

## ZADANIE PRZED TRZECIM KOŁOKWIUM

### Zadanie 1.

Dla macierzy  $A$ :

- a) sprawdź czy 4 jest jej wartością własną. Jeżeli tak, wyznacz bazę i wymiar podprzestrzeni wektorów własnych dla wartości własnej  $\lambda = 4$ .
- b) sprawdź czy  $-2$  jest jej wartością własną. Jeżeli tak, wyznacz bazę i wymiar podprzestrzeni wektorów własnych dla wartości własnej  $\lambda = -2$ .

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 3 & 1 & 2 \\ -5 & 5 & 1 & 2 \\ 7 & -3 & 3 & -2 \\ 9 & -3 & 6 & 1 \end{pmatrix}$$

### Zadanie 2.

Wyznacz macierz przejścia od bazy  $\{(1 \ 1 \ 0), (0 \ 1 \ 1), (1 \ 0 \ 1)\}$  przestrzeni  $\mathbb{R}^3$  do bazy  $\{(1 \ 0 \ 2), (2 \ 1 \ 1), (1 \ 1 \ -1)\}$ .

### Zadanie 3.

Dla macierzy  $A$  znajdź bazę:

- i) przestrzeni rozpiętej na jej wierszach macierzy  $A$ ;
- ii) przestrzeni rozpiętej na jej kolumnach macierzy  $A$ ;
- iii) przestrzeni zerowej;

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 & 2 & 5 \\ 4 & 8 & 12 & 9 & 0 \\ 3 & 4 & 9 & 7 & -5 \\ 2 & 8 & 6 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

### Zadanie 4.

Znajdź część rzeczywistą i urojoną liczby  $z$  i zapisz nie używając funkcji trygonometrycznych:

$$z = \left( \frac{1}{\cos \frac{\pi}{45} - i \sin \frac{\pi}{45}} \right)^{105}$$

### Zadanie 5.

Zapisz wektor  $x = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ -3 \end{pmatrix}$  jako kombinację liniową wektorów  $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ .

### Zadanie 6.

Niech  $\mathbb{V} = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} : 2x_1 - 4x_2 = -x_3 \right\} \subset \mathbb{R}^3$ . Znajdź bazę przestrzeni  $\mathbb{V}$ . Podaj współrzędne wektora

$\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$  w podanej bazie.