

$$1. \text{ a) } P(10,3)=8 \quad \text{ b) } P(7,2)=3$$

$$2. \text{ a) } s_{12,4} = \sum_{i=0}^4 (-1)^i \binom{4}{i} (4-i)^{12} = 4^{12} - 4 \cdot 3^{12} + 6 \cdot 2^{12} - 4 \quad \text{ b) } \binom{12}{4} \cdot 3^8 = 495 \cdot 81^2$$

$$c) \binom{12}{4} \cdot s_{8,3} = 495 \cdot (3^8 - 3 \cdot 2^8 + 3) \quad d) \frac{12!}{(3!)^4}$$

$$3. \text{ a) } \left\{ \begin{matrix} 12 \\ 3 \end{matrix} \right\} = \frac{s_{12,3}}{3!} = \frac{1}{3!} \cdot (3^{12} - 3 \cdot 2^{12} + 3)$$

$$\text{ b) } \left\{ \begin{matrix} 12 \\ 3 \end{matrix} \right\} + \left\{ \begin{matrix} 12 \\ 2 \end{matrix} \right\} + 1 = \frac{s_{12,3}}{3!} + \frac{s_{12,2}}{2!} + 1 = \frac{3^{11} + 1}{2}$$

$$c) \left\{ \begin{matrix} 9 \\ 3 \end{matrix} \right\} = \frac{s_{9,3}}{3!} = \frac{1}{3!} \cdot (3^9 - 3 \cdot 2^9 + 3)$$

$$4. \binom{20}{16} = 4845$$

$$5. \text{ a) } P^3(13)=P(13,5)=18 \quad \text{ b) } P(12,4)=15$$

$$6. \text{ a) } \frac{\binom{20}{4} \binom{16}{4} \binom{12}{6}}{2! \cdot 2!} = \frac{20!}{4 \cdot (4!)^2 \cdot (6!)^2} \quad \text{ b) } \frac{20!}{5! \cdot (4!)^5}$$

$$7. \text{ a) } P(10,4)=9 \quad \text{ b) } P(9,4)=6$$

$$8. \text{ a) } s_{11,3} = 3^{11} - 3 \cdot 2^{11} + 3 \quad \text{ b) } 3 \cdot (2^{11} - 2)$$

$P^5(13)$  oznacza liczbę podziałów liczby 13 na składniki w taki sposób, aby największy składnik był równy 5, która jest równa  $P(13,5)$ . Generalnie zachodzi wzór  $P^k(n) = P(n,k)$ , co wynika z diagramów Ferresa i diagramów sprzężonych. Fakt ten będzie obowiązywał na kolokwium na początku stycznia.