

ALGEBRA
PRACA DOMOWA I

Zadanie 1.

Rozwiąż poniższe układy równań. Zapisz wynik w postaci wektora (x_1, x_2, x_3) wstawiając za zmienne odpowiednie wyniki.

$$\begin{cases} x_1 + 4x_2 + 3x_3 = -2 \\ x_2 + 5x_3 = -4 \\ 2x_1 + 7x_2 + x_3 = -2 \end{cases}$$
$$\begin{cases} x_1 - 3x_3 = 8 \\ 2x_1 + 2x_2 + 9x_3 = 7 \\ x_2 + 5x_3 = -2 \end{cases}$$

Zadanie 2.

Dane są wektory:.

i) $v = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} \quad w = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ s \end{pmatrix}.$

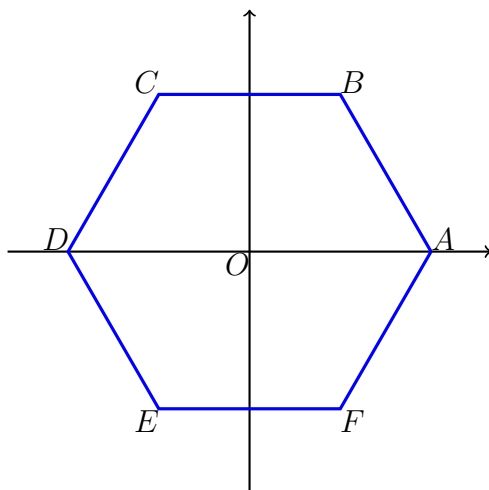
ii) $v = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} \quad w = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ s \end{pmatrix}.$

- a) Dla jakiej wartości parametru s wektory v i w tworzą kąt prosty?
b) Jaka jest długość wektora w przy takiej wartości parametru s ?

Zadanie 3.

Na rysunku zaznaczone zostały wierzchołki sześciokąta foremnego. Za pomocą wektorów $v = \overrightarrow{OA}$, $w = \overrightarrow{OB}$ wyraż sumę wektorów:

$$\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{FC} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{AB}$$

**Zadanie 4.**

i) Niech:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}, \quad v = \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Oblicz Av . A następnie podaj długość wektora Av .

ii) Niech:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 1 & -3 \end{pmatrix}, \quad v = \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Oblicz Av . A następnie podaj długość wektora Av .

iii) Niech:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 & -4 \\ 1 & 4 & 2 & -2 \\ -1 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad v = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Oblicz Av . A następnie podaj długość wektora Av .

Zadanie 5.

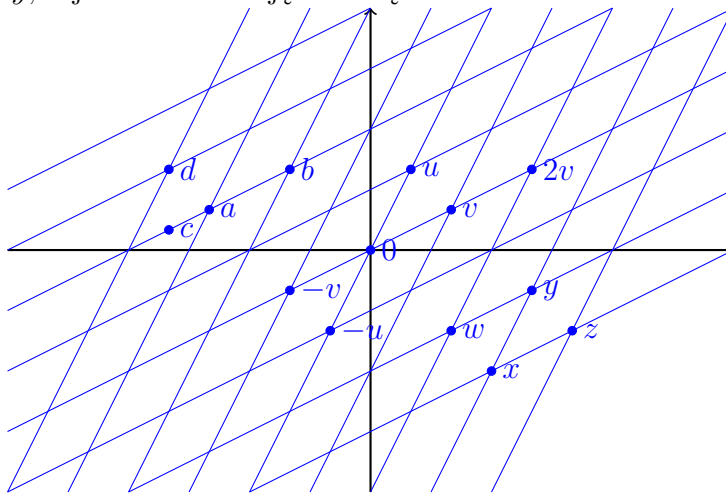
Niech $u = \begin{pmatrix} 7 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$, $v = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ oraz $w = \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

Można pokazać, że $3u - 5v - w = 0$. Użyj tego faktu (żadnych operacji na wierszach ;) do znalezienia x_1 i x_2 spełniającego równanie:

$$\begin{pmatrix} 7 & 3 \\ 2 & 1 \\ 5 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Zadanie 6.

Korzystając z poniższego wykresu wyznacz wektory a, b, c, d oraz w, x, y, z jako kombinację liniową wektorów u i v .



Zadanie 7.

Dobierz wartości parametrów h i k tak, żeby układy równań:

- a) nie miały rozwiązań;
- b) miały jedno rozwiązanie;
- c) miały wiele rozwiązań.

i)

$$\begin{cases} x_1 + hx_2 = 2 \\ 4x_1 + 8x_2 = k \end{cases}$$

ii)

$$\begin{cases} x_1 + 4x_2 = 5 \\ 2x_1 + hx_2 = k \end{cases}$$

Zadanie 8. Za pomocą takich znaczków, jak na zajęciach (■ – współczynnik wiodący macierzy, * – dowolny wyraz, 0 – wyraz zerowy) zapisz możliwe postaci macierzy schodkowej wymiarów:

- i) 2×2
- ii) 3×2
- iii) 2×4