

## 5. Ruch falowy

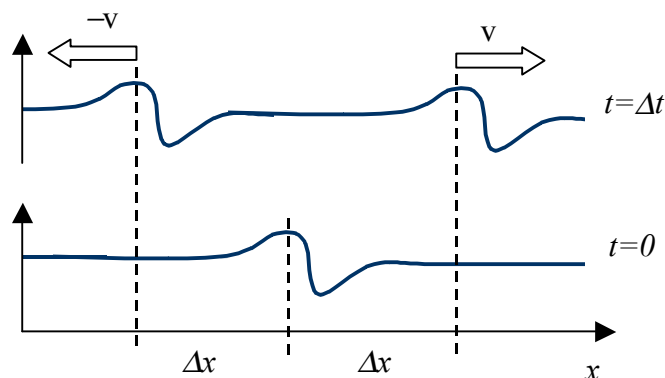
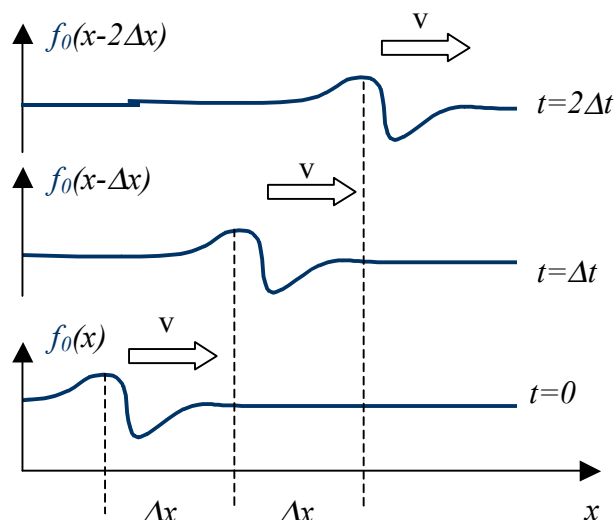
### Fale

Poruszać mogą się nie tylko obiekty materialne, ale także rozkłady wartości różnych wielkości fizycznych. Przemieszczające się zaburzenie (odstępstwa od wartości średniej) nazywane jest falą. Przykładem fali jest fala na powierzchni wody, gdzie w stanie równowagi granica pomiędzy powietrzem a wodą jest nieruchoma. Po wrzuceniu do wody kamienia, w miejscu tym poziom wody się lokalnie obniży a tuż obok podwyższy. Takie zaburzenie nie pozostaje w miejscu, ale przesuwa się po powierzchni (w postaci fali kołowej). Cząsteczki wody nie podążają jednak za falą a tylko przesuwiają się w górę i dół (dokładniej po torach eliptycznych) powodując podwyższenie lub obniżenie słupa wody. Zatem w kierunku poziomym nie przesuwiają się cząstki a zmieniona wysokość powierzchni wody.

Falę tworzą zaburzenia różnych wielkości. Falą jest przesuujące się wygięcie wzdłuż węża gumowego. Zmiana ciśnienia w gazie lub naprężenia w ciałach stałych tworzy falę akustyczną (dźwiękową). Są wreszcie fale elektromagnetyczne, w których zmiany dotyczą wartości pól elektrycznego i magnetycznego.

### Równanie falowe

Rozkład zaburzenia pewnej wielkości  $f$  tworzącego falę przesuwa się w przestrzeni i dlatego jest opisywany funkcją położenia  $x$  (w przypadku jednego wymiaru) oraz czasu  $t$ :  $f(x, t)$ . Jeśli w chwili  $t = 0$  zaburzenie ma postać  $f(x, 0) = f_0(x)$ , to po upływie czasu  $\Delta t$  funkcja ta jest przesunięta na odległość  $\Delta x$ , czyli  $f(x, \Delta t) = f_0(x - \Delta x)$ . Ponieważ przesunięcie  $\Delta x$  wiąże się z prędkością przesuwania się fali  $v$  jak  $\Delta x = v\Delta t$ , stąd w dowolnej chwili czasu  $f(x, t) = f_0(x - vt)$ . Zatem falę opisywać trzeba nie jako funkcję niezależnych zmiennych  $x$  i  $t$ , ale jako funkcję zmiennej  $\phi = k(x - vt)$ .



Stała  $k$  dodana została, aby  $\phi$  zwane fazą fali było bezwymiarowe ( $k$  ma wymiar odwrotności długości).

Opisywana fala przemieszcza się wzdłuż osi  $x$  z prędkością  $v$ . Jednakże identyczne zaburzenie powinno się przesuwać również w przeciwną stronę (po wrzuceniu kamienia do wody wytworzona fala rozchodzi się po powierzchni we wszystkich kierunkach). Zatem oprócz fali

poruszającej się z prędkością  $+v$  opisywanej fazą  $\phi = k(x - vt)$  istnieje także fala poruszająca się z prędkością  $-v$ , dla której faza ma postać  $\phi = k(x + vt)$ . Obie fale opisywane są jednym równaniem różniczkowym:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2},$$

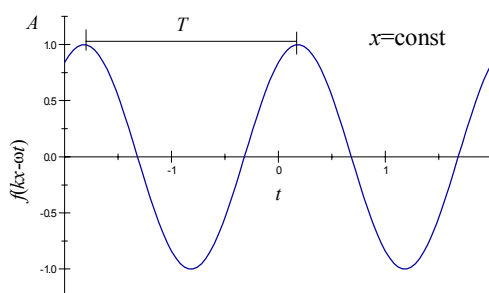
zwanym równaniem falowym. Równanie to opisuje jednocześnie dwie przeciwbieżne fale w układzie odniesienia, względem którego obie te fale mają taką samą wartość prędkości  $v$ . Prędkość ta jest prędkością rozchodzenia się fali względem nieruchomego ośrodka. Gdyby obserwować fale z układu poruszającego się, prędkości w przeciwnie strony byłyby inne (a postać równania falowego byłaby bardziej skomplikowana). Tak jednak nie jest dla fal elektromagnetycznych (w szczególności dla światła). W przeciwieństwie np. do temperatury czy ciśnienia pola elektryczne i magnetyczne istnieją również w obszarach, w których nie ma atomów. Dlatego fale elektromagnetyczne mogą rozchodzić się w próżni nie wyróżniając żadnego ośrodka. Prędkość fali na wodzie jest określona względem środka ciężkości wody, natomiast prędkości światła nie można odnieść do żadnego układu. Dlatego zgodnie z teorią relatywistyczną fala elektromagnetyczna we wszystkich układach ma jednakową prędkość równą  $c$ , a równanie falowe dla światła we wszystkich układach ma identyczną postać.

### Fale harmoniczne (monochromatyczne)

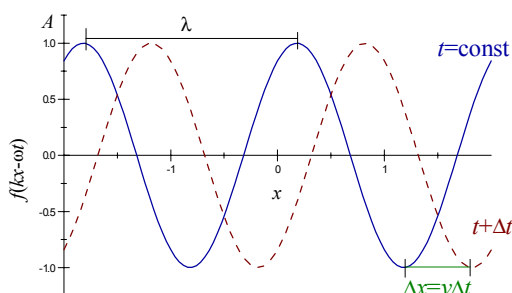
Fala może być opisywana przez różne funkcje  $f_0(x \pm vt)$ . Najczęściej jednak rozważana jest funkcja cosinus:

$$f = A \cos(kx \pm \omega t),$$

gdzie  $A$  jest amplitudą a  $\omega = kv$  częstością. Fala o jednej częstości dla fal dźwiękowych jest falą harmoniczną a dla fal świetlnych opisuje światło monochromatyczne (o jednej barwie).



W fali harmonicznej (monochromatycznej) mierząc wartość zaburzenia w określonym miejscu  $x = \text{const}$  w funkcji czasu uzyskuje się przebieg oscylacyjny z okresem  $T$ . Okres jest czasem, po którym funkcja ma znowu taką samą wartość:  $A \cos[kx - \omega(t + T)] = A \cos(kx - \omega t)$ , czyli faza różni się o:  $\omega T = 2\pi$ . Okres wiąże się także z częstotliwością drgań  $\nu = 1/T$  i w rezultacie pomiędzy częstością  $\omega$  oraz częstotliwością fali  $\nu$  jest zależność  $\omega = 2\pi\nu$ .

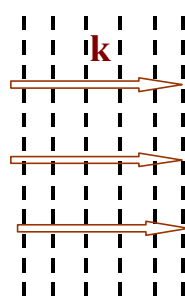


Mierząc wartość zaburzenia w określonej chwili czasu  $t = \text{const}$  w funkcji odległości uzyskuje się identyczny jak poprzednio wykres. Okres przestrzenny nazywany jest długością fali  $\lambda$  i wiąże się ze stałą  $k$  zależnością:  $k = 2\pi/\lambda$ . Wielkość  $k$  nazywana jest liczbą falową. Po upływie czasu  $\Delta t$  rozkład zaburzenia przesunie się o odległość  $\Delta x$  z prędkością  $v = \omega/k = \lambda\nu$ . Prędkość ta określa przemieszczanie się punktów o stałej wartości zaburzenia (np.

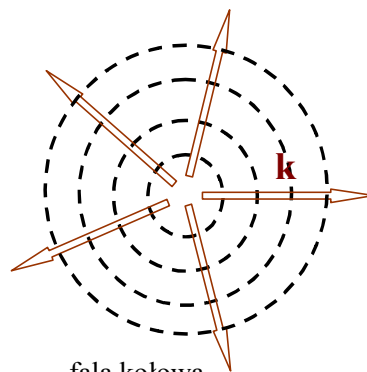
maksimum), czyli określa prędkość przemieszczania się stałej wartości fazy (argumentu funkcji). Stąd prędkość  $v$  nazywa się prędkością fazową fali.

Powyższe rozważania ograniczały się do jednego wymiaru przestrzennego (fala rozchodząca się wzdłuż osi  $x$ ). Dla fal propagujących się na powierzchni (np. fala na powierzchni wody) czy w objętości (np. fala dźwiękowa) należy określić jak się zmienia zaburzenie w pozostałych wymiarach. Powierzchnia, na której faza fali ma jednakową wartość, (czyli

zaburzenie też ma jednakową wartość) nazywana jest powierzchnią stałej fazy. Jeśli powierzchniami tymi są płaszczyzny, fala nazywana jest płaską. Analogicznie są definiowane fale sferyczne, cylindryczne, a wśród fal powierzchniowych fale liniowe, kołowe itp.. Kierunek, wzdłuż którego fala się przesuwa określony jest przez wektor falowy  $\mathbf{k}$  o długości równej liczbie falowej. Lokalnie wzdłuż wektora falowego fala może być opisywana tak, jak fala jednowymiarowa.



fala liniowa

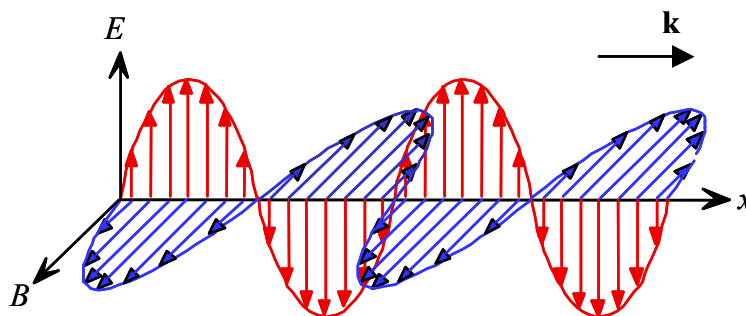


fala kołowa

### Fale elektromagnetyczne

Zmieniające się w czasie pole elektryczne wytwarza pole magnetyczne. Podobnie zmiany pola magnetycznego wytwarzają pole elektryczne. Wzajemne generowanie pól elektrycznego i magnetycznego przesuwa się w przestrzeni jako fala elektromagnetyczna. W fali

elektromagnetycznej pole elektryczne i magnetyczne są względem siebie prostopadłe i prostopadłe do kierunku prędkości fali wyznaczanego przez wektor falowy. Rysunek ilustruje wzajemne położenie wektorów pola elektrycznego  $\mathbf{E}$  i magnetycznego  $\mathbf{B}$  oraz wektora falowego  $\mathbf{k}$  dla fali monochromatycznej.



Istnieje wiele rodzajów fal elektromagnetycznych. Zmienne pole elektryczne o częstotliwości  $\nu = 50$  Hz również wytwarza falę, lecz jej długość  $\lambda = c/\nu = 6 \cdot 10^6$  m = 6 000 km jest tak duża, że nie ma sensu stosować formalizmu falowego do prądu zmiennego o tej częstotliwości. Z drugiej strony fale o częstotliwościach tak dużych, że odpowiadająca im długość fali jest porównywalna z rozmiarami atomów, wygodniej jest opisywać jak cząstki (fotony). W szczególności ze względu na sposób wytwarzania i właściwości rozróżnia się następujące rodzaje fal elektromagnetycznych, przy czym granice pomiędzy nimi nie są ściśle określone.

fale radiowe: długości fal  $\lambda \sim \text{m} \div \text{km}$ , a odpowiadający im zakres częstotliwości

$\nu \sim 10^3 \div 10^8$  Hz; wytwarzane przez zmienny prąd elektryczny w antenach; na potrzeby łączności radiowej dzielone na fale długie, średnie, krótkie, UKF itp.

mikrofale:  $\lambda \sim \text{cm}$  ( $\nu \sim 10^9$  Hz), zaliczane również do fal radiowych, wytwarzane przez lampy elektronowe i układy półprzewodnikowe; mniej niż inne fale radiowe ulegają ugięciom i słabiej są pochłaniane przez jonosferę (stąd wykorzystywane do łączności dalekozasięgowej i w radiolokacji); silnie pochłaniane przez organizmy żywe (stosowane w piecykach mikrofalowych).

podczerwień (promieniowanie cieplne):  $\lambda \sim 0,76 \mu\text{m} \div \text{mm}$  ( $\nu \sim 10^{10} \div 10^{14}$  Hz), źródłem podczerwieni są ciała o temperaturze  $T > 3\text{K}$  (stąd nazwa promieniowanie cieplne) lub pobudzone do świecenia gazy; zakres  $\lambda \sim 0,76 \mu\text{m} \div 20 \mu\text{m}$  nazywany bliską

podczerwienią ma właściwości fizyczne podobne do światła widzialnego (odpowiednio pozostał zakres jest tzw. podczerwienią daleką).

światło widzialne:  $\lambda \sim 0,38 \mu\text{m} \div 0,76 \mu\text{m}$  ( $\nu \sim 10^{15}$  Hz), zakres fal wyróżniony przez zdolność detekcyjną oka ludzkiego; mechanizm wytwarzania światła widzialnego podobnie jak podczerwieni i nadfioletu wiąże się ze stanami energetycznymi atomów.

ultrafiolet:  $\lambda \sim 10 \text{ nm} \div 0,38 \mu\text{m}$  ( $\nu \sim 10^{16}$  Hz), silnie pochłaniany przez tlen i ozon oraz przez ludzką skórę.

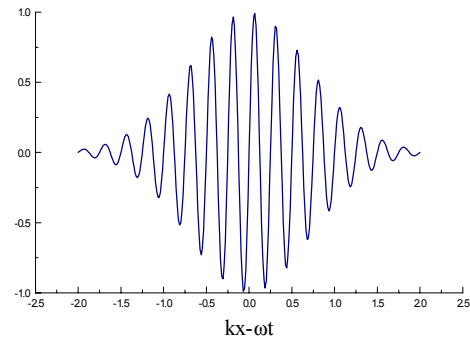
promieniowanie X (rentgenowskie):  $\lambda \sim 0,01 \text{ nm} \div 10 \text{ nm}$  ( $\nu \sim 10^{19}$  Hz), wytwarzane min. przez szybkie elektrony uderzające w materię stałą (w wyniku ich wyhamowywania), co jest wykorzystywane w lampach rentgenowskich; słabo pochłaniane przez materię (stąd ich wykorzystanie do prześwietlania przedmiotów).

promienie gamma ( $\gamma$ ):  $\lambda < 0,1 \text{ nm}$  ( $\nu > 10^{19}$  Hz), wytwarzane w obrębie jądra atomowego i procesów jądrowych; traktowane jako strumień cząstek (fotonów).

Ponieważ własności światła widzialnego, bliskiej podczerwieni i bliskiego nadfioletu są podobne, łączny ich zakres nazywa światłem.

### Fale niemonochromatyczne

Fala monochromatyczna (harmoniczna) jest pewną idealizacją zakładającą, że czas jej trwania i odległość występowania jest nieskończona. W rzeczywistych sytuacjach spotyka się fale w postaci impulsów (takie jak np. obok na rysunku), które jednak lokalnie bardzo dobrze przypominają falę monochromatyczną. Prędkość przemieszczania się takiego impulsu nazywana jest prędkością grupową i często ma inną wartość niż prędkość fazowa fali.



Natężenie pola elektrycznego  $\mathbf{E}$  płaskiej monochromatycznej fali elektromagnetycznej opisuje funkcja:  $\mathbf{E} = A \cos(\omega t - kx + \varphi)$ . Fale niemonochromatyczne zapisuje się jako złożenie (superpozycja) fal monochromatycznych o różnych częstościach w postaci całki:

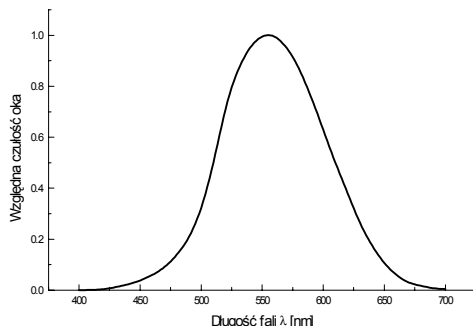
$$\mathbf{E} = \int \mathbf{A}_\omega \cos(\omega t - kx + \varphi_\omega) d\omega,$$

gdzie amplitudy  $A_\omega$  i fazy  $\varphi_\omega$  są różne dla różnych częstości. Rozkład amplitud  $A_\omega$  względem częstości nazywa się widmem promieniowania. Ponieważ pomiędzy częstością  $\omega$  a długością fali istnieje bezpośrednia zależność  $\lambda = 2\pi c/\omega$ , widmo promieniowania przedstawia się również jako zależność analogicznych amplitud  $A_\lambda$  od długości fali.

Rzeczywiste źródła światła nie wytwarzają idealnych fal monochromatycznych. Przykładowo Słońce wysyła jednocześnie fale elektromagnetyczne ze wszystkich zakresów, tzn. widmo jego promieniowania obejmuje wszystkie długości fal. Maksimum widma słonecznego przypada na zakres światła widzialnego. Jest to jednocześnie promieniowanie słabo pochłaniane w atmosferze natomiast rozpraszane, co powoduje, że Ziemia jest oświetlana z całej powierzchni nieba. Nic dziwnego, że ten zakres promieniowania jest widziany przez oko ludzkie i większości zwierząt. Zarówno wytwarzanie jak i detekcja fal elektromagnetycznych z różnych zakresów jest dokonywana z wykorzystaniem różnych mechanizmów. Każdy detektor reaguje na fale tylko z pewnego zakresu a jego czułość jest zależna od długości fali. Zatem sygnał dochodzący z detektora promieniowania jest zależny od przekrywania się widma mierzonych fal elektromagnetycznych z widmem czułości detektora.

## Widzenie światła

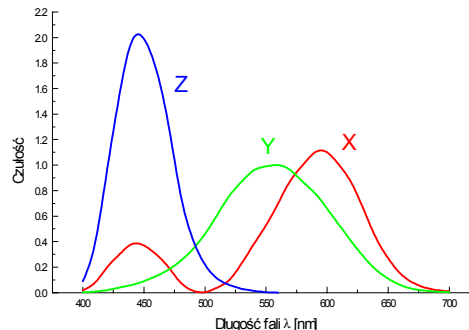
Naturalnym detektorem fal elektromagnetycznych jest oko ludzkie, które postrzega fale z zakresu od długości  $\lambda \approx 3,8 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 380 \text{ nm}$ , czyli światła fioletowego poprzez światło niebieskie, zielone, żółte, pomarańczowe do światła czerwonego i ciemnoczerwonego o



długości do  $\lambda \approx 760 \text{ nm}$ . Widmo czułości oka przedstawione jest w przybliżeniu na wykresie obok. Czułość oka jest największa dla fal  $\lambda \approx 550 \text{ nm}$ , co oznacza, że fala monochromatyczna o tej długości daje wrażenie znacznie jaśniejszej niż fale monochromatyczne o innych długościach niosących taką samą energię. Granice zakresu widzialnego są przybliżone, gdyż o postrzeganiu światła decyduje energia fali (jasność), ale również wpływ ma budowa osobnicza oka, jego ewentualne wady, wiek, zmęczenie etc. Należy

także pamiętać, że wrażenie widzenia obrazu powstaje w mózgu na podstawie sygnałów dochodzących z obu oczu.

Gdyby na dnie oka występował tylko jeden rodzaj receptorów, widzielibyśmy obrazy czarno-białe (w różnych odcieniach szarości) bez wrażenia koloru. Tak się dzieje przy słabym oświetleniu (widzenie nocne), gdzie światło jest odbierane przez bardzo czuły układ znajdujący się w pręcikach. Przy silnym oświetleniu pręciki są zasłanianie (aby się nie uszkodziły) a widzenie odbywa się za pośrednictwem receptorów w czopkach. W czopkach znajdują się trzy różne detektory o maksimach czułości w obszarach błękitu, oranżu i czerwieni (oznaczonych odpowiednio symbolami Z, Y i X na przybliżonym wykresie ich widm czułości przedstawionym obok). Sumaryczny sygnał docierający do mózgu od tych detektorów daje wrażenie jasności, zaś stosunek sygnałów (X:Y:Z) daje wrażenie barwy. Oznacza to, że do wywołania wrażenia dowolnej barwy postrzeganej przez ludzi wystarczą trzy źródła światła niezależnie pobudzające detektory X, Y i Z (barwa biała wiąże się z jednakowym pobudzeniem wszystkich detektorów a czarna z brakiem sygnału). Wykorzystuje się to min. w telewizji (system trzech kolorów RGB - red, green, blue, czyli czerwony, zielony i niebieski) a także druku (CMYK - cyan, magenta, yellow, black, czyli turkusowy, różowy, żółty i czarny).



Mechanizm widzenia barw dopuszcza, że źródła światła o różnym widmie dają takie same wrażenie barwy (są to tzw. metamery). Oświetlone nimi obiekty mogą mieć jednak różne kolory, gdyż barwa światła odbitego (rozproszonego) wynika z pochłaniania fal o pewnych długościach, (które mogą akurat nie występować w jednym z metamerów). Brak jednego lub dwóch detektorów w czopkach skutkuje mniejszą rozróżnialnością barw (barwy różne przy trzech detektorach mogą być metamerami dla dwóch detektorów) a w przypadku braku wszystkich trzech detektorów widzenie staje się czarno-białe (z wykorzystaniem pręcików). Wady takie nazywa się daltonizmem. Z kolei brak lub uszkodzenie pręcików uniemożliwia widzenie przy słabym oświetleniu (w nocy), co nazywane jest kurzą ślepotą.