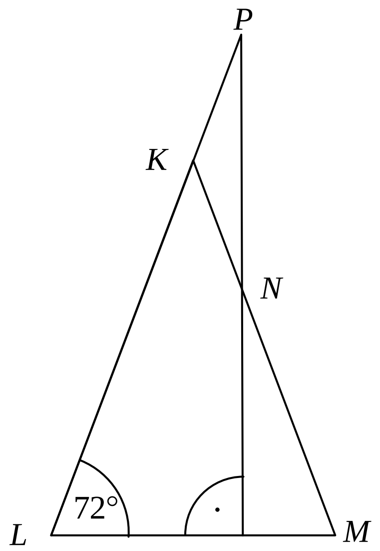
1 pkt – za ustalenie kwoty jaka pozostała po pierwszym dniu wycieczki, np.: $70\%x$ lub $\frac{7}{10}x$.

1 pkt – za ustalenie kwoty jaka pozostała po drugim dniu wycieczki, np.: $40\%x+6$ lub $\frac{4}{10}x+6$

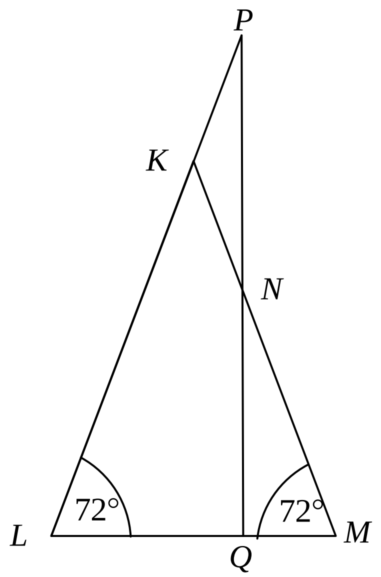
1 pkt – za zapisanie równania $\frac{4}{10}x+6=54$
lub
za ustalenie kwoty wydanej w trzecim dniu wycieczki, np. $20\%x+3$ i zapisanie równania: $20\%x+3=27$

1 pkt – za obliczenie kwoty zabranej na wycieczkę: 120 zł.

Zadanie 10. (0 – 4 pkt)
W trójkącie *LMK* boki *KL* oraz *KM* mają taką samą długość, a miara kąta *KLM* jest równa $72°$. Przez punkt *N* leżący na boku *KM* poprowadzono prostą prostopadłą do boku *LM* trójkąta, która przecina prostą *KL* w punkcie *P* (zobacz rysunek). Oblicz miary kątów trójkąta *KNP*.



<u>Przykładowe rozwiązanie</u>



Z warunku zadania: $|LK| = |MK|$ wynika, że trójkąt *LMK* jest równoramienny, więc $|\angle KLM| = |\angle LMK| = 72°$.

Z sumy kątów w trójkącie *LQP* mamy: $|\angle LPQ| = 180° - 90° - 72° = 18°$.

Z sumy kątów w trójkącie *QMN* obliczamy miarę kąta *QNM*: $|\angle QNM| = 180° - 90° - 72° = 18°$.

Kąty *QNM* i *KNP* są kątami wierzchołkowymi, więc $|\angle KNP| = 18°$.

Miarę kąta *PKN* można obliczyć z sumy kątów w trójkącie *KNP*: $|\sphericalangle PKN| = 180° - 2 \cdot 18° = 144°$

lub

z sumy kątów w trójkącie *LMK* obliczamy $|\sphericalangle LKM| = 180° - 2 \cdot 72° = 36°$, a następnie korzystamy z własności kątów przyległych do obliczenia miary kąta *PKN*: $|\sphericalangle PKN| = 180° - 36° = 144°$.

Sposób oceniania

1 pkt – za ustalenie, że z własności trójkąta równoramiennego wynika równość kątów $|\sphericalangle KLM| = |\sphericalangle LMK| = 72°$.

uwaga:

Uczeń nie musi zapisywać powyższej zależności. Punkt przyznajemy, gdy uczeń skorzysta z powyższej równości kątów w rozwiązaniu.

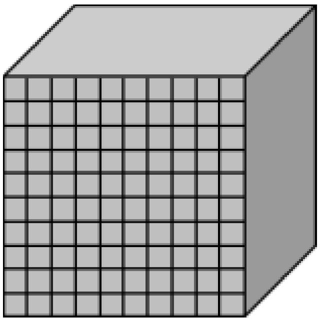
1 pkt – za obliczenie jednego z kątów: $|\sphericalangle QNM| = 18°$ lub $|\sphericalangle KPN| = 18°$.

1 pkt – za obliczenie dwóch kątów w trójkącie *KNP*, np. $|\sphericalangle KNP| = |\sphericalangle KPN| = 18°$

1 pkt – za obliczenie miary wszystkich kątów w trójkącie *KNP*: $|\sphericalangle KNP| = |\sphericalangle KPN| = 18°$ oraz $|\sphericalangle PKN| = 144°$.

Zadanie 11. (0 – 4 pkt)

Drewniany klocek sześcienny pomalowano, a następnie rozcięto na 1000 jednakowych sześcianików. Z otrzymanych kostek zbudowano prostopadłościan o podstawie kwadratowej, układając kostki warstwami po 25 sztuk w ten sposób, że wszystkie pomalowane ścianki kostek położone są na powierzchni utworzonej bryły. Oblicz, ile niepomalowanych ścianek kostek znajduje się na powierzchni tego prostopadłościanu.



Rozwiązanie 1.

Liczba warstw w prostopadłościanie jest równa $1000 \div 25 = 40$. Prostopadłościan ma wymiary $5 \times 5 \times 40$.

Pomalowanych ścianek w sześcianie jest $6 \cdot 10^2 = 600$, wszystkich ścianek na powierzchni zbudowanego prostopadłościanu jest $4 \cdot 5 \cdot 40 + 2 \cdot 25 = 850$; stąd niepomalowanych ścianek jest $850 - 600 = 250$.

Jest to różnica pól powierzchni obu brył.

Sposób oceniania rozwiązania 1.

1 pkt – za obliczenie liczby pomalowanych ścianek w sześcianie – 600 albo wysokości prostopadłościanu liczonej w kostkach – 40.
1 pkt – za obliczenie liczby pomalowanych ścianek w sześcianie – 600 i wysokości prostopadłościanu liczonej w kostkach – 40.
1 pkt – za obliczenie liczby wszystkich ścianek występujących na powierzchni sześcianu – 600 i prostopadłościanu – 850.
1 pkt – za obliczenie liczby niepomalowanych ścianek na powierzchni prostopadłościanu – 250.

Rozwiązanie 2.

Liczba warstw w prostopadłościanie jest równa $1000 \div 25 = 40$. Prostopadłościan ma wymiary $5 \times 5 \times 40$.

Obliczamy liczbę kostek z pomalowanymi ściankami w sześcianie: pomalowane 3 ścianki: 8 kostek, pomalowane 2 ścianki: $12 \cdot 8 = 96$ kostek, 1 ścianka pomalowana: $6 \cdot 64 = 384$ kostki.

Obliczamy liczbę kostek w prostopadłościanie: kostki narożne: 8, kostki przy krawędziach (bez kostek przy wierzchołkach): $4 \cdot 38 + 8 \cdot 3 = 176$, kostki na ścianach (bez kostek przy krawędziach): $4 \cdot 3 \cdot 38 + 2 \cdot 3 \cdot 3 = 474$. Można wyniki zebrać w tabelce:

	liczba kostek w sześcianie	liczba kostek w prostopadłościanie
3 ścianki pomalowane	8	8
2 ścianki pomalowane	96	176
1 ścianka pomalowana	384	474

Sześcianików z 3 pomalowanymi ściankami wystarczy, z 2 pomalowanymi ściankami zabraknie $176 - 96 = 80$, z 1 pomalowaną ścianką zabraknie $474 - 384 = 90$. Liczba niepomalowanych ścianek kostek na powierzchni prostopadłościanu jest równa $2 \cdot 80 + 90 = 250$.

Sposób oceniania rozwiązania 2.

1 pkt – za obliczenie liczby kostek z pomalowanymi ściankami w sześcianie – 8, 96, 384 albo wysokości prostopadłościanu liczonej w kostkach – 40.
1 pkt – za obliczenie liczby kostek z pomalowanymi ściankami w sześcianie - 8, 96, 384 i wysokości prostopadłościanu liczonej w kostkach – 40.
1 pkt – za obliczenie liczby kostek z pomalowanymi ściankami w sześcianie - 8, 96, 384 i w prostopadłościanie – 8, 176, 474.
1 pkt – za obliczenie liczby niepomalowanych ścianek na powierzchni prostopadłościanu: $2 \cdot 80 + 90 = 250$.