Zestaw 6
(jednoczynnikowa i wieloczynnikowa analiza wariancji (ANOVA))

ANOVA

Hipoteza:

H: $\mu_{1(mi)} = \mu_2 = \mu_3 = \ldots = \mu_r$

(Czynnik nie wpływa na zmienną objaśnianą)

K: ¬H

(Czynnik wpływa)

Założenia ANOVY:

0) **Próby zostały pobrane nieżalenie od siebie z każdej z r populacji**
   (nie testujemy, bo niema jak)
1) **W każdej z r populacji rozkład badanej cechy jest normalny**

   H:X~N

   K: ¬H

   TEST Shapiro-Wilka
2) **Jednorodność wariancji (wariancje rozkładu badanej cechy są takie same w r populacjach)**

   H:$\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \ldots = \sigma_r^2$

   K: ¬H

   TEST Bartleta

w przypadku gdy 1 lub 2 nie są spełnione stosujemy test Kuskala – Wallisa

H : F1 = F2 = F3 = F4

K : ¬H

Fi - dystrybuanta rozkładu Yi

Gdy odrzucimy Hipotezę anovy robimy porównania wielokrotne

H: $\mu_i = \mu_j$

K: μ_i =/= μ_j

TukeyHSD

Wielokrotne porównanie średnich

$typ

	diff	lwr	upr	p adj
2-1	4.875	0.02600137	9.723999	0.0486299
3-1	-1.500	-6.34899863	3.348999	0.7192770
3-2	-6.375	-11.22399863	-1.526001	0.0088750

1 kolumna – które średnie ze sobą porównujemy
2 kolumna(diff) – różnica miedzy średnimi
3 kolumna (lwr i upr) – przedział ufności na poziomie conf.level
4 kolumna (p adj) – p-value jeśli mniejsze od ALFA to odrzucamy hipotezę o równości tych średnich, która większa widać po diff

Zadanie 1

Dokonano po cztery niezależne pomiary wytrzymałości na ściskanie trzech rodzajów betonu. Otrzymano następujące wyniki (w kG/cm2):

I	II	III
204	197	190
200	205	208
198	213	202
204	209	210

Stwierdzić, czy badane gatunki betonu różnią się istotnie pod względem wytrzymałości na ściskanie. Przyjąć poziom istotności 0.05.

v = c(204,200,198,204,197,205,213,209,190,208,202,210)
gat = factor(rep(1:3,each=4)) ## wektor kategorii kategorie od 1 do 3 każda 4 razy pod rząd -> która próba jest z której kategorii(populacji)

założenie 1 w każdej z r populacji rozkład badanej cechy jest normalny

H1: i-ta próba pochodzi z rozkładu normalnego
K1: ~H1i

shapiro.test(v[gat==1])
shapiro.test(v[gat==2])
shapiro.test(v[gat==3])

wszystkie p-val > ALFA -> nie odrzucamy H -> próby pochodzą z rozkładu normalnego

założenie 2 jednorodność wariancji (wariancje rozkładu badanej cechy są takie same w r populacjach)

H2: sig1^2= sig2^2 = sig3^2
K2 ~H2

bartlett.test(v,gat)

***wszystkie p-val > ALFA -> nie odrzucamy H ->* wariancje jednorodne**

założenia spełnione, więc przechodzimy do właściwego testu:

summary(aov(v~gat))

Pr to p-value > alfa -> badane gatunki betonu nie różnią się

Zadanie 2
Zbadano czas reakcji trzech rodzajów układów stosowanych w kalkulatorach elektronicznych i otrzymano następujące wyniki (w milisekundach):

Typ układu	Czas reakcji							
I	19	22	20	18	25	21	24	17
II	20	21	33	27	29	30	22	23
III	16	15	18	26	17	23	20	19

Stwierdzić, czy istnieje statystycznie istotna różnica między czasami reakcji badanych trzech układów. Przyjąć poziom istotności 0.01.

czas =c(19, 22, 20, 18, 25, 21, 24, 17, 20, 21, 33, 27, 29, 30, 22, 23, 16, 15, 18, 26, 17, 23, 20, 19)
typ=factor(rep(1:3,each=8))

Założenie 1 (*H:X~N*)

tapply (czas,typ,shapiro.test) # stosuje szapiro do każdej próby

wszystkie p-value > Alfa -> założenie spełnione

Założenie 2(H:$\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \ldots = \sigma_r^2$)

bartlett.test(czas,typ)

p-value > Alfa -> założenie spełnione

ANOVA

summary(aov(czas~typ))

Pr(p-value) < ALFA -> istnieje różnica w czasach reakcji

***Porównania wielokrotne(*H: $\mu_i = \mu_j$)**

TukeyHSD(aov(czas~typ),conf.level=0.99)

Przy 3-2 p adj(p-val)<ALFA

boxplot(czas~typ)

na boxplocie widać, że 2 jest większe

Zadanie 3
Plik **zarobki.csv** zawiera dane dotyczące wysokości miesięcznych zarobków wybranych losowo osób w czterech miastach: w Warszawie, Krakowie, Wrocławiu i Katowicach. Stwierdzić, czy wysokość miesięcznych zarobków w tych miastach różni się istotnie (przyjąć poziom istotności 0.05).

zar = read.csv2("P:/smwd/zarobki.csv")

Założenie 1 (*H:X~N*)
tapply(zar$zarobki, zar$miasto, shapiro.test)

Katowice p-value < alfa -> zarobki nie maja rozkładu normalnego -> wiec nie można ANOVY

***Założenie nie spełnione więc* test Kuskala – Wallisa (H : F1 = F2 = F3 = F4)**

kruskal.test(zar$zarobki, zar$miasto)

p-value < alfa -> dystrybuanty różnią się

Odrzucamy hipotezę o tym, że zarobki są równe

boxplot(zar$zarobki~zar$miasto)

z boxplota widać, że w warszawie zarobki są wyższe

Zadanie 4
W celu porównania trzech metod nauki stenografii przeprowadzono sprawdzian na losowych próbach osób szkolonych poszczególnymi metodami. Otrzymano następujące wyniki:

metoda	maksymalna liczba słów zapisanych w ciągu jednej minuty
A	147, 188, 162, 144, 157, 179, 165, 180
B	153, 161, 157, 155, 163, 160, 154
C	173, 152, 194, 186, 166, 194, 178, 192, 186

Zbadać, czy te trzy metody są tak samo efektywne.

wyniki= c(147, 188, 162, 144, 157, 179, 165, 180,153, 161, 157, 155, 163, 160, 154,173, 152, 194, 186, 166, 194, 178, 192, 186)
metoda= factor(rep(1:3,c(8,7,9))) # factor typ czynnikowy żeby działał aov

Założenie 1 (**H:X~N*****)***
tapply(wyniki, metoda, shapiro.test)

Wszystkie p-val > alfa -> założenie spełnione

Założenie 2(H:$\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \ldots = \sigma_r^2$)
bartlett.test(wyniki,metoda)

p-value < alfa ->wariancje się różnią założenie nie spełnione

kruskal.test(wyniki, metoda)

p-value < alfa -> dystrybuanty różnią się

tapply(wyniki, metoda, summary)
boxplot(wyniki~metoda)

Z boxplota widać, ze C raczej najlepsze

Dwuczynnikowa analiza wariancji

Hipotezy:

$$X_{i,j,k} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \gamma_{i\,j\,k} + \varepsilon_{i\,ij\,k}$$

A) Czynnik A nie wpływa na X

$$H_1: \alpha_1 = \alpha_2 = \ldots = \alpha_R = 0$$
$$K_1: \neg H_1$$

B) Czynnik B nie wpływa na X

$$H_2: \beta_1 = \beta_2 = \ldots = \beta_S = 0$$
$$K_2: \neg H_2$$

C) Nie ma interakcji miedzy czynnikami

$$H_3: \gamma_{1\,1} = \gamma_{1\,2} = \ldots = \gamma_{R\,S} = 0$$
$$K_3: \neg H_3$$

Założenia:

0) Próby zostały pobrane nieżalenie od siebie z każdej z r populacji

1) każda próba pochodzi z rozkładu normalnego

$$H1_{i,j}: \text{próba i,j pochodzi z rozkładu normalnego}$$
$$K1_{i,j:}\ \neg H_{ij}$$

TEST Shapiro-Wilka

2) Jednorodność wariancji

$$H2: \sigma_{i,j}^2 = \sigma^2$$
$$K1_{i,j:}\ \neg H_{ij}$$

TEST Bartleta

Zadanie 6

Zamieszczony poniżej zbiór danych zawiera obserwacje plonów pszenicy ozimej (w kwintalach na hektar) zebranych z poletek nawadnianych dwiema metodami, przy zastosowaniu czterech dawek nawożenia azotem (zmienne *woda* i *azot* zawierają, odpowiednio, kody metod nawadniania i dawek nawożenia):

woda	azot	plon
1	1	64.5
1	1	66.3
1	1	69.3
1	1	67.0
1	2	64.8
1	2	66.5
1	2	66.8
1	2	67.3
1	3	69.3
1	3	70.3
1	3	70.0
1	3	69.0
1	4	69.0
1	4	71.5
1	4	71.3
1	4	72.0

woda	azot	plon
2	1	74.0
2	1	75.8
2	1	72.0
2	1	72.5
2	2	77.3
2	2	71.5
2	2	74.0
2	2	74.5
2	3	76.3
2	3	72.0
2	3	72.5
2	3	76.8
2	4	77.0
2	4	74.5
2	4	79.0
2	4	79.8

Na podstawie tych danych ocenić doboru metody nawadniania poletek i sposobu nawożenia azotem na wielkość plonu ziarna pszenicy ozimej. Oprócz oceny istotności wpływu pojedynczych czynników zbadać istotność interakcji (współdziałania) nawadniania i nawożenia azotem. Przyjąć poziom istotności 0.05.

plon=c(64.5, 66.3, 69.3, 67.0, 64.8, 66.5, 66.8, 67.3, 69.3, 70.3, 70.0, 69.0, 69.0, 71.5, 71.3, 72.0, 74.0, 75.8, 72.0, 72.5, 77.3, 71.5, 74.0, 74.5, 76.3, 72.0, 72.5, 76.8, 77.0, 74.5, 79.0, 79.8)

woda=factor(rep(1:2,each=16))
azot=factor(rep(1:4,each=4,2))

klasa = paste(woda,azot,sep="-") ## sztuczny podzial bo tapply podzieli 1 czynnikiem

H1 $_{i,j}$: próba i,j pochodzi z rozkładu normalnego, i=1,2 j=1,2,3,4
K1$_{i,j:}$ ¬H$_{ij}$

tapply(plon, klasa, shapiro.test)

Wszystkie P-value > ALFA-> rozkład normalny

H2 : $\sigma^2_{1,1} = \sigma^2_{1,2} = \sigma^2_{1,3} = ... = \sigma^2_{2,4}$
K2: ¬H

bartlett.test(plon,klasa)

P-value > ALFA-> wariancje równe

*a=aov(plon~woda*azot) ##* uwzgledanimy interakcje # + nie uwzględniam*

p-value 1 < alfa ->odrzucamy H_1 -> woda wpływa na plon
p-value 2 < alfa ->odrzucamy H_2 -> azot wpływa na plon
p-value 3 > alfa przyjmujemy H_3 -> **niema interakcji miedzy czynnikami**

TukeyHSD(a)

WODA

P-val < alfa - > jest różnica

boxplot(plon~woda)

widać z boxplota, że przy wodzie 2 lepszy efekt

AZOT

p-val 4-1 i 4-2 < alfa wiec jest rożnica

boxplot(plon~azot)

z boxplota widać, że 4 daje lepsze wyniki

Zadanie 7

W pewnych zakładach lotniczych stosuje się dwie metody nakładania farby podkładowej na części aluminiowe: malowanie zanurzeniowe i natryskowe. Czyni się to w celu zwiększenia przylegania właściwej farby nawierzchniowej, którą później są malowane owe części. We wspomnianych zakładach stosowano do tej pory trzy rodzaje farb podkładowych. Inżynier technolog, odpowiedzialny za ten etap produkcji, postanowił zbadać, czy rodzaj farby podkładowej oraz sposób jej nakładania na detal mają istotny wpływ na siłę przylegania właściwej farby nawierzchniowej. W tym celu przeprowadzono eksperyment, w którym zmierzono siłę przylegania farby nawierzchniowej do kilku detali malowanych wpierw różnymi farbami podkładowymi, nanoszonymi obiema metodami. Wyniki pomiarów zamieszczono w poniższej tabeli. Jakie wnioski powinien wyciągnąć inżynier na podstawie owych wyników?

Rodzaj farby	Malowanie zanurzeniowe	Malowanie natryskowe
A	4.0 4.5 4.3	5.4 4.9 5.6
B	5.6 4.9 5.4	5.8 6.1 6.3
C	3.8 3.7 3.9	6.5 6.0 5.0

```
przyleganie = c(4.0,4.5,4.3,5.6,4.9,5.4,3.8,3.7,3.9,5.4,4.9, 5.6,5.8,6.1,6.3,6.5,6.0, 5.0)
farba = factor(  rep(rep(c("a","b","c"),each=3),2  ) )
malowanie = factor( rep(c("z","n"),each=9  ) )
```

H_{ij}: próba i,j ma rozkład normalny dla każdego i j i=1,2 j = 1,2,3
K: ¬H

tapply(przyleganie,klasa,shapiro.test)

Wszystkie P-value > ALFA-> rozkład normalny

$$H2 : \sigma^2_{1,1} = \sigma^2_{1,2} = \sigma^2_{1,3} = ... = \sigma^2_{2,3}$$
K2: ¬H

bartlett.test(przyleganie,klasa)

P-value > ALFA-> wariancje równe

*model = aov(przyleganie~malowanie * farba)*
summary(model)

p-value 1 < alfa ->odrzucamy H_1 -> malowanie ma wpływ
p-value 2 < alfa ->odrzucamy H_2 -> farba ma wpływ
***p-value 3< alfa przyjmujemy H_3 ->* istnie interakcja miedzy czynnikami**

TukeyHSD(model)

MALOWANIE

H: $\mu_z = \mu_n$
K: μ_z =/= μ_n

P-val < alfa - > jest różnica

boxplot(przyleganie~malowanie)

widać, że przy natryskowym przyleganie lepsze

FARBA

p-val b-a i b-c < alfa wiec jest rożnica

boxplot(przyleganie~farba)

widać, że przy farbie B przyleganie lepsze

Interakcje

Są różnice

Zadanie 8

Przeprowadzono następujące doświadczenie: 18 mężczyzn i 18 kobiet rozmieszczono losowo w 9 pokojach w ten sposób, że w każdym pokoju były po dwie osoby tej samej płci. W pokojach tych utrzymywano stałą temperaturę: 18 $_0$C, 21 $_0$C albo 24 $_0$C (przydział temperatur poszczególnym pokojom był także losowy). Po upływie trzech godzin oceniano samopoczucie każdej z badanych osób (zastosowano ocenę punktową, w której 1 = zbyt zimno, 8 = idealna temperatura, 15 = zbyt ciepło).

		Pokój 1		Pokój 2		Pokój 3	
18 ^{0}C	M.	5	4	5	4	4	2
	K	1	2	5	5	1	3

		Pokój 4		Pokój 5		Pokój 6	
21 ^{0}C	M.	8	8	6	3	5	7
	K	10	7	8	8	7	8

		Pokój 7		Pokój 8		Pokój 9	
24 ^{0}C	M.	12	8	8	7	6	6
	K	11	13	8	8	6	7

Zbadać wpływ temperatury panującej w pokoju na samopoczucie. Czy ocena samopoczucia zależy od płci? Czy występują tu istotne interakcje między oboma badanymi czynnikami (tzn. temperaturą i płcią)?

```
ocena=c(5,4,5,4,4,2,1,2,5,5,1,3,8,8,6,3,5,7,10,7,8,8,7,8,12,8,8,7,6,6,11,13,8,8,6,7)
temp=factor(rep(c(18,21,24),each=12))
plec=factor(rep(c('m','k'),each=6,3))
grupa = paste(temp,plec,sep='')
```

H_{ij}: próba i,j ma rozkład normalny dla każdego i j i=1,2,3 j = 1,2
K: ¬H

tapply(ocena,grupa,shapiro.test)

Wszystkie P-value > ALFA-> rozkład normalny

$$H2 : \sigma^2_{1,1} = \sigma^2_{1,2} = ... = \sigma^2_{3,2}$$
K2: ¬H

bartlett.test(ocena,grupa)

P-value > ALFA-> wariancje równe

*a=aov(ocena~temp*plec)*
summary(a)

p-value 1 < alfa ->odrzucamy H_1 -> temperatura wpływa na samopoczucie
p-value 2 > alfa ->przyjmujemy H_2 -> płeć nie wpływa na samopoczucie
***p-value 3 > alfa ->przyjmujemy H_3 ->* niema interakcji miedzy czynnikami**

TukeyHSD(a)

p-val 21-18 i 24-18 < alfa wiec jest różnica

boxplot(ocena~temp)

widać, że przy 18 samopoczucie najgorsze

Zadanie 9
Przeprowadzono eksperyment mający na celu porównanie prędkości transmisji danych przez pewien model telefaksu wyposażony w trzy rodzaje podzespołów elektronicznych (oznaczonych przez A, B i C), pochodzących od różnych producentów. Wspomnianą próbę przeprowadzono na trzech rodzajach druków: zawierających sam tekst, same ilustracje oraz tekst z ilustracjami. Ustalić, czy ujawniły się istotne różnice w przeciętnym czasie transmisji między telefaksami wyposażonymi w różne rodzaje podzespołów.

	A	B	C
Tekst	17	19	22
Ilustracje	18	24	16
Tekst z ilustracjami	23	15	19

v=c(17,19,22,18,24,16,23,15,19)
druk=factor(rep(c('t','i','ti'),each=3))
producent=factor(rep(c('a','b','c'),3))

Ponieważ jest po 1 obserwacji, to nie ma jak sprawdzić czy pochodzą z rozkładu normalnego I czy maja równe wariancje.
Nie zachodzą także przez to miedzy nimi interakcje.

a=aov(v~druk+producent)
summary(a)

oba p-value > alfa, więc nie mają wpływu na czas transmisji

Zadanie 10
W celu zbadania wpływu czterech dawek nawożenia azotowego (w ilościach 0, 40, 80 i 120 kg/ha) na plonowanie lucerny przy trzech sposobach siewu (siew czysty C oraz dwa rodzaje wysiewu M i P w jęczmień jary) założono doświadczenie w czterech powtórzeniach. Dla każdej kombinacji nawożenia ze sposobem siewu zmierzono plon zielonej masy (w kg z poletka). W pierwszym pokosie uzyskano następujące obserwacje:

	0		40		80		120	
C	33.2	36.2	42.2	41.4	50.2	53.0	46.2	52.4
	44.2	51.0	50.6	45.2	52.6	45.0	49.0	43.6
M	18.6	13.0	18.0	20.0	24.2	21.6	34.2	17.2
	14.6	18.8	14.2	19.1	16.4	19.0	15.5	22.2
P	20.4	14.4	21.9	42.0	18.2	21.0	16.4	15.0
	11.0	22.6	16.2	25.6	27.3	27.6	21.6	27.8

Ustalić, który z badanych czynników miał istotny wpływ na plon masy zielonej.

plon=scan()
33.2 36.2 42.2 41.4 50.2 53.0 46.2 52.4
44.2 51.0 50.6 45.2 52.6 45.0 49.0 43.6
18.6 13.0 18.0 20.0 24.2 21.6 34.2 17.2
14.6 18.8 14.2 19.1 16.4 19.0 15.5 22.2
20.4 14.4 21.9 42.0 18.2 21.0 16.4 15.0
11.0 22.6 16.2 25.6 27.3 27.6 21.6 27.8

azot=factor(rep(c(0,40,80,120),each=2,6))
siew=factor(rep(c('c','m','p'),each=16))
klasa=paste(azot,siew,sep='-')

H_{ij}: próba i,j ma rozkład normalny dla każdego i j i=1,2,3 j = 1,2,3,4
K: ¬H

klasa=paste(azot,siew,sep='-')

Wszystkie P-value > ALFA-> rozkład normalny

H2 : $\sigma^2_{1,1} = \sigma^2_{1,2} = ... = \sigma^2_{3,4}$
K2: ¬H

bartlett.test(plon,klasa)

P-value > ALFA-> wariancje równe

*a=aov(plon~azot*siew)*
summary(a)

p-value 1 > alfa ->przyjmujemy H_1 -> Azot nie wpływa
p-value 2 < alfa ->odrzucamy H_2 -> siew wpływa
p-value 3 > alfa ->przyjmujemy H_3 -> **niema interakcji miedzy czynnikami**

TukeyHSD(a)

p-val m-c i p-c < alfa wiec jest różnica

boxplot(plon~siew)

c lepszy

KOLOWIUM

Grupa A

Zadanie 1
Badano skuteczność 5 rożnych lęków przeciw migrenie. Badanie przeprowadzono na losowej próbie 25 osób, podzielonych na 5 grup, mierząc czas(w minutach) po jakim następowała poprawa samopoczucia u pacjentów którym podawano te leki. Otrzymano następujące wyniki:

lek 1	lek 2	lek 3	Lek 4	Lek5
52	91	32	24	71
47	71	58	34	66
81	82	22	41	93
62	60	31	10	42
30	91	72	40	76

Lekarz prowadzący Adanie twierdzi, ze wszystkie badane leki są tak samo skuteczne. Czy ma Rację ? Do weryfikacji odpowiedniej hipotezy przyjąć poziom istotności 0.05. Uzasadnić wybór stosowanej metody statystycznej!

wyniki = c(52,91,32,24,71,47,71,58,34,66,81,82,22,41,93,62,60,31,10,42,30,91,72,40,76)
lek = factor(rep(1:5,each=1,5))

Założenie 1 (H:X~N)

tapply (wyniki,lek,shapiro.test) # stosuje szapiro do każdej próby

wszystkie p-value > Alfa -> założenie spełnione

Założenie 2(H:$\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \ldots = \sigma_r^2$)

bartlett.test(wyniki,lek)

p-value > Alfa -> założenie spełnione

Ponieważ założenia ANOVY są spełnione posłyszymy się ANOVĄ do weryfikacji Hipotezy

Hipoteza:
H: $\mu_{1(mi)} = \mu_2 = \mu_3 = \ldots = \mu 5$
(lek nie wpływa na samopoczucie – wszystkie działają tak samo)
K: ¬H
(lek wpływa)

summary(aov(wyniki~lek))

Pr(p-value) < ALFA -> istnieje różnica w działaniu lęków

Stosujemy więc porównania wielokrotne(H: $\mu_i = \mu_j$)

TukeyHSD(aov(wyniki~lek))

Przy 3-2, 4-2, 5-4 p adj(p-val)<ALFA

boxplot(wyniki~lek)

na boxplocie widać, że po lekach 3 i 4poprawa następowała szybciej jak po 2

Grupa B

Zadanie 1
Przeprowadzono badania trwałości farb używanych do malowania zewnętrznych ścian budynków. Testy przeprowadzono dla dwóch rodzajów farb, w 4 rożnych rejonach geograficznych(by zbadać czy na trwałość farby wpływa klimat). Otrzymano następujące wyniki dotyczące trwałości farb w miesiącach)

	rejon 1	***rejon 2***	***rejon 3***	***rejon 4***
farba1	*58, 67, 60, 53, 57*	*63, 62, 71, 76, 54*	*80, 62, 88, 71, 82*	*62, 76, 55, 48, 61*
farba2	*36, 65, 53, 41, 54*	*62, 61, 77, 53, 64*	*68, 72, 71, 82, 86*	*63, 65, 72, 71, 63*

Czy trwałość farby zależy od rodzaju ? Czy trwałość farby zależy od klimatu ? Czy istnieje interakcja tych 2 czynników ? Uzasadnić wybór stosowanej metody statystycznej. Do weryfikacji hipotezy przyjąć poziom istotności 0.05

```
wynik=scan()
58 67 60 53 57  63 62 71 76 54  80 62 88 71 82  62 76 55 48 61
36 65 53 41 54  62 61 77 53 64  68 72 71 82 86  63 65 72 71 63

farba=factor(rep(c('f1','f2'),each=20))
rejon =factor(rep(1:4,each=5,2))

klasa=paste(farba,rejon,sep='-')
```

H1** $_{i,j}$ **: próba i,j pochodzi z rozkładu normalnego, i=1,2 j=1,2,3,4
K1$_{i,j:}$ **¬H**$_{ij}$

tapply(wynik, klasa, shapiro.test)

Wszystkie P-value > ALFA-> rozkład normalny

H2 : $\sigma^2_{1,1} = \sigma^2_{1,2} = \sigma^2_{1,3} = ... = \sigma^2_{2,4}$
K2: ¬H

bartlett.test(wynik,klasa)

P-value > ALFA-> wariancje równe

Stosujemy ANOVE dwuczynnikową, bo założenia są spełnione

*a=aov(wynik~farba*rejon) ##* uwzgledanimy interakcje # + nie uwzględniam*
summary(a)

p-value 1 > alfa ->przyjmujemy H_1 ***-> farba nie wpływa na trwałość***
p-value 2 < alfa ->odrzucamy H_2***-> rejon wpływa na trwałość***
p-value 3 > alfa przyjmujemy H_3***->* nie ma interakcji miedzy czynnikami**

TukeyHSD(a) -> rejon 3-1, 3-2, 4-3 - >wiec w 3 jest cos inaczej
boxplot(wynik~rejon) -> widać, że w rejonie 3 największa trwałość