

Egzamin z Podstaw Matematyki

4 lipca 2009 seria 1

.....
Imię Nazwisko Grupa Nr. indeksu

Zad 1. (12 p.)

Napisz zaprzeczenie zdania: $[(p \vee q) \Rightarrow r] \wedge (r \Rightarrow p)$ w taki sposób by znak negacji nie stał przed żadnym nawiasem. Dla jakich wartości zdań p, q i r zaprzeczenie to jest fałszywe?

Zad 2. (18 p.)

Niech A_n będzie odcinkiem $\langle 1 + \frac{1}{2n}, 3 - \frac{1}{n+1} \rangle$. Opisz zbiory:

- a) $\cap_{n=2}^5 A_n$, b) $\cup_{n=2}^7 A_n$
c) $\cap_{n=1}^{\infty} A_n$, d) $\cup_{n=4}^{\infty} A_n$.

Zad 3. (18 p.)

Udowodnij lub znajdź kontrprzykład na następujące twierdzenia:

- a) $\forall_{n \in \mathbb{N}} \quad 5n - 6 \neq n^2$ b) $\exists_{t \in \mathbb{R}} \quad t + 2 = t^2 + 1$
c) $\forall_{n \in \mathbb{N}} \exists_{t \in \mathbb{R}} \quad n + t = n^2$ d) $\exists_{t \in \mathbb{R}} \forall_{n \in \mathbb{N}} \quad t + n = n^2$

gdzie N oznacza zbiór liczb naturalnych, zaś R zbiór liczb rzeczywistych.

Zad 4. (18 p.)

Niech $\varphi : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ będzie określona wzorem:

$$\varphi(x) = \begin{cases} x^2 - 2x, & x \leq 0 \\ -\frac{1}{2}x, & x > 0 \end{cases}$$

- a) Napisz wzór na φ^{-1}
b) Napisz wzór na $\varphi \circ \varphi$.

Zad 5. (18 p.)

Na zbiorze liczb naturalnych N wprowadzamy relację τ :

$$(a, b) \in \tau \equiv a^4 = b^4.$$

Sprawdź czy τ jest relacją:

- a) antysymetryczną
b) relacją równoważności,
c) porządkiem.

Zad 6. (16 p.)

$$\text{Niech } g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 6 & 8 & 2 & 10 & 5 & 9 & 1 & 3 & 7 & 4 \end{pmatrix}$$

$$h = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 3 & 7 & 4 & 5 & 1 & 9 & 10 & 6 & 8 & 2 \end{pmatrix}$$

będą elementami grupy S_{10}

- a) Przedstaw g i h^{-1} w postaci iloczynów cykli rozłącznych,
b) Oblicz rzędy elementów: g , h^{-1} i gh ,
c) Które z elementów: g , h i gh są permutacjami parzystymi,
d) Sprawdź czy $gh = hg$.

Egzamin z Podstaw Matematyki

4 lipca 2009 seria 2

.....

Imię	Nazwisko	Grupa	Nr. indeksu
------	----------	-------	-------------

Zad 1. (12 p.)

Napisz zaprzeczenie zdania: $[(p \vee q) \Rightarrow r] \vee (r \Rightarrow p)$ w taki sposób by znak negacji nie stał przed żadnym nawiasem. Dla jakich wartości zdań p, q i r zaprzeczenie to jest fałszywe?

Zad 2. (18 p.)

Niech A_n będzie odcinkiem $(1 + \frac{1}{2n}, 3 - \frac{1}{n+1})$. Opisz zbiory:

- a) $\cap_{n=2}^6 A_n$, b) $\cup_{n=1}^7 A_n$
c) $\cap_{n=2}^{\infty} A_n$, d) $\cup_{n=3}^{\infty} A_n$.

Zad 3. (18 p.)

Udowodnij lub znajdź kontrprzykład na następujące twierdzenia:

- a) $\forall_{n \in N} \quad 6 - 5n \neq n^2$ b) $\exists_{t \in R} \quad t + 2 = t^2 + 4$
c) $\forall_{t \in R} \exists_{n \in N} \quad t + n = n^2$ d) $\exists_{n \in N} \forall_{t \in R} \quad t + n = n^2$

gdzie N oznacza zbiór liczb naturalnych, zaś R zbiór liczb rzeczywistych.

Zad 4. (18 p.)

Niech $\varphi : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ będzie określona wzorem:

$$\varphi(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x, & x \leq 0 \\ x^2 + 2x, & x > 0 \end{cases}$$

- a) Napisz wzór na φ^{-1}
b) Napisz wzór na $\varphi \circ \varphi$.

Zad 5. (18 p.)

Niech $\tau \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ będzie relacją określoną wzorem:

$$\tau = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = |x|\}$$

- a) Narysuj wykres τ .
b) Zbadaj czy τ jest: i) relacją symetryczną, ii) porządkiem, iii) funkcją.
c) Opisz τ^{-1} .

Zad 6. (16 p.)

$$\text{Niech } g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 6 & 8 & 5 & 10 & 2 & 9 & 7 & 3 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

$$h = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 3 & 7 & 4 & 5 & 1 & 9 & 2 & 10 & 8 & 6 \end{pmatrix}$$

będą elementami grupy S_{10}

- a) Przedstaw g i h^{-1} w postaci iloczynów cykli rozłącznych,
b) Oblicz rzędy elementów: g , h^{-1} i gh ,
c) Które z elementów: g , h i gh są permutacjami parzystymi,
d) Sprawdź czy $gh = hg$.