

Liczby zespolone

Zadanie 1. Wykonaj działania: $(-2 + 2i) + (7 - 8i) =$

$$(4i - 3) - (1 + 10i) = \quad (\sqrt{2} + i)(3 - \sqrt{3}i) = \quad \frac{2-3i}{5+4i} = \quad \frac{2+3i}{5-4i} =$$

Zadanie 2. Wyznacz liczby rzeczywiste x, y spełniające podane równania:

$$\text{a) } x(2+3i) + y(4-5i) = 6 - 2i, \quad \text{b) } (x-i)(2-yi)=11-23i, \quad \text{c) } \frac{x}{2-3i} + \frac{y}{3+2i} = 1$$

Zadanie 3. W zbiorze liczb zespolonych rozwiąż podane równania:

$$\text{a) } z^2 + \overline{3z} = 0 \quad \text{b) } 2z + (1+i)\overline{z} = 1 + 3i \quad \text{c) } z^2 - z + 1 = 0$$

$$\text{d) } \frac{z+1}{\overline{z}-1} = 1 \quad \text{e) } z^2 + \overline{z} = 0.$$

Zadanie 4. Na rysunku zaznacz liczby spełniające równanie $z^4 = -1$. Wykorzystaj wzór de Moivre'a.

Zadanie 5. Na rysunku zaznacz liczby spełniające równanie $z^3 = i$, $z^3 = -i$.

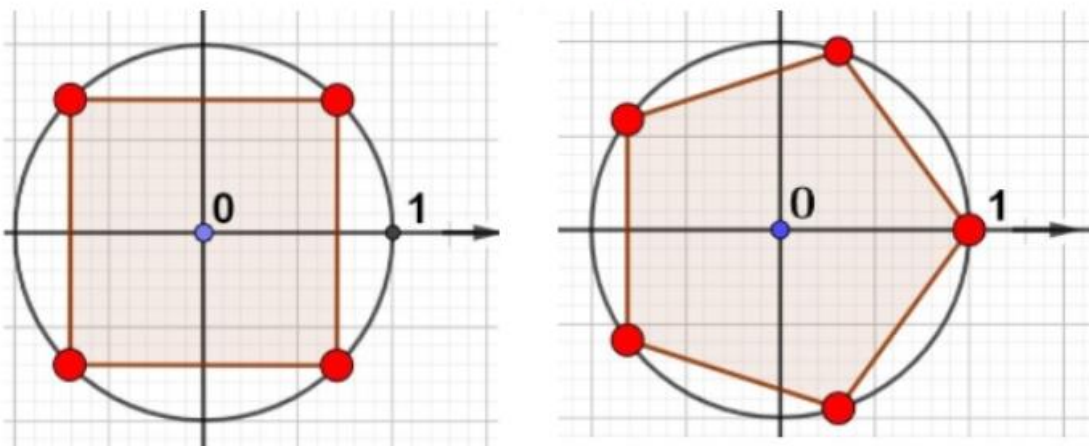
Zadanie 6. Oblicz i^{2023} , $\left(\frac{1}{i}\right)^{2023}$, $\left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{i}{\sqrt{2}}\right)^{2023}$, $\left(\frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}\right)^{2023}$

Zadanie 7. Przekształcenie liniowe płaszczyzny polega na mnożeniu przez liczbę zespoloną $1 - i\sqrt{3}$

Wyznacz jego macierz w bazie rzeczywistej $[1,0], [0,1]$. Opisz obraz zbioru o równaniu $|z| =$. Wyznacz równanie obrazu prostej $x + 2y = 1$.

Zadanie 8.

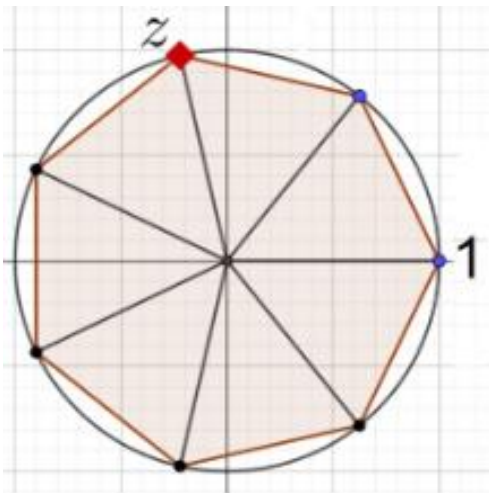
Dane są dwa rysunki, Lewy, Prawy i sześć równań. Czerwone kropki na rysunkach to liczby zespolone. Dopasuj, które równania pasują do tych liczb.



Pierwsze $z^4 - \overline{z} = 1$, Drugie $z^4 + \overline{z} = 0$, Trzecie $z^5 + 1 = 0$

Czwarte $z^4 - \overline{z} = 0$, Piąte $z^5 - \overline{z} = 1$, Szóste $z^4 + 1 = 0$

Zadanie 9



Które z podanych równań spełnia zaznaczona liczba zespolona z ? Są dwie poprawne odpowiedzi. Zaznacz je.

- ☐ $z^2 + \bar{z} = 0$
- ☐ $z^7 - 1 = 0$
- ☐ $z \cdot \bar{z} = 1$
- ☐ $z + \bar{z} = 1$
- ☐ $z^2 + z = 0$
- ☐ $\arg z = 120^\circ$

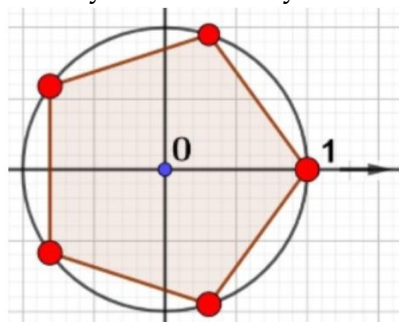
Zadanie 10. Oblicz moduły podanych liczb: $4i$, $\sqrt{7} + \sqrt{29}i$, $12i-5$, $(\sqrt{5} - \sqrt{3}) + (\sqrt{5} + \sqrt{3})i$.

Zadanie 11. Przedstaw w postaci trygonometrycznej: $-\sqrt{5}$, $-6 + 6i$, $-2i$, $\sqrt{3} + i$, $\sqrt{2} - \sqrt{6}i$

Zadanie 12. Oblicz $(1+i)^7$, $(\sqrt{3} - i)^{11}$, $(1-i)^{10}$ (wynik podaj w postaci algebraicznej).

Zadanie 13. Oblicz sumę i iloczyn zaznaczonych liczb.

Oblicz iloczyn i sumę liczb zaznaczonych większymi kółkami



Zadanie 14. Oblicz i zaznacz na płaszczyźnie $\sqrt{-2i}$, $\sqrt[3]{8i}$, $\sqrt[4]{4}$, $\sqrt[4]{-4}$

Zadanie 15. Oblicz pierwiastki kwadratowe liczb zespolonych:

$$3 + 4i, \quad 3 - 4i, \quad -3 + 4i, \quad -3 - 4i,$$

$$11 + 60i, \quad 11 - 60i, \quad -11 + 60i, \quad -11 - 60i$$

Zadanie 16. Oblicz

$$\sqrt[4]{-1}, \quad \sqrt[4]{2-i\sqrt{12}}$$