

4. Praca i energia

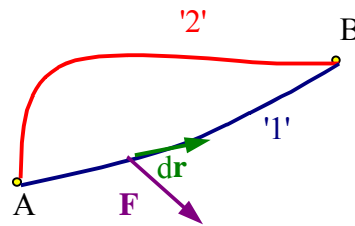
Praca W

$$dW = \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}, \text{ czyli } W = \int_A^B \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r},$$

gdzie A, B są odpowiednio początkiem i końcem drogi wzdłuż której wykonywana jest praca. Jeśli praca ta nie zależy od drogi (tzn. praca wzdłuż drogi '1' jest taka sama jak wzdłuż dowolnej innej drogi '2') to wtedy

$W = E_B - E_A$, gdzie E_A jest energią w punkcie A a E_B

energią w punkcie B. Warto zauważyć, że praca wiąże się z procesem (zmianą) a energia jest przyporządkowana stanowi (miejscu). Nie zawsze jednak można posługiwać się energią, bo gdyby rozważać przykładowo pracę, jaką należy wykonać, aby przesunąć obiekt w obecności sił tarcia (np. ciężką szafę po podłodze) to istotną staje się droga, po której odbywa się przesunięcie.



Energia kinetyczna

wiąże się z pracą wykonaną na zmianę prędkości $v = dr/dt$:

$$E_{KIN} = \int_{v=0}^v \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = \int_{v=0}^v \frac{d\mathbf{p}}{dt} \cdot d\mathbf{r} = \int_{v=0}^v d(m\mathbf{v}) \cdot \frac{d\mathbf{r}}{dt} = m \int_{v=0}^v d\mathbf{v} \cdot \mathbf{v} = m \int_{v=0}^v v dv = \frac{1}{2} mv^2$$

W układzie o dużej liczbie poruszających się obiektów wartość średnia ich energii kinetycznej określa temperaturę układu. Np. temperatura powietrza wiąże się ze średnią energią kinetyczną poruszających się cząsteczek gazu. Pomiar temperatury za pomocą klasycznego termometru polega na przekazywaniu energii w wyniku zderzeń cząsteczek gazu ze ściankami termometru, co prowadzi do wzrostu prędkości drgań atomów ośrodka (czyli zwiększeniu ich energii kinetycznej) a zatem wzrostu temperatury.

Energia potencjalna

nie jest związana z prędkością ciał a dotyczy oddziaływań między nimi. Zbliżenie lub oddalenie dwóch ciał, które oddziałują ze sobą (w wyniku np. przyciągania grawitacyjnego lub odpychania elektrycznego) wymaga wykonania pracy, czyli zmiany energii. Praca wykonana przeciw działającemu siłom zwiększa energię potencjalną ciał. Dlatego układy dążą do stanu, w którym energia potencjalna jest najmniejsza z możliwych. Przykładowo spadanie jabłek z drzew można tłumaczyć dążnością do zmniejszenia ich energii potencjalnej w polu grawitacyjnym Ziemi.

Moc P

określa pracę jaka jest wykonana w jednostce czasu: $P = \frac{dW}{dt}$.

Przykładowo podstawowe tempo metabolizmu u człowieka wymaga zużywania ok. 80 J (dżuli) energii w ciągu 1 s, czyli mocy 80 W (watów). Dodatkowo praca mózgu to ok. 40W a serca w spoczynku ok. 15 W. Sumarycznie student, który siedzi spokojnie na wykładzie i nie śpi "pracuje" z mocą ok. 150 W. Jednak już jazda na rowerze wymaga mocy ok. 500 W a w przypadku bardzo dużego wysiłku fizycznego ok. 1000 W. Z tego jednak wykonywana praca użyteczna nie przekracza 100 W. Koń jest zdolny do wykonywania pracy użytecznej z mocą ok. 500 W a przez krótkie okresy nawet 700÷800 W. Stąd jednostka mocy 1 KM (koń mechaniczny) = 746 W. Średnio zwierzęta są w stanie ok. 25% zużywanej energii zamienić na pracę mechaniczną. Dla porównania spalanie 1 litra benzyny daje ok. $3.1 \cdot 10^7$ J. Zjedzenie 100 g czekolady daje energię ok. 500 kcal, czyli $500 \times 4180 \text{ J} \approx 2 \cdot 10^6 \text{ J}$.

Zasada zachowania energii

jest wynikiem jednorodności przestrzeni ze względu na upływ czasu. Gdyby np. wraz z upływem czasu zmieniała się wartość stałej grawitacyjnej, zmieniałyby się siła przyciągania grawitacyjnego ciał i związana z tym energia nie byłaby zachowana. Gdy własności przestrzeni nie zmieniają się z upływem to sumaryczna energia nie ulega zmianie. W przypadku występowania sił tarcia także jest zachowana energia: praca wykonana, aby pokonać siłę tarcia zwiększa temperaturę trących powierzchni, zatem zwiększa energię cząstek i atomów. Sumaryczna energia makroskopowych obiektów i energia wewnętrzna ciał, związana z energią atomów i cząsteczek jest wówczas zachowana.

Relatywistyczna postać energii

W teorii względności pęd $p = \frac{mv}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$, zatem w wyprowadzeniu energii kinetycznej:

$$E_{KIN} = \int_{v=0}^v \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = \dots = m \int_{v=0}^v v d\left(\frac{v}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\right) = \dots = \frac{mc^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}} - mc^2$$

Energia kinetyczna jest różnicą czynnika zależnego od prędkości i stałego czynnika mc^2 . Zwiększając energię kinetyczną o ten stały czynnik uzyskuje się energię:

$$E = E_{KIN} + mc^2 = \frac{mc^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}}, \text{ która dla ciał w spoczynku (dla } v=0) \text{ wynosi } E = mc^2.$$

Zgodnie z relatywistyczną postacią energii, gdy prędkość ciała dąży do prędkości światła w próżni $v \rightarrow c$ to energia dąży do nieskończoności $E \rightarrow \infty$. W konsekwencji żaden obiekt o niezerowej masie nie może osiągnąć prędkości światła (bo potrzeba by było wykonać nieskończenie wielką pracę). Jedynie cząstki o zerowej masie spoczynkowej ($m=0$), takie jak fotony, mogą się poruszać z prędkością światła (wówczas energia określana jest innym wzorem). Przekazywanie energii, czyli również informacji nie może się odbywać z prędkością większą niż c . Teoria względności dopuszcza istnienie cząstek (zwanach tachionami), których prędkość jest większa od prędkości światła, które jednak nie mogą być spowolnione do prędkości c (co oznacza, że nie można ich zatrzymać a jedynie np. anihilować).

Konsekwencją wzoru $E = mc^2$ jest równoważność masy i energii. Zasada zachowania energii zawiera w sobie oprócz energii kinetycznej i potencjalnej również masę układu (pomnożoną przez c^2). Możliwe są zarówno procesy, w których zwiększa się masa układu kosztem zmniejszenia energii (np. mogą powstać nowe cząstki) jak również procesy, w których masa układu zamieniana jest na energię.

Proton (p) i neutron (n) są barionami i możliwe są procesy przemiany jednego w drugi. Ponieważ jednak proton ma dodatni ładunek elektryczny, zaś neutron jest obojętny elektrycznie, w procesie przemiany jednej cząstki w drugą musi być wyemitowana cząstka o takim ładunku, aby sumaryczny ładunek był zachowany. Cząstką taką może być elektron (e^-) o ładunku ujemnym lub antyelektron (e^+), czyli pozyton (o ładunku dodatnim). Dodatkowo jednak w przemianach cząstek musi być zachowana liczba leptonów, więc wytworzeniu elektronu towarzyszyć musi wytworzenie antyneutrino ($\bar{\nu}$) zaś wytworzeniu pozytonu towarzyszyć musi wytworzenie neutrino (ν). Stąd możliwe są następujące rozpady:

$$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}$$

$$p \rightarrow n + e^+ + \nu$$

Jednakże tylko neutron ulega samoistnemu rozpadowi (średnio po ok. 15 minutach) zaś proton uważany jest za cząstkę stabilną. Wynika to z faktu, że masa neutronu jest nieznacznie większa od masy protonu i dzięki temu w rozpadzie swobodnego neutronu jest zachowywana energia. Aby mogło dojść do rozpadu protonu, należy dostarczyć dodatkowej energii (np. zderzyć proton z inną cząstką).

Przykładami zamiany masy na energię są procesy syntezy i rozpadu jąder atomowych. Masa jąder atomowych zazwyczaj jest mniejsza niż suma mas swobodnych nukleonów, z których składa się jądro. Dzięki temu nie dochodzi do samoistnego rozpadu jąder (gdyby masy te były identyczne, to nie byłoby powodu, dla którego nukleony grupowałyby się w jądra). Trzeba dostarczyć energii, aby jądro atomowe uległo rozpadowi (dostarczona energia musi przynajmniej równoważyć deficyt masy jądra w stosunku do sumarycznej masy swobodnych składników). Występujący w jądrach atomowych deficyt masy jest jednak różny dla różnych atomów. I tak deficyt masy przypadający na jeden nukleon jest najmniejszy dla jąder lekkich i bardzo ciężkich zaś największy dla jąder składających się z około 60 nukleonów. Dlatego łączenie dwóch lekkich jąder w jedno cięższe zwiększa deficyt masy i powoduje uwolnienie energii (tak jak to się dzieje na Słońcu i innych gwiazdach jak również w bombach wodorowych). Podobnie wyzwala się energia przy rozpadzie jąder ciężkich (co wykorzystuje się w elektrowniach atomowych jak również w bombach atomowych).

Zaskakujące problemy związane z masą i energią dostarcza kosmologia. Ogólna teoria względności Einsteina wiąże kształt i geometrię przestrzeni z rozkładem masy. Idealizując Wszechświat jako obszar o jednorodnym rozkładzie masy, której gęstość wynosi ρ można z ogólnej teorii względności uzyskać równanie opisujące zależność od czasu odległości R pomiędzy dwoma punktami w przestrzeni. Ponieważ może to być odległość pomiędzy dwoma dowolnymi punktami, nazwano ją promieniem Wszechświata. Równanie to ma postać:

$$\left(\frac{1}{R} \frac{dR}{dt}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho + \frac{1}{3} \Lambda,$$

gdzie G jest stałą grawitacji zaś Λ jest tzw. stałą kosmologiczną. Stała kosmologiczna dodana została przez Einsteina do swoich równań po to, aby istniało rozwiązanie, w którym Wszechświat nie zmienia rozmiarów (tzn. $dR/dt = 0$) a jednocześnie ma niezerową gęstość masy (tzn. $\rho > 0$). Obecnie wiadomo, że Wszechświat się rozszerza ($dR/dt > 0$) a ok. 13,8 miliardów lat temu jego rozmiar był bliski zeru. Rozszerzanie nie odbywało się z jednakową prędkością i był okres zwany inflacją, gdy prędkość rozszerzania Wszechświata była nawet większa od prędkości światła. Obecnie przyjmuje się, że $dR/dt = H_0 R$ gdzie $H_0 \approx 66 \text{ km/s Mpc}$ jest stałą Hubble'a ($1 \text{ Mpc} \approx 3 \cdot 10^{22} \text{ m}$). Wykorzystując stałą Hubble'a można przepisać powyższe równanie do postaci:

$$\left(\frac{1}{R} \frac{dR}{dt}\right)^2 = H_0^2 (\Omega_M + \Omega_\Lambda),$$

gdzie $\Omega_M \propto \rho$ zaś $\Omega_\Lambda \propto \Lambda$. Stała kosmologiczna Λ pełni taką samą funkcję, co gęstość masy (czyli energii). Jednak wraz z rozszerzaniem Wszechświata maleje gęstość jego masy ($\rho R^3 c^2 = E = \text{const}$) natomiast stała kosmologiczna nie powinna zmieniać swej wartości. Odpowiadającą stałej kosmologicznej energia rośnie proporcjonalnie wraz z objętością Wszechświata $\propto R^3$. Według najnowszych szacunków $\Omega_M \approx 0,3$ zaś $\Omega_\Lambda \approx 0,7$, co oznacza, że decydujący wpływ na nasz Wszechświat ma energia, której gęstość nie zależy od objętości Wszechświata. Na marginesie, dla "normalnej" masy astrofizycy mają problemy w określeniu gdzie jest zawarta znaczna jej część i jak na razie znane są źródła masy dające tylko wartość $\Omega_M \approx 0,05$ (pozostała część nazywana jest ciemną materią).