TEORIA MASOWEJ OBSŁUGI
TEORIA KOLEJEK

mgr inż. Daria Jagiełło

Literatura

- B. von der Veen: *Wstęp do teorii badań operacyjnych.* PWN, Warszawa 1970.
- Gniedenko B. W., Kowalenko I. N.: *Wstęp do teorii obsługi masowej.* PWN, Warszawa 1971.
- Jędrzejczyk Z., Kukuła K.: *Badania operacyjne w przykładach i zadaniach.* PWN, Warszawa 1999.
- Kozubski J.: *Wprowadzenie do badań operacyjnych.* Wydawnictwo Uniwersytetu Gdańskiego, Gdańsk 1999.

Geneza

Początek XX wieku - w związku z silnym rozwojem sieci telefonicznych oraz problemami praktycznymi związanymi z rozbudową już istniejących lub tworzeniem nowych sieci.

Pojawiły się problemy dotyczące m.in. odpowiedniego doboru sprzętu, warunków tworzenia centrów telekomunikacyjnych itp.

Nurt ten zapoczątkowany był przez duńskiego naukowca AGNERA KRARUPA ERLANGA.

Teoria masowej obsługi

- Teoria kolejek zajmuje się budową modeli matematycznych, które można wykorzystać w racjonalnym zarządzaniu dowolnymi systemami działania, zwanymi **systemami masowej obsługi**.
- Przykładami takich systemów są: sklepy, porty lotnicze, podsystem użytkowania samochodów przedsiębiorstwa transportowego, podsystem obsługiwania środków transportu.

Teoria masowej obsługi

- praktyczna dziedzina wiedzy wykorzystywana coraz częściej w zinformatyzowanym świecie,
- związana z rachunkiem prawdopodobieństwa i teorią procesów stochastycznych,
- używająca jako narzędzi badawczych analizy zespolonej, teorii równań różniczkowych i całkowych i innych kierunków matematycznych.

Cele masowej obsługi

Klient

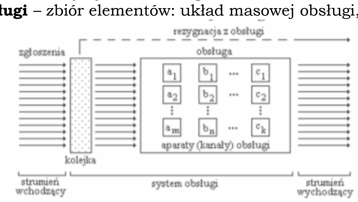
- wybór momentu zgłoszenia,
- średni koszt,
- średni czas obsługi,
- długość kolejki,

Zarządzający

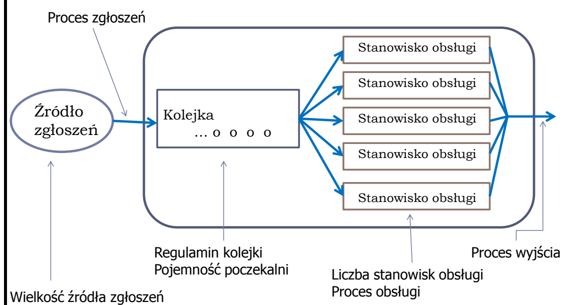
- usprawnienie systemu,
- zwiększenie liczby kanałów obsługi,
- rozbudowa poczekalni,
- zwiększenie atrakcyjności systemu,

Podstawowe pojęcia

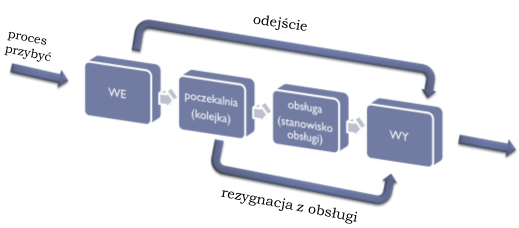
Zgłoszenie – obiekt (jednostka) zgłaszający się lub oczekujący na zaspokojenie określonej potrzeby.
Obsługa – zaspokojenie określonej potrzeby.
Aparat obsługi – obiekt umożliwiający zrealizowanie obsługi zgłoszenia.
Układ obsługi – zbiór jednorodnych aparatów obsługi i czynności realizowanych przy pomocy aparatów.
Kolejka – zbiór zgłoszeń oczekujących na obsługę.
System masowej obsługi – zbiór elementów: układ masowej obsługi, zgłoszenia.



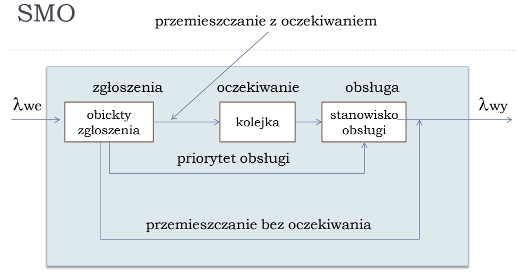
System masowej obsługi



Schemat SMO



SMO

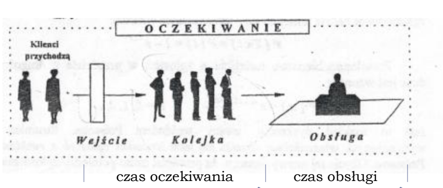


λ_{we} – strumień wejściowy zgłoszeń,
λ_{wy} – strumień wyjściowy obsłużonych obiektów

Struktura zjawiska oczekiwania

W najprostszej formie zjawisko lub proces oczekiwania składa się z trzech faz zasadniczych:

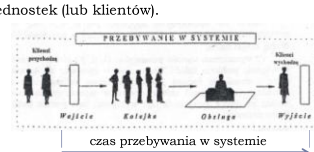
- wejście jednostek (lub klientów) do systemu obsługi
- oczekiwanie (kolejka)
- obsługa.



Pojęcie przebywania w systemie

Proces przebywania w systemie obsługi składa się z czterech podstawowych etapów:

- wejście jednostek (lub klientów) do systemu obsługi
- oczekiwanie (kolejka)
- obsługa,
- wyjście jednostek (lub klientów).



Czas przebywania w systemie składa się z dwóch części:

- czas oczekiwania na obsługę,
- czasu obsługi.

Charakterystyki systemu obsługi

System obsługi można opisać za pomocą trzech charakterystyk:

- ***Strumień zgłoszeń*** – będący statystycznym opisem procesu przybywania zgłoszeń.
- ***Proces obsługi*** – opisujący obsługę zgłoszeń.
- ***Sposób obsługi kolejek*** – określający metodę wybierania następnego zgłoszenia do obsługi.

Procesy SMO

proces zgłoszeń
- losowy lub zdeterminowany,

obsługa
- jeden lub kilka równoległych kanałów obsługi,
- obsługa pojedyncza lub grupowa,
- obsługa składająca się z jednej lub kilku faz (etapów obsługi),

poczekalnia
- kolejka o różnych możliwych regulaminach,
- kolejki uprzywilejowane,

Podstawowe parametry systemu obsługi:

- λ - liczba zgłoszeń napływających do systemu obsługi w jednostce czasu
- μ - liczba zgłoszeń obsługiwanych w ustalonej jednostce czasu
- Parametrem charakteryzującym stabilność systemu jest:

$$\rho = \frac{\lambda}{s\mu}$$ - intensywność ruchu

Proces zgłoszeń (strumień)

λ - liczba zgłoszeń napływających do systemu obsługi w jednostce czasu

Przykład

Do sklepu zgłasza się średnio 5 klientów w ciągu 10 minut

λ = 5 [klientów]/10[minut]

λ = 0,5 [klienta/minutę]

Strumień zgłoszeń

- charakter losowy → przedział czasu pomiędzy kolejnymi zgłoszeniami jest zmienną losową ciągłą
- zgłoszenia mogą nastąpić w dowolnej chwili (ale musi być zachowane średnie natężenie zgłoszeń)
- czas nadejścia zgłoszenia jest niezależny od poprzednich zgłoszeń
- prawdopodobieństwo zgłoszenia w przedziale Δt jest proporcjonalne do tego przedziału

Proces obsługi

μ - liczba zgłoszeń obsługiwanych w ustalonej jednostce czasu

Przykład

Kasjer obsługuje w ciągu 12 minut 6 klientów

μ = 6 [klientów]/12[minut]

μ = 0,5 [klienta/minutę]

Intensywność ruchu

- Intensywność ruchu (stała Erlanga) – stosunek średniej liczby zgłoszeń jaka napływa do systemu w jednostce czasu do średniej liczby zgłoszeń jaka może być obsłużona w jednostce czasu

$$\rho = \frac{\lambda}{s\mu}$$

s – liczba stanowisk przeznaczonych do obsługi

Przykład

λ = 0,5 [klienta/minutę]
μ = 0,5 [klienta/minutę]

ρ = 1 na granicy stabilności

$\rho = \frac{\lambda}{s\mu} < 1$ System stabilny

$\rho = \frac{\lambda}{s\mu} = 1$ System na granicy stabilności

$\rho = \frac{\lambda}{s\mu} > 1$ System niestabilny

W systemie masowej obsługi mamy do czynienia z napływającymi w miarę upływu czasu zgłoszeniami (np. uszkodzony pojazd, klient, statek), z kolejką obiektów oczekujących na obsługę oraz za stanowiskami obsługi (np. stanowiska diagnozowania pojazdu, sprzedawca, stanowisko wyładunku).

Rozróżnia się systemy masowej obsługi:
- z oczekiwaniem;
- bez oczekiwania.

W SMO z oczekiwaniem zgłoszenie (obiekt zgłoszenia) oczekuje w kolejce na obsługę, zaś w systemie bez oczekiwania, wszystkie stanowiska obsługi są zajęte i obiekt zgłoszenia wychodzi z systemu nie obsłużony.

Systemy obsługi

- jednokanałowe systemy obsługi
- wielokanałowe systemy obsługi

Optymalizacja wszelkiego rodzaju jednostek usługowych

Główne zadania:

•Minimalizacja czasu oczekiwania na obsługę

•Optymalne określenie stanowisk obsługi

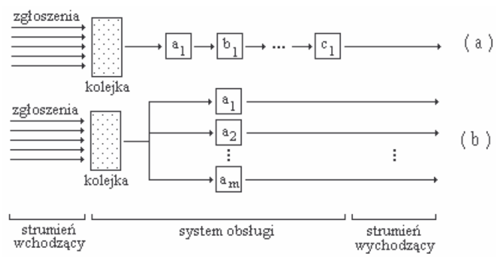
•Określanie parametrów obsługi

Klasyfikacje systemów masowej obsługi

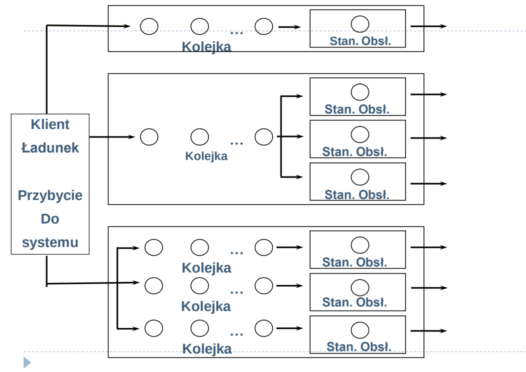
1. Organizacja obsługi
2. Zachowanie się zgłoszenia
3. Istnienie kolejki
4. Rozmiary kolejki
5. Organizacja kolejki

Klasyfikacja systemów masowej obsługi ze względu na organizację obsługi:

Szeregowe (a), równoległe (b)



mieszane



Klasyfikacje systemów masowej obsługi

1. Organizacja obsługi
2. **Zachowanie się zgłoszenia**
3. Istnienie kolejki
4. Rozmiary kolejki
5. Organizacja kolejki

Zachowanie się zgłoszenia

- ze stratami (zgłoszenie opuszcza po upływie pewnego czasu system rezygnując z obsługi);
- bez strat (zgłoszenie w systemie przebywa do czasu obsłużenia).

Klasyfikacje systemów masowej obsługi

1. Organizacja obsługi
2. Zachowanie się zgłoszenia
3. **Istnienie kolejki**
4. Rozmiary kolejki
5. Organizacja kolejki

Istnienie kolejki

- zabroniona
- dozwolona

Klasyfikacje systemów masowej obsługi

1. Organizacja obsługi
2. Zachowanie się zgłoszenia
3. Istnienie kolejki
4. **Rozmiary kolejki**
5. Organizacja kolejki

Rozmiary kolejki

systemy z kolejką

- ograniczoną
- nieograniczoną

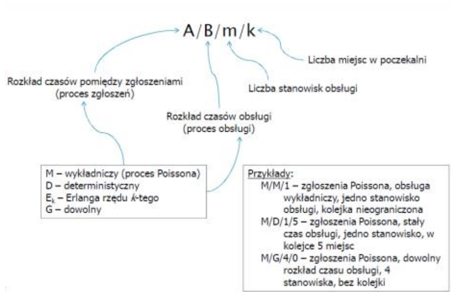
Klasyfikacje systemów masowej obsługi

1. Organizacja obsługi
2. Zachowanie się zgłoszenia
3. Istnienie kolejki
4. Rozmiary kolejki
5. **Organizacja kolejki**

Organizacja kolejki

- **FIFO** (*first in first out*), czyli kolejność obsługi według przybycia;
- **SIRO** (*selection in random order*) czyli kolejność obsługi losowa;
- **LIFO** (*last in first out*), czyli ostatnie zgłoszenie jest najpierw obsłużone;
- priorytet dla niektórych obsług, np. bezwzględny priorytet obsługi oznacza, że zostaje przerwane aktualnie wykonywana obsługa obiektu, a na jego miejsce wchodzi obiekt z priorytetem.

Notacja Kendalla



System z jednym stanowiskiem obsługi

Nieograniczona liczba zgłoszeń oczekujących na obsługę SMO-1

$M/M/1/\infty$

System tworzą:

- jeden aparat obsługi o wykładniczym czasie trwania obsługi i intensywności obsługi μ,
- prosty strumień zgłoszeń o intensywności λ ,
- intensywność obsługi
- warunek stabilności systemu: $0 \le \rho < 1$ $\quad \rho = \frac{\lambda}{s\mu}$

Charakterystyki

- procent czasu zajętości wszystkich stanowisk obsługi
- prawdopodobieństwo, że system nie jest pusty
- średnia liczba klientów czekających
- średnia liczba klientów czekających i obsługiwanych
- średni czas czekania
- średni czas czekania i obsługi
- prawdopodobieństwo, że przybywający klient czeka
- prawdopodobieństwo, że n klientów jest w systemie

Przykład:

Na poczcie obok innych stanowisk jedno jest przeznaczone do obsługi wpłat i wypłat gotówkowych osób fizycznych.

Ruch w godzinach 14-18 jest tak duży, że rozważa się możliwość uruchomienia dodatkowego stanowiska obsługi.

Sprawdzić, czy jest to słuszna decyzja.

Poniżej podano obserwacje poczynione w czasie jednej z godzin szczytowych.

	Czas przyjścia liczony od przybycia poprzedniego klienta (w min)	Czas obsługi klienta (w min)		Czas przyjścia liczony od przybycia poprzedniego klienta (w min)	Czas obsługi klienta (w min)
	0	1,5		**1**	5,5
	0,5	2,5		**1,5**	4,5
	1	1		**2**	4
	1,5	2		**1,5**	3
	1	3		**1**	2
	2,5	5		**2,5**	1,5
	0,5	0,5		**3**	3
	6	1,5		**3,5**	4
	2	2,5		**4**	4
	1,5	6		**3,5**	3
				40	**60**

Rozwiązanie

- Proces zgłoszeń $\lambda = \frac{20}{40} = \frac{1}{2}$
- Proces obsługi $\mu = \frac{20}{60} = \frac{1}{3}$
- Intensywność ruchu $\rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{3}} = \frac{3}{2} = 1{,}5$

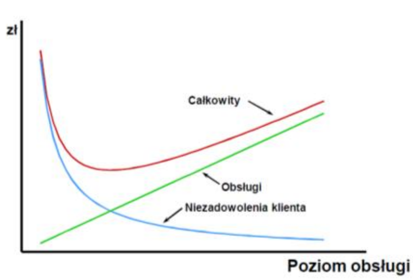
Zachodzi nierówność $\rho > 1$, czyli liczba zgłoszeń przewyższa możliwości obsługi takiej liczby zgłoszeń.

SYSTEM NIESTABILNY

Oznacza to, że prawdopodobieństwo długiej kolejki się zwiększa.

Osiągnięcie stanu równowagi jest tylko możliwe dzięki podjęciu radykalnych działań:
- skróceniu czasu obsługi klienta
- zainstalowaniu dodatkowego stanowiska obsługi.

Koszty w systemach masowej obsługi



Model matematyczny funkcjonowania SMO opiera się na teorii procesów stochastycznych

W modelu tym występują zmienne losowe:
- czas upływający między wejściem do systemu dwóch kolejnych zgłoszeń;
- czas obsługi jednego zgłoszenia przez stanowisko obsługi;
- liczba stanowisk;
- liczebność miejsc w kolejce zgłoszeń oczekujących na obsługę.

System M/M/s

- s stanowisk obsługi
- Strumień wejściowy Poissona z parametrem λ
- Obsługa wykładnicza z parametrem μ
- Dyscyplina obsługi FIFO
- Pojedyncza kolejka
- Kolejka nieograniczona
- $\lambda < s\mu$

Założenia w teoretycznym modelu

Rozpatrywane są tylko sytuacje, w których klienci obsługiwani są według kolejności przybywania do punktu świadczącego usługę, zatem wszyscy klienci są traktowani na równi.

Przykład

W prywatnej przychodni stomatologicznej czynne są dwa gabinety lekarskie. Pacjenci zgłaszają się z częstotliwością ok. 3,8 pacjenta na godz., a intensywność ich obsługi wynosi 2 pacjentów na godz.

$$\lambda = 3{,}8$$

$$\mu = 2$$

$$s = 2$$

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu s} = \frac{3{,}8}{2 \cdot 2} = 0{,}95$$

Jakie jest prawdopodobieństwo, że nie będzie kolejki?

Kiedy wystąpi kolejka?

- Gdy wszystkie stanowiska obsługi są zajęte.

Jakie są sytuacje, dla których ta kolejka nie wystąpi?

- Żadne stanowisko obsługi nie jest zajęte.
- Zajętych jest *s-1* stanowisk obsługi.

Ile wynosi prawdopodobieństwo, że nie będzie kolejki?

$$p(i \geq s) = \sum_{j=s}^{\infty} p_j = \frac{p_s}{1-\rho}$$

Pr–two, że ustawi się kolejka

$$p_i = \begin{cases} \frac{(s\rho)^i}{i!} p_0 & dla\ i = 1,2,\dots,s-1 \qquad i < s \\ \frac{\rho^i s^i}{s!} p_0 & dla\ i = s, s+1,\dots,\infty \qquad i \geq s \end{cases}$$

Pr–two, że w systemie jest *i* obiektów

$$p_0 = \frac{1}{\sum_{i=0}^{s-1} \frac{(s\rho)^i}{i!} + \frac{(s\rho)^s}{(1-\rho)s!}}$$

Pr-two, że system jest pusty

Ile wynosi prawdopodobieństwo, że nie będzie kolejki?

$$p(i \geq s) = \sum_{j=s}^{\infty} p_j = \frac{p_s}{1-\rho} = \frac{0{,}0462}{1-0{,}95} = \frac{0{,}0462}{0{,}05} = \boxed{0{,}9240}$$

$$p_i = \begin{cases} \frac{(s\rho)^i}{i!} p_0 & dla\ i = 1,2,\dots,s-1 \qquad i < s \\ \frac{\rho^i s^i}{s!} p_0 & dla\ i = s, s+1,\dots,\infty \qquad i \geq s \end{cases}$$

$$p_s = \frac{\rho^s s^s}{s!} p_0 = \frac{0{,}95^2 \cdot 2^2}{2!} \cdot 0{,}0256 = 0{,}0462$$

$$p_0 = \frac{1}{\sum_{i=0}^{s-1} \frac{(s\rho)^i}{i!} + \frac{(s\rho)^s}{(1-\rho)s!}} = \frac{1}{\frac{(2 \cdot 0{,}95)^0}{0!} + \frac{(2 \cdot 0{,}95)^1}{1!} + \frac{(2 \cdot 0{,}95)^2}{(1-0{,}95)2!}} = 0{,}0256$$

Ile wynosi prawdopodobieństwo, że nie będzie kolejki?

$$1 - p(i \geq s) = 1 - 0{,}9240 = 0{,}076$$

Prawdopodobieństwo, że nie będzie kolejki w poradni stomatologicznej wynosi ok. 8%.

Ile wynosi prawdopodobieństwo, że pacjent będzie musiał oczekiwać w kolejce dłużej niż 0,5 godz.?

$$P(\tau_k > T) = \frac{p_s}{1-\rho} e^{-T(s\mu-\lambda)}$$

$$P(\tau_k > 0{,}5) = \frac{p_s}{1-\rho} e^{-T(s\mu-\lambda)} = \frac{0{,}0462}{1-0{,}95} e^{-0{,}5(2\cdot 2-3{,}8)} = 0{,}8360$$

Prawdopodobieństwo, że pacjent będzie musiał oczekiwać w kolejce dłużej niż 0,5 godz. wynosi ok.84%.

Jak wygląda sytuacja z punktu widzenia właściciela poradni?

- Sytuacja z punktu widzenia właściciela poradni dla pacjentów nie jest komfortowa.
- Prawdopodobieństwo bezkolejkowego przyjęcia jest małe, bo wynoszące 0,076.
- Prawdopodobiestwo, że pacjent będzie czekał dłużej niż pół godziny, jest bardzo duże i wynosi 0,84.

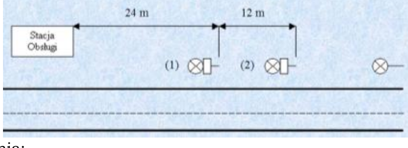
System M/M/s/N

- s stanowisk obsługi.
- Strumień wejściowy Poisson z parametrem λ
- Obsługa wykładnicza z parametrem μ
- Dyscyplina obsługi FIFO.
- Pojedyncza kolejka.
- Kolejka ograniczona.
- $\lambda < s\mu$.

Przykład

Stacja obsługi samochodów posiada 1 stanowisko naprawcze (schemat). Z uwagi na duże zainteresowanie wśród klientów prowadzonymi usługami, właściciel postanowił utworzyć dodatkowe stanowisko naprawcze. Wymaga to zmiany usytuowania znaku zakazu zatrzymywania.

Właściciel sądzi, że wprowadzona zmiana przyniesie mu dwukrotny wzrost klientów. Dotychczas zgłaszało się 6 klientów w ciągu dnia pracy (8 godzin). Średni czas obsługi samochodu wynosi 2 godziny.



Założenia:
Średnia długość samochodu 4 m

M/M/1/N → M/M /s/N

M/M/1/N	M/M/s/N
$s = 1$	$s = 2$
$N = 6$	$N = 9$
$\lambda = \frac{6}{8} = 0{,}75$	$\lambda = \frac{12}{8} = 1{,}5$
$\mu = \frac{1}{2} = 0{,}5$	$\mu = \frac{1}{2} = 0{,}5$
$\rho = \frac{\lambda}{s\mu} = \frac{0{,}75}{0{,}5} = 1{,}5$	$\rho = \frac{\lambda}{s\mu} = \frac{1{,}5}{2\cdot 0{,}5} = 1{,}5$
$\bar{v} = 5{,}82$	$\bar{v} = 7{,}3195$
$p_0 = 0{,}0203$	$p_0 = 0{,}002$

System M/G/1

Model :

Strumień wejściowy Poissona z param. l.
Czas obsługi o dowolnym rozkładzie, średniej m i odchyleniu standardowym s.

Jedno stanowisko obsługi.

- Czas obsługi nie musi mieć rozkładu wykładniczego brak założeń o rozkładzie) np.:
  - Naprawa telewizora
  - Badanie wzroku
  - Fryzjer

System M/D/1

- Czas obsługi może być ustalony np.:
  - Taśma produkcyjna.
  - Myjnia automatyczna.
- Czas obsługi deterministyczny
- Aby uzyskać system M/D/1 w systemie M/G/1 trzeba przyjąć odchylenie standardowe równe 0 (s= 0).

Warunek stabilności $\lambda < \mu$

Przykład

Stacja benzynowa ma 3 dystrybutory - ON, Pb95, Pb98. Dojazdy przed dystrybutorami pozwalają na tworzenie trzech niezależnych kolejek. Samochody tankujące ON podjeżdżają średnio co 10 minut, a czas tankowania wynosi średnio 3 minuty, zaś samochody tankujące Pb95 i Pb98 przejeżdżają co 8 minut, a czas tankowania wynosi 1 minutę. Stacja zatrudnia jednego pracownika. Ocenić (pod względem czasu przebywania klientów na stacji) dwa warianty organizacji pracy stacji benzynowej:

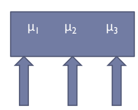
Pracownik sam obsługuje dystrybutory i inkasuje pieniądze. Samochody są tankowane zgodnie z kolejnością przybycia.

Stacja zostaje zamieniona na samoobsługową, a pracownik zajmuje się jedynie inkasowaniem pieniędzy.

W obu przypadkach średni czas płacenia za paliwo wynosi 1 minutę.

Wskazówka: Jeśli w systemie M/M/s (M/M/1) strumień wejściowy jest procesem Poissona o intensywności λ, to strumień wyjściowy jest również procesem Poissona o intensywności λ.

A) Pracownik M/M/1/∞



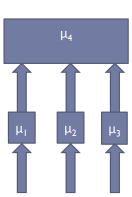
$$\lambda = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3$$

$$\lambda = 1/10 + 1/8 + 1/8 = 7/20$$

$$\rho = \frac{18}{20} = 0,9$$

$$\tau_s = 25,7\, min$$

B) Samoobsługa 3 x M/M/1/∞



Kasa

$\lambda = 1/10$ $\quad \lambda = 1/8$ $\quad \lambda = 1/8$

$\rho = 0,3$ $\quad \rho = 0,125$ $\quad \rho = 0,125$

$\tau_s = 4,3\, min$ $\quad \tau_s = 1,14\, min$ $\quad \tau_s = 1,14\, min$

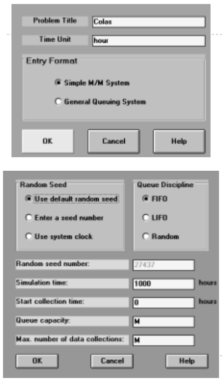
$$\lambda = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 7/20 \quad \rho = 0,35 \quad \tau_s = 1,54\, min$$

$$\tau_s = (4,3 + 1,14 + 1,14) : 3 + 1,54 = 3,73\, min$$

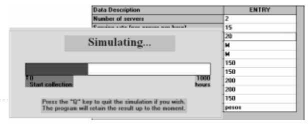
Aplikacje

- WINQSB
- FLEXSIM
- CAST
- VISSIM
- Java Modelling Tools

WINQSB

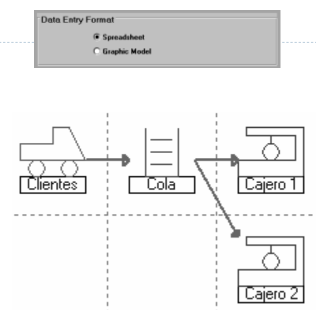


Data Description	ENTRY
Number of servers	
Service rate (per server per hour)	
Customer arrival rate (per hour)	
Queue capacity (maximum waiting space)	M
Customer population	M
Busy server cost per hour	
Idle server cost per hour	
Customer waiting cost per hour	
Customer being served cost per hour	
Cost of customer being balked	
Unit queue capacity cost	

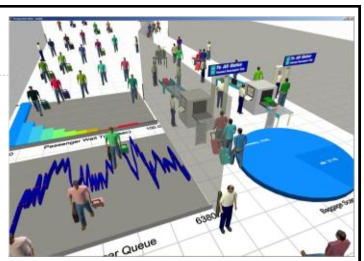


12-01-2005	Performance Measure	Result
1	System: M/M/2	From Simulation
2	Customer arrival rate (lambda) per hour =	20,0000
3	Service rate per server (mu) per hour =	15,0000
4	Overall system effective arrival rate per hour =	19,8687
5	Overall system effective service rate per hour =	19,8677
6	Overall system utilization =	66,3079 %
7	Average number of customers in the system (L) =	2,2767
8	Average number of customers in the queue (Lq) =	0,9505
9	Average number of customers in the queue for a busy system (Lb) =	1,8000
10	Average time customer spends in the system (W) =	0,1146 hours
11	Average time customer spends in the queue (Wq) =	0,0478 hours
12	Average time customer spends in the queue for a busy system (Wb) =	0,0906 hours
13	The probability that all servers are idle (Po) =	20,1912 %
14	The probability an arriving customer waits (Pw) or system is busy (Pb) =	52,8070 %
15	Average number of customers being balked per hour =	0
16	Total cost of busy server per hour =	$198,9230
17	Total cost of idle server per hour =	$101,0770
18	Total cost of customer waiting per hour =	$190,1147
19	Total cost of customer being served per hour =	$265,2332
20	Total cost of customer being balked per hour =	$0
21	Total queue space cost per hour =	$0
22	Total system cost per hour =	$755,3479
23	Simulation time in hour =	1000,0000
24	Starting data collection time in hour =	0
25	Number of observations collected =	19868
26	Maximum number of customers in the queue =	17
27	Total simulation CPU time in second =	3,3050

12-02-2005	Result	Clientes
1	Total Number of Arrival	1123
2	Total Number of Balking	260
3	Average Number in the System (L)	2,2144
4	Maximum Number in the System	17
5	Current Number in the System	1
6	Number Finished	871
7	Average Process Time	0,0663
8	Std. Dev. of Process Time	0,0071
9	Average Waiting Time (Wq)	0,1879
10	Std. Dev. of Waiting Time	0,1560
11	Average Transfer Time	0
12	Std. Dev. of Transfer Time	0
13	Average Flow Time (W)	0,2542
14	Std. Dev. of Flow Time	0,1562
15	Maximum Flow Time	0,6007
	Data Collection: 0 to	100 Minutoss
	CPU Seconds =	1,6250



FLEXSIM



Rozwiązywanie problemów decyzyjnych

Oprogramowanie symulacyjne nowej generacji

Modelowanie, wizualizacja, sterowanie i optymalizacji procesów (w przemyśle, w ruchu ulicznym, w przepływie pracy)

- Airport
- Statistics
- People module

CAST

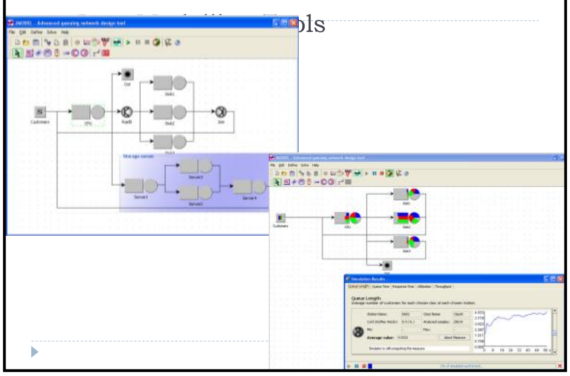
- Symulacyjny model do analizy systemów kolejkowania

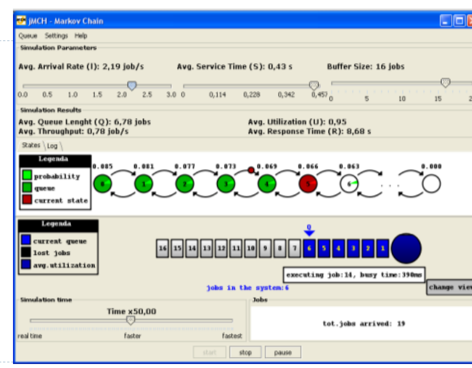
Airport

Terminal

VISSIM

- Movie





TEORIA MASOWEJ OBSŁUGI
TEORIA KOLEJEK

mgr inż. Daria Jagieło