Sufit, podłoga, x mod y

- 1. Obliczyć wartości wyrażenia f(12), gdzie:
- a. $f(n) = \sum_{i=1}^{n} (\lceil \frac{n}{i} \rceil \lfloor \frac{n}{i} \rfloor)$
- b. $f(n) = \sum_{i=1}^{n} (-1)^{i} i \mod n$

II. Relacje

1. Sprawdzić zwrotność, symetryczność, antysymetryczność i przechodniość relacji określonych następującymi tabelami:

1	1	1		1
	1	1		
1	1	1		
			1	
1				1

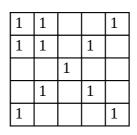
1		1		1
	1		1	
1		1		1
	1		1	
1		1		1

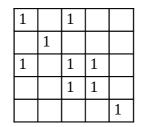
1		1	1
	1	1	1
1	1	1	1
1	1	1	1

1		1		1
	1	1	1	
1		1		1
	1	1	1	
1		1		1

2. Uzupełnić tabele minimalną liczbą jedynek tak, aby definiowały relacje równoważności

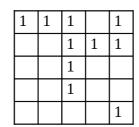
1				1
	1	1	1	
	1	1		
	1		1	
1				1





3. Uzupełnić tabele minimalną liczbą jedynek tak, aby definiowały relacje porządku

1	1	1		1
	1	1		
		1		1
	1		1	
				1



1			1	
1	1	1	1	
		1		
		1	1	1
				1

- 4. Obliczyć liczbę wszystkich relacji w zbiorze {1,2,3,4,5} (w ogólnym przypadku w zbiorze {1,2,...,*n*}). Ile spośród tych relacji jest zwrotnych?
- 5. Obliczyć liczbę wszystkich relacji a. symetrycznych b. antysymetrycznych w zbiorze {1,2,3,4,5} (w ogólnym przypadku w {1,2,...,n}).
- 6. Obliczyć liczbę wszystkich relacji a. symetrycznych b. antysymetrycznych w zbiorze $\{1,2,3,4,5\}$, zawierających relację $R = \{(1,1),(2,2),(4,4),(1,3),(3,5),(4,2)\}$.
- 7. Sprawdzić, czy relacja $\,R\,$ w zbiorze liczb rzeczywistych jest relacją równoważności :
- a. $xRy \Leftrightarrow (x-y) \in Z \land 5 | (x-y)$
- b. $xRy \Leftrightarrow (x-y)^2 \le 1$

8. Sprawdzić, czy dana relacja jest relacją porządku w zbiorze liczb rzeczywistych:

a.
$$xRy \iff x^2 \le y^2$$

b.
$$xRy \Leftrightarrow (y-x) \in N$$
 (zbiór liczb naturalnych)

Odpowiedzi do zadań 5 i 6 z relacji (zadania te nie obowiązują na kolokwium) :

5. Liczba relacji w zbiorze {1..*n*}

- a. symetrycznych $2^{\frac{n(n+1)}{2}}$
- b. antysymetrycznych $2^n \cdot 3^{\frac{n(n-1)}{2}}$
- 6. a. 2^9 b. $2^2 \cdot 3^7$