

Algebra
18 lutego 2007

.....
Imię Nazwisko Grupa Nr. indeksu

Zadanie 1 (Punkty 4+4)

Znajdź wszystkie liczby zespolone z , które są rozwiązaniami równania:

a) $z^2 = -8 + 6i$,

b) $5z - 2\bar{z} - 7\operatorname{Re} z + i\operatorname{Im} z + |3 + 4i| = 1 - 5i$.

Zadanie 2 (Punkty 4)

Oblicz część rzeczywistą i urojoną liczby

$z = 2(\cos \frac{\pi}{7} + i \sin \frac{\pi}{7})^{21}$.

Zadanie 3 (Punkty 5)

Rozwiąż równania sprowadzając macierz układu do postaci schodkowej zredukowanej.

Zapisz rozwiązanie stosując zmienne związane i parametry.

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 2x_3 - 4x_4 + 2x_5 = 2 \\ 2x_1 + x_2 + 4x_3 - 3x_4 - x_5 = 9 \\ -3x_1 + 5x_2 - 6x_3 + 11x_4 - 5x_5 = 3 \end{cases}$$

Zadanie 4 (Punkty 3+4)

Niech $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 5 & 0 \\ 3 & 5 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$

a) Wylicz, jeżeli to możliwe, iloczyny: AB , BA , BB i AA

b) Wylicz, jeżeli to możliwe: A^{-1} i B^{-1} .

Zadanie 5 (Punkty 6)

Stosując metodę Cramera policz zmienną x_2

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 3 \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1 \\ 4x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 5x_4 = 2 \\ 5x_1 + 6x_2 + 5x_3 + 5x_4 = 3 \end{cases}.$$

Zadanie 6 (Punkty 4+3)

Niech $\phi: R^2 \rightarrow R^3$ będzie określone wzorem: $\phi(x, y) = (6x - 3y, 2x - y, -4x + 2y)$

a) *Znajdź bazę i wymiar przestrzeni $\operatorname{Im} \phi$.*

b) *Napisz macierz ϕ w bazach standardowych.*

Zadanie 7 (Punkty 5+3)

Niech $\phi: R^3 \rightarrow R^3$ będzie określone macierzą $A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 3 \end{bmatrix}$,

a) *Znajdź bazę przestrzeni złożoną z wektorów własnych ϕ .*

b) *Zapisz macierz przekształcenia ϕ w znalezionej bazie.*

Zadanie 8 (Punkty 5)

Policz pole trójkąta o wierzchołkach $A = (1, 0, 1)$, $B = (1, 2, 3)$, $C = (1, 3, -1)$.