TESTY PARAMETRYCZNE

Testy do weryfikacji hipotezy $H_0 : \mu = \mu_0$

1. `t.test(x, mu=, ...)`, gdy
   - $X \sim N(\mu, \sigma), \sigma$ nieznane
   - X ma nieznany rozkład, ale próba jest duża
2. `z.test(x, mu=, stdev= , ...)`, gdy $X \sim N(\mu, \sigma), \sigma$ znane

Testy do weryfikacji hipotezy $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$

`sigma.test(x, sigma=, ...)`, gdy $X \sim N(\mu, \sigma)$

Testy do weryfikacji hipotezy $H_0 : p = p_0$

1. `binom.test(k, n, p=, ...)` lub
2. `prop.test(k, n, p=, ...)`

Testy do weryfikacji hipotezy $H_0 : \mu_1 = \mu_2$

`t.test(x, y, ...)`, gdy

- próby są niezależne, $X \sim N(\mu_1, \sigma_1), Y \sim N(\mu_2, \sigma_2)$, σ_1, σ_2 nieznane, ale $\sigma_1 = \sigma_2$, wtedy `var.equal=TRUE`
- próby są niezależne, $X \sim N(\mu_1, \sigma_1), Y \sim N(\mu_2, \sigma_2)$, σ_1, σ_2 nieznane
- próby są zależne, $X \sim N(\mu_1, \sigma_1), Y \sim N(\mu_2, \sigma_2)$, wtedy `paired=TRUE`

Testy do weryfikacji hipotezy $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$

`var.test(x,y)`, gdy $X \sim N(\mu_1, \sigma_1), Y \sim N(\mu_2, \sigma_2)$

Testy do weryfikacji hipotezy $H_0 : p_1 = p_2$

`prop.test(c(k1, k2), c(n1, n2), ...)`

Uwagi:

1) funkcje `z.test()` i `sigma.test()` są dostępne w pakiecie *TeachingDemos*
2) poszczególnym parametrom przypisujemy następujące wartości: `mu=` μ_0, `stdev=` σ, `sigma=` σ_0, `p=` p_0, `k=` liczba sukcesów w próbie, `n=` liczebność próby
3) powyższe testy domyślnie dotyczą dwustronnej hipotezy alternatywnej, tj. hipotezy H_1 ze znakiem $\neq$ (odpowiada temu parametr `alternative='two.sided'`). W przypadku hipotez jednostronnych: H_1 ze znakiem $<$ lub H_1 ze znakiem $>$, wartość tego parametru zmienia się, odpowiednio, na `'less'` bądź `'greater'`.

---

1. Wytrzymałość na ciśnienie wewnętrzene jest ważną charakterystyką jakościową szkła butelek. Pewna rozlewania chce zamówić butelki, których średnia wytrzymałość przewyższa 1.20 N/mm^2. Na podstawie dotychczasowych doświadczeń wiadomo, że rozkład wytrzymałości jest normalny z odchyleniem standardowym 0.07 N/mm^2. Pobrano próbę losową 20 butelek, które następnie umieszczono w maszynie hydrostatycznej, zwiększając ciśnienie aż do zniszczenia butelki i otrzymano następujące wyniki (w N/mm^2):

   $$1.36, 1.14, 1.27, 1.15, 1.20, 1.29, 1.27, 1.18, 1.23, 1.36, 1.38, 1.37, 1.30, 1.21, 1.33, 1.28, 1.32, 1.29, 1.33, 1.25.$$

   Na poziomie istotności 0.04 stwierdź, czy dana partia butelek spełnia postawione wymagania jakościowe.

2. Zmienna *weight* znajdująca się w ramce danych *chickwts* opisuje wagę kurczaków, natomiast zmienna *feed* rodzaj użtej paszy. Czy na poziomie istotności 0.05 można wnioskować, że średnia waga kurczaków karmionych paszą *soybean* jest większa niż 260? Czy na tym samym poziomie istotności można przyjąć, że odchylenie standardowe wagi tych kurczaków nie różni się 50?

3. Ramka danych Orange zawiera między innym dane dotyczące obwodu drzewek pomarańczowych (zmienna *circumference*). Zakładając, że zmienna ta ma rozkład normalny, zweryfikuj hipotezę, że średni obwód drzew jest mniejszy niż 130mm. Przyjąć poziom istotności 0.1.

4. W losowej próbie 500 mieszkańców pewnego rejonu 226 wyraziło chęć oddania głosu w wyborach parlamentarnych. Na poziomie istotności 0.05 zweryfikować hipotezę, że w tym rejonie deklarowana frekwencja wyborcza wynosi ponad 45%.

5. Zmienne *age* oraz *height* (znajdujące się w ramce danych *Loblolly*) opisują, odpowiednio, wiek (w latach) oraz wysokość drzew (w stopach). Zakładamy, że rozkład wysokości jest normalny. Na poziomie istotności 0.05 zweryfikuj hipotezę, że średnia wysokość 15-letnich drzew wynosi 40 stóp.

6. Zmienna *weight* znajdująca się w ramce danych *chickwts* opisuje wagę kurczaków, natomiast zmienna *feed* rodzaj użtej paszy. Czy kurczaki karmione paszą *casein* różnią się wagą od tych karmionych *soybean*? Przyjmij poziom istotności 0.05.

7. Próba 250 przedmiotów z partii A zawiera 10 wadliwych przedmiotów, a próba 300 przedmiotów z partii B zawiera 18 wadliwych. Na poziomie istotności $\alpha = 0.02$ oceń, czy jakość tych partii różni się istotnie?

8. Ramka danych *Pima.te* z pakietu *MASS* zawiera dane dotyczące zdrowia kilkuset Indianek z plemienia Pima mających co najmniej 21 lat. Zmienna *glu* zawiera wynik testu glukozowego, natomiast zmienna *type* zawiera informację, czy kobieta jest chora na cukrzycę, czy nie („Yes” oznacza, że dana osoba ma cukrzycę, zaś „No” oznacza, że jest zdrowa). Zweryfikować na poziomie istotności 0.05 hipotezę mówiącą, że wariancja wyniku testu glukozowego dla osób zdrowych jest taka sama jak w przypadku osób chorych. Zakładamy, że w obu przypadkach zmienna glu ma rozkład normalny.

9. Ramka danych *crabs* z pakietu *MASS* zawiera dane dotyczące krabów, a w szczególności zmienna *sp* opisuje gatunek kraba, zaś zmienna *CW* – szerokość pancerza danego kraba. Zweryfikować na poziomie istotności 0.04 hipotezę mówiącą, że średnia szerokość pancerza krabów z gatunku oznaczanego literą *B* jest mniejsza niż średnia szerokość pancerza krabów z gatunku oznaczanego literą *O*. Zakładamy, że w obu przypadkach szerokość pancerza jest zmienną losową o rozkładzie normalnym i że wariancje w obu populacjach są równe.

10. W stopie metalicznym pewnego typu zastosowano dwa różne pierwiastki utwardzające. Wyniki pomiarów twardości przeprowadzonych później na próbkach tego stopu utwardzanych obiema metodami wyglądają następująco:

Metoda I	145	150	153	148	141	152	146	154	139	148	
Metoda II	152	150	147	155	140	146	158	152	151	143	153

Przyjmuje się, że twardość ma rozkład normalny oraz że odchylenia standardowe σ_1, σ_2 dla obu metod są równe. Czy na podstawie przeprowadzonych pomiarów można stwierdzić, że średnia twardość stopu utwardzanego drugą metodą przewyższa średnią twardość stopu utwardzanego pierwszą metodą?

11. Zmienne *Species* oraz *Petal.Length* (znajdujące się w ramce danych *iris*) opisują, odpowiednio, gatunek oraz długość płatków kwiatów. Na poziomie istotności 0.02 zweryfikuj hipotezę, że wariancja długości płatków gatunku *virginica* jest większa niż wariancja długości płatków gatunku *versicolor*. Zakładamy, że w obu przypadkach długość płatka jest zmienną losową o rozkładzie normalnym.

TESTY NIEPARAMETRYCZNE

Testy zgodności $H_0 : F = F_0$

(a) testy normalności, np. test Shapiro-Wilka, w R: `shapiro.test(x)`

(b) wykresy normalności, w R: `qqnorm(x); qqline(x)`

(c) test zgodności chi-kwadrat, w R: `chisq.test()`

(d) test Kołmogorowa, w R: `ks.test()`

Testy niezależności $H_0 : X$ i Y są niezależne

(a) test niezależności chi-kwadrat `chisq.test()` dla dużych prób

(b) test Fishera `fisher.test()` dla małych prób

Nieparametryczne testy dla $H_0 : \mu = \mu_0$

(a) test znaków - zaimplementowany jest w różnych pakietach, np. BSDA, funkcja `SIGN.test()`, można też napisać własną funkcję dla tego testu :)

(b) test rangowanych znaków (test Wilcoxona), w R: `wilcox.test(x, mu=, ...)`

Nieparametryczne testy dla $H_0 : \mu_1 = \mu_2$

(a) test Manna-Whitneya, w R: `wilcox.test(x,y)`, gdy przynajmniej jedna z cech nie ma rozkładu normalnego i próby są niezależne

(b) test rangowanych znaków, w R: `wilcox.test(x,y,paired=TRUE)`, gdy przynajmniej jedna z cech nie ma rozkładu normalnego i próby są zależne

---

12. W losowo wziętym tygodniu wydarzyło się w Warszawie 414 wypadków i kolizji drogowych, przy czym ich rozkład w poszczególnych dniach tygodnia od poniedziałku do niedzieli wyglądał następująco: 78, 56, 52, 58, 83, 42, 45. Czy rozkład liczby wypadków w poszczególne dni tygodnia jest równomierny? Przyjmij poziom istotnosci 0.05.

13. W celu zbadania, czy program generujący liczby losowe z rozkładu dwumianowego o parametrach 3 i 0.5 działa prawidłowo, wygenerowano 100 liczb i otrzymano: 12 zer, 37 jedynek, 38 dwójek, 13 trójek. Zweryfikuj odpowiednią hipotezę na poziomie istotnosci 0.05.

14. Zweryfikuj hipotezę, że próbka $112, 66, 81, 124, 140, 72, 155, 94, 145, 116$ pochodzi z rozkładu wykładniczego o wartości oczekiwanej 100. Przyjmij poziom istotnosci 0.05.

15. Policzono liczbę błędów w kodzie w 100 losowo wziętych kodach studentów i otrzymano: 0 błędów w 50 kodach, 1 błąd w 36 kodach i 2 błędy w 14 kodach. Czy można uznać, że rozkład liczby błędów w kodzie jest rozkładem Poissona? Przyjmij poziom istotnosci 0.05

16. Na podstawie danych zawartych w pliku *samochody.csv*, zweryfikuj przypuszczenie, że rozkład przyspieszenia samochodów o wadze 2500–3000 funtów jest normalny (wykorzystaj zmienne *przysp* i *waga*). Czy mozna twierdzić, że przeciętne przyspieszenie tych samochodów przekracza 15 ft/s^2? Przyjmij poziom istotnosci 0.01.

17. Na podstawie danych dotyczących parametrów kilku wybranych marek samochodów (plik *samochody.csv*), zweryfikuj hipotezę o jednakowym rozkładzie zużycia paliwa przez samochody produkowane w USA i w Japonii (wykorzystaj zmienne *mpg* i *producent*). Przyjmij poziom istotnosci $\alpha = 0.05$.

Nieparametryczne testy dla $H_0 : \mu = \mu_0$

(a) test znaków, gdy X ma rozkład ciągły - zaimplementowany jest w różnych pakietach, np. BSDA, funkcja `SIGN.test()`, można też napisać własną funkcję dla tego testu :)

(b) test rangowanych znaków, gdy X ma rozkład ciągły i symetryczny, w R: `wilcox.test(x, mu=, ...)`

Nieparametryczne testy dla $H_0 : \mu_1 = \mu_2$

(a) test Manna-Whitneya-Wilcoxona (test Wilcoxona), gdy przynajmniej jedna z cech nie ma rozkładu normalnego i próby są niezależne, w R: `wilcox.test(x,y)`

(b) test rangowanych znaków, gdy przynajmniej jedna z cech nie ma rozkładu normalnego i próby są zależne, w R: `wilcox.test(x,y,paired=TRUE)`

---

18. Badano rozciągliwość nowego stopu i otrzymano następujące wyniki: 122.66, 119.97, 119.36, 120.19, 120.02, 121.14, 119.33, 119.13, 121.35, 119.48, 119.78, 123.95, 119.51, 125.96, 121.32. Spodziewana wg eksperta rozciągliwość tego stopu wynosi 120. Czy otrzymane wyniki potwierdzają te oczekiwania? Przyjmij poziom istotności 0.05.

19. (dla chętnych) Wytrzymałość pewnych elementów konstrukcji lotniczej zależy w dużym stopniu od zawartości tytanu w stopie, z którego te elementy są wykonane. Przeciętna zawartość tytanu w stopie o pożądanych własnościach powinna wynosić 8.5%. Poniższe dane przedstawiają zawartość tytanu (w procentach) w 20 losowo wziętych próbkach:

$$8.32.8.05, 8.93, 8.65, 8.25, 8.46, 8.52, 8.35, 8.36, 8.41, 8.42, 8.30, 8.71, 8.75, 8.60, 8.83, 8.50, 8.38, 8.29, 8.46.$$

a) Posługując się testem znaków stwierdź, czy stop, z którego zostały pobrane próbki, spełnia postawione wymagania jakościowe. Przyjmij poziom istotności 0.05.

b) Zakładając, że rozkład zawartości tytanu w stopie jest ciągły i symetryczny, zweryfikuj rozważaną hipotezę za pomocą testu rangowanych znaków.

20. (dla chętnych) W celu porównania dwóch układów wtrysku paliwa w silniku wysokoprężnym przeprowadzono następujący eksperyment. W silnikach 12 losowo wybranych samochodów zainstalowano najpierw jeden z układów wtrysku, po czym zmierzono zużycie paliwa na ustalonym dystansie. Następnie w tych samych samochodach zmieniono układ wtrysku paliwa na układ drugiego typu i ponownie zmierzono zużycie paliwa na tym samym dystansie. Otrzymane wyniki (w mpg) przedstawia poniższa tabela.

samochód	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
układ I	17.6	19.4	19.5	17.1	15.3	15.9	16.3	18.4	17.3	19.1	17.8	18.2
układ II	16.8	20.0	18.2	16.4	16.0	15.4	16.5	18.0	16.4	20.1	16.7	17.9

a) Posługując się testem znaków stwierdź, czy występują istotne róznice w przeciętnym zużyciu paliwa między samochodami wyposażonymi w układy wtrysku paliwa obu typów. Przyjmij poziom istotnosci 0.05.

b) Zakładając, że spełnione są wymagane założenia, zweryfikuj rozważaną hipotezę za pomocą testu rangowanych znaków.

21. (dla chętnych) W celu zbadania, czy nowy rodzaj paliwa lotniczego ma istotny wpływ na zasięg lotu pewnego samolotu sportowego, wykonano 10 pomiarów zasięgu samolotów napędzanych stosowanym dotąd paliwem oraz 10 pomiarów dla samolotów zasilanych nowym paliwem. Otrzymano następujące wyniki (w km):

Stosowane dotąd paliwo	1039, 1168, 1008, 1035, 1035, 1025, 1059, 1012, 1212, 1039
Nowy rodzaj paliwa	1096, 1161, 1210, 1088, 1154, 1111, 1103, 1094, 1059, 1177

Czy na podstawie tych danych można stwierdzić, że nowy rodzaj paliwa lotniczego ma istotny wpływ na wzrost przeciętnego zasięgu samolotu? Przyjmij $\alpha = 0.05$.

Testy niezależności $H_0 : X$ i Y są niezależne

(a) test niezależności chi-kwadrat `chisq.test()` dla dużych prób

(b) test Fishera `fisher.test()` dla małych prób

Test jednorodności dla $H_0 : p_1 = \ldots = p_k$, $k \geq 2$
test jednorodności chi-kwadrat, w R: `prop.test()`

---

22. Badano istnienie związku między ciśnieniem krwi a nadwagą. W poniższej tabeli zebrano dane na temat losowo wybranej grupy osób. Czy na podstawie tych danych można stwierdzić istnienie takiej zależności? Przyjmij poziom istotności 0.05.

	nadciśnienie	ciśnienie OK
nadwaga	57	18
brak nadwagi	24	91

23. Badano liczby transakcji wsród odsłon aukcji w trzech różnych wersjach. Otrzymano następujące wyniki.

Wersja aukcji	Liczba odsłon	Liczba transakcji
I	100	15
II	120	12
III	115	17

Czy na podstawie tych danych można wnioskować, że wskaźniki konwersji dla tych aukcji są istotnie różne? Przyjmij poziom istotności 0.05.