4

grupa A

Zadanie (10 pkt) Wadliwość produkcji w pewnej fabryce wynosi 20%

Wybieramy losowo 625 elementów produkowanych w tej fabryce.

Niech X oznacza liczbę elementów wadliwych wśród 625 wylosowanych.

(a) (1 pkt) Jaki rozkład prawdopodobieństwa ma zmienna losowa X? $X \sim b(n, p)$ $n = 625$ $p = 0{,}2$

(b) (2 pkt) Wyznaczyć wartość oczekiwaną i odchylenie standardowe zmiennej losowej X. $\mathbb{E}X = 125$ $\sigma_X = 10$

(c) (1 pkt) Korzystając z nierówności Czebyszewa oszacować z góry prawdopodobieństwo

$$P(|X-125| \geq 20). \leq \frac{\sigma_X^2}{20^2} = \frac{100}{400} = 0{,}25$$

(d) (1 pkt) Z Centralnego Twierdzenia Granicznego wynika, że X ma w przybliżeniu pewien rozkład normalny $N(\mu, \sigma^2)$. Ile wynoszą μ i σ^2? $\mu = 125$ $\sigma^2 = 100$

(e) (5 pkt) Korzystając z Centralnego Twierdzenia Granicznego oszacować prawdopodobieństwo

$$P(X \geq 127). = 1 - P(X \leq 126) \overset{CTG}{\approx} 1 - \Phi(0.1)$$

$$\approx 1 - 0{,}539828 \approx 0{,}46$$

grupa B

Zadanie (10 pkt) Wadliwość produkcji w pewnej fabryce wynosi 20%.

Wybieramy losowo 625 elementów produkowanych w tej fabryce.

Niech X oznacza liczbę elementów wadliwych wśród 625 wylosowanych.

(a) (1 pkt) Jaki rozkład prawdopodobieństwa ma zmienna losowa X? $X \sim b(n, p)$ $n = 625$ $p = 0{,}2$

(b) (2 pkt) Wyznaczyć wartość oczekiwaną i odchylenie standardowe zmiennej losowej X. $\mathbb{E}X = 125$ $\sigma_X = 10$

(c) (1 pkt) Korzystając z nierówności Czebyszewa oszacować z góry prawdopodobieństwo

$$P(|X-125| \geq 50). \leq \frac{\sigma_X^2}{50^2} = \frac{100}{2500} = 0{,}04$$

(d) (1 pkt) Z Centralnego Twierdzenia Granicznego wynika, że X ma w przybliżeniu pewien rozkład normalny $N(\mu, \sigma^2)$. Ile wynoszą μ i σ^2? $\mu = 125$ $\sigma^2 = 100$

(e) (5 pkt) Korzystając z Centralnego Twierdzenia Granicznego oszacować prawdopodobieństwo

$$P(X < 124). = P(X \leq 123) \overset{CTG}{\approx} \Phi(-0{,}2)$$

$$= 1 - \Phi(0{,}2) \approx 1 - 0{,}57926 \approx 0{,}42$$

4

grupa C

Zadanie (10 pkt) Wadliwość produkcji w pewnej fabryce wynosi 30%

Wybieramy losowo 2100 elementów produkowanych w tej fabryce.

Niech X oznacza liczbę elementów wadliwych wśród 2100 wylosowanych.

(a) (1 pkt) Jaki rozkład prawdopodobieństwa ma zmienna losowa X? $X \sim b(n,p)$ $n = 2100$ $p = 0{,}3$

(b) (2 pkt) Wyznaczyć wartość oczekiwaną i odchylenie standardowe zmiennej losowej X. $\mathbb{E}X = 630$ $\sigma_X = 21$

(c) (1 pkt) Korzystając z nierówności Czebyszewa oszacować z góry prawdopodobieństwo

$$P(|X - 630| \geq 84) \leq \frac{\sigma_X^2}{84^2} = \frac{441}{7056} = 0{,}0625$$

(d) (1 pkt) Z Centralnego Twierdzenia Granicznego wynika, że X ma w przybliżeniu pewien rozkład normalny $N(\mu, \sigma^2)$. Ile wynoszą μ i σ^2? $\mu = 630$ $\sigma^2 = 441$

(e) (5 pkt) Korzystając z Centralnego Twierdzenia Granicznego oszacować prawdopodobieństwo

$$P(X \geq 632) = 1 - P(X \leq 631) \overset{CTG}{\approx}$$
$$\approx 1 - \Phi(0{,}05) \approx 1 - 0{,}519939$$
$$\approx 0{,}48$$

grupa D

Zadanie (10 pkt) Wadliwość produkcji w pewnej fabryce wynosi 30%.

Wybieramy losowo 2100 elementów produkowanych w tej fabryce.

Niech X oznacza liczbę elementów wadliwych wśród 2100 wylosowanych.

(a) (1 pkt) Jaki rozkład prawdopodobieństwa ma zmienna losowa X? $X \sim b(n,p)$ $n = 2100$ $p = 0{,}3$

(b) (2 pkt) Wyznaczyć wartość oczekiwaną i odchylenie standardowe zmiennej losowej X. $\mathbb{E}X = 630$ $\sigma_X = 21$

(c) (1 pkt) Korzystając z nierówności Czebyszewa oszacować z góry prawdopodobieństwo

$$P(|X - 630| \geq 42) \leq \frac{\sigma_X^2}{42^2} = \frac{441}{1764} = 0{,}25$$

(d) (1 pkt) Z Centralnego Twierdzenia Granicznego wynika, że X ma w przybliżeniu pewien rozkład normalny $N(\mu, \sigma^2)$. Ile wynoszą μ i σ^2? $\mu = 630$ $\sigma^2 = 441$

(e) (5 pkt) Korzystając z Centralnego Twierdzenia Granicznego oszacować prawdopodobieństwo

$$P(X < 634) = P(X \leq 633) \overset{CTG}{\approx} \Phi(0{,}14)$$
$$\approx 0{,}55567 \approx 0{,}56$$