

ALGEBRA – ZADANIE PRZED DRUGIM KOŁOKWIUM

Zadanie 1.

Znajdź wszystkie wartości x , dla których:

$$\begin{vmatrix} x & 0 & 3 \\ 2 & 1 & -1 \\ 2 & x & -1 \end{vmatrix} = 0$$

Zadanie 2.

Niech $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 4 & 3 \\ 2 & -5 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ Korzystając z tego, że wyznacznik macierzy A jest równy 8 napisz wartość wyznaczników następujących macierzy:

$$\text{i) } B = \begin{pmatrix} \frac{2}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{-1}{4} \\ 1 & 0 & 4 & 3 \\ 2 & -5 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & -2 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\text{ii) } C = \begin{pmatrix} 2 & -5 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 4 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\text{iii) } D = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 4 & 3 \\ 2 & -5 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

Uzasadnij odpowiedź podając własności wyznacznika, z których skorzystałeś(/skorzystałaś).

Zadanie 3.

Zapisz wektor $x = \begin{pmatrix} 6 \\ -5 \\ 0 \end{pmatrix}$ jako kombinację liniową wektorów $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Zadanie 4.

Znajdź wszystkie macierze M o współczynnikach rzeczywistych, spełniające równanie:

$$M \cdot M = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 7 & 6 \end{pmatrix}$$

Zadanie 5.

Niech $A = \begin{pmatrix} -5 & 3 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$. Znajdź macierz $B = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ taką, że:

$$B^T \cdot A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$$

Zadanie 6.

Wyznacz s , dla którego układ równań ma jednoznaczne rozwiązanie:

$$\begin{cases} 2sx_1 + x_2 = 1 \\ 3sx_1 + 6sx_2 = 2 \end{cases}$$