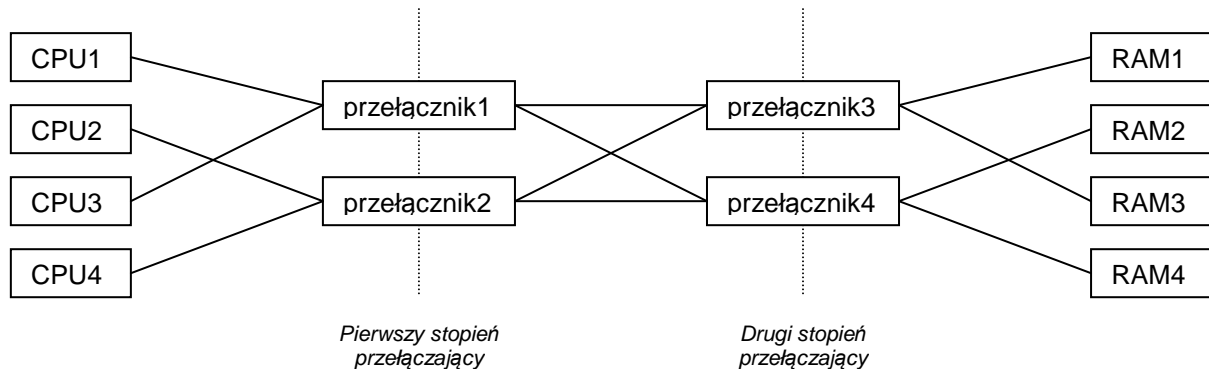
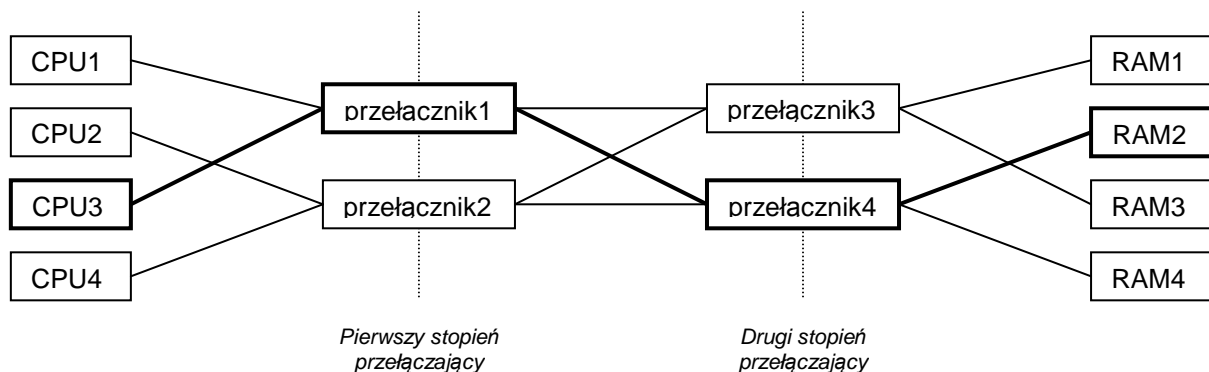


# Sieć Omega

W ogólnym przypadku, przy  $n$  procesorach i  $n$  modułach pamięci sieć Omega oparta o przełączniki poczwórne (każdy przełącznik o dwu wejściach i dwu wyjściach) potrzebuje  $\log_2 n$  stopni przełączających, zawierających po  $n/2$  przełączników, co daje w sumie  $(n/2) * (\log_2 n)$  przełączników. Dla dużych  $n$  wynik ten jest znacznie lepszy od zapotrzebowania na punkty przełączające wybieraka krzyżowego ( $n^2$ ). Pojawia się jednak dodatkowy problem: opóźnienia.



Jak widać na rysunku, mamy do dyspozycji  $n = 4$  procesory i tyle samo modułów pamięci, połączonych w sieć Omega. Mamy  $\log_2 n = \log_2 4 = 2$  stopnie przełączające. W każdym stopniu przełączającym są  $n/2 = 4/2 = 2$  przełączniki. Czyli łącznie mamy  $(n/2) * (\log_2 n) = (4/2) * (\log_2 4) = 4$  przełączniki. Takie połączenie procesorów z modułami pamięci gwarantuje, że każdy procesor jest połączony z każdym z modułów pamięci za pośrednictwem zawsze dokładnie 2 stopni przełączających. Załóżmy, że chcemy przestać zamówienie z CPU3 do RAM2. Poniższy rysunek ukazuje sposób podróżowania zamówienia. Taką samą drogę musi przebyć zamówienie powracając z RAM2 do CPU3. Jak widać zamówienie po drodze z CPU3 do RAM2 musi odwiedzić przełączniki przełącznik1 i przełącznik4. W drodze powrotnej przechodzi kolejno przez przełącznik4 i przełącznik1. Czyli zamówienie musi, podróżując tam i z powrotem, przebyć 4 stopnie przełączające (czyli przejść przez 4 przełączniki). Jeżeli każdy z przełączników powoduje opóźnienie zamówienia o 0.5 nanosekundy (czyli przełącza, działa z szybkością 0.5 nanosekundy), to zamówienie powróci do CPU3 po  $4 * 0.5 \text{ ns} = 2 \text{ ns}$ .



Dla  $n = 1024$  procesorów na drodze od procesora do pamięci występuje 10 stopni ( $\log_2 n = \log_2 1024 = 10$ ) przełączających. Czyli zamówienie podróżujące od procesora do modułu pamięci musi przebyć 10 przełączników. Następnie zamówienie musi powrócić z pamięci do

procesora, znowu przechodząc przez 10 przełączników. Każdy przełącznik opóźnia zamówienie o ściśle określony czas, potrzebny na przełączenie się przełącznika. Jeśli chcemy, by zamówienie zdążyło dojść do pamięci i powrócić do procesora w jednym cyklu rozkazowym, to czas potrzebny na przebycie 10 przełączników w jedną stronę i 10 przełączników w drugą stronę (razem 20 stopni przełączających) musi być krótszy niż czas wykonywania przez procesor jednej instrukcji, czyli krótszy niż czas jednego cyklu rozkazowego.

Założmy, że nadal rozważamy powyższy przykład z  $n = 1024$  procesorami (powiedzmy, że są typu RISC) z  $\log_2 n = \log_2 1024 = 10$  stopniami przełączającymi. Jeżeli każdy procesor pracuje z szybkością 100 MIPS to znaczy, że każdy procesor wykonuje 100 milionów instrukcji na sekundę (Million Instructions Per Second). By dowiedzieć się, ile czasu taki procesor wykonuje jedną instrukcję, trzeba rozwiązać proporcję: 100\*10<sup>6</sup> instrukcji wykonuje się w czasie 1 sekundy, to 1 instrukcja będzie się wykonywała w czasie  $x$  sekund, gdzie  $x = 1s/(100*10^6) = 1*10^{-8}s = 10*10^{-9}s = 10ns$  (10 nanosekund). Zatem jedno zamówienie ma 10 nanosekund na przejście przez 20 przełączników, by wyrobić się w czasie jednego cyklu rozkazowego. Czyli suma opóźnień spowodowanych przez wszystkie 20 przejść przez przełączniki nie może przekroczyć 10ns. I znów rozwiązujemy proporcję: 20 przejść przez przełączniki powoduje opóźnienie o 10ns, więc jedno przejście przez przełącznik powoduje opóźnienie o  $x$  nanosekund, gdzie  $x = 10ns/20 = 0.5ns = 500ps$  (500 pikosekund). A opóźnienie spowodowane przez przejście przez jeden przełącznik (0.5ns) to właśnie czas działania (przełączania się) tego przełącznika. Możemy jeszcze obliczyć, że w tej sieci zastosowano  $(n/2)*(\log_2 n) = (1024/2)*(\log_2 1024) = 512*10 = 5120$  przełączników.

W zadaniach mogą być podane różne kombinacje danych, ale wszystko dotyczy sieci Omega z poczwórnymi przełącznikami (dzięki czemu możemy stosować powyższe wzory). Typ 1: dane liczba procesorów i ich szybkość, należy wyliczyć szybkość przełączników. Typ 2: dane liczba procesorów i szybkość przełączników, należy wyliczyć maksymalną szybkość procesorów (słowo maksymalne nie wpływa na sposób rozwiązywania zadania i jest tylko dodatkiem podkreślającym istotę rozważanego problemu). Typ 3: dana liczba wszystkich przełączników w sieci i ich prędkości, należy wyliczyć liczbę procesorów i ich szybkości (wariant ekstremalny i raczej go nie będzie). Wszystkie typy zadań posiadają warunek, aby zamówienie zdążyło dojść do pamięci i wrócić do procesora w jednym cyklu rozkazowym (zmiana tego warunku nie utrudniłaby znacznie zadania, w odpowiednich miejscach trzeba by było zmienić dane liczbowe). Wszystkie zadania rozwiązuje się podobnie. W trzecim przypadku wystarczy wyliczyć z liczby przełączników liczbę procesorów, przekształcając wzór na liczbę przełączników przy danej liczbie procesorów (patrz wyżej). Gdy już wyliczymy liczbę procesorów, to zadanie trzeciego typu redukuje się do zadania drugiego typu.

### Zadanie 1

Wieloprocessor ma 8192 procesorów połączonych z pamięcią za pomocą sieci Omega z poczwórnymi przełącznikami. Czas dokonania przełączeń jednego przełącznika wynosi 0.15ns. Jak szybkie mogą być procesory, aby zamówienie zdążyło dojść do pamięci i wrócić w jednym cyklu rozkazowym? Odpowiedź należy podać w liczbie MIPS, prezentując również sposób obliczenia.

Piszemy kilka zdań na temat sieci Omega. Następnie rozwiązujemy zadanie:

<i>liczba procesorów:</i>	$n = 8192$
<i>liczba stopni przełączających (czyli liczba przełączników, które zamówienie musi pokonać podróżując od CPU do RAM):</i>	$\log_2 n = \log_2 8192 = \log_2(1024 \cdot 8) = \log_2 1024 + \log_2 8 = 10 + 3 = 13$
<i>liczba przełączników w jednym stopniu przełączającym:</i>	$n/2 = 8192/2 = 4096$
<i>łączna liczba przełączników:</i>	(liczba przełączników w jednym stopniu przełączającym) * (liczba stopni przełączających) = $(n/2) * (\log_2 n) = 4096 * 13 = 53248$
<i>czas przełączenia jednego przełącznika:</i>	$0.15\text{ns} = 0.15 \cdot 10^{-9}\text{s}$
<i>Przez ile przełączników (przez ile stopni przełączających) musi przejść zamówienie podróżując z CPU do RAM i z powrotem:</i>	$2 * (\text{liczba stopni przełączających}) = 2 * 13 = 26$
<i>Ile czasu trwa podróż zamówienia z CPU do RAM i z powrotem:</i>	(przez ile stopni przełączających przechodzi zamówienie podróżując z CPU do RAM i z powrotem) * (czas przełączenia jednego przełącznika) = $26 * 0.15\text{ns} = 3.9\text{ns} = 3.9 \cdot 10^{-9}\text{s}$
<i>Minimalny czas trwania jednego cyklu rozkazowego procesora (nie może on być mniejszy od czasu trwania podróży zamówienia z CPU do RAM i z powrotem - aby procesor nie musiał czekać na powrót zamówienia, bo wtedy jego nadmiarowa szybkość i tak zostanie zmarnowana na oczekiwaniu):</i>	(czas trwania podróży zamówienia z CPU do RAM i z powrotem) = $3.9 \cdot 10^{-9}\text{s}$
<i>Maksymalna szybkość jednego procesora w MIPS (miliony instrukcji na sekundę) czyli odpowiedź na pytanie, ile cykli rozkazowych wykona się maksymalnie w ciągu sekundy, gdy minimalny czas trwania jednego cyklu jest taki jak ten wyliczony powyżej:</i>	$1/(\text{czas trwania jednego cyklu rozkazowego procesora}) = 1/(3.9 \cdot 10^{-9}\text{s}) \approx 256410256$ instrukcji na sekundę $\approx 256.4$ milionów instrukcji na sekundę = 256.4 MIPS

Odpowiedź: procesory powinny mieć szybkość nie większą niż 256.4 MIPS. Gdyby miały większą szybkość, zamówienie nie zdążyłoby przejść z CPU do RAM i z powrotem w czasie jednego cyklu rozkazowego, a wtedy CPU musiałoby czekać.

## Zadanie 2

Wieloprocessor ma 4096 procesorów o szybkości 50 MIPS połączonych z pamięcią za pomocą sieci Omega z poczwórnymi przełącznikami. Jak szybkie powinny być przełączniki, aby zamówienie zdążyło dojść do pamięci i wrócić w jednym cyklu rozkazowym?

Piszemy kilka zdań na temat sieci Omega. Następnie rozwiązujemy zadanie:

<i>liczba procesorów:</i>	$n = 4096$
<i>liczba stopni przełączających (czyli liczba przełączników, które zamówienie musi pokonać podróżując od CPU do RAM):</i>	$\log_2 n = \log_2 4096 = \log_2(1024 \cdot 4) = \log_2 1024 + \log_2 4 = 10 + 2 = 12$
<i>liczba przełączników w jednym stopniu przełączającym:</i>	$n/2 = 4096/2 = 2048$
<i>łączna liczba przełączników:</i>	(liczba przełączników w jednym stopniu przełączającym) * (liczba stopni przełączających) = $(n/2) * (\log_2 n) = 2048 * 12 = 24576$
<i>Szybkość jednego procesora w MIPS (miliony instrukcji na sekundę) czyli odpowiedź na pytanie, ile cykli rozkazowych wykona się w ciągu sekundy:</i>	$50 \text{ MIPS} = 50 \text{ milionów instrukcji na sekundę} = 50 * 10^6 \text{ instrukcji na sekundę}$
<i>Czas trwania jednego cyklu rozkazowego procesora. Czas trwania podróży zamówienia z CPU do RAM i z powrotem nie będzie mógł być od niego dłuższy, aby procesor nie musiał czekać na powrót zamówienia, bo wtedy jego nadmiarowa szybkość i tak zostanie zmarnowana na oczekiwanie:</i>	$1/(\text{liczba cykli rozkazowych (instrukcji) wykonanych w ciągu sekundy}) = 1/(50 \text{ MIPS}) = 1/(50 * 10^6 \text{ instrukcji na sekundę}) = 0.02 * 10^{-6} \text{ s} = 0.02 \mu\text{s} \text{ (mikrosekundy)} = 20 \text{ ns}$
<i>Maksymalny czas trwania podróży zamówienia z CPU do RAM i z powrotem:</i>	(czas trwania jednego cyklu rozkazowego procesora) = 20ns
<i>Przez ile przełączników (przez ile stopni przełączających) musi przejść zamówienie podróżując z CPU do RAM i z powrotem:</i>	$2 * (\text{liczba stopni przełączających}) = 2 * 12 = 24$
<i>czas przełączenia jednego przełącznika:</i>	(czas trwania podróży zamówienia z CPU do RAM i z powrotem) / (przez ile stopni przełączających przechodzi zamówienie podróżując z CPU do RAM i z powrotem) = $20 \text{ ns} / 24 \approx 0.833 \text{ ns} = 833 \text{ ps (pikosekundy)}$

Odpowiedź: czas przełączenia jednego przełącznika (jego szybkość) powinna być mniejsza lub równa 0.833ns.