

3

grupa A

Zadanie (10 pkt) Wektor losowy  $(X, Y)$  ma rozkład prawdopodobieństwa dany tabelką

		Y		
		1	2	3
X	1	$1/4$	$c$	0
	2	0	$1/4$	$1/4$

gdzie  $c$  jest liczbą z przedziału  $[0, 1]$ .(a) (1 pkt) Ile wynosi  $c$ ?  $1/4$ (b) (1 pkt) Wyznaczyć rozkład prawdopodobieństwa zmiennej losowej  $X$ .

$x_i$	1	2
$p_i$	$1/2$	$1/2$

(c) (1 pkt) Wyznaczyć rozkład prawdopodobieństwa zmiennej losowej  $Z = 2X - 1$ .

$z_i$	1	3
$p_i$	$1/2$	$1/2$

(d) (1 pkt) Zbadać niezależność zmiennych losowych  $X$  i  $Y$ . *nie są zależ*(e) (2 pkt) Wyznaczyć kowariancję  $Cov(X, Y)$  zmiennych losowych  $X$  i  $Y$ .  $Cov(X, Y) = 1/4$ (f) (2 pkt) Wyznaczyć współczynnik korelacji  $\rho(X, Y)$  zmiennych losowych  $X$  i  $Y$ .

$$\rho(X, Y) = \sqrt{2}/2 \approx 0,707$$

(g) (2 pkt) Niech  $W = X - 2Y$ . Wyznaczyć  $E(W)$  oraz  $Var(W)$ .

$$EW = EX - 2EY = -5/2$$

$$Var W = Var X + 4 Var Y - 4 Cov(X, Y) = 5/4$$

grupa B

Zadanie (10 pkt) Wektor losowy  $(X, Y)$  ma rozkład prawdopodobieństwa dany tabelką

		Y		
		1	2	3
X	1	$1/4$	$1/4$	0
	2	0	$c$	$1/4$

gdzie  $c$  jest liczbą z przedziału  $[0, 1]$ .(a) (1 pkt) Ile wynosi  $c$ ?  $1/4$ (b) (1 pkt) Wyznaczyć rozkład prawdopodobieństwa zmiennej losowej  $Y$ .

$y_j$	1	2	3
$p_j$	$1/4$	$1/2$	$1/4$

(c) (1 pkt) Wyznaczyć rozkład prawdopodobieństwa zmiennej losowej  $Z = 1 - Y^2$ .

$z_j$	-8	-3	0
$p_j$	$1/4$	$1/2$	$1/4$

(d) (1 pkt) Zbadać niezależność zmiennych losowych  $X$  i  $Y$ . *nie są zależ*(e) (2 pkt) Wyznaczyć kowariancję  $Cov(X, Y)$  zmiennych losowych  $X$  i  $Y$ .  $1/4$ (f) (2 pkt) Wyznaczyć współczynnik korelacji  $\rho(X, Y)$  zmiennych losowych  $X$  i  $Y$ .

$$\sqrt{2}/2 \approx 0,707$$

(g) (2 pkt) Niech  $W = 2X - Y$ . Wyznaczyć  $E(W)$  oraz  $Var(W)$ .

$$EW = 2EX - EY = 1$$

$$Var W = 4 Var X + Var Y - 4 Cov(X, Y) = 1/2$$

$$EX = 3/2 \quad EY = 2$$

$$Var X = 1/4 \quad Var Y = 1/2$$

$$\sigma_X = 1/2 \quad \sigma_Y = \sqrt{1/2}$$

$$EXY = 13/4$$

3

grupa C

Zadanie (10 pkt) Wektor losowy  $(X, Y)$  ma rozkład prawdopodobieństwa dany tabelką

		Y		
		-1	0	1
X	0	1/2	c	0
	1	0	1/4	1/4

gdzie c jest liczbą z przedziału  $[0, 1]$ .(a) (1 pkt) Ile wynosi c?  $\bigcirc$ 

(b) (1 pkt) Wyznaczyć rozkład prawdopodobieństwa zmiennej losowej X.

(c) (1 pkt) Wyznaczyć rozkład prawdopodobieństwa zmiennej losowej  $Z = 2 - X$ .(d) (1 pkt) Zbadać niezależność zmiennych losowych X i Y. *nie są niezależne*(e) (2 pkt) Wyznaczyć kowariancję  $Cov(X, Y)$  zmiennych losowych X i Y.  $3/8$ (f) (2 pkt) Wyznaczyć współczynnik korelacji  $\rho(X, Y)$  zmiennych losowych X i Y.  $3/\sqrt{13} \approx 0,832$ (g) (2 pkt) Niech  $W = -X + 2Y$ . Wyznaczyć  $E(W)$  oraz  $Var(W)$ .

$$EW = -EX + 2EY = -1 \quad Var W = Var X + 4 Var Y - 4 Cov(X, Y) = 2$$

grupa D

Zadanie (10 pkt) Wektor losowy  $(X, Y)$  ma rozkład prawdopodobieństwa dany tabelką

		Y		
		-1	0	1
X	0	1/2	0	0
	1	0	c	1/4

gdzie c jest liczbą z przedziału  $[0, 1]$ .(a) (1 pkt) Ile wynosi c?  $1/4$ 

(b) (1 pkt) Wyznaczyć rozkład prawdopodobieństwa zmiennej losowej Y.

(c) (1 pkt) Wyznaczyć rozkład prawdopodobieństwa zmiennej losowej  $Z = Y^2 - 1$ .(d) (1 pkt) Zbadać niezależność zmiennych losowych X i Y. *nie są niezależne*(e) (2 pkt) Wyznaczyć kowariancję  $Cov(X, Y)$  zmiennych losowych X i Y.  $3/8$ (f) (2 pkt) Wyznaczyć współczynnik korelacji  $\rho(X, Y)$  zmiennych losowych X i Y.  $3/\sqrt{13} \approx 0,832$ (g) (2 pkt) Niech  $W = -2X + Y$ . Wyznaczyć  $E(W)$  oraz  $Var(W)$ .

$$EW = -2EX + EY = -5/4 \quad Var W = 4 Var X + Var Y - 4 Cov(X, Y) = 5/16$$

$$\begin{array}{ll} EX = 1/2 & EY = -1/4 \\ Var X = 1/4 & Var Y = 13/16 \\ \sigma_X = 1/2 & \sigma_Y = \sqrt{13}/4 \approx 0,901 \\ EXY = 1/4 \end{array}$$