

## Operacje na obrazach (II)

WYKŁAD 3  
Dla studiów niestacjonarnych  
2020/2021

Dr hab. Anna Korzyńska, prof. IBIB PAN

### Operacje na obrazach

➤ Operacje punktowe (jednopunktowe):

Jednoargumentowe

$$[q(i, j)] = f[p(i, j)]$$

Wieloargumentowe

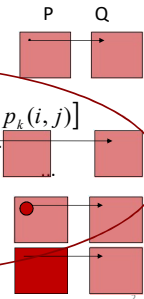
$$[q(i, j)] = f[p_1(i, j), p_2(i, j), \dots, p_k(i, j)]$$

➤ Operacje sąsiedztwa (kontekstowe)

$$[q(i, j)] = f[p(i, j), p(i-1, j-1), p(i+1, j+1), \dots]$$

➤ Operacje globalne transformaty

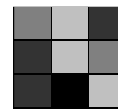
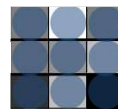
$$[q(i, j)] = f[P]$$



### Operacje punktowe (lokalne, jednopunktowe) - powtórzenie

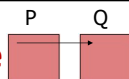
### Operacje punktowe jednoargumentowe

Wartość piksla obrazu wyjściowego zależy od wartości piksla o takich samych współrzędnych na obrazie wejściowym (nie uwzględniamy sąsiedztwa)



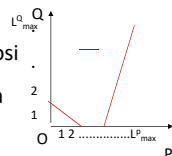
Wykonywanie po wierszach, „piksel po pikselu”

### Operacje punktowe



Definiowane przez:

- Definicję funkcji; z jawnie postawionymi warunkami logicznymi np.: dla UOP (Uniwersalnego Operatora Punktowego);
- Wykres funkcji we współrzędnych OXY; na osi OX są **wszystkie potencjalne** wartości poziomów szarości obrazu pierwotnego P, a na OY obrazu po przekształceniu Q;
- Tablica przekodowań (LUT – Look Up Table).



0	1	2	....	$L_{max}^P$	P
					Q

### Operacje punktowe

#### Proste:

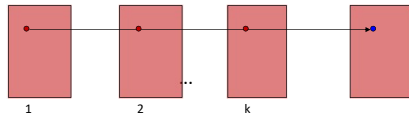
- operacje jednoargumentowe – transformacje jasności nieliniowe - wykład 2 slajdy 50-67
- operacje arytmetyczne: jedno-, dwu- i wieloargumentowe**
- manipulowanie histogramem (liniowe) - wykład 2 slajdy 50-67

#### Zaawansowane:

- metody progowania - wykład 2 slajdy 67-73
- wyrównywanie histogramu - wykład 2 slajdy 60 – dokładniej na APO
- klasyfikacja punktów obrazu – clustering, pseudokoloryzacja – tylko na projektach z APO

## Operacje punktowe wieloargumentowe

$$[q(i,j)] = f[p_1(i,j), p_2(i,j), \dots, p_k(i,j)]$$



Realizacja:

1. Operacje (Calculation, Operation)
2. Na warstwach (add, subtract, difference,...)

7

## Operacje jednopunktowe dwuargumentowe i wieloargumentowe

Są to operacje, w których na wartość zadanego piksela obrazu wynikowego o współrzędnych  $(i,j)$  mają wpływ tylko **wartości pikseli obrazów pierwotnych (argumentów) o współrzędnych  $(i,j)$** :

$$c_{ij} = f_D(a_{ij}, b_{ij})$$

$f_D$  - operacja **arytmetyczna** lub **logiczna** (dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie, NOT, OR, AND, XOR...)

$c_{ij}$  - wartość piksela obrazu wynikowego (w przypadku otrzymania ułamka następuje zaokrąglenie do najbliższej liczby całkowitej (lub obcięcie))

$a_{ij}, b_{ij}$  - wartości pikseli obrazów pierwotnych

8

## Operacje punktowe wieloargumentowe

Wykonywane na dwóch lub większej liczbie obrazów

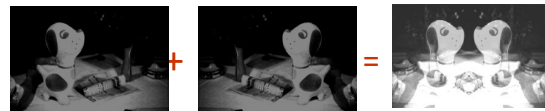
- Dodawanie (uśrednianie)
  - Odejmowanie (różnica i różnica bezwzględna)
  - Mnożenie
  - Dzielenie
  - AND
  - OR
  - XOR
  - Uśrednianie obrazów
- Dodatkowo jednoargumentowe - pominięte
- NOT
  - Pseudokolor

9

## Dodawanie obrazów

Przekroczenie zakresów poziomów szarości regulujemy:

- Wagi (np. równymi - uśrednianie, nierównymi)
- Funkcją modulo,
- Skalowaniem wyniku (min, max)  $\rightarrow (0, L_{max})$



Zastosowanie do: łączenia masek i efekty nałożenia obiektów i przenikania

10

## Operacje jednopunktowe dwuargumentowe - arytmetyczne: uśrednianie (dodawanie ze skalowaniem)

$$c_{ij} = \frac{(a_{ij} + b_{ij})}{k} \quad k - \text{liczba obrazów; przykład: } k = 2,$$

$a_{ij}$	$b_{ij}$	$c_{ij}$
$\begin{bmatrix} 0 & 12 & 142 & 255 \\ 1 & 6 & 40 & 254 \\ 24 & 0 & 20 & 255 \\ 30 & 2 & 10 & 240 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 14 & 11 & 9 & 253 \\ 3 & 5 & 39 & 254 \\ 11 & 1 & 19 & 255 \\ 18 & 2 & 11 & 256 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 7 & 12 & 76 & 254 \\ 2 & 6 & 40 & 254 \\ 18 & 1 & 20 & 255 \\ 23 & 2 & 11 & 248 \end{bmatrix}$

Przykładowe zastosowanie: redukcja zakłóceń

11

## Odejmowanie obrazów

- różnica
- różnica bezwzględna



Przekroczenie zakresów poziomów szarości regulujemy:

- Funkcją modulo,
- Skalowaniem wyniku

Obraz po liniowym rozciągnięciu histogramu do podwojenia zakresu

Zastosowanie do:

1. Pokazania różnicy między obrazami, zwłaszcza w przypadku, gdy porównywane obrazy są nierozróżnialne wzrokowo
2. Angiografii różnicowej

Najczęściej wykonywana operacja arytmetyczna na obrazach

## Operacje jednopunktowe dwuargumentowe - arytmetyczne: Odejmowanie

$$\begin{bmatrix} 0 & 12 & 142 & 255 \\ 1 & 6 & 40 & 254 \\ 24 & 0 & 20 & 255 \\ 30 & 2 & 10 & 240 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 14 & 11 & 9 & 253 \\ 3 & 5 & 39 & 254 \\ 11 & 1 & 19 & 255 \\ 18 & 2 & 11 & 256 \end{bmatrix}$$

$a_{ij}$   $b_{ij}$

1-szy etap:  $a_{ij} - b_{ij}$

$$\begin{bmatrix} -14 & 1 & 133 & 2 \\ -2 & -19 & -60 & 254 \\ 15 & -1 & -60 & 254 \\ 0 & 0 & -100 & -15 \end{bmatrix}$$

2-gi etap:  $c_{ij} = |a_{ij} - b_{ij}|$

$$\begin{bmatrix} 14 & 1 & 133 & 2 \\ 2 & 19 & 60 & 254 \\ 15 & 1 & 60 & 254 \\ 0 & 0 & 100 & 15 \end{bmatrix}$$

Przykładowe zastosowanie: porównywanie obrazów

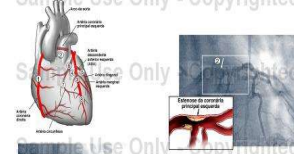
13

## Obrazy różnicowe

- Angiografia różnicowa gałki ocznej



Naczynia serca



Naczynia mózgu



## Mnożenie obrazów

Przekroczenie zakresów poziomów szarości regulujemy:

- Wagami (równymi lub nierównymi),
- Funkcją modulo,
- Skalowaniem wyniku

Zastosowanie:

- kompozycje artystyczne
- maskowanie szaroodcieniową lub binarną maską
- jako element operacji rekonstrukcji obrazów



15

## Operacje jednopunktowe dwuargumentowe - arytmetyczne: Mnożenie

- tworzenie okna

$$c_{ij} = a_{ij} \times b_{ij} \quad b_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{wewnątrz okna} \\ 0 & \text{poza oknem} \end{cases}$$

Przykład:

$$\begin{bmatrix} 0 & 12 & 142 & 255 \\ 1 & 6 & 40 & 254 \\ 24 & 0 & 20 & 255 \\ 30 & 2 & 10 & 240 \end{bmatrix}$$

obraz  $[a_{ij}]$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

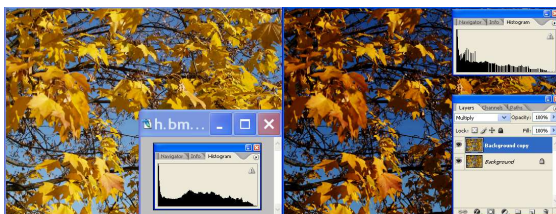
współczynniki korekcji  $b_{ij}$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 142 & 0 \\ 0 & 6 & 40 & 0 \\ 0 & 0 & 20 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

obraz  $[c_{ij}]$

16

## Przyciemnianie przez mnożenie



Jest to podnoszenia obrazu do kwadratu

17

## Dzielenie obrazów

Przekroczenie zakresów poziomów szarości regulujemy:

- Wagami,
- Funkcją modulo,
- Skalowaniem wyniku



Dzielenie jest wykonywane na drodze mnożenia jednego obrazu przez odwrotność drugiego

Przez odwrotność, a nie negację!

18

## Operacje logiczne

Poziom jasności  $n$  jest zapisany w kodzie dwójkowym jako kombinacja ośmiu 0 i 1:

Czerni 00000000

Biel 11111111

127 10000000

Operacje logiczne:

**NOT** NOT(1)=0; NOT(0)=1

**AND** 1 AND 1=1; 0 AND 0=0; 1 AND 0=0; 0 AND 1=0

**OR** 1 OR 1=1; 0 OR 0=0; 1 OR 0=1; 0 OR 1=1

**XOR** 1 XOR 1=0; 0 XOR 0=0; 1 XOR 0=1; 0 XOR 1=1

19

## Jak wykonujemy operacje logiczne

W operacjach jednopunktowych dwuargumentowych logicznych na obrazach działania prowadzone są na odpowiednich pikselach obrazów stanowiących argumenty danej operacji.

W szczególności działania prowadzone są na bitach o tej samej wadze.

20

Przykład :

Operacja OR:  $[p] \cup [q] = [r]$

Obraz [p] :

0	0	0	1	0
1	1	15	14	0
1	0	15	13	2
2	1	0	14	0
1	0	0	0	0

Obraz [q] :

14	14	14	14	14
14	14	14	14	14
14	14	14	14	14
14	14	14	14	14
14	14	14	14	14

0000	0000	0000	0001	0000
0001	0001	1111	1110	0000
0001	0000	1111	1101	0010
0010	0001	0000	1110	0000
0001	0000	0000	0000	0000

1110	1110	1110	1110	1110
1110	1110	1110	1110	1110
1110	1110	1110	1110	1110
1110	1110	1110	1110	1110
1110	1110	1110	1110	1110

Obraz [r] :

1110	1110	1110	1110	1110
1111	1111	1111	1110	1110
1111	1110	1111	1111	1110
1110	1111	1110	1110	1110
1110	1110	1110	1110	1110

14	14	14	14	14
15	15	15	14	14
15	14	14	15	14
14	15	14	14	14
14	14	14	14	14

21

Przykład :

Operacja XOR:  $[p] \oplus [q] = [r]$

Obraz [p] :

0	0	0	1	0
1	1	15	14	0
1	0	15	13	2
2	1	0	14	0
1	0	0	0	0

Obraz [q] :

14	14	14	14	14
14	14	14	14	14
14	14	14	14	14
14	14	14	14	14
14	14	14	14	14

0000	0000	0000	0001	0000
0001	0001	1111	1110	0000
0001	0000	1111	1101	0010
0010	0001	0000	1110	0000
0001	0000	0000	0000	0000

1110	1110	1110	1110	1110
1110	1110	1110	1110	1110
1110	1110	1110	1110	1110
1110	1110	1110	1110	1110
1110	1110	1110	1110	1110

Obraz [r] :

1110	1110	1110	1111	1110
1111	1111	0001	0000	1110
1111	1110	0001	0011	0000
1100	1111	1110	0000	1110
1111	1110	1110	1110	1110

14	14	14	15	14
15	15	1	0	14
15	14	1	3	0
12	15	14	0	14
15	14	14	14	14

22

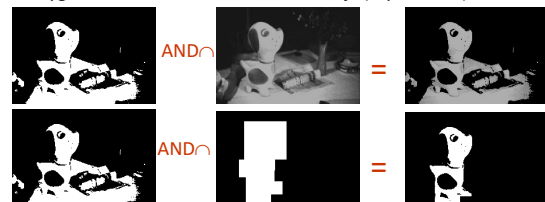
## Maska



23

## Operacja logiczna AND na obrazach

- Maskowanie, czyli selekcja fragmentów obrazów, zwanych ROI (ang. *region of interest*) na podstawie binarnej maski
- Zacieśnianie maski
- Przygotowanie do kodowania informacji (czyszczenie)



24

## Operacja logiczna OR na obrazach

- Rozszerzanie maski
- Nakładanie informacji szyfrowanej



25

## Operacja logiczna XOR na obrazach

XOR

OR



26

## Inne operacje punktowe

- Operacja logiczna jednoargumentowa na obrazie NOT

$$q(i, j) = \text{NOT } p(i, j)$$

Równoważna negacji

- Uśrednianie k obrazów

Stosowane do redukcji szumu (obrazy astronomiczne)

$$\left[ \text{Image}_1 + \text{Image}_2 + \dots + \text{Image}_k \right] / n = \text{Average Image}$$

$$q(i, j) = \frac{1}{k} \sum_{l=1}^k p_l(i, j)$$

27



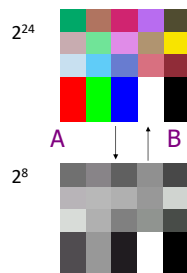
28

## Inne operacje punktowe

- A. Konwersja koloru na obrazy szaroodcieniowe

np.:  $g(\text{RGB}) = 60\% \text{R} + 30\% \text{G} + 10\% \text{B}$ 

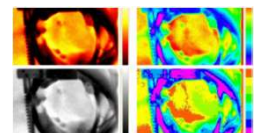
- A. Pseudokolor – operacja podnoszenia widoczności niewielkich różnic w intensywności

Zastępowanie kolorów (*Replace colour*)

29

## Pseudokoloryzacja

Sztuczna wizualizacja cechy pomiarowej innej niż fale widzialne na obrazie, np.: termografia



Typowe skale pseudokoloru:  
 Monochrome(1) - min od bieli  
 Monochrome(2) - min od czerni  
 Spectrum – widmo widzialne  
 Rainbow - tencza z inwersją zieleni  
 BlackBody – żółto-czerwona  
 Iron – tylko czerwona

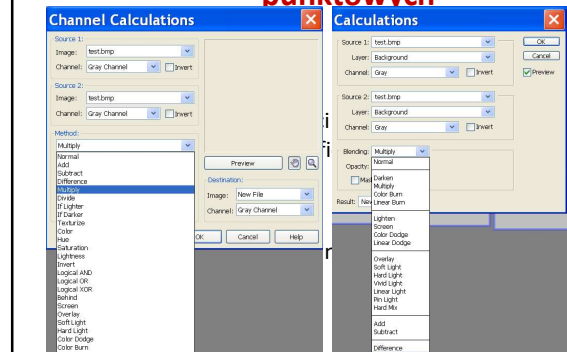
30

## Operacje punktowe - podsumowanie

- Zalety: łatwe do implementacji i szybkie
  - Implementowane przez LUT (manipulacje na palecie szarości lub barw) bo dziedzina funkcji jest skończona
  - Dla różnowartościowych funkcji (beźstratnych) istnieje przekształcenie odwrotne
  - Dla nieróżnowartościowych funkcji (stratnych) nie istnieje przekształcenie odwrotne – większość praktycznie stosowanych
- Wady: ignorują przestrzenną zależność wartości intensywności w obrazie tzn. lokalną charakterystykę przestrzenną obrazu

31

## Praktyczne wykorzystanie operacji punktowych



32

## Operacje sąsiedztwa (kontekstowe o małym otoczeniu)

## Operacje na obrazach

### ➤ Operacje punktowe (jednopunktowe):

Jednoargumentowe

$$[q(i, j)] = f[p(i, j)]$$

Wieloargumentowe

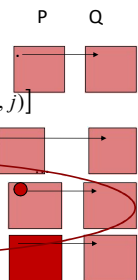
$$[q(i, j)] = f[p_1(i, j), p_2(i, j), \dots, p_k(i, j)]$$

### ➤ Operacje sąsiedztwa (kontekstowe)

$$[q(i, j)] = f[p(i, j), p(i-1, j-1), p(i+1, j+1), \dots]$$

### ➤ Operacje globalne transformaty

$$[q(i, j)] = f[P]$$

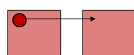


## Operacje kontekstowe (sąsiedztwa)

Są to operacje, w których na wartość zadanego piksela obrazu wynikowego współrzędnych  $(i, j)$  mają wpływ wartości:

- pikseli o współrzędnych  $(i, j)$  obrazu pierwotnego  $p$ , oraz
- pikseli go otaczających, czyli tzw. **otoczenia**

$$[q(i, j)] = f[p(i, j), p(i-1, j-1), p(i+1, j+1), \dots]$$

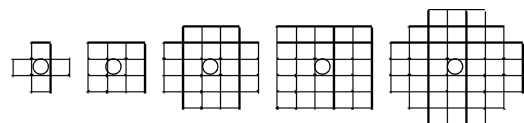


35

## Otoczenie

Otoczenie definiujemy określając jego:

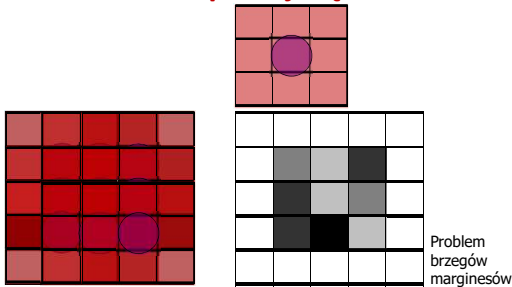
- Kształt: kwadratowe, prostokątne, kołowe
- Wielkość: 3x3, 5x5, 7x7, 9x9, 11x11, itd..



Symetria otoczenia

36

## Proces liczenia operacji sąsiedztwa

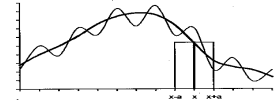


Wynik operacji zależy od wielkości maski, ale głównie od funkcji zdefiniowanej w punkcie i jego otoczeniu.

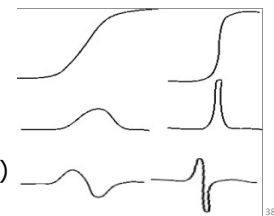
37

## Działania matematyczne uwzględniające sąsiedztwo

- Całkowanie (sumowanie, uśrednianie)



- Różniczkowanie (pierwsza pochodna)
- Laplasjany (druga pochodna)



38

## Funkcje operacji sąsiedztwa

- Wygładzanie (całkowanie przestrzenne)  
wytłumianie szumu
- Uwypuklające krawędzie (różniczkowanie przestrzenne)  
wydobywanie informacji przez zwiększenie kontrastu
- Konturowanie (operatory oparte na gradientach, laplasjany, różniczki przestrzenne)  
wydobywanie informacji przez wskazanie "zera"
- Analiza kształtu i położenia obiektów  
(morfologia matematyczna)

39

## Matematyczny podział operacji sąsiedztwa

- **Liniowe** (oparte na pewnej liniowej operacji, polegającej na wykonaniu liniowej kombinacji wartości wybranych pikseli obrazu wejściowego)
  - Są proste w implementacji, tak na poziomie oprogramowania, jak i procesorów sprzętowych.
  - Łączne i separowalne (rozdzielcze), przemienne.
  - Dają efekty odpowiadające manipulacji pewnymi zakresami częstotliwości.
- **Nieliniowe** (oparte na funkcjach nieliniowych, np. statystycznych, logicznych i morfologii matematycznej)
  - Są czasochłonne i często skomplikowane.
  - Mają bogatsze możliwości.
  - Nie można ich interpretować w kategoriach manipulowania tylko określonymi częstotliwościami

40

Operacje **wygładzania** stanowią praktyczną realizację **filtracji dolnoprzepustowej (FD)** i dzielą się na operacje filtracji **liniowej i nieliniowej**.

Operacje filtracji **nieliniowej** dzielą się na operacje filtracji **logicznej i medianowej**.

Operacje **wyostrzania** stanowią praktyczną realizację **filtracji górnoprzepustowej (FG)** i dzielą się na operacje filtracji **gradientowej i laplasjanowej**

41

## Operacje wygładzania

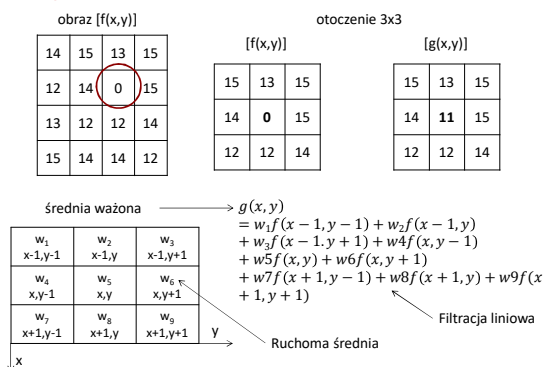
Podstawowe zadanie wygładzania: usuwanie zakłóceń z obrazu

**Filtracja liniowa** (metody *konwolucyjne*, tzn. uwzględniające pewne otoczenie przetwarzanego piksela):

$$g(x, y) = \sum_{k=1}^n w_k f_k(x, y)$$

$n$  - liczba punktów (pikseli) otoczenia wraz z pikselem przetwarzanym  
 $f(x, y)$  - wartość piksela o współrzędnych  $x, y$  obrazu pierwotnego  
 $g(x, y)$  - wartość piksela o współrzędnych  $x, y$  obrazu wynikowego  
 $w_k$  - waga  $k$ -tego piksela otoczenia

42

**Przykład**

43

**Sposoby zapisu operacji filtracji liniowej (wygładzanie liniowe)**

1. Za pomocą *macierzy wag*
2. Za pomocą *maski filtracji dolnoprzepustowej (FD)*

**Macierz wag**

1/9	1/9	1/9
1/9	1/9	1/9
1/9	1/9	1/9

**Maska filtracji dolnoprzepustowej**

1	1	1
1	1	1
1	1	1

K = 9

K - współczynnik maski

44

**Przykłady macierzy wag i masek operacji filtracji liniowej****Macierz wag**

1/10	1/10	1/10
1/10	2/10	1/10
1/10	1/10	1/10

**Maska filtracji dolnoprzepustowej**

1	1	1
1	2	1
1	1	1

K = 10

1/16	2/16	1/16
2/16	4/16	2/16
1/16	2/16	1/16

1	2	1
2	4	2
1	2	1

K = 16

45

**Operacje wyostrażania**Metoda: konwolucja + maska *filtracji górnoprzepustowej (FG)*.

W wyostrażaniu stosuje się metody numeryczne aproksymujące pochodną.

**Zadanie wyostrażania:**

- podkreślenie na obrazie konturów obiektów
- podkreślenie na obrazie punktów informatywnych (np. wierzchołki dla wielokątów, zakończenia, skrzyżowania, rozgałęzienia linii dla rysunków technicznych, wykresów lub pisma).

Inne zadania wyostrażania: *wydobycie i uwypuklenie krawędzi* obiektu.

46

**Detekcja (wykrywanie) krawędzi (edge detection)**

Jest to technika segmentacji obrazu, polegająca na znajdowaniu pikseli krawędziowych przez sprawdzanie ich sąsiedztwa.

**Krawędź**

Zbiór pikseli na krzywej mający taką właściwość, że piksele w ich sąsiedztwie, lecz po przeciwnych stronach krzywej mają różne poziomy jasności.

**Cel detekcji**

znalezienie lokalnych *nieciągłości* w poziomach jasności obrazu oraz granic obiektów zawartych w obrazie.

47

**Opis matematyczny operacji wyostrażania**

Model krawędzi: linia prosta *separująca* dwa obszary o różnej *intensywności (jasności)*  $I_1$  i  $I_2$ .

Użycie funkcji  $u(z)$  do matematycznego opisu krawędzi

$$u(z) = \begin{cases} 1 & \text{dla } z > 0 \\ \frac{1}{2} & \text{dla } z = 0 \\ 0 & \text{dla } z < 0 \end{cases} \quad \text{Jeśli } \delta(t) - \text{impuls Diraca, to:}$$

$$u(z) = \int_{-\infty}^z \delta(t) dt$$

**Założenia:**

Krawędź leży wzdłuż linii prostej opisanej równaniem:  
 $x \sin \varphi - y \cos \varphi + \rho = 0$  (postać normalna prostej)

**Intensywność obrazu:**

$$f(x, y) = I_1 + (I_2 - I_1) u(x \sin \varphi - y \cos \varphi + \rho)$$

Cyfrowa wersja gradientu i laplasjanu

48





## Metody skalowania tablic obrazów wynikowych

**Cel skalowania:** sprowadzanie wartości pikseli do zakresu  $[0, (M-1)]$

### Metoda proporcjonalna

$$g'(x, y) = \frac{g(x, y) - g(x, y)_{\min}}{g(x, y)_{\max} - g(x, y)_{\min}} \cdot (M - 1)$$

**Własność:**

Równomierne przeskalowanie wszystkich pikseli obrazu.  
Końcowy efekt: obraz z zakresu  $[0, (M-1)]$

55

### Metoda trójwartościowa

$$g'(x, y) = \begin{cases} 0 & \text{dla } g(x, y) < 0 \\ E[(M-1)/2] & \text{dla } g(x, y) = 0 \\ M-1 & \text{dla } g(x, y) > 0 \end{cases}$$

**Zastosowanie**

obrazy o jednolitym tle i dobrze widocznych obiektach - np. obrazy binarne. Efekt: czarno-biała krawędź na szarym tle.

### Metoda obcinająca

$$g'(x, y) = \begin{cases} 0 & \text{dla } g(x, y) < 0 \\ g(x, y) & \text{dla } 0 \leq g(x, y) \leq M-1 \\ M-1 & \text{dla } g(x, y) > M-1 \end{cases}$$

56

## Filtracja statystyczna

Filtry: **medianowy**, **maksymalny**, **minimalny**, oparty na **najbardziej prawdopodobnej wartości**

Filtry działają na otoczeniu, ale ich wpływ na wartość w analizowanym punkcie po filtracji wyraża się warunkiem nie maska.

**Mediana** – wartość środkowa w uporządkowanym ciągu liczb

**Maksymalna** – największa w uporządkowanym ciągu liczb

**Minimalna** – najmniejsza w uporządkowanym ciągu liczb

**Najbardziej prawdopodobna** – najczęściej występująca w otoczeniu

57

## Mediana i pozostałe filtry statystyczne

0	0	0	0
1			3
0			3
2	3	3	1


	0	1	
	2	2	

1, 2, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9

0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 2, 3    mediana=0, min=0, max=3, najbardziej prawdopodobna=0

0, 0, 0, 0, 1, 2, 3, 3, 3    mediana=1, min=0, max=3, najbardziej prawdopodobna=0

0, 0, 1, 1, 2, 2, 3, 3, 3    mediana=2, min=0, max=3, najbardziej prawdopodobna=3

0, 0, 1, 1, 2, 2, 3, 3, 3    mediana=2, min=0, max=3, najbardziej prawdopodobna=3

58

## Metoda filtracji medianowej (wygładzanie medianowe)

p(i,j):					p(i,j):	q(i,j):	q(i,j):				
15	15	14	13	14	p(2,2): 1 1 12 13 14 14 15 15		15	15	14	13	14
14	14	13	12	12	p(2,3): 0 1 1 11 12 13 14 14 15						
1	1	1	11	12	p(2,4): 0 1 12 12 13 13 14 14		14	14	13	12	12
0	0	1	1	10	p(3,2): 0 0 1 1 1 .....						
0	0	0	1	1	p(3,3): 0 0 1 1 1 .....		1	1	1	11	12
					p(3,4): 0 1 1 10 11 .....						
					p(4,2): 0 0 0 0 0 .....		0	0	1	1	10
					p(4,3): 0 0 0 0 1 .....						
					p(4,4): 0 0 1 1 1 .....		0	0	0	0	1

Przykładowy obraz pierwotny

Obraz wynikowy

z pozostawieniem wartości pikseli marginesów - bez zmian

59

## Filtracja medianowa (wygładzanie medianowe)

Usuwanie zakłóceń **bez rozmywania krawędzi** (por. metodę filtracji liniowej)

**Mediana** - wartość **środkowa** (w sensie położenia w ciągu wartości uporządkowanych)

60

## Filtracja dwuetapowa i łączenie filtrów

- 1szy etap – maska  $f$ ,
- 2gi etap (filtracja obrazu otrzymanego po 1-szym etapie) – maska  $g$

Filtracja jednoetapowa równoważna filtracji dwuetapowej:

-maska  $m$

0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0
0	0	f1	f2	f3	0
0	0	f4	f5	f6	0
0	0	f7	f8	f9	0
0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0

Maska  $f$  (rozmiar 3x3),  
współczynnik maski  $K_f$

g1	g2	g3
g4	g5	g6
g7	g8	g9

Maska  $g$   
(rozmiar 3x3),  
współczynnik maski:  $K_g$

m1	m2	m3	m4	m5
m6	m7	m8	m9	m10
m11	m12	m13	m14	m15
m16	m17	m18	m19	m20
m21	m22	m23	m24	m25

Maska  $m$  (rozmiar 5x5),  
współczynnik maski:  $K_m = K_f \cdot K_g$

$$\begin{aligned} m1 &= 0 \cdot g1 + 0 \cdot g2 + 0 \cdot g3 + 0 \cdot g4 + 0 \cdot g5 + \\ &+ 0 \cdot g6 + 0 \cdot g7 + 0 \cdot g8 + f1 \cdot g9 \\ m2 &= 0 \cdot g1 + 0 \cdot g2 + 0 \cdot g3 + 0 \cdot g4 + 0 \cdot g5 + \\ &+ 0 \cdot g6 + 0 \cdot g7 + f1 \cdot g8 + f2 \cdot g9 \\ m3 &= 0 \cdot g1 + 0 \cdot g2 + 0 \cdot g3 + 0 \cdot g4 + 0 \cdot g5 + \\ &+ 0 \cdot g6 + f1 \cdot g7 + f2 \cdot g8 + f3 \cdot g9 \\ &: \\ m25 &= f9 \cdot g1 + 0 \cdot g2 + 0 \cdot g3 + 0 \cdot g4 + 0 \cdot g5 + \\ &+ 0 \cdot g6 + 0 \cdot g7 + 0 \cdot g8 + 0 \cdot g9 \end{aligned}$$

61

### Przykładowe podstawienie:

$$\begin{aligned} f1=f2=f3=...=f9=1, \\ g1=g2=g3=...=g9=1 \end{aligned}$$

Maska  $g$ :

1	1	1
1	1	1
1	1	1

Maska wynikowa  $m$ :

1	2	3	2	1
2	4	6	4	2
3	6	9	6	3
2	4	6	4	2
1	2	3	2	1

Współczynnik maski:  $K_m = K_f \cdot K_g = 1/9 \cdot 1/9 = 1/81$

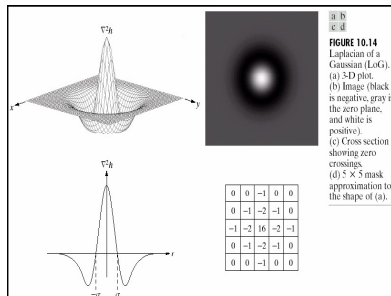
Maska  $f$ :

0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	1	0	0
0	0	1	1	1	0	0
0	0	1	1	1	0	0
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0

$$\begin{aligned} m1 &= 0 \cdot g1 + 0 \cdot g2 + 0 \cdot g3 + 0 \cdot g4 + 0 \cdot g5 + \\ &+ 0 \cdot g6 + 0 \cdot g7 + 0 \cdot g8 + f1 \cdot g9 \\ m2 &= 0 \cdot g1 + 0 \cdot g2 + 0 \cdot g3 + 0 \cdot g4 + 0 \cdot g5 + \\ &+ 0 \cdot g6 + 0 \cdot g7 + f1 \cdot g8 + f2 \cdot g9 \\ m3 &= 0 \cdot g1 + 0 \cdot g2 + 0 \cdot g3 + 0 \cdot g4 + 0 \cdot g5 + \\ &+ 0 \cdot g6 + f1 \cdot g7 + f2 \cdot g8 + f3 \cdot g9 \\ &: \\ m25 &= f9 \cdot g1 + 0 \cdot g2 + 0 \cdot g3 + 0 \cdot g4 + 0 \cdot g5 + \\ &+ 0 \cdot g6 + 0 \cdot g7 + 0 \cdot g8 + 0 \cdot g9 \end{aligned}$$

62

## Laplasjan filtra gaussowskiego



Filtr jednocześnie wygładzający i wyostrzający

63

## Filtracja oparta na operacjach logicznych

	a	
b	x	c
	d	

$$X' = \begin{cases} a & \text{if } a = d \\ \text{else } X \end{cases}$$

$$X' = \begin{cases} b & \text{if } b = c \\ \text{else } X \end{cases}$$

$$X' = \begin{cases} a & \text{if } a = b = c = d \\ \text{else } X \end{cases}$$

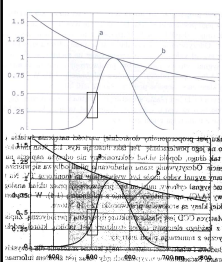
Czterospójne otoczenie punktu

- eliminacja izolowanych punktów i poziomych linii o pojedynczej grubości
- eliminacja izolowanych punktów i pionowych linii o pojedynczej grubości
- eliminacja izolowanych punktów

1	1	1	0
1	1	1	1
1	1	1	1
1	1	1	1
1	1	1	1
1	1	1	1
1	1	1	1
1	1	1	1

64

## Przykład działania filtracji logicznych



65

## MATERIAŁ DO WYKŁADU I ĆWICZEŃ LABORATORYJNYCH:

### Wykład

#### Materiał podstawowy:

M. Doros, **Przetwarzanie obrazów**, Skrypt WSISIZ (Rozdz.1)

#### Materiał uzupełniający:

R.Tadeusiewicz, P.Korohoda: **Komputerowa analiza i przetwarzanie obrazów**, Kraków 1997. <http://wintbg.bg.agh.edu.pl/skrypty2/0098/>

### Ćwiczenia Laboratoryjne

#### Materiał podstawowy:

M.Doros, A. Korzyńska, M.Przytułska, H.Goszczyńska: **„Przetwarzanie Obrazów, ćwiczenia laboratoryjne”**, Skrypt WSISIZ (Rozdz.1)

66