# Zbiór zadań z fizyki

(dla gimnazjalistów i nie tylko)

Autor: mgr inż. **Roman Paszkowski**

Piaseczno 2008

# Zbiór zadań z fizyki.

Autor: **mgr inż. Roman Paszkowski**



.

( to opracowanie będzie uzupełniane i poprawiane )

## Wstęp.

W fizyce mamy wiele wielkości fizycznych. Te, które są związane z kierunkiem i zwrotem działania, nazywamy wielkościami **wektorowymi** np: prędkość, siła, przyspieszenie, oraz **niezwiązane** z kierunkiem działania, tak zwane **skalarne**: praca, moc, masa, gęstość.

Dlatego w fizyce, rozwiązując zadania tekstowe należy zawsze **zilustrować** treść zadania, (rysunek nie musi być dziełem artystycznym) narysować **oś** kierunkową, lub układ współrzędnych, zaznaczyć wszystkie dane z treści zadania, a także szukane wielkości ze znakiem zapytania. Dzięki osi kierunkowej lub układowi współrzędnych, zawsze będziemy wiedzieli, czy dana wielkość fizyczna jest dodatnia (zwrot wektora danej wielkości jest zgodny ze zwrotem osi), czy ujemna (zwrot wektora danej wielkości fizycznej skierowany jest w stronę przeciwną, do zwrotu osi). Jednoznacznie określimy zwrot i znak znalezionego rozwiązania, danego zadania. Ułatwi nam to przede wszystkim napisanie równań, które doprowadzą do rozwiązania zadania. Patrząc na rysunek, na którym narysujemy wektory, o których jest mowa w treści zadania, opiszemy je symbolami literowymi ( każda wielkość fizyczna ma swój przyjęty symbol literowy: prędkość **v**, droga **S**, przyspieszenie **a**, moc **P**, praca **W** itd.) i przystępujemy do napisania równań.. Przy wielkościach szukanych możemy postawić znak zapytania. Wszystkie wielkości fizyczne mają swoją wartość, którą wyrażamy w liczbach i danych jednostkach. Aby nie było pomyłek w rozwiązaniach, należy wszystkie wielkości fizyczne przedstawiać w jednostkach Układu SI, bo wszystkie wzory są tak skonstruowane, że ten warunek musi być spełniony. Zwróćmy uwagę, aby nie było tych samych nazw wielkości fizycznych, dla różnych wartości.

Aby nie było wątpliwości, czy dana litera jest symbolem literowym danej wielkości fizycznej, czy jednostką, zaleca się pisanie jednostek w nawiasie kwadratowym. Zmniejsza to również ryzyko popełnienia błędu przy upraszczaniu liczb, z niestarannie napisanymi jednostkami.

**Mam nadzieję, że to opracowanie pomoże młodzieży zrozumieć fizykę, poznać metody rozwiązywania zadań i poczuć przyjemność w obcowaniu z tym przedmiotem.**

**Nie wierzcie tym, którzy powtarzają: „fizyka jest trudna", bo to stwierdzenie wytwarza w Was dystans, do tego przedmiotu. Tylko systematyczna praca daje wspaniałe efekty.**

## Spis treści: Str.

# 1. Przeliczanie jednostek.

Kto nie ma wprawy w przeliczaniu jednostek, przelicza najpierw na podstawową jednostkę w Układzie SI, a następnie na żądaną.

| | | |
|---|---|---|
| tera- | $10^{12}$ | T |
| giga- | $10^{9}$ | G |
| mega- | $10^{6}$ | M |
| kilo- | $10^{3}$ | k |
| hekto- | $10^{2}$ | h |
| deka- | 10 | da |
| | 1 | |
| decy- | $10^{-1}$ | d |
| centy- | $10^{-2}$ | c |
| mili- | $10^{-3}$ | m |
| mikro- | $10^{-6}$ | µ |
| nano- | $10^{-9}$ | n |
| piko- | $10^{-12}$ | p |
| femto- | $10^{-15}$ | f |

**Przykład 1.** Przelicz jednostki:

345 [mm] = ? [cm]

Pamiętaj o podstawowej zasadzie: ile razy nowa jednostka jest większa, tyle razy liczba przy niej stojąca jest mniejsza. I odwrotnie.

$345[mm] = 345 \cdot 10^{-3}[m] = 345 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{2}[cm] = 345 \cdot 10^{-1}[cm] = 34,5[cm]$

**Objaśnienie:**

Współczynnik $10^{-3}$ wynika z tego, że metr, jest tysiąc razy większy od milimetra, więc liczba musi być tysiąc razy mniejsza. Dzielimy przez tysiąc, lub mnożymy przez jedną tysięczną, w zapisie matematycznym, razy dziesięć, z wykładnikiem ujemny, minus trzy. Współczynnik $10^{2}$, dlatego, że centymetr jest sto razy mniejszy od metra, więc liczba sto razy większa. Wykładnik potęgi liczby 10 wynosi plus dwa. Razem potęga liczby 10 wynosi minus jeden. Kto wie, że 10 razy jest większy centymetr od milimetra, to od razu przesunie przecinek w lewą stronę o jedno miejsce, zmniejszając liczbę dziesięciokrotnie.

**Przykład 2**:

14256[µPa] = ? [hPa]

$14256[\mu Pa] = 14256 \cdot 10^{-6} \cdot 10^{-2}[hPa] = 14256 \cdot 10^{-8}\ [hPa] = 1,4256 \cdot 10^{-4}[hPa]$

**Objaśnienie** do przykładu drugiego:

Przelicznik $10^{-6}$ , paskal jest jednostką ciśnienia większą milion razy, od mikro paskala. Jeżeli jednostka milion razy większa, to liczba stojąca przed jednostką będzie milion razy mniejsza. (Wykładnik liczby 10 ujemny, minus sześć). Współczynnik $10^{-2}$ ,przedrostek hekto- oznacza, że jednostka jest sto razy większa od paskala, więc liczba będzie sto razy mniejsza. Wykładnik potęgi wynosi minus dwa. Łącznie wykładnik potęgi wynosi, zgodnie z zasadami matematyki minus osiem. W technice podaje się pierwszą liczbę znaczącą, a następnie rząd wielkości przy pomocy liczby 10 i jej wykładnika potęgi.

**Zadania:**

1. 16,5 [cm] = [m]
2. 356 [mm] = [dm]
3. 0,056 [km] = [dam]
4. 67,3 [dam] = [hm]
5. 1,03 [m] = [mm]
6. 0,003 [hm] = [km]
7. 1,456 [cm] = [dam]
8. 44,8 [mm] = [m]
9. 0,0002 [km] = [dm]
10. 0,0012 [m] = [mm]
11. 23,9 [hm] = [dm]
12. 78,0 [dm] = [cm]
13. 136,5 [cm] = [m]
14. 35,6 [mm] = [dm]
15. 8,56 [km] = [dam]
16. 67,3 [dam] = [hm]
17. 1,03 [m] = [mm]
18. 0,38 [hm] = [km]
19. 31,6 [cm] = [dam]
20. 2,89 [mm] = [m]
21. 0,602 [km] = [dm]
22. 0,12 [m] = [mm]
23. 123,9 [hm] = [dm]
24. 7,80 [dm] = [cm]
25. 1,785 [cm] = [m]
26. 3,56 [mm] = [dm]
27. 7,656 [km] = [dam]
28. 67,7 [dam] = [hm]
29. 51,03 [m] = [mm]
30. 0,0983 [hm] = [km]
31. 45,6 [cm] = [dam]
32. 474,8 [mm] = [m]
33. 0,0267 [km] = [dm]
34. 0,0051 [m] = [mm]

35. 0,239 [hm] = [dm]
36. 478,0 [dm] = [cm]
37. 6,98 [ dm] = [ mm]
38.0,000004 [km] = [mm]
39. 0,854 [hm] = [dm]
40. 4,8 [cm] = [m]

# 2. Dodawanie sił.

Siła jest wielkością wektorową. Kierunek jej działania może być dowolny. My ograniczymy się do sił działających wzdłuż jednej prostej, oraz do sił, o kierunkach do siebie prostopadłych. Jeżeli siły działają wzdłuż jednej prostej np: siły poziome, to zdajemy sobie sprawę, że ich zwroty mogą być skierowane w stronę lewą, lub w stronę prawą. Rysujemy linię poziomą, a na niej wektory sił, z ich nazwami ( $\mathbf{F_1}$, $\mathbf{F_2}$ itd.), zgodnie z treścią zadania. Następnie rysujemy oś kierunkową równoległą do kierunku działania sił. Może być ona skierowana w stronę lewą lub prawą. To tylko i wyłącznie zależy od człowieka rozwiązującego zadanie. Narysowany wektor siły o zwrocie zgodnym, ze zwrotem osi, jest dodatni, a o zwrocie przeciwnym, ujemny. W zadaniach z dodawania wektorów możemy obliczać siłę wypadkową $\mathbf{F_W}$, lub siłę równoważącą $\mathbf{F_R}$**.** Siła wypadkowa jest sumą algebraiczną dodawanych sił, a więc bierzemy pod uwagę znaki sił, zwracając baczną uwagę na zwrot narysowanej siły, w stosunku do zwrotu osi. Siła równoważąca $\mathbf{F_R}$, jest to siła o kierunku, wartości i punkcie przyłożenia taka sama, jak siła wypadkowa, lecz o zwrocie przeciwnym.

$$\mathbf{F_W = F_1 + F_2 + F_3 + \ldots\ldots..}$$

Aby ciało było w równowadze, zgodnie z pierwszą zasadą dynamiki Newtona, na to ciało, nie może działać jakakolwiek siła zewnętrzna, lub wszystkie działające siły, muszą się wzajemnie równoważyć.

$$\mathbf{F_W + F_R = 0}$$

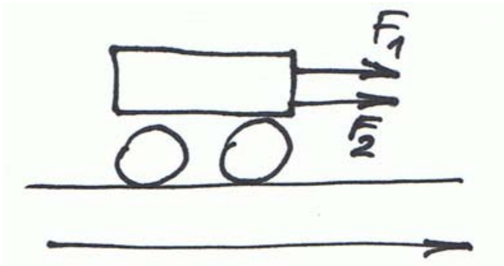
Zawsze, siłą działającą na ciało o kierunku pionowym, skierowanym do dołu, jest siła ciężkości, (ciężar ciała) $\mathbf{F_G}$, nazywana siłą grawitacji. Obliczamy ją mnożąc masę ciała **m**, wyrażoną w jednostce masy, kilogram [kg], przez przyspieszenie ziemskie **g**, wyrażane w [m/s$^2$], zgodnie z drugą zasadą dynamiki Newtona. Przyjmujemy z małym przybliżeniem
**g** = 10[m/s$^2$]

$$\mathbf{F_G = m \cdot g}$$

**Przykład 1:**

Dwaj chłopcy razem ciągną wózek w jedną stronę siłami: $\mathbf{F_1}$ = 100[N] i $\mathbf{F_2}$ = 150[N]. Oblicz siłę wypadkową $\mathbf{F_W}$ i siłę równoważącą $\mathbf{F_R}$.

Nie wiemy, czy chłopcy ciągną wózek w stronę lewą, czy w prawą. Treść zadania nie jest jednoznaczna. Zakładamy, że ciągną w stronę prawą. W tym samym kierunku ( poziomo ) i o zwrocie w prawo skierujemy oś kierunkową.




Teraz rysujemy na poziomym torze ( pozioma kreska), wózek i dwie siły skierowane w prawą stronę, nazywając $\mathbf{F_1}$ i $\mathbf{F_2}$. Chłopców nie musimy rysować. Przystępujemy do obliczenia siły wypadkowej:

$$\mathbf{F_W = F_1 + F_2} = 100[N] +150[N] = 250[N]$$

Obie siły dodatnie, ponieważ skierowane są zgodnie z dodatnim kierunkiem osi.
Obliczamy siłę równoważącą, a więc siłę, która mimo działania dwóch chłopców, spowoduje zatrzymanie wózka. ( lub będzie poruszał się po linii prostej ruchem jednostajnym, zgodnie z pierwszą zasadą dynamiki Newtona)

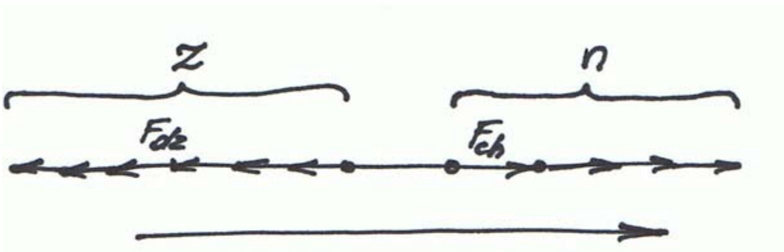
$$\mathbf{F_W + F_R = 0}$$

$$\mathbf{F_R = -F_W} = -250[N]$$

Wnioskujemy, że siła równoważąca ma kierunek siły wypadkowej, ten sam punkt zaczepienia i wartość liczbową, ale o przeciwnym znaku, czyli o zwrocie przeciwnym. Świadczy o tym znak minus.

**Przykład 2.**

W zawodach przeciągania liny wzięli udział: trzej chłopcy $\mathbf{n}$ = 3, ciągnąc siłami $\mathbf{F_{Ch}}$ = 50[N] każdy i cztery dziewczynki $\mathbf{z}$ = 4, ciągnąc siłami $\mathbf{F_{Dz}}$ = 40[N] każda. Oblicz siłę wypadkową $\mathbf{F_W}$ i siłę równoważącą $\mathbf{F_R}$.
Rysujemy linię poziomą, a następnie trzy siły ( chłopcy ) w stronę prawą, a cztery siły w stroną lewą, oraz je opisujemy. Tak jak poprzednio, rysujemy oś kierunkową w stronę prawą. Przystępujemy do obliczeń.




$\mathbf{F_W = F_{Ch} - F_{Dz}}$

$\mathbf{F_W = n \cdot F_{Ch} - z \cdot F_{Dz}}$

$\mathbf{F_W}$ = 3·50[N] - 4·40[N] = 150[N] – 160[N] = -10[N]

**Wniosek**: silniejsze są dziewczynki o 10[N]. Lina przesuwać się będzie w lewą stronę, przeciwnie do zwrotu osi.

Obliczamy siłę równoważącą:

$$\mathbf{F_W + F_R = 0}$$

$$\mathbf{F_R = -F_W} = -(-10[N]) = 10[N]$$

**Wniosek**: Siła równoważąca jest skierowana zgodnie z osią i ma wartość $F_R$ = 10[N]
Po przyłożeniu tej siły, lina jak i zawodnicy będą stać w miejscu ( lub zgodnie z pierwszą zasadą dynamiki Newtona, będzie poruszać się ruchem jednostajnym, po linii prostej ).

**Zadania:**

Do każdego zadania narysuj schemat działających sił, ich nazwy i oś kierunkową ( ilustrację).

**Zad 1**. Dwaj chłopcy ciągną sanki siłami $\mathbf{F_1}$ = 100[N] i $\mathbf{F_2}$ = 150[N]. Oblicz siłę wypadkową $\mathbf{F_W}$ działającą na sanki.

**Zad 2**. Traktor ciągnie dwie jednakowe przyczepy z siłą **F** = 600[N]. Jaki opór stawia każda przyczepa, i w którą stronę jest skierowany ten opór?

**Zad 3**. W zawodach przeciągania liny, za jej jeden koniec ciągnie **n** = 6 dziewczynek, a za drugi **m** = 4 chłopców. Każda dziewczynka ciągnie siłą $\mathbf{F_d}$ = 100[N], a każdy chłopiec siłą $\mathbf{F_c}$ = 150 [N]. Oblicz siłę wypadkową z jaką ciągną linę chłopcy, siłę wypadkową dziewcząt, a także, jaka działa siła wypadkowa na linę?

**Zad 4**. Na balon działa siła wyporu (nośna) skierowana do góry, o wartości $\mathbf{F_A}$ = 1200[N]. Ciężar balonu wynosi **G** = 400[N], a w koszu – gondoli, znajduje się człowiek o ciężarze $\mathbf{F_G}$ = 100 [N]. Oblicz siłę wypadkową działającą na balon. Jaką ma wartość siła (równoważąca) utrzymująca balon tuż nad ziemią, gdy jest on na tzw. uwięzi?

**Zad 5**. Trzej chłopcy ciągną wózek siłami $\mathbf{F_1}$ = 20[N], $\mathbf{F_2}$ = 40[N] i $\mathbf{F_3}$ = 60[N]. Jaka siła wypadkowa działa na wózek? Oblicz siłę równoważącą potrzebną do zatrzymania wózka.

**Zad 6**. Człowiek niesie trzy przedmioty o ciężarach: $\mathbf{G_1}$ = 25[N], $\mathbf{G_2}$ = 40[N] i $\mathbf{G_3}$ = 35[N]. Oblicz ciężar całkowity i siłę równoważącą, z jaką dźwiga człowiek te ciała.

**Zad 7.** Aby przesunąć szafę trzeba działać na nią siłą **F** = 500[N]. Jaką siłą musi działać drugi chłopiec, jeżeli pierwszy jest w stanie pchać szafę siłą $\mathbf{F_1}$ = 300[N]?

**Zad 8.** Ilu chłopców jest potrzebnych, aby wciągnąć do góry ciężar **G** = 1800 [N], jeżeli wiadomo, że każdy z nich działa jednakową siłą **F** = 400[N]?

**Zad 9.** Człowiek trzyma jedną ręką teczkę o masie **m** = 5 [kg], oraz ciężar **F** =60 [N] znajdujący się w niej. Oblicz siłę równoważącą oddziaływania ręki.

**Zad 10**. Zosia kupiła $\mathbf{m_1}$ = 5 [kg] jabłek i $\mathbf{m_2}$ = 6 [kg] gruszek. Jaki ciężar działa na rękę Zosi podczas niesienia owoców? Nazwij siłę oddziaływania Zosi. Ile ona wynosi?

**Zad 11**. Jacek trzyma paczkę z cukierkami siłą **F** = 38 [N]. Oblicz masę cukierków, jeżeli wiadomo, że masa pudełka wynosi $\mathbf{m_p}$ = 0,8 [kg].

**Zad 12**. Tramwaj ma masę $\mathbf{m_t}$ = 12 000 [kg] i wiadomo, że jedzie w nim **z** = 50 pasażerów, a każdy o średniej masie **m** = 70 [kg]. Z jaką siłą całkowitą naciska tramwaj na tory podczas jazdy, i jaką siłą naciska każde koło na szynę, przy założeniu równomiernego rozkładu mas na cztery koła?

**Zad 13**. Ilu ludzi jedzie samochodem, jeżeli wiadomo, że ciężar auta wraz z pasażerami wynosi **G** = 12000 [N], średnia masa człowieka $\mathbf{m_1}$=50[kg], a masa auta wynosi $\mathbf{m_a}$ = 1000 [kg]?

**Zad 14**. Chłopiec niesie **n** = 5 jednakowych książek o masie całkowitej **m** = 6 [kg]. Jaki jest ciężar jednej książki?

**Zad 15**. Na półce jest **n** = 8 książek i kilka słowników. Masa jednej książki wynosi $\mathbf{m_1}$ = 0,5[kg], a ciężar jednego słownika $\mathbf{F_s}$ = 10[N]. Ile jest słowników, jeżeli wiadomo, że ciężar całkowity utrzymywany przez półkę wynosi $\mathbf{F_g}$ = 100 [N]?

**Zad 16**. Ojciec trzyma na rękach troje dzieci o łącznym ich ciężarze **G** = 180[N]. Jaką ma masę jeden z bliźniaków, jeżeli wiadomo, że masa starszego brata wynosi $\mathbf{m_1}$ = 9[kg]?

**Zad 17.** Ciężarowiec podnosi masę **m** = 150 [kg], a ciężar jego ciała wynosi $\mathbf{F_g}$ = 1200[N]. Z jaką siłą jego nogi naciskają na podest? Oblicz siłę równoważącą.

**Zad 18**. Jaka jest masa kosza $\mathbf{m_k}$ = ?, jeżeli wiadomo, ze znajduje się w nim **n** = 8 borowików łącznej ich masie **m** = 6[kg], oraz **z** = 15 maślaków? Jeden maślak ma masę $\mathbf{m_m}$ = 0,1[kg]. Całkowity ciężar kosza z grzybami wynosi **F** = 90[N].

**Zad 19**. Samolot ma masę $\mathbf{m_s}$ = 1500 [kg] i leci nim **n** = 4 ludzi, o łącznej ich masie **m** = 250 [kg]. Ile wynosi siła nośna samolotu?

# 3. Moment siły.

Siła, która działa na ciało powoduje jego przesunięcie, wzdłuż kierunku działania. A co będzie, jeżeli w jednym punkcie ciało to będzie unieruchomione, a kierunek siły nie będzie przechodził przez ten punkt. Wówczas ciało to będzie obracać się dookoła tego punktu nieruchomego. Przyczyną obrotów będzie tak zwany moment siły, liczony względem tego punktu. Nazywać można ten moment, momentem obrotowym. Jednostką momentu jest [Nm] (niutonometr).

$$\mathbf{M_A = F \cdot r}$$

gdzie: $\mathbf{M_A}$[Nm] – moment siły względem punktu A.
**F**[N] – siła działająca na ciało.
**r**[m] - ramię siły, odległość punktu **A**, od kierunku siły **F**.

Moment siły działający na dane ciało obliczany względem nieruchomego punktu np.: **A**. Moment siły może obracać ciało w prawo (zgodnie z ruchem wskazówek zegara), i taki moment nazywać będziemy dodatnim (znak plus), oraz moment obracający ciało w lewą stronę, moment ujemny, o znaku minus. W zadaniach obliczamy moment wypadkowy $\mathbf{M_W}$, a także moment równoważący $\mathbf{M_R}$. (podobnie jak z siłami). Pamiętajmy, że na dane ciało może działać jednocześnie wiele sił: $\mathbf{F}_1$, $\mathbf{F_2}$, $\mathbf{F_3}$, ….. . Wówczas moment wypadkowy, względem punktu **A** obliczamy: ( tu mowa jest o siłach równoległych do siebie, działających w jednej płaszczyźnie i prostopadle skierowanych do ramion )

$$\mathbf{M_{WA} = M_{1A} + M_{2A} + M_{3A} + \ldots}$$

$$\mathbf{M_{WA} = F_1 \cdot r_1 + F_2 \cdot r_2 + F_3 \cdot r_3 + \ldots}$$

Przy dodawaniu momentów do siebie, musimy zwróć uwagę na znak momentu siły, zgodnie z przyjętą zasadą wcześniej.
Aby ciało się nie obracało, lub obracało się ruchem jednostajnym dookoła nieruchomego punktu **A**, to suma momentów wszystkich działających sił, musi być równa zero.

$$\mathbf{M_W + M_R = 0}$$

$$\mathbf{M_R = -M_W}$$

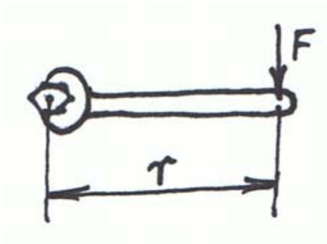
gdzie: $\mathbf{M_R}$[Nm] – moment równoważący
$\mathbf{M_W}$[Nm] – moment wypadkowy.

**Przykład 1**.

Mechanik dokręca śrubę kluczem, o długości **r** = 20[cm], naciskając na koniec klucza siłą **F** = 8[N]. Oblicz moment siły **F,** działający na śrubę.
Wartość ramienia siły, należy przeliczyć z centymetrów na metry:

$$\mathbf{r} = 20[\mathrm{cm}] = 0{,}2[\mathrm{m}]$$

Teraz przystępujemy do obliczania wartości momentu obrotowego względem osi śruby:

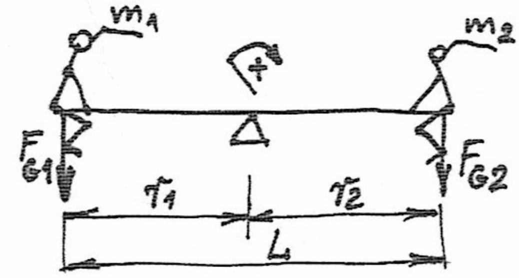



$$\mathbf{M = F \cdot r} = 8[\mathrm{N}] \cdot 0{,}2[\mathrm{m}] = 1{,}6[\mathrm{Nm}]$$

Po podstawieniu danych do równania literowego, należy zastanowić się nad znakiem momentu siły. Śruba obraca się w prawo, zgodnie ze wskazówkami zegara, pozostaje znak plus.

**Przykład 2.**

Na huśtawce wykonanej z deski o długości **L** = 4[m], podpartej w jej środku, dwoje dzieci o masach $\mathbf{m_1}$ = 20[kg] i $\mathbf{m_2}$ = 25[kg] zaczęło się huśtać. Oblicz moment wypadkowy działający na huśtawkę, gdy dzieci są jednocześnie na huśtawce, nie podpierając się o ziemię.
Wykonujemy rysunek, nanosząc siły działające wraz z ich nazwami przyporządkowane masom $\mathbf{F_{G1}}$ i $\mathbf{F_{G2}}$ i odległości sił, od osi obrotu (miejsca podparcia huśtawki) $\mathbf{r_1}$ i $\mathbf{r}_2$.
.




Obliczamy moment wypadkowy, uwzględniając znaki momentów sił:
( moment dodatni obraca huśtawkę zgodnie ze wskazówkami zegara, moment ujemny obraca w przeciwną stronę)

$$\mathbf{M_W} = -\mathbf{F_{G1}}\cdot\mathbf{r_1} + \mathbf{F_{G2}}\cdot\mathbf{r_2} = -\mathbf{m_1}\cdot\mathbf{g}\cdot\mathbf{r_1} + \mathbf{m_2}\cdot\mathbf{g}\cdot\mathbf{r_2} = -20[kg]\cdot 10[m/s^2]\cdot 2[m] +$$

$$25[kg]\cdot 10[m/s^2]\cdot 2[m] = -400[Nm\} + 500[Nm] = 100[Nm]$$

Wniosek: huśtawka obracać się będzie w prawą stronę. Zgodnie ze wskazówkami zegara.

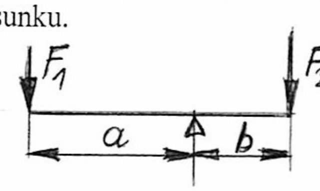
**Zadania:**

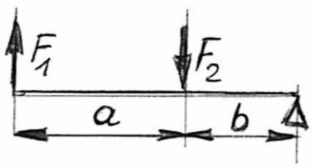
**Zad 1.** Ile wynosi moment obrotowy **M**, jeżeli wartość siły wynosi **F** = 25[N], a jej odległość od punktu obrotu **A**, wynosi **r** = 40[cm]?

**Zad 2**. Jaka jest długość ramienia **r**, na którym działa siła **F** = 20[N], która wywołuje moment obrotowy **M** = 40[Nm]?

**Zad 3.** Oblicz wartość momentu obrotowego wypadkowego i równoważącego belki obciążonej jak na rysunku.

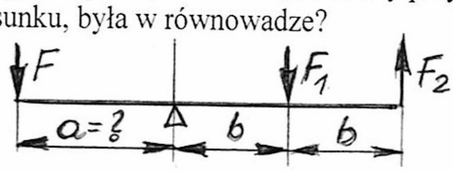
**a** = 2[m]
**b** = 1[m]
$\mathbf{F_1}$ = 10[N]
$\mathbf{F_2}$ = 8[N]

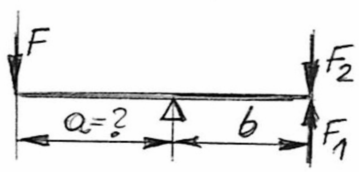



**Zad 4.** W jakiej odległości **a = ?**, od osi obrotu należy przyłożyć siłę **F** = 100[N], aby belka obciążona jak na rysunku, była w równowadze?

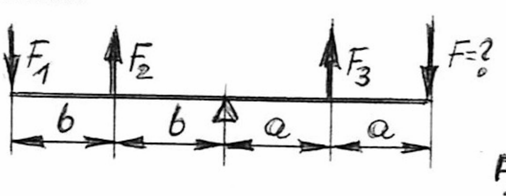
**b** = 1[m]
$\mathbf{F_1}$ =10[N]
$\mathbf{F_2}$ = 8[N]

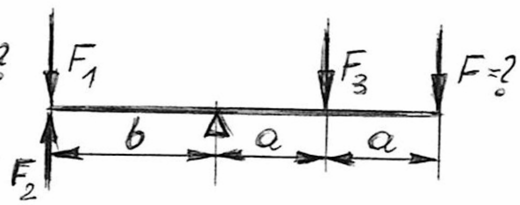



**Zad 5.** Jaka siła **F=?**, przyłożona w odległości **a** od osi obrotu, spowoduje równowagę belki, obciążonej jak na rysunku?

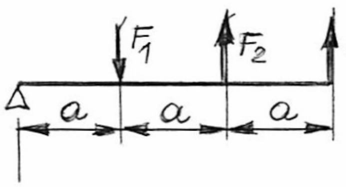
**a** = 2[m]
**b** = 1[m]
$\mathbf{F_1}$ = 10[N]
$\mathbf{F_2}$ = 8[N]
$\mathbf{F_3}$ = 4[N]

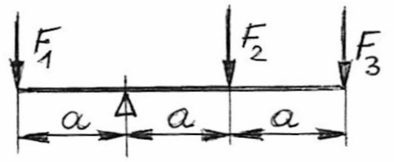



**Zad 6.** Oblicz wartość momentu obrotowego wypadkowego i równoważącego, belki obciążonej jak na rysunku.

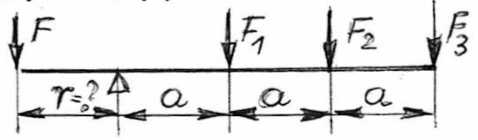
a =0,6[m]
$F_1$ = 10[N]
$F_2$ = 8[N]
$F_3$ = 4[N]

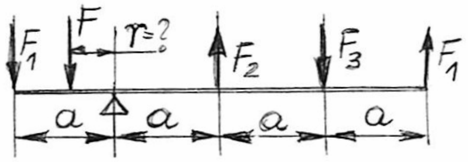


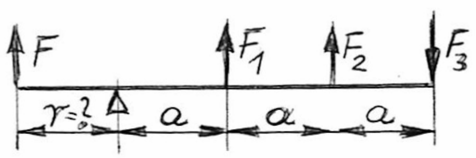

**Zad 7.** W jakiej odległości **r,** od osi obrotu należy przyłożyć siłę **F** = 100[N], aby belki obciążone jak na rysunku, były w równowadze?

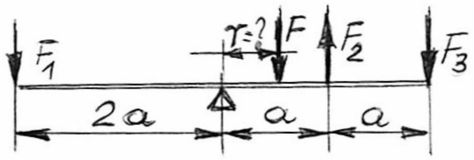
a =1[m]
$F_1$ = 10[N]
$F_2$ = 8[N]
$F_3$ = 4[N]



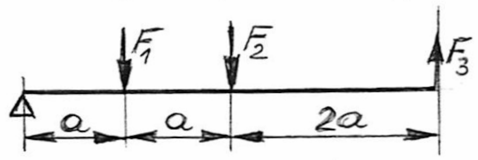

a =0,6[m]
$F_1$ = 10[N]
$F_2$ = 8[N]
$F_3$ = 4[N]

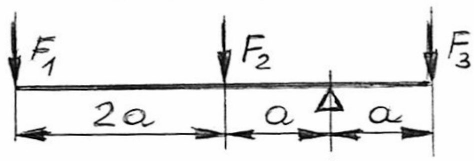


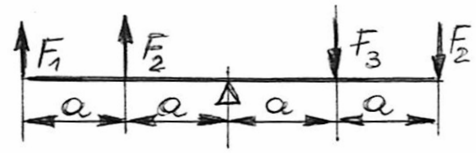

**Zad 8**. Oblicz moment wypadkowy i równoważący, belek obciążonych, jak na rysunku.

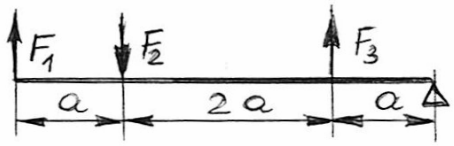
a =0,6[m]
$F_1$ = 10[N]
$F_2$ = 8[N]
$F_3$ = 4[N]



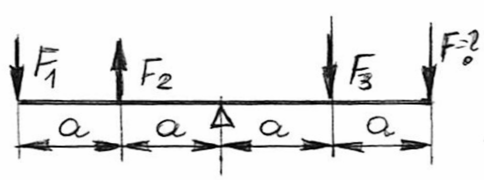

a =0,6[m]
$F_1$ = 10[N]
$F_2$ = 8[N]
$F_3$ = 4[N]

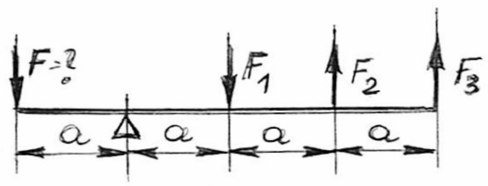



**Zad 9**. Jaka siła **F** = ? skierowana pionowo, przyłożona na końcu belki, utrzymuje ją w równowadze?

a =0,6[m]
$F_1$ = 10[N]
$F_2$ = 8[N]
$F_3$ = 4[N]




## 4. Ruch jednostajny.

Ruch jednostajny, to taki, w którym w tych samych przedziałach czasu, ciało przebywa takie same odcinki drogi. Jednostką prędkości jest [m/s], a symbolem literowym **v**. Drogę **S**, w ruchu jednostajnym obliczamy ze wzoru:

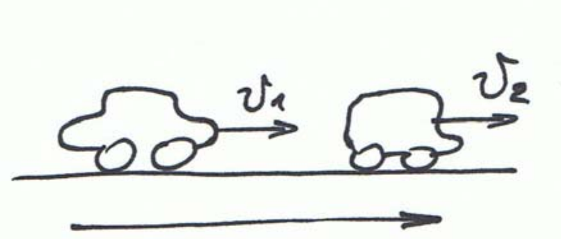
$$\mathbf{S = v \cdot t}$$

gdzie: **S**[m] – przebyta droga
**v**[m/s] – prędkość
**t**[s] – czas, w którym odbywa się ruch.

Oś kierunkową rysujemy zgodnie z przemieszczeniem ciała. Jeżeli więcej jest w ruchu ciał, pojazdów, zawodników, wówczas przyjmujemy oś dowolnie skierowaną, w lewą lub w prawą stronę. Ruch jest wielkością fizyczną względną. Co to oznacza? My uważamy ciało za poruszające się, gdy zmieniać będzie swoje położenie względem innych ciał, uważanych przez nas, za nieruchome. Przykład: dwaj koledzy idą drogą obok siebie. Obaj poruszają się względem drogi ( drogę traktujemy jako nieruchomą ) i mają jednakowe prędkości. Gdyby teraz spojrzeć na chłopców, to obaj, względem siebie nie zmieniają odległości w czasie. To oznacza, że ich względna prędkość wynosi zero.

**Przykład 1:**

Obliczanie prędkości względnej dwóch pojazdów poruszających się z prędkościami $\mathbf{v_1}$=2[m/s] i $\mathbf{v_2}$ = 3[m/s], jadących w jednym kierunku i w tę samą stronę. Oblicz **prędkość względną pojazdu drugiego względem pierwszego**. Rysujemy pojazdy i oba wektory prędkości, oraz oś kierunkową, zgodną ze zwrotami wektorów prędkości. Następnie obliczamy prędkość względną, odejmując od wartość prędkości pojazdu $\mathbf{v_2}$**,** wartość prędkości pojazdu pierwszego. Pamiętamy o zwrotach wektorów prędkości porównując ze zwrotem osi. Zgodne zwroty, znak plus, zwrot przeciwny do zwrotu osi, znak minus.




$\mathbf{v}_{21} = \mathbf{v_2} - \mathbf{v_1}$

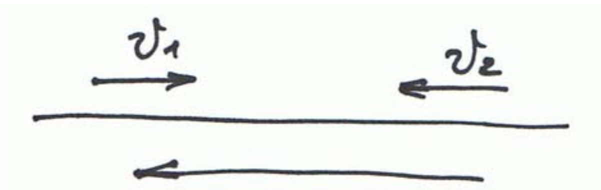
$\mathbf{v}_{21}$ = 3[m/s] – 2[m/s] = 1[m/s]

Pojazd drugi porusza się zgodnie z osią, z prędkością względną, w odniesieniu do pojazdu pierwszego z prędkością $\mathbf{v}_{21}$ = 1[m/s]

**Przykład 2**

.

Dwaj kolarze jadą naprzeciw siebie z prędkościami $\mathbf{v_1}$ = 12[m/s] i $\mathbf{v_2}$ = 10[m/s]. Oblicz prędkość względną kolarza drugiego względem kolarza pierwszego. Od nas zależy, czy kolarz pierwszy jedzie w lewą stronę, czy odwrotnie. Również narysowanie osi kierunkowej jest dowolne: w lewą lub prawą stronę jest skierowana. Obliczenia wykonujemy zgodnie z własnym rysunkiem i przyjętą osią kierunkową. Rysujemy ilustrację i przystępujemy do obliczeń:

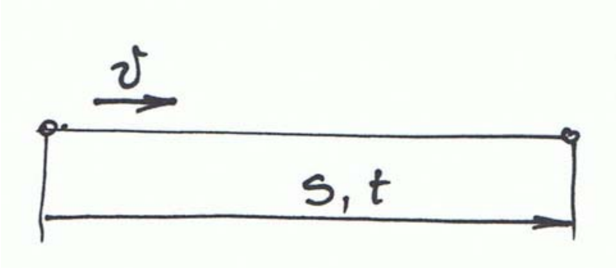



$\mathbf{v}_{21} = \mathbf{v_2} - \mathbf{v_1}$ = 10[m/s] – (- 12[m/s]) = 10[m/s] + 12[m/s] = 22[m/s]

Wektor prędkości $\mathbf{v}_1$ jest zwrócony w przeciwną stronę niż oś kierunkowa, więc ma znak ujemny.

**Przykład 3:**

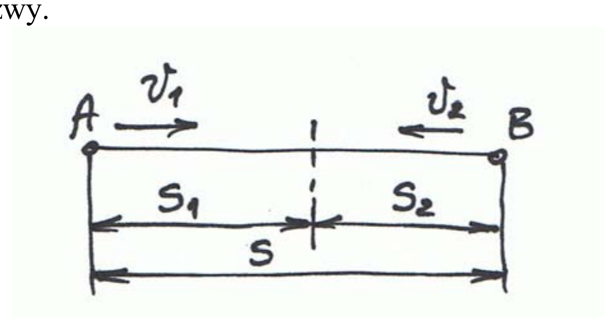
Jaką drogę przejedzie pojazd poruszający się z prędkością **v** = 3[m/s] w czasie **t** = 30[s]? Do każdego zadania narysuj ilustrację. Obliczamy zgodnie ze wzorem:




$$\mathbf{S} = \mathbf{v} \cdot \mathbf{t} = 3[m/s] \cdot 30[s] = 90[m]$$

**Przykład 4:**

Dwaj kolarze wyjechali jednocześnie z dwóch miast oddalonych od siebie o **S** = 500[m] z prędkościami: $\mathbf{v}_1$ = 4[m/s] i $\mathbf{v}_2$ = 6[m/s]. Ile czasu będą jechali do momentu spotkania się? Rysujemy ilustrację, a na niej opisujemy symbolami literowymi wielkości fizyczne, czyli ich nazwy.




Ponieważ, obaj jechali tyle samo czasu, więc równanie na czas jazdy obu kolarzy, możemy napisać:

$$\mathbf{t_1 = t_2 = t}$$

W ten sposób napisaliśmy równanie, dzięki któremu likwidujemy jedną niewiadomą. Teraz zajmiemy się drogami. Kolarz pierwszy przejedzie z miejscowości **A** odcinek drogi $\mathbf{S_1}$**,** który jest nieznany, a kolarz drugi odcinek drogi $\mathbf{S_2}$, również nieznany. Z rysunku widać, że drogi obu kolarzy od startu do spotkania się, razem stanowią całą drogę **S**. Teraz piszemy następne równanie:

$$\mathbf{S_1 + S_2 = S}$$

I podstawiamy do tego równania szczegółowe wzory, zgodnie z teorią:

$\mathbf{S_1 = v_1 \cdot t}$ i $\mathbf{S_2 = v_2 \cdot t}$ otrzymujemy równanie, po podstawieniu do poprzedniego:

$$\mathbf{v_1 \cdot t + v_2 \cdot t = S}$$

wyciągamy **t** przed nawias, następnie dzielimy obustronnie równanie przez to, co jest w nawiasie:

$$\mathbf{t\,(v_1 + v_2) = S} \;/ : (v_1 + v_2)$$

$$\mathbf{t} = \frac{\mathbf{S}}{\mathbf{v_1 + v_2}} = \frac{500[m]}{4[m/s] + 6[m/s]} = 50[s]$$

**Zadania:**

**Zad 1**. Przelicz jednostki prędkości:

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| **a.** | 1 [km/h] = | [m/s] | **g**. | 1 [m/s] = | [km/h] |
| **b.** | 5 [km/h] = | [m/s] | **h**. | 8 [m/s] = | [km/h] |
| **c.** | 18 [km/h] = | [m/s] | **i**. | 10 [m/s] = | [km/h] |
| **d.** | 72 [km/h] = | [m/s] | **j**. | 20 [m/s] = | [km/h] |
| **e.** | 36 [km/h] = | [m/s] | **k.** | 40 [m/s] = | [km/h] |
| **f.** | 108[km/h] = | [m/s] | **l.** | 15 [m/s] = | [km/h] |

**Wskazówka**: przeliczając jednostki, które są zapisane w ułamku [m/s] oraz [km/h], można zapamiętać przelicznik – liczbę **3,6** , która zawiera w sobie przeliczenia obu jednostek.

**1[m/s] = 3,6[km/h]**

( można łatwo zapamiętać, że przy obu większych jednostkach jest większa liczba wartości prędkości 3,6 razy )

**Przykład 1:**

40[m/s] = 40[m/s]·3,6 = 144[km/h]

**Przykład 2.**

108[km/h] = 108[km/h] : 3,6 = 30[m/s]

**Zad 2**. Jaką drogę przejechał samochód w czasie **t** = 3 [h], jeżeli poruszał się ze stałą prędkością **v** = 35 [km/h] ? Wynik podaj w kilometrach i metrach.

**Zad 3**. Jaka jest średnia prędkość turysty, jeżeli w czasie **t** = 4 [h] przebył drogę **S** = 24 [km]?

**Zad 4**. Ile czasu potrzebuje bocian, aby przelecieć drogę **S** = 400 [km] ze stałą prędkością **v** = 80 [km/h] ?

**Zad 5**. Dwaj kolarze jechali z prędkościami $\mathbf{v_1}$ = 36 [km/h] i $\mathbf{v_2}$ = 20 [m/s]. Który z nich jechał szybciej i o ile? Wynik podaj w [m/s] i [km/h].

**Zad 6**. Dwa samochody wyjechały jednocześnie z miejscowości A, z prędkościami $\mathbf{v_1}$ = 72 [km/h] i $\mathbf{v_2}$ = 108 [km/h]. Oblicz, jaką drogę przejechał każdy z nich w czasie **t** = 5 [h], oraz jaka jest odległość między nimi, po tym czasie. Wynik podaj w metrach.

**Zad 7**. Z miejscowości **A** wyjechał motocyklista z prędkością $\mathbf{v_1}$ = 20 [m/s], a w tym samym momencie drugi motocyklista ruszył z miejscowości **B**, z prędkością $\mathbf{v_2}$ = 25 [m/s]. Jeżeli odległość między miastami wynosi **S** = 9 [km], to ile czasu jechali do momentu spotkania, i jaką drogę pokonał każdy z nich? Jaka jest prędkość motocyklistów względem siebie ?

**Zad 8**. Zawodnik trenuje na stadionie, na którym bieżnia ma długość **s** = 400 [m]. Zawodnik biegnie z prędkością **v** = 5 [m/s]. Ile czasu **t = ?** potrzebuje zawodnik na obiegnięcie stadionu **n** = 5 razy ?

**Zad 9**. Dwaj zawodnicy trenują biegi na stadionie na bieżni o długości **s** = 800 [m]. Jeden z nich biegnie z prędkością $\mathbf{v_1}$ = 4 [m/s], a drugi $\mathbf{v_2}$ = 5 [m/s]. Oblicz, w przypadku, gdy obaj wyruszą z linii startu w tę samą stronę:
a- czas każdego zawodnika potrzebny na obiegnięcie stadionu.
b- drogę jaką musi jeszcze pokonać zawodnik wolniejszy, gdy pierwszy będzie na mecie.
c- względną prędkość zawodników.
d- ile czasu będą biec zawodnicy i jakie drogi pokonają, gdy szybszy zawodnik dogoni wolniejszego? ( zdystansuje )
e- ile czasu będą biec zawodnicy do momentu spotkania się, i gdzie się spotkają, gdy wyruszą naprzeciw siebie?

**Zad 10**. Gdy jeden samochód przejechał drogę $\mathbf{S_1}$ = 1000 [m] z prędkością $\mathbf{v_1}$ = 40 [m/s], drugi wyruszył za nim z prędkością $\mathbf{v_2}$ = 60 [m/s]. Oblicz, po jakim czasie samochody się spotkają, i jaką drogę przejedzie każdy z nich?

**Zad 11**. Statek płynie po rzece z prędkością $\mathbf{v_1}$ = 5 [m/s] względem stojącej wody. Prędkość nurtu rzeki mierzona względem brzegu wynosi $\mathbf{v_r}$ = 2 [m/s]. Ile czasu potrzebuje statek na przepłynięcie z miejscowości **A** do miejscowości **B** i odwrotnie, leżącymi na brzegu rzeki, jeżeli odległość między miastami wynosi **S** = 1600 [m] ?

**Zad 12**. Autobus wyjechał z miejscowości **A** z prędkością $\mathbf{v_1}$ = 36 [km/h]. Po czasie **t** = 5 [min], wyjechał za nim motocyklista, jadąc z prędkością $\mathbf{v_2}$ = 20 [m/s]. Oblicz:
a- jaką drogę przejechał autobus do momentu wystartowania motocyklisty ?
b- jaką drogę przejechał motocyklista, do momentu dogonienia autobusu ?
c- ile czasu jechał autobus, a ile motocyklista ?

**Zad 13.** Z miejscowości **A** i **B**, odległych od siebie o **S** = 6000[m], wyjechali jednocześnie dwaj kolarze. Kolarz **A,** jechał z prędkością $\mathbf{v_A}$ = 20[m/s], a kolarz **B,** całą drogę przejechał w czasie $\mathbf{t_{BA}}$ = 3[min] i 20[s].
Oblicz:
1 – ile czasu $\mathbf{t_{AB}}$ = ? jechał do miejscowości **B**, kolarz **A**?
2 – z jaką prędkością $\mathbf{v_B}$ = ?, poruszał się kolarz **B**?
3 –ile czasu **t** = ?, jechali kolarze, od startu, do momentu spotkania się?
4 – jaka jest prędkość względna $\mathbf{t_{WZ}}$ = ? kolarzy?
5 – jaka jest długość drogi $\mathbf{S_A}$. = ?, $\mathbf{S_B}$ = ?, jaką pokonał każdy kolarz, od startu do momentu mijania się?
6 – jakie odcinki drogi $\mathbf{S_A}$**' = ?,** $\mathbf{S_B}$**' = ?,** pozostały do przejechania kolarzom, od momentu mijania się?
7 – jaka droga do spotkania, pozostała kolarzom, jeżeli od jednoczesnego startu minął czas $\mathbf{t_1}$ = 1[min]?
8 – ile czasu $\mathbf{t_2}$ jechali kolarze, jeżeli odległość między nimi wynosi jeszcze **S**=2[km] ?
9 – ile czasu dłużej $\mathbf{t_3}$ , jechałby wolniejszy kolarz od szybszego, i jaka droga, by jemu

pozostała do miejscowości **B**, gdyby wyruszyli jednocześnie z miejscowości **A**?

**Zad 14**. Cyrkowiec objeżdżał arenę o średnicy **d** = 20[m] przez **t** = 3[min]. Oblicz prędkość cyrkowca, wiedząc, że przejechał **n** = 30 pełnych rund.

**Zad 15.** Jaka jest odległość między miastami **A** i **B**, jeżeli dwaj kolarze wyjechali jednocześnie jadąc naprzeciw siebie z prędkościami $\mathbf{v_a}$ = 5[m/s] i $\mathbf{v_b}$ = 8[m/s] i po czasie **t** = 5[min], odległość między nimi wynosiła $\mathbf{S_0}$ = 400[m]? Oblicz czas jazdy kolarzy. W jakiej odległości od miasta **A** spotkali się? Jaka jest względna prędkość kolarzy?

**Zad 16.** Dwaj sportowcy wystartowali jednocześnie z linii startu z prędkościami $\mathbf{v_1}$ = 4[m/s] i $\mathbf{v_2}$ = 6[m/s], biegnąc dookoła stadionu o obwodzie $\mathbf{S_o}$ = 800[m]. Ile czasu biegli i jaką drogę przebiegł każdy z nich, gdy szybszy dogonił wolniejszego? ( zdystansował zawodnika)

**Zad 17**. Motocyklista jadąc z prędkością $\mathbf{v_m}$ = 40[m/s] dogonił pociąg o długości **L** = 200[m], jadący z prędkością $\mathbf{v_p}$ = 30[m/s]. Ile czasu motocyklista wyprzedzał pociąg? Jaką drogę przejechał każdy pojazd, w czasie wyprzedzania?

**Zad 18.** Dwa pociągi o długościach $\mathbf{l_1}$ = 300[m] i $\mathbf{l_2}$ = 500[m] jadąc naprzeciw siebie z prędkościami $\mathbf{v_1}$ = 10[m/s] i $\mathbf{v_2}$ = 8[m/s] mijają się. Oblicz czas mijania się pociągów, oraz miejsce mijania się tyłów pociągów.

**Zad 19**. Dwaj kolarze wyjechali jednocześnie z miejscowości **A** i **B** odległymi od siebie o **l** = 600[m] z prędkościami $\mathbf{v_a}$ = 4[m/s] i $\mathbf{v_b}$ = 6[m/s]. W tym samym momencie wyleciała mucha z miejscowości **A** i lecąc z prędkością **v** = 12[m/s] latała pomiędzy zawodnikami. Oblicz drogę przebytą przez muchę od startu, do momentu spotkania się kolarzy.

**Zad 20.** W wagonie o długości **l** = 20[m], w kierunku jego jazdy, poruszającego się z prędkością $\mathbf{v_1}$ = 2[m/s] idzie żółw, z prędkością $\mathbf{v_2}$ = 0,5[m/s]. Jaką drogę przebędzie żółw, przechodząc przez cały wagon? Jaką drogę przejedzie idąc w stronę przeciwną? Jaką drogę przejedzie idąc przez wagon tam i z powrotem?

**Zad 21.** Statek o długości **L** = 300[m], płynie z prędkością $\mathbf{v}_1$ = 2m/s]. Ile czasu będzie płynąć motorówka od rufy do dziobu statku i z powrotem, jeżeli porusza się po wodzie z prędkością $\mathbf{v}_2$ = 10[m/s]?

## 4.1 Prędkość średnia, w ruchu jednostajnym.

Jeżeli turysta wędruje autostopem, to cała droga $S_C$., składać się będzie z kilku odcinków np. trzech ( $\mathbf{S}_1$, $\mathbf{S}_2$, $\mathbf{S}_3$ ), a każdy z nich, pokonany będzie w różnym czasie ( trzy przedziały czasu: $\mathbf{t}_1$,$\mathbf{t}_2$, $\mathbf{t}_3$). Prędkość średnia będzie obliczana w następujący sposób:

$$\mathbf{v_{śr.}} = \frac{\mathbf{S_C}}{\mathbf{t_C}} = \frac{\mathbf{S_1} + \mathbf{S_2} + \mathbf{S_3}}{\mathbf{t_1} + \mathbf{t_2} + \mathbf{t_3}}$$

gdzie: $\mathbf{S_c}$[m]-droga całkowita
$\mathbf{t_c}$[s]-całkowity czas

**Przykład 1:**

pojazd przejechał pierwszy odcinek drogi $\mathbf{S_1}$ = 35[m] w czasie $\mathbf{t_1}$ = 14[s], a drugi odcinek drogi $\mathbf{S_2}$ = 115[m] w czasie $\mathbf{t_2}$ = 36[s]. Oblicz średnią prędkość $\mathbf{v_{śr}}$ na całej drodze **S.**
Obliczamy średnią prędkość, zgodnie ze wzorem:

$$v_{śr.} = \frac{S_{C.}}{t_C} = \frac{S_1 + S_2}{t_1 + t_2} = \frac{35[m] + 115[m]}{14[s] + 36[s]} = \frac{150[m]}{50[s]} = 3[m/s]$$

**Zadania:**

**Zad 1**. Wędrowiec przebył trzy odcinki drogi $\mathbf{S_1}$ = 200[m] piechotą z prędkością $\mathbf{v_{śr.}}$ = 2[m/s], $\mathbf{S_2}$ = 1[km] w czasie $\mathbf{t_2}$ = 2[min] i odcinek trzeci $\mathbf{S_3}$ = 600[m] w czasie $\mathbf{t_3}$ = 40[s]. Oblicz prędkość średnią $\mathbf{v_{śr}}$ wędrowca na całej drodze.

**Zad 2**. Turysta przejechał w czasie czterech dni, różnymi środkami lokomocji następujące odcinki drogi: pierwszego dnia $\mathbf{S_1}$ = 50[km], drugiego dnia $\mathbf{S_2}$ = 120[km], trzeciego $\mathbf{S_3}$ = 0[km], a w czwartym dniu $\mathbf{S_4}$ = 50[km]. Ile wynosi średnia prędkość turysty?

**Zad 3.** Pojazd przejechał ze średnią prędkością $\mathbf{v_{śr}}$ = 5[m/s], drogę **Sc** = 1000[m]. Jeżeli pierwszy odcinek o długości $\mathbf{S_1}$ = 400[m] przejechał w czasie $\mathbf{t_1}$ = 100[s], to jaka była prędkość $\mathbf{v_2}$ tego pojazdu, na drugim odcinku drogi?

**Zad 4**. Pojazd przejechał dwa odcinki drogi z prędkościami $\mathbf{v_1}$ = 10[m/s] i $\mathbf{v_2}$ = 8[m/s], odpowiednio w czasie $\mathbf{t_1}$ = 40[s] i $\mathbf{t_2}$ = 20[s]. Oblicz prędkość średnią

**Zad 5**. Wędrowiec przebył trzy odcinki drogi. Pierwszy o długości $\mathbf{S_1}$ = 200[m] w czasie $\mathbf{t_1}$ = 25[s], drugi odcinek o długości $\mathbf{S_2}$ = 500[m] w czasie $\mathbf{t_2}$ = 40[s], a trzeci odcinek o długości $\mathbf{S_3}$ = 800[m] z prędkością $\mathbf{v_3}$ = 50[m/s]. Oblicz prędkość średnią, z jaką pokonał wędrowiec całą drogę.

# 5. Ruch jednostajnie przyspieszony.

Przyspieszenie jest wielkością fizyczną wektorową. Symbolem literowym przyspieszenia jest **a**, natomiast jednostką przyspieszenia jest [m/s$^2$]. Przyspieszenie grawitacyjne o symbolu **g** przyjmujemy w przybliżeniu **g** = 10[m/s$^2$]. Przyspieszenie obliczamy dzieląc wartość zmiany prędkości, do czasu w którym ta zmiana nastąpiła:

$$\mathbf{a} = \frac{\Delta v}{t} = \frac{v_k - v_P}{t}$$

gdzie: **a**[m/s$^2$]- przyspieszenie
**Δv**[m/s] - zmiana prędkości
**t**[s] - czas, w którym nastąpiła zmiana prędkości
$\mathbf{v_K}$[m/s] – prędkość końcowa

$\mathbf{v_P}$[m/s] – prędkość początkowa

Pamiętaj, w fizyce delta ( **Δ** ) oznacza różnicę ( odejmowanie ), **zawsze od wartości końcowej, odejmujemy wartość początkową.** Może się okazać, że pojazd zwalnia. Wówczas różnica prędkości jest ujemna. Takie przyspieszenie nazywamy opóźnieniem. Dla ułatwienia obliczeń, przyjmujemy na początku ruchu, wartość prędkości początkowej równą zero, $\mathbf{v_P}$ = 0[m/s]. Prędkość końcową w ruchu jednostajnie przyspieszonym, bez prędkości początkowej, lub inaczej nazywając, z prędkością początkową zero, $\mathbf{v_p}$ = 0[m/s], obliczamy ze wzoru:

$$\mathbf{v_K = a \cdot t}$$

Drogę w ruchu jednostajnie przyspieszonym, odbywającym się bez prędkości początkowej obliczamy ze wzoru:

$$\mathbf{S = \frac{a \cdot t^2}{2}}$$

**Przykład 1:**

Oblicz przyspieszenie pojazdu, który w czasie **t** = 5[s], zwiększył prędkość z $\mathbf{v_1}$ = 4[m/s] do $\mathbf{v_2}$ = 7[m/s].

$$\mathbf{a} = \frac{\mathbf{\Delta v}}{\mathbf{t}} = \frac{\mathbf{v_K - v_P}}{\mathbf{t}} = \frac{7[m/s] - 4[m/s]}{5[s]} = 0{,}6[m/s^2]$$

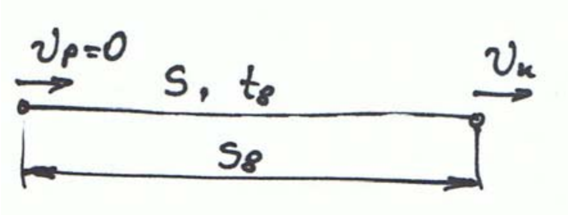
**Przykład 2**:

Jaką prędkość końcową $\mathbf{v_K}$ = ? osiągnie ciało w czasie **t** = 6[s], jeżeli porusza się z przyspieszeniem **a** = 0,5[m/s$^2$]

$$\mathbf{v_K = a \cdot t} = 0{,}5[m/s^2] \cdot 6[s] = 3[m/s]$$

**Przykład 3.**

Ciało porusza się ruchem jednostajnie przyspieszonym, z przyspieszeniem **a** = 2[m/s$^2$], w czasie **t** = 8[s], bez prędkości początkowej. Wykonaj ilustrację do każdej części zadania.
Oblicz:
1 – prędkość końcową ciała $\mathbf{v_8}$=?.
2 – drogę $\mathbf{S_8}$ = ? w czasie ośmiu sekund.
3 – drogę przebytą w czasie piątej sekundy $\mathbf{S_5'}$ = ?
4 – Zmianę prędkości w czasie szóstej sekundy $\mathbf{\Delta v_6}$ = ?.

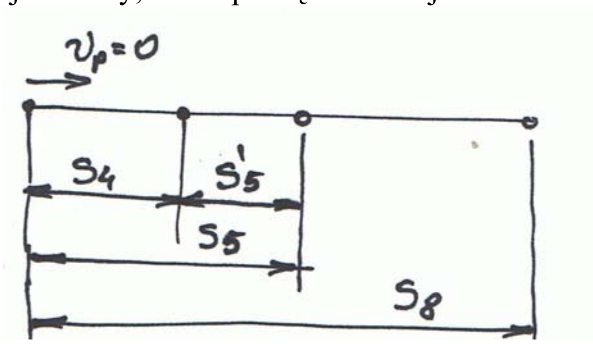
1. 


$$\mathbf{v_8 = a \cdot t} = 2[m/s^2] \cdot 8[s] = 16[m/s]$$

2. $$\mathbf{S = \frac{a \cdot t^2}{2}} = \frac{2[m/s^2] \cdot 8^2\,[s^2]}{2} = 64[m]$$

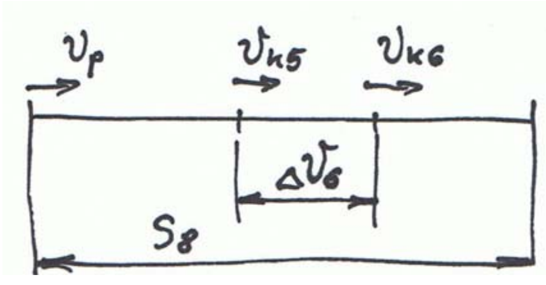
**Uwaga:** jeżeli podnosimy do potęgi drugiej ( do kwadratu ) liczbę mianowaną, to zarówno liczba, jak i jednostka, jest podniesiona do tej samej potęgi.

3. W tej części zadania należy się zastanowić. Mianowicie, obliczamy drogę w piątej sekundzie ruchu. To oznacza, że od całej drogi przebytej w czasie pięciu sekund, należy odjąć drogę przebytą w czasie pierwszych czterech sekund ruchu. Piąta sekunda trwa od zakończenia czwartej sekundy, do rozpoczęcia szóstej.




$$\mathbf{S_5' = S_5 - S_4 = \frac{a \cdot t_5^2}{2} - \frac{a \cdot t_4^2}{2} = \frac{a}{2}(t_5^2 - t_4^2)} = \frac{2[m/s^2]}{2} \cdot (5^2[s^2] - 4^2[s^2]) = 9[m]$$

4. Różnica prędkości w szóstej sekundzie ruchu obliczana jest poprzez odjęcie od prędkości końcowej po sześciu sekundach ruchu, prędkość końcową po pięciu sekundach ruchu. Końcowa prędkość po pięciu sekundach ruchu jest prędkością początkową ciała na początku loty w szóstej sekundzie ruchu.




$$\mathbf{\Delta v_6 = v_6 - v_5 = a \cdot t_6 - a \cdot t_5 = a \cdot (t_6 - t_5)} = 2[m/s^2] \cdot (6[s] - 5[s]) = 2[m/s]$$

## Zadania:

**Zad 1.** Oblicz prędkość końcową ciała poruszającego się w czasie **t** = 7[s], z przyspieszeniem **a** = 4[m/s$^2$].

**Zad 2**. Ile czasu musi się rozpędzać ciało, aby osiągnąć prędkość końcową **v** = 40[m/s], jeżeli porusza się z przyspieszeniem **a** = 0,5[m/s$^2$]?

**Zad 3**. Jakie jest przyspieszenie ciała **a** = ?, jeżeli w czasie **t** = 50[s], osiągnęło prędkość **v** = 20[m/s]?

**Zad4**. Ciało zmieniło w czasie **t** = 4[s] prędkość z $\mathbf{v_1}$ = 8[m/s] na prędkość $\mathbf{v_2}$ = 3[m/s]. Jakie jest przyspieszenie tego ciała?

**Zad 5**. Ciało zwiększyło swoją prędkość o **Δ v** = 3[m/s], w czasie **t** = 6[s]. Ile wynosi przyspieszenie **a**, tego ciała?

**Zad 6**. Oblicz prędkość końcową, spadającego swobodnie ciała w czasie **t** = 5[s].

**Zad 7**. Ile czasu spada swobodnie ciało, jeżeli osiągnęło prędkość końcową **v** = 40[m/s]?

**Zad 8**. Oblicz drogę przebytą przez ciało w ruchu jednostajnie przyspieszonym, jeżeli przyspieszenie wynosi **a** = 2[m/s$^2$], w czasie **t** = 12[s].

**Zad 9**. Pojazd jadąc z prędkością $\mathbf{v_p}$ = 25[m/s], zatrzymał się w czasie **t** = 5[s]. Ile wynosi przyspieszenie pojazdu i jak się nazywa?

**Zad 10.** Ciało porusza się ruchem jednostajnie przyspieszonym z przyspieszeniem **a** = 2[m/s$^2$], w czasie **t** = 8[s], bez prędkości początkowej.
Oblicz:
1 – prędkość końcową ciała $\mathbf{v_8}$=?.
2 – drogę $\mathbf{S_8}$ = ? w czasie ośmiu sekund.
3 – drogę przebytą w czasie piątej sekundy $\mathbf{S_5'}$ = ?
4 – Zmianę prędkości w czasie szóstej sekundy $\mathbf{\Delta v_6}$ = ?.
5 – po jakim czasie od startu, ciało będzie miało prędkość dwa razy większą, od prędkości, jaką osiągnie, po czterech sekundach ruchu?
6 – drogę przebytą po szóstej sekundzie.
7 - przyspieszenie ciała $\mathbf{a_1}$ = ?, z jakim powinno poruszać się to ciało, aby pokonać całą drogę, w czasie dwa razy krótszym? Jaką prędkość końcową osiągnie wówczas to ciało?

**Zad 11.** Dwa pojazdy jednocześnie wyjechały z dwóch miejscowości **A** i **B**, odległych od siebie o **S** = 6000[m] z przyspieszeniami: $\mathbf{a}_A$ = 2[m/s$^2$] i $\mathbf{a}_B$ = 3[m/s$^2$]. Oblicz:
1- czas jazdy **t** = ?, po którym się spotkają.
2- drogę jaką przejechał każdy z nich do spotkania się.
3- prędkość względną między pojazdami w momencie mijania się.
4- drogę jaką każdemu pozostała do przejechania.
5- czas potrzebny każdemu z nich na przejechanie całej drogi.
6- czas jazdy od startu do momentu, gdy między nimi jest odległość $\mathbf{S_1}$ = 2[km].
7- odległość między pojazdami, po czasie jazdy $\mathbf{t_2}$ = 60[s] od startu.
8- prędkości jakie osiągają w momencie przyjazdu do celu.

**Zad 12**. Oblicz drogę przebytą przez ciało, w czasie **t** = 12[s], podczas spadku swobodnego, i jaką osiągnęło prędkość końcową $v_K$ ?.

**Zad 13**. Jaką drogę przebyło ciało w spadku swobodnym, w trzeciej sekundzie lotu? Oblicz różnicę prędkości w tym przedziale czasu.

**Zad 14**. Dwa pojazdy wyjechały jednocześnie z linii startu z przyspieszeniami $\mathbf{a}_1$ = 0,5[m/s$^2$] i $\mathbf{a}_2$ = 0,6[m/s$^2$]. Oblicz:
1- czas jazdy każdego z nich na trasie **S** = 1000[m].
2- jaką drogę musi jeszcze przejechać pojazd wolniejszy, gdy szybszy zamelduje się na mecie i ile czasu będzie jechał do mety? –
3- jakie prędkości osiągną pojazdy przekraczając linię mety?
4- ile wynosi różnica prędkości pojazdów w połowie dystansu i na mecie?

# 6. Rzuty w polu grawitacyjnym.

Aby określić położenie ciała w przestrzeni, należy przyjąć układ współrzędnych x,y. Współrzędna x określa jak daleko od miejsca wyrzucenia znajduje się ciało, natomiast współrzędna y, określi miejsce położenia nad ziemią – wysokość. Najogólniejszym przypadkiem rzutu w polu grawitacyjnym jest rzut ukośny, wykonany z pewnej wysokości $\mathbf{H_0}$. Ruch ciała można rozpatrywać jako ruch złożony z ruchu jednostajnego wzdłuż prostej pochylonej do poziomu pod kątem **α,** z prędkością początkową $\mathbf{v_o}$, oraz spadku swobodnego, czyli ruchu jednostajnie przyspieszonego skierowanego do dołu z przyspieszeniem **g**. Pytanie dlaczego? Otóż, ciało po wyrzuceniu leci swobodnie, a na nie działa tylko siła grawitacji. Można również spojrzeć inaczej na ten ruch. Można rozłożyć wektor prędkości początkowej $\mathbf{v_o}$ na dwie składowe: wzdłuż poziomej osi **x,** składowa pozioma $\mathbf{v_{ox}}$, oraz drugą składową pionową, wzdłuż osi **y,** $\mathbf{v_{oy}}$ **.** Wówczas ruch będzie złożony z trzech ruchów, które odbywają się jednocześnie: ruch jednostajny wzdłuż osi **x,** ruch jednostajny wzdłuż osi **y** i spadek swobodny, pionowo do dołu. Obliczamy składowe ruchów jednostajnych:

$$\mathbf{v_{ox} = v_o \cdot \cos\alpha}$$

$$\mathbf{v_{oy} = v_o \cdot \sin\alpha}$$

Aby obliczyć prędkość ciała wzdłuż osi pionowej, należy dodać do siebie obie składowe pionowe:

$$\mathbf{v_y = v_{oy} - g \cdot t}$$

W kierunku poziomym prędkość ciała w każdym momencie lotu jest stała $\mathbf{v_{ox}}$
Położenie ciała w czasie, określa się podając współrzędną **x** i **y**. Na starcie ciało znajduje się na wysokości $\mathbf{H_o}$. Następnie po wyrzuceniu, w czasie współrzędna **y** lecącego ciała zmienia się zgodnie z równaniem:

$$y = H_o + v_{oy} \cdot t - \frac{g \cdot t^2}{2} = H_o + v_o \cdot \sin\alpha \cdot t - \frac{g \cdot t^2}{2}$$

Współrzędna **x** zmienia się zgodnie z ruchem jednostajnym:

$$x = v_{ox} \cdot t = v_o \cdot \cos\alpha \cdot t$$

Jedyny problem do wyjaśnienia, to kąt **α**. Jest to kąt zawarty pomiędzy osią **x**, a wektorem prędkości początkowej $v_o$. Tak jak na matematyce, zgodnie z kołem trygonometrycznym. Dla różnych rzutów, podajemy pewne wartości kąta **α** i wartości funkcji trygonometrycznych:

| | α [$^0$] | sin α | cos α | Prędkość pocz. $v_o$ [m/s] |
|---|---|---|---|---|
| Rzut poziomy. | 0 | 0 | 1 | $v_o$ |
| Rzut pionowy do góry. | 90 | 1 | 0 | $v_o$ |
| Spadek swobodny. | 270 | -1 | 0 | 0 |
| Rzut pionowy do dołu. | 270 | -1 | 0 | $v_o$ |
| Rzut ukośny. | 0 - 360 | | | $v_o$ |

Najczęściej, przyjmuje się kąt **α** w rzucie ukośnym w zakresie od $0^o$ do $90^o$.

Należy dodać, że ciało porusza się w układzie współrzędnych **xy**. Najlepiej, gdy ciało rozpoczyna swój ruch będąc na osi **x**, mając współrzędną o wartości $x = 0$ i współrzędną $y = H_0$. Jeżeli tor jest symetryczny, to znaczy start i zakończenie lotu jest na osi **x** ( na tej samej wysokości), wówczas czas wznoszenia jest równy czasowi opadania.

$$t_w = t_{op}$$

Czas całkowity lotu jest sumą czasu opadania i wznoszenia.

$$t_c = t_w + t_{op} = 2 \cdot t_w = 2 \cdot t_{op}$$

Ponieważ ciało w najwyższym punkcie w kierunku pionowym ma prędkość zero, to spadając na oś **x** osiągnie prędkość pionową $v_{yo}$.

$$v_o \cdot \sin\alpha = g \cdot t_w = g \cdot t_{op}$$

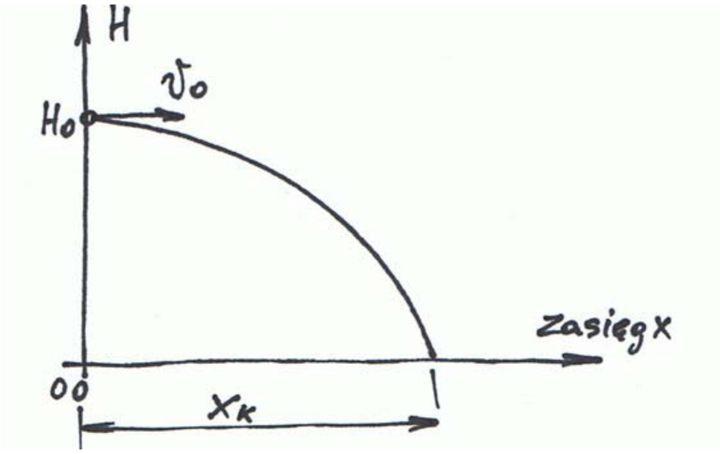
$$t_c = \frac{2 \cdot v_o \cdot \sin\alpha}{g}$$

Prędkość końcową $v_k$ obliczamy wykorzystując twierdzenie Pitagorasa, z prędkości końcowej wzdłuż osi **y** i prędkości stałej wzdłuż osi **x**.

$$\mathbf{v_k^2 = v_y^2 + v_{ox}^2}$$

**Przykład 1:**

Ciało rzucono poziomo z prędkością początkową $\mathbf{v_0}$ = 10[m/s] z wysokości $\mathbf{H_0}$ = 5[m]. Oblicz zasięg lotu (**x**), oraz czas lotu **t**.




Z treści wynika, że kąt $\boldsymbol{\alpha}$ = 0[$^0$]. Ciało, gdy leci, jego współrzędna **y** maleje, na końcu tego ruchu wynosi $\mathbf{y_k}$ = 0 (spada na oś **x**). Podstawiamy do wzoru:

$$\mathbf{y = H_o + v_o \cdot \sin\alpha \cdot t - \frac{g \cdot t^2}{2}} = 5[m] + 10[m/s] \cdot \sin 0[^o] \cdot t - \frac{10[m/s^2] \cdot t^2}{2} = 0[m]$$

Porządkujemy równanie:

$$\frac{10[m/s^2] \cdot t^2}{2} = 5[m]$$

otrzymujemy: $\mathbf{t}$ = 1[s]

Teraz obliczamy współrzędną końcową $\mathbf{x_k}$ podstawiając czas całkowitego lotu:

$$\mathbf{x_k = v_{ox} \cdot t = v_o \cdot \cos\alpha \cdot t} = 10[m/s] \cdot \cos 0[^0] \cdot 1[s] = 10[m]$$

**Zadania**:

**Zad 1.** Pocisk wystrzelony poziomo, z prędkością $\mathbf{v_0}$ = 50 [m/s] doleciał na odległość S=200[m]. Z jakiej wysokości został wystrzelony pocisk, i ile czasu leciał? Podaj współrzędne pocisku po **t** = 2 [s] lotu.

**Zad 2**. Wystrzelono pocisk poziomo z wysokości **H** =125[m]. Jaka była prędkość początkowa $\mathbf{v_0}$ = ? jeżeli spadł w odległości **S** = 500[m] i ile czasu leciał? W jakiej odległości od miejsca wystrzału powinna znajdować się ściana, aby pocisk uderzył w nią na wysokości **h** = 80[ m]?

**Zad 3**. Pocisk wystrzelony poziomo leciał **t** = 10 [s], spadł w odległości **S** = 600 [m]. Oblicz prędkość początkową pocisku $\mathbf{V_0}$ = ?, i z jakiej wysokości został wystrzelony, jak daleko zaleciałby ten pocisk, gdyby prędkość początkową zwiększyć o 50 %?

**Zad 4**. Z wieży o wysokości **H** = 320[m] wystrzelony pocisk poziomo trafił w ścianę będącą w odległości **S** = 650[ m], na wysokości **H** = 195[m]. Jak długo leciał pocisk, i z jaką prędkością początkowa $\mathbf{V_0}$ został wystrzelony? Jaki byłby zasięg, gdyby nie było ściany?

**Zad 5**. Ciało rzucono w górę z prędkością początkową $\mathbf{v_0}$, minęło dwukrotnie punkt **A**, na wysokości **h** = 180 [m]. Czas przejścia między punktami **A** wynosi **t** = 10 [s]. Oblicz: prędkość początkową $\mathbf{v_0}$, czas **t** po którym ciało wróci do miejsca wyrzutu, czas wznoszenia ciała nad punktem **A**, wysokość maksymalną **H**, prędkość w momencie mijania punktu **A** w jedną i drugą stronę.

**Zad 6**. Od rakiety będącej na wysokości **h** = 625 [m] lecącej pionowo do góry z prędkością **v** = 100 [m/s] oderwał się pusty zbiornik na paliwo. Oblicz czas, po którym zbiornik uderzy w ziemię od momentu oderwania się, prędkość uderzenia o ziemię, drogę jaką przebędzie od momentu oderwania, maksymalną wysokość nad ziemią.

**Zad 7**. Ciało swobodnie spadające ma w punkcie **A** prędkość $\mathbf{v_A}$ = 40 [cm/s], a w punkcie **B** $\mathbf{v_B}$ = 250[ cm/s]. Określ odległość punktów **AB**. Oblicz z jakiej wysokości spada swobodnie ciało, czas przejścia między punktami **AB**, prędkość w punkcie **C**, jeśli jest on poniżej punktu **A** o 20 [m]. Jaka jest prędkość ciała w punkcie **C**?

**Zad 8.** Ciało zrzucono swobodnie z pewnej wysokości, i po upływie $\mathbf{t_1}$ = 3[ s] znalazło się na wysokości $\mathbf{h_1}$ = 500 [m], po upływie następnych 3 [s] ciało znalazło się na wysokości $\mathbf{h_2}$ . Z jakiej wysokości zrzucono ciało, jakie są prędkości ciała na wysokości $\mathbf{h_1}$ i $\mathbf{h_2}$, jaka by musiała być prędkość początkowa w punkcie zrzutu swobodnego, aby drogę $\mathbf{h_1 - h_2}$ ciało przebyło w czasie dwa razy krótszym, niż w przypadku spadku swobodnego?

**Zad 9**. Dwa ciała rzucono w górę z jednakowymi prędkościami $\mathbf{v_0}$ = 50 [m/s], w odstępie czasu $\mathbf{t_0}$ = 3[s]. Znajdź miejsce spotkania ciał, jaka jest prędkość ciał względem siebie w momencie spotkania, jak długo byłoby ciało w locie, gdyby nie było zderzenia, po jakim czasie lotu ciała pierwszego nastąpi zderzenie?

**Zad 10**. Z brzegu studni wyrzucono w górę kamień z prędkością początkową $\mathbf{v_0}$ = 30 [m/s]. Po jakim czasie kamień uderzy o dno studni od momentu wyrzucenia, jeżeli wiadomo, że głębokość studni wynosi **h** = 35[m]. Jak długo leci kamień w studni, jaka jest prędkość kamienia w momencie uderzenia o wodę w studni, jaką drogę przebył kamień, na jaką wysokość wzniesie się kamień, ile wynosi czas wznoszenia kamienia?

**Zad 11**. Spadające swobodnie ciało przebyło w ostatnich dwóch sekundach lotu drogę $S_2$= 80[m]. Znajdź całkowitą drogę **S**, prędkość na końcu drogi **S**, oraz czas lotu ciała . Jaka musiała by być prędkość początkowa ciała w miejscu startu, aby całą drogę **S** pokonać w czasie trzech sekund?

**Zad 12.** Jedno ciało zrzucono swobodnie z wysokości **H** = 180 [m], a drugie w tym momencie rzucono do góry z prędkością początkową $\mathbf{v_0}$ = 60 [m/s]. Na jakiej wysokości spotkają się ciała, jakie mają prędkości w momencie spotkania, po jakim czasie nastąpiło spotkanie, jaką największą wysokość uzyskało by ciało drugie, gdyby się nie zderzyły?

**Zad 13**. Dwa ciała spadają swobodnie z różnych wysokości, lecz dolatują w tym samym momencie na ziemię, przy czym pierwsze ciało spadało w czasie $\mathbf{t_1}$ = 1 [s], a drugie w czasie $\mathbf{t_2}$ = 2 [s]. W jakiej odległości od ziemi znajdowało się drugie ciało, gdy pierwsze zaczęło spadać? Z jaką prędkością początkową należałoby rzucić ciało drugie, aby jednocześnie wystartowały i uderzyły o ziemię?

**Zad 14.** Po jakim czasie usłyszymy plusk wody, jeżeli do studni o głębokości **H** = 125[m] wrzucimy kamień z prędkością początkową $\mathbf{v_p}$ = 0[m/s]. Prędkość dźwięku w powietrzu wynosi $\mathbf{v_d}$ = 340[m/s].

**Zad 15**. Oblicz współrzędne samolotu, lecącego z prędkością **v** = 100[m/s] na wysokości **H** = 1000[m], jeżeli chcemy trafić pociskiem lecącym z prędkością początkową $\mathbf{v_0}$ = 1000[m/s] z armaty, ustawionej pod kątem $\boldsymbol{\alpha}$ = 30[$^o$]. Rozwiąż dwa przypadki – samolot leci wzdłuż osi x.

# 7. Pęd masy.

Pęd masy jest wielkością fizyczną wektorową. Pędem ciała nazywać będziemy iloczyn masy tego ciała **m**[kg] wyrażony w kilogramach i jej prędkości **v**[m/s].

$$\mathbf{p = m \cdot v}$$

gdzie: **p**[kg·m/s] – pęd ciała.
**m**[kg] – masa ciała
**v**[m/s] – prędkość ciała.

Aby poprawnie rozwiązać zadanie, należy zawsze zilustrować je, i nanieść na rysunek **oś kierunkową**. Zwrot wektora prędkości danego ciała, będzie porównywany do zwrotu przyjętej osi. Gdy zwroty będą zgodne, to do obliczeń przyjmujemy wektor prędkości ze znakiem dodatnim, a gdy zwroty będą przeciwne, znak wektora prędkości jest ujemny. To oznacza, że pęd danej masy może być dodatni lub ujemny. Masa jest skalarem, zawsze dodatnia. Z obliczeniem pędu jednej masy już sobie poradzimy. A co zrobić, gdy dwie lub więcej mas poruszają się wzdłuż jednej prostej i się zderzają. Tu przychodzi nam z pomocą **prawo zachowania pędu:**

**W zamkniętym odizolowanym układzie, suma pędów wszystkich mas, ma wartość stałą.**

$$\mathbf{p_w = p'_w}$$

gdzie: $\mathbf{p}_W$ – pęd wypadkowy przed zderzeniem (zdarzeniem).
$\mathbf{p'}_W$ – pęd wypadkowy po zderzeniu ( zdarzeniu).

Możemy obliczyć pęd całkowity przed zderzeniem, czyli pęd wypadkowy $\mathbf{p}_W$:

$$\mathbf{p_w = p_1+p_2+p_3+\ldots = constans.}\ \textbf{( stała wartość)}$$

$\mathbf{p_1, p_2}$ itd. pędy poszczególnych mas, w danym układzie zamkniętym.

Pamiętajmy, że w tym zamkniętym układzie, na ciała **nie działają** jakiekolwiek siły zewnętrzne! W zamkniętym układzie ciała zderzają się. My dla uproszczenia obliczeń przyjmujemy, że ciała po zderzeniu sklejają się, lub po zdarzeniu rozłączają się ( chłopiec rzucił piłkę, chłopiec wskoczył na wózek itp). Dla uproszczenia obliczeń, uważamy, że podczas zderzenia nie ma zamiany energii kinetycznej zawartej w ciałach na ich odkształcanie, sklejanie.

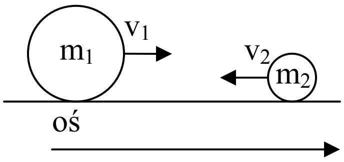
Suma pędów po zderzeniu wynosi:

$$\mathbf{p'_w = p'_1+p'_2+p'_3 + \ldots = constans.}$$

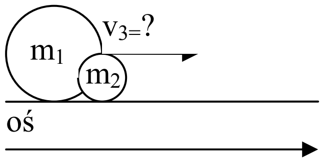
Aby poprawnie rozwiązać zadanie, należy zawsze je zilustrować, tzn: narysować sytuację przed i po zderzeniu (zdarzeniu) z zaznaczeniem wektorów prędkości i ich opisem.

**Przykład 1**

Dwa ciała o masach $\mathbf{m_1}$ = 2[kg] i $\mathbf{m_2}$ = 3[kg], poruszają się po torze poziomym z prędkościami $\mathbf{v_1}$ = 4[m/s] i $\mathbf{v_2}$ = 1[m/s], naprzeciw siebie. Z jaką prędkością $\mathbf{v_3}$ = ? i w którą stronę, będą poruszać się ciała po zderzeniu niesprężystym? Aby rozwiązać ten problem, ilustrujemy sytuację **przed** i **po** zderzeniu, przyjmując oś kierunkową na obu ilustracjach, skierowaną w tę samą stronę ( np. w stronę prawą).



Przed zderzeniem.



Po zderzeniu.

Nie wiemy, w która stronę, po zderzeniu będą poruszać się ciała. Dlatego rysujemy na ilustracji szukany wektor $\mathbf{v_3}$ zgodnie lub przeciwnie do osi kierunkowej. My wybraliśmy zwrot zgodny z osią. Zgodnie z prawem zachowania pędu, obliczamy:

$$\mathbf{p_W = p'_W}$$

$$\mathbf{p_1 + p_2 = p'_1 + p'_2}$$

Ciała po zderzeniu i połączeniu się, będą miały wspólną prędkość $\mathbf{v_3}$

$$\mathbf{m_1 . v_1 + m_2 \cdot (-v_2) = m_1 \cdot v_3 + m_2 \cdot v_3}$$

Wektor $\mathbf{v_2}$ jest ujemny, ponieważ jest skierowany w przeciwną stronę niż oś kierunkowa.
Teraz wyciągamy $\mathbf{v_3}$ przed nawias:

$$\mathbf{m_1 \cdot v_1 - m_2 \cdot v_2 = v_3 \cdot (m_1 + m_2)} \ / :(m_1 + m_2)$$

Dzieląc obustronnie równanie przez sumę mas : $\mathbf{m_1 + m_2}$ , otrzymamy szukaną wartość wektora $\mathbf{v_3}$

$$\mathbf{v_3 = (m_1 \cdot v_1 - m_2 \cdot v_2) / (m_1 + m_2)}$$

Jak interpretować otrzymany wynik? Jeżeli obliczona prędkość mas $\mathbf{v_3}$, po zderzeniu, ma znak dodatni, to poruszają się one zgodnie z wektorem prędkości $\mathbf{v_3}$, zaznaczonym przez nas na rysunku. Jeżeli otrzymamy wynik jest ujemny, to ciała będą poruszać się z prędkością $\mathbf{v_3}$, o zwrocie przeciwnym, do wektora zaznaczonego na rysunku.

**Zadania**:

Uwaga. Wszystkie wartości prędkości podawane są względem nieruchomego brzegu, podłogi, drzewa itp.

**Zad 1**. Oblicz pęd, masy **m** = 5[kg], poruszającej się z prędkością **v** = 7[m/s].

**Zad 2.** Z jaką prędkością poruszała się kula o masie $\mathbf{m_1}$ = 20 [kg], jeżeli po zderzeniu z nieruchomą drugą kulą o masie $\mathbf{m_2}$ = 10[ kg], poruszały się po sklejeniu z prędkością
$\mathbf{v_3}$ = 6 [m/s]?

**Zad 3**. Lokomotywa o masie $\mathbf{m_1}$ = 2[t], stojąc na torze została uderzona przez toczący się wagon z prędkością $v_2$ = 2 [m/s], o masie $\mathbf{m_2}$ = 500[kg]. Z jaką prędkością poruszała się lokomotywa połączona z wagonem po zderzeniu?

**Zad 4** Kula armatnia o masie $\mathbf{m_1}$ = 1 [kg] wyleciała z lufy z prędkością $\mathbf{v_1}$ = 400 [m/s]. Jaka jest masa armaty, jeżeli wystrzale cofała się z prędkością $\mathbf{v_2}$ = 2[ m/s]?

**Zad 5**.Oblicz pęd masy **m** = 12[kg], poruszającej się z prędkością **v** = 4[m/s].

**Zad 6**. Ciało o jakiej masie **m** =?, poruszające się z prędkością **v** = 5[m/s], ma pęd o wartości **p** = 20[kg m/s]?

**Zad 7**. Ze stojącej armaty na poziomym torze i lufą ustawioną poziomo, dokonano wystrzału. Kula armatnia o masie $\mathbf{m_1}$ = 2[kg], wyleciała poziomo z lufy, z prędkością $\mathbf{v_1}$ = 400 [m/s]. Jaka jest masa armaty, jeżeli po wystrzale cofnęła się z prędkością $\mathbf{v_2}$ = 2 [m/s]?

**Zad 8**. Lokomotywa o masie $\mathbf{m_1}$ = 2000[kg] tocząc się po szynach z prędkością $\mathbf{v_1}$ = 0,4[m/s] uderzyła w toczący się z naprzeciwka wagon poruszający się z prędkością $\mathbf{v_2}$ = 0,2[m/s] o masie $\mathbf{m_2}$ = 500 [kg]. Z jaką prędkością poruszała się lokomotywa wraz z wagonem po zderzeniu? Z jaką prędkością będą się poruszać, gdy lokomotywa dogoni toczący się wagon?

**Zad 9.** Z jaką prędkością poruszała się kula o masie $\mathbf{m_1}$ = 20[kg], jeżeli uderzając w drugą kulę o masie $\mathbf{m_2}$ = 10[kg], poruszającą się z prędkością $\mathbf{v_2}$ = 2[m/s], poruszały się po zderzeniu z prędkością $\mathbf{v_3}$ = 6[m/s]?

**Zad 10.** Chłopiec o masie $\mathbf{m_1}$ = 50[kg] będąc na łódce o masie $\mathbf{m_2}$ = 100[kg] zbliżał się do brzegu z prędkością $\mathbf{v_1}$ = 0,5[m/s]. Z jaką prędkością $\mathbf{v_3}$ = ? wyskoczył chłopiec z łódki na brzeg, jeżeli łódka po wyskoczeniu chłopca zatrzymała się?
Uwaga. Wszystkie wartości prędkości podawane są względem nieruchomego brzegu.

**Zad 11**. Chłopiec o masie $\mathbf{m_1}$ = 60[kg] biegnąc z prędkością $\mathbf{v_1}$ = 5[m/s] wskoczył na stojący wózek o masie $\mathbf{m_2}$ = 100[kg]. Z jaką prędkością $\mathbf{v_3}$=? , będzie poruszał się chłopiec na tym wózku, po wskoczeniu?

**Zad 12**. Chłopiec o masie $\mathbf{m}$ = 40[kg] stał na nieruchomej łódce o masie $\mathbf{M}$ = 100[kg]. W pewnym momencie chłopiec ruszył z prędkością $\mathbf{v}$ = 2[m/s]. Z jaką prędkością zaczęła poruszać się łódka w przeciwną stronę?

**Zad 13.** Jaką masę ma kula, jeżeli jej pęd ma wartość $\mathbf{p}$ = 20[kg·m/s], a porusza się z prędkością $\mathbf{v}$ = 4[m/s]?

**Zad 14.** Chłopiec o masie $\mathbf{m_1}$ = 50[kg] będąc na łódce o masie $\mathbf{m_2}$ = 100[kg] zbliżał się do brzegu z prędkością $\mathbf{v_1}$ = 0,5[m/s]. Z jaką prędkością $\mathbf{v_3}$ = ? wyskoczył chłopiec na brzeg, jeżeli łódka po wyskoczeniu chłopca: a) płynęła w kierunku brzegu z prędkością
$\mathbf{v_4}$ = 0,1[m/s], b) płynęła w stronę wody z prędkością $\mathbf{v_5}$ = 0,2[m/s].?

**Zad 15**. Chłopiec o masie $\mathbf{m_1}$ = 60[kg] biegnąc z prędkością $\mathbf{v_1}$ = 5[m/s] wskoczył na stojący wózek o masie $\mathbf{m_2}$ = 100[kg]. Z jaką prędkością $\mathbf{v_3}$ , będzie poruszał się chłopiec na tym wózku po wskoczeniu, gdyby wózek poruszał się w przeciwnych kierunkach z prędkością
$\mathbf{v_4}$ = 0,5[m/s]?

**Zad 16.** Dwie kule o masach $\mathbf{m}_1$ = 5[kg] i $\mathbf{m}_2$ = 2[kg] poruszały się z prędkościami $\mathbf{v}_1$ =1[m/s] i $\mathbf{v_2}$ = 0,5[m/s]. Oblicz prędkość kul po zderzeniu. Rozpatrz dwa przypadki – ruch kul w jedną stronę i w stronę przeciwną.

**Zad 17**. Ciało o masie $\mathbf{m}_1$=4[kg] posiadające pęd $\mathbf{p}$=40[kg·m/s] uderzyło w poruszającą się kulę o masie $\mathbf{m}_2$=12[kg]. Po zderzeniu obie kule łącznie posiadały pęd $\mathbf{p}_3$=100[kg·m/s]. Oblicz prędkość kuli drugiej przed zderzeniem.

# 8. Dynamika punktu materialnego.

Zgodnie z drugą zasadą dynamiki Newtona, przyspieszenie **a,** z jakim poruszać się będzie ciało, na które działa siła zewnętrzna **F**, jest wprost proporcjonalne do wartości działającej na nie siły **F**, a odwrotnie proporcjonalne do masy **m**, tego ciała.

$$\mathbf{a} = \frac{\mathbf{F}}{\mathbf{m}}$$

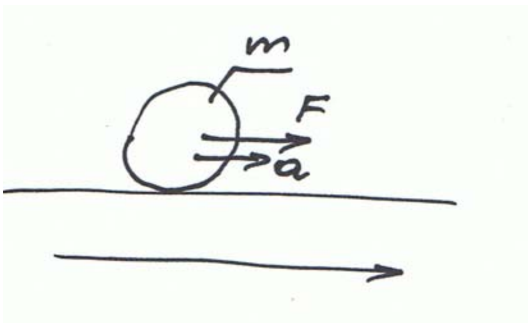
gdzie: **a**[m/s$^2$] – przyspieszenie ciała
**F**[N] – siła zewnętrzna działająca siła na ciało ( siła wypadkowa )
**m**[kg] – masa ciała

**Instrukcja rozwiązywania zadań z II zasady dynamiki Newtona:**

1. Rysujemy rozpatrywane masy zgodnie z treścią zadania.
2. Rysujemy oś zgodną ze zwrotem wektora prędkości poruszających się mas, lub zgodną z wektorem przyspieszenia np.: ciało porusza się do góry z przyspieszeniem **a**=3[m/s$^2$] , wówczas oś skierowana jest do góry itd.
3. Jeżeli jest więcej mas połączonych nitką, oś biegnie równolegle do nitki.
4. Rysujemy wszystkie wektory sił działające na każdą masę: siłę grawitacji, siłę naciągu nitki, siłę tarcia itp.
5. Każdą masę rozpatrujemy oddzielnie. Dla każdej masy obliczamy siłę wypadkową: $Fw_1$, $F_{W2}$ itd, zgodnie z przyjętą osią. ( pod uwagę bierzemy tylko siły wpływające na ruch ( równoległe do osi, rzuty sił na kierunek ruchu dla danej masy).
6. Wyrażamy każdą siłę wypadkową zgodnie z II zasadą dynamiki.
7. Sumujemy stronami równania, dzięki czemu siła naciągów nitek zredukuje się. Pozostanie tylko niewiadoma **a**.

**Przykład 1**.

Z jakim przyspieszeniem **a,** porusza się ciało o masie **m** = 4[kg], jeżeli na nie działa siła **F** = 20[N]?




Zgodnie ze wzorem obliczamy przyspieszenie **a**:

$$\mathbf{a} = \frac{\mathbf{F}}{\mathbf{m}} = \frac{20[N]}{4[kg]} = 5[m/s^2]$$

**Przykład 2**

Ciału o jakiej masie **m** = ?, siła **F** = 50[N], nada przyspieszenie **a** = 5[m/s$^2$]?
Przekształcamy podstawowy wzór, mnożąc przez mianownik:

$$\mathbf{a} = \frac{\mathbf{F}}{\mathbf{m}} \quad /\cdot \mathbf{m}$$

$$\mathbf{m \cdot a = F \ / :a}$$

Otrzymujemy:

$$\mathbf{m} = \frac{\mathbf{F}}{\mathbf{a}} = \frac{50[N]}{5[m/s^2]} = 10[kg]$$

**Zadania:**

**Zad 1**. Jaka siła nada ciału o masie **m** = 8[kg] przyspieszenie **a** = 4 [m/s$^2$] ?

**Zad 2**. Na ciało o masie **m** = 6[kg], działa siła **F** = 18[N]. Jakie przyspieszenie **a**, nada temu ciału, ta siła?

**Zad 3.** Siła **F** = 6[N] nadaje ciału $\mathbf{m_1}$ przyspieszenie **a** = 2[m/s$^2$]. Do tej masy doklejono masę $\mathbf{m_2}$ = 4 [kg]. Jakie będzie przyspieszenie **a**, tych połączonych mas?

**Zad 4.** Jaka siła **F** , nada przyspieszenie **a** = 2 [m/s$^2$] pionowo do góry, masie **m** = 12 [kg] ?

**Zad 5.** Jaka siła **F**, działa na masę **m** = 6[kg], opadającą z przyspieszeniem **a** = 4[m/s$^2$]?

**Zad 6.** Przez bloczek nieruchomy przewieszono nitkę, na końcach której zawieszono masy $\mathbf{m_1}$ = 1[kg] i $\mathbf{m_2}$ = 2[kg]. Oblicz przyspieszenie **a,** tych mas, oraz siłę naciągu nitki $\mathbf{F_N}$.

**Zad 7**. Na poziomej desce znajduje się masa $\mathbf{m_1}$ = 1[kg], połączona nitką, przerzuconą przez bloczek stały, na końcu której zawieszono masę $\mathbf{m_2}$ = 4 [kg]. Oblicz przyspieszenie mas **a**, oraz naciąg nitki $\mathbf{F_N}$.

**Zad 8.** Trzy masy leżące na stole i poruszające się bez tarcia $\mathbf{m_1}$ = 4[kg], $\mathbf{m_2}$ = 3[kg] i $\mathbf{m_3}$ = 2[kg] połączono nitkami, i zaczęto ciągnąć siłą **F** = 18[N]. Oblicz przyspieszenie mas i siły naciągu nitek.

**Zad 9**. Na masę **m** = 7[kg] działają jednocześnie dwie siły poziome o przeciwnych zwrotach $\mathbf{F_1}$ = 50[N] i $\mathbf{F_2}$ = 20[N]. Oblicz przyspieszenie tej masy.

**Zad 10**. Siła **F** = 40[N] nadaje pewnej masie przyspieszenie **a** = 4[m/s$^2$]. Jakie będzie przyspieszenie $\mathbf{a}_1$, jeżeli siła zmaleje dwukrotnie, a masa wzrośnie dwukrotnie?

**Zad 11**. Jaka siła **F**, nada ciału o masie **m** = 3[kg] przyspieszenie **a** = 4[m/s$^2$] pionowo do dołu.

**Zad 12**. Siła **F** = 240[N] nadaje pewnej masie przyspieszenie do góry **a** = 2[m/s$^2$].Oblicz tę masę.

# 9. Praca.

. Praca jest wielkością skalarną, czyli **niezwiązaną** z kierunkiem i zwrotem. Oznaczamy pracę symbolem literowym **W**. Ogólny wzór do obliczenia pracy to:

$$\mathbf{W = F \cdot s}$$

gdzie: **W**[J]( dżul) – praca wyrażona jest w dżulach
**F**[N] - siła (działająca wzdłuż wektora przesunięcia, wzdłuż drogi)
**s**[m] – przemieszczenie (przebyta droga )

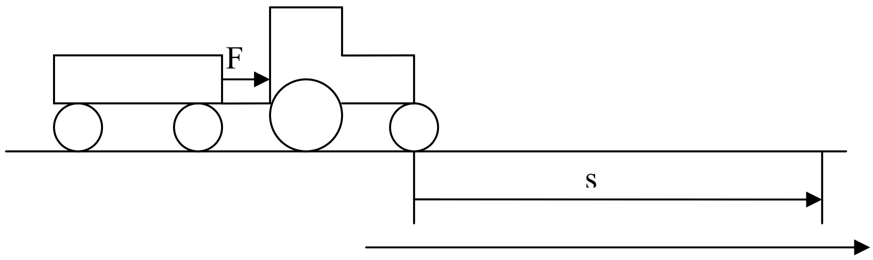
Dla tych, którzy znają funkcje trygonometryczne, podaję wzór na obliczenie pracy:

$$\mathbf{W = F \cdot s \cdot \cos \alpha}$$

gdzie: **α** jest kątem pomiędzy wektorem siły **F**, a wektorem przemieszczenia **s**.

Jednostką pracy jest 1[J] = 1[N]·1[m]. Może nam się to skojarzyć z momentem obrotowym, momentem siły. Tu siła **F** powoduje przesunięcie, a przy momencie obrotowym, obrót ciała. Gdy zaczniemy się nad tematem **praca** zastanawiać, to spróbujmy odpowiedzieć na następujące pytanie: czy człowiek podnoszący książkę z podłogi na stół wykonał tę samą pracę, co drugi człowiek, gdy ją zdejmował ze stołu i położył na podłodze? Pierwszy z nich przesuwał książkę do góry, a więc przesunięcie ma zwrot pionowo skierowane do góry, oraz siła, którą człowiek oddziaływał na przedmiot była skierowana także do góry. Oba zwroty tj: przesunięcia i siły mają zgodny zwrot. W drugim przypadku przesunięcie jest o zwrocie do dołu, a siła oddziaływania jest skierowana do góry. Zwroty są skierowane przeciwnie. Aby nie mieć wątpliwości, co do poprawności obliczenia pracy, w każdym przypadku, należy przyjąć **oś** kierunkową **zawsze** skierowaną **zgodnie z przesunięciem**, następnie porównać zwrot siły ze zwrotem przyjętej osi. Siła, którą działamy na ciało będzie dodatnią, gdy zwroty osi i siły są zgodne, a ujemną, przy zwrotach przeciwnych.

**Przykład 1**
Jaką pracę wykonał traktor, ciągnąc przyczepę siłą **F** = 500[N] na drodze **s** = 1[km]?



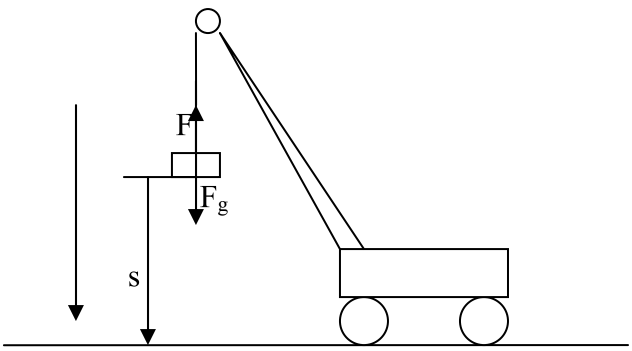

**W = F· s**

**W** = 500[N] ·1000[m] = 500 000[J] = 500[kJ]

W tym zadaniu przyjmujemy zwrot osi kierunkowej zgodnie z przesunięciem **s** (kierunek i zwrot zgodny z ruchem traktora). Następnie sprawdzamy zgodność zwrotu siły **F** z osią. Jeżeli jest zwrot taki sam, to siła ma znak plus, a obliczona praca, jest dodatnią.
Odp. Traktor wykonał pracę (dodatnią) **W** = 500[kJ]

**Przykład 2.**

Dźwig opuścił z wysokości **H** = 12[m] na ziemię ciężar **F** = 400[N]. Jaką pracę wykonał dźwig?



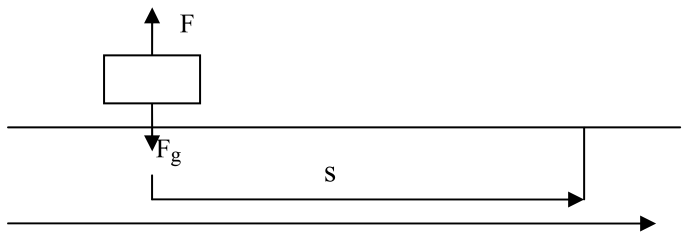

Ponieważ przesunięcie jest z góry do dołu, więc o tym zwrocie przyjmujemy oś kierunkową. Siła **F**, jaką działa dźwig na ciężar, jest skierowana do góry, a więc przeciwnie do zwrotu przyjętej osi. Przyjmujemy do obliczeń siłę ujemną ( ze znakiem minus).

$$\mathbf{W = (-F) \cdot S = (-F) \cdot H}$$

$$\mathbf{W} = (-400)[N] \cdot 12[m] = -4800[J]$$

Odp. Dźwig wykonał ujemną pracę w ilości **W** = - 4800[J]

A jaką pracę wykonamy, gdy po poziomej drodze przeniesiemy ciężar $\mathbf{F_g}$ ? Przesunięcie **S** jest poziome, a działamy siłą **F**, skierowaną pionowo do góry, równoważącą ciężar $\mathbf{F_g}$.




Zauważymy, że siła **F**, jest prostopadła do przesunięcia. Rzut siły na kierunek przesunięcia wynosi zero, co oznacza, że wartość siły, jaką bierzemy do obliczenia pracy, wynosi zero.

$$\mathbf{W = F \cdot s}$$

$$\mathbf{W} = 0[N] \cdot 50[m] = 0[J]$$

My nie wykonamy jakiejkolwiek pracy. No cóż, przenosząc ciężary po poziomej drodze jesteśmy później zmęczeni, a z punktu widzenia fizyki wykonamy pracę zerową.
Zauważmy, że we wzorze na obliczenie wykonanej pracy nie ma czasu. To oznacza, że praca nie zależy od prędkości przesuwania ciał.

**Zadania:**

**Zad 1**. Jaką pracę wykonał chłopiec przesuwając szafę na odległość **S** = 5[m], naciskając na nią siłą **F** = 400[N]?

**Zad 2**. Marysia podniosła wiadro z wodą o masie **m** = 30[kg] na wysokość **h** = 0,8[m]. Jaką pracę wykonała dziewczynka?

**Zad 3**. Robotnik zniósł z pierwszego piętra na parter masę **m** = 25[kg]. Jaką wykonał pracę, jeżeli wiadomo, że różnica poziomów parteru i piętra wynosi **h** = 4[m]?

**Zad 4.** Dwaj chłopcy bawili się w przeciąganie liny. Pierwszy ciągnął w prawo siłą $\mathbf{F_1}$ = 450[N], a drugi w lewo siłą $\mathbf{F_2}$ = 400[N]. Jaką pracę wykonał każdy z nich, jeżeli lina została przesunięta o **S** = 6[m]? Ile wynosi praca całkowita?

**Zad 5**. Dźwig podniósł masę **m** = 100[kg] na wysokość **h** = 20[m], następnie przesunął poziomo na odległość **s** = 4[m], po czym opuścił o $\mathbf{h_1}$ = 2[m]. Jaką pracę wykonał dźwig na każdym odcinku? Jaka jest wartość pracy całkowitej, wykonanej przez tę maszynę?

**Zad 6.** Na jaką odległość Janek przeciągnął sanki, jeżeli wiadomo, że oddziaływał z siłą **F** = 400[N], a wykonał pracę **W** = 2000[J]?

**Zad 7**. Na jaką wysokość została wciągnięta masa **m**=40[kg], jeżeli pracę tę wykonano w dwóch etapach, wykonując prace: $\mathbf{W}_1$=400[J] i $\mathbf{W}_2$=800[J]?

**Zad 8.** Przesuwano skrzynię z siłą **F**=500[N] w jedną stronę na odległość $\mathbf{S}_1$=20[m], po czym cofnięto o $\mathbf{S}_2$=5[m]. Oblicz całkowitą pracę wykonaną przy przesuwaniu skrzyni.

# 10.Tarcie.

Podczas przesuwania po podłodze przedmiotów zauważamy opór, jaki stawiają przedmioty. Jest to siła tarcia **T**. Jest ona zawsze skierowana w przeciwną stronę niż kierunek i zwrot wektora prędkości, czyli do kierunku ruchu. Siła ta zależy od: siły dociskającej ciało do powierzchni drogi, po której się przesuwa, rodzaju materiału, z którego wykonane jest ciało i rodzaju materiału, z którego wykonano drogę ( to zostało uwzględnione we współczynniku tarcia μ). Zależność między siłami jest następująca:

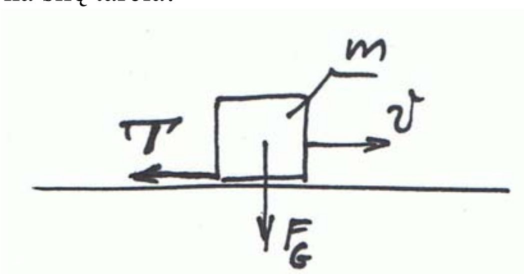
$$\mathbf{T = F_d \cdot \mu}$$

gdzie: **T**[N] – siła tarcia
**F$_d$**[N] – siła docisku
**μ** – współczynnik tarcia.

Siła docisku, jest siłą wypadkową obliczaną według osi skierowanej od ciała do powierzchni drogi. Bierze się pod uwagę wszystkie siły działające na ciało o kierunku prostopadłym do powierzchni drogi. Siła wypadkowa jest oddziaływaniem ciała na powierzchnię drogi, w kierunku prostopadłym do niej.

**Przykład 1**.

Oblicz siłę tarcia podczas przesuwania ciała o masie **m** = 20[kg] po podłodze, jeżeli współczynnik tarcia wynosi **μ** = 0,2. Siła, jaka dociska ciało do podłogi jest siłą grawitacji. Rozwijamy równanie na siłę tarcia:

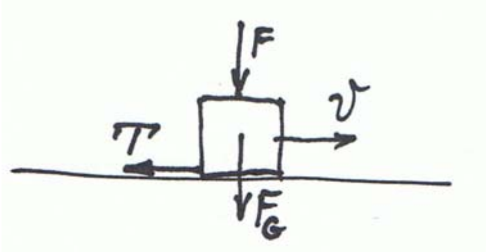



$$\mathbf{T = F_G \cdot \mu = m \cdot g \cdot \mu} = 20[kg]\cdot 10[m/s^2]\cdot 0{,}2 = 40[N]$$

**Przykład 2.**

Ciało o masie **m** = 40[kg] jest przesuwane po poziomej drodze, przy współczynniku tarcia **μ**= 0,1. Dodatkową siłą dociskającą ciało do podłoża jest siła **F** = 50[N]. Oblicz siłę tarcia.

W pierwszej kolejności należy narysować oś, o kierunku prostopadłym do drogi o zwrocie od ciała do powierzchni drogi. Następnie obliczyć siłę wypadkową, która jest siłą docisku:




$$\mathbf{T = F_d \cdot \mu = (F_G + F)\cdot \mu = (m \cdot g + F)\cdot \mu} = (40[kg]\cdot 10[m/s^2] + 50[N])\cdot 0{,}1 = 45[N]$$

**Zadania:**

**Zad 1** Jaka jest siła tarcia **T,** jeżeli przesuwamy masę **m** = 20[kg] po poziomej powierzchni ruchem jednostajnym, przy współczynniku tarcia **μ** = 0,15?

**Zad 2.** Jaka jest wartość współczynnika tarcia **μ**, jeżeli przesuwając masę **m** = 1[kg], należało użyć siły **F** = 40[N].

**Zad3.** Oblicz siłę tarcia **T**, przy przesuwaniu ciężaru $\mathbf{F_G}$ = 120[N] po poziomej drodze, przy współczynniku tarcia **μ** = 0,1.

**Zad 4**. Dwie masy $\mathbf{m_1}$ = 20[kg] i $\mathbf{m_2}$ = 60[kg], połączone są nitką i przesuwane po poziomym torze, przy współczynniku tarcia **μ** = 0,2. Jaka siła minimalna jest w stanie te masy przesuwać ruchem jednostajnym? Oblicz siły tarcia działające na poszczególne masy.

**Zad 5.** Jaka jest masa przesuwanego ciała, jeżeli siła tarcia o podłoże wynosi **T** = 60[N], a współczynnik tarcia **μ** = 0,2. Siła dodatkowa dociskająca tę masę do podłoża ma wartość **F** = 200[ N]

**Zad 6.** Oblicz wartość współczynnika tarcia **μ,** jeżeli przesuwając ciężar **G** = 200[ N] użyto siły **F** = 40[N].

**Zad 7.** Oblicz siłę tarcia dla przesuwanej masy **m**=250[kg], przy współcz. tarcia **μ** = 0,2.

**Zad 8.** Przesuwano jednocześnie dwie masy $\mathbf{m_1}$=40 [kg] i $\mathbf{m_2}$ = 60 [kg] przy współczynnikach tarcia odpowiednio $\mathbf{\mu_1}$ = 0,4 i $\mathbf{\mu_2}$ = 0.2 Jakiej siły należało użyć do przesunięcia tych mas ruchem jednostajnym?

**Zad 9** Masę **m**=20 [kg] dociśnięto sprężyną do podłoża siłą **F**= 400 [N]. Jeżeli współczynnik tarcia wynosi **μ** = 0,1, to jaka siła **F** = ? jest potrzebna do przesunięcia tego ciała?

**Zad10.** Jaką masę da się przesunąć siłą **F** = 15[N], jeżeli współczynnik tarcia tego ciała o podłoże wynosi **μ** = 0,2

**Zad 11**. Wiatr przesuwa po suficie balon o masie **m** = 4[kg], na który działa siła wyporu (Archimedesa) $\mathbf{F_A}$ = 600[N]. Oblicz siłę oddziaływania wiatru, jeżeli współczynnik tarcia balonu o sufit wynosi **μ** = 0,15.

**Zad 12**. Jaką minimalną siłą należy docisnąć masę **m** = 4[kg] do pionowej ściany, aby przy współczynniku tarcia **μ** = 0,2 nie przesuwała się?

**Zad 13.** Masa $\mathbf{m}$ = 40[kg] przesuwana jest po podłodze, przy współczynniku tarcia $\boldsymbol{\mu}$ = 0,2. Jaka siła docisku $\mathbf{F_D}$ do podłoża musi działać na to ciało, aby przesuwać je ruchem jednostajnym siłą $\mathbf{F}$ = 60[N]?

**Zad 14.** Ilu krotnie wzrośnie siła tarcia, jeżeli masa przesuwanego ciała wzrośnie czterokrotnie, a współczynnik tarcia zmaleje dwukrotnie?

# 11. Energia mechaniczna.

Podczas podnoszenia pewnej masy z podłogi na wysokość **S** wykonujemy pracę dodatnią obliczaną:

$$\mathbf{W = F_G \cdot S}.$$

Przesunięcie skierowane jest do góry, a my działamy siłą **F**, skierowaną w tę samą stronę. Praca jest pracą dodatnią Siła oddziaływania jest równa sile grawitacji, ponieważ ruch jest jednostajny i zgodnie z trzecią zasadą dynamiki Newtona

$$\mathbf{F_W = -F_G + F = 0.}$$
$$\mathbf{F = F_G = m \cdot g}$$

Zastanawiamy się, gdzie podziała się ta włożona przez nas praca **W**. Otóż została ona zgromadzona w tym ciele, zwiększając tzw. energię potencjalną $\mathbf{E_p}$ podnoszonej masy.

$$\mathbf{E_p = m \cdot g \cdot h}$$

gdzie: $\mathbf{E_p}$[J]– energia potencjalna
**m**[kg] – podnoszona masa
**h**[m] – przesunięcie, zmiana wysokości położenia masy.

Należy zaznaczyć, że my możemy obliczyć wartość zmiany energii potencjalnej, przyjmując wartość tej energii na poziomie odniesienia, równą zero. Przesunięcie ( różnica położenia ciała, liczona w kierunku pionowym ) przyjęło się oznaczać literką **H**, **h**. Jeżeli ciało po podniesieniu puścimy swobodnie, to zacznie się poruszać w dół ruchem jednostajnie przyspieszonym. Ciało to zwiększa tzw. energię kinetyczną $\mathbf{E_k}$, obliczaną ze wzoru:

$$\mathbf{E_k = \frac{m \cdot v^2}{2}}$$

gdzie: $\mathbf{E_k}$[J] – energia kinetyczna
**m**[kg] – masa ciała
**v**[m/s] – prędkość ciała.

Okazuje się, że suma energii potencjalnej $\mathbf{E_p}$ i energii kinetycznej $\mathbf{E_k}$, spadającego swobodnie ciała, na dowolnej wysokości jest stała.

$$\mathbf{E_p + E_k = const.}$$

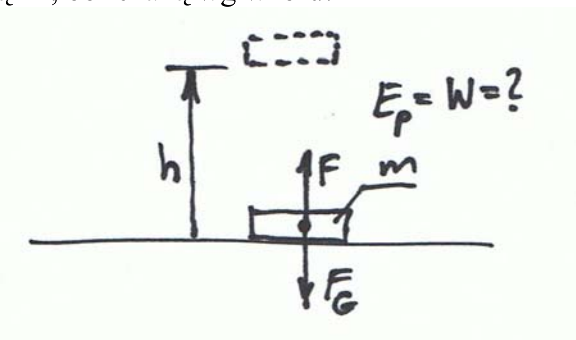
Mówimy o prawie zachowania energii mechanicznej. W polu grawitacyjnym, gdy, ciało spada swobodnie, energia potencjalna tego ciała maleje, zamieniając się w energię kinetyczną. Gdy ciało porusza się do góry, wówczas, energia kinetyczna zamienia się na energię potencjalną ( do momentu zatrzymania się ). Opory powietrza pomijamy.

$$\mathbf{m \cdot g \cdot h + \frac{m \cdot v^2}{2} = const.}$$

**Energie te, nazywamy energią mechaniczną.**

**Przykład 1**

Oblicz energię potencjalną ( tę energię obliczamy względem poziomu odniesienia, gdzie jej wartość przyjmujemy równą zero) książki o masie **m** = 0,5[kg], podniesionej ze stołu na półkę, przy różnicy wysokości **h** = 0,6[m]. Energia potencjalna na poziomie stołu, jako poziomu odniesienia wynosi zero. Wykonujemy pracę, która zamienia się na energię potencjalną książki, obliczaną wg wzoru:

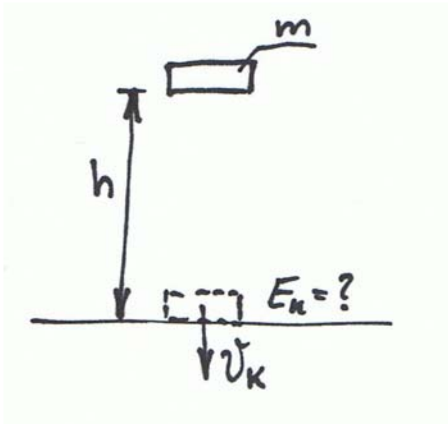



$$\mathbf{E_p = m \cdot g \cdot h} = 1[kg] \cdot 10[m/s^2] \cdot 0{,}6[m] = 6[J]$$

**Przykład 2.**

Ciało o masie **m** = 2[kg] spada z wysokości **h** = 4[m]. Oblicz energię kinetyczną, jaką będzie miało to ciało, w momencie uderzania w ziemię.

W najwyższym punkcie nad ziemią ciało posiada tylko energię potencjalną, ponieważ się nie porusza.

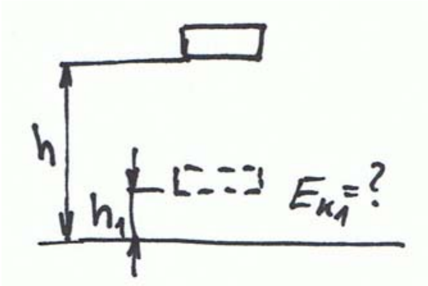



$$\mathbf{E_p = m \cdot g \cdot h =} 2[kg] \cdot 10[m/s^2] \cdot 4[m] = 80[J]$$

Na poziomie ziemi, jako poziomu odniesienia, względem którego określamy położenia ciała, jego energia potencjalna ma wartość zero. To oznacza, że cała energia potencjalna zamieniła się na energię kinetyczną:

$$\mathbf{E_p = 0} \text{ czyli } \mathbf{E_k} = 80[J]$$

Oblicz energię kinetyczną tego ciała na wysokości $\mathbf{h_1} = 1[m]$.
Teraz wykonujemy ilustrację do zadania, wymiarując położenie ciała nad poziomem odniesienia:




Wiedząc, że na dowolnej wysokości, suma energii mechanicznej jest stała, dla danego ciała, obliczamy:

$$\mathbf{E_{p1} + E_{k1} = E_{p2} + E_{k2} = const}.$$

W najwyższym punkcie prędkość ciała ma wartość 0[m/s], więc energia kinetyczna wynosi również zero

$$\mathbf{E_{k1} = 0} \text{ ponieważ } \mathbf{v_1 = 0}$$

$$\mathbf{E_{k2} = E_p - E_{p2} = m \cdot g \cdot h - m \cdot g \cdot h_1 = = m \cdot g \cdot ( h - h_1) =}$$

$$2[kg] \cdot 10[m/s^2] \cdot (4[m] - 1[m]) = 60[J]$$

**Zadania:**

**Zad 1.** Oblicz energię potencjalną **Ep**, ciała o masie $\mathbf{m} = 4[kg]$ podniesionego na wysokość $\mathbf{h} = 5[m]$.

**Zad 2**. Oblicz energię kinetyczną ciała o masie **m** = 5[kg] poruszającego się z prędkością **v** = 8[m/s].

**Zad 3**. Jaką pracę trzeba włożyć w podniesienie masy **m** = 4 [kg] na wysokość **h** = 40 [m]? Ile wyniesie wartość energii potencjalnej tego ciała?

**Zad 4.** Z jakiej wysokości spada masa **m** = 6 [kg], jeżeli jej energia kinetyczna tuż nad ziemią wynosi $\mathbf{E_k}$ = 500[ J]?

**Zad 5**. Oblicz energię kinetyczną ciała $\mathbf{E_k}$ o masie **m** = 30[kg] na wysokości **h** = 2[m] nad ziemią, jeżeli na początku spadku swobodnego posiadało energie potencjalną $\mathbf{E_p}$ = 1200[J].

**Zad 6**. Ciała o masie $\mathbf{m_1}$ = 3 [kg] i $\mathbf{m_2}$ = 6 [kg] spadają z wysokości **h** = 10 [m]. Oblicz, ile razy energia potencjalna i energia kinetyczna ciała drugiego, będzie większa, w stosunku do ciała pierwszego.

**Zad 7**. Z jakiej wysokości **h**, spada ciało o masie **m** = 8[kg], jeżeli osiągnęło prędkość końcową **v** = 5[ m/s]. Jaką największą energię kinetyczną ma to ciało, i w którym miejscu?

**Zad 8**. Jaki jest stosunek mas dwóch ciał spadających z tej samej wysokości, jeżeli energia kinetyczna pierwszego ciała jest większa od energii kinetycznej ciała drugiego dwukrotnie?

**Zad 9**. Jaki jest stosunek prędkości ciał spadających, o tych samych masach, jeżeli energia kinetyczna ciała jednego jest dwa razy większa od energii kinetycznej ciała drugiego?

**Zad 10.** Ile razy zmniejszyła się energia kinetyczna ciała, którego prędkość zmalała dwukrotnie?

**Zad 11.** Na jaką wysokość wtoczył się samochód rozpędzony do prędkości **v** = 20[m/s]?

**Zad 12.** Jaką prędkość **v**, osiągnie **c**iało staczające się bez tarcia po równi pochyłej o wysokości **h** = 5[m?

**Zad 13.** Czy ciało mające prędkość **v** = 10[m/s] spada swobodnie z wysokości **h** = 20[m]?

**Zad 14.** Oblicz energię potencjalną ciała o masie **m** = 40[kg], podniesionego na wysokość **h** = 6[m].

**Zad 15**. Oblicz prędkość poruszającego się ciała o masie **m** = 1[kg], jeżeli jego energia kinetyczna wynosi $\mathbf{E_k}$ = 50[J].

**Zad 16**. Oblicz największą wysokość z jakiej spada ciało o masie **m** = 10[kg], jeżeli ma na pewnej wysokości energię kinetyczną o wartości $\mathbf{E_k}$ = 60[J] i energię potencjalną $\mathbf{E_p}$ = 40[J].

**Zad 17.** Podnosząc pewne ciało do góry, wykonano pracę **W** = 1000[J]. Spadając swobodnie na pewnej wysokości energia kinetyczna tego ciała stanowiła $\mathbf{E_k}$ =80% całej energii. Na jakiej wysokości znajdowało się to ciało, jeżeli jego masa wynosiła **m** = 2[kg]?

**Zad 18**. Ile wynosi energia kinetyczna samochodu o masie **m** = 800[kg], poruszającego się z prędkością **v** = 36[km/h]?

**Zad 19.** Na jaką wysokość maksymalną **h**, wzniesie się ciało wyrzucone do góry z prędkością **v** = 8[m/s]?

**Zad 20**. Oblicz prędkość ciała wyrzuconego do góry z prędkością **v** = 20[m/s] na wysokości **H** = 15[m].

**Zad 21**. Na jaką wysokość **h**, wtoczy się kamień po zboczu góry, jeżeli u podnóża poruszał się z prędkością **v** = 5[m/s]?

**Zad 22.** Wózek o masie **m** = 100[kg] toczył się po poziomej jezdni z prędkością $\mathbf{v_1}$ = 7[m/s]. Po przejechaniu pewnej drogi stracił energię w ilości **E** = 1650[J]. Z jaką prędkością toczył się ten wózek po stracie tej energii?

**Zad 23.** Oblicz masę ciała, jeżeli podnosząc na wysokość **h** = 40[m] posiadało energię $\mathbf{E_p}$ = 1200[J].

**Zad 24**. Ciało o masie **m** poruszało się z prędkością **v** = 10[m/s]. W pewnym momencie zaczęło poruszać się po drodze, na której współczynnik tarcia wynosił **μ** = 0,4. Jaką drogę pokonało to ciało, do zatrzymania się?

**Zad 25**. Ciało o masie **m** = 10[kg] poruszało się poziomo z prędkością $\mathbf{v_1}$= 5[m/s], a następnie pokonując pewien odcinek szorstkiej drogi, zmniejszyło prędkość do $\mathbf{v_2}$ = 3[m/s]. Oblicz straconą energię przez ciało, długość drogi, jeżeli współczynnik tarcia wynosił **μ** = 0.5.

**Zad 26.** Ciało będące na równi pochyłej o wysokości **h** = 8,5[m] zaczęło się zsuwać raz bez tarcia, a następnym z tarciem. Oblicz prędkość końcową ciała zsuwającego się bez tarcia. Ile wynosi prędkość ciała zsuwającego się z tarciem, jeżeli na skutek tarcia ciało straciło 40% swojej energii?

**Zad 27.** Ciało o masie **m** = 4[kg], po zsunięciu się z równi pochyłej o wysokości **h** = 8[m] natrafiło na chropowatą powierzchnię, po której się przesuwało do zatrzymania. Oblicz długość drogi, jeżeli współczynnik tarcia na niej wynosił **μ** = 0,6.

**Zad 28.** Ciało o masie **m** = 2[kg] poruszało się z pewną prędkością. Po pokonaniu drogi **S** = 60[m] na której współczynnik tarcia wynosił **μ** = 0,3 zatrzymało się. Oblicz prędkość początkową tego ciała.

**Zad 29.** Na początku równi pochyłej, ciało o masie **m** = 7[kg] posiadało pęd **p** = 140[kg· m/s], i zaczęło wjeżdżać po równi. Na jaką wysokość się wzniosło to ciało?

**Zad 30**. Na jaką wysokość wzniosło się ciało z poprzedniego zadania, jeżeli straciło podczas wznoszenia 20% swojej pierwotnej energii?

## 12. Gęstość materii.

Gdy podnosimy jakieś ciała o podobnych wymiarach, mówimy, że jedne są lekkie (styropian), a inne ciężkie ( metale). Pod tym względem, ciała materialne jednorodne, są scharakteryzowane przez wielkość fizyczną zwaną **gęstością**, oznaczaną grecką literką **ρ** (czyt: ro), a jej jednostką jest [kg/m$^3$]. Inną nazwą tej wielkości fizycznej jest **masa właściwa**. Innymi słowy, jest to masa jednostki objętości ciała. Jest ona podawana dla różnych materiałów w tablicach fizyczno – chemicznych. Możemy ją odczytać, lub obliczyć z zależności:

$$\boldsymbol{\rho = \frac{m}{V}}$$

gdzie: **ρ**[kg/m$^3$] – gęstość materii. ( w niektórych książkach autorzy wprowadzili literkę **d,** dla oznaczenia gęstości.)
**m**[kg] – masa ciała.
**V**[m$^3$] – objętość ciała.

Jeżeli masę właściwą **ρ** pomnożymy przez przyspieszenie ziemskie **g** = 10[m/s$^2$], otrzymamy nową wielkość fizyczną, zwaną ciężarem właściwym, oznaczanym literą **γ.**

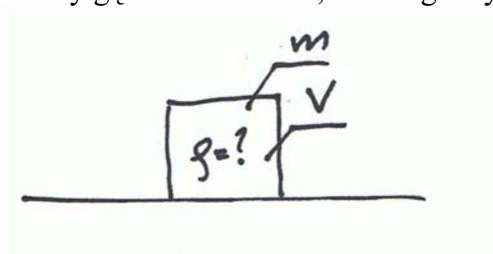
$$\boldsymbol{\gamma = \rho \cdot g}$$

Jest to siła grawitacji działająca na jednostkę objętości ciała. Wyraża się ją w :

$$\gamma \quad \frac{[N]}{[m^3]}$$

**Przykład 1.**

Oblicz gęstość **ρ** = ? ciała, o masie **m** = 400[kg] i objętości jaką zajmuje **V** = 0,5[m$^3$].
Zgodnie ze wzorem, obliczamy gęstość materiału, z którego wykonano to ciało:




$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{400[kg]}{0{,}5[m^3]} = 800[kg/m^3]$$

**Przykład 2.**

Jaką masę **m** = ?, będzie miał prostopadłościan o wymiarach **a** = 1[m], **b** = 2[m], **c** = 4[m], wykonany z materiału o **ρ** = 500[kg/m$^3$]?

Obliczamy z podstawowego wzoru, dodatkowo rozwijając go o znajomość z matematyki, na obliczenie objętości prostopadłościanu:

Mnożymy przez mianownik:

$$\boldsymbol{\rho} = \frac{\mathbf{m}}{\mathbf{V}} \quad /\cdot V$$

$$\boldsymbol{\rho\cdot V = m}$$

teraz zamieniamy stronami równanie

$$\mathbf{m = \rho\cdot V = \rho\cdot a\cdot b\cdot c =} 500[kg/m^3]\cdot 1[m]\cdot 2[m]\cdot 4[m] = 4000[kg]$$

**Zadania:**

**Zad 1.** Jaką gęstość ma ciało jednorodne o objętości **V** = 2,5[m$^3$] i masie **m** = 9000[kg]?

**Zad 2.** Oblicz ciężar właściwy wody, wiedząc, że jej gęstość wynosi **ρ** = 1000[kg/m$^3$].

**Zad 3.** Ile wynosi gęstość materiału, z którego wykonano sześcian o boku **a** = 0,5[m] i masie **m** = 1500[kg]?

**Zad 4.** Jaka jest masa i gęstość walca, o objętości **V** = 400[dm$^3$], którego ciężar wynosi **G** = 2000[N]?

**Zad 5.** Oblicz objętość kuli, której masa wynosi **m** = 600[kg], a gęstość ma wartość **ρ** = 40[kg/m$^3$].

**Zad 6.** Jaka jest długość **L**, pręta o przekroju poprzecznym **S** = 2[cm$^2$], masie **m** = 4[kg], wykonanego z materiału o gęstości **ρ** = 500[kg/m$^3$]?

**Zad 7.** Jaka jest powierzchnia blachy, o grubości **a** = 0,01[m], wykonanej z materiału o gęstości **ρ** = 8000[kg/m$^3$] i masie **m** = 1600[kg]?

**Zad 8.** Jaka jest gęstość styropianu, którego **n** = 10 płyt, o objętości jednej płyty $\mathbf{V}_1$ = 50[ dm$^3$] ma masę **m** = 15[kg]?

**Zad 9.** Ile razy gęstość ciała drugiego jest większa od gęstości ciała pierwszego, jeżeli ich objętości są jednakowe, a masa ciała drugiego jest dwa razy większa od masy ciała pierwszego?

**Zad 10.** Oblicz objętość ciała pierwszego $\mathbf{V}_1$, którego masa wynosi **m** = 500[kg], wykonanego z tego samego materiału co ciało drugie, które ma ciężar **G** = 6000[N], a objętość jego wynosi $\mathbf{V}_2$ = 0,8[m$^3$].

**Zad 11.** Oblicz masę cieczy w puszce, w której znajduje się ciecz o gęstości **ρ**=1200[kg/m$^3$]. Gdy puszka była napełniona cieczą o ciężarze właściwym **γ** = 40000[N/m$^3$], jej ciężar wynosił $\mathbf{F}_G$ = 800[N].

# 13. Hydrostatyka.

Każdy z nas, zanurzając rękę w wodzie odczuwa tylko zmianę temperatury, i to, że woda jest mokra. Wystarczy włożyć rękę do woreczka foliowego, a następnie zanurzyć w wodzie. Zauważymy nacisk wody na ciało, przez folię. Jest to działanie ciśnienia wody na ciało. Ciśnienie jest to siła oddziaływania cieczy lub gazu na jednostkę powierzchni, a także oddziaływania ciała stałego na ciecze lub gazy np.: sprężanie gazu w pompce tłokowej, strzykawka.

$$\mathbf{p = \frac{F}{S}}$$

gdzie: **p**[N/m$^2$] – ciśnienie. Jednostka ciśnienia ma swoją nazwę – paskal [Pa]
**F**[N] – siła oddziaływania
**S**[m$^2$] – powierzchnia, na którą działa siła **F**.

Zgodnie z prawem Pascala: ciśnienie panujące w cieczy działa we wszystkich kierunkach, a na dowolne ścianki naczynia działa zawsze prostopadle. Ciśnienie obliczamy:

$$\mathbf{p = \rho \cdot g \cdot h}$$

gdzie: **p**[N/m$^2$];[Pa]- ciśnienie hydrostatyczne na głębokości h[m]
**ρ**[kg/m$^3$]- gęstość cieczy
**g**[m/s$^2$] -przyspieszenie ziemskie.
**h**[m] - głębokość mierzona od powierzchni cieczy.

Z tym prawem ściśle łączy się prawo Archimedesa: **na każde ciało zanurzone w płynie** ( w technice płynem nazywany zarówno ciecz, jak i gaz ), **działa siła wyporu $F_A$**, ( oznaczać będziemy symbolem $F_A$) **skierowana pionowo do góry, równa ciężarowi cieczy, wypartej przez to ciało** ( tylko część zanurzona ciała wypiera płyn ).

$$\mathbf{F_A = \rho_c \cdot g \cdot V_c}$$

gdzie: $F_A$[N] – siła wyporu ( siła Archimedesa), równa ciężarowi cieczy o objętości zanurzonej części ciała.
$\rho_c$[kg/m$^3$] – gęstość cieczy, w której zanurzone jest ciało
**g**[m/s$^2$] – przyspieszenie ziemskie
$V_c$[m$^3$] – objętość wypartej cieczy ( objętość zanurzonej części ciała)

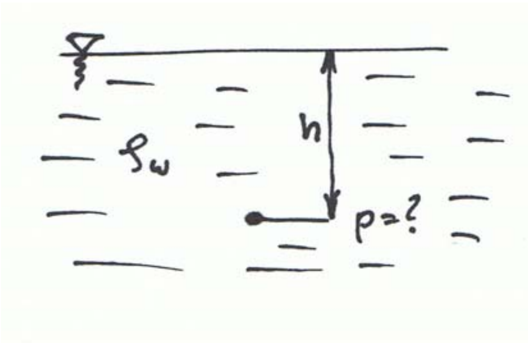
**Uwagi do zadań**:

- wszystkie jednostki muszą być w Układzie SI

- w zadaniach z **U** – rurką, prasą hydrauliczną: należy za poziom odniesienia zawsze brać poziom,” idąc” od dołu w jednorodnej cieczy, do momentu zmiany cieczy, porównując ciśnienia panujące na tej głębokości w obu ramionach U – rurki.
- rozwiązując zadania z siłą wyporu $\mathbf{F_A}$, należy narysować oś kierunkową, dla określenia zwrotu działających sił. Mamy często do czynienia z równowagą sił, a więc z przypadkiem, gdzie siła wypadkowa ma wartość zero.

**Przykład 1.**

Oblicz ciśnienie panujące w jeziorze na głębokości **h** = 8[m].




Korzystamy z prawa Pascala:

$$\mathbf{p = \rho \cdot g \cdot h}$$

i podstawiamy do wzoru, znając gęstość wody: ( **ρ** = 1000[kg/m$^3$] lub 1[g/cm$^3$], a także 1[kg/dm$^3$]) obliczamy:

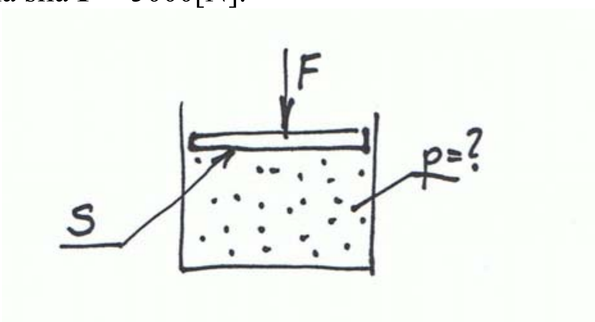
**Uwaga:** podając wartość gęstości ciał, pamiętajmy o przeliczniku 1000 stojącym przy większych jednostkach:

$$\boldsymbol{\rho} = \mathbf{1000}[\mathrm{kg/m^3}] = \mathbf{1}[\mathrm{g/cm^3}]$$

$$\mathbf{p} = 1000[\mathrm{kg/m^3}]\cdot 10[\mathrm{m/s^2}]\cdot 8[\mathrm{m}] = 80\,000[\mathrm{Pa}] = 800[\mathrm{hPa}]$$

**Przykład 2.**

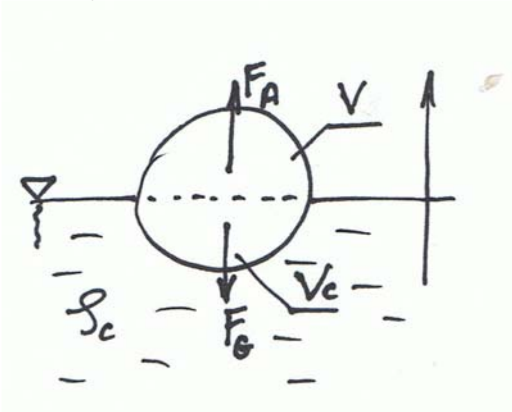
W cylindrze pod tłokiem, o powierzchni **S** = 10[dm$^2$] znajduje się gaz. Oblicz ciśnienie **p** gazu, jeżeli na tłok działa siła **F** = 5000[N].



$$p = \frac{F}{S} = \frac{5000[N]}{0,1[m^2]} = 50\,000[Pa] = 500[hPa]$$

**Przykład 3.**

Oblicz siłę wyporu $F_A$ ( siłę Archimedesa ) działającą na kulę pływającą po wodzie o objętości $V = 5[m^3]$, której połowa jest zanurzona.




$$F_A = \rho_c \cdot g \cdot V_c = 1000[kg/m^3] \cdot 10[m/s^2] \cdot 0,5 \cdot 5[m^3] = 25\,000[N] = 25[kN]$$

**Zadania:**

**Zad 1**. Jakie ciśnienie panuje na głębokości $h = 5[m]$ w jeziorze?

**Zad 2**. Jaka jest gęstość cieczy, jeżeli na głębokości $h = 8[m]$ panuje ciśnienie $p = 400$ [hPa]?

**Zad 3**. Oblicz ciśnienie panujące w zbiorniku na głębokości $h = 6[m]$, jeżeli ciężar właściwy cieczy wynosi $\gamma = 8000[N/m^3]$.

**Zad 4**. Jakie ciśnienie wywoła siła $F = 40[N]$ działająca na tłok strzykawki, o powierzchni $S = 8[cm^2]$?

**Zad 5**. Jaką siłę naporu wywoła ciecz będąca pod ciśnieniem $p = 20[Pa]$, na powierzchnię $S = 40[dm^2]$?

**Zad 6.** Oblicz ciśnienie panujące w zbiorniku z gazem, jeżeli na właz o powierzchni $S = 0,4[m^2]$ działa siła naporu $F = 12000[N]$.

**Zad 7**. Jaką różnicę wysokości poziomów wody w **U**-rurce wywoła ciśnienie gazu $p = 50[Pa]$, dopływającego do jednego z ramion **U**-rurki?

**Zad 8**. W jednym z ramion **U**-rurki znajduje się ciecz nie mieszająca się z wodą o gęstości $\rho_1 = 1200[kg/m^3]$ i wysokości $h_1 = 30[cm]$. Jaka będzie wysokość słupka wody w drugim ramieniu tego naczynia?

**Zad 9**. Do U-rurki nalano rtęci, a następnie wlano do ramienia lewego wodę, w ilości takiej, że powstała warstwa $\mathbf{h_1}$ = 25[cm]. Jaka powinna być wysokość słupka cieczy w ramieniu drugim, jeżeli wiadomo, że ciężar właściwy wlanej cieczy wynosi $\boldsymbol{\gamma_2}$ = 20[kN/m$^3$], a poziom rtęci w obu ramionach jest taki sam?

**Zad 10**. Do cieczy o ciężarze właściwym $\boldsymbol{\gamma}$ = 25[kN/m$^3$] znajdującej się w zbiorniku włożono pionowo rurkę, a do drugiego końca podłączono kompresor, który wtłaczał powietrze o ciśnieniu **p** = 125[hPa]. Na jaką głębokość trzeba zanurzyć rurkę, aby przez zanurzony jej koniec nie wypływały pęcherzyki gazu?

**Zad 11**. Na jaką głębokość zanurzy się płyta korkowa o grubości **h** = 10[cm] i gęstości $\boldsymbol{\rho}$ = 600[kg/m$^3$] pływająca po wodzie?

**Zad 12**. Do wody wrzucono kulkę o objętości **V** = 0,2[m$^3$], wykonana z materiału o gęstości $\boldsymbol{\rho}$ = 1200[kg/m$^3$]. Z jaką siłą naciska kulka na dno, jeżeli jest całkowicie zanurzona?

**Zad 13**. Do wody wrzucono kulkę o objętości **V** = 0,5 [m$^3$], wykonana z materiału o gęstości $\boldsymbol{\rho}$ = 800[kg/m$^3$]. Z jaką siłą trzeba naciskać na kulkę, aby była całkowicie zanurzona?

**Zad 14**. Do **U**-rurki nalano cieczy o gęstości $\boldsymbol{\rho}$ = 800[kg/m$^3$], a następnie wsunięto do jednego z ramion tłoczek poruszający się bez tarcia, o ciężarze $\mathbf{F_G}$ = 600[N] i powierzchni **S** = 0,01[m$^2$]. Oblicz różnicę poziomów cieczy w **U**-rurce.

**Zad 15**. . Do **U**-rurki nalano cieczy o gęstości $\boldsymbol{\rho}$ = 600[kg/m$^3$], a następnie wsunięto do jednego z ramion tłoczek poruszający się bez tarcia, o ciężarze $\mathbf{F_G}$ = 1600[N] i powierzchni **S** = 0,02[m$^2$]. Na tłok wywarto dodatkową siłę skierowaną pionowo do dołu o wartości **F** = 2000[N]. Oblicz różnicę poziomów cieczy w **U**-rurce.

**Zad 16**. Jakie panuje ciśnienie w prasie hydraulicznej, jeżeli powierzchnia tłoka dużego wynosi $\mathbf{S_1}$ = 0,5[m$^2$] i unosi masę **m** = 1000[kg]?

**Zad 17**. Jaką siłą należy naciskać na tłok mały, o powierzchni $\mathbf{S_1}$ = 0,1[m$^2$] prasy hydraulicznej, aby tłok duży, o powierzchni cztery razy większej, był w stanie unieść ciężar **G** = 2000[kN]?

**Zad 18**. Oblicz powierzchnię tłoka dużego $\mathbf{S_1}$, na którym spoczywa ciężar **G** = 300[kN], jeżeli tłok mały ma powierzchnię $\mathbf{S_2}$ = 4[cm$^2$], a siła działająca na niego wynosi $\mathbf{F_2}$ = 400[N].

**Zad 19**. Na tłoku dużym o średnicy **D** = 2[m] prasy hydraulicznej spoczywa ciężar **G** = 6000[kN]. Oblicz powierzchnię tłoka małego, jeżeli działamy na tłok mały siłą **F** = 300[N].

**Zad 20.** Oblicz siłę naporu na dno naczynia o powierzchni **S** = 400 [cm$^2$], jeżeli w naczyniu znajdują się dwie nie mieszające się ciecze o gęstościach $\boldsymbol{\rho_1}$ = 1200[kg/m$^3$] i $\boldsymbol{\rho_2}$ = 600[kg/m$^3$]. Grubości warstw cieczy wynoszą odpowiednio $\mathbf{h_1}$ = 10[cm] i $\mathbf{h_2}$ = 20[cm].

**Zad 21**. Do wody wrzucono płytę drewnianą o powierzchni dolnej **S** = 0,8[m$^2$] i grubości **h** = 0,2[m]. Gęstość drewna wynosi $\boldsymbol{\rho}$ = 0,8[kg/dm$^3$]. Na jaką głębokość zanurzy się płyta?

**Zad 22**. Po powierzchni wody pływa płyta styropianowa o powierzchni dolnej **S** = 1,6 [$m^2$], grubości **h** = 0,1[m] i gęstości **ρ** = 400[$kg/m^3$]. Oblicz głębokość zanurzenia, jeżeli na płycie spoczywa ciężar **G** = 500[N].

**Zad 23**. Po wodzie pływa drewniana płyta o powierzchni dolnej **S** = 1,0[$m^2$] i grubości **h** = 0,1[m]. Gęstość drewna wynosi **ρ** = 0,8[$kg/dm^3$]. Jakiej należy użyć siły, aby płytę całkowicie zanurzyć?

**Zad 24**. Sześcian o boku **a** = 0,4[m] i gęstości **ρ** = 1500[$kg/m^3$] podtrzymując na linie zanurzono w wodzie do połowy jego wysokości. Oblicz wartość siły, jakiej należy użyć, aby utrzymać ten sześcian w tej pozycji.

**Zad 25**. Jaka jest gęstość materiału, z którego wykonano kulę, jeżeli w cieczy o ciężarze właściwym **γ** = 800 N/$m^3$], pływa zanurzona do połowy?

**Zad 26**. Nieważkie naczynie w kształcie walca o średnicy **D** = 0,4[m], wysokości **h** = 0,2[m] i osi pionowej, pływa w wodzie. Jaką objętość trzeba wlać tego naczynia cieczy o ciężarze właściwym **γ** = 50[$kN/m^3$], aby zanurzyło się na głębokość $\mathbf{h_1}$ = 0,1[m]?

**Zad 27.** Prostopadłościenną łodzią o wymiarach: długość **l** = 6[m], szerokość **a** = 1[m], wysokość **h** = 0,6[m] flisacy wożą turystów po Dunajcu. Ilu turystów może wsiąść na łódź jednocześnie, jeżeli wiadomo, że przeciętny turysta ma masę **m** = 70[kg], a łódź wraz z flisakiem jest o ciężarze **G** = 2000[N]? Dla bezpieczeństwa łódź może zanurzyć się maksymalnie do połowy jej wysokości.

**Zad 28.** Czy statek o powierzchni dna **S** = 400[$m^2$], pionowych burtach, ciężarze **G** = 2000[kN], załadowany węglem, w ilości **m** = 300 000[kg], jest w stanie płynąć rzeką o głębokości **H** = 1,1[m]?

**Zad 29**. Naczynie napełnione całkowicie wodą i odwrócone dnem do góry, spoczywa na dnie jeziora, wywierając na nie nacisk **F** = 50[N]. Jaką objętość nieważkiego gazu trzeba wpuścić do tego naczynia, aby unosiło się nad dnem?

**Zad 30**. O ile wzrośnie zanurzenie pływającego po wodzie korka, o gęstości **ρ** = 600[$kg/m^3$] i przekroju poprzecznym **S** = 0,2[$m^2$], gdy obciążymy go dodatkowo ciężarem **G** = 50[N]?

**Zad 31.** Na jakiej głębokości **H** , znajduje się nurek w wodzie, jeżeli jego przyrządy pomiarowe wskazują ciśnienie absolutne **p** = 2000 [hPa], a ciśnienie atmosferyczne ma wartość $\mathbf{p_{at}}$=1000[hPa]?

**Zad 32**. W **U**–rurce znajdują się nie mieszające ze sobą dwie ciecze, o gęstościach $\boldsymbol{\rho_1}$ = 1000 [$kg/m^3$] i $\boldsymbol{\rho_2}$ = 1200 [$kg/m^3$]. Oblicz różnicę wysokości słupków cieczy, jeżeli słupek cieczy pierwszej jest o wartości $\mathbf{h_1}$= 0,6 [m], a cieczy drugiej jest objętościowo więcej.

**Zad 33**. Oblicz gęstość **ρ** = ?, ciała zanurzonego całkowicie w wodzie, jeżeli jego objętość wynosi **V** = 5[$m^3$], a siła dodatkowa działająca na ciało i utrzymująca nad dnem, jest skierowana do góry i ma wartość **F** = 100 [kN].

**Zad 34**. Oblicz głębokość zanurzenia w wodzie płyty dwuwarstwowej ( warstwy ułożone poziomo), o gęstościach warstw $\boldsymbol{\rho_1}$ = 800 [$kg/m^3$] i $\boldsymbol{\rho_2}$ = 600 [$kg/m^3$] , a ich grubości wynoszą odpowiednio $\mathbf{h_1}$ = 0,1 [m] i $\mathbf{h_2}$ = 0,2[m].

**Zad 35**. Jaka jest grubość deski pływającej w cieczy, jeżeli jej gęstość wynosi $\boldsymbol{\rho}$ = 1[g/cm$^3$], a ciężar właściwy cieczy wynosi $\boldsymbol{\gamma}$ = 15 [N/dm$^3$]? Wysokość części wynurzonej ciała nad powierzchnią cieczy, wynosi **h** = 2 [cm].

**Zad 36**. Na jakiej głębokości w ściance otwartego zbiornika znajduje się mały otwór, przez który wypływa ciecz z prędkością **v** = 4 [m/s]?

**Zad 37.** Jakie jest ciśnienie **p**[Pa] w zbiorniku zamkniętym, jeżeli przez mały otwór w dnie zbiornika wypływa ciecz z prędkością **v** = 20 [m/s], a w zbiorniku znajduje się warstwa cieczy **h** = 3 [m]?

**Zad 38**. Oblicz napór cieczy na górną powierzchnię walca o średnicy **d** = 1 [m] i wysokości **h** = 3 [m], jeżeli stoi na dnie zbiornika o głębokości **H** = 10 [m].

**Zad 39**. Na jaką wysokość wzniesie się ciecz w **U**-rurce podłączonej jednym końcem do zamkniętego zbiornika, jeżeli nadciśnienie w zbiorniku zamkniętym wynosi **P** = 600 [hPa], a ciężar właściwy cieczy pomiarowej wynosi $\boldsymbol{\gamma}$ = 10 [N/dm$^3$]?

**Zad 40.** Do jednego z ramion **U**-rurki, której przekrój wynosi **S** = 2 [cm$^2$] napełnionej częściowo rtęcią, o gęstości $\boldsymbol{\rho}$ = 13,6 [g/cm$^3$ ] wlano wodę, o masie **m** = 28 [g]. Oblicz różnicę między poziomami rtęci w tym naczyniu.

**Zad 41**. Tuż nad dnem zbiornika, w którym jest warstwa wody **h** = 3[m], leży sześcian o boku **a** = 30 [cm]. Jaka jest siła naporu na ściankę dolną i górną sześcianu?

**Zad 42**. W zbiorniku otwartym całkowicie napełnionym o wysokości **H** = 5[m] znajduje się woda. W jakiej odległości od dna wykonano otwór w ściance bocznej, jeżeli woda wypływa z prędkością **v** = 6 [m/s]?

**Zad 43**. Płaski krążek o gęstości $\boldsymbol{\rho}$ = 0,5 [g/cm$^3$] pływa po wodzie, a głębokość zanurzenia krążka wynosi **h** = 6 [cm]. Jaka jest grubość krążka?

**Zad 44.** Jeżeli z małego otworu wykonanego w dnie otwartego zbiornika wypływa ciecz z prędkością **v** = 5 [m/s], to jakie ciśnienie panowało by nad lustrem tej cieczy, gdyby zbiornik był zamknięty, a ciecz wypływała by z prędkością **V** = 10[ m/s]?

**Zad 45**. Do U-rurki o przekroju **S** = 2 [cm$^2$] , w której znajdowała się rtęć o gęstości $\boldsymbol{\rho}$ = 13,6 [g/cm$^3$], wlano ciecz o objętości **V** = 80 [cm$^3$] i ciężarze właściwym $\boldsymbol{\gamma}$ = 20 [N/dm$^3$]. Oblicz różnicę poziomów rtęci w **U**- rurce.

**Zad 46.** Jakie jest ciśnienie $\mathbf{p_1}$ pod tłokiem małym, prasy hydraulicznej i jaka siła działa $\mathbf{F_1}$ na ten tłok, jeżeli ma on powierzchnię $\mathbf{S_1}$=10 [cm$^2$], a na tłoku dużym o powierzchni $\mathbf{S_2}$=6 [dm$^2$] spoczywa masa **m** = 800 [kg]?

**Zad 47**. Na płytę o wymiarach **a** = 40 [cm], **b** = 50 [cm], **c** = 5 [cm] i gęstości $\boldsymbol{\rho}$ = 0,5 [g/cm$^3$], położono ciężar **F** = 40 [N], a następnie wrzucono do wody. ( ciężar na płycie) Na jaką głębokość zanurzy się płyta?

**Zad 48**. Na jaką głębokość zanurzy się płyta dwuwarstwowa, jeżeli warstwa dolna jest o grubości **a** = 2 [cm] i gęstości $\boldsymbol{\rho_1}$ = 0,9 [g/cm$^3$], a warstwa górna jest o grubości **b** = 3[cm] i gęstości $\rho_2$ = 0,6 [g/cm$^3$], jeżeli pływa po powierzchni wody?

**Zad 49**. Z jaką siłą należy działać na prostopadłościan o wymiarach **a** = 3 [cm], **b** = 4 [cm], **c** = 5 [cm] i gęstości $\rho$ = 0,4 [g/cm$^3$], jeżeli jest całkowicie zanurzony w cieczy, o ciężarze właściwym $\gamma$ = 10 [N/dm$^3$]?

**Zad 50**. Jaka jest gęstość $\rho$ cieczy, jeżeli na ciało całkowicie zanurzone o objętości **V** = 10 [dm$^3$] i gęstości $\rho_1$ = 2,5 [g/cm$^3$] działa siła skierowana do góry **F** = 150 [N]?

**Zad 51**. Pod płytę o wymiarach **a**= 6 [dm], **b** = 3 [dm], **c**=1[dm] i gęstości $\rho_1$ = 0,3[g/cm$^3$], podwieszono ciężarek wykonany z metalu o masie **m** = 2 [kg] i o gęstości $\rho_2$ = 8 [g/cm$^3$]. Oblicz zanurzenie płyty.

**Zad 52.** Jaka jest gęstość $\rho$ materiału, z którego wykonano pręt o przekroju **S** = 10 [cm$^2$] i długości **l** = 1 [m], jeżeli jest zanurzony pionowo w wodzie do połowy swojej długości, a dodatkowa siła działająca do góry na wynurzony koniec pręta wynosi **F** = 40 [N]?

**Zad 53**. Okręt w kształcie prostopadłościanu o długości **l** = 100 [m] i o szerokości **b** = 18 [m], ma masę **M** = 1000 [t]. Sprawdź, czy ten statek załadowany węglem o masie **m** = 5000 [t], przepłynie przez jezioro o głębokości **h** = 3 [m].

**Zad 54.** Do pudełka pływającego w cieczy gęstości $\rho$ = 0,5 [g/cm$^3$], w kształcie sześcianu o boku **a** = 20 [cm], masie **m** = 100 [dag] i ściankach bardzo cienkich, wlewano wodę. Ile litrów wody wlanej do pudełka spowoduje jego zatonięcie?

## 14. Ciepło.

Z ciepłem kojarzy się pojęcie - temperatura. Temperatura – jest to wielkość fizyczna, która określa poziom energetyczny cząsteczek ciała. Temperaturę można określić przy pomocy trzech skal: w stopniach Celsjusza, stopniach Fahrenheita i w kelwinach (skala bezwzględna). Przeliczanie jednostek ze skali w stopniach Celsjusza na skalę bezwzględną w kelwinach:

$$\mathbf{T = t + 273}$$

gdzie: **T**[K] – temperatura w kelwinach
**t**[$^o$C] – temperatura w stopniach Celsjusza
**273** – liczba kelwinów w skali bezwzględnej, odpowiadająca zeru stopni Celsjusza.

i przeliczenie odwrotne:

$$\mathbf{t = T - 273}$$

Należy zaznaczyć, że :

$$\mathbf{\Delta t = \Delta T} \quad \text{czyli} \quad \mathbf{1}[^oC] = \mathbf{1}[K] = \mathbf{1{,}8}[^oF]$$

Stopień Celsjusza odpowiada 1,8[$^o$F], a na skali **t** = 0[$^o$C] odpowiada **t** = 32[$^o$F]
Przeliczanie temperatury ze skali Celsjusza na Fahrenheita:

$$\mathbf{T}[^oF] = 32 + 1{,}8\cdot\mathbf{t}[^oC]$$

**Przykład:**

Ile wskazuje termometr w skali Fahrenheita, jeżeli na skali Celsjusza jest wskazanie **t** = 40[$^o$C]
Podstawiamy do wzoru na przeliczanie skal:

$$\mathbf{T}[^oF] = 32 + 1{,}8\cdot\mathbf{t}[^oC] = 32 + 1{,}8\cdot 40[^oC] = 104[^oF]$$

Ciepło, inaczej energia cieplna jest jedną z postaci energii. W ciałach jest ona widoczna w postaci ruchu drgającego cząsteczek. Ilość ciepła zawartego w danym ciele, nazywamy energią wewnętrzną ciała i obliczamy ze wzoru:

$$\mathbf{U = m\cdot c\cdot T}$$

gdzie: **U**[kJ] – energia wewnętrzna ciała
**m**[kg] – masa ciała
**c**[kJ/kg·K] – ciepło właściwe materiału z którego wykonano ciało
**T**[K] – temperatura w skali bezwzględnej ( w kelwinach )

Dla każdego materiału jest określane ciepło właściwe **c**[kJ/kg·K]. Jest to ilość energii, jaką należy dostarczyć do ciała o masie **m** = 1[kg], aby ogrzać je o $\Delta$**t** = 1[$^o$C] lub $\Delta$**T** = 1[K]. Pamiętajmy, że ciepło **Q** dostarczane do ciała jest dodatnim, a ciepło odbierane z ciała jest ujemnym. Ilość energii cieplnej, jaką musimy dostarczyć do ciała o masie **m** i cieple właściwym **c**, aby ogrzać o $\Delta$**T,** obliczamy ze wzoru:

$$\mathbf{Q = m\cdot c\cdot \Delta T}$$

gdzie: **Q**[kJ] – ilość dostarczonej energii
**m**[kg] – masa ciała ogrzewanego
**c**[kJ/kgK] – ciepło właściwe ciała
$\Delta$**T**[K] – zmiana temperatury ciała.

Pamiętajmy, że $\mathbf{\Delta T = T_k - T_p}$ jest to różnica pomiędzy temperaturą końcową i początkową. Wszystkie procesy, w których zachodzi zmiana stanu skupienia odbywają się w stałej temperaturze. Ciepło przemian fazowych jakie musimy dostarczyć, lub odebrać z ciała o określonej masie, obliczamy ze wzorów:

$$\mathbf{Q_{top} = m\cdot c_{top}}$$
$$\mathbf{Q_{par} = m\cdot c_{par}}$$

gdzie: $\mathbf{Q_{top}}$ **[**kJ**]-** ciepło potrzebne na stopienie ciała o masie **m.**
$\mathbf{c_{top}}$ [kJ/kg] **-**ciepło topnienia, ilość ciepła potrzebna na stopienie masy **m** = 1[kg]. ciała stałego.

$\mathbf{Q_{par}}$ [kJ/kg] – ciepło jakie należy dostarczyć, do cieczy o masie m = 1[kg], aby ją Odparować.
$\mathbf{c_{par}}$[kJ/kg] – ciepło potrzebne na odparowanie masy **m** = 1[kg] cieczy.

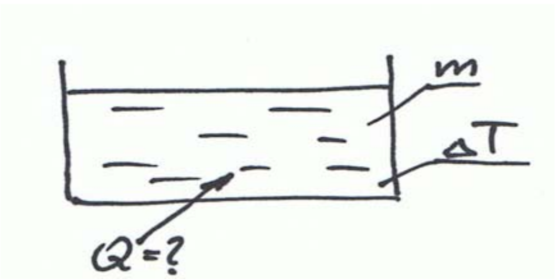
Dla wymienionych procesów istnieją procesy odwrotne. Ciepła właściwe mają tę samą wartość, lecz ciepło **Q** przemiany ma znak przeciwny.

**Parowanie – skraplanie** (kondensacja)
**Topnienie - krzepnięcie**

Dane dla wody: $\mathbf{c_l}$ = 2,1[kJ/kg·K]- ciepło właściwe lodu.
$\mathbf{c_{top}}$ = 334[kJ/kg] – ciepło topnienia lodu.
$\mathbf{c_w}$ = 4,2[kJ/kg·K]- ciepło właściwe wody.
$\mathbf{c_{par}}$ = 2560[kJ/kg]- ciepło parowania wody.

**Przykład 1**

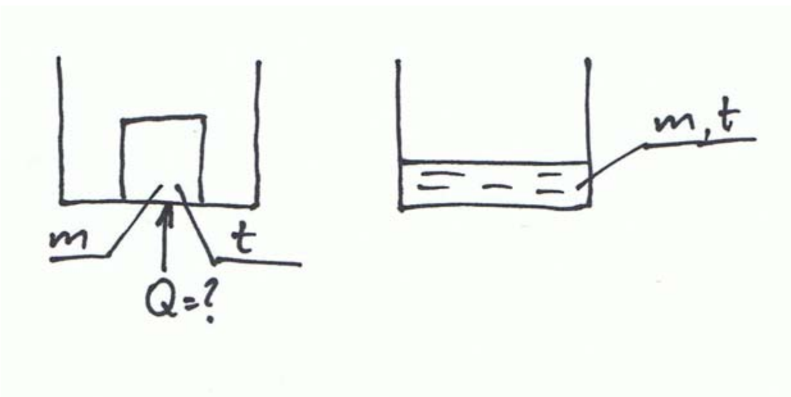
.
Ile ciepła trzeba dostarczyć, aby ogrzać wodę o masie **m** = 4[kg], o **ΔT** = 20[K]
Obliczamy ze wzoru na ogrzewanie ciał:




$$\mathbf{Q = m \cdot c \cdot \Delta T} = 4[kg] \cdot 4{,}2[kJ/kg \cdot K] \cdot 20[K] = 336[kJ]$$

**Przykład 2.**

Ile ciepła trzeba dostarczyć, aby stopić **m** = 3[kg] lodu, o temperaturze **t** = 0[$^o$C]
Obliczamy ze wzoru:



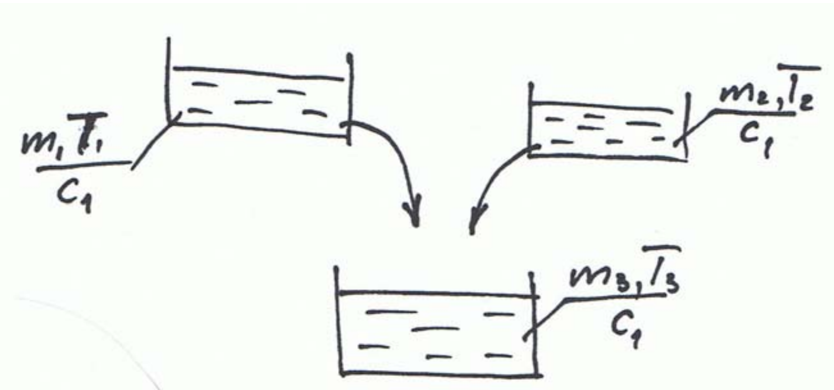

$$\mathbf{Q_{top} = m \cdot c_{top}} = 3[kg] \cdot 334[kJ/kg] = 1002[kJ]$$

Ważnym elementem jest bilans cieplny, gdy stykają się ciała o różnych temperaturach. Temperatury ciał po jakimś czasie wyrównują się. Tu przychodzi nam z pomocą prawo zachowania energii: **w układzie zamkniętym odizolowanym, suma energii wewnętrznych wszystkich ciał jest stała**.

$$\mathbf{U_1 + U_2 + U_3 = U'_1 + U'_2 + U'_3}$$

**Przykład 3.**

Jaka będzie temperatura końcowa, gdy zmieszamy dwie masy wody $\mathbf{m_1}$ = 2[kg] i $\mathbf{m}_2$ = 5[kg] ze sobą o temperaturach $\mathbf{T}_1$ = 300[K] i $\mathbf{T}_2$ = 370[K]




Z bilansu cieplnego wynika:

$$\mathbf{U_1 + U_2 = U'_1 + U'_2}$$

$$\mathbf{m_1 \cdot c_1 \cdot T_1 + m_2 \cdot c_1 . T_2 = m_1 \cdot c_1 \cdot T'_3 + m_2 \cdot c_1 \cdot T'_3} \ / \ :c_1$$

Wyciągamy przed nawias $\mathbf{T'_3}$ z prawej strony równania, a także upraszczamy dzieląc równanie obustronnie przez $\mathbf{c_1}$ , oraz dzieląc przez sumę mas $\mathbf{m_1 + m_2}$

$$\mathbf{m_1 \cdot T_1 + m_2 \cdot T_2 = T'_3 \ ( m_1 + m_2) \ /:} \ ( m_1 + m_2)$$

$$\mathbf{T'_3} = \frac{\mathbf{m_1 \cdot T_1 + m_2 \cdot T_2}}{\mathbf{m_1 + m_2}} = \frac{2[kg]\ 300[K] + 5[kg] \cdot 270[K]}{2[kg] + 5[kg]} = 278{,}5[K]$$

**Zadania:**

**Zad 1.** Przelicz temperaturę w stopniach Celsjusza na skalę bezwzględną ( kelwiny) i ile wskazywałby termometr w stopniach Fahrenheita.

a. $\mathbf{t_1}$ = 13[$^0$C] f. $\mathbf{t_6}$ = 258[$^0$C]
b. $\mathbf{t_2}$ = 45[$^0$C] g. $\mathbf{t_7}$ = 753[$^0$C]
c. $\mathbf{t_3}$ = 150[$^0$C] h. $\mathbf{t_8}$ = 503[$^0$C]
d. $\mathbf{t_4}$ = 303[$^0$C] i. $\mathbf{t_9}$ = 550[$^0$C]
e. $\mathbf{t_5}$ = 36,6 [$^0$C] j. $\mathbf{t_{10}}$ = 427[$^0$C]

**Zad 2.** Przelicz temperaturę podaną w kelwinach na temperaturę w stopniach Celsjusza.

a. $\mathbf{T_1} = 250[K]$ f. $\mathbf{T_6} = 227[K]$
b. $\mathbf{T_2} = 373[K]$ g. $\mathbf{T_7} = 413[K]$
c. $\mathbf{T_3} = 473[K]$ h. $\mathbf{T_8} = 300[K]$
d. $\mathbf{T_4} = 173[K]$ i. $\mathbf{T_9} = 183[K]$
e. $\mathbf{T_5} = 400[K]$ j. $\mathbf{T_{10}} = 33[K]$

**Zad 3**. Ile ciepła **Q**, trzeba dostarczyć do masy **m** = 1,5[kg] wody, aby ogrzać ją od temperatury $\mathbf{t_p} = 20[^0C]$ do wrzenia? Ciepło właściwe wody wynosi $\mathbf{c_w} = 4{,}2[kJ/kg\ ^0C]$.

**Zad 4**. Ile ciepła dostarczono do masy **m** = 100[g] wody, jeżeli jej temperatura podniosła się o $\mathbf{\Delta T} = 30[K]$. Ciepło właściwe wody wynosi $c_w = 4{,}2[kJ/kg\ ^0C]$.

**Zad 5**. O ile stopni Celsjusza zmieni się temperatura ołowiu, jeżeli do masy **m** = 4[kg], dostarczymy ciepło w ilości **Q** = 4[kJ]. Ciepło właściwe ołowiu wynosi $\mathbf{c_w} = 0{,}13[kJ/kg\ ^0C]$.

**Zad 6**. Jaką masę piasku można ogrzać o $\mathbf{\Delta T} = 130[K]$, jeżeli dostarczono ciepło w ilości **Q** = 35[kJ], a ciepło właściwe piasku wynosi $\mathbf{c_w} = 0{,}88[kJ/kg\ ^0C]$.

**Zad 7**. Ogrzewając masę **m** = 0,4[kg] pewnej substancji, zużyto ciepło w ilości **Q** = 85[kJ]. Po pomiarach okazało się, że temperatura wzrosła o $\mathbf{\Delta T} = 13[K]$. Ile wynosi ciepło właściwe tego ciała?

**Zad 8**. Oblicz temperaturę końcową miedzi, jeżeli masę **m** = 3[kg] ogrzewając od temperatury otoczenia $\mathbf{t_p} = 20[^0C]$, zużyto ciepło w ilości **Q** = 5[kJ]. Ciepło właściwe miedzi wynosi $\mathbf{c_w} = 0{,}38[kJ/kg\ ^0C]$.

**Zad 9**. Ile wynosiła temperatura początkowa cynku, jeżeli ogrzewając masę **m** = 6[kg], do temperatury $\mathbf{t_k} = 300[^0C]$, zużyto ciepło w ilości **Q** = 56[kJ]? Ciepło właściwe cynku wynosi $\mathbf{c_w} = 0{,}38[kJ/kg\ ^0C]$.

**Zad 10**. Ile razy będzie większy przyrost temperatury ciała drugiego w stosunku do pierwszego, jeżeli ogrzewając jednakowe masy tych ciał, zużyjemy te same ilości energii cieplnej, a ciepła właściwe wynoszą $\mathbf{c_{w1}} = 4{,}2[kJ/kg\ ^0C]$ i $\mathbf{c_{w2}} = 0{,}38[kJ/kg\ ^0C]$?

**Zad 11.** Ile ciepła trzeba dostarczyć do lodu o temperaturze **t** = $0[^OC]$ i masie **m** = 1,2[kg], aby go stopić? Ciepło topnienia lodu wynosi $\mathbf{c_t} = 335[kJ/kg]$.

**Zad 12**. Ile ciepła oddaje masa **m** = 4,5 [kg] wody o temperaturze **t** = $0[^OC]$ krzepnąc? Ciepło topnienia = ciepłu krzepnięcia $\mathbf{c_t} = \mathbf{c_k} = 335[kJ/kg]$.

**Zad 13**. Wędkarz stopił masę **m** = 0,6[kg] ołowiu i zużył energię cieplną w ilości **Q** = 75[kJ]. Ile wynosi ciepło topnienia ołowiu?

**Zad 14**. Janek stopił lód o masie **m** = 0,8[kg], a następnie ogrzał otrzymaną wodę o $\mathbf{\Delta T} = 20[^OC]$. Ile ciepła zużył Janek?

**Zad 15**. W elektrycznym czajniku ubyło w czasie gotowania wody **V** = 0,2[l]. Ile energii elektrycznej zostało niepotrzebnie zużyte? Ciepło parowania wody wynosi $\mathbf{c_p} = 2560[kJ/kg]$.

**Zad 16**. Mama podgrzewała wodę o masie **m**=2[kg], w czajniku elektrycznym, od temperatury początkowej $\mathbf{t_p}$ = 20[$^O$C] do wrzenia. Ile wody pozostało w czajniku, jeżeli zużyła energię cieplną w ilości **Q** = 1200[kJ]? Ciepło właściwe wody $\mathbf{c_w}$ = 4,2[kJ/kg $^O$C], ciepło parowania $\mathbf{c_p}$ =2560[kJ/kg].

**Zad 17**. Jaką temperaturę osiągnie woda powstała z lodu o masie**m** =3,2[kg] i temp $\mathbf{t_1}$ = 0[$^O$C], jeżeli pochłonęła ciepło w ilości **Q** = 2000[kJ]?

**Zad 18.** Ile wody o temperaturze **t** = 100[$^O$C] otrzymamy, odbierając ciepło w ilości **Q** = 4000[kJ], z pary wodnej o tej samej temperaturze?

**Zad 19**. Zmieszano masę $\mathbf{m_1}$ = 2[kg] wody o temperaturze $\mathbf{t_1}$ = 20[$^O$C] z $\mathbf{m_2}$ = 5[kg] i temperaturze $\mathbf{t_2}$ = 80[$^O$C]. Jaką temperaturę miała woda po wymieszaniu?

**Zad 20**. Do wody o masie $\mathbf{m_w}$ = 0,8[kg] i temperaturze $\mathbf{t_w}$ = 15[$^O$C] wrzucono kulę z ołowiu o temperaturze $\mathbf{t_O}$ = 200[$^O$C] i masie $\mathbf{m_O}$ = 0,1[kg]. Jaka jest temperatura końcowa wody i kuli? Ciepło właściwe ołowiu $\mathbf{c_o}$ = 0,129[kJ/kg·$^O$C].

**Zad 21**.Do szklanki z wodą w ilości **V** = 200[ml] o temperaturze $\mathbf{t_1}$ = 90[$^O$C] wrzucono kawałek lodu, o temperaturze $\mathbf{t_l}$ = 0[$^O$C] i masie **m** = 0,05[kg]. Jaka ustaliła się temperatura końcowa? ( Pomiń w obliczeniach masę szklanki i straty ciepła do otoczenia )

**Zad 22**. Do naczynia wrzucono kawałek lodu o masie **m** = 0,6[kg], a następnie dostarczono ciepło w ilości **Q** = 800[kJ]. Co otrzymano, i o jakich parametrach?

**Zad 23**. Ile ciepła otrzymano na kondensatorze ( skraplaczu ), jeżeli powstał kondensat w ilości **V** = 0,5[m$^3$]?

**Zad 24.** Ile wrzątku trzeba dolać do naczynia z wodą, o temperaturze $\mathbf{t_1}$ = 20[$^O$C] i masie $\mathbf{m_1}$ = 10[kg], aby uzyskać wodę o $\mathbf{\Delta t}$ = 5[$^O$C] cieplejszą?

**Zad 25.** Jaką masę wody o temperaturze $\mathbf{t_1}$ = 5[$^O$C], należy dolać do naczynia, w którym jest woda w ilości $\mathbf{m_2}$ = 6[kg] i temperaturze $\mathbf{t_2}$ = 60[$^O$C], aby uzyskać wodę o temperaturze końcowej $\mathbf{t_3}$ = 25[$^O$C]?

# 15. Elektrostatyka.

Ładunkiem elektrycznym nazywać będziemy ciało obdarzone nadmiarem lub niedomiarem elektronów. Mówimy o ładunku elektrycznym dodatnim ( niedomiar elektronów) i ujemnym ( nadmiar ). Wiemy, że elektron posiada ładunek elektryczny $\mathbf{q_e} = -1{,}6\cdot10^{-19}$[C]. jednostką ładunku elektrycznego jest kulomb [C]. Ładunki nie znikają, nie zamieniają się na cokolwiek, tylko przepływają (przemieszczają się) z jednego ciała na drugie. Z tym zjawiskiem łączy się prawo zachowania ładunku elektrycznego: **w układzie zamkniętym, suma ładunków elektrycznych jest stała.**

$$\mathbf{Q_1 + Q_2 + Q_3 + \ldots = Q_1' + Q_2' + Q_3' + \ldots}$$

Ładunki elektryczne wytwarzają dookoła siebie pole elektryczne, które rozciąga się do nieskończoności. Dwa ładunki elektryczne oddziałują na siebie z siłą $\mathbf{F_c}$ ( takie siły nazywamy siłami kulombowskimi, lub oddziaływania elektrostatycznymi):

$$\mathbf{F_c = K \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}}$$

gdzie: $\mathbf{F_c}$[N] – siła oddziaływania wzajemnego dwóch ładunków elektrycznych.
$\mathbf{K}$[$N \cdot C^2/m^2$] – stała kulomba – wielkość charakteryzująca środowisko, w którym umieszczono ładunki elektryczne.
$\mathbf{r}$[m] – odległość między ładunkami.

Pole elektryczne charakteryzują dwie wielkości fizyczne: natężenie pola **E** i potencjał pola **V**. Natężenie pola określamy mierząc siłę oddziaływania $\mathbf{F_c}$, pola wytworzonego przez ładunek **Q**, na dany próbny ładunek **q**, umieszczony w tym polu, dzieląc przez ten próbny ładunek:

$$\mathbf{E = \frac{F_c}{q}}$$

gdzie: **E**[N/C] – natężenie pola elektrycznego.
$\mathbf{F_c}$[N] – siła oddziaływania pola elektrycznego na próbny ładunek **q**.
**q**[C] – próbny ładunek.

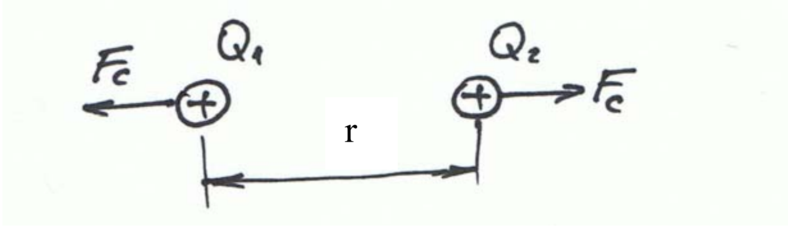
Potencjał pola elektrycznego $\mathbf{V_A}$ , w punkcie **A**, wyrażany w woltach określamy, dzieląc pracę **W,** potrzebną na przemieszczenie z punktu będącego w nieskończoności do punktu **A**, przez próbny ładunek **q**.

$$\mathbf{V_A = \frac{W}{q}}$$

gdzie: $\mathbf{V_A}$ **[V]** – potencjał pola elektrycznego w punkcie A.
**W**[J] – praca potrzebna na przemieszczenie próbnego ładunku z nieskończoności do punktu A.
**q**[C] – próbny ładunek.

**Przykład 1**.

Oblicz siłę wzajemnego oddziaływania dwóch ładunków elektrycznych o wartościach $\mathbf{Q_1} = \mathbf{Q_2} = 1$[C], będących w odległości od siebie o $\mathbf{r} = 1$[km].
Zgodnie ze wzorem Coulomba, obliczamy wartość siły:



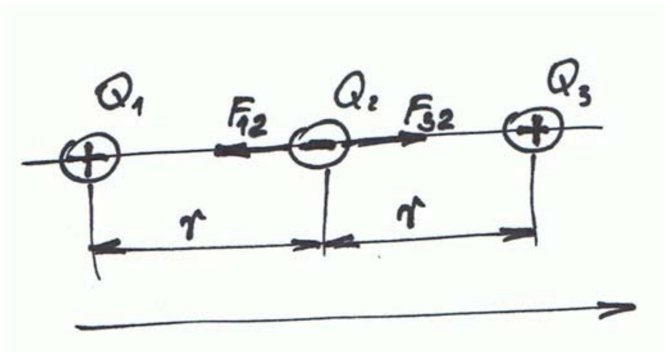

$$F_c = K \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} = 9 \cdot 10^9 [N \cdot m^2/C^2] \frac{1[C] \cdot 1[C]}{1000^2 [m^2]} = 9000[N]$$

Z tablic odczytujemy wartość stałej **$K = 9 \cdot 10^9 [N \cdot m^2/C^2]$** – dla próżni.

**Przykład 2.**

Trzy ładunki umieszczono w próżni na linii prostej **$Q_1$** = 2[C], **$Q_2$** = -4[C] i **$Q_3$** = 3[C]. Oblicz siłę oddziaływania ładunku **$Q_1$** i **$Q_3$** na ładunek **$Q_2$**. Odległość między ładunkami wynosi **r** = 1[m].

W pierwszej kolejności wykonujemy rysunek, umieszczając ładunki na prostej. Następnie równolegle do tej prostej dorysowujemy oś skierowaną np. w prawo. Wiedząc, że dwa ładunki o jednakowych znakach się odpychają, a o przeciwnych znakach się przyciągają, rysujemy siły oddziaływania. Następnie patrząc na oś dokonujemy obliczenia siły wypadkowej. Znak wynikający z obliczenia, korzystając ze wzoru, mówi o przyciąganiu ( minus) i o odpychaniu (plus). Najlepiej obliczać każdą siłę osobno, a następnie obliczyć wypadkową. Zaczynamy od obliczenia siły oddziaływania ładunku pierwszego na ładunek drugi **$F_{12}$**:




$$F_{12} = K \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} = 9 \cdot 10^9 [N \cdot m^2/C^2] \frac{2[C] \cdot (-4)[C]}{1^2 [m^2]} = -72 \cdot 10^9 [N]$$

Teraz obliczamy siłę oddziaływania ładunku trzeciego na ładunek drugi **$F_{32}$**:

$$F_{32} = K \frac{Q_2 \cdot Q_3}{r^2} = 9 \cdot 10^9 [N \cdot m^2/C^2] \frac{(-4)[C] \cdot 3[C]}{1^2 [m^2]} = -108 \cdot 10^9 N]$$

Widzimy na rysunku, że obliczone siły są zwrócone w przeciwne strony, i zgodnie z przyjętą osią, obliczamy siłę wypadkową $\mathbf{F_W}$, biorąc wartości bezwzględne z obliczeń pojedynczych sił, $\mathbf{F_{32}}$ i $\mathbf{F_{12}}$:

$$\mathbf{F_W = F_{32} - F_{12}} = 108 \cdot 10^9 N - 72 \cdot 10^9 [N] = 36 \cdot 10^9 [N]$$

Siła wypadkowa skierowana jest zgodnie z osią ( w prawo)

**Przykład 3.**

Oblicz natężenie pola elektrycznego w punkcie **A,** odległym od źródłowego ładunku **Q** = 5[C] o **r** = 4[m].

Zgodnie ze wzorem:

$$\mathbf{E = \frac{F}{q}}$$

i po podstawieniu wzoru na siłę **F**, wzór na natężenie przybierze postać:

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{K \dfrac{Q \cdot q}{r^2}}}{\mathbf{q}} = \mathbf{K \frac{Q}{r^2}} = \mathbf{\frac{K \cdot Q}{r^2}} = \frac{9 \cdot 10^9 [N \cdot m^2/C^2] \cdot 5[C]}{4^2 [m^2]} = 2{,}8 \cdot 10^{19} [N/C]$$

**Przykład 4:**

Oblicz potencjał pola elektrycznego wytworzonego przez ładunek w punkcie **A**. Dane z przykładu poprzedniego.

Wzory po przekształceniu dadzą następujące równanie na potencjał pola:

$$\mathbf{V} = \mathbf{\frac{K \cdot Q}{r}} = \frac{9 \cdot 10^9 [N \cdot m^2/C^2] \cdot 5[C]}{4[m]} = 11{,}25[V]$$

**Zadania:**

**Zad 1**. W układzie zamkniętym znajdują się trzy ładunki elektryczne: $\mathbf{Q_1}$ = 5[C], $\mathbf{Q_2}$ = -7[C] i $\mathbf{Q_3}$ = 1[C]. Oblicz całkowity ładunek.

**Zad 2**. W układzie zamkniętym znajdują się dwie jednakowe kulki metalowe. Na jednaj z nich znajduje się ładunek $\mathbf{Q_1}$ = 10[C] a na drugiej $\mathbf{Q_2}$ = 0[C]. Oblicz ładunki na kulkach, po ich zetknięciu się ze sobą.

**Zad 3.** Jaki ładunek elektryczny znajdował się na kulce drugiej, jeżeli na pierwszej miał wartość $\mathbf{Q_1}$ = -6[C], a po zetknięciu kulek ze sobą, na każdej z nich pozostał ładunek
$\mathbf{Q_1}$' = $\mathbf{Q_2}$' = 1[C]?

**Zad 4.**W układzie zamkniętym znajdowały się cztery ładunki elektryczne zgromadzone na jednakowych kulkach, o wartościach$\mathbf{Q_1}$ = 1[C], $\mathbf{Q_2}$ = -4[C],
$\mathbf{Q_3}$ = 0[C] i $\mathbf{Q_4}$ = 8[C]. Oblicz ładunki na poszczególnych kulkach po zetknięciu kolejno: pierwsza z drugą, trzecia z czwartą, a następnie pierwsza z czwartą.
Jaki ładunek będzie na kulce po zetknięciu wszystkich jednocześnie?

**Zad 5**. Oblicz siłę wzajemnego oddziaływania dwóch ładunków elektrycznych na siebie, o wartościach $\mathbf{Q_1}$ = 4[C] i $\mathbf{Q_2}$ = -8[C], będących w odległości **r** = 4[km]

**Zad 6**. Ile razy wzrośnie siła wzajemnego oddziaływania w zadaniu poprzednim, jeżeli pierwszy ładunek wzrośnie dwukrotnie, a drugi zmaleje czterokrotnie?

**Zad 7**. Ładunki $\mathbf{Q_1}$ i $\mathbf{Q_2}$ zostały zbliżone do siebie tak, że ich wzajemna odległość zmalała dwukrotnie. Ilu krotnie zmieniła się siła wzajemnego oddziaływania?

**Zad 8.** Dwa ładunki $\mathbf{Q_1}$ i $\mathbf{Q_2}$ zostały przeniesione do innego środowiska. Stała kulomba **K** zmalała dwukrotnie. Ilu krotnie zmieniła się siła wzajemnego oddziaływania ładunków?

**Zad 9.** Trzy ładunki $\mathbf{Q_1}$ = 1[C], $\mathbf{Q_2}$ = -2[C] i $\mathbf{Q_3}$ = 4[C],ułożono na jednej prostej, w odległościach: $\mathbf{r_1}$ = 2[m] i $\mathbf{r_2}$ = 4[m]. Oblicz siłę oddziaływania ładunku pierwszego i trzeciego, na ładunek drugi.

**Zad 10**. Oblicz siłę wzajemnego oddziaływania ładunku pierwszego i drugiego na ładunek trzeci. Dane z zadania nr 9.

**Zad 11**. Dwa ładunki $\mathbf{Q_1}$ = 2[mC] i $\mathbf{Q_2}$ = -6[mC] umieszczono w środowisku o stałej Coulomba **K** = 1[$N\cdot m^2/C^2$]. Następnie zwiększono każdy z ładunków o **Q** = 1[mC]. Ilu krotnie zmieniła się siła wzajemnego oddziaływania pomiędzy ładunkami?

# 16. Prąd elektryczny stały.

Prądem elektrycznym nazywamy uporządkowany ruch wolnych elektronów, pod wpływem pola elektrycznego. Symbolem prądu jest litera **I**, a jednostką amper [**A**]. Każdy elektron ma ładunek elektryczny **q** = $-1{,}6\cdot10^{-19}$[C]. Jednostką ładunku elektrycznego jest 1[C] – kulomb. Natężenie prądu elektrycznego, ( krótko – prąd ) obliczamy ze wzoru:

$$I = \frac{Q}{t} \qquad 1[A] = \frac{1[C]}{1[s]}$$

gdzie: **I**[A]- natężenia prądu, wyrażane w amperach
**Q**[C]- ładunek elektryczny, jaki przepłynął
**t**[s] – czas w którym przepłynął ładunek

Napięciem **U**, nazywamy różnicę potencjałów pola elektrycznego i określamy je w woltach **[V].** Podczas przepływu prądu elektrycznego następuje spadek napięcia na rezystorach (opornikach elektrycznych). Zależność pomiędzy napięciem, rezystancją i prądem, podaje prawo Ohma:

$$I = \frac{U}{R} \qquad 1[A] = \frac{1[V]}{1[\Omega]}$$

gdzie: **I**[A] – natężenia płynącego prądu
**U**[V] – napięcie mierzone na końcach rezystora
**R**[Ω] – rezystancja – wartość oporu wyrażona w omach.

Przewody elektryczne, z których wykonuje się sieć elektroenergetyczną mają przekrój kołowy i do ich budowy wykorzystuje się metale: miedź, aluminium i żelazo (stal). My w zadaniach przyjmujemy zerową rezystancję przewodów elektrycznych. Tak niestety nie jest. Każdy metal ma określoną wartość oporu właściwego **ρ**[Ω·m], zgodnie z Układem SI. W starych jednostkach opór właściwy podawano **ρ**[$\Omega \cdot mm^2/m$]. Opór właściwy jest to rezystancja jednej żyły elektrycznej o długości **l** = 1[m] i przekroju **S** = 1[$mm^2$]. Opór całej żyły, czyli drutu elektrycznego obliczamy ze wzoru:

$$R_p = \rho \cdot \frac{l}{S}$$

gdzie: $\mathbf{R_p}$[Ω] – rezystancja przewodu elektrycznego.
**ρ**[Ω·m] - opór właściwy materiału żyły.
**l**[m] – długość żyły przewodu elektrycznego.
**S**[$m^2$] - powierzchnia przekroju jednej żyły.

Uwaga: proszę pamiętać, że przewody elektroenergetyczne mają obok siebie ułożone co najmniej dwie żyły. Długość żyły jest wówczas dwa razy dłuższa niż długość przewodów zasilających.

Z tablic odczytujemy wartości oporów właściwych **ρ** dla:

**Cu** = $1{,}534 \cdot 10^{-8}[\Omega \cdot m]$

**Al**. = $2{,}417 \cdot 10^{-8}[\Omega \cdot m]$
**Fe** = $8{,}57 \cdot 10^{-8}[\Omega \cdot m]$

**Przykład 1.**

Oblicz opór elektryczny przewodu jednożyłowego o długości **l** = 1[km] wykonanego z miedzi o przekroju **S** = 4[mm$^2$].

$$\mathbf{R_p = \rho \cdot \frac{l}{S}} = 1{,}534 \cdot 10^{-8}[\Omega \cdot m] \frac{1000[m]}{4 \cdot 10^{-6}[m^2]} = 3{,}835[\Omega]$$

Rezystory można łączyć ze sobą: szeregowo, równolegle i w sposób mieszany.
Łączenie szeregowe rezystorów:

Dla takiego połączenia obliczamy wartość rezystancji zastępczej $\mathbf{R_z}$

$$\mathbf{R_z = R_1 + R_2 + R_3 + \ldots\ldots}$$

**Opór zastępczy ma wartość równą sumie wszystkich rezystorów połączonych szeregowo.** Przez wszystkie rezystory tak połączone płynie ten sam prąd elektryczny, lecz spadki napięć na każdym rezystorze obliczamy z prawa Ohma.

Łączenie równoległe rezystorów:

$$\mathbf{\frac{1}{R_z} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} + \ldots$$

**Odwrotność oporu zastępczego jest równa sumie odwrotności połączonych równolegle rezystorów.** Przez rezystory płyną różne prądy, lecz spadek napięcia na każdym jest taki sam. Jeżeli przewody elektryczne łączą się w jednym punkcie, to jednymi przewodami prądy dopływają, a innymi odpływają. Takie połączenie nazywamy węzłem elektrycznym. Prawo dotyczące przepływu prądów przez węzły, jest to pierwsze prawo Kirchhoffa. Brzmi ono następująco: **suma prądów w węźle ma wartość zero.** To oznacza, że w węźle Elektrycznym prąd nie ginie, nie zamienia się na cokolwiek i nie gromadzi się. Przyjmując wartości prądów np. dopływających za dodatnie a wypływające za ujemne mamy:

$$\mathbf{\Sigma I = 0} \qquad \text{czyli} \quad \mathbf{I_1 + I_2 + I_3 + \ldots\ldots = 0}$$

Pracę **W** wykonaną przez prąd ( tak naprawdę, to źródło napięcia wykonuje pracę) obliczamy ze wzoru:

$$\mathbf{W = U \cdot Q = U \cdot I \cdot t}$$

gdzie: **W**[J] – wykonana praca ( elektrycy podają pracę w [W·s] - watosekundy.

**Q**[C] – ładunek elektryczny jaki przepłynął
**U**[V] – napięcie
**I**[A] – natężenie prądu
**t**[s] – czas przepływu prądu.

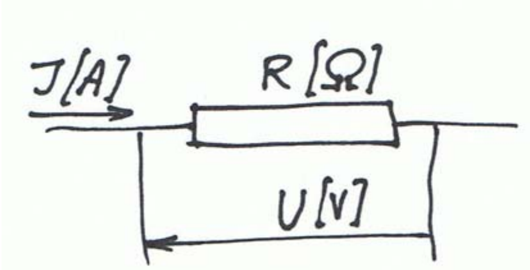
Moc odbiornika elektrycznego obliczamy ze wzoru:

$$\mathbf{P = \frac{W}{t} = U \cdot I}$$

gdzie: **P**[W] – moc elektryczna odbiornika
**W**[J];[Ws] – praca prądu elektrycznego (praca źródła napięcia).
**t**[s] – czas przepływu prądu.
**U**[V] – napięcie na zaciskach odbiornika.
**I**[A] – natężenie prądu płynącego przez odbiornik.

**Przykład 1**.

Oblicz spadek napięcia na rezystorze **R** = 6[Ω], przez który przepływa prąd **I** = 3[A].




Korzystamy z prawa Ohma.

$$\mathbf{I = \frac{U}{R}}$$

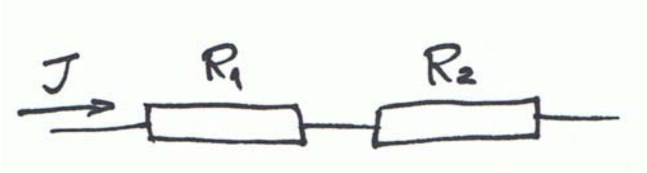
Po przekształceniu równania otrzymujemy:

$$\mathbf{U = I \cdot R} = 3[A] \cdot 6[\Omega] = 18[V]$$

**Przykład 2.**

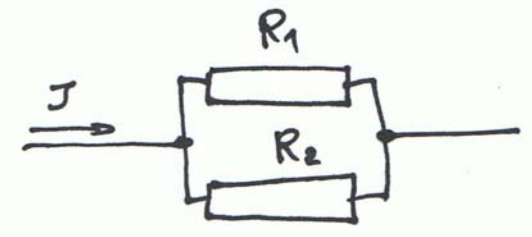
Oblicz opór zastępczy dwóch rezystorów o wartościach $\mathbf{R_1}$ = 4[Ω] i $\mathbf{R_2}$ = 8[Ω], połączonych szeregowo, a następnie równolegle.

Połączenie szeregowe:




$$\mathbf{R_z = R_1 + R_2 = 4[\Omega] + 8[\Omega] = 12[\Omega]}$$

Połączenie równoległe rezystorów.



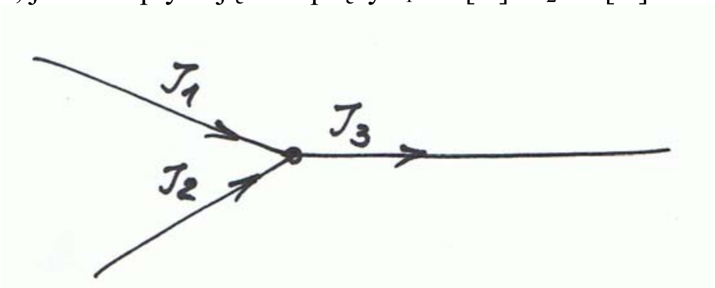

$$\frac{1}{R_z} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{4[\Omega]} + \frac{1}{8[\Omega]} = \frac{2+1}{8[\Omega]} = \frac{3}{8[\Omega]}$$

Obliczamy wartość oporu zastępczego, przez odwrócenie lewej i prawej strony równania ( nie zapominajmy odwrócić także jednostki):

$$\mathbf{R}_z = \frac{8}{3}[\Omega] = 2{,}7[\Omega]$$

**Przykład 3.**

Oblicz prąd $\mathbf{I}_3$ węzła, jeżeli dopływają dwa prądy $\mathbf{I}_1 = 2[A]$ i $\mathbf{I}_2 = 4[A]$




Zgodnie z pierwszym prawem Kirchhoffa:

$$\mathbf{\Sigma I = 0 \qquad I_1 + I_2 + I_3 = 0}$$

$$2[A] + 4[A] + I_3 = 0$$

$$I_3 = -6[A]$$

Odpowiedź: prąd trzeci ma wartość $\mathbf{I}_3 = -6[A]$, więc jest prądem wypływającym.

**Przykład 4.**

Oblicz pracę **W** wykonaną przez źródło napięcia, podczas przepływu ładunku **Q** = 20[C] przez rezystor o wartości **R** = 5[Ω]w czasie **t** = 10[s]. Jaka jest wyzwalana moc **P?**
Obliczamy wartość płynącego prądu:

$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{Q}}{\mathbf{t}} = \frac{20[C]}{10[s]} = 2[A]$$

teraz obliczamy spadek napięcia, zgodnie z prawem Ohma:

$$\mathbf{U} = \mathbf{I}\cdot\mathbf{R} = 2[A]\cdot 5[\Omega] = 10[V]$$

Mając obliczone napięcie i prąd, możemy policzyć pracę:

$$\mathbf{W} = \mathbf{U}\cdot\mathbf{Q} = \mathbf{U}\cdot\mathbf{I}\cdot\mathbf{t} = 10[V]\cdot 2[A]\cdot 10[s] = 200[W\cdot s]$$

Pozostała nam do obliczenia pobierana moc **P**:

$$\mathbf{P} = \frac{\mathbf{W}}{\mathbf{t}} = \mathbf{U}\cdot\mathbf{I} = \frac{200[W\cdot s]}{10[s]} = 20[W]$$

**Zadania:**

**Zad 1**. Oblicz natężenie prądu elektrycznego, jeżeli w ciągu czasu **t** = 15[s] przepłynął ładunek elektryczny **Q** = 45[C].

**Zad 2**. W jakim czasie przepłynie ładunek **Q** = 10[C], jeżeli natężenie prądu wynosi **I** = 2[A]?

**Zad 3**. Jaki ładunek elektryczny **Q** przepłynie przewodem, jeżeli amperomierz pokazuje wartość płynącego prądu **I** = 4[A], a czas przepływu wynosi **t** = 0,5[min]?

**Zad 4**. Jaki jest spadek napięcia na rezystorze o wartości **R** = 5[Ω], przez który przepływa prąd **I** = 2[A]?

**Zad 5**. Oblicz wartość rezystora, przez który przepływa prąd **I** = 3[A], a spadek napięcia wskazywany przez woltomierz wynosi **U** = 12[V].

**Zad 6**. Jaka jest wartość prądu **I,** płynącego przez rezystor o wartości **R** = 8[Ω], jeżeli spadek napięcia na rezystorze wynosi **U** = 4[V].

**Zad 7.**Oblicz wartość oporu zastępczego trzech rezystorów o wartościach $\mathbf{R_1}$ = 3[Ω], $\mathbf{R_2}$ = 6[Ω], $\mathbf{R_3}$ = 1[Ω], połączonych szeregowo.

**Zad 8**. Oblicz wartość oporu zastępczego trzech rezystorów o wartościach $\mathbf{R_1}$ = 3[Ω], $\mathbf{R_2}$ = 6[Ω], $\mathbf{R_3}$ = 1[Ω], połączonych równolegle.

**Zad 9.** Oblicz spadki napięć na rezystorach w zad 7, oraz płynący prąd, jeżeli napięcie zasilające ma wartość **U** = 20[V].

**Zad 10**. Oblicz prądy płynące przez rezystory w zad 8, jeżeli napięcie zasilające układ elektryczny wynosi **U** = 4[V].

**Zad 11**. Dwa rezystory połączone szeregowo zasilano napięciem **U** = 10[V], a prąd płynący miał wartość **I** = 2[A]. Oblicz wartość drugiego rezystora, jeżeli wiadomo, że pierwszy rezystor był o wartości $\mathbf{R}_1$ = 2[Ω]. Oblicz spadki napięć na obu rezystorach.

**Zad 12**. Dwa rezystory o wartościach $\mathbf{R_1}$ = 4[Ω], i drugi $\mathbf{R_2}$ = 8[Ω], połączono równolegle. Oblicz napięcie zasilające **U**, jeżeli prąd płynący przez pierwszy rezystor ma wartość $\mathbf{I_1}$ = 1[A]. Jaki prąd płynął przez drugi rezystor? Jaki prąd dopływał do układu elektrycznego?

**Zad 13.** Dwa rezystory $\mathbf{R_1}$ =1 2[Ω], $\mathbf{R_2}$ =24[Ω], połączono szeregowo i zasilono napięciem **U**=48[V]. Oblicz: opór zastępczy całego układu, prąd płynący przez rezystory, spadki napięcia na każdym rezystorze.

**Zad 14**. Trzy rezystory $\mathbf{R_1}$=12[Ω], $\mathbf{R_2}$=4[Ω], $\mathbf{R_3}$=8[Ω], połączono szeregowo i zasilono napięciem **U**=12[V]. Oblicz: opór zastępczy całego układu, prąd płynący przez rezystory, spadki napięcia na każdym rezystorze.

**Zad 15**. Cztery rezystory $\mathbf{R_1}$=3[Ω], $\mathbf{R_2}$ = 6[Ω], $\mathbf{R_3}$ =12[Ω], $\mathbf{R_4}$ = 24[Ω], połączono równolegle i zasilono napięciem **U** =12[V]. Oblicz: opór zastępczy, spadki napięć na każdym rezystorze, prąd płynący przez każdy rezystor, prąd dopływający do układu elektrycznego.

**Zad 16**. Cztery rezystory $\mathbf{R_1}$ =1[Ω], $\mathbf{R_2}$ = 3[Ω], $\mathbf{R_3}$ = 6[Ω], $\mathbf{R_4}$ =8[Ω] połączono szeregowo i zasilono napięciem **U**= 18[V]. Oblicz: opór zastępczy całego układu, prąd płynący przez rezystory, spadki napięcia na każdym rezystorze.

**Zad 17.** Rezystory z zadania 16 połączono równolegle, zasilając napięciem **U**=18[V]. Oblicz: opór zastępczy całego układu, prądy płynące przez rezystory i cały układ, spadki napięć na każdym rezystorze.

**Zad 18.** Trzy rezystory $\mathbf{R_1}$ = 2[Ω], $\mathbf{R_2}$ = 2[Ω], $\mathbf{R_3}$ = 4[Ω], połączono równolegle i zasilono napięciem **U** = 4[V]. Oblicz: opór zastępczy, spadki napięć na każdym rezystorze, prąd płynący przez każdy rezystor, prąd dopływający do układu elektrycznego.

**Zad 19**. Oblicz pracę **W** wykonaną przez odbiornik, jeżeli przez niego przepłynął ładunek elektryczny **Q** = 5[C], przy napięciu zasilającym **U** = 100 [mV]. Jaka jest moc **P** odbiornika, jeżeli ten ładunek przepływał w czasie **t** = 20[s]?

**Zad 20**. Przez żarówkę o rezystancji **R** = 6[Ω], zasilaną z akumulatora o napięciu **U** = 12[V] przepływa prąd elektryczny. Oblicz: pracę **W** wykonaną w czasie **t** = 10[s], moc żarówki **P**, oraz ładunek **Q** jaki przepłynął.

**Zad 21**. Przez rezystor przepłynął ładunek **Q** = 10[C]. Moc rezystora wynosi **P** = 2[W], a praca wykonana wynosi **W** = 4[W·s]. Oblicz natężenie płynącego prądu **I**, napięcie zasilające **U**, rezystancję **R**.

**Zad 22**. Jaką pracę **W** wykonało źródło napięcia, jeżeli w czasie **t** = 40[s] przepłynął ładunek elektryczny **Q** = 100[C], przy napięciu zasilającym **U** = 20[V]? Jaka jest moc **P** odbiornika?

**Zad 23.** Grzałka elektryczna o oporze **R** = 25[Ω] pracowała przez **t** = 2[min], przy napięciu **U** = 400[V]. Oblicz wykonaną pracę **W**, moc grzałki **P,** oraz ładunek **Q** jaki przepłynął.

**Zad 24.** Jaka jest rezystancja **R** odbiornika elektrycznego, jeżeli moc jego wynosi **P**=100[W], a przepływa prąd o wartości **I** = 5[A]? Ile wynosi wykonana praca **W,** w czasie **t** = 4[s]? Oblicz napięcie zasilające **U**, oraz jaki przepłynął ładunek **Q**?

**Zad 25**. Ile czasu **t** pracowała maszyna o mocy **P** = 0,5[kW], jeżeli wykonała pracę **W** = 400[Ws]? Oblicz rezystancję **R** maszyny, wartość płynącego prądu **I**, ładunek elektryczny jaki przepłynął, jeżeli napięcie zasilające wynosi **U** = 200[V].

**Zad 26**. Przewodem elektrycznym przepłynął ładunek **Q** = 60[C] w czasie **t** = 15[s]. Jakie jest natężenie prądu elektrycznego **J**?

**Zad 27**. Na jaką wysokość **h,** podniesie dźwig masę **m** = 1000[kg], jeżeli na tę pracę zużył energię elektryczną w ilości **W** = 1[kWh]? Przyjmij sprawność przemiany energii **η** = 100%, a przyspieszenie grawitacyjne **g**=10[m/s$^2$].

**Zad 28.** Czajnik elektryczny ogrzewa w czasie **t** = 5[min] wodę, zużywając energię elektryczną w ilości **W** = 1500[W·s]. Oblicz: moc grzałki, prąd płynący, rezystancję, ładunek jaki przepłynął, jeżeli napięcie zasilające wynosiło **U** = 200[V].

**Zad 29.** Moc silnika elektrycznego wynosi P = 4[kW]. Ile to koni mechanicznych?

**Zad 30**. Ile wynosi moc silnika elektrycznego, jeżeli podnosi masę **m** = 5[kg] na wysokość **h** = 20[m] w czasie **t** = 20[s]. Jaki przepływał prąd elektryczny przez silnik, jeżeli napięcie zasilające wynosiło **U** = 10[V]? Oblicz ładunek, jaki przepłynął, a także opór czynny uzwojenia silnika.

**Zad 31**. Oblicz opór przewodu jednożyłowego o długości **l** = 400[m] wykonanego z glinu o przekroju **S**= 2,5[mm$^2$]. Ilu krotnie zmniejszy się ten opór, jeżeli aluminium zastąpimy miedzią?

**Zad 32**. Jaka jest długość przewodu miedzianego (jednej żyły) o przekroju **S** = 1[mm$^2$], którego opór wynosi $\mathbf{R_p}$ = 6[Ω]?

**Zad 33.** Ilu krotnie zmaleje opór przewodu elektrycznego jeżeli średnica żyły wzroście dwukrotnie?

**Zad 34.** Ilu krotnie zmieni się opór żyły przewodu aluminiowego, jeżeli długość wzrośnie 8 krotnie, a średnica zmaleje dwukrotnie?

**Zad 35.** Z pewnego stopu wykonano przewód elektryczny o oporze $\mathbf{R}_p$ = 8[Ω], długości **l** = 600[m] i przekroju **S** = 0,5[mm$^2$]. Jaki jest opór właściwy tego materiału?

**Zad 36.** Oblicz opór przewodu miedzianego o przekroju **S** = 10[mm$^2$] zasilającego budynek mieszkalny, oddalony od transformatora o **L** = 300[m].

**Zad 37.** Jakie uzyskamy napięcie na uzwojeniu wtórnym transformatora jednofazowego zasilanego napięciem skutecznym **U** = 230[V], jeżeli przekładnia $\boldsymbol{\upsilon}_1$ = 2, oraz $\boldsymbol{\upsilon}_2$= 0,2

**Zad 38.** Na uzwojeniu pierwotnym transformatora jednofazowego nawinięto $\mathbf{n}_1$ = 1000 zwojów drutu. Ile zwojów powinno być na uzwojeniu wtórnym, aby przekładnia transformatora wynosiła $\boldsymbol{\upsilon}$ = 4.

**Zad 39.** Transformator ma na uzwojeniu pierwotnym $\mathbf{z}_1$ = 1200 zwojów i zasilany napięciem $\mathbf{U}_1$ = 100[V]. Moc transformatora wynosi **P** = 100[VA]. Oblicz: przekładnię transformatora, ilość zwojów uzwojenia wtórnego, natężenia prądów, jeżeli napięcie wtórna ma wartość $\mathbf{U}_2$ = 25[V].

**Zad 40**. Prąd pierwotny jest cztery razy większy od prądu wtórnego, transformatora jednofazowego. Napięcie na uzwojeniu wtórnym wynosi $\mathbf{U}_2$ = 10[V]. Oblicz: przekładnię, napięcie zasilające i moc transformatora.

# 17. Magnetyzm.

### Brak zadań na poziomie gimnazjum.

# 18. Prąd przemienny.

Prądem przemiennym nazywamy taki, którego przebieg w czasie jest sinusoidalny. Ponieważ zmienia swoją wartość, a do tego płynie raz w jedną stronę, a raz w drugą stronę, nie możemy mówić o wartościach średnich. Mówi się tylko o tzw. parametrach skutecznych. Porównuje się jego efekt energetyczny do przepływającego prądu stałego np. przez ten sam rezystor.
I tak w prądzie przemiennym w sieci elektroenergetycznej są parametry:

częstotliwość **f** = 50[Hz]
okres **T** = 0,02[s]
napięcie skuteczne w sieci domowej $\mathbf{Us}_k$ = 230[V]
prąd skuteczny $\mathbf{I_{sk}}$ , podaje miernik elektryczny w amperach.

Zależność pomiędzy największym napięciem chwilowym, a napięciem skutecznym podaje zależność:

$$\mathbf{U}_{max} = \sqrt{2} \cdot \mathbf{U_{sk}}$$

Dla prądów jest taka sama zależność.

$$\mathbf{I}_{max} = \sqrt{2} \cdot \mathbf{I}_{sk}$$

**Zadania:**

**Zad 1**. Oblicz częstotliwość prądu przemiennego, oraz jego okres, jeżeli w czasie **t** = 20[s] było **n** = 1200 cykli.

**Zad 2**. Jaka największa wartość chwilowa napięcia jest w sieci domowej?

**Zad 3**. Przez rezystor płynie prąd skuteczny o wartości $\mathbf{I}_{sk}$ = 5[A]. Jaka jest największa wartość chwilowa prądu?

**Zad 4**. W USA częstotliwość prądu wynosi **f** = 60[Hz]. Oblicz okres prądu.

**Zad 5.** Napięcie skuteczne w USA w sieci domowej wynosi $\mathbf{U}_{sk}$ = 110[V]. Oblicz największą chwilową wartość napięcia.

# 19. Drgania i fale mechaniczne.

Na co dzień obserwujemy ciała, które wykonują ruch drgający np.: drzewo chwieje się na wietrze, wahadło w zegarze, dziecko na huśtawce, kawałek drewna poruszający się na fali w jeziorze. Jeżeli taki ruch odbywa się bez zmiany jakiegokolwiek parametru, to nazywa się **ruchem harmonicznym (** bez tłumienia). Wielkości charakteryzujące ten ruch to:
1 – okres **T**[s] – czas jednego pełnego drgnięcia (wahnięcia)
2 – długość fali **λ**[m] – odległość pomiędzy punktami fali o tych samych wychyleniach i prędkościach.
3 – prędkość fali **v**[m/s] – prędkość przemieszczania się fali (zakłócenia).
4 – amplituda **A**[m] – największe wychylenie od punktu równowagi.
5 – czoło fali – linia łącząca punkty o tym samym wychyleniu.
6 – promień fali – kierunek, wzdłuż którego przemieszcza się zakłócenie (fala).

Wahadłem matematycznym jest zawieszony punkt materialny na nitce o masie punktowej **m** i okresie **T** = 1[s]. Jeżeli ciało zawieszone na nitce potraktujemy jako punktowe, to okres wahnięcia obliczamy ze wzoru:

$$\mathbf{T = 2 \cdot \pi \cdot} \sqrt{l/g}$$

gdzie: **T**[s] – okres – czas pełnego wahnięcia.
**l**[m] – długość wahadła
**g**[m/s$^2$] – przyspieszenie ziemskie.

**Przykład 1.**

Oblicz długość wahadła matematycznego, o okresie **T** = 1[s].

Korzystamy ze wzoru

$$\mathbf{T = 2 \cdot \pi \cdot} \sqrt{l/g}$$

Obustronnie dzielimy przez **2·π**

$$\frac{\mathbf{T}}{\mathbf{2 \cdot \pi}} = \sqrt{l/g}$$

następnie podnosimy obustronnie do drugiej potęgi:

$$\frac{\mathbf{T^2}}{\mathbf{4 \cdot \pi^2}} = \frac{\mathbf{l}}{\mathbf{g}}$$

mnożymy przez przyspieszenie ziemskie **g,** i zamieniamy stronami:

$$\mathbf{l} = \frac{\mathbf{g \cdot T^2}}{\mathbf{4 \cdot \pi^2}} = \frac{10[m/s^2] \cdot 1[s]}{4 \cdot \pi^2} = 0{,}25[m]$$

**Zadania**:

**Zad 1.** Oblicz okres wahadła o długości **l** = 360[cm], będące na Ziemi.

**Zad 2.** Jaka jest długość wahadła na Ziemi, jeżeli jego okres wynosi **T** = 4π[s]?

**Zad 3**. Ile wynosi okres wahadła na planecie, o przyspieszeniu $\mathbf{g_p}$= 1,6·**g** i długości **l** = 1[m]?

**Zad 4.** Ile będzie wynosić długość **l** wahadła, jeżeli obecnie okres wynosi **T** = 2π[s], a chcemy, aby był on trzy razy dłuższy?

**Zad 5**. O ile trzeba wydłużyć wahadło, jeżeli obecnie okres wynosi **T** = π[s], a chcemy, aby był on dwa razy dłuższy?

**Zad 6**. Ile wynosić będzie okres wahadła na Ziemi, jeżeli na planecie o przyspieszeniu grawitacyjnemu $\mathbf{g_p}$ = 10g okres wynosi **T** = π/5 [s]?

**Zad 7.** Ilu krotnie zmieni się długość okresu wahadła przeniesionego z Ziemi na planetę o przyspieszeniu grawitacyjnym $\mathbf{g_p}$ = g/4?

**Zad 8**. Ilu krotnie należy skrócić wahadło, aby zachować długość okresu na Ziemi i planecie, na której przyspieszenie jest $\mathbf{g_p}$ = 3,6 ·g?

**Zad 9**. O ile % należy wydłużyć wahadło, aby okres zwiększył się o 20%?

**Zad 10**.Co należy zrobić z wahadłem, aby zmniejszyć jego okres dwukrotnie?

**Zad 11**. Ile wynosi długość okresu wahadła, którego okres wynosił **T** = 2[s], a wydłużono go o **Δl** = 60[cm]?

**Zad 12**. Wahadło o długości **l** = 2,5[m] zainstalowano w windzie, ruszającej do góry z przyspieszeniem **a** = **3·g**. Oblicz długość okresu wahadła.

**Zad 13**. Wahadło o długości **l** = 25[cm] zainstalowano w windzie, ruszającej do dołu z przyspieszeniem **a** = **2·g**. Oblicz długość okresu wahadła.

**Prędkość fali** obliczamy z zależności:

$$\mathbf{v = \lambda \cdot f}$$

gdzie: **v**[m/s] – prędkość rozchodzenia się fal w danym ośrodku
λ[m] - długość fali
**f**[Hz]; [1/s] ; [$s^{-1}$]– częstotliwość fali.

Czas jednego pełnego drgnięcia (cyklu ) nazywamy okresem i oznaczamy literą **T**[s]

$$\mathbf{T = \frac{1}{f}}$$

gdzie: **T**[s] -okres
**f**[Hz]- częstotliwość.

**Przykład:**

Oblicz częstotliwość fali, jeżeli jej długość wynosi **λ**= 0,4[m], a porusza się z prędkością **v** = 40[m/s].

Korzystamy ze wzoru:

$$\mathbf{v = \lambda \cdot f}$$

po przekształceniu:

$$\mathbf{f} = \frac{\mathbf{v}}{\boldsymbol{\lambda}} = \frac{40[m/s]}{0,5[m]} = 80[Hz]$$

**Zadania**:

**Zad 14.** Oblicz długość fali **λ** poruszającej się z prędkością **v** = 1,5 [km/s] z częstotliwością **f** = 500[Hz]

**Zad 15.** Oblicz długość fali $\lambda$, której okres wynosi $\mathbf{T} = 0{,}1[s]$, poruszającej się z prędkością $\mathbf{v} = 100[km/s]$

**Zad 16**. Jaka jest częstotliwość **f** fali której okres wynosi $\mathbf{T} = 0{,}04[s]$

**Zad 17.** Oblicz częstotliwość fali dźwiękowej o długości $\lambda=1{,}7[m]$.

**Zad 18**. Oblicz skrajne długości fali dźwiękowej w powietrzu słyszalne przez człowieka.

**Zad 19**. Jaka jest długość fali dźwiękowej poruszającej się w stali ( $\mathbf{v}_s = 5000[m/s]$) i w wodzie ($\mathbf{v}_w = 1500[m/s]$), jeżeli w powietrzu ma prędkość $\mathbf{v}_p = 340[m/s]$, a jej długość $\lambda_p = 10[m]$

**Zad 20**. Ile razy będzie dłuższa fala dźwiękowa poruszająca się w wodzie i w stali, w stosunku do poruszającej się w powietrzu.

## 20. Fale elektromagnetyczne.

Fale elektromagnetyczne poruszają się z największą prędkością w przyrodzie tj. $\mathbf{c} = 300\,000[km/s]$, czyli $\mathbf{c} = 3\cdot10^8[m/s]$. Ludzkie oko widzi tylko fale o długości: od fali fioletowej o długości $\lambda_f = 380[nm]$, do fali czerwonej o długości $\lambda_{cz} = 760[nm]$. Fale przechodząc przez inne ośrodki o gęstości optycznej większej, zmniejszają swoją prędkość rozchodzenia się, co uwidacznia się w zjawisku załamania. Obliczamy współczynnik załamania **n**:

$$\mathbf{n} = \frac{\mathbf{v}_{pow}}{\mathbf{v}} = \frac{\mathbf{c}}{\mathbf{v}} = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta}$$

gdzie: **n** – współczynnik załamania
**c**[m/s]- prędkość światła w próżni.
**v**[m/s]- prędkość światła w danym ośrodku.

Zależność prędkości fali, częstotliwości i jej długości podaje wzór:

$$\mathbf{v} = \lambda\cdot\mathbf{f}$$

gdzie: **v**[m/s]- prędkość fali.
$\lambda$[m]- długość fali.
**f**[Hz] -częstotliwość fali.

Każda fala ma swój okres **T**. Obliczyć go możemy znając częstotliwość fali:

$$\mathbf{T} = \frac{1}{\mathbf{f}}$$

gdzie: **T**[s] - okres fali.

**Pamiętajmy o tym, że fale przechodząc z jednego ośrodka optycznego do drugiego, zmieniają swoją prędkość i długość, zachowując częstotliwość, od której zależy barwa światła.**

## Zadania.

**Zad 1.** Oblicz częstotliwość fali czerwonej i fioletowej.

**Zad 2**. Ile razy jest dłuższa fala elektromagnetyczna czerwona od fioletowej?

**Zad 3**. Oblicz prędkość światła w szkle, jeżeli współczynnik załamania wynosi **n** = 1,3.

**Zad 4**. Jaka jest długość fali czerwonej w szkle, o współczynniku załamania **n** = 1,4?

**Zad 5**. Ile razy będzie krótsza fala fioletowa, po przejściu z powietrza do wody i jaka będzie jej długość?

**Zad 6.** Oblicz współczynnik załamania na granicy powietrze, tworzywo sztuczne, jeżeli w tym tworzywie prędkość światła jest mniejsza o 30%.

**Zad 7**.Oblicz częstotliwość fali w pewnym tworzywie, jeżeli w powietrzu jej długość wynosi **λ** = 300[nm]. Ilu krotnie zmieni się długość fali po przejściu z powietrza do tego tworzywa?

**Zad 8**. Ile czasu przechodzi światło przez światłowód o długości **L** = $6 \cdot 10^8$[m], jeżeli współczynnik załamania tego tworzywa wynosi **n** = 1,2?

# 21. Optyka.

Równanie soczewki:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{f}$$

gdzie: **x**[m] – odległość przedmiotu od soczewki
**y**[m] – odległość obrazu od soczewki
**f**[m] – ogniskowa soczewki

Moc soczewki **z** określa się w dioptriach **D**

$$z = \frac{1}{f}$$

gdzie: **z**[D] - moc soczewki
**f**[m]- ogniskowa

Moc zestawu soczewek, będących blisko siebie, można obliczyć z dość dużym przybliżeniem:

$$\mathbf{z = z_1 + z_2 + z_3}$$

gdzie: **z**[D]- moc zestawu soczewek
$\mathbf{z_1, z_2, z_3}$ - moce soczewek w zestawie (obiektyw, okular)

Jeżeli przedmiot jest o wysokości **h**, a obraz o wysokości **H**, to powiększenie obliczymy z zależności:

$$\mathbf{p = \frac{y}{x} = \frac{H}{h}}$$

gdzie: **p-** powiększenie obrazu
**x**[m] – odległość przedmiotu od soczewki
**y**[m] – odległość obrazu od soczewki
**h**[m] - wysokość przedmiotu
**H**[m] - wysokość obrazu

## Uwaga:

**Jeżeli w soczewce lub w zwierciadle pojawia się obraz pozorny, to odległość y, obrazu w równaniu jest ujemna ( y** ze znakiem minus**).**

## Zadania:

**Zad 1**. Jaka jest moc soczewki o ogniskowej **f** = 0,4[m]?

**Zad 2**. Ile wynosi ogniskowa soczewki o mocy **z** = 2[D]?

**Zad 3.** W jakiej odległości powstanie obraz w soczewce skupiającej, jeżeli odległość przedmiotu od soczewki wynosi **x** = 1[m], a ogniskowa ma wartość **f** = 0,2[m]?

**Zad 4**. Przedmiot od soczewki ustawiono w odległości **x** = 0,4[m], a ekran znajduje się za soczewką w odległości **y** = 5[m]. Oblicz powiększenie obrazu.

**Zad 5**. Oblicz ogniskową i moc soczewki z zadania czwartego.

**Zad 6**. Przedmiot o wysokości **h** = 0,1[m] ustawiono w odległości **x** = 0,8[m] przed soczewką o mocy **z** = 2[D]. Oblicz wielkość obrazu, a także położenie ekranu. Ile wynosi powiększenie obrazu?

**Zad 7.** W jakiej odległości należy ustawić przedmiot przed soczewką skupiającą o ogniskowej **f** = 1[m], aby powiększenie wynosiło **p** = 4? Jaka jest moc soczewki?

**Zad 8**. Jakie jest powiększenie mikroskopu, jeżeli powiększenie okularu wynosi $\mathbf{p}_{ok} = 20$, a powiększenie obiektywu $\mathbf{p}_{ob} = 50$? Jaki jest wymiar oglądanego przedmiotu, jeżeli obraz jest o wielkości **H** = 2[mm]?

**Zad 9.** Oblicz wielkość obrazu, jeżeli przedmiot oglądany ma wysokość **h** = 0,4[m], a powiększenie wynosi **p** = 6.

**Zad 10**. Oblicz moc soczewki, jeżeli dla niej odległość obrazu **y** = 1[m] a odległość przedmiotu **x** = 3[m].

**Zad 11.** Obraz o wysokości **H** = 0,3[m] powstał w odległości **y** = 0,2[m], a ogniskowa soczewki wynosi **f** =0,1. Oblicz wielkość przedmiotu, a także powiększenie.

**Zad 12.** Oblicz powiększenie soczewki skupiającej, jeżeli moc soczewki wynosi **z** = 2[D], a przedmiot jest w odległości **x** = 0,4[m]. Jaki otrzymamy obraz?

**Zad 13.** Promień fali pada na powierzchnię poziomą tak, że jego kąt padania **α** = 30[$^o$]. Jaka jest wartość kąta, pomiędzy promieniem odbitym, a powierzchnią odbijającą?

## 22. Fizyka jądrowa.

Dla izotopów promieniotwórczych, określa się okres połowicznego rozpadu, to jest czas, w którym połowa atomów rozpada się. Dla określenia ilości atomów, jaka pozostała w próbce podaje równanie:

$$\mathbf{N} = \frac{\mathbf{N_o}}{\mathbf{2^n}}$$

gdzie: **N** – ilość atomów pierwiastka promieniotwórczego, jaka pozostała w próbce. ( ilość atomów przekłada się na masę)
$\mathbf{N_o}$- ilość atomów w próbce pierwotnej. Masa początkowa.
**n** - ilość okresów połowicznego rozpadu.

Jeżeli nie mówimy o ilości atomów, tylko o masie izotopu pierwiastka promieniotwórczego, to wzór przybierze postać:

$$\mathbf{m} = \frac{\mathbf{m_o}}{\mathbf{2^n}}$$

gdzie: $\mathbf{m_o}$ [kg] - masa pierwiastka promieniotwórczego zawarta w próbce pierwotnej.
**m**[kg] – masa pierwiastka, jaka pozostała w próbce po czasie t.
**n** – ilość okresów połowicznego rozpadu, jaka minęła od czasu rozpoczęcia próby.

Ilość okresów **T,** połowicznego rozpadu **n**, obliczamy ze wzoru:

$$\mathbf{n} = \frac{\mathbf{t}}{\mathbf{T}}$$

gdzie: **n** – ilość okresów połowicznego rozpadu, która minęła od czasu rozpoczęcia badania.
**t** - czas badania próbki.
**T-** czas połowicznego rozpadu.

**Uwaga:** czas połowicznego rozpadu jest podawany w dowolnej jednostce czasu, zależnie od długości trwania. ( taka jednostka, aby liczba była niewielka)

**Przykład 1.**

Pewien pierwiastek o czasie połowicznego rozpadu **T** = 8 [dni] został pobrany do badań w ilości $\mathbf{m_o}$ = 1[kg]. Jaka masa pierwiastka pozostała po czasie **t** = 16 [dniach]?

Obliczamy ilość okresów połowicznego rozpadu, jaka minęła od rozpoczęcia badania:

$$\mathbf{n} = \frac{\mathbf{t}}{\mathbf{T}} = \frac{16[\text{dni}]}{8[\text{dni}]} = 2$$

Masa jaka pozostała po 2-ch okresach:

$$\mathbf{m} = \frac{\mathbf{m_o}}{\mathbf{2^n}} = \frac{1[\text{kg}]}{2^2} = 0{,}25[\text{kg}]$$

**Zadania:**

**Zad 1.** Pewien pierwiastek o okresie połowicznego rozpadu **T** = 10[min] przeleżał przez okres **t** = 0,5[h]. Ile okresów połowicznego rozpadu minęło w tym czasie?

**Zad 2**. Ile atomów pierwiastka promieniotwórczego było na początku w próbce, jeżeli po okresie połowicznego rozpadu pozostało $\mathbf{N}_1$ = 1000[atomów].

**Zad 3**. Jaka część atomów pierwiastka promieniotwórczego pozostała po czasie **t** = 6 [lat], jeżeli okres połowicznego rozpadu wynosi **T** = 2 [lata]?

**Zad 4**. Jaka masa izotopu promieniotwórczego pozostała w próbce po trzech okresach połowicznego rozpadu, jeżeli na początku było $\mathbf{m_0}$ = 120[g]?

**Zad 5.** Jaka masa izotopu promieniotwórczego rozpadła się w czwartym okresie połowicznego rozpadu, w zadaniu poprzednim?

**Zad 6**. Ile razy więcej atomów rozpada się w pierwszym okresie połowicznego rozpadu, w stosunku do ilości podlegającej rozpadowi w okresie czwartym?

**Zad 7.** O ile zmniejszyła się masa próbki pierwiastka promieniotwórczego i jak uległ zmianie jego ładunek elektryczny, po wyemitowaniu dwóch cząstek $\boldsymbol{\alpha}$?

**Zad 8**. Po trzech okresach połowicznego rozpadu pozostała masa **m** = 8[g] pierwiastka. Jaka masa $\mathbf{m}_{o}$, tego pierwiastka znajdowała się na początku badań?

**Zad 9** Czas połowicznego rozpadu pewnego pierwiastka wynosi **T** = 40[min]. Jaka masa atomów promieniotwórczych tego pierwiastka pozostanie po czasie **t** = 2[h], jeżeli masa próbki pierwotnej wynosiła **N**o = 240[g]?

**Zad 10..** Ile minęło okresów połowicznego rozpadu, jeżeli z próbki pierwotnej $\mathbf{m}_{o}$ = 240[g], pozostało **m** = 15[g]?

## 23. Skala, podziałka.

Duże przedmioty, a nawet ogromne jak: szafa, działka rekreacyjna, dom, kraj, kontynent, chcemy narysować na arkuszu papieru. W tym celu stosujemy podziałkę (skalę) zmniejszającą, dobierając ją do wielkości arkusza, aby maksymalnie go zająć rysunkiem. Inaczej będziemy postępowali, gdy chcemy narysować małe przedmioty jak: kółko zębate od zegarka ręcznego, elementy elektroniczne itp., i wówczas stosujemy podziałkę powiększającą. Można również rysować przedmioty w wymiarach naturalnych. Podziałkę, oznaczamy jako stosunek dwóch liczb np. **1 : 100**. Oznacza to przyjętą skalę zmniejszającą stukrotnie. Jak to rozumieć? Otóż pierwsza cyfra (liczba) oznacza daną wielkość – wymiar liniowy – na rysunku, mapie, a liczba druga wymiar w rzeczywistości, w tej samej jednostce, co na rysunku. W naszym przykładzie: jednemu centymetrowi na rysunku, odpowiada w rzeczywistości 100 [cm]. Zadania takie najlepiej rozwiązywać zastępując dwie kropki będące pomiędzy liczbami, kreską ułamkową

**Wymiar liniowy**:

Skala, podziałka **1: 10 000**

Zapisujemy jako ułamek, gdzie w liczniku i mianowniku są zastosowane jednocześnie te same jednostki np: cm, mm, dm:

$$\frac{\text{Wymiar na rysunku}}{\text{Wymiar w rzeczywistości}} \qquad \frac{1}{10\,000}$$

**Przykład:**

Oblicz odległość pomiędzy miastami w rzeczywistości, jeżeli na mapie narysowanej w skali **1 : 200 000,** odległość ta wynosi **b** = 10[cm].

W pierwszym ułamku zapisana jest skala rysunkowa, a w drugim stosunek tych samych wielkości na mapie (rysunku) w liczniku i w rzeczywistości – w mianowniku. Wartości tak zapisanych ułamków są sobie równe. Rozwiązujemy tak, jak na chemii, czy matematyce, wielkości proporcjonalne – na krzyż.

Rysunek / Rzeczywistość

$$\frac{1}{200\,000} = \frac{10[cm]}{\mathbf{x}[cm]}$$

Obliczamy jak zwykłe proporcje:

$$\mathbf{x} = \frac{200\,000 \cdot 10\ [cm]}{1} = 2000\,000\ [cm] = 20\,000[m] = 20[km]$$

**Zadania:**

**Zad 1**. Oblicz długość boku **b** działki rekreacyjnej, której ten bok na rysunku wykonanym w skali **1 :500,** ma długość $\mathbf{b_1}$ = 8[cm].

**Zad 2.** W jakiej skali wykonano rysunek tyczki, jeżeli w rzeczywistości ma ona długość **l** =2,8[m], a na rysunku $\mathbf{l}_1$ = 140[mm]?

**Zad 3**. Jaką długość na rysunku będzie miała wysokość elementu zegarka, narysowanego w skali **50:1**, jeżeli w rzeczywistości ma wymiar **h** = 1,2[mm]

**Zad 4.** Ile razy będzie większa długość pewnego przedmiotu na rysunku, jeżeli zmienimy skalę z **1:10** na **1:50**.

**Zad 5**.Oblicz, ile razy będzie dłuższy pewien wymiar na rysunku, jeżeli zmienimy skalę z **1:100** na **20:1**

**Przeliczanie powierzchni w skali.**

Gdy mamy do czynienia z powierzchniami, postępujemy bardzo podobnie. Ponieważ, powierzchnię obliczamy np.: prostokąta mnożąc długość jednego boku, przez długość boku drugiego, to na rysunku mamy do czynienia ze zmniejszeniem (zwiększeniem) wymiarów obu boków. Przeliczając powierzchnie należy pamiętać, o pomniejszeniu (powiększaniu) obu długości boków jednocześnie na rysunku, odpowiednio według skali (w drugiej potędze). Na rysunku i w rzeczywistości powierzchnie są w tych samych jednostkach. Wówczas należy zapisać, jako ułamek:

Skala **1 : 100**

Powierzchnia na rysunku / Powierzchnia w rzeczywistości

$$\frac{\mathbf{P}[cm^2]}{\mathbf{P}_1[cm^2]} = \frac{1^2}{100^2}$$

Teraz rozwiązujemy jak zwykłe proporcje.

**Przykład**:

Oblicz powierzchnię działki **P** na rysunku w $cm^2$, wykonanym w skali **1 :1000**, jeżeli jej powierzchnia w rzeczywistości wynosi $\mathbf{P}_1 = 2[a]$.

$1[a] = 100[m^2] = 10^6[cm^2]$

$$\frac{\text{Powierzchnia na rysunku}}{\text{Powierzchnia w rzeczywistości}} \qquad \frac{\mathbf{P}[cm^2]}{\mathbf{P}_1[cm^2]} = \frac{1^2}{1000^2}$$

$$\mathbf{P} = \frac{\mathbf{P_1}[cm^2] \cdot 1^2}{1000^2} = \frac{2 \cdot 10^6[cm^2]}{10^6} = 2[cm^2]$$

**Zadania:**

**Zad 6**. Ile wynosi powierzchnia w rzeczywistości, jeżeli rysunkiem jest kwadrat o boku $\mathbf{b} = 5[cm]$ i jest narysowany w skali **1: 50**?

**Zad 7.** Oblicz skalę, w jakiej wykonano rysunek, jeżeli na rysunku powierzchnia wynosi $\mathbf{P} = 4[cm^2]$, a w rzeczywistości $\mathbf{P}_1 = 256[cm^2]$

**Zad 8.** Ile wynosi powierzchnia prostokąta na rysunku, jeżeli jest on wykonany w skali **5:1**, a w rzeczywistości ma powierzchnię $\mathbf{P}_1 = 100[cm^2]$?

**Zad 9**. Ile razy będzie mniejsza powierzchnią trójkąta na rysunku, jeżeli zmienimy skalę rysunkową z **1:4** na **5:1**?

# 24. Sprężystość ciał.

Sprężystością nazywamy taką cechę materiału, który odkształca się ( zmienia swój wymiar) proporcjonalnie do przyłożonej siły. Taką własność posiadają tylko ciała stałe. Zależność między odkształceniem, a działającą siłą wyrażamy w postaci równania:

$$\mathbf{F = -k \cdot x}$$

gdzie: **F**[N] – siła rozciągająca lub ściskająca ciało
**k**[N/m] – współczynnik sprężystości, charakteryzujący sprężynę.
**x** [m] – odkształcenie ciała, informacja, o ile zmienił się wymiar ciała pod działaniem na nie siły.

W fachowej literaturze w tym wzorze jest znak minus. W gimnazjum możemy go pomiąć.

Pewnie każdy z Was zastanawia się, jaką pracę trzeba wykonać, aby daną sprężynę rozciągnąć lub ścisnąć o **x**. To zadanie wydaje się być trudnym, ponieważ mamy do czynienia ze zmienną wartością siły. Praca nasza zostanie zamieniona na tzw. energię potencjalną sprężystości. Jest ona zawarta w odkształconej sprężynie.

$$\mathbf{E_{sp} = \frac{k \cdot x^2}{2}}$$

gdzie: **E<sub></sub>**

$E_{sp}$[J] – energia sprężystości
**k**[N/m] - współczynnik sprężystości.
**x**[m] – wartość odkształcenia.

Jak się dokładnie przyjrzymy temu wzorowi, to jest w swojej budowie podobny do wzoru na energię kinetyczną ciała, będącego w ruchu.

**Przykład 1**:

Oblicz siłę, która rozciągnie sprężynę o **x** = 20[cm], jeżeli jej współczynnik sprężystości wynosi **k** = 50[N/cm].

$$\mathbf{F = k \cdot x =} 50[\text{ N/cm}] \cdot 20[\text{cm}] = 1000[\text{N}].$$

**Przykład 2**:

Jaką pracę należy wykonać, aby sprężynę o **k** = 40[N/cm], rozciągnąć o **x** = 5[cm]?

W pierwszej kolejności należy zamienić jednostki na układ **SI**.

**k** = 40[N/cm] = 4000[N/m]
**x** = 5[cm] = 0,05[m]

$$\mathbf{E_{sp} = \frac{k \cdot x^2}{2}} = \frac{4000[\text{N/m}] \cdot 0{,}05^2[\text{m}^2]}{2} = 5[\text{J}]$$

**Zadania:**

**Zad 1.** Jaka siła rozciąga sprężynę, jeżeli współczynnik charakteryzujący sprężynę wynosi **k** = 15[ N/cm], a rozciągnęła się o **x** = 30[mm]?

**Zad 2.** Wagę dynamometryczną rozciągnięto siłą **F** = 50[N], o **x** = 25 [mm]. Ile wynosi współczynnik charakteryzujący sprężynę **k** ?

**Zad 3.** O ile rozciągnęła się sprężyna, jeżeli jej współczynnik charakteryzujący ją ma wartość **k** = 10 [N/cm], a zawieszono na niej masę **m** = 10[kg]?

**Zad 4.** Na zaczepie dynamometru zawieszono masy $\mathbf{m_1}$ = 3 [kg] i $\mathbf{m_2}$ = 4 [kg]. O ile mm rozciągnęła się sprężynka, jeżeli jej współczynnik charakteryzujący wynosi **k** = 2[N/mm]?

**Zad 5.** Dwa dynamometry zaczepiono zaczepami za siebie i zaczęto rozciągać siłą

**F** = 40[N]. Jeden dynamometr rozciągnął się o $\mathbf{x_1}$ = 4 [cm]. Drugi dynamometr miał współczynnik charakteryzujący sprężynę $\mathbf{k_2}$ = 20 [N/cm]. Ile wynosi współczynnik $\mathbf{k_1}$ pierwszego dynamometru? O ile mm rozciągnęła się sprężyna dynamometru drugiego $\mathbf{x_2}$? Wykonaj rysunek i zaznacz siły.

**Zad 6.** Dwie różne sprężyny połączono szeregowo ze sobą, i rozciągano siłą **F**. Ile razy współczynnik $\mathbf{k_2}$ charakteryzujący drugą sprężynę jest większy od współczynnika $\mathbf{k_1}$ sprężyny pierwszej, jeżeli $\mathbf{x_1}$ sprężyny pierwszej jest dwa razy większy od wydłużenia $\mathbf{x_2}$ sprężyny drugiej?
Wskazówka: połączone szeregowo sprężyny, jeżeli są rozciągane lub ściskane jednocześnie, to siły działające na nie są sobie równe. $\mathbf{F}_1 = \mathbf{F}_2$

**Zad 7.** Dwie sprężyny połączono jedną za drugą. Jeden koniec tak połączonych sprężyn zamocowano nieruchomo, a drugi koniec obciążono siłą **F** = 100[N]. O ile przesunął się koniec takiego zestawu, jeżeli współczynniki charakteryzujące sprężyny wynoszą odpowiednio $\mathbf{k_1}$ = 20 [N/cm] i $\mathbf{k_2}$ = 50[N/cm]. Wskazówka jak w zadaniu nr 6.

**Zad 8.** Dwie różne sprężyny o jednakowych długościach ustawiono pionowo do siebie równolegle, i położono na nich pewien ciężar. Ile razy sprężyna druga jest bardziej obciążona od sprężyny pierwszej, jeżeli współczynnik $\mathbf{k_2}$ charakteryzujący drugą sprężynę jest 3 razy większy od współczynnika $\mathbf{k_1}$ sprężyny pierwszej. Obie sprężyny mają takie samo ugięcie.

# 25. Przemiany energii.

Każde ciało znajdujące się w polu grawitacyjnym posiada energię potencjalną **E**p. Dla naszych obliczeń, przyjmujemy pewien poziom odniesienia, na którym ciało ma tę energię równą zero i obliczamy tylko zmianę wartości tej energii wg równania:

$$\mathbf{\Delta E_p = m \cdot g \cdot h}$$

gdzie: **ΔEp**[J] – zmiana energii potencjalnej ciała, na skutek zmiany wysokości położenia.
**m**[kg] – masa ciała
**g**[m/s$^2$] – przyspieszenie ziemskie (grawitacyjne), w małej odległości od powierzchni Ziemi.
**h**[m] – zmiana wysokości położenia ciała.

Proszę pamiętać, że w przypadku zwiększania odległości od powierzchni Ziemi, energia potencjalna ciała rośnie ( my wykonujemy pracę, a siła, z jaką oddziałujemy na ciało ma zwrot zgodny z wektorem przemieszczenia), gdy ciało opuszczamy do dołu, energia potencjalna ciała maleje (my wykonujemy pracę siłą, o zwrocie przeciwnym do wektora przemieszczenia).

Gdy ciało porusza się z pewną prędkością, to posiada energię ruchu tzw. energię kinetyczną, którą obliczamy wg wzoru:

$$\mathbf{E_k = \frac{mv^2}{2}}$$

gdzie: $E_k$[J] – energia kinetyczna ciała
**m**[kg] – masa ciała
**v**[m/s] – prędkość poruszania się ciała.

W przypadku odkształcania sprężystego ciała, jego energia jest obliczana wg wzoru

$$E_{sp} = \frac{k \cdot x^2}{2}$$

gdzie: $E_{sp}$[J] – energia sprężystości
**k**[N/m] - współczynnik sprężystości.
**x**[m] – wartość odkształcenia.

W przypadku oddziaływania ciał na siebie, przekazują one energię sobie wzajemnie. W polu grawitacyjnym, gdy ciało spada swobodnie, wówczas energia potencjalna zamienia się na energię kinetyczną. Ciało spadając na sprężynę, zamienia własną energię potencjalną na kinetyczną, a ta z kolei zamienia się na energię potencjalną sprężystości, w momencie kontaktu ze sprężyną. Gdy nie ma strat energii podczas przemian, należy przyjąć, że cała energia jednego rodzaju zamienia się na inny rodzaj energii. W przypadku działania siły zewnętrznej na ciało, jego energia rośnie, o wartość pracy wykonanej przez tą siłę. Przypominam – praca dodatnia siły, gdy zwrot działającej siły jest zgodny z wektorem przemieszczenia. Praca ujemna, gdy zwrot siły przeciwny, do zwrotu przemieszczenia ciała.

**Przykład:**

Ciało o masie **m** = 3[kg] spada z wysokości **h** = 5[m]. Oblicz energię kinetyczną ciała w momencie uderzenia w ziemię.

$$E_k = E_p$$

$$E_k = m \cdot g \cdot h = 3[kg] \cdot 10[m/s^2] \cdot 5[m] = 150[J]$$

**Zadania:**

**Zad 1.** Oblicz współczynnik sprężystości **k** = ?, jeżeli sprężyna po ściśnięciu o **x** = 5[cm] nadała ciału energię kinetyczną $E_k$ = 5000[J]

**Zad 2**. Na jaką wysokość wzniesie się ciało o masie **m** = 0,5[kg], jeżeli spoczywa na sprężynie o **k** = 500[N/dm], ściśniętej o **x** = 60[cm]?

**Zad 3**. Ciało o masie **m** = 4[kg] spadło z wysokości **h** = 3[m] na sprężynę o współczynniku sprężystości **k** = 600[N/dm]. Oblicz odkształcenie sprężyny **x** = ?

**Zad 4.** Ciało o masie **m** = 2[kg] zsunęło się po zboczu pagórka o wysokości **h** = 5[m] bez tarcia, po czym dalej poruszało się po poziomym torze o długości **s** = 6[m] ze współczynnikiem tarcia **μ** = 0,1 i uderzyło w sprężynę, o współczynniku **k** = 300[N/cm]. Oblicz odkształcenie **x** sprężyny.

**Zad 5**. Z jaką prędkością wyleci kamień o masie **m** = 50[g] wystrzelony z dziecięcego pistoletu, w którym sprężyna o **k** = 70[N/cm] została ściśnięta o **x** = 10[cm]?

**Zad 6**. Ciało o masie **m** = 8[kg], poruszając się po poziomej drodze z prędkością **v** = 5[m/s] uderzyło w sprężynę. Oblicz współczynnik sprężystości sprężyny **k** =?, jeżeli odkształcenie jej wyniosło **x** = 20[cm].

**Zad 7**. Wyrzucono ciało do góry z prędkością początkową **v** = 8[m/s]. Oblicz energię potencjalną i kinetyczną ciała, na wysokości **h** = 4[m].

**Zad 8**. Ciało o masie **m** = 6[kg] spadając z wysokości **h** = 12[m] uderzyło w sprężynę o współczynniku **k** = 40[N/cm], odkształcając ją o **x** = 10[cm]. Na jakiej wysokości znajdowała się sprężyna?

# 26.
# Porównanie ruchu postępowego z obrotowym.

| | Ruch postępowy | Ruch obrotowy | Uwagi |
|---|---|---|---|
| Masa | **m**[kg] | **I**[kg·m$^2$] | **I**– moment bezwładności |
| Czas | **t**[s] | **t**[s] | |
| Droga | **S**[m] | **α**[rad] | **α** – kąt o jaki obróciła się bryła |
| Prędkość | **v**[m/s] | **ω**[rad/s] | [rad] – radian; **360[$^o$] = 2π[rad]** |
| Przyspieszenie | **a**[m/s$^2$] | **ε**[rad/s$^2$] | **ε** – przyspieszenie kątowe |
| Przyczyna ruchu | **F**[N] | **M**[N·m] | **M** – moment siły ( obrotowy). |
| Obliczanie przysp. | **a** = Δv/Δt | **ε** = Δα/Δt | |
| <u>Obliczanie drogi</u> | | | |
| Ruch jednost. | **S** =$S_o$ + v·t | **α** = $\alpha_o$ + ω·t | |
| Ruch jedn. przysp**.** | **S** =$S_o$ + a·t$^2$/2 | **α**=$\alpha_o$ + ε·t$^2$/2 | |
| <u>Oblicz. prędkości</u> | | | |
| Ruch jednost. | **v** = S/t | **ω** = α/t = 2·π/T = 2·π·f | **f**[1/s] – częstot. **T**[s] – okres. |
| Ruch jedn. przysp. | **v** = $v_0$ + a·t | **ω** = $\omega_o$ + ε·t | Hamowanie: **a** oraz **ε** są ujemne. |
| Druga zasada dyna. | **F** = m·a | **M** = I·ε | |
| Pęd ciała | **p** = m·v | **p** = I·ω | **p**[kg·m/s] |
| En. kinet. | **E$_k$** = m·v$^2$/2 | **E$_k$** = I·ω$^2$/2 | **E**$_k$[J] |
| Moc | **P** = F·v | **P** = M·ω | **P**[W] |
| Praca | **W** = F·S | **W** = M·α | **W**[J] |

**Związek między ruchem postępowym i obrotowym po okręgu:**

**v** = ω·R  **a** = ε·R  **R**[m] - promień

**Radian** - [rad]- kąt środkowy oparty na łuku o długości równej promieniowi koła.

**M** – moment siły; **M** = F·r gdzie: **F**[N] siła i jej ramię **r**[m],na którym działa .

Twierdzenie Steinera: **I** = $I_0$+mr$^2$ **r**- przesunięcie osi obrotu bryły o **r** od środka ciężkości bryły.

# Odpowiedzi do zadań:

## 1. Przeliczanie jednostek.

**Zad 1**. 0,165[m], **Zad 2**. 3,56[dm] …..

## 2. Dodawanie sił:

**Zad 1.** Fw = 250[N] **Zad 2**. F = 300[N] zwrot skierowany przeciwnie do zwrotu siły traktora. **Zad 3.** $F_{wd}$ = 600[N] zwrot zgodny z osią. Fwc = 600[N] zwrot przeciwny do osi. $F_w$ = 0[N].**Zad 4.** Oś do góry $F_w$ = 700[N] $F_R$ = -700[N] **Zad 5**. Chłopcy ciągną w jedną stronę $F_w$ = 120[N] **Zad 6.** Fw = 100[N] **Zad 7**. Fw = 200[N] **Zad 8.** n = 5 **Zad 9** $F_R$ = 110[N] skierowana do góry. **Zad 10**. $F_G$ = 110[N] **Zad 11.** m = 3[kg] **Zad 12**. Fc = 155000[N] = 155[kN], założono, że są 4 koła $F_1$ = 38750[N] **Zad 13.** n = 4 ludzi. **Zad 14**. $F_G$ = 12[N] **Zad 15.** n = 6 słowników. **Zad 16**. m = 4,5[kg] **Zad 17**. $F_G$ = 2700[N] $F_R$= -2700[N] **Zad 18.** mk = 1,5[kg] **Zad 19**. $F_N$ = 4[kN]

## 3. Moment siły. (Moment obrotowy)

**Zad 1.** M = 10[N·m], **Zad 2.** r = 2[m], **Zad 3.** a) $M_w$ = -16[N·m], $M_r$ = 16[N·m] b) $M_w$ = 22[N·m], $M_R$ = -22[N·m], **Zad 4.** a) a = 6[cm] po prawej stronie b) a = 2[cm] po prawej stronie **Zad 5.** F = 5[N] b) F = -1,5[N], **Zad 6**. a) $M_w$ = -10,8[N·m] b) $M_w$ = -3,6[N·m],**Zad 7.** a) r = 0,38[m] b) r = -0,4[m] c) r = 0,084[m] d) r = 0,12[m], **Zad 8.** a) $M_w$ = 8,4[N·m], $M_R$ = -8,4[Nm], b) $M_w$ = -18[Nm], $M_R$ = 18[Nm], c) $M_w$ = 33,6[N·m], $M_R$ = -33,6[N·m], d) $M_W$ = 12[N·m],$M_R$ = -12[N·m] **Zad 9**. a) F = 4[N], b) F = -18[N]

## 4. Ruch jednostajny prostoliniowy.

**Zad 2.** S = 105[km] = 105000[m] **Zad 3.** V = 6[km/h] **Zad 4**. t= 5[h] **Zad 5**. $V_2$>$v_1$ v = 36[km/h] = 10[m/s] **Zad 6.** $S_1$ = 360[km], $S_2$ = 540[km], S = 180[km] = 180000[m] **Zad 7.** $S_1$ = 4[km], $S_2$ = 5[km], $v_{12}$ = 45[m/s] **Zad 8.** t = 400[s] **Zad 9.** $t_1$ = 200[s], $t_2$ = 160[s], S = 140[s], $v_{12}$ = -1[m/s], $v_{21}$ = 1[m/s], t = 800[s] aby zdystansować, t = 88,89[s],czas do spotkania, $S_1$ = 355,55[m], $S_2$ = 444,44[m] **Zad 10.** t = 50[s], $S_1$ = 2000[m], $S_2$ = 3000[m] **Zad 11.** Z prądem rzeki t = 228,57[s], w górę rzeki t = 533,33[s] **Zad 12.** $S_A$ = 3000[m], $S_m$ = 6000[m], $t_a$ = 600[s], $t_m$ = 300[s] **Zad 13.** 1) t = 300[s], 2) $v_B$ = 30[m/s], 3) t = 120[s], 4) $v_{AB}$ = 50[m/s], 5) $S_A$ = 2400[m], $S_B$ = 3600[m], 6) $S_A'$ = 3600[m] $S_B'$ = 2400[m], 8) $S_A$ = 1200[m], $S_B$ = 1800[m], 9) $t_2$=80[s], 10) S = 2[km], t = 100[s], **Zad 14.** v= 10,47[m/s] **Zad 15**. $S_{AB}$ = 4300[m], t = 330,77[s], $S_A$ = 1653,85[m], $S_B$ = 2646,16[m], $v_{AB}$ = 13[m/s] **Zad 16**. t= 400[s], $S_1$ = 1600[m], $S_2$ = 2400[m] **Zad 17.** t = 20[s], $S_m$ = 800[m], $S_p$ = 600[m], **Zad 18.** t = 44,44[s], $S_1$ = 144,4[m]od miejsca mijania tył pociągu pierwszego przesunie się o tę odległość. **Zad 19.** S = 720[m] **Zad 20.** Kierunek zgodny S = 100[m], kierunek przeciwny S = 60[m], S = 160[m] **Zad 21**. t = 60[s]

## 4.1 Prędkość średnia.

**Zad 1.** $v_{ŚR}$ = 6,92[m/s] **Zad 2.** $v_{ŚR}$ = 0,64[m/s] **Zad 3.** $V_2$ = 6[m/s] **Zad 4.** $v_{ŚR}$ = 9,33[m/s]
**Zad 5**. $v_{ŚR}$ = 18,52[m/s]

# 5. Ruch jednostajnie przyspieszony.

**Zad 1.** V = 28[m/s] **Zad 2.** t = 80[s] **Zad 3.** a= 0,4[m/s$^2$] **Zad 4**. a = -1,25[m/s$^2$] **Zad 5.** a = 0,5[m/s$^2$] **Zad 6.** v= 50[m/s] **Zad 7**. t = 4[s] **Zad 8**. S = 144[m] **Zad 9.** a = -5[m/s$^2$] **Zad 10**. 1)$v_8$ = 16[m/s], 2) $S_8$ = 64[m], 3) $S_5'$ = 9[m], 4) $v_6$ = 2[m/s], 5) po t = 8[s], 6) $S_{68}$ = 28[m], 7) $a_1$ = 8[m/s$^2$], $v_k$= 32[m/s], **Zad 11**. t = 48,99[s], 2) $S_1$ = 2400[m], $S_2$ = 3600[m], 3) $v_1$ = 97,98[m/s], $v_2$ = -146,97[m/s], $v_{wzg.}$ = 244,95[m/s], 4) $S_1$ = 3600[m], $S_2$ = 2400[m], 5) $t_1$ = 77,46[s], $t_2$ = 63,24[s], 6) t = 40[s], 7) S = 3200[m], 8) $v_1$ = 154,92[m/s], $v_2$ = 189,72[m/s] **Zad 12**. S = 720[m], $v_k$ = 120[m/s], $S_3'$ = 25[m], $v_{32}$ = 10[m/s] **Zad 13.** 1) $t_1$ = 63,25[s], $t_2$ = 57,74[s], 2) S = 166.52[m/s], t = 5,51[s], 3) $v_1$ = 31,63[m/s], $v_2$ = 34,64[m/s], 4) v = 2,13[m/s], v = 3,01[m/s], **Zad 14.** 1) $t_1$=63,25[s], $t_2$=57,73[s], 2) ΔS=166,81[m], Δt=5,52[s], 3)$v_1$=31,63[m/s], $v_2$=34,64[m/s], 4) $\Delta v_{poł}$=2,13[m/s], $\Delta v_{meta}$=30,1[m/s].

# 6. Rzuty w polu grawitacyjnym.

**Zad 1**. t = 4[s], H = 80[m], $y_2$ = 60[m], $x_2$ = 100[m] **Zad 2.** $v_o$ = 100[m/s], t = 5[s], x = 300[m], **Zad 3**. $v_o$ = 60[m/s], $H_o$ = 500[m], x = 900[m], **Zad 4**. t= 5[s], $v_0$ = 130[m/s], x = 1040[m] **Zad 5**. $v_o$ = 70[m/s], $t_c$ = 14[s], $t_a$ = 5[s], H = 245[m], $v_A$ = 50[m/s], **Zad 6**. t=25[s], v=150[m/s], S=1625[m], H=1125[m] **Zad 7**. $t_A$=0,04[s], $t_B$= 0,25[s], $S_{AB}$=0,3[m], H=0,3125[m], $t_{AB}$=0,21[s], $H_C$=20,1025[m], $v_C$=20,05[m/s] **Zad 8**. H0=545[m], po 6 [s] H=365[m], $v_1$= 30[m/s], $v_2$ = 60[m/s], $v_0$=49,17[m/s] **Zad 9**. $t_{zd}$=6,5[s], H=113,75[m], $v_{wzg}$.=30[m/s], t=10[s] **Zad 10**. $t_c$=7[s], $t_{st}$=1[s], $v_k$=40[m/s], S=125[m], h=45[m], $t_{wzn}$.=3[s] , **Zad 11.** S=125[m], $v_k$=50[m/s], t=5[s], v**p**=26,67[m/s], **Zad 12**. $H_{sp}$=135[m], $v_{sp}$=30[m/s], t=3[s], H=180[m], **Zad 13**. H=15[m], $v_p$=15[m/s], **Zad 14**. t=5,37[s], **Zad 15**. $x_{1s}$=1570[m], $x_{2s}$=75032[m]

# 7. Pęd masy. ( Trzecia zasada dynamiki Newtona)

**Zad 1.** p=35[kg·m/s] **Zad 2.** $v_1$=9[m/s] **Zad 3.** $v_3$ = 0,4[m/s] **Zad 4**. m=200[kg] **Zad 5**. p=48[kg·m/s] **Zad 6**. m=4[kg] **Zad 7.** m=400[kg] **Zad 8**. v=0,28[m/s], v = 0,36[m/s] **Zad 9**. v=8[m/s], **Zad 10**. $v_3$=1,5[m/s], **Zad 11**. $v_3$=1,875[m/s], **Zad 12**. v=0,8[m/s], **Zad 13**. m=5[kg], **Zad 14**. $v_a$=1,3[m/s], $v_b$=1,7[m/s], **Zad 15**. $v_1$=2,19[m/s], $v_2$=1,56[m/s], **Zad 16.** $v_1$=6/7 [m/s], $v_2$=4/7 [m/s],**Zad 17**. $v_2$=5[m/s]

# 8. Dynamika punktu materialnego. ( druga zasada dynamiki Newtona)

**Zad 1.** F=32[N], **Zad 2.** a=3[m/s$^2$], **Zad 3.** a=6/7 [m/s$^2$], **Zad 4.** F=144[N], **Zad 5**. F= 36[N] do góry, **Zad 6**. a=3,33[m/s$^2$], $F_N$=13,33[N], **Zad 7.** a=8[m/s$^2$], $F_N$=8[N], **Zad 8**. a=2[m/s$^2$],

$F_{N1}$=8[N], $F_2$=14[N], $F_3$=18[N], **Zad 9**. a=4,29[m/s$^2$], **Zad 10**. $a_1$=1[m/s$^2$], **Zad11**. F=18[N], **Zad 12**. m=20[kg]

# 9. Praca.

**Zad 1.** W=2000[J], **Zad 2.** W=240[J], **Zad 3**. W=-100[J], **Zad 4**. $W_1$=2700[J], $W_2$=-2400[J], $W_c$=300[J], **Zad 5**. $W_h$=20[kJ], $W_s$=0[J], $W_1$=-2000[J], $W_c$=18000[J], **Zad 6**. S=5[m], **Zad 7**. h=3[m], **Zad 8**. W=12,5[kJ]

# 10. Tarcie.

**Zad 1**. T=30[N], **Zad 2**. μ=4, **Zad 3**. T=12[N], **Zad 4**. F=160[N], $F_1$=40[N], $F_2$=120[N], **Zad 5**. m=10[kg], **Zad 6.** μ=0,2 **Zad 7**. T=500[N], **Zad 8**. F=280[N], **Zad 9**. F=60[N], **Zad 10.** m=7,5[kg], **Zad 11**. F=84[N], **Zad 12.** F=200[N], **Zad 13**. siła do góry F=100[N], **Zad 14**. n=2 razy

# 11. Energia mechaniczna.

**Zad 1.** $E_p$=200[J], **Zad 2**. $E_k$=160[J], **Zad 3.** W=$E_p$=1600[J], **Zad 4**. h=8,33[m], **Zad 5**. $E_k$=600[J], **Zad 6**. $n_{Ek}$=2, $n_{Ep}$=2, **Zad 7**. $E_k$=100[J] przy ziemi. **Zad 8**. n=$m_2$/$m_1$=2, **Zad 9.** n=$v_2$/$v_1$=1,42 ,**Zad 10**. n=4, **Zad 11**. h=2m], **Zad 12.** v=10[m/s], **Zad 13**. nie, h=5[m], **Zad 14**. $E_p$=2400[J], **Zad 15**. v=10[m/s], **Zad 16.** h=0,1[m], **Zad 17**. h=10[m], **Zad 18**. $E_k$=40[kJ], **Zad 19.** H=3,2[m], **Zad 20**. v=10[m/s], **Zad 21**. h=1,25[m], **Zad 22.** v=4[m/s], **Zad 23.** m=3[kg] **Zad 24**. S=12,5[m]], **Zad 25.** W=80[J], S=1,6[m], **Zad 26**. v=10[m/s], v=7,75[m/s], **Zad 27**. S=13,33[m], **Zad 28**. v=18,97[m/s], **Zad 29**. h=20[m], **Zad 30**. h=16[m]

# 12. Gęstość materii.

**Zad 1.** ρ=3600[kg/m$^3$], **Zad 2**. γ =10 000[N/m$^3$], **Zad 3**. ρ=12 000[kg/m$^3$], **Zad 4**. m=200[kg], ρ=500[kg/m$^3$], **Zad 5**. V=15[m$^3$], **Zad 6**. L=40[m], **Zad 7.** S=20[m$^2$], **Zad 8.** ρ=30[kg/m$^3$], **Zad 9** n=2, **Zad 10.** V=2/3[m$^3$] **Zad 11**. m=24[kg]

# 13. Hydrostatyka.

**Zad 1.** p=50 000[Pa], **Zad 2.** ρ=500[kg/m$^3$], **Zad 3**. p=48 000[Pa], **Zad 4.** p=50 000[Pa], **Zad 5**. $F_N$=8[N], **Zad 6**. p=30 000[Pa], **Zad 7**. Δh=0,5[cm], **Zad 8.** $h_2$=36[cm], **Zad 9**. h=12,5[cm], **Zad 10**. h=0,5[m], **Zad 11**. h=6[cm], **Zad 12**. $F_N$=400[N], **Zad 13.** F=1000[N], **Zad 14**. h=7,5[m], **Zad 15**. h=30[m], **Zad 16**. p=20[kPa], **Zad 17.** F=500[kN], **Zad 18.** $S_1$=0,3[m$^2$], **Zad 19**. $S_2$=1,57[cm$^2$], **Zad 20.** F=96[N], **Zad 21.** h=0,16[m], **Zad 22**. h=0,071[m], **Zad 23**. F=200[N], **Zad 24.** F=640[N] do góry, **Zad 25**. ρ=4000[kg/m$^3$], **Zad 26.** V=0,0025[m$^3$], **Zad 27**. n=22 osoby, **Zad 28.** Nie, **Zad 29.** V=5[l], **Zad 30**. h=0,025[m], **Zad 31**. h=10[m], **Zad 32.** h=0,5[m], **Zad 33**. ρ=9000[kg/m$^3$], **Zad 34**. h= 0,2[m], **Zad 35.** H=6[cm], **Zad 36.** H=0,2[m], **Zad 37**. p=200[kPa], **Zad 38**. $F_N$=54950[N], **Zad 39**. h=6[m], **Zad 40**. h=1,03[cm], **Zad 41**. $F_{Nd}$=2700[N], $F_{Ng}$=2430[N], **Zad 42**. H=3,2[m], **Zad 43**. H=12[cm], **Zad 44**. p=37,5[kPa], **Zad 45**. h=0,29[cm], **Zad 46**. p=133,33[kPa], **Zad 47**. h=0,045[m], **Zad 48**. H=3,6[cm], **Zad 49**. F=0,36[N] do dołu, **Zad 50**. F=150[N], **Zad 51**. H=3,1[cm], **Zad 52**. $\rho$=4500[kg/m$^3$], **Zad 53**.nie przepłynie, **Zad 54**. V=3[l]

# 14. Ciepło.

**Zad 3.** Q=504[kJ], **Zad 4**. Q=12,6[kJ], **Zad 5**. $\Delta$t=7,69[$^o$C], **Zad 6**. m=0,3[kg], **Zad 7**. c=16,35[kJ/kg·K], **Zad 8**. $t_k$=24,39[$^o$C], **Zad 9**. $t_p$=275,44[$^o$C], **Zad 10**. n=11,05[raza], **Zad 11**. Q=402[kJ], **Zad 12**. Q=-1507,5[kJ], **Zad 13**. Qt=125[kJ/kg], **Zad 14**. Q=335,2[kJ], **Zad 15**. Q=512[kJ], **Zad 16.** m=1,8[kg**],** **Zad 17**. t=69[$^o$C], **Zad 18**. m=1,56[kg], **Zad 19.** t=62,85[$^o$C], **Zad 20**. t=15,71[$^o$C], **Zad 21**. t=56[$^o$C], **Zad 22**. $m_1$=0,46[kg] wrzątku i $m_2$=0,14[kg]pary, **Zad 23.** Q=1280[MJ], **Zad 24**. $m_2$=2/3[kg], **Zad 25.** $m_1$=10,5[kg]

# 15. Elektrostatyka.

**Zad 1.** Q=-1[C], **Zad 2**. $Q_1$=$Q_2$=5[C], **Zad 3.** $Q_2$=8[C], **Zad 4.** $Q_{1,3}$=-1,5[C], $Q_{3,4}$ =4[C], $Q'_{14}$=1,5[C], **Zad 5.** F=-18 000[N], **Zad 6**. N=2, **Zad 7**. Wzrosła n=4 krotnie, **Zad 8**. Zmalała n=2 krotnie, **Zad 9**. F=0[N], **Zad 10**. F=3,5·10$^9$ , **Zad 11**. n=$F_1$/$F_2$=4/5

# 16. Prąd elektryczny stały.

**Zad 1**. I=3[A], **Zad 2**. t=5[s], **Zad 3**. Q=2[C], **Zad 4**. U=10[V], **Zad 5**. R=4[Ω], **Zad 6.** I=0,5[A], **Zad 7**. $R_z$=10[Ω], **Zad 8**. $R_z$=2/3[Ω], **Zad 9**. I=2[A], $U_1$=6[V], $U_2$=12[V], $U_3$=2[V], **Zad 10**. I=6[A], $I_1$=4/3[A], $I_2$=2/3[A], $I_3$=4[A], **Zad 11**. $R_2$=3[Ω], $U_1$=4[V], $U_2$=6[V], **Zad 12**. $I_2$=0,5[A], I=1,5[A], **Zad 13**. $R_z$=36[Ω], I=4/3[A], $U_1$=16[V], $U_2$=32[V], **Zad 14**. $R_z$=24[Ω], I=0,5[A], $U_1$=6[V], $U_2$=2[V], $U_3$=4[V], **Zad 15**. $R_z$= 8/5 [Ω], $I_1$=4[A], $I_2$=2[A], $I_3$=1[A], $I_4$=0,5[A], $I_c$=7,5[A], **Zad 16.** $R_z$=18[Ω], I=1[A], $U_1$=1[V], $U_2$=3[V], $U_3$=6[V], $U_4$=8[V], **Zad 17.** $R_z$=8/13 [Ω], $I_1$=18[A], $I_2$=6[A], $I_3$=3[A], $I_4$=2,25[A], **Zad 18**. $R_z$=4/5 [Ω],$I_1$=2[A], $I_2$=2[A], $I_3$=1[A], $U_1$=$U_2$=$U_3$=$U_4$=4[V], **Zad 19**. W=0,5[J], P=0,025[W], **Zad 20**. W=240[J], P=24[W], Q=20[C], **Zad 21**. T=2[s], I=5[A], U=0,4[V], **Zad 22**. W=2000[J], P=50[W], **Zad 23**. I=16[A], Q=1920[C], W=768[kJ], P=6,4[kW], **Zad 24**. U=20[V], W=400[W·s], Q=20[C], R=4[Ω], **Zad 25.** I=1,25[A], t=0,8[s], R=160[Ω], Q=1[C], **Zad 26**. I=4[A], **Zad 27**. h=360[m], **Zad 28**. P=50[W], I=0,25[A], R=800[Ω], Q=75[C], **Zad 29**. P=5,44[KM], **Zad 30**. P=50[W], I=5[A], Q=100[C], R=2[Ω], **Zad 31**. $R_{Al}$=0,387[Ω], n=0,63, **Zad 32**. l=391[m], **Zad 33**. n=4, **Zad 34**.wzrośnie n=32[krotnie], **Zad 35**. $\rho$=0,667·10$^{-8}$[Ωm], **Zad 36**. R=0,92[Ω], **Zad 37**. $U_2$=115[V], $U_2$=1150[V], **Zad 38**. $n_2$=250, **Zad 39**. v=4, $z_2$=300[zwojów], $I_2$=4[A], **Zad 40**.v=0,25, $U_1$=40[V], P=10[W]

# 17. Magnetyzm.

# 18.Prąd przemienny.

**Zad 1**. f=60[Hz], **Zad 2.** U=325,27[V], **Zad 3**. I=7,07[A], **Zad 4**. T=1/60 [s], **Zad 5**. U=155,56[V]

# 19. Drgania i fale mechaniczne.

**Zad 1**.$T=1{,}2\cdot\pi$[s], **Zad 2**. l=40[m], **Zad 3**.$T=0{,}5\cdot\pi$[s], **Zad 4**. l=90[m], **Zad 5**. $\Delta i=7{,}5$[m], **Zad 6**. $T=0{,}63\cdot\pi$ [s], **Zad 7**. n=2[krotnie], **Zad 8.** n=3,5[krotnie], **Zad 9**. o 44[%], **Zad 10.** wydłużyć 4 krotnie, **Zad 11**. $T=0{,}8\cdot\pi$[s], **Zad12**. $T=0{,}5\cdot\pi$[s], **Zad 13**. T=1[s]. **Zad 14**. $\lambda=3$[m], **Zad 15**. $f=1\cdot10^4$[Hz], **Zad 16.** f=25[Hz], **Zad 17**. f=200[Hz], **Zad 18**. $\lambda=0{,}017$[m] – 21,25[m], **Zad 19**. $\lambda_s=147{,}06$[m]; $\lambda_w=44{,}12$[m], **Zad 20**. $n_s=14{,}7$: $n_w=4{,}41$

# 20. Fale elektromagnetyczne.

**Zad 1.** $f_f=7{,}9\cdot10^{14}$[Hz]; $f_{cz}=3{,}9\cdot10^{14}$[Hz],**Zad 2,** n=2, **Zad 3.**v=230,8[km/s], **Zad 4.** $\lambda=542{,}86$[nm], **Zad 5.** $\lambda=285{,}7$[nm], n=1,33 , **Zad 6.** N=1,43, **Zad 7.** $f=1\cdot10^{15}$[Hz], **Zad 8.** t=2,4[s]

# 21. Optyka.

**Zad 1**. z=2,5[D], **Zad 2.** f=0,5[m], **Zad 3**. y=4[m], **Zad 4**. n=12,5 , **Zad 5**. f=0,37[m] , **Zad 6**. y=3,25[m]; p=4,06; H=0,4[m], **Zad 7**. x=1,25[m]; z=1[D], **Zad 8**. $p_m=100$; h=0,02[mm]; H=2,4[m]; z=4/3 [D], **Zad 9**. x=0,2[m]; p=1; h=0,3[m], **Zad 10**. z=4/3 [D], **Zad 11**. p=1, h=0,3 **Zad 12**. p=5 pozorny, nieodwrócony, powiększony, **Zad 13**. $\gamma=60[^o]$

# 22. Fizyka jądrowa.

**Zad 1.** n=3, **Zad 2**. N0=2000[atomów], **Zad 3**. $N_3=1/8\ N_0$, **Zad 4**. m=15[g], **Zad 5.** $m_4=7{,}5$[g], **Zad 6**. n=8, **Zad 7.** $\Delta m=8$[u], $\Delta Q=6{,}4\cdot10^{-19}$[C], **Zad 8**. $m_0=64$[g], **Zad 9.** m=30[g], **Zad 10**. n=4,

# 23. Skala, podziałka.

**Zad 1**. b=40[m], **Zad 2.** 1:20 **Zad 3.** $h_{rz}=60$[mm], **Zad 4**. n=5, **Zad 5**. n=2000, **Zad 6**. $s=2500[cm^2]$, **Zad 7**. 1:8, **Zad 8**. $s=2500[cm^2]$, **Zad 9**. n=400

# 24. Sprężystość ciał.

**Zad 1.** F=45[N], **Zad 2**. k=2000[N/m], **Zad 3**. x=0,1[m], **Zad 4**. x=35[mm], **Zad 5**. $k_1=1000$[N/m], **Zad 6**. $k_2/k_1=2$, **Zad 7**. x=0,07[m], **Zad 8.** n=3

# 25.Przemiany energii.

**Zad 1.** $k=1\cdot10^5$[N/m], **Zad 2**. $k=2\cdot10^3$[N/m], **Zad 3**. x=0,2[m], **Zad 4.** x=0,2[m], **Zad 5**. v=0,8[m/s], **Zad 6**. k=5[N/mm], **Zad 7**. $E_{p1}=20$[J]; $E_{k1}=44$[J], **Zad 8**. H=11,5[m]