

**Algebra**  
Sprawdzian 1 grupa A

**Zadanie 1** (punkty 3 + 2)

Znajdź wszystkie liczby zespolone  $z$ , które są rozwiązaniami równania:

a)  $z^2 = -3 + 4i$

b)  $(3 + 2i)z = 4 + 6i$

**Zadanie 2** (punkty 3 + 2)

Oblicz część rzeczywistą i urojoną liczby  $u$

a)  $u = 2(\cos \frac{\pi}{15} + i \sin \frac{\pi}{15})^{50}$

b)  $u = 2z + 3\overline{z+i} - 5\operatorname{Re}(2z+1) + \operatorname{Im}(z-i) + |z|$ ,  
gdzie  $z = 2 + 3i$ .

**Zadanie 3.** (punkty 5)

Sprowadź macierz następującego układu równań do postaci schodkowej zredukowanej i napisz rozwiązanie ogólne tego układu stosując w opisie para-

metry i zmienne związane. 
$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 = 4 \\ 2x_1 + 6x_2 - 3x_3 + 2x_4 = 3 \\ -x_1 - 3x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 6 \end{cases}$$

**Zadanie 4** (punkty 5)

Znajdź bazę przestrzeni rozwiązań układu:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 0 \\ 3x_1 + 6x_2 - x_3 - 2x_4 = 0 \\ -x_1 - 2x_2 + 2x_4 = 0 \end{cases}$$

Zapisz wektor  $(0, 1, 4, 1)$  jako kombinację liniową wektorów znalezionej bazy.

**Zadanie 5** (punkty 5)

Znajdź bazę przestrzeni  $V = \operatorname{Lin}\{(1, -1, 4), (2, -3, 3), (-1, 3, 6)\}$

**Algebra**  
Sprawdzian 1 grupa B

**Zadanie 1** (punkty 3 + 2)

Znajdź wszystkie liczby zespolone  $z$ , które są rozwiązaniami równania:

a)  $z^2 = -5 - 12i$

b)  $(3 - 4i)z = 7 - 6i$

**Zadanie 2** (punkty 3 + 2)

Oblicz część rzeczywistą i urojoną liczby  $u$

a)  $u = 2\left(\cos \frac{\pi}{15} + i \sin \frac{\pi}{15}\right)^{70}$

b)  $u = 2z + 3\overline{z+i} - 5\operatorname{Re}(2z+1) + \operatorname{Im}(z-i) + |z|$ , gdzie  $z = 1 + 3i$ .

**Zadanie 3.** (punkty 5)

Sprowadź macierz następującego układu równań do postaci schodkowej zredukowanej i napisz rozwiązanie ogólne tego układu stosując w opisie para-

metry i zmienne związane. 
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 5 \\ 2x_1 + 5x_2 + 6x_3 + 2x_4 = 9 \\ x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 3x_4 = 4 \end{cases}$$

**Zadanie 4** (punkty 5)

Znajdź bazę przestrzeni rozwiązań układu:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 0 \\ 2x_1 + 4x_2 - 2x_3 - x_4 = 0 \\ -x_1 - 2x_2 + x_3 + 2x_4 = 0 \end{cases}$$

Zapisz wektor  $(2, 1, 4, 1)$  jako kombinację liniową wektorów znalezionej bazy.

**Zadanie 5** (punkty 5)

Znajdź bazę przestrzeni  $V = \operatorname{Lin}\{(1, -1, 1), (3, -1 - 3), (-1, 0, 2)\}$

**Algebra**  
Sprawdzian 1 grupa C

**Zadanie 1** (punkty 3 + 2)

Znajdź wszystkie liczby zespolone  $z$ , które są rozwiązaniami równania:

a)  $z^2 = -5 - 12i$

b)  $(5 - 2i)z = 7 - 6i$

**Zadanie 2** (punkty 3 + 2)

Oblicz część rzeczywistą i urojoną liczby  $u$

a)  $u = 2(\cos \frac{\pi}{15} + i \sin \frac{\pi}{15})^{70}$

b)  $u = 2z + 3\overline{z+i} - 5\operatorname{Re}(2z+1) + \operatorname{Im}(z-i) + |z|$ , gdzie  $z = 2 - 3i$ .

**Zadanie 3.** (punkty 5)

Sprowadź macierz następującego układu równań do postaci schodkowej zredukowanej i napisz rozwiązanie ogólne tego układu stosując w opisie parametry i zmienne związane.

$$\begin{cases} x_1 + 5x_2 + 3x_3 - x_4 = 5 \\ 2x_1 + 10x_2 + 4x_3 - 6x_4 = 1 \\ -x_1 - 5x_2 - x_3 + 5x_4 = 4 \end{cases}$$

**Zadanie 4** (punkty 5)

Znajdź bazę przestrzeni rozwiązań układu:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 2x_4 = 0 \\ 2x_1 + 4x_2 - 6x_3 + x_4 = 0 \\ -x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 0 \end{cases}$$

Zapisz wektor  $(3, 3, 3, 0)$  jako kombinację liniową wektorów znalezionej bazy.

**Zadanie 5** (punkty 5)

Znajdź bazę przestrzeni  $V = \operatorname{Lin}\{(1, -1, 1), (2, -2, -3), (-1, 1, 3)\}$

**Algebra**  
Sprawdzian 1 grupa D

**Zadanie 1** (punkty 3 + 2)

Znajdź wszystkie liczby zespolone  $z$ , które są rozwiązaniami równania:

a)  $z^2 = -5 + 12i$

b)  $(3 - 2i)z = 5 - 6i$

**Zadanie 2** (punkty 3 + 2)

Oblicz część rzeczywistą i urojoną liczby  $u$

a)  $z = 3(\cos \frac{\pi}{24} + i \sin \frac{\pi}{24})^{42}$

b)  $u = 2z + 3\overline{z+i} - 5\operatorname{Re}(2z+1) + \operatorname{Im}(z-i) + |z|$ , gdzie  $z = 1 - 5i$ .

**Zadanie 3.** (punkty 5)

Sprowadź macierz następującego układu równań do postaci schodkowej zredukowanej i napisz rozwiązanie ogólne tego układu stosując w opisie parametry i zmienne związane.

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 2x_4 = 1 \\ 2x_1 + 4x_2 - 6x_3 + x_4 = -1 \\ -x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 3 \end{cases}$$

**Zadanie 4** (punkty 5)

Znajdź bazę przestrzeni rozwiązań układu:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 0 \\ 3x_1 + 6x_2 - x_3 - 2x_4 = 0 \\ -x_1 - 2x_2 + 2x_4 = 0 \end{cases}$$

Zapisz wektor  $(0, 1, 4, 1)$  jako kombinację liniową wektorów znalezionej bazy.

**Zadanie 5** (punkty 5)

Znajdź bazę przestrzeni  $V = \operatorname{Lin}\{(1, -3, 1), (2, -6, -1), (-1, 3, 3)\}$

**Algebra**  
Sprawdzian 1 grupa E

**Zadanie 1** (punkty 3 + 2)

Znajdź wszystkie liczby zespolone  $z$ , które są rozwiązaniami równania:

a)  $z^2 = -8 - 6i$

b)  $(3 - 4i)z = 5 - 5i$ .

**Zadanie 2** (punkty 3 + 2)

Oblicz część rzeczywistą i urojoną liczby  $u$

a)  $u = 2\left(\cos \frac{\pi}{15} + i \sin \frac{\pi}{15}\right)^{70}$

b)  $u = 2z + 3\overline{z + i} - 5\operatorname{Re}(2z + 1) + \operatorname{Im}(z - i) + |z|$ , gdzie  $z = -2 + 3i$

**Zadanie 3.** (punkty 5)

Sprowadź macierz następującego układu równań do postaci schodkowej zredukowanej i napisz rozwiązanie ogólne tego układu stosując w opisie para-

metry i zmienne związane. 
$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 3x_3 - x_4 = 2 \\ 2x_1 + 6x_2 + 4x_3 + 2x_4 = 6 \\ x_1 + 3x_2 + x_3 + 3x_4 = 4 \end{cases}$$

**Zadanie 4** (punkty 5)

Znajdź bazę przestrzeni rozwiązań układu:

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 - 3x_3 + 2x_4 = 0 \\ 2x_1 - 4x_2 - 6x_3 + x_4 = 0 \\ -x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 0 \end{cases}$$

Zapisz wektor  $(1, 2, -1, 0)$  jako kombinację liniową wektorów znalezionej bazy.

**Zadanie 5** (punkty 5)

Znajdź bazę przestrzeni  $V = \operatorname{Lin}\{(1, 3, 2), (2, 4, 6), (1, 1, 4)\}$

## Algebra

Sprawdzian 1 grupa F

### Zadanie 1 (punkty 3 + 2)

Znajdź wszystkie liczby zespolone  $z$ , które są rozwiązaniami równania:

a)  $z^2 = 5 - 12i$

b)  $(2 - 3i)z = 3 - 6i$

### Zadanie 2 (punkty 3 + 2)

Oblicz część rzeczywistą i urojoną liczby  $u$

a)  $u = 3\left(\cos \frac{\pi}{12} + i \sin \frac{\pi}{12}\right)^{32}$

b)  $u = 2z + 3\overline{z+i} - 5\operatorname{Re}(2z+1) + \operatorname{Im}(z-i) + |z|$ , gdzie  $z = -3 + 2i$ .

### Zadanie 3. (punkty 5)

Sprowadź macierz następującego układu równań do postaci schodkowej zredukowanej i napisz rozwiązanie ogólne tego układu stosując w opisie para-

metry i zmienne związane. 
$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 - 3x_3 + 2x_4 = 1 \\ 2x_1 - 4x_2 - 6x_3 + x_4 = -1 \\ -x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 3 \end{cases}$$

### Zadanie 4 (punkty 5)

Znajdź bazę przestrzeni rozwiązań układu:

$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 + 3x_3 - x_4 = 0 \\ 2x_1 - 6x_2 + 4x_3 + 2x_4 = 0 \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 + x_4 = 0 \end{cases}$$

Zapisz wektor  $(-2, 1, 2, 1)$  jako kombinację liniową wektorów znalezionej bazy.

### Zadanie 5 (punkty 5)

Znajdź bazę przestrzeni  $V = \operatorname{Lin}\{1, -3, 1), (2, -6, -1), (-1, 3, 3)\}$

**Algebra**  
Sprawdzian 1 grupa G

**Zadanie 1** (punkty 3 + 2)

Znajdź wszystkie liczby zespolone  $z$ , które są rozwiązaniami równania:

a)  $z^2 = -6 + 8i$

b)  $(4 + 5i)z = 5 - 4i$

**Zadanie 2** (punkty 3 + 2)

Oblicz część rzeczywistą i urojoną liczby  $u$

a)  $u = 3\left(\cos \frac{\pi}{75} + i \sin \frac{\pi}{75}\right)^{100}$

b)  $u = 2z + 3\overline{z+i} - 5\operatorname{Re}(2z+1) + \operatorname{Im}(z-i) + |z|$ , gdzie  $z = 3 + 3i$ .

**Zadanie 3.** (punkty 5)

Sprowadź macierz następującego układu równań do postaci schodkowej zredukowanej i napisz rozwiązanie ogólne tego układu stosując w opisie parametry i zmienne związane.

$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 + 3x_3 - x_4 = 2 \\ 2x_1 - 6x_2 + 4x_3 + 2x_4 = 6 \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 + x_4 = 3 \end{cases}$$

**Zadanie 4** (punkty 5)

Znajdź bazę przestrzeni rozwiązań układu: 
$$\begin{cases} x_1 + 4x_2 + 3x_3 - x_4 = 0 \\ 2x_1 + 8x_2 + 4x_3 + 2x_4 = 0 \\ x_1 + 4x_2 + x_3 + 3x_4 = 0 \end{cases}$$

Zapisz wektor  $(3, -2, 2, 1)$  jako kombinację liniową wektorów znalezionej bazy.

**Zadanie 5** (punkty 5)

Znajdź bazę przestrzeni  $V = \operatorname{Lin}\{(1, 3, 2), (2, 5, 5), (1, 2, 3)\}$

**Algebra**  
Sprawdzian 1 grupa H

**Zadanie 1** (punkty 3 + 2)

Znajdź wszystkie liczby zespolone  $z$ , które są rozwiązaniami równania:

a)  $z^2 = -3 + 4i$

b)  $(3 + 4i)z = 4 - 3i$

**Zadanie 2** (punkty 3 + 2) Oblicz część rzeczywistą i urojoną liczby  $u$

a)  $u = 3(\cos \frac{\pi}{12} + i \sin \frac{\pi}{12})^{32}$

b)  $u = 2z + 3\overline{z + i} - 5\operatorname{Re}(2z + 1) + \operatorname{Im}(z - i) + |z|$ , gdzie  $z = 2 - 2i$ .

**Zadanie 3.** (punkty 5)

Sprowadź macierz następującego układu równań do postaci schodkowej zredukowanej i napisz rozwiązanie ogólne tego układu stosując w opisie para-

metry i zmienne związane. 
$$\begin{cases} x_1 + 4x_2 + 3x_3 - x_4 = 5 \\ 2x_1 + 8x_2 + 4x_3 + 2x_4 = 9 \\ x_1 + 4x_2 + x_3 + 3x_4 = 4 \end{cases}$$

**Zadanie 4** (punkty 5)

Znajdź bazę przestrzeni rozwiązań układu:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 0 \\ 3x_1 + 6x_2 - x_3 - 2x_4 = 0 \\ -x_1 - 2x_2 + 2x_4 = 0 \end{cases}$$

Zapisz wektor  $(0, 1, 4, 1)$  jako kombinację liniową wektorów znalezionej bazy.

**Zadanie 5** (punkty 5)

Znajdź bazę przestrzeni  $V = \operatorname{Lin}\{(1, 3, 5), (2, 4, 9), (1, 1, 4)\}$