Wstęp do inteligencji komputerowej – zajęcia nr 10
Systemy rozmyte cz. 2.

Jarosław Stańczak
WSISiZ

Krótki przegląd właściwości systemów rozmytych II rodzaju:

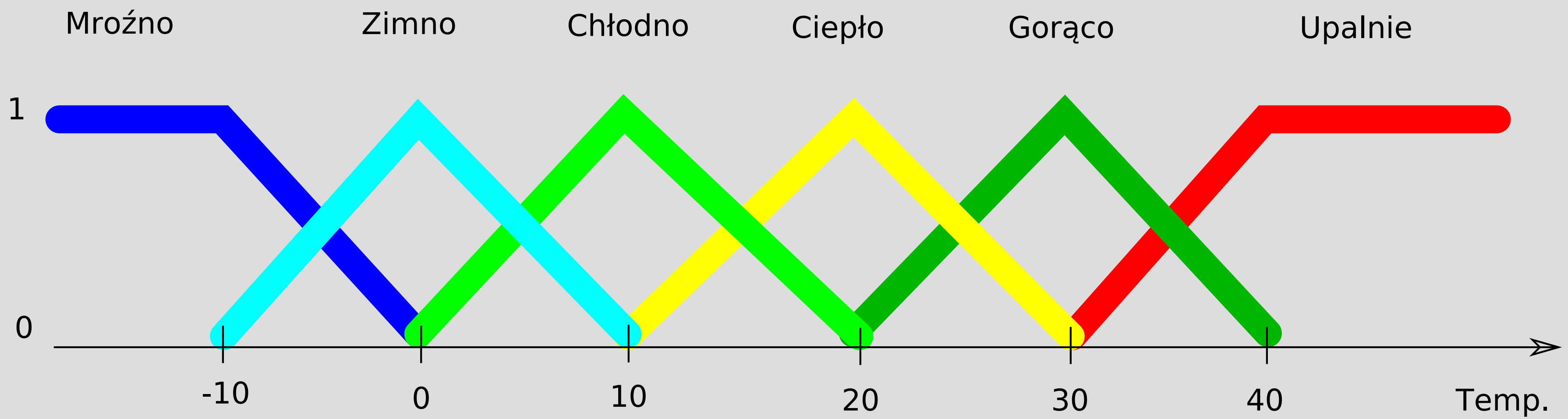
- definicja zbioru rozmytego II rodzaju,
- operacje na zbiorach,
- przykłady.

Zbiory rozmyte typu II

Zbiory rozmyte i oparta o nie logika rozmyta przedstawiana na poprzednim wykładzie nazywana jest rozmytością typu I. Przynależność do zbioru w tej metodzie jest określona funkcją o wartościach z przedziału $\langle -1, 1 \rangle$.
W zbiorach rozmytych typu II funkcja przynależności jest funkcją rozmytą i stopień przynależności elementu do zbioru rozmytego nie jest konkretną wartością, a zbiorem rozmytym typu I.

Zbiory rozmyte typu II

Można to zilustrować następującym rysunkiem ze znanymi przykładami opisu temperatur. Pogrubione wykresy funkcji przynależności pokazują „rozmytość” wartości funkcji.



Zbiory rozmyte typu II
definicja zbioru rozmytego typu II

Zbiorem rozmytym $\tilde{A}$ typu II (lub 2) określonym na pewnej przestrzeni X (gdzie $\tilde{A} \subseteq X$), jest zbiór par $\{x, \mu_{\tilde{A}}(x)\}$, gdzie x jest elementem zbioru rozmytego, a stopień przynależności $\mu_{\tilde{A}}(x)$ jest zbiorem rozmytym typu I (lub 1), określonym na przedziale $J_x \subset \langle 0,1 \rangle$ opisanym wzorem:

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \int_{u \in J_x} f_x(u)/u$$

Funkcja $f_x : \langle 0,1 \rangle \to \langle 0,1 \rangle$ jest nazywana funkcją drugorzędnej przynależności, a jej wartość drugorzędną przynależnością, natomiast przedział J_x jest dziedziną drugorzędnej funkcji przynależności.

Zbiory rozmyte typu II

definicja zbioru rozmytego typu II

W ten sposób można też zdefiniować sam zbiór rozmyty $\tilde{A}$:

$$\tilde{A} = \int_{x \in X} \mu_{\tilde{A}}(x)/x = \int_{x \in X} \left(\int_{u \in J_x} f_x(u)/u \right)/x$$

Zbiory rozmyte typu II

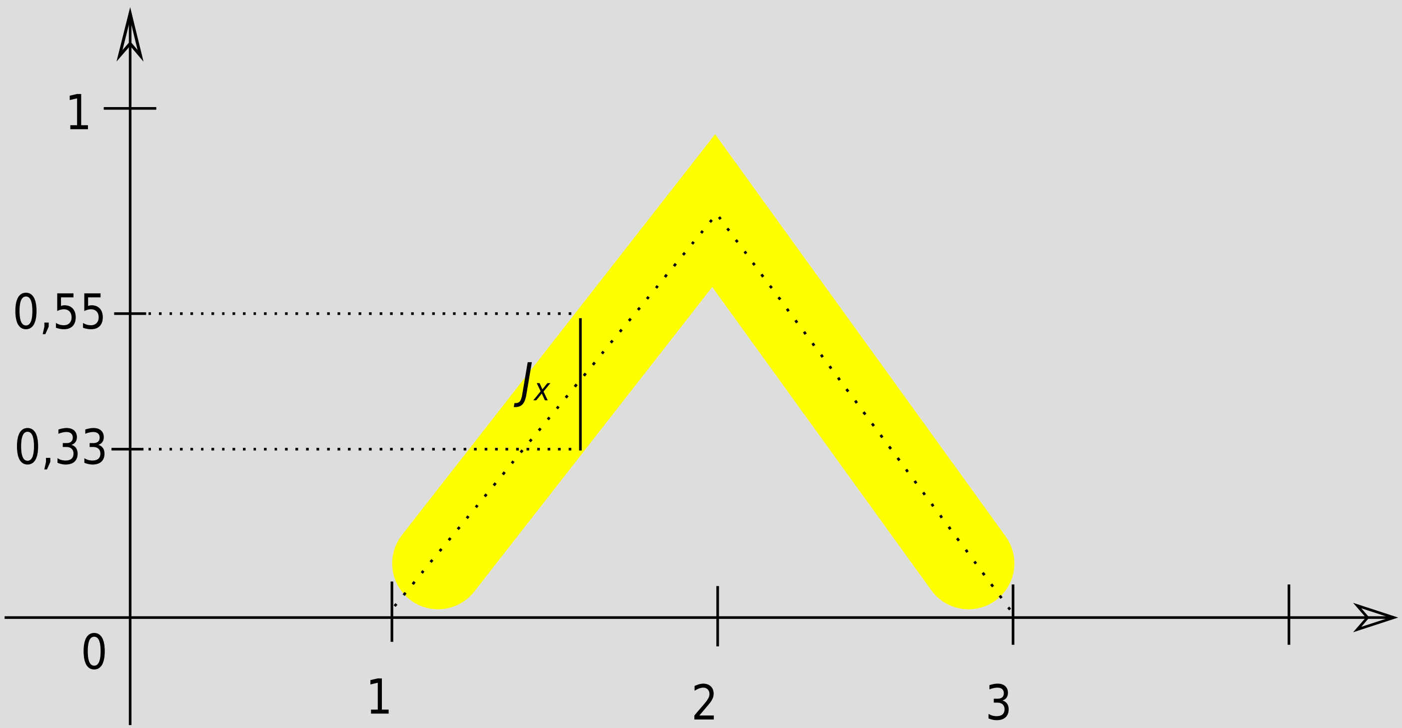
definicja zbioru rozmytego typu II w przypadku dyskretnym

Zbiór rozmyty $\tilde{A}$ typu II w przypadku dyskretnym:

$$\tilde{A} = \sum_{x \in X} \mu_{\tilde{A}}(x)/x = \sum_{x \in X} \left(\sum_{u \in J_x} f_x(u)/u \right)/x$$

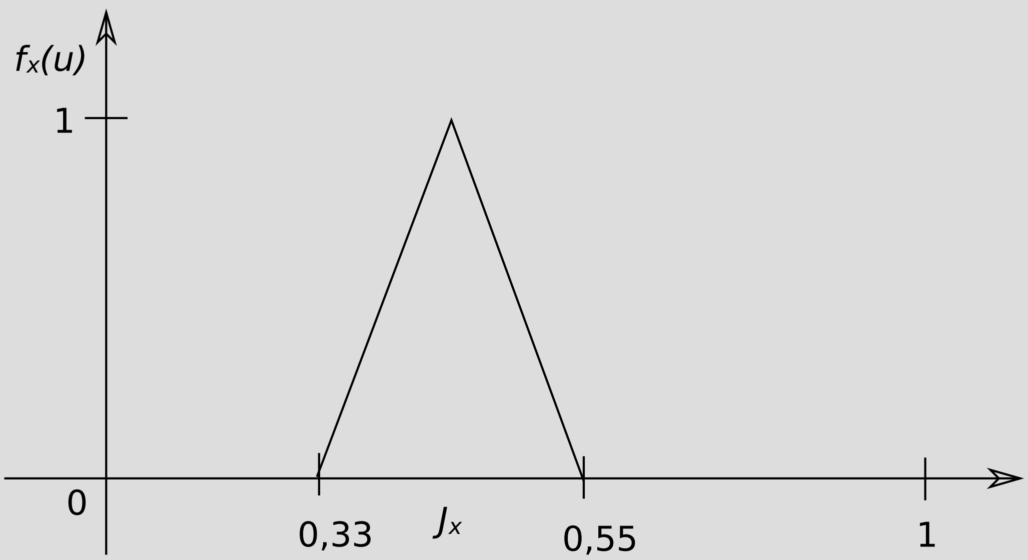
Zbiór rozmyty typu II

przypadek ciągły



Zbiór rozmyty typu II

przypadek ciągły
funkcja drugorzędnej przynależności



Zbiór rozmyty typu II
przypadek dyskretny

Zbiór rozmyty $\tilde{A}$ typu II w przypadku dyskretnym, gdzie:
X= {1, 2 ,3 ,4},
$J_{x=1}$={0,1; 0,2; 0,6; 1},
$J_{x=2}$={0,3; 0,5; 0,6; 0,8},
$J_{x=3}$={0,6; 0,8; 0,9},
$J_{x=4}$={0,1; 0,5; 1}
a cały zbiór może wyglądać np. tak:

$$\tilde{A}=(0{,}1/0{,}1+0{,}6/0{,}2+0{,}6/0{,}6+0{,}1/1)/1+(0{,}4/0{,}3+0{,}9/0{,}5+1/0{,}6+0{,}2/0{,}8)/2+(0{,}5/0{,}6+1/0{,}8+0{,}5/0{,}9)/3+(0{,}1/0{,}1+1/0{,}5+0{,}1/1)/4$$

Zbiór rozmyty typu II

operacje na dyskretnym zbiorze rozmytym typu II

- suma

$$\tilde{A}\cup\tilde{B}=\sum_{x\in X}\mu_{\tilde{A}\cup\tilde{B}}(x)/x=\sum_{x\in X}\Big(\sum_{u_{\tilde{A}}\in J_{x\tilde{A}}}\sum_{u_{\tilde{B}}\in J_{x\tilde{B}}}\big(f_x(u_{\tilde{A}})\wedge f_x(u_{\tilde{B}})/(u_{\tilde{A}}\vee u_{\tilde{B}})/x\big)\Big)$$

jeśli $(u_{\tilde{A}}^k\vee u_{\tilde{B}}^l)=(u_{\tilde{A}}^m\vee u_{\tilde{B}}^n)$ to:

$$(f_x(u_{\tilde{A}}^k)\wedge f_x(u_{\tilde{B}}^l))/(u_{\tilde{A}}^k\vee u_{\tilde{B}}^l)+(f_x(u_{\tilde{A}}^m)\wedge f_x(u_{\tilde{B}}^n))/(u_{\tilde{A}}^m\vee u_{\tilde{B}}^n)=$$

$$=max(f_x(u_{\tilde{A}}^k)\wedge f_x(u_{\tilde{B}}^l);f_x(u_{\tilde{A}}^m)\wedge f_x(u_{\tilde{B}}^n))/(u_{\tilde{A}}^k\vee u_{\tilde{B}}^l)$$

Zbiór rozmyty typu II

operacje na dyskretnym zbiorze rozmytym typu II
przykład

- suma $\tilde{A}=(0,1/0,1+0,4/1)/1+(0,4/0,3+1/0,6+0,2/0,8)/2+(0,5/0,6+0,5/0,9)/3$

$$\tilde{B}=(0,3/0,2+0,4/1)/1+(0,4/0,5+0,3/0,7)/2+(0,3/0,5+0,6/0,9)/3$$

$$\mu_{\tilde{A}\cup\tilde{B}}(1)=(0,1\wedge 0,3)/(0,1\vee 0,2)+(0,1\wedge 0,4)/(0,1\vee 1)+(0,4\wedge 0,3)/(1\vee 0,2)+(0,4\wedge 0,4)/(1\vee 1)$$

$$\mu_{\tilde{A}\cup\tilde{B}}(1)=0,1/0,2+0,1/1+0,3/1+0,4/1=0,1/0,2+max(0,1;0,3;0,4)/1=0,1/0,2+0,4/1$$

$$\mu_{\tilde{A}\cup\tilde{B}}(2)=(0,4\wedge 0,4)/(0,3\vee 0,5)+(0,4\wedge 0,3)/(0,3\vee 0,7)+(1\wedge 0,4)/(0,6\vee 0,5)+(1\wedge 0,3)/(0,6\vee 0,7)+$$
$$+(0,2\wedge 0,4)/(0,8\vee 0,5)+(0,2\wedge 0,3)/(0,8\vee 0,7)$$

$$\mu_{\tilde{A}\cup\tilde{B}}(2)=0,4/0,5+0,3/0,7+0,4/0,6+0,3/0,7+0,2/0,8+0,2/0,8$$

$$\mu_{\tilde{A}\cup\tilde{B}}(2)=0,4/0,5+0,5/0,6+max(0,3;0,3)/0,7+max(0,2;0,2)/0,8$$

$$\mu_{\tilde{A}\cup\tilde{B}}(2)=0,4/0,5+0,5/0,6+0,3/0,7+0,2/0,8$$

$$\mu_{\tilde{A}\cup\tilde{B}}(3)=(0,5\wedge 0,3)/(0,6\vee 0,5)+(0,5\wedge 0,6)/(0,6\vee 0,9)+(0,5\wedge 0,3)/(0,9\vee 0,5)+(0,5\wedge 0,6)/(0,9\vee 0,9)$$

$$\mu_{\tilde{A}\cup\tilde{B}}(3)=0,3/0,6+0,5/0,9+0,3/0,9+0,5/0,9=0,3/0,6+max(0,5;0,3;0,5)/0,9=0,3/0,6+0,5/0,9$$

$$\tilde{A}\cup\tilde{B}=(0,1/0,2+0,4/1)/1+(0,4/0,5+0,5/0,6+0,3/0,7+0,2/0,8)/2+(0,3/0,6+0,5/0,9)/3$$

Zbiór rozmyty typu II

operacje na dyskretnym zbiorze rozmytym typu II

- iloczyn

$$\tilde{A}\cap\tilde{B}=\sum_{x\in X}\mu_{\tilde{A}\cap\tilde{B}}(x)/x=\sum_{x\in X}\Big(\sum_{u_{\tilde{A}}\in J_{x\tilde{A}}}\ \sum_{u_{\tilde{B}}\in J_{x\tilde{B}}}\big(f_x(u_{\tilde{A}})\wedge f_x(u_{\tilde{B}})/(u_{\tilde{A}}\wedge u_{\tilde{B}})/x\big)\Big)$$

jeśli $(u_{\tilde{A}}^k\wedge u_{\tilde{B}}^l)=(u_{\tilde{A}}^m\wedge u_{\tilde{B}}^n)$ to:

$$\big(f_x(u_{\tilde{A}}^k)\wedge f_x(u_{\tilde{B}}^l)\big)/(u_{\tilde{A}}^k\wedge u_{\tilde{B}}^l)+\big(f_x(u_{\tilde{A}}^m)\wedge f_x(u_{\tilde{B}}^n)\big)/(u_{\tilde{A}}^m\wedge u_{\tilde{B}}^n)=$$

$$=max\big(f_x(u_{\tilde{A}}^k)\wedge f_x(u_{\tilde{B}}^l);f_x(u_{\tilde{A}}^m)\wedge f_x(u_{\tilde{B}}^n)\big)/(u_{\tilde{A}}^k\wedge u_{\tilde{B}}^l)$$

Zbiór rozmyty typu II

operacje na dyskretnym zbiorze rozmytym typu II
przykłady

- iloczyn $\tilde{A}=(0,1/0,1+0,4/1)/1+(0,4/0,3+1/0,6+0,2/0,8)/2+(0,5/0,6+0,5/0,9)/3$

$\tilde{B}=(0,3/0,2+0,4/1)/1+(0,4/0,5+0,3/0,7)/2+(0,3/0,5+0,6/0,9)/3$

$$\mu_{\tilde{A}\cap\tilde{B}}(1)=(0,1\wedge 0,3)/(0,1\wedge 0,2)+(0,1\wedge 0,4)/(0,1\wedge 1)+(0,4\wedge 0,3)/(1\wedge 0,2)+(0,4\wedge 0,4)/(1\wedge 1)$$
$$\mu_{\tilde{A}\cap\tilde{B}}(1)=0,1/0,1+0,1/0,1+0,3/0,2+0,4/1=max(0,1;0,1)/0.1+0,3/0,2+0,4/1$$
$$\mu_{\tilde{A}\cap\tilde{B}}(1)=0,1/0,1+0,3/0,2+0,4/1$$
$$\mu_{\tilde{A}\cap\tilde{B}}(2)=(0,4\wedge 0,4)/(0,3\wedge 0,5)+(0,4\wedge 0,3)/(0,3\wedge 0,7)+(1\wedge 0,4)/(0,6\wedge 0,5)+(1\wedge 0,3)/(0,6\wedge 0,7)+$$
$$+(0,2\wedge 0,4)/(0,8\wedge 0,5)+(0,2\wedge 0,3)/(0,8\wedge 0,7)$$
$$\mu_{\tilde{A}\cap\tilde{B}}(2)=0,4/0,3+0,3/0,3+0,4/0,5+0,3/0,6+0,2/0,5+0,2/0,7$$
$$\mu_{\tilde{A}\cap\tilde{B}}(2)=max(0,4;0,3)/0,3+max(0,4;0,2)/0,5+0,3/0,6+0,2/0,7$$
$$\mu_{\tilde{A}\cap\tilde{B}}(2)=0,4/0,3+0,4/0,5+0,3/0,6+0,2/0,7$$
$$\mu_{\tilde{A}\cap\tilde{B}}(3)=(0,5\wedge 0,3)/(0,6\wedge 0,5)+(0,5\wedge 0,6)/(0,6\wedge 0,9)+(0,5\wedge 0,3)/(0,9\wedge 0,5)+(0,5\wedge 0,6)/(0,9\wedge 0,9)$$
$$\mu_{\tilde{A}\cap\tilde{B}}(3)=0,3/0,5+0,5/0,6+0,3/0,5+0,5/0,9=max(0,3;0,3)/0,5+0,5/0,6+0,5/0,9$$
$$\mu_{\tilde{A}\cap\tilde{B}}(3)=0,3/0,5+0,5/0,6+0,5/0,9$$

$$\tilde{A}\cap\tilde{B}=(0,1/0,1+0,3/0,2+0,4/1)/1+(0,4/0,3+0,4/0,5+0,3/0,6+0,2/0,7)/2+(0,3/0,5+0,5/0,6+0,5/0,9)/3$$

Zbiór rozmyty typu II

operacje na dyskretnym zbiorze rozmytym typu II

- dopełnienie

$$\neg\tilde{A}=\sum_{x\in X}\mu_{\neg\tilde{A}}(x)/x=\sum_{x\in X}\left(\sum_{u_{\tilde{A}}\in J_{x\tilde{A}}}\left(f_x(u_{\tilde{A}})/(1-u_{\tilde{A}})/x\right)\right)$$

Zbiór rozmyty typu II

operacje na dyskretnym zbiorze rozmytym typu II
przykłady

- dopełnienie $\tilde{A}=\left(0{,}1/0{,}1+0{,}4/1\right)/1+\left(0{,}4/0{,}3+1/0{,}6+0{,}2/0{,}8\right)/2+\left(0{,}5/0{,}6+0{,}5/0{,}9\right)/3$

$$\neg\tilde{A}=\left(0{,}1/0{,}9+0{,}4/0\right)/1+\left(0{,}4/0{,}7+1/0{,}4+0{,}2/0{,}2\right)/2+\left(0{,}5/0{,}4+0{,}5/0{,}1\right)/3$$

czyli ostatecznie:

$$\neg\tilde{A}=\left(0{,}4/0+0{,}1/0{,}9\right)/1+\left(0{,}2/0{,}2+1/0{,}4+0{,}4/0{,}7\right)/2+\left(0{,}5/0{,}1+0{,}5/0{,}4\right)/3$$

Zbiór rozmyty typu II

wykorzystanie zbiorów rozmytych typu II

W taki sposób można uogólnić wszystkie działania ze zbiorów rozmytych typu I na zbiory rozmyte typu II, włączając w to reguły rozmyte i wnioskowanie rozmyte. Można też budować systemy ekspertowe i sterowniki rozmyte oparte na zbiorach rozmytych typu II. Zachęcam zainteresowanych do eksperymentów w tej dziedzinie.

Systemy neuronowo-rozmyte

Jak się nietrudno domyślić systemy neuronowo-rozmyte są tworami będącymi połączeniem pewnych cech systemów rozmytych i sieci neuronowych. Istotne jest to, że w tworzeniu tego typu systemów postarano się zestawić najlepsze cechy obu metod sztucznej inteligencji, a pozbyć się pewnych ich wad. Wygląda na to, że w dużym stopniu się to udało.

Systemy neuronowo-rozmyte

Największą wadą sieci neuronowych jest niemożliwość, a w każdym razie znaczna trudność w pobraniu, interpretacji i wykorzystaniu wiedzy zgromadzonej przez nie w postaci wag i struktury połączeń między neuronami.
Z kolei wnioskowanie rozmyte i zestawy reguł je umożliwiające w systemach rozmytych są dość trudne do pozyskania, strojenia, poprawiania, nauczenia, gdyż nie znamy reguł takiego działania.
Gotowe reguły są dość prostą do zinterpretowania postacią wiedzy, jednak trudno ją pozyskać np. z przykładów, nauczyć i do takiej postaci przetworzyć. To z kolei świetnie potrafią sieci neuronowe.
Może wobec tego da się te cechy połączyć?

Systemy neuronowo-rozmyte

Prace nad takimi rozwiązaniami trwają już od dość dawna. Jednym z rozwiązań jest sieć przypominająca budową wielowarstwową sieć BP (sieć jednokierunkowa), w której neuronami są jednostki zawierające reguły rozmyte zamiast tradycyjnych wag, sumowania sygnałów, progu i funkcji aktywacji neuronu. Okazuje się, że taką sieć można uczyć, podobnie jak typową sieć neuronową, metodami analogicznymi do metody BP, ale również metodami heurystycznymi, np. algorytmami ewolucyjnymi.

Nauce podlegają wtedy zawarte w węzłach sieci reguły, ich przesłanki, konkluzje, postaci zbiorów rozmytych, a nawet sama liczba reguł – co określa w pewnym sensie architekturę sieci.

Systemy neuronowo-rozmyte

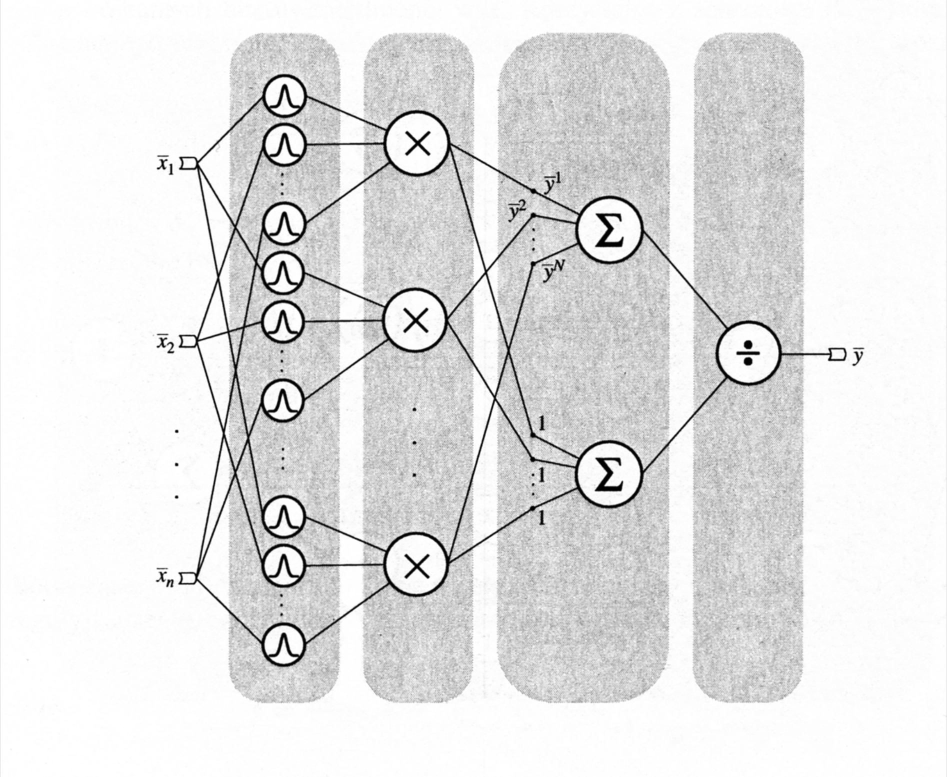
Istnieje wiele rodzajów sieci neuronowo-rozmytych, różniących się nieco szczegółami metod działania, można je też podzielić na różne kategorie zależnie od tych cech działania.
Najczęściej wyróżnia się sieci typu:

- Mamdaniego
- logicznego
- Takagi-Sugeno,

w których różnice polegają na stosowanych sposobach wnioskowania (Mamadaniego i logiczna) lub też na występowaniu następników reguł (konkluzji) w postaci nierozmytej.

Systemy neuronowo-rozmyte

przykładowa architektura sieci typu Mamdaniego typu A



źródło: L. Rutkowski, „Metody techniki sztucznej inteligencji”.

$\bar{x}_1 \ldots \bar{x}_n$ – wejścia do sieci, następnie sygnał przechodzi przez kolejne warstwy sieci: fuzyfikacja, *t-norma* (iloczyn), *s-norma* (suma) oraz defuzyfikacja, po której otrzymujemy $\bar{y}$ - wyjście sieci. Cechą charakterystyczną sieci typu A jest to, że na wyjściu otrzymujemy *N* zbiorów rozmytych, poddawanych następnie defuzyfikacji.

Systemy neuronowo-rozmyte

przykładowa architektura sieci typu Mamdaniego typu A

Wyjście ($\bar{y}$) sieci neuronowo-rozmytej z poprzedniego slajdu jest opisywane następującym wzorem:

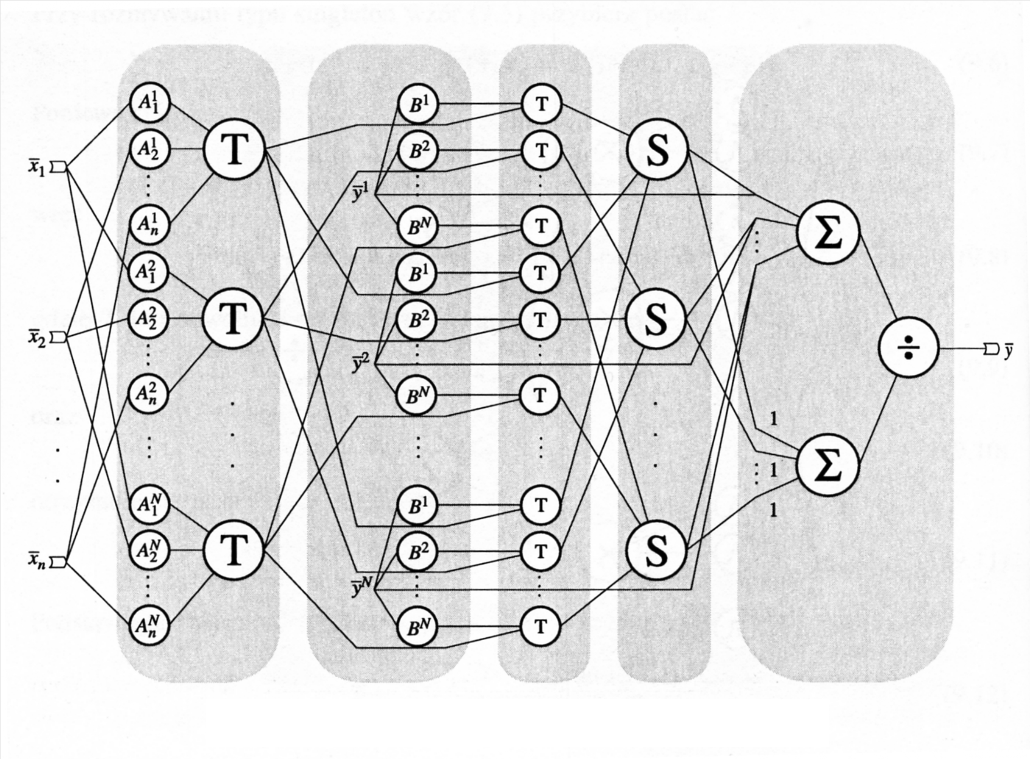
$$\bar{y}=\frac{\sum_{r=1}^{N}\bar{y}^{r}\left(\prod_{i=1}^{n}\exp\left(-\left(\frac{\bar{x}_i-\bar{x}_i^r}{\sigma_i^r}\right)^2\right)\right)}{\sum_{r=1}^{N}\left(\prod_{i=1}^{n}\exp\left(-\left(\frac{\bar{x}_i-\bar{x}_i^r}{\sigma_i^r}\right)^2\right)\right)}$$

przy założeniu, że sygnały wejściowe ($\bar{x}_i$) są fuzyfikowane do zbiorów rozmytych o postaci gaussowskiej:

$$\mu_A^r(x_i)=\exp\left(-\left(\frac{\bar{x}_i-\bar{x}_i^r}{\sigma_i^r}\right)^2\right)$$

Systemy neuronowo-rozmyte

przykładowa architektura sieci typu Mamdaniego typu B



źródło: L. Rutkowski, „Metody techniki sztucznej inteligencji”.

$\bar{x}_1 \dots \bar{x}_n$ - wejścia do sieci, następnie sygnał przechodzi przez kolejne warstwy sieci: fuzyfikacja, t-norma pierwsza, t-norma druga, s-norma oraz defuzyfikacja, po której otrzymujemy $\bar{y}$ - wyjście sieci.

Cechą charakterystyczną sieci typu B jest to, że na wyjściu otrzymujemy 1 zbiór rozmyty, będący agregacją zbiorów składowych, który następnie poddawany jest defuzyfikacji.

Systemy neuronowo-rozmyte

przykładowa architektura sieci typu Mamdaniego typu B

Wyjście ($\bar{y}$) sieci neuronowo-rozmytej z poprzedniego slajdu jest opisywane następującym wzorem:

$$\bar{y} = \frac{\sum_{r=1}^{N} \bar{y}^r * S_{k=1}^{N}\left(T\left(T_{i=1}^{n}\left(\mu_{A_i^k}(\bar{x}_i)\right), \mu_{B^k}(\bar{y}^r)\right)\right)}{\sum_{r=1}^{N} S_{k=1}^{N}\left(T\left(T_{i=1}^{n}\left(\mu_{A_i^k}(\bar{x}_i)\right), \mu_{B^k}(\bar{y}^r)\right)\right)}$$

gdzie A i B to zbiory rozmyte określone funkcjami przynależności μ_A i μ_B, S i T oznaczają odpowiednie *s-normy* i *t-normy*.

Systemy neuronowo-rozmyte

architektura sieci neuronowo-rozmytych

Dodatkowo w sieciach realizujących wnioskowanie oparte na metodach Mamadaniego, logicznej i Takagi-Sugeno możliwe stosowanie architektur:

- bez dodatkowych wag na wejściach, są to tzw. systemy M1,
- wersje posiadające wagi określające ważność reguł, nazywane systemami M2.
- oraz wariant posiadający wagi takie jak M2 z dodatkowymi wagami określającymi ważność zmiennych lingwistycznych wejściowych – tzw. systemy M3.

Jak można się domyślić, każda kolejna komplikacja systemu poprawia jego właściwości, lecz kosztem zwiększenia liczby obliczeń potrzebnych np. do nauczenia takiej sieci.

Systemy neuronowo-rozmyte

zastosowania sieci neuronowo-rozmytych

Zastosowania sieci neuronowo-rozmytych są zbliżone do zastosowań sieci neuronowych, choć z pewnym naciskiem na zagadnienia związane z modelowaniem i sterowaniem:

- modelowanie działania skomplikowanych układów dynamicznych;
- modelowanie i sterowanie reakcjami chemicznymi w reaktorach;
- klasyfikacja danych;
- nieliniowa regresja danych i inne.

Dziękuję za uwagę