

Operacje na obrazach (II)

WYKŁAD 3
Dla studiów niestacjonarnych
2020/2021

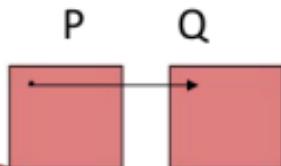
Dr hab. Anna Korzyńska, prof. IBIB PAN

Operacje na obrazach

- Operacje punktowe (jednopunktowe):

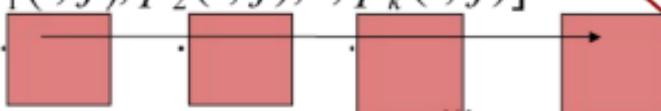
Jednoargumentowe

$$[q(i, j)] = f[p(i, j)]$$



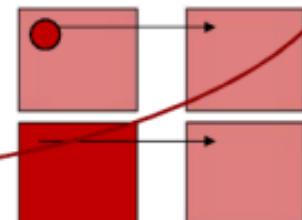
Wieloargumentowe

$$[q(i, j)] = f[p_1(i, j), p_2(i, j), \dots, p_k(i, j)]$$



- Operacje sąsiedztwa (kontekstowe)

$$[q(i, j)] = f[p(i, j), p(i-1, j-1), p(i+1, j+1), \dots]$$

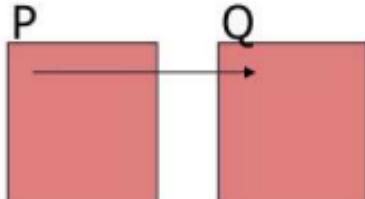


- Operacje globalne transformaty

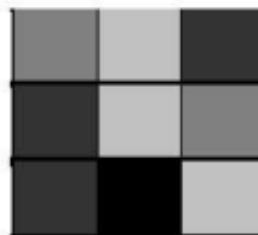
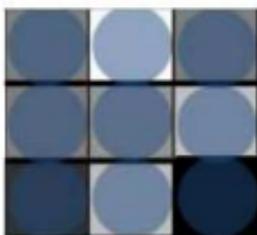
$$[q(i, j)] = f[P]$$

Operacje punktowe (lokalne, jednopunktowe) - powtórzenie

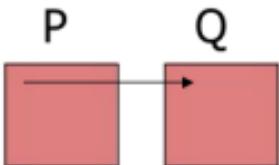
Operacje punktowe jednoargumentowe



Wartość piksla obrazu wyjściowego zależy od wartości piksla o takich samych współrzędnych na obrazie wejściowym (nie uwzględniamy sąsiedztwa)



Wykonywanie po wierszach, „piksel po pikselu”



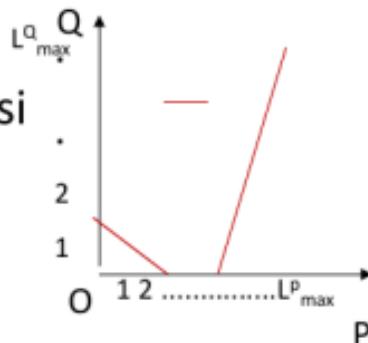
Operacje punktowe

Definiowane przez:

- Definicję funkcji; z jawnie postawionymi warunkami logicznymi np.: dla UOP (**Uniwersalnego Operatora Punktowego**);

- Wykres funkcji we współrzędnych OXY; na osi OX są **wszystkie potencjalne** wartości poziomów szarości obrazu pierwotnego P, a na OY obrazu po przekształceniu Q;

- Tablica przekodowań (LUT – *Look Up Table*).



0	1	2	L_P^{\max}	P
					Q

Operacje punktowe

Proste:

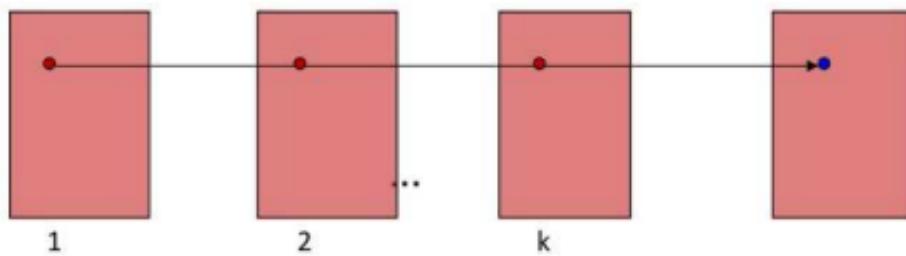
- operacje jednoargumentowe – transformacje jasności nielinowe - wykład 2 slajdy 50-67
- **operacje arytmetyczne: jedno-, dwu- i wieloargumentowe**
- manipulowanie histogramem (liniowe) - wykład 2 slajdy 50-67

Zaawansowane:

- metody progowania - wykład 2 slajdy 67-73
- wyrównywanie histogramu - wykład 2 slajdy 60 – dokładniej na APO
- klasyfikacja punktów obrazu – clustering, pseudokoloryzacja – tylko na projektach z APO

Operacje punktowe wieloargumentowe

$$[q(i,j)] = f[p_1(i,j), p_2(i,j), \dots, p_k(i,j)]$$



Realizacja:

1. Operacje (Calculation, Operation)
2. Na warstwach (add, subtract, difference,...)

Operacje jednopunktowe dwuargumentowe i wieloargumentowe

Są to operacje, w których na wartość zadanego piksela obrazu wynikowego o współrzędnych (i,j) mają wpływ tylko **wartości pikseli obrazów pierwotnych (argumentów) o współrzędnych (i,j) :**

$$c_{ij} = f_D(a_{ij}, b_{ij})$$

f_D - operacja **arytmetyczna** lub **logiczna** (dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie, NOT, OR, AND, XOR...)

c_{ij} - wartość piksela obrazu wynikowego (w przypadku otrzymania ułamka następuje zaokrąglenie do najbliższej liczby całkowitej(lub obcięcie))

a_{ij}, b_{ij} - wartości pikseli obrazów pierwotnych

Operacje punktowe wieloargumentowe

Wykonywane na dwóch lub większej liczbie obrazów

- Dodawanie (uśrednianie)
- Odejmowanie (różnica i różnica bezwzględna)
- Mnożenie
- Dzielenie
- AND
- OR
- XOR
- Uśrednienie obrazów

Dodatkowo jednoargumentowe - pominięte

- NOT
- Pseudokolor

Dodawanie obrazów

Przekroczenie zakresów poziomów szarości regulujemy:

- Wagami (np. równymi - uśrednianie, nierównymi)
- Funkcją modulo,
- Skalowaniem wyniku
(min, max) → (0, L_{max})



+



=



Zastosowanie do: łączenia masek i efekty nałożenia obiektów i przenikania

Operacje jednopunktowe dwuargumentowe - arytmetyczne: uśrednianie (dodawanie ze skalowaniem)

$$c_{ij} = \frac{(a_{ij} + b_{ij})}{k}$$

k - liczba obrazów; przykład: *k* = 2,

$$\begin{bmatrix} 0 & 12 & 142 & 255 \\ 1 & 6 & 40 & 254 \\ 24 & 0 & 20 & 255 \\ 30 & 2 & 10 & 240 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 14 & 11 & 9 & 253 \\ 3 & 5 & 39 & 254 \\ 11 & 1 & 19 & 255 \\ 18 & 2 & 11 & 256 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 7 & 12 & 76 & 254 \\ 2 & 6 & 40 & 254 \\ 18 & 1 & 20 & 255 \\ 23 & 2 & 11 & 248 \end{bmatrix}$$

a_{ij} b_{ij} c_{ij}

Przykładowe zastosowanie: redukcja zakłóceń

Odejmowanie obrazów



- różnica



Przekroczenie zakresów poziomów szarości regulujemy:

- Funkcją modulo,
- Skalowaniem wyniku

- różnica bezwzględna



Obraz po liniowym rozciągnięciu histogramu do podwojenia zakresu

Zastosowanie do:

1. Pokazania różnicy między obrazami, zwłaszcza w przypadku, gdy porównywane obrazy są nieroóżnialne wzrokowo
2. Angiografii różnicowej

Najczęściej wykonywana operacja arytmetyczna na obrazach

Operacje jednopunktowe dwuargumentowe - arytmetyczne: Odejmowanie

$$\begin{bmatrix} 0 & 12 & 142 & 255 \\ 1 & 6 & 40 & 254 \\ 24 & 0 & 20 & 255 \\ 30 & 2 & 10 & 240 \end{bmatrix}_{a_{ij}} \quad \begin{bmatrix} 14 & 11 & 9 & 253 \\ 3 & 5 & 39 & 254 \\ 11 & 1 & 19 & 255 \\ 18 & 2 & 11 & 256 \end{bmatrix}_{b_{ij}}$$

1-szy etap: $a_{ij} - b_{ij}$

$$\begin{bmatrix} -14 & 1 & 133 & 2 \\ -2 & -19 & -60 & 254 \\ 15 & -1 & -60 & 254 \\ 0 & 0 & -100 & -15 \end{bmatrix}$$

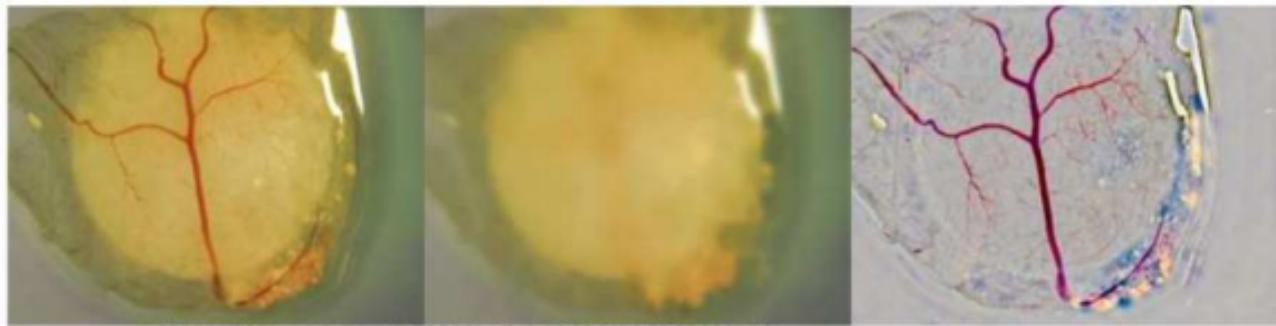
2-gi etap: $c_{ij} = |a_{ij} - b_{ij}|$

$$\begin{bmatrix} 14 & 1 & 133 & 2 \\ 2 & 19 & 60 & 254 \\ 15 & 1 & 60 & 254 \\ 0 & 0 & 100 & 15 \end{bmatrix}$$

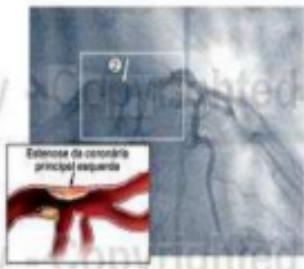
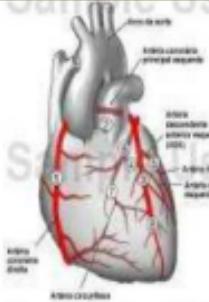
Przykładowe zastosowanie: porównywanie obrazów

Obrazy różnicowe

- Angiografia różnicowa gałki ocznej



Naczynia
serca



Naczynia
mózgu



Mnożenie obrazów

Zastosowanie:

- kompozycje artystyczne
- maskowanie szaroodcieniową lub binarną maską
- jako element operacji rekonstrukcji obrazów



*



=



*



=



Operacje jednopunktowe dwuargumentowe - arytmetyczne: Mnożenie

- tworzenie okna

$$c_{ij} = a_{ij} \times b_{ij} \quad b_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{- wewnątrz okna} \\ 0 & \text{- poza oknem} \end{cases}$$

Przykład:

$$\begin{bmatrix} 0 & 12 & 142 & 255 \\ 1 & 6 & 40 & 254 \\ 24 & 0 & 20 & 255 \\ 30 & 2 & 10 & 240 \end{bmatrix}$$

obraz $[a_{ij}]$

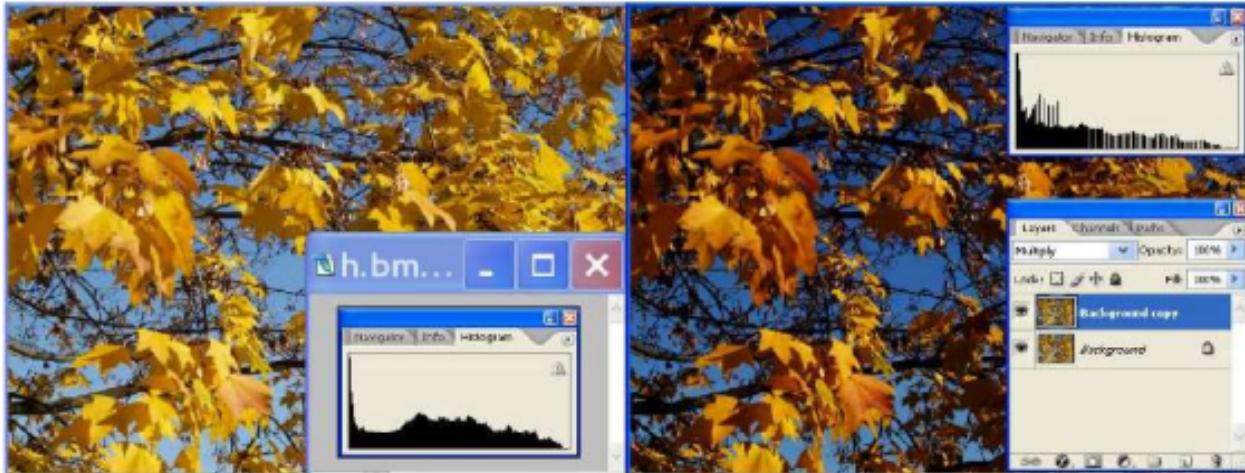
$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

współczynniki korekcji b_{ij}

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 142 & 0 \\ 0 & 6 & 40 & 0 \\ 0 & 0 & 20 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

obraz $[c_{ij}]$

Przyciemnianie przez mnożenie



Jest to podnoszenia obrazu do kwadratu

Dzielenie obrazów

Przekroczenie zakresów poziomów szarości regulujemy:

- Wagami,
- Funkcją modulo,
- Skalowaniem wyniku



Dzielenie jest wykonywane na drodze mnożenia jednego obrazu przez odwrotność drugiego

Przez odwrotność, a nie negację!



Operacje logiczne

Poziom jasności n jest zapisany w kodzie dwójkowym jako kombinacja ośmiu 0 i 1:

Czerń 00000000

Biel 11111111

127 10000000

Operacje logiczne:

NOT NOT(1)=0; NOT(0)=1

AND 1 AND 1=1; 0 AND 0=0; 1 AND 0=0; 0 AND 1=0

OR 1 OR 1=1; 0 OR 0=0; 1 OR 0=1; 0 OR 1=1

XOR 1 XOR 1=0; 0 XOR 0=0; 1 XOR 0=1; 0 XOR 1=1

Jak wykonujemy operacje logiczne

W operacjach jednopunktowych dwuargumentowych logicznych na obrazach działania prowadzone są na odpowiednich pikselach obrazów stanowiących argumenty danej operacji.

W szczególności działania prowadzone są na bitach o tej samej wadze.

Przykład :

Operacja OR: $[p] \cup [q] = [r]$

Obraz [p] :

0	0	0	1	0
1	1	15	14	0
1	0	15	13	2
2	1	0	14	0
1	0	0	0	0

Obraz [q]:

14	14	14	14	14
14	14	14	14	14
14	14	14	14	14
14	14	14	14	14
14	14	14	14	14

0000	0000	0000	0001	0000
0001	0001	1111	1110	0000
0001	0000	1111	1101	0010
0010	0001	0000	1110	0000
0001	0000	0000	0000	0000

1110	1110	1110	1110	1110
1110	1110	1110	1110	1110
1110	1110	1110	1110	1110
1110	1110	1110	1110	1110
1110	1110	1110	1110	1110

Obraz [r]:

1110	1110	1110	1110	1110
1111	1111	1111	1110	1110
1111	1110	1111	1111	1110
1110	1111	1110	110	1110
1110	1110	1110	1110	1110

14	14	14	14	14
15	15	15	14	14
15	14	14	15	14
14	15	14	14	14
14	14	14	14	14

Przykład :

Operacja XOR: $[p] > \ll [q] = [r]$

Obraz $[p]$:

0	0	0	1	0
1	1	15	14	0
1	0	15	13	2
2	1	0	14	0
1	0	0	0	0

Obraz $[q]$:

14	14	14	14	14
14	14	14	14	14
14	14	14	14	14
14	14	14	14	14
14	14	14	14	14

0000	0000	0000	0001	0000
0001	0001	1111	1110	0000
0001	0000	1111	1101	0010
0010	0001	0000	1110	0000
0001	0000	0000	0000	0000

1110	1110	1110	1110	1110
1110	1110	1110	1110	1110
1110	1110	1110	1110	1110
1110	1110	1110	1110	1110
1110	1110	1110	1110	1110

Obraz $[r]$:

1110	1110	1110	1111	1110
1111	1111	0001	0000	1110
1111	1110	0001	0011	0000
1100	1111	1110	0000	1110
1111	1110	1110	1110	1110

14	14	14	15	14
15	15	1	0	14
15	14	1	3	0
12	15	14	0	14
15	14	14	14	14

Maska



Operacja logiczna AND na obrazach

- Maskowanie, czyli selekcja fragmentów obrazów, zwanych ROI (ang. *region of interest*) na podstawie binarnej maski
- Zacieśnianie maski
- Przygotowanie do kodowania informacji (czyszczenie)



AND \cap



=



AND \cap



=



Operacja logiczna OR na obrazach

- Rozszerzanie maski
- Nakładanie informacji szyfrowanej



Operacja logiczna XOR na obrazach

XOR



OR





Inne operacje punktowe

- Operacja logiczna jednoargumentowa na obrazie NOT

$$q(i, j) = \text{NOT } p(i, j)$$

Równoważna negacji

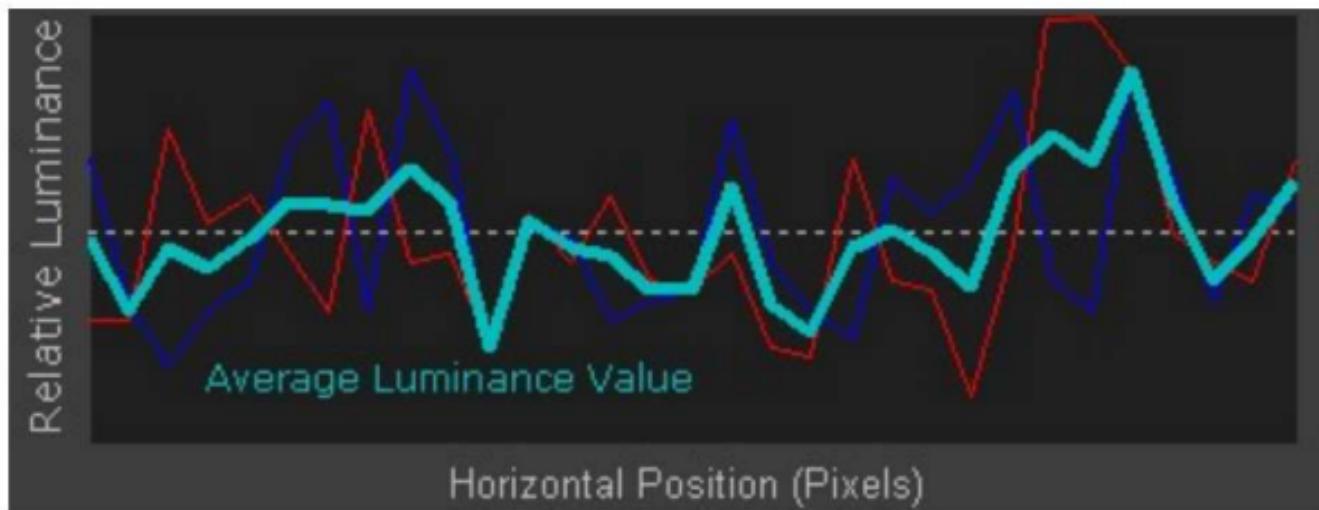
- Uśrednianie k obrazów

Stosowane do redukcji szumu (obrazy astronomiczne)



$$[\quad + \quad + \dots + \quad] / n = \quad$$

$$q(i, j) = \frac{1}{k} \sum_{l=1}^k p_l(i, j)$$



Inne operacje punktowe

- A. Konwersja koloru na obrazy szarooodcieniowe

np.: $g(\text{RGB}) = 60\% \text{ int } R + 30\% G + 10\% B$

- A. Pseudokolor – operacja podnoszenia widoczności niewielkich różnic w intensywności

2^{24}



A ↓ B
↑

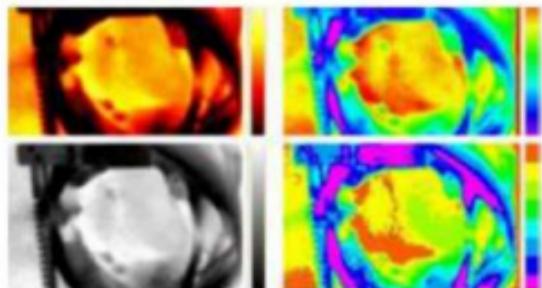
2^8



Zastępowanie kolorów (*Replace colour*)

Pseudokoloryzacja

Sztuczna wizualizacja
cechy pomiarowej innej
niż fale widzialne na
obrazie, np.: termografia

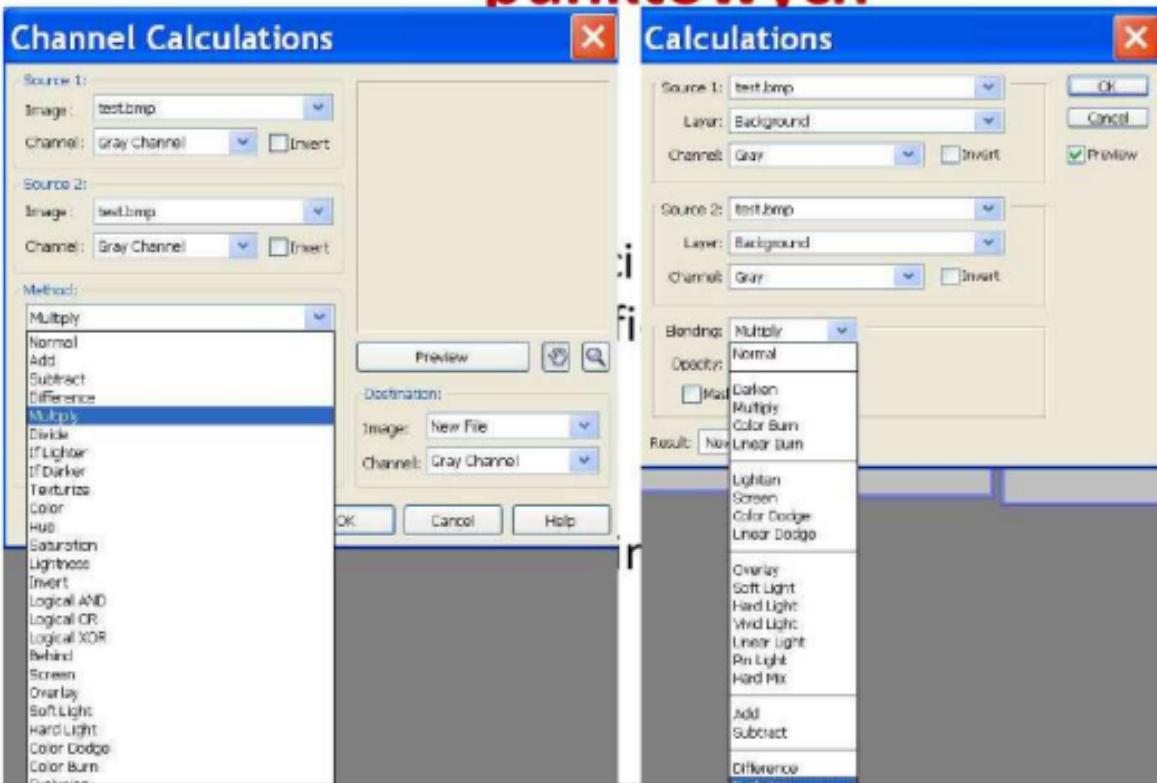


Typowe skale pseudokoloru:
Monochrome(1) - min od bieli
Monochrome(2) - min od czerni
Spectrum – widmo widzialne
Rainbow - tencza z inwersją zieleni
BlackBody – żółto-czerwona
Iron – tylko czerwona

Operacje punktowe - podsumowanie

- Zalety: łatwe do implementacji i szybkie
 - Implementowane przez LUT (manipulacje na palecie szarości lub barw) bo dziedzina funkcji jest skończona
 - Dla różnowartościowych funkcji (bezstratnych) istnieje przekształcenie odwrotne
 - Dla nieróżnowartościowych funkcji (stratnych) nie istnieje przekształcenie odwrotne – większość praktycznie stosowanych
- Wady: ignorują przestrzenną zależność wartości intensywności w obrazie tzn. lokalną charakterystykę przestrzenną obrazu

Praktyczne wykorzystanie operacji punktowych



Operacje sąsiedztwa (kontekstowe o małym otoczeniu)

Operacje na obrazach

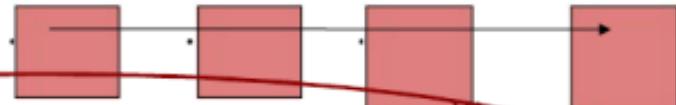
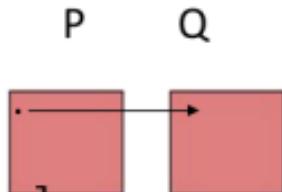
- Operacje punktowe (jednopunktowe):

Jednoargumentowe

$$[q(i, j)] = f[p(i, j)]$$

Wieloargumentowe

$$[q(i, j)] = f[p_1(i, j), p_2(i, j), \dots, p_k(i, j)]$$

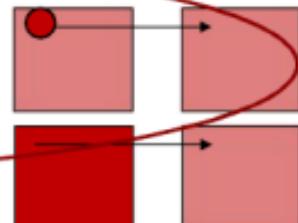


- Operacje sąsiedztwa (kontekstowe)

$$[q(i, j)] = f[p(i, j), p(i-1, j-1), p(i+1, j+1), \dots]$$

- Operacje globalne transformaty

$$[q(i, j)] = f[P]$$

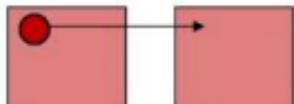


Operacje kontekstowe (sąsiedztwa)

Są to operacje, w których na wartość zadanego piksela obrazu wynikowego współrzędnych (i,j) mają wpływ wartości:

- pikseli o współrzędnych (i,j) obrazu pierwotnego p , oraz
- pikseli go otaczających, czyli tzw. **otoczenia**

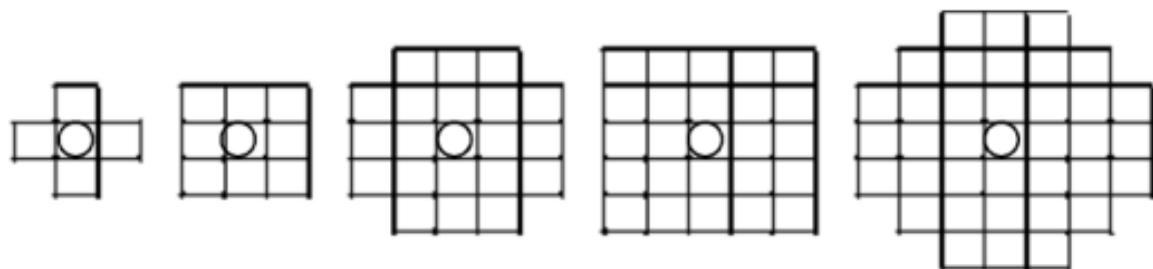
$$[q(i,j)] = f[p(i,j), p(i-1, j-1), p(i+1, j+1), ..]$$



Otoczenie

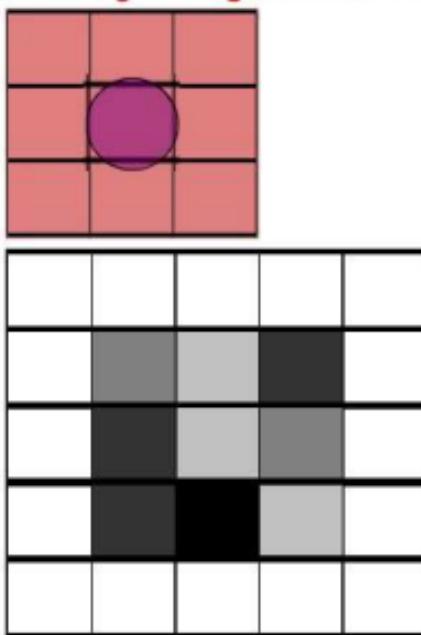
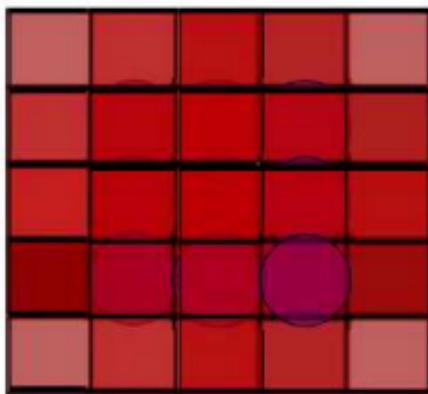
Otoczenie definiujemy określając jego:

- Kształt: kwadratowe, prostokątne, kołowe
- Wielkość: 3×3 , 5×5 , 7×7 , 9×9 , 11×11 , itd..



Symetria otoczenia

Proces liczenia operacji sąsiedztwa

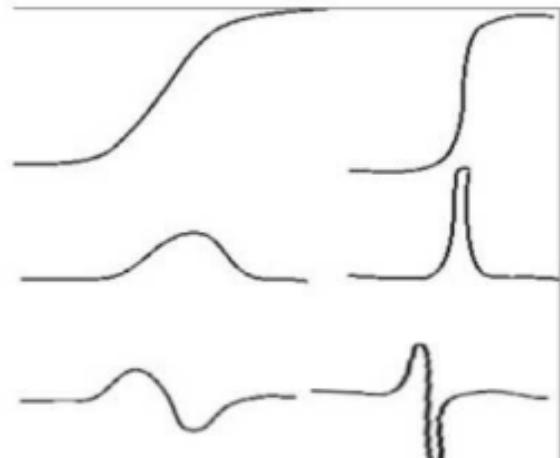
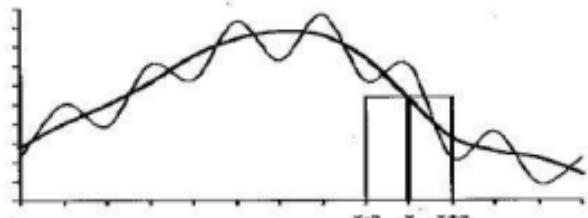


Problem
brzegów
marginów

Wynik operacji zależy od wielkości maski, ale głównie od funkcji zdefiniowanej w punkcie i jego otoczeniu.

Działania matematyczne uwzględniające sąsiedztwo

- Całkowanie
(sumowanie, uśrednianie)



- Różniczkowanie (pierwsza pochodna)
- Laplasjany (druga pochodna)

Funkcje operacji sąsiedztwa

- Wygładzanie (całkowanie przestrzenne)
wytlumianie szumu
- Uwypuklające krawędzie (różniczkowanie przestrzenne)
wydobywanie informacji przez zwiększenie kontrastu
- Konturowanie (operatory oparte na gradientach,
laplasjany, różniczki przestrzenne)
wydobywanie informacji przez wskazanie "zera"
- Analiza kształtu i położenia obiektów
(morphologia matematyczna)

Matematyczny podział operacji sąsiedztwa

- **Liniowe** (oparte na pewnej liniowej operacji, polegającej na wykonaniu liniowej kombinacji wartości wybranych pikseli obrazu wejściowego)
 - Są proste w implementacji, tak na poziomie oprogramowania, jak i procesorów sprzętowych.
 - Łączne i separowalne (rozdzielcze), przemienne.
 - Dają efekty odpowiadające manipulacji pewnymi zakresami częstotliwości.
- **Nieliniowe** (oparte na funkcjach nieliniowych, np. statystycznych, logicznych i morfologii matematycznej)
 - Są czasochłonne i często skomplikowane.
 - Mają bogatsze możliwości.
 - Nie można ich interpretować w kategoriach manipulowania tylko określonymi częstotliwościami

Operacje **wygładzania** stanowią praktyczną realizację *filtracji dolnoprzepustowej* (FD) i dzielą się na operacje filtracji *liniowej i nieliniowej*.

Operacje filtracji nieliniowej dzielą się na operacje filtracji *logicznej i medianowej*.

Operacje **wyostrzania** stanowią praktyczną realizację *filtracji górnoprzepustowej* (FG) i dzielą się na operacje filtracji *gradientowej i laplasjanowej*

Operacje wygładzania

Podstawowe zadanie wygładzania: usuwanie zakłóceń z obrazu

Filtracja liniowa (metody *konwolucyjne*, tzn. uwzględniające pewne otoczenie przetwarzanego piksela):

$$g(x, y) = \sum_{k=1}^n w_k f_k(x, y)$$

n - liczba punktów (pikseli) otoczenia wraz z pikselem przetwarzanym

$f(x, y)$ - wartość piksela o współrzędnych x, y obrazu pierwotnego

$g(x, y)$ - wartość piksela o współrzędnych x, y obrazu wynikowego

w_k - waga k -tego piksela otoczenia

Przykład

obraz $[f(x,y)]$

14	15	13	15
12	14	0	15
13	12	12	14
15	14	14	12

otoczenie 3×3

$[f(x,y)]$

15	13	15
14	0	15
12	12	14

$[g(x,y)]$

15	13	15
14	11	15
12	12	14

średnia ważona

$\rightarrow g(x,y)$

$$\begin{aligned}
 &= w_1 f(x-1, y-1) + w_2 f(x-1, y) \\
 &+ w_3 f(x-1, y+1) + w_4 f(x, y-1) \\
 &+ w_5 f(x, y) + w_6 f(x, y+1) \\
 &+ w_7 f(x+1, y-1) + w_8 f(x+1, y) + w_9 f(x \\
 &+ 1, y+1)
 \end{aligned}$$

w_1 $x-1, y-1$	w_2 $x-1, y$	w_3 $x-1, y+1$
w_4 $x, y-1$	w_5 x, y	w_6 $x, y+1$
w_7 $x+1, y-1$	w_8 $x+1, y$	w_9 $x+1, y+1$

y

Ruchoma średnia

Filtracja liniowa

X

Sposoby zapisu operacji filtracji liniowej (wygładzanie liniowe)

1. Za pomocą *macierzy wag*
2. Za pomocą *maski filtracji dolnoprzepustowej* (FD)

Macierz wag

1/9	1/9	1/9
1/9	1/9	1/9
1/9	1/9	1/9

Maska filtracji
dolnoprzepustowej

1	1	1
1	1	1
1	1	1

K = 9

K - współczynnik maski

Przykłady macierzy wag i masek operacji filtracji liniowej

Macierz wag

1/10	1/10	1/10
1/10	2/10	1/10
1/10	1/10	1/10

Maska filtracji dolnoprzepustowej

1	1	1
1	2	1
1	1	1

K = 10

1/16	2/16	1/16
2/16	4/16	2/16
1/16	2/16	1/16

1	2	1
2	4	2
1	2	1

K = 16

Operacje wyostrzania

Metoda: konwolucja + maska *filtracji górnoprzepustowej(FG)*.

W wyostrzaniu stosuje się metody numeryczne aproksymujące pochodną.

Zadanie wyostrzania:

- podkreślenie na obrazie konturów obiektów
- podkreślenie na obrazie punktów informatycznych (np. wierzchołki dla wielokątów, zakończenia, skrzyżowania, rozgałęzienia linii dla rysunków technicznych, wykresów lub pisma).

Inne zadania wyostrzania: *wydobycie i uwypuklenie krawędzi obiektu.*

Detekcja (wykrywanie) krawędzi (edge detection)

Jest to technika segmentacji obrazu, polegająca na znajdowaniu pikseli krawędziowych przez sprawdzanie ich sąsiedztwa.

4	4	4	8	8	8	8
4	4	4	8	8	8	8
4	4	4	8	8	8	8
4	4	4	8	8	8	8
4	4	4	8	8	8	8

Krawędź

Zbiór pikseli na krzywej mający taką właściwość, że piksele w ich sąsiedztwie, lecz po przeciwnych stronach krzywej mają różne poziomy jasności.

Cel detekcji

znalezienie lokalnych nieciągłości w poziomach jasności obrazu oraz granic obiektów zawartych w obrazie.

Opis matematyczny operacji wyostrzania

Model krawędzi: linia prosta **separująca** dwa obszary o różnej **intensywności (jasności)** I_1 i I_2 .

Użycie funkcji $u(z)$ do matematycznego opisu krawędzi

$$u(z) = \begin{cases} 1 & \text{dla } z > 0 \\ \frac{1}{2} & \text{dla } z = 0 \\ 0 & \text{dla } z < 0 \end{cases}$$

Założenia:

Jeśli $\delta(t)$ - impuls Diraca, to:

$$u(z) = \int_{-\infty}^z \delta(t) dt$$

Krawędź leży wzdłuż linii prostej opisanej równaniem:

$$x \sin \varphi - y \cos \varphi + \rho = 0 \text{ (postać normalna prostej)}$$

Intensywność obrazu:

$$f(x, y) = I_1 + (I_2 - I_1) u(x \sin \varphi - y \cos \varphi + \rho)$$

Cyfrowa wersja gradientu

Pochodna pionowa G_x funkcji $f(x,y)$

$$G_x \stackrel{\text{def}}{=} [f(x+1, y-1) + 2f(x+1, y) + f(x+1, y+1)] - [f(x-1, y-1) + 2f(x-1, y) + f(x-1, y+1)]$$

maska:

	$y-1$	y	$y+1$
$x-1$	-1	-2	-1
x	0	0	0
$x+1$	1	2	1

Pochodna pozioma G_y funkcji $f(x,y)$

$$G_y \stackrel{\text{def}}{=} [f(x-1, y+1) + 2f(x, y+1) + f(x+1, y+1)] - [f(x-1, y-1) + 2f(x, y-1) + f(x+1, y-1)]$$

maska:

	$y-1$	y	$y+1$
$x-1$	-1	0	1
x	-2	0	2
$x+1$	-1	0	1

$$G(x,y) = \sqrt{G_x^2 + G_y^2}$$

Cyfrowa wersja laplasjanu

$$L(x, y) = [f(x+1, y) + f(x-1, y) + f(x, y+1) + f(x, y-1) - 4f(x, y)]$$

maska:

	$y-1$	y	$y+1$
$x-1$	0	1	0
x	1	-4	1
$x+1$	0	1	0

Własności:

Gradient: wrażliwy na intensywność zmiany; używany tylko do detekcji krawędzi;

Laplasjan: podaje dodatkową informację o położeniu piksela względem krawędzi (po jasnej czy po ciemnej stronie).

Uwaga: Dla operacji wyostrzania współczynnik maski **K=1**

Przykłady

$f(x,y)$

4	4	4	8	8	8	8
4	4	4	8	8	8	8
4	4	4	8	8	8	8
4	4	4	8	8	8	8
4	4	4	8	8	8	8



0	1	0
1	-4	1
0	1	0

$L(x,y)$

x	x	x	x	x	x	x
x	0	4	-4	0	0	x
x	0	4	-4	0	0	x
x	0	4	-4	0	0	x
x	x	x	x	x	x	x

jasna strona (-4)

$g(x,y)$

$f(x,y)$

4	4	8	8	8	8	8
4	4	4	8	8	8	8
4	4	4	4	8	8	8
4	4	4	4	4	8	8
4	4	4	4	4	4	8

$L(x,y)$

x	x	x	x	x	x	x
x	0	8	-4	0	0	x
x	0	0	8	-4	0	x
x	0	0	0	8	-4	x
x	x	x	x	x	x	x

jasna strona (-4)

ciemna strona (+8)

Laplasjany

Tekst

Dyskretna forma drugiej pochodnej

0	-1	0		-1	-1	-1		1	-2	1		-1	-1	-1		0	-1	0
-1	4	-1		-1	8	-1		-2	4	-2		-1	9	-1		-1	5	-1
0	-1	0		-1	-1	-1		1	-2	1		-1	-1	-1		0	-1	0

Tekst

Tekst

Tekst

Tekst

Tekst

Metody operacji na pikselach wchodzących w skład skrajnych kolumn i wierszy

1. Pozostawienie wartości pikseli bez zmian
2. Wartości pikseli są nieokreślone (xxxxxxxxxx)
3. Nadanie pikselom wartości arbitralnie zadanych przez użytkownika (np. same wartości „0”, „15”, „10” itd.)
4. Operacje z zastosowaniem kolumn i wierszy pomocniczych (zdublowanie (powielenie) skrajnych wierszy i kolumn)
5. Operacje z wykorzystaniem pikseli z **istniejącego sąsiedztwa**.
 - Lewa skrajna kolumna (oprócz pikseli górnego i dolnego rogu) – kierunki 0,1,2,6,7,
 - Lewa skrajna kolumna piksel w górnym rogu – kierunki 0, 6,7,
 - Lewa skrajna kolumna (piksel w dolnym rogu) – kierunki 0,1,2,
 - Prawa skrajna kolumna (oprócz pikseli górnego i dolnego rogu) – kierunki 2,3,4,5,6,
 - Prawa skrajna kolumna piksel w górnym rogu – kierunki 4,5,6,
 - Prawa skrajna kolumna (piksel w dolnym rogu) – kierunki 2,3,4,
 - Górnny skrajny wiersz (oprócz pikseli z lewego i prawego rogu) – kierunki 4,5,6,7,0
 - Dolny skrajny wiersz (oprócz pikseli z lewego i prawego rogu) – kierunki 0,1,2,3,4.

Zdublowanie/powielenie skrajnych wierszy i kolumn

x	x	x	x	x	x	x
x	0	4	-4	0	0	x
x	0	4	-4	0	0	x
x	0	4	-4	0	0	x
x	x	x	x	x	x	x

- Odbicie v2 (reflect_101) edcb|abcdef|edcb
- Odbicie v1 (reflect) edcba|abcdef|fedcb
- Powielenie (replicate) aaaa|abcde|eeee
- Stała n (constant) nnnn|abcdef|nnnn

Metody skalowania tablic obrazów wynikowych

Cel skalowania: sprowadzanie wartości pikseli do zakresu $[0, (M-1)]$

Metoda proporcjonalna

$$g'(x, y) = \frac{g(x, y) - g(x, y)_{\min}}{g(x, y)_{\max} - g(x, y)_{\min}} \cdot (M - 1)$$

Własność:

Równomierne przeskalowanie wszystkich pikseli obrazu.

Końcowy efekt: obraz z zakresu $[0, (M-1)]$

Metoda trójwartościowa

$$g'(x, y) = \begin{cases} 0 & \text{dla } g(x, y) < 0 \\ E[(M - 1) / 2] & \text{dla } g(x, y) = 0 \\ M - 1 & \text{dla } g(x, y) > 0 \end{cases}$$

Zastosowanie

obrazy o jednolitym tle i dobrze widocznych obiektach - np.
obrazy binarne. Efekt: czarno-biała krawędź na szarym tle.

Metoda obcinająca

$$g'(x, y) = \begin{cases} 0 & \text{dla } g(x, y) < 0 \\ g(x, y) & \text{dla } 0 \leq g(x, y) \leq M - 1 \\ M - 1 & \text{dla } g(x, y) > M - 1 \end{cases}$$

Filtracja statystyczna

Filtryle: **medianowy**, **maksymalny**, **minimalny**, oparty na **najbardziej prawdopodobnej wartości**

Filtryle działają na otoczeniu, ale ich wpływ na wartość w analizowanym punkcie po filtracji wyraża się warunkiem nie maską.

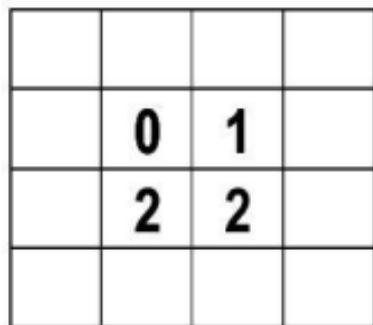
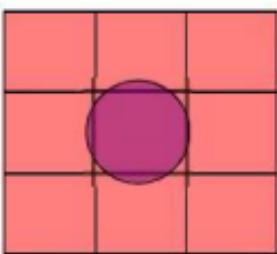
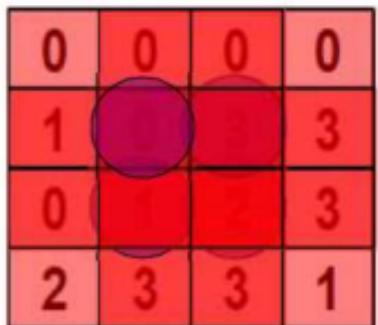
Medianą – wartość środkowa w uporządkowanym ciągu liczb

Maksymalna – największa w uporządkowanym ciągu liczb

Minimalna – najmniejsza w uporządkowanym ciągu liczb

Najbardziej prawdopodobna – najczęściej występująca w otoczeniu

Medianą i pozostałe filtry statystyczne



1, 2, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9

0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 2, 3 mediana=0, min=0, max=3, najbardziej prawdopodobna=0

0, 0, 0, 0, 1, 2, 3, 3, 3 mediana=1, min=0, max=3, najbardziej prawdopodobna=0

0, 0, 1, 1, 2, 2, 3, 3, 3 mediana=2, min=0, max=3, najbardziej prawdopodobna=3

0, 0, 1, 1, 2, 2, 3, 3, 3 mediana=2, min=0, max=3, najbardziej prawdopodobna=3

Metoda filtracji medianowej (wygładzanie medianowe)

[p(i,j)]				
15	15	14	13	14
14	14	13	12	12
1	1	1	11	12
0	0	1	1	10
0	0	0	0	1

p(i,j):

p(2,2): 1 1 12 13 14 14 14 15 15
p(2,3): 0 1 11 12 13 13 14 14 15
p(2,4): 0 11 12 12 12 13 13 14 14
p(3,2): 0 0 1 1 1
p(3,3): 0 0 1 1 1
p(3,4): 0 1 1 10 11
p(4,2): 0 0 0 0 0
p(4,3): 0 0 0 0 1
p(4,4): 0 0 1 1 1

q(i,j):

q(i,j):

15	15	14	13	14
14	14	13	12	12
1	1	1	11	12
0	0	1	1	10
0	0	0	0	1

Przykładowy obraz pierwotny

Obraz wynikowy

z pozostawieniem wartości pikseli marginesów -bez zmian

Filtracja medianowa (wygładzanie medianowe)

Usuwanie zakłóceń **bez rozmywania krawędzi**
(por. metodę filtracji liniowej)

Medianą - wartość **środkowa** (w sensie położenia w ciągu wartości uporządkowanych)

Filtracja dwuetapowa i łączenie filtrów

- 1szy etap – maska **f**,
- 2gi etap (filtracja obrazu otrzymanego po 1-szym etapie) – maska **g**

Filtracja jednoetapowa równoważna filtracji dwuetapowej:

-maska **m**

0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0
0	0	f1	f2	f3	0	0
0	0	f4	f5	f6	0	0
0	0	f7	f8	f9	0	0
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0

Maska **f** (rozmiar 3x3) ,
współczynnik maski **Kf**

g1	g2	g3
g4	g5	g6
g7	g8	g9

Maska **g** (rozmiar 3x3) ,
współczynnik maski: **Kg**

m1	M2	m3	m4	m5
m6	m7	m8	m9	m10
m11	m12	m13	m14	m15
m16	m17	m18	m19	m20
M21	m22	m23	m24	m25

Maska **m** (rozmiar 5x5) ,
współczynnik maski: **Km = Kf*Kg**

Przykładowe podstawienie:

$f_1=f_2=f_3=\dots=f_9=1$,
 $g_1=g_2=g_3\dots=g_9=1$

Maska g:

1	1	1
1	1	1
1	1	1

Maska wynikowa m:

1	2	3	2	1
2	4	6	4	2
3	6	9	6	3
2	4	6	4	2
1	2	3	2	1

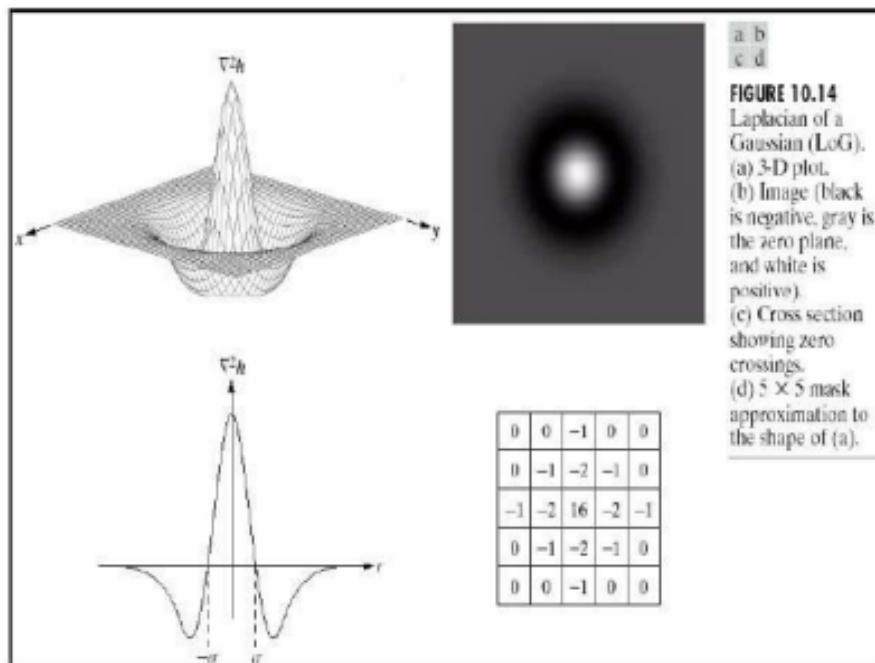
Maska f:

0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	1	0	0
0	0	1	1	1	0	0
0	0	1	1	1	0	0
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0

$$\begin{aligned}
 m1 &= 0*g1+0*g2+0*g3+0*g4+0*g5+ \\
 &\quad +0*g6+0*g7+0*g8+ f1*g9 \\
 m2 &= 0*g1+0*g2+0*g3+0*g4+0*g5+ \\
 &\quad +0*g6+0*g7+f1*g8+ f2*g9 \\
 m3 &= 0*g1+0*g2+0*g3+0*g4+0*g5+ \\
 &\quad +0*g6 +f1*g7+f2*g8+ f3*g9 \\
 &\vdots \\
 m25 &= f9*g1+0*g2+0*g3+0*g4+0*g5+ \\
 &\quad 0*g6+0*g7+0*g8+ 0*g9
 \end{aligned}$$

Współczynnik maski: $K_m = K_f * K_g = 1/9 * 1/9 = 1/81$

Laplasjan filtra gaussowskiego



Filtr jednocześnie wygładzający i wyostrzający

Filtracja oparta na operacjach logicznych

	a	
b	x	c
	d	

$$X' = \begin{cases} a & \text{if } a = d \\ \text{else } X \end{cases}$$

$$X' = \begin{cases} b & \text{if } b = c \\ \text{else } X \end{cases}$$

$$X' = \begin{cases} a & \text{if } a = b = c = d \\ \text{else } X \end{cases}$$

Czterospójne otoczenie punktu

– eliminacja izolowanych punktów i poziomych linii o pojedynczej grubości

– eliminacja izolowanych punktów i pionowych linii o pojedynczej grubości

– eliminacja izolowanych punktów

1	1	1	0
1	1	1	1
1	0	1	1
0	0	0	0
1	1	0	1
1	1	1	1
1	1	0	1
1	1	0	1

Przykład działania filtracji logicznych



W celu zrealizowania zadania przedstawionego na rysunku skonstruujmy logikę wyjścia dla jednego z kanałów światła. W tym celu skonstruujmy funkcję logiczną, której wyjście będzie miało wartość 1, jeśli sygnał wejściowy z kanału światła jest większy od 0,5, a wyjście ma wartość 0, jeśli sygnał wejściowy z kanału światła jest mniejszy od 0,5. W celu zrealizowania tego zadania skorzystamy z funkcji logicznej AND, której wyjście jest równie równe 1, jeśli oba jej argumenty są równe 1, a wyjście jest równe 0, jeśli przynajmniej jeden z argumentów jest równy 0. Dla argumentów, które są sygnałami światłowodowymi, funkcja AND jest określona w następujący sposób: $y = \min(x_1, x_2)$, gdzie x_1 i x_2 to sygnały wejściowe, a y to sygnał wyjściowy.



MATERIAŁ DO WYKŁADU I ĆWICZEŃ LABORATORYJNYCH:

Wykład

Materiał podstawowy:

M. Doros, **Przetwarzanie obrazów**, Skrypt WSISiZ (Rozdz.1)

Materiał uzupełniający:

R.Tadeusiewicz, P.Korohoda: **Komputerowa analiza i przetwarzanie obrazów**, Kraków 1997. <http://winntbg.bg.agh.edu.pl/skrypty2/0098/>

Ćwiczenia Laboratoryjne

Materiał podstawowy:

M.Doros, A. Korzyńska, M.Przytulska, H.Goszczyńska: „**Przetwarzanie Obrazów, ćwiczenia laboratoryjne**”, Skrypt WSISiZ (Rozdz.1)