

## Zadania przygotowawcze

**Zadanie 1** Stosując operacje elementarne na wierszach sprowadź do postaci schodkowej zredukowanej następujące macierze:

$$\begin{bmatrix} 8 & 3 & 10 & 13 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 4 & 5 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 2 & 1 & -2 \\ -3 & 5 & -2 \end{bmatrix}.$$

**Zadanie 2** Sprowadź macierz następującego układu równań do postaci schodkowej zredukowanej i napisz rozwiązanie ogólne tego układu stosując w opisie parametry i zmienne związane.

$$\begin{aligned} a) & \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 2x_3 - 4x_4 + x_5 - 4x_6 = -4 \\ 2x_1 + x_2 + 4x_3 - 3x_4 - 2x_5 - x_6 = 9 \\ -3x_1 + 5x_2 - 6x_3 + 11x_4 - 2x_5 + 11x_6 = 9 \end{cases} \\ b) & \begin{cases} x_1 + 8x_2 + 3x_3 = 23 \\ x_1 + 10x_2 + 4x_3 = 28 \\ x_1 + 7x_2 + 5x_3 = 18 \end{cases} \\ c) & \begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + 5x_3 = 3 \\ 3x_1 + 6x_2 + 8x_3 = 2 \\ -5x_1 - 10x_2 - 14x_3 = 0 \\ 4x_1 + 8x_2 + 11x_3 = 1 \end{cases} \end{aligned}$$

**Zadanie 3** Znajdź wielomian  $W(x)$  stopnia 3 spełniający warunki:

$$W(-1) = 0, W(1) = -4, W(2) = -3, W(0) = 1.$$

**Zadanie 4** Znajdź wszystkie liczby zespolone  $z$ , które są rozwiązaniami równania:

$$\begin{aligned} a) & z^2 = 15 + 8i \\ b) & iz^2 - 3iz + 3i - 1 = 0 \\ c) & 2z + 3\bar{z} - \operatorname{Re} z = 8 - 3i \\ d) & |z| + 3\bar{z} = 2 + 6i \end{aligned}$$

**Zadanie 5** Oblicz część rzeczywistą i urojoną liczby

$$\begin{aligned} a) & z = \frac{4+5i}{3i-4} \\ b) & z = (i^5 + i^6)^{20} \end{aligned}$$

**Zadanie 6** Znajdź wszystkie liczby zespolone  $z$ , które są rozwiązaniami równania: (opisz część rzeczywistą i urojoną rozwiązań).

$$\begin{aligned} a) & (1+i)z^2 + (3-5i)z - 6 = 0, \\ b) & (3+2i)z^2 - 13z + 9 - 7i = 0, \\ c) & (1-2i)z^2 - (9+2i)z + 10i = 0, \\ d) & (1+i)z^2 + (1-3i)z + 6i = 0, \\ e) & (1+i)z^2 + (3+3i)z + 2 + 4i = 0, \\ f) & iz^2 - 3iz + 3i - 1 = 0. \end{aligned}$$

**Zadanie 7** Sprowadź macierz następującego układu równań do postaci schodkowej i napisz rozwiązanie ogólne tego układu.

$$\begin{cases} x + 2y + iz = 5 \\ ix + (1+i)y + 3z = 2+i \\ 2x + (3-i)y - 2iz = 6-2i \end{cases}$$

**Zadanie 8** Sprowadź macierz następującego układu równań do postaci schodkowej i napisz rozwiązanie ogólne tego układu.

$$\begin{cases} x_1 + (1+i)x_2 + (2+2i)x_3 + 2x_4 = 2-2i \\ (1-i)x_1 + 2x_2 + 3x_3 + (-1+i)x_4 = 2 \\ (2-i)x_1 + (3+i)x_2 + (5+2i)x_3 + ix_4 = 4-i \end{cases}.$$

**Zadanie 9**

*Które z następujących podzbiorów przestrzeni liniowej  $R^3$  są podprzestrzeniami:*

$$A = \{(x, y, z); 2x = 4y - 3z\},$$

$$B = \{(x, y, z); 2x + 5y - 3z = 2\},$$

$$C = \{(x, y, z); y = 2x^2 - z\},$$

$$D = \{(x, y, z); 2x^2 + 5z^2 = 0\}.$$

**Zadanie 10** *Niech  $V = \text{lin}\{(1, 2, 3, 4), (2, 3, 5, 6)\}$  zaś  $W = \text{lin}\{(1, 3, 3, 5), (-2, 1, -2, 1)\}$ .*

*Przedstaw przestrzeń  $V \cap W$  przez wektory rozpinające.*

**Zadanie 11** *Niech  $V$  i  $W$  będą zbiorami rozwiązań następujących układów równań:*

$$V : \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 = 0 \\ 2x_1 - 4x_2 + 3x_3 - 5x_4 = 0 \end{cases} \quad W : \begin{cases} x_1 - 3x_2 + 3x_3 - 4x_4 = 0 \\ 2x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 0 \end{cases}.$$

*Przedstaw przestrzeń  $V \cap W$   $V$ ,  $W$  i  $V \cap W$  przez wektory rozpinające.*

**Zadanie 12** *Zapisz następujące wektory jako kombinacje liniowe*

*wektorów  $\{(2, 3, 2), (3, 4, 2), (1, 2, 1)\}$ :*

a)  $(1, 0, 0)$ ,

b)  $(1, 2, 3)$ ,

c)  $(1, 2, 1)$ .