Propozycja punktowania rozwiązań zadań

Uwaga1.

Łącznie uczeń może zdobyć **25 punktów.**

Do etapu wojewódzkiego zakwalifikowani będą uczniowie, którzy w etapie rejonowym uzyskają **co najmniej 80% punktów** możliwych do zdobycia **(co najmniej 20 punktów).**

Uwaga2.

Za każde poprawne rozwiązanie inne niż przewidziane w propozycji punktowania rozwiązań zadań przyznajemy **maksymalną** liczbę punktów.

ROZWIĄZANIA ZADAŃ ZAMKNIĘTYCH

Nr zadania	**1.**	**2.**
Maks. liczba punktów	1 pkt	1 pkt
Odpowiedź poprawna	**C**	**D**

Zadanie 3. ***(2 pkt)***

Dany jest ułamek $\frac{a}{b}$, gdzie a oraz b są liczbami rzeczywistymi i $b \neq 0$ oraz $b \neq -a$. Do mianownika tego ułamka dodano liczbę a. Jaką liczbę należy teraz dodać do licznika, aby otrzymać ułamek równy danemu?

Uczeń: • zapisuje zależność wynikającą z treści zadania, • wyznacza szukany składnik.	 1 p 1 p

1. $\frac{a}{b} = \frac{a+x}{b+a}$

2.

$ab + a^2 = ab + bx$

$bx = a^2$

$x = \frac{a^2}{b}$

Odp. Do licznika należy dodać liczbę $x = \frac{a^2}{b}$.

Zadanie 4. ***(3 pkt)***

Średnia arytmetyczna miar kątów wewnętrznych wielokąta wypukłego wynosi 160^0. Ile boków ma ten wielokąt? Uzasadnij odpowiedź.

Uczeń: • zapisuje wzór na sumę kątów wewnętrznych wielokąta, • układa równanie stosując definicję średniej arytmetycznej, • rozwiązuje równanie i podaje odpowiedź.	 1 p 1 p 1 p

1. suma kątów wewnętrznych n-kąta wynosi $(n-2)\cdot 180°$,
2. z własności średniej arytmetycznej: $\frac{(n-2)\cdot 180°}{n} = 160°$
3. $(n-2)\cdot 180 = 160n$
   $180n - 160n = 360$
   $20n = 360$
   $n = 18$

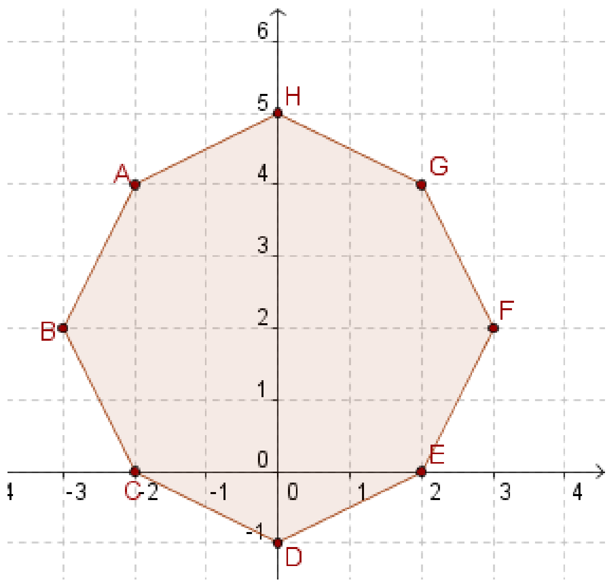
Odp. Szukanym wielokątem jest osiemnastokąt.

Zadanie 5. ***(4 pkt)***

W prostokątnym układzie współrzędnych na płaszczyźnie zaznaczono punkty: $A(-2,4)$, $B(-3,2)$, $C(-2,0)$, $D(0,-1)$, $E(2,0)$, $F(3,2)$, $G(2,4)$, $H(0,5)$. Sprawdź, czy ośmiokąt *ABCDEFGH* jest foremny i podaj argumenty uzasadniające odpowiedź.

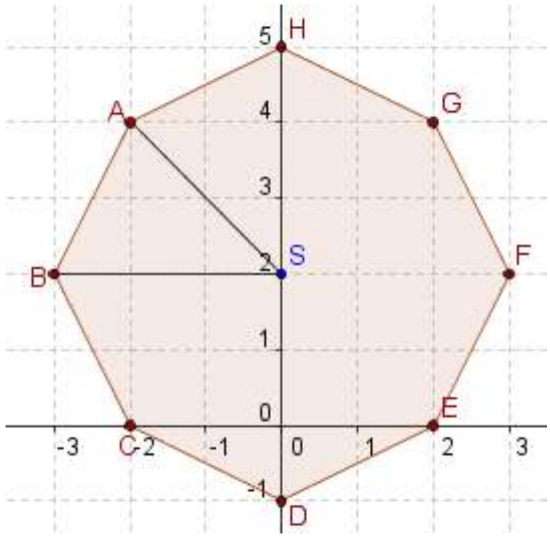
Uczeń: • rysuje w układzie współrzędnych ośmiokąt *ABCDEFGH* • uzasadnia, że ośmiokąt ma boki równej długości • uzasadnia, że kąty wewnętrzne ośmiokąta nie są równe, • zapisuje wniosek – ośmiokąt nie jest foremny.	 1 p 1 p 1 p 1 p

1. rysunek:



2. wszystkie boki ośmiokąta mają tę samą długość – są przekątnymi prostokątów o wymiarach 1[j] na 2[j],

3. kąty wewnętrzne ośmiokąta *ABCDEFGH* nie są równe, ponieważ trójkąt *ABS* nie jest równoramienny ($|BS| = 3$, $|AS| = 2\sqrt{2}$), a zatem ma różne kąty przy podstawie.



<u>wniosek:</u> ośmiokąt *ABCDEFGH* nie jest foremny, ponieważ ma boki równej długości, ale jego kąty wewnętrzne nie są równe.

Zadanie 6. *(4 pkt.)*

Znajdź wszystkie liczby całkowite spełniające równanie: $\frac{|x|}{x} \cdot (x-1) = -1$.

Uczeń: • ustala, jakie dwa przypadki należy rozpatrzyć rozwiązując dane równanie • wykazuje, że równanie nie ma rozwiązania w pierwszym przypadku, • wykazuje, że równanie nie ma rozwiązania w drugim przypadku, • zapisuje wniosek – równanie nie ma pierwiastków.	 1 p 1 p 1 p 1 p

Aby iloczyn dwóch liczb całkowitych był równy (-1) musi zachodzić:

1. $\begin{cases} x-1=1 \\ \frac{|x|}{x} = -1 \\ x \in C \end{cases}$ lub 2. $\begin{cases} x-1=-1 \\ \frac{|x|}{x} = 1 \\ x \in C \end{cases}$

<u>W 1. przypadku</u> układ równań nie ma rozwiązań w zbiorze liczb całkowitych, bo pierwsze równanie spełnia tylko liczba 2, ale nie spełnia ona drugiego równania $\left(\frac{|2|}{2} \neq -1\right)$.

<u>W 2. przypadku</u> układ równań nie ma rozwiązań w zbiorze liczb całkowitych, bo pierwsze równanie spełnia tylko liczba 0, ale nie może być ona pierwiastkiem drugiego równania (nie można dzielić przez zero).

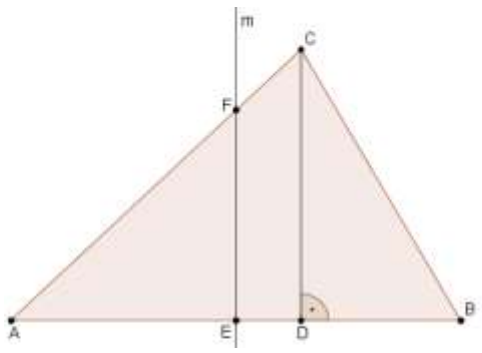
<u>Wniosek:</u> Żadna liczba całkowita nie spełnia danego równania.

Zadanie 7. ***(5 pkt)***

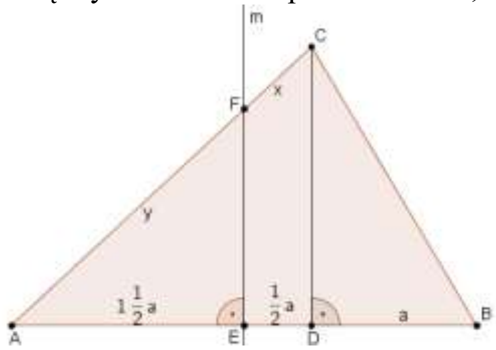
W trójkącie ostrokątnym *ABC* wysokość *CD* dzieli podstawę *AB* w stosunku 2:1. Prosta *m* przechodzi przez środek podstawy *AB* i jest równoległa do wysokości *CD*. Oblicz stosunek długości odcinków, na jakie prosta *m* dzieli ramię *AC* trójkąta *ABC*.

Uczeń:	
• analizuje treść zadania, wykonuje rysunek,	1 p
• zapisuje zależności pomiędzy odcinkami w podstawie *AB*,	1 p
• zauważa i uzasadnia podobieństwo trójkątów,	1 p
• zapisuje odpowiednią proporcję,	1 p
• wyznacza wartość ilorazu $\frac{x}{y}$.	1 p
Uwaga: Uczeń, który nie uzasadni podobieństwa trójkątów może otrzymać **maksymalnie 2 punkty** za rozwiązanie zadania.	

1. analiza treści zadania, rysunek



2. zapisanie zależności pomiędzy odcinkami w podstawie AB,



3. $\Delta ADC \cong \Delta AEF \quad (kk)$ - mają wspólny kąt przy wierzchołku A i po jednym kącie prostym

4. $\frac{y}{x+y} = \frac{1{,}5a}{2a}$

   $2ay = 1{,}5ax + 1{,}5ay$

5. $0{,}5y = 1{,}5x$

   $\frac{y}{x} = \frac{3}{1}$

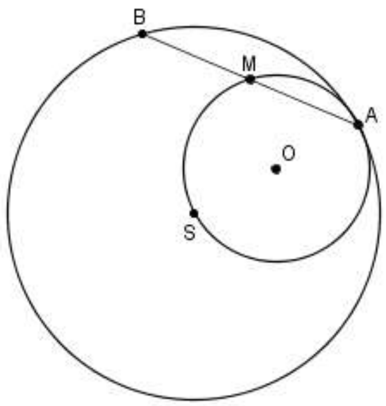
Odp. Prosta *m* dzieli ramię *AC* trójkąta *ABC* na dwa odcinki *x* i *y* takie, że: $x : y = 1 : 3$.

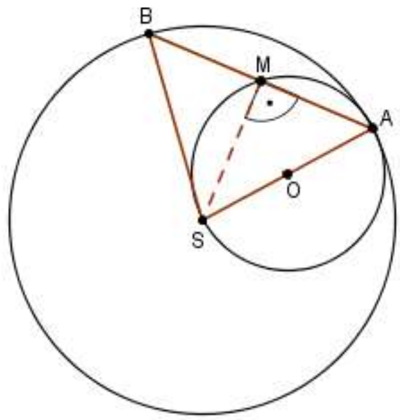
Zadanie 8. ***(5 pkt)***

Dany jest okrąg o środku w punkcie *O*. Z punktu *S* leżącego na tym okręgu narysowano drugi okrąg o środku *S*, otrzymując w ten sposób okręgi wewnętrznie styczne – punkt styczności oznaczono *A*. Z punktu styczności wykreślono cięciwę *AB* większego okręgu (nie będącą średnicą), która przecięła mniejszy okrąg w punkcie *M*. Uzasadnij, że odcinki *AM* i *BM* mają równe długości.

Uczeń: • analizuje treść zadania i wykonuje rysunek, • zauważa, że punkt O należy do odcinka SA • stosuje twierdzenie o kącie wpisanym opartym na średnicy, • uzasadnia, że trójkąt ABS jest równoramienny • zapisuje poprawny wniosek – w trójkącie równoramiennym odcinek prostopadły do podstawy jest wysokością trójkąta i dzieli podstawę na dwie równe części.	 1 p 1 p 1 p 1 p 1 p

1. rysunek





2. okręgi są wewnętrznie styczne, więc: *SA* – średnica okręgu o środku *O* i *SA* – promień okręgu o środku *S*
3. $|\angle SMA| = 90°$ - kąt wpisany oparty na średnicy, odcinek *SM* jest prostopadły do odcinka *AM*
4. *SA*, *SB* – promienie okręgu o środku *S*, zatem ΔASB – równoramienny
5. *SM* – wysokość trójkąta równoramiennego *ASB*, dzieli podstawę na równe części

wniosek – w trójkącie równoramiennym *ASB* odcinek *SM* prostopadły do podstawy *AB* jest wysokością tego trójkąta i dzieli podstawę *AB* na dwie równe części, czyli |*AM*| = |*BM*|.