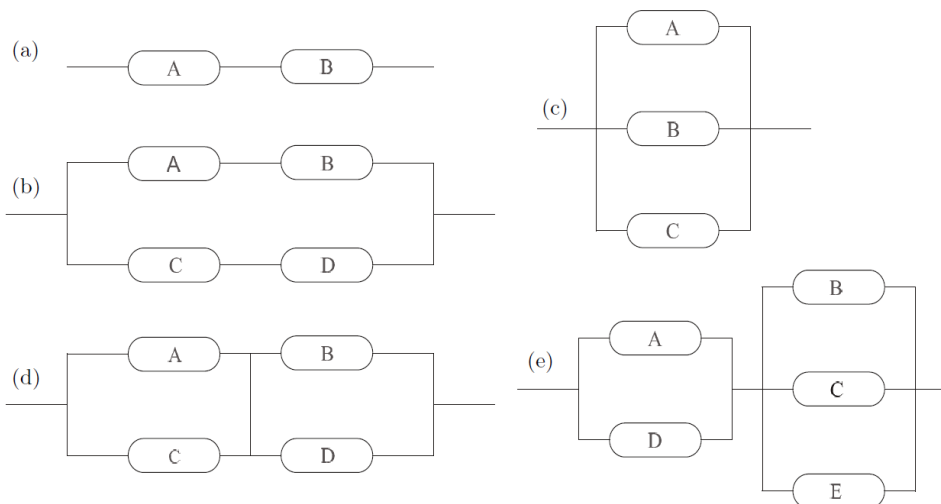


Temat: Prawdopodobieństwo warunkowe i zdarzenia niezależne. Twierdzenie o prawdopodobieństwie całkowitym i reguła Bayesa.

1. Wśród pracowników pewnej firmy, 70% potrafi programować w , 60% - w Fortranie, a 50% zna oba języki programowania. Jaka część programistów:
 - (a) nie zna języka Fortran?
 - (b) nie zna języka Fortran i nie zna języka C/C++?
 - (c) umie programować w C/C++, ale nie w Fortranie?
 - (d) jeśli zna Fortran, to zna też C/C++?
 - (e) jeśli zna C/C++, to zna również Fortran?
2. Antek i Tomek niezbyt często pojawiają się na zajęciach w szkole. Antek jest obecny na 60% zajęć, zaś jego kolega wagaruje zwykle 3 razy na 10 lekcji. Obu można spotkać jednocześnie na 40% lekcji. Oblicz prawdopodobieństwo, że na zajęciach (a) jest choć jeden z nich, (b) jest dokładnie jeden z nich, (c) nie ma żadnego z nich. Czy "przyjście Antka" i "przyjście Tomka" na zajęcia są zdarzeniami niezależnymi?
3. Program komputerowy składa się z dwóch bloków napisanych niezależnie przez dwóch programistów. Prawdopodobieństwo tego, że w pierwszym bloku jest błąd wynosi 0,2, zaś tego, że w drugim - 0,3. Jeśli program zwraca błąd, jakie jest prawdopodobieństwo błędu w obu blokach?
4. W przypadku dobrych warunków pogodowych 80% przylotów jest na czas. W czasie złej pogody, tylko 30% przylotów jest na czas. Janek planuje odebrać jutro gościa z lotniska i wie, że z prawdopodobieństwem 0,6 przewidywana jest na jutro dobra pogoda. Jakie jest prawdopodobieństwo, że gość Janka wylądzie o planowanym czasie (przylot nie będzie opóźniony)?
5. Fabryka chemiczna jest wyposażona w system alarmowy. W razie zagrożenia system alarmowy działa w 95% przypadków. Istnieje jednak prawdopodobieństwo 0,02, że system włączy się, gdy nie ma żadnego zagrożenia. Rzeczywiste zagrożenie zdarza się rzadko – jego prawdopodobieństwo wynosi 0,004. Gdy odzywa się system alarmowy, jakie jest prawdopodobieństwo, że naprawdę istnieje zagrożenie?
6. Około 70% kobiet i 90% mężczyzn posiada prawo jazdy. Z populacji liczącej 400 kobiet i 600 mężczyzn wybrano jedną osobę.
 - (a) Jakie jest prawdopodobieństwo, że wybrana osoba ma prawo jazdy?
 - (b) Wiedząc, że wybrana osoba posiada prawo jazdy, oblicz prawdopodobieństwo, że jest to mężczyzna.
7. Student składający komputer zauważył, że brakuje mu jeszcze jednej części. W mieście znajdują się 4 sklepy gdzie można nabyć brakującą część, przy czym: w sklepie A znajduje się 2000 sztuk tej części, z czego 5% jest wadliwych, w sklepie B - 500 sztuk, z czego 40% jest wadliwych, w sklepach C i D jest po 1000 sztuk, a w każdym z nich 10% jest wadliwych. Student nie wykazuje żadnych preferencji, co do wyboru sklepu, losowo wybiera jeden ze sklepów i zakupuje brakującą część.
 - (a) Jakie jest prawdopodobieństwo, że zakupiona część jest wadliwa?
 - (b) Jakie jest prawdopodobieństwo, że zakupiona część działa poprawnie?
 - (c) Okazało się, że zakupiona część jest wadliwa, jakie jest prawdopodobieństwo, że student nabył ją w sklepie A?
 - (d) Wiemy, że nabyta część działa poprawnie, w którym ze sklepów została ona najprawdopodobniej zakupiona?
8. Do serwisu komputerowego dostarczane są części od trzech dostawców S1, S2 i S3. Od S1 pochodzi 50% zamówienia, od S2 - 20%, a od S3 - 30%. Wiadomo, że 5% części od dostawcy S1 jest wadliwych, a od dostawców S2 i S3, odpowiednio 3% i 6%. Jakie jest prawdopodobieństwo, że dostarczona część będzie wadliwa? Jeśli zamówiona część okazała się wadliwa, to jakie jest prawdopodobieństwo, że pochodzi ona od dostawcy S1?
9. Czerwony Kapturek idzie do babci. Dziewczynkę po drodze mogą spotkać nieprzyjemności, na przykład czyhający w zaroślach - z prawdopodobieństwem 0,3 - zły wilk albo złamanie nogi z prawdopodobieństwem 0,2. Zdarzenia te wydarzają się niezależnie od siebie. (a) Oblicz prawdopodobieństwo, że babcia ujrzy dziś swoją wnuczkę całą i zdrową. (b) Jakie jest prawdopodobieństwo spełnienia się znanego powiedzenia, że nieszczęścia chodzą parami?

10. Program komputerowy jest testowany przez 3 niezależne testy. Jeśli w programie istnieje błąd, testy te wykrywają go z prawdopodobieństwami, odpowiednio, 0,2, 0,3 i 0,5. Przypuśćmy, że program zawiera błąd. Jakie jest prawdopodobieństwo, że przynajmniej jeden z testów go wykryje?
11. Sklep jest zaopatrywany w żarówki pochodzące z trzech fabryk, przy czym 20% żarówek pochodzi z pierwszej fabryki, 30% z drugiej, 50% z trzeciej. Produkcja pierwszej fabryki zawiera 1% żarówek wadliwych, produkcja drugiej fabryki – 5% żarówek wadliwych, a produkcja trzeciej fabryki 10% żarówek wadliwych.
- (a) Oblicz prawdopodobieństwo, że losowo wybrana w sklepie żarówka będzie wadliwa.
- (b) Losowo wybrana żarówka okazała się wadliwa. Jakie jest prawdopodobieństwo, że wyprodukowała ją trzecia fabryka?
12. W zakładzie 20% wszystkich wyprodukowanych części podlega specjalnej kontroli elektronicznej. Wiadomo, że każda wyprodukowana część, która została sprawdzona elektronicznie, nie ma wad z prawdopodobieństwem 0,95. Dla części, które nie zostały sprawdzone elektronicznie, prawdopodobieństwo to wynosi tylko 0,7. Klient otrzymuje część i znajduje w niej wady. Jakie jest prawdopodobieństwo, że ta część przeszła kontrolę elektroniczną?
13. Uruchomienie wahadłowca zależy od prawidłowego działania trzech kluczowych niezależnych urządzeń. Prawdopodobieństwa, że urządzenia te nie zadziałają poprawnie wynoszą, odpowiednio, 0,01, 0,02 i 0,02. Jeśli okaże się, że któreś z urządzeń nie zadziała, start wahadłowca zostanie odłożony. Oblicz prawdopodobieństwo uruchomienia promu zgodnie z jego harmonogramem.
14. Kabel o łącznej długości 3008 km, składa się z odcinków 10-kilometrowych łączonych specjalnymi przekaźnikami wzmacniającymi sygnał. Zakłada się, że z prawdopodobieństwem 0,999 przekaźnik będzie pracował niezawodnie przez 10 lat oraz uszkodzenia przekaźników są od siebie niezależne. Oblicz prawdopodobieństwo niezawodnej pracy wszystkich przekaźników przez 10 lat.
15. Wszyscy sportowcy na igrzyskach olimpijskich są testowani na obecność sterydów. Test daje pozytywny wynik (wskazuje na ich obecność) dla 90% wszystkich stosujących sterydy, ale też (nieprawidłowo) dla 2% nie przyjmujących sterydów. Załóżmy, że 5% wszystkich zarejestrowanych sportowców jest pod wpływem sterydów. Jeśli sportowiec jest badany negatywnie, jakie jest prawdopodobieństwo, że zastosował sterydy?
16. Oblicz niezawodność każdego układu (rysunek poniżej), jeśli przekaźniki A, B, C, D i E działają niezależnie, a prawdopodobieństwa ich poprawnej pracy wynoszą, odpowiednio, 0,9, 0,8, 0,7, 0,6 i 0,5.



Odpowiedzi: 1a) 0.3, 1b) 0.2, 1c) 0.2, 1d) 5/6, 1e) 5/7, 2a) 0.9, 2b) 0.5, 2c) 0.1, nie są niezależne, 3) 0.1364, 4) 0.6, 5) 0.16, 6a) 0.82, 6b) 0.66, 7a) 0.16, 7b) 0.94 7c) 0.08, 7d) A, 8) 0.05, 0.51, 9a) 0.56, 9b) 0.06, 10) 0.72, 11a) 0.067, 11b) 0.75, 12) 0.04, 13) 0.95, 14) 0.74, 15) 0.005, 16a) 0.72, 16b) 0.838, 16c) 0.994, 16d) 0.892, 16e) 0.931