ISBN 83-88311-40-9

Druk:
Zakład Poligraficzny
Jerzy Kosiński, Warszawa

Spis treści

1 Podstawy rachunku prawdopodobieństwa

Zadanie 1.1
Zenek poznał na przyjęciu piękną dziewczynę, która zapytała go, czy był na ostatnim przeglądzie filmowym. Zenek odpowiedział, że tak, choć nie widział ani jednego z 10 prezentowanych w ramach przeglądu filmów. Według dziewczyny, 4 filmy były świetne, a reszta beznadziejna. "Tak, pierwszy i trzy ostatnie" - powiedział Zenek, mając nadzieję, że dziewczyna nie zwątpi w jego dobry gust. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że wśród 4 filmów wytypowanych przez Zenka:

a) był dokładnie jeden film, który podobał się dziewczynie,

b) był co najmniej jeden film, który podobał się dziewczynie.

Zadanie 1.2
W grupie 20 studentów tylko 5 przygotowało się do kolokwium z RPiS. Jakie jest prawdopodobieństwo, że przy losowym podziale grupy na dwie równe części w każdej z nich znajdzie się co najmniej jeden student przygotowany do kolokwium?

Zadanie 1.3
Krzysio ma 4 długopisy i 4 kieszenie. W pewnej chwili, w sposób losowy, wkłada długopisy do kieszeni. Jakie jest prawdopodobieństwo, że wszystkie długopisy włożył do tej samej kieszeni?

Zadanie 1.4
Trzech podróżnych wsiada w sposób losowy do sześciu wagonów.

a) Jakie jest prawdopodobieństwo, że każdy znajdzie się w innym wagonie?

b) Jakie jest prawdopodobieństwo, że wszyscy wsiądą do tego samego wagonu?

Zadanie 1.5
Zamek cyfrowy składa się z 5 dysków osadzonych na wspólnej osi. Każdy z nich podzielony jest na 6 sektorów oznaczonych różnymi cyframi. Zamek otwiera się przy ustawieniu określonej kombinacji cyfr na dyskach. Jakie jest prawdopodobieństwo otwarcia zamka przy ustawieniu losowo wybranej kombinacji cyfr na dyskach?

Zadanie 1.6
Na parterze 10-piętrowego budynku wsiada do windy siedem osób i winda jedzie do góry. Jakie jest prawdopodobieństwo, że każda osoba wysiądzie na innym piętrze?

Zadanie 1.7
W koszyku jest 6 zdrowych śliwek i 2 robaczywe. Jakie jest prawdopodobieństwo, że wśród 4 śliwek wylosowanych z koszyka będą 3 zdrowe i 1 robaczywa?

Zadanie 1.8
Dwudziestu studentów (w tym sześć dziewcząt) losuje pięć biletów do teatru.

a) Jakie jest prawdopodobieństwo, że wśród posiadaczy biletów znajdą się dokładnie trzy dziewczęta?

b) Jakie jest prawdopodobieństwo, że wśród posiadaczy biletów znajdzie się choć jedna dziewczyna?

Zadanie 1.9
W szafie jest pięć różnych par butów: kozaczki, trampki, kalosze, szpilki i mokasyny. Z szafy wyjęto, w sposób losowy, cztery buty. Jakie jest prawdopodobieństwo, że wśród wyjętych butów nie ma ani jednej pary?

Zadanie 1.10
Jakie jest prawdopodobieństwo, że wypełniając jeden zakład totolotka:

a) nie będziemy mieli ani jednego trafienia,

b) trafimy "szóstkę",

c) trafimy "trójkę"?

Zadanie 1.11
Rzucamy trzy razy kostką do gry. Jakie jest prawdopodobieństwo, że za każdym razem wypadnie ta sama liczba oczek?

Zadanie 1.12
Jakie jest prawdopodobieństwo, że w serii 12 rzutów kostką uzyskamy każdy wynik dwukrotnie?

Zadanie 1.13
Rzucamy symetryczną monetą do momentu otrzymania pierwszego orła.

a) Jakie jest prawdopodobieństwo, że wykonamy mniej niż 3 rzuty?

b) Jakie jest prawdopodobieństwo, że wykonamy parzystą liczbę rzutów?

Zadanie 1.14
W pudełku mamy 10 kul o numerach od 0 do 9. Losujemy kolejno, bez zwracania, 3 kule i zapisujemy ich numery, w kolejności wylosowania.

a) Jakie jest prawdopodobieństwo, że liczba utworzona z zapisanych numerów będzie nie większa niż 335?

b) Jak zmieni się to prawdopodobieństwo, jeśli losowanie będzie ze zwracaniem?

Zadanie 1.15
Obliczyć prawdopodobieństwo wylosowania ze zbioru wszystkich liczb trzycyfrowych takiej, której cyfry się nie powtarzają.

Zadanie 1.16
Cyfry 0,1,2,...,9 ustawiono losowo. Jakie jest prawdopodobieństwo, że

a) między 2 a 3 znajdą się dokładnie cztery cyfry?

b) cyfry 0, 1 i 2 stoją obok siebie?

Zadanie 1.17
Porządkujemy losowo zbiór $\{1,...,19\}$. Oblicz prawdopodobieństwo, że liczby parzyste stoją na miejscach o numerach parzystych.

Zadanie 1.18
Cztery dziewczęta i czterech chłopców ustawiło się, w sposób losowy, w szeregu. Jakie jest prawdopodobieństwo, że dziewczęta nie stoją obok siebie?

Zadanie 1.19
Cztery dziewczęta i czterech chłopców usiadło, w sposób losowy, przy okrągłym stole. Jakie jest prawdopodobieństwo, że chłopcy nie siedzą obok siebie?

Zadanie 1.20
Zenek i Henio wracając z pracy do domu, mają do przejścia pewien wspólny odcinek drogi między skrzyżowaniem A i skrzyżowaniem B z tym, że pokonują go w przeciwnych kierunkach: Zenek z A do B, zaś Henio z B do A. Przejście tego odcinka zajmuje 8 minut. Zenek przybywa na skrzyżowanie A zaś Henio (niezależnie od Zenka) na skrzyżowanie B w losowych momentach między 16^{00} a 17^{00}. Jakie jest prawdopodobieństwo, że się spotkają?

Zadanie 1.21
Zosia i Ania mają odwiedzić wspólną znajomą. Umówiły się, że przyjdą do niej między 13:00 a 14:00. Zakładamy, że momenty przyjścia Zosi i Ani są losowe i niezależne od siebie. Wizyta każdej z dziewcząt ma trwać 15 minut. Jakie jest prawdopodobieństwo, że się spotkają u wspólnej znajomej?

Zadanie 1.22
Wybieramy w sposób losowy dwa punkty na odcinku o dł ugości 1. Jakie jest prawdopodobieństwo, że z trzech odcinków, na które punkty te dzielą wyjściowy odcinek, da się ułożyć trójkąt?

Zadanie 1.23
Wybieramy jedną rodzinę spośród rodzin z dwojgiem dzieci. Obliczyć prawdopodobieństwo zdarzenia, że wybierzemy rodzinę z dwoma chłopcami, jeśli wiemy, że w tej rodzinie

a) starsze dziecko jest chłopcem,

b) jest co najmniej jeden chłopiec.

Zadanie 1.24
Z prowadzonych obserwacji wynika, że 90% studentów II roku zalicza ćwiczenia z RPiS, natomiast 60% zalicza ćwiczenia z RPiS i zdaje egzamin z RPiS w pierwszym terminie. Jakie jest prawdopodobieństwo, że student, który zaliczył ćwiczenia z RPiS, zdał również egzamin z RPiS w pierwszym terminie?

Zadanie 1.25
Pan Józio chce rozreklamować swoją małą firmę i w tym celu zamierza dać ogłoszenie do jednej z gazet. Z przeprowadzonych wcześniej badań wynika, że prawdopodobieństwo przeczytania takiego ogłoszenia przez osobę przeglądająca gazetę jest równe 0.2. Natomiast prawdopodobieństwo, że po przeczytaniu ogłoszenia dana osoba skontaktuje się z firmą jest równe 0.001. Jakie jest prawdopodobieństwo, że osoba, która kupiła gazetę z ogł oszeniem pana Józia, skontaktuje się z jego firmą?

Zadanie 1.26
Po drodze do pracy pan Henio przejeżdża przez dwa zatł oczone skrzyżowania. Na każdym z nich utyka w korku średnio co drugi dzień, a średnio co trzeci dzień utyka na obu. Jakie jest prawdopodobieństwo, że pan Henio utknie w korku na drugim skrzyżowaniu, jeżeli wcześniej stał w korku na pierwszym?

Zadanie 1.27
W pewnej firmie są dwa telefony, każdy z nich jest zajęty z prawdopodobieństwem 0.7. Przy założeniu, że jeden z telefonów jest zajęty, drugi jest zajęty z prawdopodobieństwem 0.4. Jakie jest prawdopodobieństwo, że co najmniej jeden z nich będzie wolny?

Zadanie 1.28
Z przeprowadzonych badań wynika, że 80% kobiet i 45% mężczyzn ogląda w telewizji programy typu "reality show". Z grupy złożonej z 1500 kobiet i 2000 mężczyzn wybrano losowo jedną osobę.

a) Jakie jest prawdopodobieństwo, że wybrana osoba ogląda programy typu "reality show"?

b) Okazało się, że wylosowana osoba ogląda programy typu "reality show". Jakie jest prawdopodobieństwo, że jest to mężczyzna?

Zadanie 1.29
Około 15% kobiet i 90% mężczyzn pasjonuje się pił ką nożną. Z populacji liczącej 500 kobiet i 800 mężczyzn wybrano losowo osobę pasjonującą się piłką nożną. Oblicz prawdopodobieństwo, że była to kobieta.

Zadanie 1.30
Średnio 20 mężczyzn na 100 i 15 kobiet na 100 ma grupę krwi "0". Z grupy osób, w której jest 80 mężczyzn i 70 kobiet wylosowano jedną osobę. Okazało się, że ma ona krew grupy "0". Jakie jest prawdopodobieństwo, że jest to kobieta?

Zadanie 1.31
Na 100 mężczyzn 5 nie rozróżnia kolorów a na 1000 kobiet 2 nie rozróżniają kolorów. Z grupy o jednakowej liczbie kobiet i mężczyzn wylosowano daltonistę. Jakie jest prawdopodobieństwo, że jest to mężczyzna?

Zadanie 1.32
W zbiorze 100 monet jedna ma po obu stronach orły, pozostałe zaś są prawidłowe. W wyniku 10 rzutów losowo wybraną monetą otrzymaliśmy 10 orłów. Oblicz prawdopodobieństwo, że była to moneta z orłami po obu stronach.

Zadanie 1.33
Zarząd banku "Pewność", dążący do przejęcia kontroli nad bankiem "Fortuna", ocenia prawdopodobieństwo przejęcia na 0.65, jeżeli obecny zarząd banku "Fortuna" ustąpi, oraz na 0.30, jeżeli zarząd nie ustąpi. Szanse ustąpienia zarządu oceniane są na 0.7. Jakie jest prawdopodobieństwo przejęcia kontroli nad "Fortuną" przez "Pewność"?

Zadanie 1.34
Ekspert ekonomiczny pewnej partii uważa, że w okresie dynamicznego wzrostu ekonomicznego złotówka zyska na wartości z prawdopodobieństwem 0.70, w okresie umiarkowanego wzrostu - z prawdopodobieństwem 0.40, a w okresie słabego wzrostu z prawdopodobieństwem 0.20. Według tego eksperta prawdopodobieństwo dynamicznego wzrostu ekonomicznego wynosi 0.30, wzrostu umiarkowanego 0.50, a słabego 0.20. Zakładając, że złotówka zyskuje na wartości, obliczyć prawdopodobieństwo tego, że gospodarka znajduje się w okresie dynamicznego wzrostu.

Zadanie 1.35
Firma ochrony mienia "Spokój" zainstalowała w domu pana Zenka instalację alarmową połączoną z siedzibą firmy. Przy próbie włamania alarm ten zadziała w 95% przypadków Może się jednak zdarzyć i tak, że alarm włączy się wtedy, gdy nie ma żadnego zagrożenia. Prawdopodobieństwo takiego fałszywego alarmu jest małe i wynosi 0.01. Biorąc pod uwagę poziom zamożności pana Zenka oraz lokalizację jego domu, prawdopodobieństwo włamania oszacowano na 0.005. Jakie jest prawdopodobieństwo, że gdy włączy się alarm, naprawdę istnieje zagrożenie?

Zadanie 1.36
Firma "Radło" zabiega o zawarcie kontraktu na eksport maszyn rolniczych do pewnego kraju rozwijającego się. Szanse zawarcia kontraktu oceniane są na 70%, jeżeli o ten

kontrakt nie będzie się starała konkurencyjna firma "Motyka". W przeciwnym przypadku, szanse na zawarcie kontraktu spadają do 25%. Według ekspertów, prawdopodobieństwo tego, że firma "Motyka" przystąpi do przetargu wynosi 0.40. Jakie jest prawdopodobieństwo zawarcia kontraktu przez firmę "Radło"?

Zadanie 1.37

W fabryce pewne detale produkowane są na trzech maszynach :A, B i C. Na maszynie A dziennie produkuje się 200 detali, z których 4% jest wadliwych, na maszynie B - 300 detali, z których 5% jest wadliwych, natomiast na maszynie C - 400 detali, z których 2% jest wadliwych. Całodzienna produkcja składana jest w jednym pojemniku.

a) Jakie jest prawdopodobieństwo, że wzięty z pojemnika w sposób losowy detal będzie wadliwy?

b) Wzięty z pojemnika w sposób losowy detal okazał się wadliwy. jakie jest prawdopodobieństwo, że został on wyprodukowany na maszynie A?

Zadanie 1.38

Firma składająca komputery zaopatruje się w procesory u trzech importerów dostarczających, odpowiednio, 25%, 35% i 40% ogółu zamawianych procesorów. Wadliwość procesorów pochodzących od poszczególnych importerów wynosi, odpowiednio, 5%, 4% i 2%.

a) Jakie jest prawdopodobieństwo, że w losowo wziętym komputerze, złożonym przez tę firmę, procesor okaże się wadliwy?

b) W losowo wziętym komputerze, złożonym przez tę firmę, procesor okazał się wadliwy. Jakie jest prawdopodobieństwo, że pochodził on od trzeciego importera?

Zadanie 1.39

Kanałem łączności nadaje się dwa rodzaje sygnał ów: A i B z prawdopodobieństwami, odpowiednio, 0.6 i 0.4. Sygnały te podlegają zakłóceniom, w rezultacie czego sygnał A może być odebrany jako B, B jako A lub sygnał może zaniknąć. Prawdopodobieństwa zaistnienia poszczególnych sytuacji podano w tabeli:

sygnały nadane	sygnały odebrane		
	A	B	zanik
A	0.7	0.2	0.1
B	0.2	0.7	0.1

Oblicz prawdopodobieństwo zaniku wyemitowanego sygnału.

Zadanie 1.40

Mietek oszacował, że prawdopodobieństwo umówienia się na randkę z Elą wynosi 0.5, natomiast prawdopodobieństwo umówienia się na randkę z Krysią wynosi 0.7, przy czym zdarzenia te są niezależne. Jakie jest prawdopodobieństwo, że Mietek umówi się na randkę z przynajmniej jedną z dziewcząt?

Zadanie 1.41

Zenek uwielbia konkursy organizowane przez stacje radiowe. Prawdopodobieństwo wygrania koszulki w konkursie radia RMF wynosi 0.1, natomiast prawdopodobieństwo wygrania koszulki w konkursie Radia Zet wynosi 0.2. Zakładając, że oba konkursy są niezależne obliczyć prawdopodobieństwo wygrania przez Zenka co najmniej jednej koszulki.

Zadanie 1.42

Kazio dowiedział się, że aby nie zostać wyrzuconym z egzaminu ustnego z RPiS trzeba odpowiedzieć poprawnie na przynajmniej jedno z trzech zadanych pytań (każde z pytań dotyczy innego działu). Z prowadzonych przez starszych kolegów Kazia obserwacji wynika, że prawdopodobieństwo udzielenia poprawnej odpowiedzi na każde z pytań jest jednakowe i wynosi 1/3. Jakie jest prawdopodobieństwo, że Kazio nie zostanie wyrzucony z egzaminu?

Zadanie 1.43

Trzej strzelcy strzelają jednocześnie do tej samej tarczy. Pierwszy strzelec trafia w tarczę z prawdopodobieństwem 0.8, drugi z prawdopodobieństwem 0.6 a trzeci z prawdopodobieństwem 0.7. Oblicz prawdopodobieństwa zdarzeń:

a) A - tarcza zostanie co najmniej raz trafiona,

b) B - tarcza zostanie dokładnie dwa razy trafiona.

Zadanie 1.44

Aneczka kupiła nową drukarkę. Według zapewnień producenta prawdopodobieństwo zepsucia się drukarki w pierwszym roku użytkowania wynosi 0.01. Jeżeli w pierwszym roku drukarka się nie zepsuje, to z prawdopodobieństwem 0.02 nastąpi to w następnym roku. Natomiast jeżeli zarówno w pierwszym, jak i w drugim roku użytkowania nie będzie awarii drukarki, to z prawdopodobieństwem 0.1 nastąpi ona w trzecim roku. Jakie jest prawdopodobieństwo, że drukarka kupiona przez Aneczkę nie ulegnie awarii w ciągu pierwszych trzech lat użytkowania?

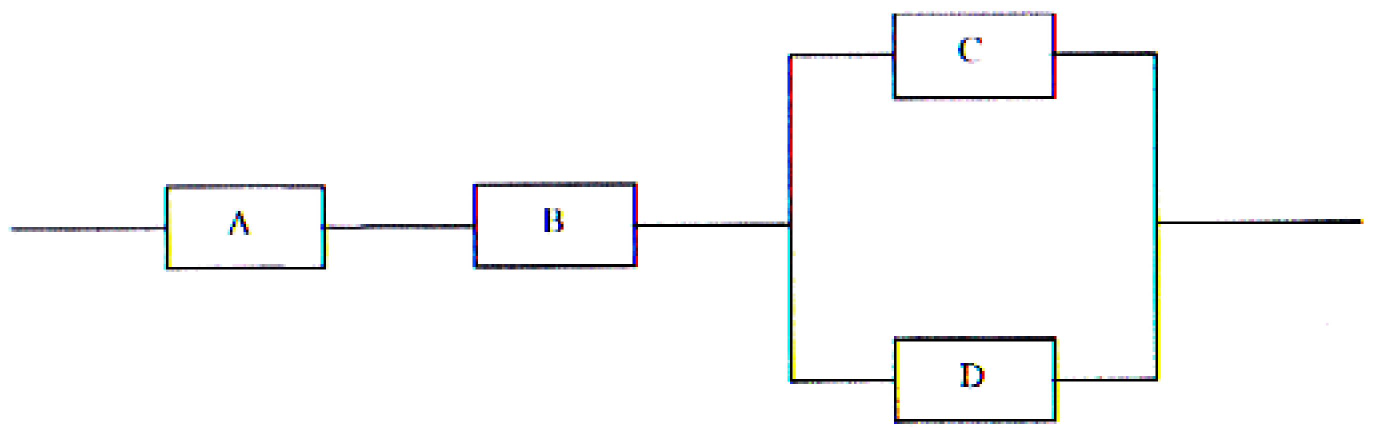
Zadanie 1.45

W sobotę trzy ciotki Zenka mają urodziny. Zenek obiecał, że odwiedzi każdą z nich, ale wieczorem chciałby jeszcze pójść na mecz. Zaplanował, że najpierw pojedzie na godzinę do cioci Halinki, następnie na godzinę do Helenki, potem na godzinę do Basi. Jeżeli u którejkolwiek z ciotek zostanie dł użej niż godzinę - nie zdąży na mecz. Zenek oszacował prawdopodobieństwa "zasiedzenia się" u ciotek na, odpowiednio, 0.2, 0.4 i 0.1. Jakie jest prawdopodobieństwo, że Zenek zdąży na sobotni mecz?

Zadanie 1.46
Lolek dojeżdża do pracy zawsze tym samym tramwajem, po czym przesiada się w autobus. Jeśli tramwaj lub autobus spóźni się, Lolek nie dotrze do pracy na czas. Lolek oszacował prawdopodobieństwa opóźnienia się tramwaju i autobusu, odpowiednio, na 0.1 i 0.3. Jakie jest prawdopodobieństwo, że przyjedzie do pracy na czas?

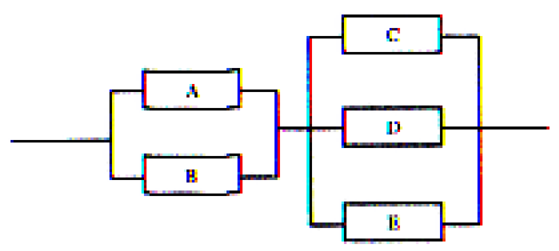
Zadanie 1.47
Każdy z dwu niezależnych systemów alarmowych działa z prawdopodobieństwem 0.9. Jakie jest prawdopodobieństwo, że oba zawiodą jednocześnie?

Zadanie 1.48
Oblicz prawdopodobieństwo przekazania sygnału przez układ pokazany na rysunku, składający się z czterech przekaźników A, B, C i D, działających niezależnie od siebie, jeśli prawdopodobieństwa działania każdego z przekaźników wynoszą odpowiednio: 0.7, 0.8, 0.9 i 0.6.

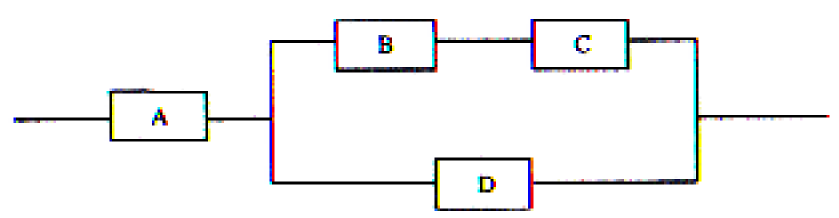


Zadanie 1.49
Oblicz prawdopodobieństwo przekazania sygnału przez układ, składający się z działających niezależnie przekaźników, jeśli prawdopodobieństwo działania każdego z nich wynosi p.

a) $p = 0.8$



b) $p = 0.9$



2 Zmienne losowe

Zadanie 2.1
Rzucamy trzy razy monetą. Niech X oznacza liczbę otrzymanych orłów.

a) Znaleźć rozkład i dystrybuantę zmiennej losowej X oraz sporządzić ich wykresy.

b) Obliczyć prawdopodobieństwo otrzymania więcej niż 1 orła.

Zadanie 2.2
W tramwaju zgasło światło w momencie, gdy jeden z pasażerów szukał w kieszeni biletu, aby go skasować. Pasażer miał w kieszeni 10 biletów, w tym 5 już zużytych (o wartości 0 zł), 3 normalne (o wartości 2.40 zł) oraz 2 ulgowe (o wartości 1.20 zł). Pasażer na oślep wyciągnął jeden bilet z kieszeni i skasował go. Niech X oznacza wartość skasowanego biletu.

a) Znaleźć rozkład i dystrybuantę zmiennej losowej X oraz sporządzić ich wykresy.

b) Obliczyć $P(X < 2)$.

Zadanie 2.3
Lolek wybiera się na bal sylwestrowy do klubu "Proxima" i namawia swoich 5 koleżanek, by poszły razem z nim. Niech X oznacza liczbę koleżanek Lolka, które wyraziły chęć spędzenia z nim sylwestra. Rozkład prawdopodobieństwa zmiennej losowej X jest następujący:

$$\begin{aligned} P(X &= 0) = P(X = 1) = P(X = 2) = 0.1, \\ P(X &= 3) = 0.3, \\ P(X &= 4) = P(X = 5) = p. \end{aligned}$$

a) Obliczyć p.

b) Znaleźć dystrybuantę zmiennej losowej X. Narysować wykres dystrybuanty.

c) Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że sylwestra zechcą spędzić z Lolkiem co najwyżej trzy koleżanki?

Zadanie 2.4
Bolek szuka pracy. W tym celu wysłał swoje CV do czterech firm. Niech X będzie zmienną losową opisującą liczbę firm, które wyraziły zainteresowanie ofertą Bolka. Rozkład tej zmiennej dany jest dystrybuantą

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{dla} \quad x < 0, \\ 0.3 & \text{dla} \quad 0 \le x < 1, \\ 0.5 & \text{dla} \quad 1 \le x < 2, \\ 0.8 & \text{dla} \quad 2 \le x < 3, \\ 0.9 & \text{dla} \quad 3 \le x < 4, \\ 1 & \text{dla} \quad x \ge 4. \end{cases}$$

a) Znaleźć rozkład zmiennej losowej X.

b) Obliczyć prawdopodobieństwo, że ofertą Bolka wyraziły zainteresowanie co najmniej 3 firmy.

c) Obliczyć wartość oczekiwaną i odchylenie standardowe liczby firm, które wyraziły zainteresowanie ofertą Bolka.

Zadanie 2.5
Niech X będzie zmienną losową opisującą pojemność butelki z wodą wybieraną przez klienta w pewnym hipermarkecie (w litrach). Rozkład tej zmiennej dany jest dystrybuantą

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{dla} \quad x < 1, \\ 0.6 & \text{dla} \quad 1 \leq x < 1.5, \\ 0.9 & \text{dla} \quad 1.5 \leq x < 5, \\ 1 & \text{dla} \quad 5 \leq x. \end{cases}$$

a) Znaleźć rozkład zmiennej losowej X.

b) Obliczyć prawdopodobieństwo, że losowy klient wybierze butelkę o pojemności nie przekraczającej 2 litrów.

c) Obliczyć wartość oczekiwaną i odchylenie standardowe pojemności butelek z wodą wybieranych przez klientów w tym hipermarkecie.

Zadanie 2.6
Z obserwacji wynika, że około 20% studentów nigdzie nie pracuje. Jakie jest prawdopodobieństwo, że w losowej grupie ośmiu studentów będzie co najmniej trzech takich, którzy nigdzie nie pracują?

Zadanie 2.7
Według ostatnich badań 85% mężczyzn posiada prawo jazdy. Jakie jest prawdopodobieństwo, że w losowej grupie 6 mężczyzn co najwyżej jeden nie będzie miał prawa jazdy?

Zadanie 2.8
W sali znajdują się cztery komputery. Prawdopodobieństwo tego, że w godzinach 10–18 komputer nie jest użytkowany wynosi 0.2 i jest takie samo dla każdego komputera. Obliczyć wartość oczekiwaną i odchylenie standardowe liczby wolnych komputerów oraz prawdopodobieństwo tego, że w danej chwili wolne są przynajmniej dwa komputery.

Zadanie 2.9
W poczekalni gabinetu stomatologicznego znajdują się trzy krzesła. Prawdopodobieństwo tego, że w godzinach przyjęć którekolwiek krzesło jest wolne wynosi 0.6. Obliczyć wartość oczekiwaną i wariancję liczby wolnych krzeseł oraz prawdopodobieństwo tego, że w danej chwili wolne są przynajmniej dwa krzesła.

Zadanie 2.10
W partii towaru liczącej 200 sztuk znajduje się 5 sztuk nie spełniających wymagań jakościowych. Jakie jest prawdopodobieństwo, że w losowej próbie 10 sztuk pobranych z tej partii

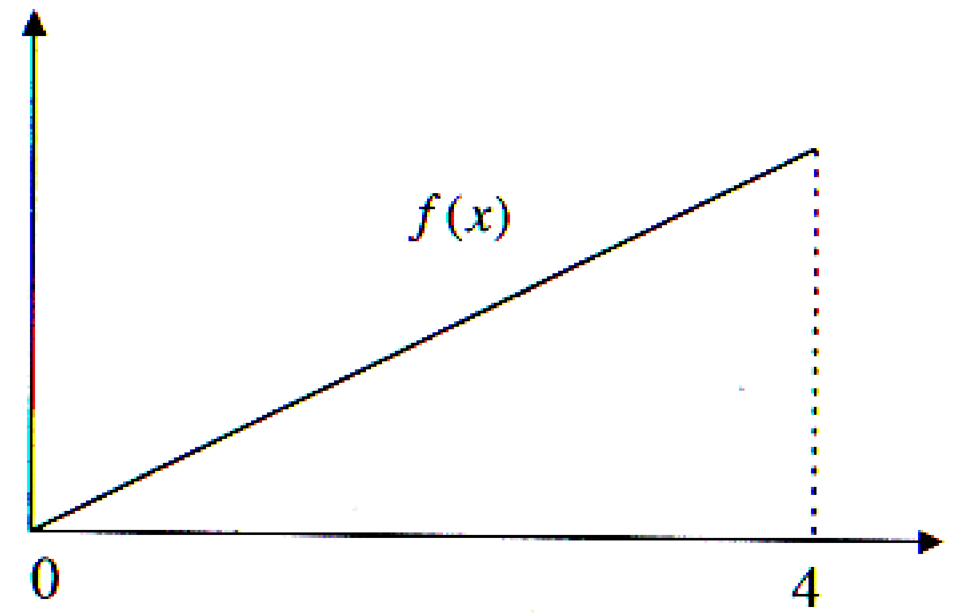
a) nie znajdzie się ani jedna sztuka wadliwa,

b) znajdą się nie więcej niż 3 sztuki wadliwe.

Zadanie 2.11
Liczba e-maili otrzymywanych przez Jasia w ciągu dnia jest zmienną losową o rozkładzie Poissona z wartością oczekiwaną 5. Jakie jest prawdopodobieństwo otrzymania przez Jasia więcej niż dwóch e-maili w ciągu dnia?

Zadanie 2.12
Liczba cząstek emitowanych przez pewną substancję promieniotwórczą w ciągu 10 sekund jest zmienną losową o rozkładzie Poissona z wartością oczekiwaną 3. Obliczyć prawdopodobieństwo wyemitowania w tym czasie więcej niż jednej cząstki.

Zadanie 2.13
Zamieszczony poniżej rysunek przedstawia gęstość prawdopodobieństwa $f(x)$ pewnej zmiennej losowej X



a) Znaleźć dystrybuantę zmiennej losowej X.

b) Wyznaczyć wartość oczekiwaną, medianę i wariancję tej zmiennej losowej.

c) Obliczyć prawdopodobieństwo, że zmienna losowa X przyjmie wartość większą od 2 i zilustrować to na wykresie gęstości i dystrybuanty.

Zadanie 2.14
Dobrać wartość parametru A tak, aby funkcja f był a gęstością pewnej zmiennej losowej X, jeśli

$$f(x) = \begin{cases} A(x-1) & \text{dla} \quad x \in [0,1], \\ 0 & \text{dla} \quad x \notin [0,1]. \end{cases}$$

Znaleźć dystrybuantę tej zmiennej losowej oraz obliczyć prawdopodobieństwo $P(0.5 < X < 1.5)$.

Zadanie 2.15
Zmienna losowa X ma gęstość daną wzorem

$$f(x) = \begin{cases} C\sin x & \text{dla} \quad x \in (0, \frac{\pi}{2}), \\ 0 & \text{dla} \quad x \notin (0, \frac{\pi}{2}). \end{cases}$$

a) Wyznaczyć stałą C.

b) Znaleźć dystrybuantę zmiennej losowej X.

c) Obliczyć prawdopodobieństwo $P(X > \frac{\pi}{6})$.

d) Wyznaczyć wartość oczekiwaną, medianę i wariancję zmiennej losowej X.

Zadanie 2.16
Dystrybuanta czasu czekania X (w minutach) na pewien autobus w niedzielę dana jest wzorem:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{dla} \quad x < 5, \\ \frac{1}{10}(x-5) & \text{dla} \quad 5 \le x < 15, \\ 1 & \text{dla} \quad x \ge 15. \end{cases}$$

a) Znaleźć gęstość rozkładu zmiennej losowej X.

b) Obliczyć prawdopodobieństwo, że będziemy czekać na ten autobus krócej niż 12 minut.

c) Obliczyć wartość oczekiwaną i odchylenie standardowe zmiennej losowej X.

Zadanie 2.17
Niech X będzie zmienną losową opisującą długość prętów stalowych (w metrach). Rozkład tej zmiennej dany jest dystrybuantą

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{dla} \quad x < 2.3, \\ 2(x-2.3) & \text{dla} \quad 2.3 \le x < 2.8, \\ 1 & \text{dla} \quad 2.8 \le x. \end{cases}$$

Obliczyć wartość oczekiwaną i odchylenie standardowe długości tych prętów oraz prawdopodobieństwo natrafienia na pręt o długości przekraczającej 2.7 m.

Zadanie 2.18
Zmienna losowa X ma dystrybuantę daną wzorem

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{dla} \quad x < 2, \\ 1 - \frac{4}{x} & \text{dla} \quad x \ge 2. \end{cases}$$

a) Znaleźć gęstość rozkładu zmiennej losowej X.

b) Wyznaczyć stałą A.

c) Obliczyć prawdopodobieństwo zdarzenia $X \in [4, 6]$.

d) Wyznaczyć wartość oczekiwaną, medianę i wariancję zmiennej losowej X.

Zadanie 2.19
Czas między kolejnymi zgłoszeniami do pewnej centrali telefonicznej ma rozkład wykładniczy z parametrem $\lambda = 0.25$ [min^{-1}] (oznacza to, że średni czas między kolejnymi zgłoszeniami wynosi 4 minuty). Obliczyć prawdopodobieństwo tego, że w ciągu 10 minut do centrali zgłosi się co najmniej trzech klientów.

Zadanie 2.20
Czas poprawnej pracy aparatu telefonicznego ma rozkład wykładniczy z parametrem $\lambda = 0.1$ (1/h).

a) Ile wynosi oczekiwany czas poprawnej pracy tego aparatu?

b) Obliczyć prawdopodobieństwo, że aparat ten nie uszkodzi się w ciągu 20 godzin pracy.

Zadanie 2.21
Liczba zgłoszeń do sieci komputerowej na pewnej uczelni w ciągu godziny ma rozkład Poissona o średniej 5 (tzn. 5 zgłoszeń na godzinę).

a) Jaki jest rozkład prawdopodobieństwa czasu między kolejnymi zgłoszeniami?

b) Jeżeli w danej chwili nastąpiło zgłoszenie do sieci, to jakie jest prawdopodobieństwo, że w ciągu najbliższych 15 minut nastąpi kolejne zgłoszenie?

c) Jakie jest prawdopodobieństwo, że w ciągu godziny do sieci nikt się nie zgłosi?

Zadanie 2.22
Zgodnie z planem czas lotu z Warszawy do Frankfurtu ma rozkład normalny o wartości oczekiwanej 90 minut i odchyleniu standardowym 2 minuty.

a) Jakie jest prawdopodobieństwo, że pokonanie samolotem tej trasy zajmie więcej niż 95 minut?

b) Jakie jest prawdopodobieństwo, że średnia dł ugość lotu, wyliczona dla 4 samolotów, przekroczy 91 minut?

c) Oblicz długość trwania lotu, która nie jest przekraczana w 85% przelotów na tej trasie.

Zadanie 2.23

Waga pewnej grupy osób opisana jest rozkładem normalnym o wartości średniej 75 kg i odchyleniu standardowym 4 kg.

a) Jakie jest prawdopodobieństwo, że losowo wybrana osoba waży więcej niż 83 kg?

b) Jakie jest prawdopodobieństwo, że losowo wybrana osoba waży nie więcej niż 79 kg?

c) Jaka jest frakcja osób mających wagę pomiędzy 71 i 80 kg?

d) Jakie jest prawdopodobieństwo, że średnia waga obliczona dla grupy 16 osób przekroczy 77 kg?

e) Wyznaczyć wartość wagi, której nie przekracza 80% badanej populacji osób.

Zadanie 2.24

Stwierdzono, że iloraz inteligencji IQ ma rozkład normalny o wartości oczekiwanej 100 i wariancji 225.

a) Obliczyć prawdopodobieństwo, że iloraz inteligencji losowo wybranej osoby przekracza 125.

b) Wyznaczyć frakcję osób, których IQ zawiera się w przedziale od 95 do 110.

c) Obliczyć prawdopodobieństwo, że średni IQ obliczony dla grupy 9 osób przekroczy 110.

d) Wyznaczyć wartość IQ, której nie przekracza 70% badanej populacji osób.

Zadanie 2.25

Wytrzymałość na ściskanie badanego gatunku betonu jest wielkością losową o rozkładzie normalnym, z wartością oczekiwaną 6000 Kg/cm^2 i odchyleniem standardowym 100 Kg/cm^2. Powyżej jakiego poziomu powinna znaleźć się wartość wytrzymałości na ściskanie 95% badanych próbek?

Zadanie 2.26

Stwierdzono, że natężenie prądu w badanym obwodzie ma rozkład normalny o wartości oczekiwanej 10 mA i odchyleniu standardowym 2 mA. Wyznaczyć wartość natężenia, które nie jest przekraczane z prawdopodobieństwem 0.98.

Zadanie 2.27

Pewna firma komputerowa prowadzi działalność w Warszawie i poza Warszawą. Niech X i Y oznaczają zmienne losowe opisujące liczbę kontraktów zawieranych w ciągu tygodnia, odpowiednio, w Warszawie i poza Warszawą. Łączny rozkład prawdopodobieństwa dla (X, Y) przedstawia się następująco:

		Y=0	Y=1	Y=2
X	0	a	2a	3a
	1	b	c	d

Wiadomo, że zmienne X i Y są niezależne oraz, że w Warszawie prawdopodobieństwo nie zawarcia ani jednego kontraktu w ciągu tygodnia jest dwa razy większe niż prawdopodobieństwo zawarcia kontraktu.

a) Jakie jest prawdopodobieństwo nie zawarcia przez tę firmę ani jednego kontraktu w ciągu tygodnia?

b) Obliczyć wartość oczekiwaną i wariancję liczby kontraktów zawieranych przez tę firmę w ciągu tygodnia poza Warszawą.

Zadanie 2.28

Wojtek dba o swoją kondycję. Raz lub dwa razy w tygodniu odwiedza siłownię. Chodzi też na basen, ale nie częściej niż dwa razy w tygodniu. Niech X oznacza liczbę wizyt Wojtka w siłowni w ciągu tygodnia, zaś Y liczbę wizyt na basenie w ciągu tygodnia. Rozkład prawdopodobieństwa zmiennej losowej (X, Y) jest następujący:

		Y=0	Y=1	Y=2
X	1	0.1	0.1	0.2
	2	0.1	0.2	0.3

a) Czy zmienne X i Y są niezależne?

b) Czy zmienne losowe X i Y są skorelowane? Jeśli tak, to w jakim stopniu?

c) Znaleźć wartość oczekiwaną i wariancję ł ącznej liczby wizyt Wojtka w siłowni i na basenie w ciągu tygodnia.

Zadanie 2.29

Zosia ma dwóch kolegów: Henia i Zenka. Z Zenkiem spotyka się najwyżej raz w tygodniu, a z Heniem nie więcej niż dwa razy w tygodniu. Niech X oznacza liczbę spotkań Zosi z Heniem w ciągu tygodnia, zaś Y liczbę spotkań Zosi z Zenkiem w ciągu tygodnia. Rozkład prawdopodobieństwa zmiennej losowej (X, Y) jest następujący:

		Y	
		0	1
	0	0.1	0.2
X	1	0.3	0.1
	2	0.2	0.1

a) Czy zmienne X i Y są niezależne?

b) Czy zmienne losowe X i Y są skorelowane? Jeśli tak, to w jakim stopniu?

c) Znaleźć wartość oczekiwaną i wariancję zmiennej losowej $2X + Y$.

Zadanie 2.30

Zmienna losowa (X, Y) ma rozkład ciągły o gęstości f określonej wzorem

$$f(x,y) = \begin{cases} Cxy & \text{dla} \quad 0 \le x \le 2,\ 0 \le y \le 1, \\ 0 & \text{dla} \quad \text{pozostałych } x \text{ i } y. \end{cases}$$

a) Wyznaczyć stałą C.

b) Obliczyć wartość dystrybuanty $F(1, 3)$.

c) Wyznaczyć gęstości brzegowe f_X i f_Y i sprawdzić, czy zmienne X i Y są niezależne.

d) Obliczyć współczynnik korelacji $\rho(X, Y)$. Czy X i Y są skorelowane?

e) Obliczyć EX, EY, $VarX$, $VarY$.

Zadanie 2.31

Zmienna losowa (X, Y) ma rozkład ciągły o gęstości f określonej wzorem

$$f(x,y) = \begin{cases} Cx & \text{dla} \quad 0 < x < y < 1, \\ 0 & \text{dla} \quad \text{pozostałych } x \text{ i } y. \end{cases}$$

a) Wyznaczyć stałą C.

b) Obliczyć wartość dystrybuanty $F(\frac{1}{2}, 2)$.

c) Wyznaczyć gęstości brzegowe f_X i f_Y i sprawdzić, czy zmienne X i Y są niezależne.

d) Obliczyć współczynnik korelacji $\rho(X, Y)$.

Zadanie 2.32

Minuta rozmowy w godzinach szczytu przez telefon komórkowy kosztuje 2.25 zł., natomiast poza godzinami szczytu 0.85 zł. Pewien student rozmawia miesięcznie przez telefon średnio 10 min. w godzinach szczytu i średnio 20 min. poza godzinami szczytu, z odchyleniami standardowymi, odpowiednio, 5 min i 3 min. Jeżeli w danym miesiącu często korzysta on z telefonu w godzinach szczytu, stara się ograniczyć rozmowy poza godzinami szczytu. W rezultacie, kowariancja czasu rozmów w godzinach szczytu i poza godzinami szczytu wynosi, według niego, 4 min^2. Obliczyć wartość oczekiwaną i odchylenie standardowe miesięcznych wydatków na telefon komórkowy tego studenta.

Zadanie 2.33

Pewna firma sprzedaje miesięcznie towar średnio za 30 tys. zł. z odchyleniem standardowym 3 tys. zł., podczas gdy miesięczne koszty wynoszą średnio 20 tys. zł. z odchyleniem standardowym 4 tys. zł. Współczynnik korelacji między dochodem uzyskanym ze sprzedaży, a poniesionymi kosztami oszacowano na 0.75. Obliczyć wartość oczekiwaną i odchylenie standardowe miesięcznego zysku tej firmy.

Zadanie 2.34

Producent obuwia otrzymuje w ciągu miesiąca średnio 5 reklamacji dotyczących jakości wytwarzanych przez niego butów damskich oraz 3 reklamacje dotyczące jakości wytwarzanych przez niego butów męskich, z odchyleniami standardowymi, odpowiednio, 2 i 1. Współczynnik korelacji między liczbami reklamacji oszacowano na 0.6. Koszty, które trzeba ponieść w związku z reklamacjami wynoszą, dla obu rodzajów butów, odpowiednio, 250 i 200 zł. Obliczyć wartość oczekiwaną i odchylenie standardowe łącznych kosztów ponoszonych miesięcznie przez tego producenta w związku z reklamacjami .

Zadanie 2.35

Marian dostaje co miesiąc stypendium w wysokości 800 zł. Dorabia sobie udzielając korepetycji. Za lekcję z uczniem szkoły podstawowej dostaje 30 zl a za lekcję z uczniem szkoły średniej 40 zł. W ciągu miesiąca udaje mu się udzielić, średnio 10 lekcji uczniom szkoły podstawowej i 20 uczniom szkoły średniej, z odchyleniami standardowymi, odpowiednio, 1 i 2. Współczynnik korelacji pomiędzy liczbą lekcji udzielonych uczniom szkoły podstawowej i uczniom szkoły średniej wynosi 0.5. Jakie są średnie dochody miesięczne Mariana? Jakie jest odchylenie standardowe jego miesięcznych dochodów?

Zadanie 2.36

Szacuje się, że 40% podatników otrzyma zwrot pieniędzy z tytułu nadpłaconych podatków. Jakie jest prawdopodobieństwo, że wśród 800 losowo wybranych podatników zwrot pieniędzy z tego tytułu należy się więcej niż 300, ale nie więcej niż 400 osobom?

Zadanie 2.37
Przeprowadzone badania pokazały, że co dziesiąty student dojeżdża na zajęcia własnym pojazdem. Jakie jest prawdopodobieństwo, że wśród 200 losowo wybranych studentów co najmniej 16, ale nie więcej niż 30, dojeżdża na zajęcia własnym pojazdem?

Zadanie 2.38
W hotelu jest 100 pokoi. Ponieważ z doświadczenia wynika, że jedynie 90% dokonanych wcześniej rezerwacji jest później wykorzystywanych, właściciel hotelu polecił przyjmować rezerwacje na więcej niż 100 pokoi. Jakie jest prawdopodobieństwo, że przy przyjęciu 104 rezerwacji w hotelu zabraknie wolnych pokoi?

Zadanie 2.39
235 osób dokonało rezerwacji na lot z Paryża do Sydney w dniu 01.12.2001. Z badań przeprowadzonych przez linie lotnicze wynika, że zwykle 20% spośród dokonanych rezerwacji nie jest później realizowanych (rezygnacja lub zmiana terminu lotu). Jakie jest prawdopodobieństwo, że na pokładzie samolotu znajdzie się nie więcej niż 180 pasażerów (zakładając, że od dziś nikt więcej nie wyrazi chęci na ten lot)?

Zadanie 2.40
Kontrola samochodów przewożonych koleją z fabryki do miejsca przeznaczenia wykazała, że 10% transportów zawiera uszkodzone samochody. Obliczyć prawdopodobieństwo, że w wylosowanych 200 transportach uszkodzone samochody znajdują się przynajmniej w 16 transportach.

Zadanie 2.41
W 1994 roku apteki prywatne stanowiły 88% ogółu aptek miejskich. Obliczyć prawdopodobieństwo, że w losowo wybranej próbie 200 aptek miejskich liczba aptek prywatnych będzie mniejsza niż 170.

Zadanie 2.42
Na podstawie badań sondażowych stwierdzono, że 40% mieszkań w Warszawie w 2000 roku było wyposażonych w telefon stacjonarny. Obliczyć prawdopodobieństwo, że wśród 300 losowo wybranych mieszkań w Warszawie liczba mieszkań z telefonem stacjonarnym będzie zawierać się w granicach od 110 do 140.

Zadanie 2.43
Szacuje się, że w pewnym województwie 60% wypadków drogowych spowodowanych jest przez nadużycie przez kierowców alkoholu. Obliczyć prawdopodobieństwo tego, że na 120 wypadków liczba tych, która została spowodowana przez nietrzeźwych kierowców będzie zawierać się między 80 a 90.

Zadanie 2.44
Szacuje się, że średnio co piąty klient pewnego banku odwiedza oddział banku raz w tygodniu. Obliczyć prawdopodobieństwo tego, że spośród 150 klientów danego

banku liczba tych, którzy odwiedzają oddział banku raz w tygodniu mieści się w granicach od 24 do 34.

Zadanie 2.45
We wrześniu w IBS PAN odbędze się seminarium naukowe, na które zaproszono 120 osób. Szacuje się, że prawdopodobieństwo tego, iż zaproszona osoba przybędzie na seminarium wynosi 0.8 (frekwencja nie wyniesie 100% ze względu na sesję poprawkową oraz wyjazdy zagraniczne uczonych). Jaka jest najmniejsza liczba filiżanek, które musi przygotować sekretarka, aby z prawdopodobieństwem 0.95 każdy z uczestników seminarium mógł się napić herbaty albo kawy?

Zadanie 2.46
Pani Ania przygotowuje test dla studentów na zaliczenie przedmiotu. Test składa się ze 120 pytań, na które trzeba udzielić odpowiedzi "tak" lub "nie". Student uzyska zaliczenie, jeżeli odpowie poprawnie na większość pytań testowych, przy czym "większość" oznacza pewną graniczną liczbę poprawnych odpowiedzi. Pani Ania szacuje prawdopodobieństwo udzielenia prawidłowej odpowiedzi na każde z pytań, przy losowym wyborze odpowiedzi, na 0.3.. Ile powinna wynosić owa graniczna liczba poprawnych odpowiedzi, jeżeli pani Ania chce, aby szanse zaliczenia testu przez osobę wybierającą odpowiedzi w sposób losowy były nie większe niż 1%?

Zadanie 2.47
Pan Sławek musi sprawdzić programy napisane przez studentów na zaliczenie przedmiotu. Student uzyska zaliczenie, jeżeli w jego programie prowadzący znajdzie nie więcej niż pewną graniczną liczbę błędów. Oceniane programy mają około 200 linii kodu, a prawdopodobieństwo tego, że linia kodu zawiera bł ąd wynosi według pana Sławka 0,02. Ile powinna wynosić owa graniczna liczba błędów, jeżeli pan Sławek zamierza zaliczyć przedmiot 75% studentów?

Zadanie 2.48
Pan Władek jest właścicielem hotelu ze 100 pokojami w znanym kurorcie. Ma on podpisaną umowę z biurem podróży, które kieruje do niego swoich klientów. Na podstawie kilkuletniej współpracy pan Władek wie, że jedna piąta z dokonywanych przez biuro rezerwacji nie jest później wykorzystywana. Ile dodatkowych (poza wspomnianą umową) rezerwacji może on dokonać, aby móc mieć 99% pewności, że żadnemu z gości nie będzie musiał odmówić noclegu z powodu braku miejsc?

Zadanie 2.49
Z doświadczeń minionych lat wynika, że egzamin z RPS zalicza około 60% studentów. Jakie jest prawdopodobieństwo, że spośród 180 osób, które w tym roku przystąpiły do egzaminu, co najmniej połowa go zda?

Zadanie 2.50
Edmu udaje się zebrać złom, średnio za 20 zł dziennie, z odchyleniem standardowym 10 zł. Jakie jest prawdopodobieństwo, że przez pół roku uda mu się zebrać kwotę przekraczającą 3500 zl? Przyjąć, dla uproszczenia, że miesiąc ma 30 dni.

Zadanie 2.37

Przeprowadzone badania pokazały, że co dziesiąty student dojeżdża na zajęcia własnym pojazdem. Jakie jest prawdopodobieństwo, że wśród 200 losowo wybranych studentów co najmniej 16, ale nie więcej niż 30, dojeżdża na zajęcia własnym pojazdem?

Zadanie 2.38

W hotelu jest 100 pokoi. Ponieważ z doświadczenia wynika, że jedynie 90% dokonanych wcześniej rezerwacji jest później wykorzystywanych, właściciel hotelu polecił przyjmować rezerwacje na więcej niż 100 pokoi. Jakie jest prawdopodobieństwo, że przy przyjęciu 104 rezerwacji w hotelu zabraknie wolnych pokoi?

Zadanie 2.39

235 osób dokonało rezerwacji na lot z Paryża do Sydney w dniu 01.12.2001. Z badań przeprowadzonych przez linie lotnicze wynika, że zwykle 20% spośród dokonanych rezerwacji nie jest później realizowanych (rezygnacja lub zmiana terminu lotu). Jakie jest prawdopodobieństwo, że na pokładzie samolotu znajdzie się nie więcej niż 180 pasażerów (zakładając, że od dziś nikt więcej nie wyrazi chęci na ten lot)?

Zadanie 2.40

Kontrola samochodów przewożonych koleją z fabryki do miejsca przeznaczenia wykazała, że 10% transportów zawiera uszkodzone samochody. Obliczyć prawdopodobieństwo, że w wylosowanych 200 transportach uszkodzone samochody znajdują się przynajmniej w 16 transportach.

Zadanie 2.41

W 1994 roku apteki prywatne stanowiły 88% ogółu aptek miejskich. Obliczyć prawdopodobieństwo, że w losowo wybranej próbie 200 aptek miejskich liczba aptek prywatnych będzie mniejsza niż 170.

Zadanie 2.42

Na podstawie badań sondażowych stwierdzono, że 40% mieszkań w Warszawie w 2000 roku było wyposażonych w telefon stacjonarny. Obliczyć prawdopodobieństwo, że wśród 300 losowo wybranych mieszkań w Warszawie liczba mieszkań z telefonem stacjonarnym będzie zawierać się w granicach od 110 do 140.

Zadanie 2.43

Szacuje się, że w pewnym województwie 60% wypadków drogowych spowodowanych jest przez nadużycie przez kierowców alkoholu. Obliczyć prawdopodobieństwo tego, że na 120 wypadków liczba tych, która została spowodowana przez nietrzeźwych kierowców będzie zawierać się między 80 a 90.

Zadanie 2.44

Szacuje się, że średnio co piąty klient pewnego banku odwiedza oddział banku raz w tygodniu. Obliczyć prawdopodobieństwo tego, że spośród 150 klientów danego

banku liczba tych, którzy odwiedzają oddział banku raz w tygodniu mieści się w granicach od 24 do 34.

Zadanie 2.45

We wrześniu w IBS PAN odbędzie się seminarium naukowe, na które zaproszono 120 osób. Szacuje się, że prawdopodobieństwo tego, iż zaproszona osoba przybędzie na seminarium wynosi 0.8 (frekwencja nie wyniesie 100% ze względu na sesję poprawkową oraz wyjazdy zagraniczne uczonych). Jaka jest najmniejsza liczba filiżanek, które musi przygotować sekretarka, aby z prawdopodobieństwem 0.95 każdy z uczestników seminarium mógł się napić herbaty albo kawy?

Zadanie 2.46

Pani Ania przygotowuje test dla studentów na zaliczenie przedmiotu. Test składa się ze 120 pytań, na które trzeba udzielić odpowiedzi "tak" lub "nie". Student uzyska zaliczenie, jeżeli odpowie poprawnie na większość pytań testowych, przy czym "większość" oznacza pewną graniczną liczbę poprawnych odpowiedzi. Pani Ania szacuje prawdopodobieństwo udzielenia prawidłowej odpowiedzi na każde z pytań, przy losowym wyborze odpowiedzi, na 0.3.. Ile powinna wynosić owa graniczna liczba poprawnych odpowiedzi, jeżeli pani Ania chce, aby szanse zaliczenia testu przez osobę wybierającą odpowiedzi w sposób losowy były nie większe niż 1%?

Zadanie 2.47

Pan Sławek musi sprawdzić programy napisane przez studentów na zaliczenie przedmiotu. Student uzyska zaliczenie, jeżeli w jego programie prowadzący znajdzie nie więcej niż pewną graniczną liczbę błędów. Oceniane programy mają około 200 linii kodu, a prawdopodobieństwo tego, że linia kodu zawiera bł ąd wynosi według pana Sławka 0,02. Ile powinna wynosić owa graniczna liczba błędów, jeżeli pan Sławek zamierza zaliczyć przedmiot 75% studentów?

Zadanie 2.48

Pan Władek jest właścicielem hotelu ze 100 pokojami w znanym kurorcie. Ma on podpisaną umowę z biurem podróży, które kieruje do niego swoich klientów. Na podstawie kilkuletniej współpracy pan Władek wie, że jedna piąta z dokonywanych przez biuro rezerwacji nie jest później wykorzystywana. Ile dodatkowych (poza wspomnianą umową) rezerwacji może on dokonać, aby móc mieć 99% pewności, że żadnemu z gości nie będzie musiał odmówić noclegu z powodu braku miejsc?

Zadanie 2.49

Z doświadczeń minionych lat wynika, że egzamin z RPS zalicza około 60% studentów. Jakie jest prawdopodobieństwo, że spośród 180 osób, które w tym roku przystąpiły do egzaminu, co najmniej połowa go zda?

Zadanie 2.50

Edkowi udaje się zebrać złom, średnio za 20 zł dziennie, z odchyleniem standardowym 10 zł. Jakie jest prawdopodobieństwo, że przez pół roku uda mu się zebrać kwotę przekraczającą 3500 zł? Przyjąć, dla uproszczenia, że miesiąc ma 30 dni.

Zadanie 2.51
Kontrola przeprowadzona wśród policjantów tzw. "drogówki" wykazała, że niektórzy funkcjonariusze dopuszczali się przestępstwa w postaci brania łapówek. Oszacowano, że średnia wysokość łapówki wynosiła 100 zł z odchyleniem standardowym 20 zł. Oszacować prawdopodobieństwo tego, że funkcjonariusz biorący łapówki mógł w ciągu czterech miesięcy osiągnąć w ten nieuczciwy sposób dochód przekraczający 10000 zł (przyjąć w uproszczeniu, że funkcjonariusz był na służbie 25 dni w miesiącu i brał jedną łapówkę dziennie).

Zadanie 2.52
Prawdopodobieństwo wysłania z drukarni książki z niezadrukowaną chociaż jedną stroną wynosi 0,01. Jakie jest prawdopodobieństwo, że w 5000 nakładzie odsetek wybrakowanych książek będzie poniżej 2%?

Zadanie 2.53
W pewnej firmie dokonuje się w ciągu roku około miliona operacji księgowania. Wiadomo, że frakcja niepoprawnych księgowań wynosi 0,1%. Podczas kontroli przedsiębiorstwa losuje się (ze zwracaniem) w celu dokładnego sprawdzenia 2500 pozycji księgowania. Jakie jest prawdopodobieństwo, że w wyniku kontroli zostaną znalezione nie więcej niż dwie źle zaksięgowane pozycje? Oszacować to prawdopodobieństwo korzystając z twierdzenia Poissona.

3 Statystyka opisowa

Zadanie 3.1
Zamieszczone poniżej dane to wyniki pomiarów lepkości pewnego produktu chemicznego, uzyskane w odstępach jednogodzinnych:

12.1	15.1	12.4	13.9	12.3	12.7	14.5	13.0	14.1	12.3
13.5	11.5	12.5	12.1	12.5	12.0	13.3	15.3	12.9	13.7
14.5	14.8	12.5	12.4	13.1	10.7	14.7	13.0	12.0	12.4

Utworzyć dla tych danych:

a) szereg rozdzielczy,

b) histogram,

c) łamaną liczności.

Zadanie 3.2
W pewnym mieście funkcjonuje 40 sklepów spożywczych. Niżej przedstawiono dane dotyczące powierzchni (w m^2) poszczególnych sklepów :

124	58	215	123	79	68	82	130	128	150
132	69	132	115	169	185	98	77	76	78
100	108	102	175	145	79	143	129	136	99
120	121	176	185	140	69	128	96	88	175

Dla powyższych danych:

a) utworzyć szereg rozdzielczy,

b) wyznaczyć łamaną liczności i częstości,

c) wyznaczyć modę,

d) obliczyć kwartyl dolny i medianę oraz podać ich interpretację.

Zadanie 3.3
Poniższa tabela zawiera dane dotyczące zatrudnienia w pewnej firmie:

	Liczba pracowników
Kierowcy	1120
Pracownicy warsztatów	240
Administracja	160
Pracownicy ochrony	80

Na podstawie powyższych danych:

a) obliczyć procentowy udział poszczególnych grup w ogólnej liczbie zatrudnionych,

b) przedstawić wyniki struktury zatrudnienia na wykresie kołowym i słupkowym.

Zadanie 3.4

W poniższej tabeli podano zestawienie kosztów pewnego przedsiębiorstwa za trzeci kwartał 2001 roku:

Rodzaje kosztów	Koszty w tys. PLN
Materiały bezpośrednie	1480
Energia i woda	46
Amortyzacja	82
Płace i ubezpieczenia	155
Pozostałe koszty	237

Na podstawie tych danych:

a) wyznaczyć, jaką część kosztów stanowią poszczególne ich grupy,

b) obliczyć procentowy udział poszczególnych grup kosztów w ich globalnej wielkości,

c) przedstawić wyniki na wykresie kołowym i słupkowym,

d) ustalić, jak będą kształtowały się poszczególne grupy kosztów w czwartym kwartale 2001 roku przy założeniu, że struktura nie ulegnie zmianie, a całkowita wielkość kosztów wyniesie 2500 tys. PLN.

Zadanie 3.5

W 12 wybranych niezależnie gospodarstwach indywidualnych pewnej gminy otrzymano następujące dane dotyczące plonów żyta (w q/ha):

28.5 30.1 29.4 30.1 39.3 27.4 29.8 27.8 30.0 31.3 28.7 29.0.

a) Wyznaczyć wartość średnią, odchylenie przeciętne i podać ich interpretację.

b) Wyznaczyć kwartyl dolny, medianę i kwartyl górny.

c) Narysować wykres skrzynkowy i sprawdzić, czy są obserwacje odstające.

Zadanie 3.6

W pewnym teście psychologicznym, przeprowadzonym na wylosowanych niezależnie 44 dzieciach szkolnych, otrzymano następujący rozkład wyników liczby zapamiętanych przez dzieci elementów:

Liczba elementów $(x_i; x_{i+1}]$	Liczność n_i
10 - 14	4
14 - 18	8
18 - 22	16
22 - 26	10
26 - 30	6

a) Wyznaczyć wartość średnią i odchylenie standardowe liczby zapamiętywanych przez dzieci elementów oraz podać interpretację uzyskanych parametrów.

b) Wyznaczyć współczynnik zmienności i podać jego interpretację.

c) Wyznaczyć medianę i kwantyl rzędu 0.25 i podać ich interpretację.

d) Naszkicować histogram liczności i łamaną częstości.

Zadanie 3.7

Na wydziale produkcyjnym przedsiębiorstwa przeprowadzono badania dotyczące czasu mocowania detalu toczonego na obrabiarce. Dla 13 robotników otrzymano następujące wyniki (w sekundach):

10 20 16 20 18 30 24 20 17 25 40 19 20.

a) Wyznaczyć wartość średnią i odchylenie standardowe oraz podać ich interpretację.

b) Wyznaczyć kwartyl dolny, medianę i kwartyl górny.

c) Narysować wykres skrzynkowy i sprawdzić, czy są obserwacje odstające.

Zadanie 3.8

W celu oszacowania czasu poświęcanego tygodniowo przez studentów pewnej uczelni na studiowanie w bibliotece, wylosowano niezależnie próbę 125 studentów i otrzymano z niej następujące wyniki (czas studiowania w bibliotece w godzinach):

Czas $(x_i; x_{i+1}]$	Liczność n_i
0 - 2	10
2 - 4	28
4 - 6	42
6 - 8	30
8 - 10	15

a) Wyznaczyć wartość średnią i odchylenie przeciętne czasu spędzanego w bibliotece przez studentów oraz podać interpretację uzyskanych wyników.

b) Wyznaczyć współczynnik zmienności i podać jego interpretację.

c) Wyznaczyć medianę i kwantyl rzędu 0.3. Jaka jest interpretacja uzyskanych parametrów.

d) Naszkicować histogram częstości i łamaną częstości.

Zadanie 3.9
W 1994 r. podczas majowej sesji na Warszawskiej Giełdzie Papierów Wartościowych kurs akcji spółki "Exbud S.A" kształtował się na następującym poziomie (w tys. zł.):

$$\begin{matrix} 17.4 & 17.9 & 16.2 & 15.2 & 16.0 & 17.0 \\ 17.0 & 10.5 & 17.6 & 18.0 & 17.0 & 17.3 \end{matrix}$$

a) Wyznaczyć wartość średnią, odchylenie przeciętne i podać ich interpretację.

b) Wyznaczyć kwartyl dolny, medianę i kwartyl górny.

c) Narysować wykres skrzynkowy i sprawdzić, czy są obserwacje odstające.

Zadanie 3.10
W badaniach budżetów rodzinnych w 1998 r. wylosowano do próby 140 gospodarstw domowych i otrzymano następujące wyniki dotyczące ich miesięcznego dochodu (dochód w tys. zł):

Dochód $(x_i; x_{i+1}]$	Liczność n_i
0.4 - 0.8	15
0.8 - 1.2	20
1.2 - 1.6	80
1.6 - 2.0	15
2.0 - 2.4	10

a) Wyznaczyć wartość średnią, odchylenie przeciętne i odchylenie standardowe dochodu rodzin oraz podać interpretację uzyskanych parametrów.

b) Wyznaczyć współczynnik zmienności i podać jego interpretację.

c) Wyznaczyć medianę i kwantyl rzędu 0,8 i podać ich interpretację.

d) Naszkicować histogram częstości skumulowanych i ł amaną częstości skumulowanych.

Zadanie 3.11
Powierzchnia gruntów w 12 gospodarstwach pewnej gminy wynosi (w ha.):

12 6 8 7 12 11 26 14 12 8 14 11.

a) Wyznaczyć wartość średnią i odchylenie standardowe oraz podać ich interpretację.

b) Wyznaczyć kwartyl dolny, medianę i kwartyl górny.

c) Narysować wykres skrzynkowy i sprawdzić, czy są obserwacje odstające.

Zadanie 3.12
W celu oszacowania średniej powierzchni wybudowanych w 1986 r. w Warszawie mieszkań, wylosowano niezależnie 110 wybudowanych w tym roku mieszkań i otrzymano dla nich następujący rozkład powierzchni mieszkalnej (w m^2)

Powierzchnia mieszkalna $(x_i; x_{i+1}]$	Liczność n_i
25 - 35	10
35 - 45	20
45 - 55	40
55 - 65	30
65 - 75	10

1. Wyznaczyć wartość średnią, odchylenie przeciętne powierzchni mieszkalnej oraz podać interpretację uzyskanych parametrów.
2. Wyznaczyć współczynnik zmienności i podać jego interpretację.
3. Wyznaczyć modę i kwantyl rzędu 0.65 oraz podać ich interpretację.

4 Estymacja

Zadanie 4.1
Cecha X ma rozkład wykładniczy o gęstości

$$f(x) = \begin{cases} \lambda \exp(-\lambda x) & \text{dla} \quad x > 0 \\ 0 & \text{dla} \quad x \leq 0 \end{cases},$$

gdzie $\lambda > 0$ jest nieznanym parametrem. Metodą momentów i metodą największej wiarogodności wyznaczyć estymator parametru λ.

Zadanie 4.2
Cecha X ma rozkład gamma o gęstości

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} \exp(-\beta x) & \text{dla} \quad x > 0 \\ 0 & \text{dla} \quad x \leq 0 \end{cases},$$

gdzie $\alpha > 0$ i $\beta > 0$ są nieznanymi parametrami. Metodą momentów wyznaczyć estymatory parametrów α i β.

Zadanie 4.3
Cecha X ma rozkład normalny o gęstości

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right], \quad x \in R,$$

gdzie μ i $\sigma > 0$ są nieznanymi parametrami. Metodą momentów i metodą największej wiarogodności wyznaczyć estymatory parametrów μ i σ^2.

Zadanie 4.4
Cecha X ma rozkład Pareto o gęstości

$$f(x) = \begin{cases} a\, x^{-(a+1)} & \text{dla} \quad x > 1 \\ 0 & \text{dla} \quad x \leq 1 \end{cases},$$

gdzie $a > 1$ jest nieznanym parametrem. Metodą momentów i metodą największej wiarogodności wyznaczyć estymator parametru a.

Zadanie 4.5
Cecha X ma rozkład Poissona

$$P(X = k) = \frac{\lambda^k}{k!} \exp(-\lambda), \quad k = 1, 2, \ldots ,$$

gdzie $\lambda > 0$. Metodą momentów i metodą największej wiarogodności wyznaczyć estymator parametru λ.

Zadanie 4.6
Na podstawie 64 losowo wybranych rozmów telefonicznych obliczono średnią długość rozmowy, która wyniosła 4.2 minuty. Z poprzednich badań wiadomo, że wariancja długości rozmów telefonicznych wynosi 1.44 min^2. Zakładając, że czas rozmów ma rozkład normalny

a) Oszacować przedziałowo długość rozmowy telefonicznej na poziomie ufności 0.95.

b) Oszacować przedziałowo długość rozmowy telefonicznej na poziomie ufności 0.99.

c) Porównać długości obu wyznaczonych przedziałów i wyjaśnić, w jaki sposób długość przedziału zależy od przyjętego poziomu ufności.

Zadanie 4.7
Otrzymano następujące wyniki pomiarów grubości (w mm) 6 wylosowanych detali wyprodukowanych przez zakupiony agregat:

$$1.6 \quad 1.7 \quad 1.4 \quad 1.5 \quad 1.9 \quad 1.5.$$

Zakładamy, że rozkład grubości detalu jest normalny.

a) Na poziomie ufności 0.95 podać przedział ufności dla średniej grubości detalu.

b) Jak liczną próbę należy wylosować, aby na poziomie ufności 0.95 móc oszacować przedziałowo grubość tego detalu z dokładnością 0.1 mm?

Zadanie 4.8
W celu określenia wadliwości produkcji kondensatorów przeprowadzono badania pilotażowe, w wyniku których okazało się, że na 200 zbadanych kondensatorów 14 nie spełnia wymagań jakościowych.

a) Na poziomie ufności 0.96 zbudować przedział ufności dla wadliwości wyprodukowanych kondensatorów.

b) Jak liczną próbę losową kondensatorów należy pobrać, aby na poziomie ufności 0.96, oszacować wadliwość produkcji z maksymalnym błędem 2%?

Zadanie 4.9
Czas montowania bębna w pralce automatycznej jest zmienną losową o rozkładzie normalnym. Zmierzono czas montowania bębna przez 6 losowo wybranych robotników i otrzymano następujące wyniki (w minutach):

$$6.2 \quad 7.1 \quad 6.3 \quad 6.9 \quad 7.5 \quad 7.0.$$

a) Na poziomie ufności 0.95 podać przedział ufności dla średniego czasu montażu bębna w pralce.

b) Ilu robotników należy wylosować, aby na poziomie ufności 0.95 móc oszacować przedziałowo czas mocowania bębna z błędem maksymalnym 0.25 minuty?

Zadanie 4.10
Telewizja podała, że pewien program cieszy się zainteresowaniem aż 75% telewidzów. Na 2200 losowo wybranych telewidzów 1386 potwierdziło zainteresowanie owym programem.

a) Na poziomie ufności 0.95 oszacować przedziałowo procent telewidzów zainteresowanych wspomnianym programem.

b) Ilu telewidzów należałoby wylosować do próby, aby w świetle przedstawionych powyżej danych oszacować oglądalność programu z błędem maksymalnym 1% (na tym samym co poprzednio poziomie ufności).

Zadanie 4.11
W 8-osobowej losowo wybranej grupie uczniów zmierzono czas rozwiązywania pewnego zadania matematycznego. Otrzymano następujące wyniki (w minutach):

25 16 12 10 12 21 25 20.

Zakładamy, ze czas rozwiązywania zadania ma rozkład normalny.

a) Na poziomie ufności 0.90 podać przedział ufności dla średniego czasu rozwiązywania danego zadania.

b) Ilu uczniów należy wylosować, aby na poziomie ufności 0.90 móc oszacować przedziałowo czas rozwiązywania zadania z błędem maksymalnym 2 minuty?

Zadanie 4.12
W wylosowanej próbie 200 studentów studiów zaocznych stwierdzono, iż 22 spośród nich liczy mniej niż 20 lat.

a) Na poziomie ufności 0.90 oszacować przedziałowo procent studentów w wieku poniżej 20 lat.

b) Ilu studentów należałoby wylosować do próby, aby na poziomie ufności 0.90 oszacować z błędem maksymalnym 1% odsetek studentów, którzy nie przekroczyli 20 roku życia?

Zadanie 4.13
Zbadano grupę krwi 96 osób i stwierdzono, że 38 osób miało grupę krwi "0".

a) Na poziomie ufności 0.95 oszacować przedziałowo procent osób posiadających grupę krwi "0" w całej populacji.

b) Ile osób należałoby wylosować do próby, aby na poziomie ufności 0.95 oszacować z błędem maksymalnym 2% procent ludzi z grupą krwi "0"?

Zadanie 4.14
W Instytucie Chemii przeprowadzono badania dotyczące czasu trwania pewnej reakcji chemicznej (czas reakcji ma rozkład normalny). Dokonano 8 prób tego doświadczenia i otrzymano następujące wyniki (w sekundach):

9 14 10 12 7 13 11 12.

a) Na poziomie ufności 0.95 podać przedział ufności dla średniego czasu reakcji.

b) Ile co najmniej doświadczeń należy przeprowadzić, aby na poziomie ufności 0.95 oszacować średni czas reakcji chemicznej z błędem maksymalnym 0.8 sek?

Zadanie 4.15
W jednej z politechnik wylosowano niezależnie próbę 150 studentów, z których jedynie 15 zdało wszystkie egzaminy w pierwszym terminie.

a) Na poziomie ufności 0.98 podać przedział ufności dla procentu studentów zaliczających sesję w pierwszym terminie.

b) Ilu studentów należy wylosować do próby, aby oszacować procent studentów zaliczających egzaminy w terminie z błędem maksymalnym 3%? Przyjąć poziom ufności 0.98.

Zadanie 4.16
W próbie losowo wybranych 9 uczniów pewnej szkoły średniej liczba popełnianych błędów w dyktandzie z języka angielskiego kształtowała się następująco:

15 12 11 14 10 13 10 16 14.

Zakładamy, że liczba popełnianych błędów ma rozkład normalny.

a) Na poziomie ufności 0.90 podać przedział ufności dla średniej liczby popełnianych błędów w całej zbiorowości uczniów szkoły średniej.

b) Ilu co najmniej uczniów należy wylosować do próby, aby na poziomie ufności 0.90 oszacować średnią liczbę popełnianych błędów w dyktandzie z języka angielskiego z błędem maksymalnym wynoszącym 1 (błąd)?

Zadanie 4.17

W celu oszacowania jednostkowego kosztu produkcji pewnego artykul u produkowanego przez różne zakłady, wylosowano niezależnie do próby 80 zakładów produkcyjnych i otrzymano następujące wyniki badania tego kosztu (w zł.):

Koszt $(x_i; x_{i+1}]$	Liczność n_i
20 - 40	10
40 - 60	16
60 - 80	24
80 - 100	18
100 - 120	12

Na poziomie ufności 0.95 podać przedział ufności dla średniego kosztu jednostkowego produkowanego artykułu.

Zadanie 4.18

Z populacji rodzin miejskich pewnego województwa wylosowano niezależnie 280 rodzin, wśród których było 57 rodzin pięcioosobowych.

a) Na poziomie ufności 0.94 podać przedział ufności dla procentu rodzin pięcioosobowych w danym województwie.

b) Ile rodzin należy wylosować do próby, aby oszacować procent rodzin pięcioosobowych z błędem maksymalnym 2%? Przyjąć poziom ufności 0.94.

Zadanie 4.19

W celu oszacowania średniej powierzchni wybudowanych w 1986 r. w Warszawie mieszkań, wylosowano niezależnie 110 wybudowanych w tym roku mieszkań i otrzymano dla nich następujący rozkład powierzchni mieszkalnej (w m^2):

Powierzchnia mieszkalna $(x_i; x_{i+1}]$	Liczność n_i
25 - 35	10
35 - 45	20
45 - 55	40
55 - 65	30
65 - 75	10

Na poziomie ufności 0.90 podać przedział ufności dla średniej powierzchni mieszkań.

Zadanie 4.20

Wysokość zarobków (w tys. zł) losowej próby 30 pracowników pewnego przedsiębiorstwa przedstawia się następująco:

Zarobki $(x_j; x_{j+1}]$	Liczność n_j
0.6 - 1.0	3
1.0 - 1.4	10
1.4 - 1.8	12
1.8 - 2.2	5

Zakładając, że rozkład zarobków jest normalny, znaleźć przedział ufności dla wariancji wysokości zarobków w tym przedsiębiorstwie. Przyjąć poziom ufności 0.95.

Zadanie 4.21

Czas produkcji 5 losowo wybranych sztuk wyrobu (w sek) kształtował się następująco: 5.1, 4.9, 4.8, 5.3 i 4.9. Przyjmując założenie, że czas produkcji ma rozkład normalny, oszacować na poziomie ufności 0.98 wariancję czasu produkcji ogółu wytwarzanych wyrobów. Jak zmieni się długość szacowanego przedziału, gdy poziom ufności zmniejszymy do poziomu 0.9?

Zadanie 4.22

W losowo wybranej grupie 450 samochodów osobowych marki FSO 1500 przeprowadzono badania zużycia benzyny, na tej samej dla wszystkich samochodów trasie długości 100 km. Okazało się, że odchylenie standardowe zużycia benzyny dla tej grupy samochodów wynosiło 0.8 litra na 100 km. Przyjmując poziom ufności 0.94, podać przedział ufności dla odchylenia standardowego zużycia benzyny przez wszystkie samochody tej marki na takiej trasie.

Zadanie 4.23

Przy badaniu wysokości wynagrodzeń w przemyśle odzieżowym w 1993 r. wylosowano 500 pracowników. Na podstawie wyników próby otrzymano średnie miesięczne wynagrodzenie na poziomie 778 zł oraz odchylenie standardowe równe 155 zł. Przyjmując poziom ufności 0.95, oszacować nieznane odchylenie standardowe w rozkładzie wynagrodzeń ogółu pracowników przemysłu odzieżowego.

5 Weryfikacja hipotez

Zadanie 5.1
Czas rozwiązywania jednego zadania na egzaminie ze statystyki jest zmienną losową o rozkładzie normalnym, z odchyleniem standardowym 5 minut. Wykładowca przewiduje na tę czynność 10 minut. Wśród studentów panuje jednak przekonanie, że taki czas jest zbyt krótki. Zmierzono czas rozwiązywania zadania przez wybranych losowo 6 studentów i otrzymano następujące wyniki (w minutach):

$$17.0 \quad 8.5 \quad 20.0 \quad 10.5 \quad 11.0 \quad 15.5.$$

Na poziomie istotności 0.05 stwierdzić, czy przekonanie studentów jest słuszne.

Zadanie 5.2
Waga konserw mięsnych powinna, zgodnie z normą, wynosić 250g. Zakłada się, że waga tych konserw ma rozkład normalny ze znanym odchyleniem standardowym 5g. Zważono 81 puszek konserw i otrzymano średnią ich wagę równą 245g. Czy na poziomie istotności 0.01 można twierdzić, że waga konserw jest istotnie mniejsza od nominalnej wagi równej 250g?

Zadanie 5.3
Liczba punktów uzyskanych na egzaminie z ekonomii (w skali od 1 do 40 punktów) przez losowo wybranych 32 studentów przedstawia się następująco:

Punkty $(x_i; x_{i+1}]$	Liczność n_i
0 - 10	6
10 - 20	12
20 - 30	10
30 - 40	4

Zakładamy, że rozkład zdobytych punktów jest normalny. Czy na podstawie powyższych danych można uznać, że średnia liczba punktów zdobytych przez studentów na egzaminie z ekonomii jest mniejsza niż 19? Przyjąć współczynnik istotności 0.01.

Zadanie 5.4
Dział kontroli jakości w zakładach chemicznych chce oszacować średnią wagę proszku do prania sprzedawanego w pudełkach o nominalnej wadze 3 kg. Pobrano w tym celu próbkę losową 7 pudełek proszku do prania. Każde pudełko zważono i otrzymano następujące wyniki (w kilogramach).:

$$2.93 \quad 2.97 \quad 3.05 \quad 2.91 \quad 3.02 \quad 2.87 \quad 2.92.$$

Wiadomo, że rozkład wagi pudełka proszku do prania jest normalny. Na poziomie istotności 0.05 zweryfikować przypuszczenie, że średnia waga pudełka proszku do prania jest mniejsza niż 3 kg.

Zadanie 5.5
Wysokość zarobków losowej próby 120 pracowników pewnego przedsiębiorstwa przedstawia się następująco (w tys. zł):

Zarobki $(x_i; x_{i+1}]$	Liczność n_i
0.6 - 1.0	15
1.0 - 1.4	28
1.4 - 1.8	42
1.8 - 2.2	25
2.2 - 2.6	10

Czy na podstawie powyższych danych można uznać, że średnie zarobki w tym przedsiębiorstwie wynoszą 1.4 tys. zł? Przyjąć poziom istotności testu 0.06.

Zadanie 5.6
W wylosowanej niezależnie próbie 140 zakładów zbadano koszty własne produkcji pewnego wyrobu. Stwierdzono, że średnie koszty wynoszą 540 zł z odchyleniem standardowym 150 zł. Czy na poziomie istotności 0.08 można twierdzić, że średnie koszty produkcji danego typu wyrobu są wyższe niż 500 zł?

Zadanie 5.7
Fabryka zakupiła nowy agregat. Producent zapewnia, że przeciętnie tylko jeden na 100 wyprodukowanych przez ten agregat detali jest wadliwy. Aby to sprawdzić, wylosowano 500 detali i okazało się, że 20 z nich nie spełnia normy jakości. Czy na podstawie takiego wyniku badań można obalić zapewnienie producenta agregatu? Przyjąć poziom istotności 0.1.

Zadanie 5.8
Telewizja podała, że pewien program cieszy się zainteresowaniem aż 75% telewidzów. Na 2200 losowo wybranych telewidzów 1386 potwierdziło zainteresowanie owym programem. Na poziomie istotności 0.05 stwierdzić, czy podana przez telewizję ocena oglądalności owego programu jest wiarygodna.

Zadanie 5.9
Pojemność życiowa płuc studentów uprawiających czynnie sport ma rozkład normalny z odchyleniem standardowym 440 cm^3, natomiast studentów nie uprawiających sportu ma rozkład normalny z odchyleniem standardowym 620 cm^3. Wylosowano z obu populacji studentów dwie próby: dla studentów uprawiających sport próbę o liczności 20 i otrzymano średnią 4080 cm^3, a dla studentów nie uprawiających sportu próbę o liczności 15 i otrzymano średnią 3610 cm^3. Przyjmując poziom istotności 0.01 sprawdzić hipotezę, że uprawianie przez studentów sportu zwiększa pojemność życiową płuc.

Zadanie 5.10
W wyniku obserwacji dziennej liczby zakupów dokonywanych przez gospodarstwa domowe w mieście i na wsi ustalono, że liczby zakupów mają rozkład normalny z odchyleniami standardowymi, równymi odpowiednio, 6 i 3. Wybrano 16 gospodarstw domowych w mieście i otrzymano średnią liczbę zakupów równą 20, a dla 9 gospodarstw domowych na wsi otrzymano średnią liczbę zakupów równą 16. Przyjmując poziom istotności 0.04 sprawdzić hipotezę, że średnia liczba zakupów dokonywanych dziennie przez rodziny na wsi jest mniejsza niż średnia liczba zakupów dokonywanych przez rodziny w mieście.

Zadanie 5.11
W pewnym doświadczeniu chemicznym bada się grubość powłoki niklowej, uzyskiwanej dla dwóch rodzajów kąpieli galwanicznych. Zakładamy, że grubość powłoki galwanicznej dla obu typu kąpieli ma rozkład normalny z jednakowymi odchyleniami standardowymi. Niezależne pomiary grubości powłoki (w mikronach) uzyskiwanej w określonym czasie dla obu rodzajów kąpieli były następujące: 4.3, 3.7, 11.2, 8.7, 7.7, 11.3 dla pierwszej kąpieli 8.1, 9.3, 14.7, 5.3, 7.6, 10.1 i 11.1 dla drugiej kąpieli. Na poziomie istotności 0.05 zweryfikować hipotezę, że grubość powłoki niklowej uzyskiwanej w drugiej kąpieli jest większa niż uzyskiwana w pierwszej kąpieli.

Zadanie 5.12
W wyniku ewidencji dziennej sprzedaży dwóch rodzajów zegarków na rękę szwajcarskiej firmy Swatch w wybranych 20 dniach roboczych ustalono, że średnia liczba sprzedanych zegarków tradycyjnych wyniosła 37 z odchyleniem standardowym 7.5, a średnia liczba sprzedanych zegarków z dodatkowymi funkcjami wyniosł a 30 z odchyleniem standardowym 8.2. Zakładamy, że liczby sprzedawanych zegarków tradycyjnych i zegarków z dodatkowymi funkcjami mają rozkłady normalne z równymi odchyleniami standardowymi. Czy na podstawie tych danych można stwierdzić, że średnia dzienna sprzedaż zegarków z dodatkowymi funkcjami jest niższa niż średnia dzienna sprzedaż zegarków tradycyjnych? Przyjąć poziom istotności 0.1.

Zadanie 5.13
W celu sprawdzenia hipotezy, że zastosowanie innego materiał u zwiększa żywotność pewnej części trącej maszyny, zbadano na dwu próbach żywotność tej części wyprodukowanej ze starego materiału A oraz z nowego materiału B i uzyskano wyniki (w tygodniach):

Żywotność $(x_i; x_{i+1}]$	Liczba n_i części	
	z materiału A	z materiału B
4 - 6	5	4
6 - 8	15	10
8 - 10	40	56
10 - 12	20	30
12 - 14	10	20

Przyjmując poziom istotności 0.05 sprawdzić hipotezę o większej średniej żywotności części wykonywanych z materiału B.

Zadanie 5.14
Wylosowana do badań budżetów rodzinnych w pewnym roku próba 120 rodzin zamieszkałych w Warszawie dała średnią 450 zł miesięcznych wydatków na mieszkanie oraz odchylenie standardowe 120 zł. Natomiast losowa próba 100 rodzin zamieszkałych w Łodzi dała średnią 420 zł miesięcznych wydatków na mieszkanie oraz odchylenie standardowe 150 zł. Przyjmując poziom istotności 0.06 zweryfikować hipotezę o jednakowych średnich wydatkach na mieszkanie rodzin w Warszawie i w Łodzi.

Zadanie 5.15
W wyniku sondażu na temat warunków bytu rodzin zamieszkałych w mieście i na wsi zbadano, między innymi, opinie rodzin na temat stopnia zaspokojenia ich podstawowych potrzeb. W losowo wybranej grupie 900 rodzin wiejskich w 360 rodzinach miesięczne dochody wystarczają na zaspokojenie podstawowych potrzeb; w losowej próbie 1200 rodzin miejskich 540 rodzin ma wystarczające dochody. Na poziomie istotności 0.04 zweryfikować hipotezę o jednakowym procencie rodzin na wsi i w mieście, którym dochody wystarczają na zaspokojenie podstawowych potrzeb.

Zadanie 5.16
W odpowiedzi na pewną ankietę na 300 wylosowanych pracowników pewnego zakładu, pracujących w produkcji, 52 pracowników oświadczyło, że pragnie zmienić swe stanowisko pracy na inne. Natomiast na takie samo pytanie skierowane do 200 pracowników zaplecza technicznego i administracji 26 wyraziło chęć zmiany stanowiska. Na poziomie istotności 0.05 zweryfikować hipotezę o jednakowym odsetku pracowników produkcji i administracji pragnących zmienić swe dotychczasowe stanowisko pracy.

Zadanie 5.17
Podczas sprawdzianu z ortografii 8 losowo wybranych dzieci popeł niło: 1, 3, 2, 7, 6, 5, 4, 8 błędów. Przez miesiąc, drogą licznych dyktand, ćwiczono ortografię, po czym powtórzono sprawdzian na tej samej grupie dzieci. Tym razem dzieci te popełniły, odpowiednio, następującą liczbę błędów: 0, 1, 3, 5, 5, 3, 2, 4. Zakładamy, że rozkład liczby popełnionych błędów jest normalny. Czy na podstawie przedstawionych danych można stwierdzić, że dyktanda wpływają na poprawę ortografii? Przyjąć poziom istotności 0.01.

Zadanie 5.18
Wysunięto hipotezę, że muzyka przy warsztatach pracy zwiększa wydajność pracy zatrudnionych na pewnym stanowisku roboczym. W celu sprawdzenia tej hipotezy wylosowano grupę 8 robotników i zmierzono im wydajność pracy przed i po umieszczeniu przy ich stanowiskach głośników, z których nadawano cicho muzykę rozrywkową. Wyniki (liczba sztuk na godzinę) przed zainstalowaniem głośników były następujące: 35, 20, 40, 30, 38, 42, 30, 22, a po zainstalowaniu głośników: 36, 24, 52, 46, 44,

50, 40, i 48. Zakładając, że wydajność pracy ma rozkład normalny, zweryfikować na poziomie istotności 0.05 hipotezę, że wydajność pracy przy muzyce wzrasta.

Zadanie 5.19
W celu oszacowania dokładności pomiarów wykonywanych pewnym przyrządem dokonano 8 pomiarów pewnej wielkości i otrzymano wyniki: 18.17, 18.21, 18.05, 18.14, 18.19, 18.22, 18.06, 18.08. Zweryfikować na poziomie istotności 0.05 hipotezę, że wariancja wskazań przyrządu wynosi 0.06. Zakładamy, że wskazania przyrządu mają rozkład normalny.

Zadanie 5.20
Zakłada się, że rozkład średnicy produkowanych śrub jest rozkładem normalnym o nominalnym odchyleniu standardowym nie przekraczającym 0.2 mm. Dokonano 10 pomiarów średnicy losowo wybranych śrub, otrzymując wariancję na poziomie 0.0784 mm^2. Przyjmując poziom istotności równy 0.10, zweryfikować hipotezę, że faktyczna wariancja średnicy śrub jest zgodna z zakł adaną normą.

Zadanie 5.21
W celu sprawdzenia dokładności pomiarów natężenia prądu dwoma różnymi amperomierzami, wykonano 7 pomiarów natężenia prądu rzędu $7A$ jednym amperomierzem oraz 6 pomiarów natężenia prądu rzędu $4A$ drugim amperomierzem. Dla pierwszego otrzymano wyniki: 7.2, 6.7, 6.9, 6.9, 7.2, 7.0, 7.1, a dla drugiego amperomierza wyniki: 4.4, 3.8, 4.4, 3.6, 3.3, 4.5. Na poziomie istotności 0.05 sprawdzić hipotezę o jednakowej wariancji pomiarów natężenia prądu obu amperomierzami.

Zadanie 5.22
W celu zbadania zróżnicowania wielkości plonów jabłek w indywidualnych gospodarstwach rolnych w Grójeckim Okręgu Sadowniczym w 1993 i 1994 r. wylosowano po 21 gospodarstw i zarejestrowano wysokość plonów osiągniętych przez nie w dwóch kolejnych latach. Ustalono, że zróżnicowanie wielkości plonów, mierzone wielkością odchylenia standardowego, wynosiło w 1993 r. 3.78 [t/ha], a w 19994 r. - 4.23 [t/ha]. Na poziomie istotności 0.01 sprawdzić, czy wariancja plonów jabłek w 1994 r. nie zmieniła się w porównaniu z rokiem 1993?

Zadanie 5.23
W celu zbadania poprawności działania generatora liczb pseudolosowych wygenerowano 320 cyfr (od 0 do 9) i otrzymano:

i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
n_i	33	32	29	31	37	34	34	26	32	32

Sprawdzić, czy wygenerowane cyfry mają rozkład równomierny. Przyjąć poziom istotności 0.01.

Zadanie 5.24
W celu sprawdzenia czy kostka sześcienna do gry jest rzetelna, dokonano 120 rzutów i otrzymano następujące wyniki:

Liczba oczek	1	2	3	4	5	6
Liczba rzutów	24	15	18	16	25	22

Na poziomie istotności 0.05 zweryfikować hipotezę, że wszystkie liczby oczek w rzucie tą kostką mają identyczne prawdopodobieństwo wyrzucenia.

Zadanie 5.25
Wyznaczono liczby błędów przy korekcie 485-stronicowej książki i otrzymano następujące dane:

Liczba błędów	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Liczba stron	69	120	134	95	40	18	5	3	1

Na poziomie istotności 1% zweryfikować hipotezę, że liczba błędów na stronicy ma rozkład Poissona.

Zadanie 5.26
Losowa próba 200 niezależnych obserwacji miesięcznych wydatków na żywność rodzin 3 osobowych dała następujący rozkład tych wydatków (w tys. zł):

Wydatki $(x_i; x_{i+1}]$	Liczność n_i
1.0 - 1.2	15
1.2 - 1.4	45
1.4 - 1.6	70
1.6 - 1.8	50
1.8 - 2.0	20

Na poziomie istotności 0.1 zweryfikować hipotezę, że wydatki na żywność w rozpatrywanych rodzinach mają rozkład normalny.

Zadanie 5.27
Celem oszacowania wieku lekarzy pracujących na wsiach w Polsce wybrano niezależnie grupę 180 lekarzy pracujących na wsi i otrzymano następujące dane dotyczące ich wieku (w latach):

Wiek $(x_i; x_{i+1}]$	Liczność n_i
26 - 34	10
34 - 42	25
42 - 50	100
50 - 58	35
58 - 66	10

Na poziomie istotności 0.05 zweryfikować hipotezę, że wiek lekarzy pracujących na wsi ma rozkład normalny.

Zadanie 5.28

Pracownicy fabryk pewnego zjednoczenia charakteryzują się różną absencją. Wysunięto przypuszczenie, że absencja zależy od płci. Przyjmując poziom istotności 0.10, zweryfikować to przypuszczenie na podstawie poniższych danych:

Liczba dni	Płeć	
nieobecności	kobiety	mężczyźni
0 - 5	300	500
5 - 20	80	70
20 i więcej	20	30

Zadanie 5.29

Właściciel palarni kawy twierdzi, że stopień palenia kawy nie ma wpływu na jej smak. W celu udowodnienia tej tezy wybrano pewną mieszankę kawy i poddano ją procesowi palenia w różnym stopniu. Uzyskano następujące wyniki:

	smak kawy		
	normalna	gorzka	bardzo gorzka
słabo palona	5	9	4
mocno palona	2	12	8
bardzo mocno palona	1	7	14

W oparciu o powyższe dane odpowiedzieć na pytanie, czy wł aściciel palarni kawy ma rację (przyjąć poziom istotności 0.05).

Zadanie 5.30

Badano, czy istnieje związek między wykształceniem a tolerancją. W tym celu przeprowadzono badanie na 220 osobach i otrzymano następujące wyniki:

	tolerancja	brak tolerancji
wykształcenie wyższe	71	29
brak wyższego wykształcenia	57	63

Na poziomie istotności 0.01 zweryfikować hipotezę, że istnieje związek między wykształceniem a tolerancją.

Zadanie 5.31

Wylosowano próbę 400 nabywców wprowadzonego na rynek nowego produktu i zadano im pytanie, skąd dowiedzieli się o istnieniu produktu. Drugie pytanie dotyczyło wykształcenia nabywców. Uzyskane informacje przedstawia poniższa tabela.

Wykształcenie	Źródło informacji		
	reklama w TV	reklama w czasopismach	inne
Wyższe	5	70	15
Średnie	70	140	30
Podstawowe i zawodowe	55	10	5

Na poziomie istotności 0.05 zweryfikować hipotezę o niezależności badanych zmiennych w populacji.

Zadanie 5.32

W ankiecie rozesłanej wśród pracowników pewnego resortu pytano, czy chcieliby zmienić obecne miejsce pracy. Wyniki odpowiedzi na to pytanie w poszczególnych grupach zarobkowych były następujące:

Zarobek	Odpowiedź	
(w PLN)	Tak	Nie
800 - 1000	46	62
1000 - 1200	94	146
1200 - 1400	249	501
1400 - 1600	126	326
1600 - 1800	43	135
1800 - 2000	26	70

Na poziomie istotności 0.01 zweryfikować hipotezę, że chęć zmiany miejsca pracy nie zależy od wysokości zarobków.

Zadanie 5.33

Dziesięciu kierowców samochodowych startuje w kolejnych zawodach zbierając punkty, których suma określa ich lokatę w tabeli. Interesuje nas odpowiedź na pytanie: jaka jest współ zależność między oceną kierowcy na podstawie miejsca zajmowanego w tabeli po sześciu wyścigach (cecha X) a oceną na podstawie miejsca w siódmym wyścigu (cecha Y)

Miejsce po sześciu wyścigach	2	4	10	1	7	8	9	3	5	6
Miejsce w siódmym wyścigu	1	2	7	3	4	10	9	6	8	5

Wyznaczyć współczynnik korelacji rang Spearmana i przetestować odpowiednią hipotezę na poziomie istotności 0.05.

Zadanie 5.34

Dwaj profesorowie postanowili dokonać oceny zdolności jedenastu studentów. W tym celu każdy z profesorów uszeregował wspomnianych studentów od najzdolniejszego do najmniej zdolnego. Czy opinie obu profesorów są zależne?

Profesor X	1	7	8	3	6	10	9	2	11	4	5
Profesor Y	4	8	10	1	5	9	11	3	7	2	6

Wyznaczyć współczynnik korelacji rang Spearmana i przetestować odpowiednią hipotezę na poziomie istotności 0.01.

Zadanie 5.35
Interesuje nas, czy istnieje zależność pomiędzy wynikami uzyskiwanymi podczas egzaminu z Rachunku Prawdopodobieństwa i Statystyki (RPiS) oraz z Matematyki Dyskretnej (MD) na II roku studiów zaocznych Wyższej Szkoły Informatyki Stosowanej i Zarządzania w Warszawie. Wykładowcy wypisali imiona siedmiu studentów w kolejności odpowiadającej ocenie zasobu wiadomości posiadanych przez danego studenta (tzn. od "najlepszego" studenta do "najgorszego"studenta):

RPiS	Jaś	Kazio	Ula	Zenek	Stefcia	Franek	Edek
MD	Kazio	Ula	Jaś	Zenek	Franek	Stefcia	Edek

Podać wartość miary współzależności pomiędzy wynikami uzyskiwanymi podczas egzaminu z obu przedmiotów i skomentować uzyskany wynik przeprowadzając odpowiedni test na poziomie istotności 0.01.

Zadanie 5.36
W wybranych dziesięciu państwach europejskich zanotowano następujące dane dotyczące liczby zawieranych małżeństw i liczby rozwodów na 1000 mieszkańców w 1996 roku.

Liczba małżeństw	5.2	6.8	4.8	4.7	5.0	5.4	6.4	5.2	5.3	6.5
Liczba rozwodów	2.2	2.4	2.0	0.9	0.8	2.3	1.7	2.1	1.0	1.4

Czy istnieje zależność liczby rozwodów od liczby zawieranych małżeństw? Wyznaczyć współczynnik korelacji rang Spearmana i zweryfikować odpowiednią hipotezę na poziomie istotności 0.05.

Zadanie 5.37
Na poziomie istotności 0.01 stwierdzić, czy istnieje związek między wysokością osiągniętego zysku, a wysokością wypłaconej dywidendy w wybranych dziewięciu spółkach notowanych na Giełdzie Papierów Wartościowych. Dane zawarto w poniższej tabeli:

Zysk na 1 akcję w PLN	10.75	4.53	8.37	1.95	3.24	7.04	4.97	1.83
Dywidenda na 1 akcję w PLN	1.80	1.00	0.80	0.50	0.52	5.00	1.25	0.50

Zadanie 5.38
Spośród studentów pewnego wydziału wylosowano niezależnie ośmiu studentów IV roku i otrzymano dla nich następujące średnie oceny uzyskane na I roku oraz na IV roku:

I rok	3.5	4.0	3.8	4.6	3.9	3.0	3.5	3.9
IV rok	4.2	3.9	3.8	4.5	4.2	3.4	3.8	3.9

a) Wyestymować wartość współczynnika korelacji liniowej.

b) Czy na poziomie istotności 5% można twierdzić, że wyniki uzyskiwane w nauce na I-szym i IV-tym roku są skorelowane?

Zadanie 5.39
W dziesięciu gospodarstwach wiejskich badano przeciętne dzienne spożycie ziemniaków (zmienna X) i wielkość spożycia artykułów zbożowych (zmienna Y) przypadającą na członka rodziny. Otrzymano następujące wyniki:

x_i (w kg)	0.70	0.60	0.80	0.85	0.55	0.65	0.90	1.00	0.75	0.50
y_i (w kg)	0.50	0.70	0.50	0.40	0.75	0.60	0.30	0.20	0.55	0.70

Na poziomie istotności 0.01 zweryfikować hipotezę o istotności korelacji liniowej między spożyciem ziemniaków a spożyciem artykułów zbożowych przez jednego członka w badanej rodzinie.

Zadanie 5.40
Przypuszcza się, że istnieje zależność między zużyciem węgla w kotłowni pewnego zakładu a temperaturą otoczenia. Dokonano pięciu pomiarów i otrzymano następujące wyniki:

Zużycie węgla (w tonach)	5	4	6	8	12
Temperatura powietrza (^0C)	15	5	0	-5	-15

Sprawdzić wysunięte przypuszczenie na poziomie istotności 0.01.

Zadanie 5.41
Badano reakcje pacjentów na wielkość dawki pewnego leku przeciwbólowego i otrzymano następujące dane dotyczące średniego czasu działania leku:

Wielkość dawki (w mg)	0.5	1	1.5	2	3	4	8
Czas działania leku (w min)	28	67	80	109	120	154	176

Wyestymować wartość współczynnika korelacji liniowej między wielkością dawki, a czasem działania leku. Czy na poziomie istotności 0.05 można twierdzić, że wielkość dawki i średni czas działania leku są skorelowane?

Zadanie 5.42
Podczas badania zmęczenia pracowników nieprzerwaną pracą trwającą od 1 do 5 godzin, otrzymano następujące dane dotyczące średniej liczby błędów popełnionych w teście jakiemu poddano pracowników:

Czas pracy (w godzinach)	1	2	3	4	5
Średnia liczba błędów	2	3	6	11	20

Wyestymować wartość współczynnika korelacji liniowej między czasem nieprzerwanej pracy a średnią liczbą popełnianych błędów. Czy na poziomie istotności 1% można twierdzić, że czas nieprzerwanej pracy i średnia liczba błędów są skorelowane?

Zadanie 5.43
Wylosowano 10 rodzin i zbadano miesięczny dochód przypadający na jednego członka rodziny (w tys. zł) - cecha X, oraz wyrażoną w procentach część budżetu rodzinnego

przeznaczoną na zakup artykułów żywnościowych - cecha Y. Otrzymano następujące dane:

$$\overline{x} = 2.375, \quad \overline{y} = 77, \quad \sum x_i^2 = 60.9375, \quad \sum y_i^2 = 60800, \quad \sum x_i y_i = 1812.5.$$

Na poziomie istotności 0.05 zweryfikować hipotezę, że istnieje ujemna korelacja między dochodem przypadającym na jednego członka rodziny a wydatkami na artykuły żywnościowe w tej rodzinie.

Zadanie 5.44
W celu zbadania jaki wpływ ma długość czasu pracy pewnego urządzenia (cecha X) na przeciętny czas bezawaryjnej pracy tego urządzenia (cecha Y), zestawiono dane z 10 przedsiębiorstw i otrzymano następujące wyniki:

$$\overline{x} = 37.5, \quad \overline{y} = 6.6, \quad \sum x_i^2 = 16125, \quad \sum y_i^2 = 461.5, \quad \sum x_i y_i = 2260.$$

Na poziomie istotności 0.05 zweryfikować hipotezę, że współczynnik korelacji między czasem pracy a przeciętnym czasem bezawaryjnej pracy omawianego urządzenia nie różni się istotnie od -0.8.

Odpowiedzi

Podstawy rachunku prawdopodobieństwa

1.1 a) $P(A) = \frac{\binom{4}{1}\binom{6}{3}}{\binom{10}{4}} = \frac{8}{21} \simeq 0.381$,

b) $P(B) = 1 - P(B') = 1 - \frac{\binom{6}{4}}{\binom{10}{4}} = \frac{13}{14} \simeq 0.929$

1.2 $P(A) = 1 - P(A') = 1 - 2\frac{\binom{15}{10}}{\binom{20}{10}} = \frac{625}{646} \simeq 0.967$

1.3 $P(A) = \frac{4}{4^4} = \frac{1}{64} \simeq 0.016$

1.4 a) $P(A) = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{6^3} = \frac{5}{9} \simeq 0.556$
b) $P(B) = \frac{6}{6^3} = \frac{1}{36} \simeq 0.028$

1.5 $P(A) = \frac{1}{6^5} = \frac{1}{7776} \simeq 0.00013$

1.6 $P(A) = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot \ldots \cdot 4}{10^7} = \frac{189}{3125} \simeq 0.06$

1.7 $P(A) = \frac{\binom{6}{3}\binom{2}{1}}{\binom{8}{4}} = \frac{4}{7} \simeq 0.571$

1.8 a) $P(A) = \frac{\binom{6}{3}\binom{14}{2}}{\binom{20}{5}} = \frac{455}{3876} \simeq 0.117$

b) $P(B) = 1 - P(B') = 1 - \frac{\binom{14}{5}}{\binom{20}{5}} = \frac{6751}{7752} \simeq 0.871$

1.9 $P(A) = \frac{\binom{5}{4}2^4}{\binom{10}{4}} = \frac{8}{21} \simeq 0.381$

1.10 a) $P(A) = \frac{\binom{43}{6}}{\binom{49}{6}} = \frac{435461}{998844} \simeq 0.436$

b) $P(B) = \frac{1}{\binom{49}{6}} = \frac{1}{13983816} \simeq 7.15 \cdot 10^{-8}$

c) $P(C) = \frac{\binom{6}{3}\binom{43}{6}}{\binom{49}{6}} = \frac{8815}{499422} \simeq 0.018$

1.11 $P(A) = \frac{6}{6^3} = \frac{1}{36} \simeq 0.028$

1.12 $P(A) = \frac{\binom{12}{2}\binom{10}{2} \cdot \ldots \cdot \binom{2}{2}}{6^{12}} = \frac{1925}{559872} \simeq 0.003$

1.13 a) $P(A) = \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3}{4} = 0.75$

b) $P(B) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^4 + \left(\frac{1}{2}\right)^6 + \ldots = \sum\limits_{k=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^{2k} = \frac{1}{3} \simeq 0.333$

1.14 a) $P(A) = \frac{3\cdot 9\cdot 8 + 1\cdot 3\cdot 8}{10\cdot 9\cdot 8} = \frac{1}{3} \simeq 0.333$
b) $P(B) = \frac{3\cdot 10\cdot 10 + 1\cdot 3\cdot 10 + 1\cdot 1\cdot 6}{10^3} = \frac{42}{125} = 0.336$

1.15 $P(A) = \frac{9\cdot 9\cdot 8}{9\cdot 10\cdot 10} = \frac{18}{25} = 0.72$

1.16 a) $P(A) = \frac{2\cdot 5\cdot 8!}{10!} = \frac{1}{9} \simeq 0.111$
b) $P(B) = \frac{3!\cdot 8\cdot 7!}{10!} = \frac{1}{15} \simeq 0.067$

1.17 $P(A) = \frac{10!\cdot 9!}{19!} = \frac{1}{92378} \simeq 1.08 \cdot 10^{-5}$

1.18 $P(A) = 1 - P(A') = 1 - \frac{4!\cdot 5!}{8!} = \frac{13}{14} \simeq 0.929$

1.19 $P(A) = \frac{3!\cdot 4!}{7!} = \frac{1}{35} \simeq 0.029$

1.20 Niech $x-$ moment przyjścia Zenka na skrzyżowanie A, $y-$ moment przyjścia Henia na skrzyżowanie B, zdarzenie S - doszło do spotkania.
$\Omega = \{(x,y) \in R^2 : x \in [16,17], y \in [16,17]\}$, $S = \left\{(x,y) \in R^2 : |x-y| \le \frac{2}{15}\right\}$.
Ze wzoru na prawdopodobieństwo geometryczne otrzymujemy:
$P(S) = 1 - \left(\frac{13}{15}\right)^2 = \frac{56}{225} \simeq 0.249$

1.21 Ze wzoru na prawdopodobieństwo geometryczne otrzymujemy:
$P(A) = 1 - \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{7}{16} \simeq 0.438$

1.22 Ze wzoru na prawdopodobieństwo geometryczne otrzymujemy:
$P(A) = \frac{1}{4} = 0.25$

1.23 Oznaczmy następujące zdarzenia: A- wybrano rodzinę z dwoma chłopcami, B- starsze dziecko jest chłopcem, C- jest co najmniej jeden chłopiec. Wówczas:
a) $P(A|B) = \frac{1}{2} = 0.5$, b) $P(A|C) = \frac{1}{3} \simeq 0.333$

1.24 Oznaczmy następujące zdarzenia: $A-$ student II roku zaliczył ćwiczenia z RPiS, $B-$ student II roku zdał egzamin z RPiS w pierwszym terminie. Wówczas:
$P(B|A) = \frac{0.6}{0.9} = \frac{2}{3} \simeq 0.667$

1.25 Oznaczmy następujące zdarzenia: $A-$ przeczytanie ogłoszenia w gazecie, $B-$ skontaktowanie się z firmą pana Józia. Wówczas:
$P(A \cap B) = P(B|A)P(A) = 0.001 \cdot 0.2 = 0.0002$

1.26 Oznaczmy następujące zdarzenia: K_1- korek na I skrzyżowaniu, K_2- korek na II skrzyżowaniu. Wówczas: $P(K_2|K_1) = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{2}} = \frac{2}{3} \simeq 0.667$

1.27 Oznaczmy następujące zdarzenia: Z_1- zajęty I telefon, Z_2- zajęty II telefon, $W-$ co najmniej jeden telefon wolny. Wówczas:

$P(W) = 1 - P(Z_1 \cap Z_2) = 1 - P(Z_1|Z_2)P(Z_2) = 1 - 0.4 \cdot 0.7 = 0.72$

1.28 Oznaczmy następujące zdarzenia: $K-$ wylosowano kobietę, $M-$ wylosowano mężczyznę, $O-$ wylosowana osoba ogląda programy typu "reality show". Wówczas:
a) $P(O) = P(O|K)P(K) + P(O|M)P(M) = 0.8 \cdot \frac{3}{7} + 0.45 \cdot \frac{4}{7} = 0.6$
b) $P(M|O) = \frac{P(O|M)P(M)}{P(O)} = \frac{0.45\cdot\frac{4}{7}}{0.6} = \frac{3}{7} \simeq 0.429$

1.29 Oznaczmy następujące zdarzenia: : $K-$ wylosowano kobietę, $M-$ wylosowano mężczyznę, $A-$ wylosowana osoba pasjonuje się piłką nożną. Wówczas:
$P(K|A) = \frac{P(A|K)P(K)}{P(A)} = \frac{P(A|K)P(K)}{P(A|K)P(K)+P(A|M)P(M)} = \frac{0.15\cdot\frac{5}{13}}{0.15\cdot\frac{5}{13}+0.9\cdot\frac{8}{13}} \simeq 0.095$

1.30 Oznaczmy następujące zdarzenia: : $K-$ wylosowano kobietę, $M-$ wylosowano mężczyznę, $A-$ wylosowana osoba ma ona krew grupy "0". Wówczas:
$P(K|A) = \frac{P(A|K)P(K)}{P(A)} = \frac{P(A|K)P(K)}{P(A|K)P(K)+P(A|M)P(M)} = \frac{0.15\cdot\frac{7}{15}}{0.15\cdot\frac{7}{15}+0.2\cdot\frac{8}{15}} \simeq 0.385$

1.31 Oznaczmy następujące zdarzenia: $K-$ wylosowano kobietę, $M-$ wylosowano mężczyznę, $A-$ wylosowana osoba nie rozróżnia kolorów. Wówczas:
$P(M|A) = \frac{P(A|M)P(M)}{P(A)} = \frac{P(A|M)P(M)}{P(A|M)P(M)+P(A|K)P(K)} = \frac{0.05\cdot\frac{1}{2}}{0.05\cdot\frac{1}{2}+0.002\cdot\frac{1}{2}} \simeq 0.962$

1.32 Oznaczmy następujące zdarzenia: H_1- wybrano monetę z dwoma orłami, H_2- wybrano zwykłą monetę, $A-$ w wyniku 10 rzutów otrzymano 10 orłów. Wówczas:
$P(H_1|A) = \frac{P(A|H_1)P(H_1)}{P(A)} = \frac{P(A|H_1)P(H_1)}{P(A|H_1)P(H_1)+P(A|H_2)P(H_2)} = \frac{1\cdot 0.01}{1\cdot 0.01+\frac{1}{2^{10}}0.99} \simeq 0.912$

1.33 Oznaczmy następujące zdarzenia: H_1- zarząd banku "Fortuna" ustąpi, H_2- zarząd banku "Fortuna" nie ustąpi, $A-$ "Pewność" przejmie kontrolę nad "Fortuną". Wówczas:
$P(A) = P(A|H_1)P(H_1) + P(A|H_2)P(H_2) = 0.65 \cdot 0.7 + 0.3 \cdot 0.3 = 0.545$

1.34 Oznaczmy następujące zdarzenia: $D-$ dynamiczny wzrost ekonomiczny, $U-$ umiarkowany wzrost ekonomiczny, $S-$ słaby wzrost ekonomiczny, $A-$ złotówka zyskuje na wartości. Wówczas:
$P(D|A) = \frac{P(A|D)P(D)}{P(A)} = \frac{P(A|D)P(D)}{P(A|D)P(D)+P(A|U)P(U)+P(A|S)P(S)} = \frac{0.7\cdot 0.3}{0.7\cdot 0.3+0.4\cdot 0.5+0.2\cdot 0.2} \simeq 0.467$

1.35 Oznaczmy następujące zdarzenia: $W-$ włamanie, $N-$ nie było włamania, $A-$ włączenie się alarmu. Wówczas:
$P(W|A) = \frac{P(A|W)P(W)}{P(A)} = \frac{P(A|W)P(W)}{P(A|W)P(W)+P(A|N)P(N)} = \frac{0.95\cdot 0.005}{0.95\cdot 0.005+0.01\cdot 0.995} \simeq 0.323$

1.36 Oznaczmy następujące zdarzenia: H_1- "Motyka" przystąpi do przetargu, H_2- "Motyka" nie przystąpi do przetargu, $K-$ zawarcie kontraktu przez firmę "Radlo". Wówczas:
$P(K) = P(K|H_1)P(H_1) + P(K|H_2)P(H_2) = 0.25 \cdot 0.4 + 0.7 \cdot 0.6 = 0.52$

1.37 Oznaczmy następujące zdarzenia: $A-$ detal wyprodukowano na maszynie A, $B-$ detal wyprodukowano na maszynie B, $C-$ detal wyprodukowano na maszynie C, $W-$ detal jest wadliwy. Wówczas:

a) $P(W) = P(W|A)P(A) + P(W|B)P(B) + P(W|C)P(C) = 0.04 \cdot \frac{2}{9} + 0.05 \cdot \frac{3}{9} + 0.02 \cdot \frac{4}{9} \simeq 0.034$

b) $P(A|W) = \frac{P(W|A)P(A)}{P(W)} = \frac{0.04 \cdot \frac{2}{9}}{0.034} \simeq 0.258$

1.38 Oznaczmy następujące zdarzenia: $A-$ procesor pochodzi od I importera, $B-$ procesor pochodzi od II importera, $C-$ procesor pochodzi od III importera, $W-$ procesor jest wadliwy. Wówczas:

a) $P(W) = P(W|A)P(A) + P(W|B)P(B) + P(W|C)P(C) = 0.05 \cdot 0.25 + 0.04 \cdot 0.35 + 0.02 \cdot 0.4 = 0.0345$

b) $P(C|W) = \frac{P(W|C)P(C)}{P(W)} = \frac{0.02 \cdot 0.4}{0.0345} = 0.232$

1.39 Oznaczmy następujące zdarzenia: $A-$ nadano sygnał A, $B-$ nadano sygnał B, $Z-$ nastąpił zanik sygnału. Wówczas:

$P(Z) = P(Z|A)P(A) + P(Z|B)P(B) = 0.1 \cdot 0.6 + 0.1 \cdot 0.4 = 0.1$

1.40 Oznaczmy następujące zdarzenia: E - randka z Elą, K - randka z Krysią, $A-$ randka z przynajmniej jedną z dziewcząt. Wówczas:

$P(A) = P(E \cup K) = 0.5 + 0.7 - 0.5 \cdot 0.7 = 0.85$

1.41 Oznaczmy następujące zdarzenia: $R-$ wygranie koszulki w konkursie radia RMF, $Z-$ wygranie koszulki w konkursie radia Zet, $A-$ wygranie co najmniej jednej koszulki. Wówczas: $P(A) = P(R \cup Z) = 0.1 + 0.2 - 0.1 \cdot 0.2 = 0.32$.

1.42 Oznaczmy następujące zdarzenia: A_i- poprawna odpowiedź na i - te pytanie, $i = 1, 2, 3$, $N-$ Kazio nie zostanie wyrzucony z egzaminu. Wówczas:

$P(N) = P(A_1 \cup A_2 \cup A_3) = 1 - P(A_1' \cap A_2' \cap A_3') = \frac{19}{27} \simeq 0.704$

1.43 Oznaczmy następujące zdarzenia: A_i- trafienie w tarczę przez i - tego strzelca, $i = 1, 2, 3$. Wówczas:

a) $P(A) = P(A_1 \cup A_2 \cup A_3) = 1 - P(A_1' \cap A_2' \cap A_3') = 0.976$

b) $P(B) = P(A_1 \cap A_2 \cap A_3') + P(A_1 \cap A_2' \cap A_3) + P(A_1' \cap A_2 \cap A_3) = 0.452$

1.44 Oznaczmy następujące zdarzenia: A_i- awaria drukarki w i - tym roku użytkowania, $i = 1, 2, 3$, $N-$ drukarka nie ulegnie awarii w ciągu pierwszych trzech lat użytkowania. Wówczas:

$P(N) = P(A_1' \cap A_2' \cap A_3') = P(A_1')P(A_2'|A_1')(A_3'|A_1' \cap A_2') = 0.99 \cdot 0.98 \cdot 0.9 \simeq 0.87$

1.45 Oznaczmy następujące zdarzenia: A_i- Zenek siedzi dłużej niż godzinę u i - tej ciotki , $i = 1, 2, 3$, (zakładamy, że zdarzenia te są niezależne), $M-$ Zenek zdąży na mecz. Wówczas:

$P(M) = P(A_1' \cap A_2' \cap A_3') = 0.8 \cdot 0.6 \cdot 0.9 = 0.432$

1.46 Oznaczmy następujące zdarzenia: T - tramwaj się spóźnił, A - autobus się spóźnił (zakładamy, że A i T są niezależne), C - Lolek przyjedzie do pracy na czas. Wówczas:

$P(C) = P(T' \cap A') = 0.9 \cdot 0.7 = 0.63$

1.47 Oznaczmy następujące zdarzenia: A_i- działanie i - tego systemu alarmowego, $i = 1, 2$, $Z-$oba systemy zawiodą jednocześnie. Wówczas:

$P(Z) = P(A_1' \cap A_2') = 0.1^2 = 0.01$

1.48 Oznaczmy następujące zdarzenia: $A-$ działa przekaźnik A, $B-$ działa przekaźnik B, $C-$ działa przekaźnik C, $D-$ działa przekaźnik D, $U-$ przekazanie sygnału przez układ. Wówczas:

$P(U) = P[A \cap B \cap (C \cup D)] = P(A)P(B)[1 - P(C')P(D')] = 0.5376$

1.49 Oznaczmy następujące zdarzenia: $A-$ działa przekaźnik A, $B-$ działa przekaźnik B, $C-$ działa przekaźnik C, $D-$ działa przekaźnik D, $E-$ działa przekaźnik E, $U-$ przekazanie sygnału przez układ. Wówczas:

a) $P(U) = P[(A \cup B) \cap (C \cup D \cup E)] =$
$= [1 - P(A')P(B')][1 - P(C')P(D')P(E')] \simeq 0.952$

b) $P(U) = P[A \cap [(B \cap C) \cup D]] =$
$= P(A)[P(B)P(C) + P(D) - P(B)P(C)P(D)] \simeq 0.883$

Zmienne losowe

2.1 a)

x_i	0	1	2	3
$P(X = x_i)$	1/8	3/8	3/8	1/8

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{dla } x < 0, \\ 1/8 & \text{dla } 0 \le x < 1, \\ 1/2 & \text{dla } 1 \le x < 2, \\ 7/8 & \text{dla } 2 \le x < 3, \\ 1 & \text{dla } x \ge 3. \end{cases}$$

b) $P(X > 1) = 0.5$

2.2 a)

x_i	0	1.2	2.4
$P(X = x_i)$	0.5	0.2	0.3

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{dla } x < 0, \\ 0.5 & \text{dla } 0 \le x < 1.2, \\ 0.7 & \text{dla } 1.2 \le x < 2.4, \\ 1 & \text{dla } x \ge 2.4 \end{cases}$$

b) $P(X < 2) = 0.7$

2.3 a) $p = 0.2$,

b) $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{dla } x < 0, \\ 0.1 & \text{dla } 0 \le x < 1, \\ 0.2 & \text{dla } 1 \le x < 2, \\ 0.3 & \text{dla } 2 \le x < 3, \\ 0.6 & \text{dla } 3 \le x < 4, \\ 0.8 & \text{dla } 4 \le x < 5, \\ 1 & \text{dla } x \ge 5 \end{cases}$

c) $P(X \le 3) = 0.6$

2.4 a)

x_i	0	1	2	3	4
$P(X = x_i)$	0.3	0.2	0.3	0.1	0.1

b) $P(X \ge 3) = 0.2$
c) $EX = 1.5$, $VarX = 1.65$, $\sigma = \sqrt{VarX} \simeq 1.284$

2.5 a)

x_i	1	1.5	5
$P(X = x_i)$	0.6	0.3	0.1

b) $P(X \le 2) = 0.9$
c) $EX = 1.55$, $VarX \simeq 1.373$, $\sigma = \sqrt{VarX} \simeq 1.172$

2.6 Niech zmienna losowa X oznacza liczbę studentów, którzy nie pracują, w 8-osobowej grupie. Wówczas $X \sim Bin(n,p)$, gdzie $n = 8, p = 0.2$. Stąd
$P(X \ge 3) = 1 - \left[\binom{8}{0}0.2^0 0.8^8 + \binom{8}{1}0.2^1 0.8^7 + \binom{8}{2}0.2^2 0.8^6\right] \simeq 0.203$

2.7 Niech zmienna losowa X oznacza liczbę mężczyzn bez prawa jazdy w 6-osobowej grupie. Wówczas $X \sim Bin(n,p)$, gdzie $n = 6, p = 0.15$. Stąd
$P(X \le 1) = \binom{6}{0}0.15^0 0.85^6 + \binom{6}{1}0.15^1 0.85^5 \simeq 0.776$

2.8 Niech zmienna losowa X oznacza liczbę wolnych komputerów. Wówczas $X \sim Bin(n,p)$, gdzie $n = 4, p = 0.2$. Stąd $EX = 0.8$, $VarX = 0.04$, $\sigma = \sqrt{VarX} = 0.2$ oraz $P(X \ge 2) = 1 - \left[\binom{4}{0}0.2^0 0.8^4 + \binom{4}{1}0.2^1 0.8^3\right] \simeq 0.181$

2.9 Niech zmienna losowa X oznacza liczbę wolnych krzeseł. Wówczas $X \sim Bin(n,p)$, gdzie $n = 3, p = 0.6$. Stąd $EX = 1.8$, $VarX = 0.72$ oraz
$P(X \ge 2) = \binom{3}{2}0.6^2 0.4^1 + \binom{3}{3}0.6^3 0.4^0 \simeq 0.648$

2.10 Niech zmienna losowa X oznacza liczbę sztuk wadliwych w 10-cio elementowej próbie. Wówczas $X \sim Bin(n,p)$, gdzie $n = 10, p = 0.025$. Stąd
a) $P(X = 0) = \binom{10}{0}0.025^0 0.975^{10} \simeq 0.776$,
b) $P(X \le 3) \simeq 1$

2.11 Niech zmienna losowa X oznacza liczbę e-maili otrzymywanych przez Jasia w ciągu dnia. Wówczas $X \sim P(\lambda)$, gdzie $\lambda = EX = 5$. Stąd
$P(X > 2) = 1 - P(X \le 2) = 1 - \left[\frac{5^0}{0!}e^{-5} + \frac{5^1}{1!}e^{-5} + \frac{5^2}{2!}e^{-5}\right] \simeq 0.875$

2.12 Niech zmienna losowa X oznacza liczbę cząstek emitowanych przez substancję promieniotwórczą w ciągu 10 sekund. Wówczas $X \sim P(\lambda)$, gdzie $\lambda = EX = 3$. Stąd

$P(X > 1) = 1 - P(X \le 1) = 1 - \left[\frac{3^0}{0!}e^{-3} + \frac{3^1}{1!}e^{-3}\right] \simeq 0.801$

2.13 a) $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{dla } x < 0, \\ \frac{1}{16}x^2 & \text{dla } 0 \le x < 4, \\ 1 & \text{dla } x \ge 4. \end{cases}$
b) $EX = \frac{8}{3} \simeq 2.667$, $Med = 2\sqrt{2}$, $VarX = \frac{8}{9} \simeq 0.889$
c) $P(X < 2) = 0.75$

2.14 $A = -2$, $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{dla } x < 0, \\ 2x - x^2 & \text{dla } 0 \le x < 1, \\ 1 & \text{dla } x \ge 1. \end{cases}$
$P(0.5 < X < 1.5). = 0.25$

2.15 a) $C = 1$,
b) $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{dla } x < 0, \\ -\cos x + 1 & \text{dla } 0 \le x < \frac{\pi}{2}, \\ 1 & \text{dla } x \ge \frac{\pi}{2}. \end{cases}$
c) $P(X > \frac{\pi}{6}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$, d) $EX = 1$, $Med = \frac{\pi}{3}$, $VarX = \frac{\pi}{2}$

2.16 a) $f(x) = \begin{cases} 0.1 & \text{dla } x \in (5,15), \\ 0 & \text{dla } x \notin (5,15). \end{cases}$,
b) $P(X < 12) = 0.7$,
c) $EX = 10$, $\sigma = \sqrt{VarX} \simeq 2.886$

2.17 $EX = 2.55$, $\sigma = \sqrt{VarX} \simeq 0.141$, $P(X > 2.7) = 0.2$

2.18 a) $f(x) = \begin{cases} \frac{4}{x^2} & \text{dla } x \ge 2, \\ 0 & \text{dla } x < 2. \end{cases}$,
b) $A = 2$,
c) $P(X \in [4,6]) = \frac{1}{6} \simeq 0.167$,
d) $Med = 4$, EX oraz $VarX$ nie istnieją

2.19 Niech zmienna losowa X oznacza liczbę klientów, który zgłaszają się do centrali w ciągu 10 minut.. Wówczas $X \sim P(\lambda)$, gdzie $\lambda = EX = 0.25\,[1/\text{min}] = 2.5\,[1/10\,\text{min}]$. Stąd $P(X \ge 3) = 1 - P(X \le 2) \simeq 0.456$

2.20 Niech zmienna losowa X oznacza czas poprawnej pracy aparatu telefonicznego. Wówczas $X \sim Exp(\lambda)$, gdzie $\lambda = 0.1\,[1/h]$ i otrzymujemy:
a) $EX = 10\,[h]$, b) $P(X > 20) = e^{-2} \simeq 0.135$

2.21 Niech zmienna losowa X oznacza czas między kolejnymi zgłoszeniami do sieci komputerowej.
a) $X \sim Exp(\lambda)$, gdzie $\lambda = 5\,[1/h]$,
b) $P(X \le \frac{1}{4}) = 1 - e^{-1.25} \simeq 0.713$,
c) $P(X > 1) = e^{-5} \simeq 0.007$.

2.22 Niech zmienna losowa X oznacza długość lotu z Warszawy do Frankfurtu. Wówczas $X \sim N(\mu, \sigma)$, gdzie $\mu = 90, \sigma = 2$ i otrzymujemy:
a) $P(X > 95) = 1 - \Phi(2.5) \simeq 0.00621$,
b) $P(\bar{X} > 91) = 1 - \Phi(1) \simeq 0.15865$,
c) Szukamy c takiego, że $P(X \leq c) = 0.85$. Otrzymujemy: $c \simeq 92.07286$

2.23 Niech zmienna losowa X oznacza wagę. Wówczas $X \sim N(\mu, \sigma)$, gdzie $\mu = 75, \sigma = 4$ i otrzymujemy:
a) $P(X > 83) = 1 - \Phi(2) \simeq 0.023$,
b) $P(X \leq 79) = \Phi(1) \simeq 0.84134$,
c) $P(71 < X \leq 80) = \Phi(1.25) - \Phi(-1) \simeq 0.73569$,
d) $P(\bar{X} > 77) = 1 - \Phi(2) \simeq 0.023$,
e) Szukamy c takiego, że $P(X \leq c) = 0.8$. Otrzymujemy: $c \simeq 78.36648$

2.24 Niech zmienna losowa X oznacza iloraz inteligencji IQ. Wówczas $X \sim N(\mu, \sigma)$, gdzie $\mu = 100, \sigma = \sqrt{225} = 15$ i otrzymujemy:
a) $P(X > 125) = 1 - \Phi(1.67) \simeq 0.04746$,
b) $P(95 < X \leq 110) = \Phi(0.67) - \Phi(-0.33) \simeq 0.37787$,
c) $P(X > 110) = 1 - \Phi(2) \simeq 0.023$,
d) Szukamy c takiego, że $P(X \leq c) = 0.7$. Otrzymujemy: $c \simeq 107.866$.

2.25 Niech zmienna losowa X oznacza wytrzymałość na ściskanie badanego gatunku betonu. Wówczas $X \sim N(\mu, \sigma)$, gdzie $\mu = 6000, \sigma = 100$. Szukamy c takiego, że $P(X \leq c) = 0.95$. Otrzymujemy: $c \simeq 6164.485$

2.26 Niech zmienna losowa X oznacza natężenie prądu w badanym obwodzie. Wówczas $X \sim N(\mu, \sigma)$, gdzie $\mu = 10, \sigma = 2$. Szukamy c takiego, że $P(X \leq c) = 0.98$. Otrzymujemy: $c \simeq 14.1075$

2.27 a) $P(X = 0, Y = 0) = \frac{1}{9} \simeq 0.111$,
b) $EY = \frac{4}{3} \simeq 1.333$, $VarY = \frac{5}{9} \simeq 0.556$

2.28 a) X i Y nie są niezależne,
b) $\rho(X,Y) \simeq 0.053$,
c) $E(X+Y) = 2.9$, $Var(X+Y) = 0.89$

2.29 a) X i Y nie są niezależne,
b) $\rho(X,Y) \simeq -0.26$,
c) $E(2X+Y) = 2.4$, $Var(2X+Y) = 3.04$

2.30 a) $C = 1$,
b) $F(1,3) = 0.25$,
c) $f_X(x) = \begin{cases} 0.5x & \text{dla} \quad 0 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{dla} \quad \text{pozostałych } x. \end{cases}$,

$f_Y(y) = \begin{cases} 2y & \text{dla} \quad 0 \leq y \leq 1, \\ 0 & \text{dla} \quad \text{pozostałych } y. \end{cases}$,

d) $\rho(X,Y) = 0$,
e) $EX = \frac{4}{3}, EY = \frac{2}{3}, VarX = \frac{2}{9}, VarY = \frac{1}{18}$

2.31 a) $C = 6$,
b) $F(\frac{1}{2}, 2) = 0.5$,
c) $f_X(x) = \begin{cases} 6x(1-x) & \text{dla} \quad 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{dla} \quad \text{pozostałych } x. \end{cases}$,

$f_Y(y) = \begin{cases} 3y^2 & \text{dla} \quad 0 \leq y \leq 1, \\ 0 & \text{dla} \quad \text{pozostałych } y. \end{cases}$, X i Y nie są niezależne,

d) $\rho(X,Y) \simeq 0.57737$

2.32 $EX = 39.5$, $\sigma = \sqrt{VarX} \simeq 10.852$

2.33 $EX = 10$, $\sigma = \sqrt{VarX} \simeq 2.646$

2.34 $EX = 1850$, $\sigma = \sqrt{VarX} \simeq 401.248$

2.35 $EX = 1900$, $\sigma = \sqrt{VarX} \simeq 98.48$

2.36 Z CTG otrzymujemy 0.925066

2.37 Z CTG otrzymujemy 0.8173

2.38 Z CTG otrzymujemy 0.018309

2.39 Z CTG otrzymujemy 0.095018

2.40 Z CTG otrzymujemy 0.826391

2.41 Z CTG otrzymujemy 0.0951

2.42 Z CTG otrzymujemy 0

2.43 Z CTG otrzymujemy 0.067708

2.44 Z CTG otrzymujemy 0.68266

2.45 Z CTG otrzymujemy 104 filiżanki.

2.46 Z CTG otrzymujemy 48.

2.47 Z CTG otrzymujemy: 5 błędów.

2.48 Z CTG otrzymujemy 12 pokoi.

2.49 Z CTG otrzymujemy 0.997.

2.50 Z CTG otrzymujemy 0.773373.

2.51 Z CTG otrzymujemy 0.5.

2.52 Z CTG otrzymujemy 1.

2.53 0.5438.

Statystyka opisowa

3.2 c) Rozkład nie posiada mody.
d) Kwantyl dolny $Q_1 = 85$, mediana $Med = Q_2 = 122$.

3.5 a) Średnia $\overline{x} = 30.1167$, odchylenie przeciętne $d = 1.7278$.
b) Kwartyl dolny $Q_1 = 28.6$, mediana $Med = Q_2 = 29.6$, kwartyl górny $Q_3 = 30.1$.
c) Jest jedna obserwacja odstająca równa 39.3.

3.6 a) Średnia $\overline{x} = 22.6$, odchylenie standardowe $s = 5.31239$.
b) Współczynnik zmienności $V = 0.235$.
c) Mediana $Med = Q_2 = 18.375$, kwartyl dolny $Q_1 = 14.875$.

3.7 a) Średnia $\overline{x} = 21.4615$, odchylenie standardowe $s = 7.32138$.
b) Kwartyl dolny $Q_1 = 18$, mediana $Med = Q_2 = 20$, kwartyl górny $Q_3 = 24$.
c) Jest jedna obserwacja odstająca równa 40.

3.8 a) Średnia $\overline{x} = 5.192$, odchylenie przeciętne $d = 1.78176$.
b) Współczynnik zmienności $V = 0.343$.
c) Mediana $Med = Q_2 = 4.583$, kwantyl rzędu 0.3, $q_{0.3} = 2.982$.

3.9 a) Średnia $\overline{x} = 16.425$, odchylenie przeciętne $d = 1.3$.
b) Kwartyl dolny $Q_1 = 16.1$, mediana $Med = Q_2 = 17$, kwartyl górny $Q_3 = 17.5$.
c) Jest jedna obserwacja odstająca równa 10.5.

3.10 a) Średnia $\overline{x} = 1.35714$, odchylenie przeciętne $d = 0.264286$, odchylenie standardowe $s = 0.391849$.
b) Współczynnik zmienności $V = 0.2887$.
c) Mediana $Med = Q_2 = 1.6375$, kwantyl rzędu 0.8, $q_{0.8} = 2.165$.

3.11 a) Średnia $\overline{x} = 11.75$, odchylenie standardowe $s = 5.20708$.
b) Kwartyl dolny $Q_1 = 8$, mediana $Med = Q_2 = 11.5$, kwartyl górny $Q_3 = 13$.
c) Jest jedna obserwacja odstająca równa 26.

3.12 a) Średnia $\overline{x} = 50.9091$, odchylenie przeciętne $d = 8.42975$.
b) Współczynnik zmienności $V = 0.1656$.
c) Moda $Mo = 51.667$, kwantyl rzędu 0.65, $q_{0.65} = 55.05$.

Estymacja

4.1 Niech $X_1, \ldots, X_n$ będzie n-elementową próbą i $x_1, \ldots, x_n$ realizacją tej próby. Dla zmiennej losowej X o rozkładzie wykładniczym $E(X) = 1/\lambda$. Estymatorem parametru λ w metodzie momentów jest:

$$\widehat{\lambda} = \frac{1}{M_1}$$

gdzie $M_1 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^n X_i$. Funkcja wiarogodności

$$L(x_1, \ldots, x_n; \lambda) = \lambda \exp(-\lambda x_1) \cdot \ldots \cdot \lambda \exp(-\lambda x_n) = \lambda^n \exp\left(-\lambda \sum_{i=1}^n x_i\right).$$

Estymatorem parametru λ w metodzie największej wiarogodności jest:

$$\widehat{\lambda} = \frac{n}{\sum_{i=1}^n x_i} = \frac{1}{\overline{x}}.$$

4.2 Niech $X_1, \ldots, X_n$ będzie n-elementową próbą. Dla zmiennej losowej X o rozkładzie gamma $E(X) = \alpha/\beta$, $Var(X) = \alpha/\beta^2$. Estymatorami parametrów α i β w metodzie momentów są:

$$\widehat{\alpha} = \frac{M_1^2}{M_2 - M_1^2}, \qquad \widehat{\beta} = \frac{M_1}{M_2 - M_1^2}$$

gdzie $M_1 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^n X_i$ i $M_2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^n X_i^2$.

4.3 Niech $X_1, \ldots, X_n$ będzie n-elementową próbą i $x_1, \ldots, x_n$ realizacją tej próby. Dla zmiennej losowej X o rozkładzie normalnym $E(X) = \mu$, $Var(X) = \sigma^2$. Estymatorami parametrów μ i σ^2 w metodzie momentów są:

$$\widehat{\mu} = M_1, \qquad \widehat{\sigma^2} = M_2 - M_1^2$$

gdzie $M_1 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^n X_i$. Funkcja wiarogodności

$$\begin{aligned} L(x_1, \ldots, x_n; \mu, \sigma^2) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{(x_1-\mu)^2}{2\sigma^2}\right] \cdot \ldots \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{(x_n-\mu)^2}{2\sigma^2}\right] \\ &= \left(\sqrt{2\pi}\sigma\right)^{-n} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2}\sum_{i=1}^n (x_i-\mu)^2\right]. \end{aligned}$$

Estymatorami parametrów μ i σ^2 w metodzie największej wiarogodności są:

$$\widehat{\mu} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^n x_i, \qquad \widehat{\sigma^2} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^n (x_i - \overline{\mu})^2.$$

4.4 Niech $X_1, \dots, X_n$ będzie n-elementową próbą i $x_1, \dots, x_n$ realizacją tej próby. Dla zmiennej losowej X o rozkładzie Pareto $E(X) = a/(a-1)$. Estymatorem parametru a w metodzie momentów jest:

$$\widehat{a} = \frac{M_1}{M_1 - 1}$$

gdzie $M_1 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$. Funkcja wiarogodności

$$L(x_1, \dots, x_n; a) = a x_1^{-(a+1)} \cdot \ldots \cdot a x_n^{-(a+1)} = a^n (x_1 \cdot \ldots \cdot x_n)^{-(a+1)}.$$

Estymatorem parametru a w metodzie największej wiarogodności jest:

$$\widehat{a} = \frac{n}{\sum_{i=1}^{n} \ln x_i}.$$

4.5 Niech $X_1, \dots, X_n$ będzie n-elementową próbą i $k_1, \dots, k_n$ realizacją tej próby. Dla zmiennej losowej X o rozkładzie Poissona $E(X) = \lambda$. Estymatorem parametru λ w metodzie momentów jest:

$$\widehat{\lambda} = M_1$$

gdzie $M_1 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$. Funkcja wiarogodności

$$L(x_1, \dots, x_n; \lambda) = \frac{\lambda^{k_1}}{k_1!}\exp(-\lambda) \cdot \ldots \cdot \frac{\lambda^{k_n}}{k_n!}\exp(-\lambda) = \frac{\lambda^{k_1 + \ldots k_n}}{k_1! \cdot \ldots \cdot k_n!}\exp(-n\lambda).$$

Estymatorem parametru λ w metodzie największej wiarogodności jest:

$$\widehat{\lambda} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} k_i.$$

4.6 Niech X oznacza długość rozmowy telefonicznej. Z założenia X ma rozkład normalny $N(\mu, \sigma)$, przy czym σ jest znane i wynosi $\sigma = \sqrt{1.44} = 1.2$.

a) $\mu \in (3.906; 4.494)$

b) $\mu \in (3.814; 4.586)$

c) Dla ustalonej liczności próby długość przedziału ufności rośnie wraz ze wzrostem poziomu ufności.

4.7 Niech X oznacza grubość detali. Z założenia X ma rozkład normalny $N(\mu, \sigma)$, μ i σ są nieznane.

a) $\mu \in (1.412; 1.789)$

b) $n = 22$

4.8 Niech X oznacza liczbę kondensatorów wadliwych. Z założenia X ma rozkład dwupunktowy o nieznanym parametrze p (procencie kondensatorów wadliwych).

a) $p \in (0.033; 0.107)$

b) $n = 2637$

4.9 Niech X oznacza czas montowania bębna. Z założenia X ma rozkład normalny $N(\mu, \sigma)$, μ i σ są nieznane.

a) $\mu \in (6.309; 7.351)$

b) $n = 27$

4.10 Niech X oznacza liczbę osób zainteresowanych oglądaniem wybranego programu. Z założenia X ma rozkład dwupunktowy o nieznanym parametrze p (procencie osób zainteresowanych oglądaniem wybranego programu).

a) $p \in (0.6098; 0.6502)$

b) $n = 7203$

4.11 Niech X oznacza czas rozwiązywania zadania. Z założenia X ma rozkład normalny $N(\mu, \sigma)$, μ i σ są nieznane.

a) $\mu \in (13.623; 21.627)$

b) $n = 33$

4.12 Niech X oznacza liczbę studentów w wieku poniżej 20 lat. Z założenia X ma rozkład dwupunktowy o nieznanym parametrze p (procencie studentów w wieku poniżej 20 lat).

a) $p \in (0.0736; 0.1469)$

b) $n = 6764$

4.13 Niech X oznacza liczbę osób z grupą krwi "0". Z założenia X ma rozkład dwupunktowy o nieznanym parametrze p (procencie osób z grupą krwi "0".

a) $p \in (0.298; 0.4936)$

b) $n = 2401$

4.14 Niech X oznacza czas trwania reakcji chemicznej. Z założenia X ma rozkład normalny $N(\mu, \sigma)$, μ i σ są nieznane.

a) $\mu \in (9.104; 12.896)$

b) $n = 45$

4.15 Niech X oznacza liczbę studentów zdających wszystkie egzaminy w pierwszym terminie. Z założenia X ma rozkład dwupunktowy o nieznanym parametrze p (procencie studentów zdających wszystkie egzaminy w pierwszym terminie).

a) $p \in (0.213; 0.387)$

b) $n = 1504$

4.16 Niech X oznacza liczbę błędów popełnianych przez uczniów. Z założenia X ma rozkład normalny $N(\mu, \sigma)$, μ i σ są nieznane.

a) $\mu \in (11.435; 14.121)$

b) $n = 17$

4.17 Niech X oznacza koszt jednostkowy produkcji artykułu. Rozkład zmiennej X nie jest znany lecz próba jest duża. Niech $\mu = E(X)$. Wtedy wartość przeciętna $\mu \in (66.064; 76.936)$.

4.18 Niech X oznacza liczbę rodzin pięcioosobowych w wybranym województwie. Z założenia X ma rozkład dwupunktowy o nieznanym parametrze p (procencie rodzin pięcioosobowych).

a) $p \in (0.1598;\ 0.2474)$

b) $n = 2211$

4.19 Niech X oznacza powierzchnię mieszkań. Rozkład zmiennej X nie jest znany lecz próba jest duża. Niech $\mu = E(X)$. Wtedy wartość przeciętna $\mu \in (49.2;\ 52.6)$.

4.20 Niech X oznacza wysokość zarobkówpracowników przedsiębiorstwa. Rozkład zmiennej X nie jest znany lecz próba jest duża. Niech $\sigma^2 = Var(X)$. Wtedy wariancja $\sigma^2 \in (0.08;\ 0.229)$.

4.21 Niech X oznacza czas produkcji wyrobu. Z założenia X ma rozkład normalny $N(\mu, \sigma)$, μ i σ są nieznane. Przy poziomie ufności 0.98, $\sigma^2 \in (0.0121;\ 0.5385)$ a przy poziomie ufności 0.90, $\sigma^2 \in (0.0169;\ 0.2251)$.

4.22 Niech X oznacza zużycie benzyny. Rozkład zmiennej X nie jest znany lecz próba jest duża. Niech $\sigma^2 = Var(X)$. Wtedy odchylenie standardowe $\sigma \in (0.75;\ 0.85)$.

4.23 Niech X oznacza wysokość wynagrodzeń w przemyśle odzieżowym. Rozkład zmiennej X nie jest znany lecz próba jest duża. Niech $\sigma^2 = Var(X)$. Wtedy odchylenie standardowe $\sigma \in (145.95;\ 165.24)$.

Weryfikacja hipotez

5.1 Niech X oznacza czas rozwiązywania zadania. Z założenia X ma rozkład normalny $N(\mu, 5)$, μ jest nieznane. Hipoteza zerowa H : $\mu = 10$, hipoteza alternatywna K'' : $\mu > 10$. Wartość statystyki testującej $u = 1.837$. Obszar krytyczny $W'' = [1.64; +\infty)$. Ponieważ $u \in W''$, to hipotezę zerową H odrzucamy, co oznacza, że przekonanie studentów jest słuszne.

5.2 Niech X oznacza wagę konserw. Z założenia X ma rozkład normalny $N(\mu, 5)$, μ jest nieznane. Hipoteza zerowa H : $\mu = 250$, hipoteza alternatywna K' : $\mu < 250$. Wartość statystyki testującej $u = -9$. Obszar krytyczny $W' = (-\infty, -2.33]$. Ponieważ $u \in W'$, to hipotezę zerową H odrzucamy, co oznacza, że waga konserw jest istotnie mniejsza niż przewiduje norma.

5.3 Niech X oznacza liczbę punktów na egzaminie z ekonomii. Z zał ożenia X ma rozkład normalny $N(\mu, \sigma)$, μ i σ są nieznane. Hipoteza zerowa H : $\mu = 19$, hipoteza alternatywna K' : $\mu < 19$. Wartość statystyki testującej $t = -0.15$. Obszar krytyczny $W' = (-\infty, -2.4528]$. Ponieważ $t \notin W'$, to hipotezę zerową H przyjmujemy, co oznacza, że średnia liczba punktów uzyskanych na egzaminie wynosi 19.

5.4 Niech X oznacza wagę proszku do prania. Z założenia X ma rozkład normalny $N(\mu, \sigma)$, μ i σ są nieznane. Hipoteza zerowa H : $\mu = 3$, hipoteza alternatywna K' : $\mu < 3$. Wartość statystyki testującej $t = -2.067$. Obszar krytyczny $W' = (-\infty, -1.94]$. Ponieważ $t \in W'$, to hipotezę zerową H odrzucamy, co oznacza, że średnia waga proszku jest istotnie mniejsza od nominalnej wagi.

5.5 Niech X oznacza wysokość zarobków pracowników przedsiębiorstwa. Rozkład zmiennej X nie jest znany lecz próba jest duża. Niech $\mu = E(X)$. Hipoteza zerowa H : $\mu = 1.4$, hipoteza alternatywna K : $\mu \neq 1.4$. Wartość statystyki testującej $u = 3.81$. Obszar krytyczny $W = (-\infty, -1.88] \cup [1.88, +\infty)$. Ponieważ $u \in W$, to hipotezę zerową H odrzucamy, co oznacza, że średnia wysokość zarobków jest istotnie różna od 1.4 tys. zł.

5.6 Niech X oznacza koszty własne produkcji wyrobu. Rozkład zmiennej X nie jest znany lecz próba jest duża. Niech $\mu = E(X)$. Hipoteza zerowa H : $\mu = 500$, hipoteza alternatywna K'' : $\mu > 500$. Wartość statystyki testującej $u = 3.155$. Obszar krytyczny $W'' = [1.405, +\infty)$. Ponieważ $u \in W''$, to hipotezę zerową H odrzucamy, co oznacza, że koszty własne są istotnie wyższe niż 500 zł.

5.7 Niech X oznacza liczbę detali wadliwych produkowanych przez agregat. Z założenia X ma rozkład dwupunktowy o nieznanym parametrze p (procencie detali wadliwych produkowanych przez agregat). Hipoteza zerowa H : $p = 0.01$, hipoteza alternatywna K : $p \neq 0.01$. Wartość statystyki testującej $u = 6.74$. Obszar krytyczny $W = (-\infty, -1.64] \cup [1.64, +\infty)$. Ponieważ $u \in W$, to hipotezę zerową H odrzucamy, co oznacza, że zapewnienie producenta agregatu można obalić.

5.8 Niech X oznacza liczbę osób zainteresowanych oglądaniem wybranego programu. Z założenia X ma rozkład dwupunktowy o nieznanym parametrze p (procencie osób zainteresowanych oglądaniem wybranego programu).Hipoteza zerowa H : $p = 0.75$, hipoteza alternatywna K : $p \neq 0.75$. Wartość statystyki testującej $u = -12.988$. Obszar krytyczny $W = (-\infty, -1.96] \cup [1.96, +\infty)$. Ponieważ $u \in W$, to hipotezę zerową H odrzucamy, co oznacza, że podana przez telewizję ocena oglądalności danego programu nie jest wiarygodna.

5.9 Niech X_1 oznacza pojemność życiową płuc studentów uprawiających sport a X_2 pojemność życiową płuc studentów nieuprawiających sportu. Z założenia X_1, X_2 mają rozkłady normalne $N(\mu_1, 440)$ i $N(\mu_2, 620)$, μ_1, μ_2 są nieznane. Hipoteza zerowa H : $\mu_1 = \mu_2$, hipoteza alternatywna K'' : $\mu_1 > \mu_2$. Wartość statystyki testującej $u = 2.5$. Obszar krytyczny $W'' = [2.33, +\infty)$. Ponieważ $u \in W''$, to hipotezę zerową H odrzucamy, co oznacza, że uprawianie sportu zwiększa pojemność życiową płuc.

5.10 Niech X_1 oznacza dzienną liczbę zakupów dokonywanych w mieście a X_2 dzienną liczbę zakupów dokonywanych na wsi. Z założenia X_1, X_2 mają rozkłady normalne $N(\mu_1, 6)$ i $N(\mu_2, 3)$, μ_1, μ_2 są nieznane. Hipoteza zerowa H : $\mu_1 = \mu_2$, hipoteza alternatywna K'' : $\mu_1 > \mu_2$. Wartość statystyki testującej $u = 2.2188$. Obszar krytyczny

$W'' = [1.75, +\infty)$. Ponieważ $u \in W''$, to hipotezę zerową H odrzucamy, co oznacza, że rodziny na wsi dokonują średnio mniej zakupów niż rodziny w mieście.

5.11 Niech X_1 oznacza grubość powłoki niklowej dla pierwszej kąpieli a X_2 grubość powłoki niklowej dla drugiej kąpieli. Z założenia X_1, X_2 mają rozkłady normalne $N(\mu_1, \sigma_1)$ i $N(\mu_2, \sigma_2)$, μ_1, μ_2, σ_1 i σ_2 są nieznane ($\sigma_1 = \sigma_2$). Hipoteza zerowa H : $\mu_1 = \mu_2$, hipoteza alternatywna K' : $\mu_1 < \mu_2$. Wartość statystyki testującej $t = -0.957$. Obszar krytyczny $W' = (-\infty; -1.7959]$. Ponieważ $t \notin W'$, to hipotezę zerową H przyjmujemy, co oznacza, że rodzaj kąpieli galwanicznej nie wpływa na grubość powłoki niklowej.

5.12 Niech X_1 oznacza liczbę sprzedawanych szegarków tradycyjnych a X_2 liczbę sprzedawanych szegarków z dodatkowymi funkcjami. Z założenia X_1, X_2 mają rozkłady normalne $N(\mu_1, \sigma_1)$ i $N(\mu_2, \sigma_2)$, μ_1, μ_2, σ_1 i σ_2 są nieznane ($\sigma_1 = \sigma_2$). Hipoteza zerowa H : $\mu_1 = \mu_2$, hipoteza alternatywna K'' : $\mu_1 > \mu_2$. Wartość statystyki testującej $t = 2.817$. Obszar krytyczny $W'' = [1.3; +\infty)$. Ponieważ $t \in W''$, to hipotezę zerową H odrzucamy, co oznacza, że zegarki tradycyjne lepiej się sprzedają niż zegarki z dodatkowymi funkcjami.

5.13 Niech X_1 oznacza czas pracy części tnącej wytworzonej z materiału A, a X_2 czas pracy części tnącej wytworzonej z materiału B. Z założenia X_1, X_2 mają rozkłady dowolne ale próby są duże. Niech $\mu_1 = E(X_1)$ i $\mu_2 = E(X_2)$. Hipoteza zerowa H : $\mu_1 = \mu_2$, hipoteza alternatywna K' : $\mu_1 < \mu_2$. Wartość statystyki testującej $u = -2.0411$. Obszar krytyczny $W' = (-\infty; -1.64]$. Ponieważ $u \in W'$, to hipotezę zerową H odrzucamy, co oznacza, że użycie materiału B zwiększa żywotność części tnącej maszyny.

5.14 Niech X_1 oznacza miesięczny dochód rodzin zamieszkałych w Warszawie a X_2 miesięczny dochód rodzin zamieszkałych w Ł odzi. Z założenia X_1, X_2 mają rozkłady dowolne ale próby są duże. Niech $\mu_1 = E(X_1)$ i $\mu_2 = E(X_2)$. Hipoteza zerowa H : $\mu_1 = \mu_2$, hipoteza alternatywna K : $\mu_1 \neq \mu_2$. Wartość statystyki testującej $u = 1.615$. Obszar krytyczny $W = (-\infty; -1.88] \cup [1.88; +\infty)$. Ponieważ $u \notin W$, to hipotezę zerową H przyjmujemy, co oznacza, że średnie miesięczne dochody rodzin zamieszkałych w Warszawie i Łodzi są takie same.

5.15 Niech X_1 oznacza liczbę rodzin zamieszkałych na wsi, których dochody wystarczają na zaspokojenie podstawowych potrzeb a X_2 liczbę takich rodzin zamieszkałych w mieście. Z zał ożenia X_1, X_2 mają rozkłady dwupunktowe o nieznanych parametrach p_1 i p_2 (procentach rodzin, których dochody wystarczają na zaspokojenie podstawowych potrzeb). Hipoteza zerowa H : $p_1 = p_2$, hipoteza alternatywna K : $p_1 \neq p_2$. Wartość statystyki testującej $u = -2.29$. Obszar krytyczny $W = (-\infty; -2.05] \cup [2.05; +\infty)$. Ponieważ $u \in W$, to hipotezę zerową H odrzucamy, co oznacza, że procenty rodzin zamieszkałych na wsi i w mieście, którym dochody wystarczają na zaspokojenie podstawowych potrzeb są istotnie różne.

5.16 Niech X_1 oznacza liczbę pracowników pracujących w produkcji pragnących zmienić stanowisko pracy na inne a X_2 liczbę takich pracowników pracujących w zapleczu technicznym. Z zał ożenia X_1, X_2 mają rozkłady dwupunktowe o nieznanych parametrach p_1 i p_2 (procentach pracowników pragnących zmienić stanowisko pracy. Hipoteza zerowa H : $p_1 = p_2$, hipoteza alternatywna K : $p_1 \neq p_2$. Wartość statystyki testującej $u = -1.2076$. Obszar krytyczny $W = (-\infty; -1.96] \cup [1.96; +\infty)$. Ponieważ $u \notin W$, to hipotezę zerową H przyjmujemy, co oznacza, że taki sam procent pracowników z produkcji i zaplecza technicznego pragnie zmienić swoje stanowisko pracy.

5.17 Niech X_1 oznacza liczbę popełnionych przez dzieci błędów ortograficznych przed ćwiczeniami a X_2 liczbę błędów popełnionych przez te same dzieci po ćwiczeniach. Niech $Z = X_1 - X_2$ i $\mu = E(Z)$. Z założenia zmienna Z ma rozkład normalny $N(\mu, \sigma)$, μ, i σ są nieznane. Hipoteza zerowa H : $\mu = 0$, hipoteza alternatywna K'' : $\mu > 0$. Wartość statystyki testującej $t = 3.2646$. Obszar krytyczny $W'' = [2.998; +\infty)$. Ponieważ $t \in W''$, to hipotezę zerową H odrzucamy, co oznacza, że dyktanda wpływają na poprawę ortografii.

5.18 Niech X_1 oznacza wydajność pracy pracowników bez sł uchania muzyki a X_2 wydajność pracy tych samych pracowników przy włączonej muzyce. Niech $Z = X_1 - X_2$ i $\mu = E(Z)$. Z zał ożenia zmienna Z ma rozkład normalny $N(\mu, \sigma)$, μ, i σ są nieznane. Hipoteza zerowa H : $\mu = 0$, hipoteza alternatywna K' : $\mu < 0$. Wartość statystyki testującej $t = -3.74$. Obszar krytyczny $W' = (-\infty, -1.8946]$. Ponieważ $t \in W'$, to hipotezę zerową H odrzucamy, co oznacza, że wydajność pracy przy słuchaniu muzyki wzrasta.

5.19 Niech X oznacza wynik pomiaru odległości przyrządem. Z zał ożenia X ma rozkład normalny $N(\mu, \sigma)$, μ i σ są nieznane. Hipoteza zerowa H : $\sigma^2 = 0.06$, hipoteza alternatywna K'' : $\sigma^2 \neq 0.06$. Wartość statystyki testującej $\chi^2 = 0.5467$. Obszar krytyczny $W = (0; 1.6899] \cup [16.0128; +\infty)$. Ponieważ $\chi^2 \in W$, to hipotezę zerową H odrzucamy, co oznacza, że wariancja wskazań przyrządu jest istotnie różna od 0.06.

5.20 Niech X oznacza średnicę śrub. Z założenia X ma rozkład normalny $N(\mu, \sigma)$, μ i σ są nieznane. Hipoteza zerowa H : $\sigma^2 = 0.04$, hipoteza alternatywna K' : $\sigma^2 < 0.04$. Wartość statystyki testującej $\chi^2 = 17.64$. Obszar krytyczny $W' = (0; 4.1682]$. Ponieważ $\chi^2 \in W$, to hipotezę zerową H odrzucamy, co oznacza, że wariancja średnicy śrub jest zgodna z normą.

5.21 Niech X_1 oznacza wynik pomiaru pierwszym woltomierzem a X_2 wynik pomiaru drugim woltomierzem. Z założenia X_1, X_2 mają rozkłady normalne $N(\mu_1, \sigma_1)$ i $N(\mu_2, \sigma_2)$, μ_1, μ_2, σ_1 i σ_2 są nieznane. Hipoteza zerowa H : $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$, hipoteza alternatywna K' : $\sigma_1^2 < \sigma_2^2$. Wartość statystyki testującej $F = 7.56$. Obszar krytyczny $W' = [4.387; +\infty)$. Ponieważ $F \in W'$, to hipotezę zerową H odrzucamy, co oznacza, że wariancja pomiarów drugim woltomierzem jest większa niż wariancja pomiarów pierwszym woltomierzem.

5.22 Niech X_1 oznacza wielkość plonu jabłek w 1993 roku X_2 wielkość plonu jabłek w 1994 roku. Z założenia X_1, X_2 mają rozkłady normalne $N(\mu_1, \sigma_1)$ i $N(\mu_2, \sigma_2)$, μ_1, μ_2, σ_1 i σ_2 są nieznane. Hipoteza zerowa H : $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$, hipoteza alternatywna K' : $\sigma_1^2 < \sigma_2^2$. Wartość statystyki testującej $F = 1.252$. Obszar krytyczny $W' = [2.938; +\infty)$. Ponieważ $F \notin W'$, to hipotezę zerową H przyjmujemy, co oznacza, że wariancja wysokości plonu jabłek się nie zmieniła.

5.23 Niech X przybiera wartości równe cyfrom generowanym przez generator. Hipoteza zerowa H : $P(X = 0) = P(X = 1) = \ldots = P(X = 9) = 0.1$, hipoteza alternatywna K : prawdopodobieństwa są różne. Wartość statystyki testującej $\chi^2 = 2.5$. Obszar krytyczny $W = [21.666; +\infty)$. Ponieważ $\chi^2 \notin W$, to hipotezę zerową H przyjmujemy, co oznacza, że generator działa poprawnie.

5.24 Niech X przybiera wartości równe liczbom na kostce. Hipoteza zerowa H : $P(X = 1) = P(X = 2) = \ldots = P(X = 6) = 1/6$, hipoteza alternatywna K : prawdopodobieństwa są różne. Wartość statystyki testującej $\chi^2 = 4.5$. Obszar krytyczny $W = [11.0705; +\infty)$. Ponieważ $\chi^2 \notin W$, to hipotezę zerową H przyjmujemy, co oznacza, że kostka do gry jest rzetelna.

5.25 Niech X przybiera wartości równe liczbie błędów przy korekcie książki. Hipoteza zerowa H : zmienna losowa X ma rozkład Poissona, hipoteza alternatywna K : zmienna losowa X nie ma rozkładu Poissona. Wartość statystyki testującej $\chi^2 = 3.52$. Obszar krytyczny $W = [18.4753; +\infty)$. Ponieważ $\chi^2 \notin W$, to hipotezę zerową H przyjmujemy, co oznacza, że rozkład liczby błędów jest rozkładem Poissona.

5.26 Niech X oznacza wysokość miesięcznych wydatków na żywność. Hipoteza zerowa H : zmienna losowa X ma rozkład normalny, hipoteza alternatywna K : zmienna losowa X nie ma rozkładu normalnego. Wartość statystyki testującej $\chi^2 = 0.097$. Obszar krytyczny $W = [4.6052; +\infty)$. Ponieważ $\chi^2 \notin W$, to hipotezę zerową H przyjmujemy, co oznacza, że rozkład wydatków na żywność jest rozkładem normalnym.

5.27 Niech X oznacza wiek lekarzy pracujących na wsiach. Hipoteza zerowa H : zmienna losowa X ma rozkład normalny, hipoteza alternatywna K : zmienna losowa X nie ma rozkładu normalnego. Wartość statystyki testującej $\chi^2 = 16.8518$. Obszar krytyczny $W = [4.6052; +\infty)$. Ponieważ $\chi^2 \in W$, to hipotezę zerową H odrzucamy, co oznacza, że rozkład wieku lekarzy pracujących na wsiach nie jest rozkładem normalnym.

5.28 Hipoteza zerowa H : absencja nie zależy od płci, hipoteza alternatywna K : absencja zależy od płci. Wartość statystyki testującej $\chi^2 = 13.1944$. Obszar krytyczny $W = [4.6052; +\infty)$. Ponieważ $\chi^2 \in W$, to hipotezę zerową H odrzucamy, co oznacza, że absencja zależy od płci.

5.29 Hipoteza zerowa H : smak kawy nie zależy od stopnia palenia kawy, hipoteza alternatywna K : smak kawy zależy od stopnia palenia. Wartość statystyki testującej

$\chi^2 = 16.4446$. Obszar krytyczny $W = [9.4877; +\infty)$. Ponieważ $\chi^2 \in W$, to hipotezę zerową H odrzucamy, co oznacza, że smak kawy zależy od stopnia jej palenia.

5.30 Hipoteza zerowa H : tolerancja nie zależy od wykształcenia, hipoteza alternatywna K : tolerancja zależy od wykształcenia. Wartość statystyki testującej $\chi^2 = 12.3806$. Obszar krytyczny $W = [6.6349; +\infty)$. Ponieważ $\chi^2 \in W$, to hipotezę zerową H odrzucamy, co oznacza, że tolerancja zależy od wykształcenia.

5.31 Hipoteza zerowa H : nabycie nowo wprowadzonego na rynek produktu nie zależy od źródła informacji, hipoteza alternatywna K : nabycie nowo wprowadzonego na rynek produktu zależy od źródła informacji. Wartość statystyki testującej $\chi^2 = 99.5715$. Obszar krytyczny $W = [9.4877; +\infty)$. Ponieważ $\chi^2 \in W$, to hipotezę zerową H odrzucamy, co oznacza, że nabycie nowo wprowadzonego na rynek produktu zależy od źródła informacji.

5.32 Hipoteza zerowa H : zmiana dotychczasowego miejsca pracy nie zależy od zarobków, hipoteza alternatywna K : zmiana dotychczasowego miejsca pracy zależy od zarobków. Wartość statystyki testującej $\chi^2 = 21.3541$. Obszar krytyczny $W = [15.0863; +\infty)$. Ponieważ $\chi^2 \in W$, to hipotezę zerową H odrzucamy, co oznacza, że zmiana dotychczasowego miejsca pracy zależy od zarobków.

5.33 Współczynnik korelacji rang Spearmana $r_S = 0.697$. Hipoteza zerowa H : miejsce zajęte w siódmym wyścigu nie zależy od miejscazajmowanego po sześciu wyścigach, hipoteza alternatywna K : miejsce zajęte w siódmym wyścigu zależy od miejsca zajmowanego po sześciu wyścigach. Wartość statystyki testującej $t = 2.749$. Obszar krytyczny $W = (-\infty; -2.306] \cup [2.306; +\infty)$. Ponieważ $t \in W$, to hipotezę zerową H odrzucamy, co oznacza, że miejsce zajęte w siódmym wyścigu zależy od miejsca zajmowanego po sześciu wyścigach.

5.34 Współczynnik korelacji rang Spearmana $r_S = 0.79$. Hipoteza zerowa H : opinie obu profesorów są niezależne, hipoteza alternatywna K : opinie profesorów są zależne. Wartość statystyki testującej $t = 3.8656$. Obszar krytyczny $W = (-\infty; -3.2498] \cup [3.2498; +\infty)$. Ponieważ $t \in W$, to hipotezę zerową H odrzucamy, co oznacza, że opinie obu profesorów są zależne.

5.35 Współczynnik korelacji rang Spearmana $r_S = 0.857$. Hipoteza zerowa H : wyniki egzaminu z RPS i MD są niezależne, hipoteza alternatywna K : wyniki egzaminu z RPS i MD są zależne. Wartość statystyki testującej $t = 3.7193$. Obszar krytyczny $W = (-\infty; -4.0321] \cup [4.0321; +\infty)$. Ponieważ $t \notin W$, to hipotezę zerową H przyjmujemy, co oznacza, że wyniki egzaminu z RPS i MD studentów II roku WSISiZ są niezależne.

5.36 Współczynnik korelacji rang Spearmana $r_S = 0.4788$. Hipoteza zerowa H : liczba rozwodów nie zależy od liczby zawieranych mał żeństw, hipoteza alternatywna K : liczba rozwodów zależy od liczby zawieranych małżeństw. Wartość statystyki testującej $t = 1.5426$. Obszar krytyczny $W = (-\infty; -2.306] \cup [2.306; +\infty)$. Ponieważ $t \notin W$, to hipotezę zerową H przyjmujemy, co oznacza, że liczba rozwodów nie zależy od liczby zawieranych małżeństw.

5.37 Współczynnik korelacji rang Spearmana $r_S = 0.8095$. Hipoteza zerowa H : wysokość zysku nie zależy od wypłaconej dywidendy, hipoteza alternatywna K : wysokość zysku zależy od wypłaconej dywidendy. Wartość statystyki testującej $t = 3.377$. Obszar krytyczny $W = (-\infty; -3.7074] \cup [3.7074; +\infty)$. Ponieważ $t \notin W$, to hipotezę zerową H przyjmujemy, co oznacza, że wysokość zysku nie zależy od wypłaconej dywidendy.

5.38 a) Współczynnik korelacji liniowej $r = 0.794$.

b) Hipoteza zerowa H : $\rho = 0$, hipoteza alternatywna K : $\rho \neq 0$. Wartość statystyki testującej $t = 3.199$. Obszar krytyczny $W = (-\infty; -2.4469] \cup [2.4469; +\infty)$. Ponieważ $t \in W$, to hipotezę zerową H odrzucamy, co oznacza, że wyniki uzyskiwane w nauce na I-szym IV-tym roku są skorelowane.

5.39 Współczynnik korelacji liniowej $r = -0.968$. Hipoteza zerowa H : $\rho = 0$, hipoteza alternatywna K : $\rho \neq 0$. Wartość statystyki testującej $t = -10.91$. Obszar krytyczny $W = (-\infty; -3.3554] \cup [3.3554; +\infty)$. Ponieważ $t \in W$, to hipotezę zerową H odrzucamy, co oznacza, że istnieje istotna korelacja między spożyciem ziemniaków a spożyciem artykul ów zbożowych.

5.40 Współczynnik korelacji liniowej $r = -0.884$. Hipoteza zerowa H : $\rho = 0$, hipoteza alternatywna K : $\rho \neq 0$. Wartość statystyki testującej $t = -3.275$. Obszar krytyczny $W = (-\infty; -5.8409] \cup [5.8409; +\infty)$. Ponieważ $t \notin W$, to hipotezę zerową H przyjmujemy, co oznacza, że nie ma zależności między zużyciem węgla w kotłowni, a temperaturą otoczenia.

5.41 Współczynnik korelacji liniowej $r = 0.8985$. Hipoteza zerowa H : $\rho = 0$, hipoteza alternatywna K : $\rho \neq 0$. Wartość statystyki testującej $t = 4.5637$. Obszar krytyczny $W = (-\infty; -2.5706] \cup [2.5706; +\infty)$. Ponieważ $t \in W$, to hipotezę zerową H odrzucamy, co oznacza, że wielkść dawki leku i czas działania leku są skorelowane.

5.42 Współczynnik korelacji liniowej $r = 0.944$. Hipoteza zerowa H : $\rho = 0$, hipoteza alternatywna K : $\rho \neq 0$. Wartość statystyki testującej $t = 4.9555$. Obszar krytyczny $W = (-\infty; -5.8409] \cup [5.8409; +\infty)$. Ponieważ $t \notin W$, to hipotezę zerową H przyjmujemy, co oznacza, że średnia liczba popeł nianych błędów i czas niprzerwanej pracy nie są skorelowane.

5.43 Współczynnik korelacji liniowej $r = -0.196$. Hipoteza zerowa H : $\rho = 0$, hipoteza alternatywna K′ : $\rho < 0$. Wartość statystyki testującej $t = -0.565$. Obszar krytyczny $W' = (-\infty; -1.8595]$. Ponieważ $t \notin W'$, to hipotezę zerową H przyjmujemy, co oznacza, że dochód i wydatki na artykuły żywnościowe są nieskorelowane.

5.44 Współczynnik korelacji liniowej $r = -0.93$. Hipoteza zerowa H : $\rho = -0.8$, hipoteza alternatywna K : $\rho \neq -0.8$. Wartość statystyki testującej $u = -1.481$. Obszar krytyczny $W = (-\infty; -1.96] \cup [1.96; +\infty)$. Ponieważ $u \notin W$, to hipotezę zerową H przyjmujemy, co oznacza, że współczynnik korelacji między czasem pracy a bezawaryjnym czasem pracy urządzenia nie różni się istotnie od -0.8.