Sprawdzian predyspozycji Czerwiec 2000

Zadanie 1

Liczba naturalna n jest większa od 2000. Wykaż, że liczba n+1 jest podzielna przez 6, jeżeli wiesz, że n oraz n+2 są liczbami pierwszymi.

Zadanie 2

Wykaż, że jeżeli x, y są liczbami dodatnimi takimi, że xy = 3, to $(2 + 3x)(2 + 3y) \ge 31 + 12 * 31/2$.

Zadanie 3

W trójkącie ostrokątnym ABC poprowadzono wysokość CD. Punkt E należy do boku AC, a odcinek BE i CD przecinają się w punkcie H, przy czym wiadomo, że |CD| = |DB| i |HD| = |DA|. Wykaż, że odcinek BE jest wysokością trójkąta ABC.

Zadanie 4

Podstawy trapezu mają długość 18cm i 12cm, a wysokość 9cm. Dwie proste równoległe dzielą każde z ramion trapezu na trzy równe odcinki. Oblicz pole każdej części, na które te proste dzielą trapez.

Zadanie 5

Dany jest ostrosłup czworokątny prawidłowy o podstawie ABCD i wierzchołku S. W ostrosłupie tym |AS| = 1 oraz $|\angle ASB| = 20^\circ$. Na krawędzi AS obrano punkt E, na krawędzi BS punkt E tak, że $|\angle DEA| = |\angle SEF| = |\angle SFE| = |\angle BFC|$. Oblicz sumę |DE| + |EF| + |FC|.

Powodzenia