Temat: Doświadczenie losowe i rachunek zdarzeń losowych. Podstawowe metody obliczania prawdopodobieństwa.

1. Podaj przykład doświadczenia losowego, dla którego zbiór wszystkich możliwych wyników (zwany przestrzenią zdarzeń elementarnych Ω) jest:
   a) skończony,
   b) nieskończony przeliczalny,
   c) nieskończony nieprzeliczalny.

2. Podaj przykład doświadczenia losowego, dla którego przestrzeń zdarzeń elementarnych $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Dla tej przestrzeni określono podzbiory: $A = \{1, 2\}$, $B = \{2, 4, 6\}$ oraz $C = \{1, 3\}$. Znajdź zbiory
$$A \cap B,\ B \cup C, A \cap \{B \cup C\}'.$$

3. Niech A, B i C oznaczają trzy dowolne zdarzenia w przestrzeni zdarzeń elementarnych Ω (np. takie jak w zadaniu 2). Przedstaw na diagramie Venna i zapisz następujące zdarzenia: spośród zdarzeń A, B oraz C
   a) zachodzi tylko A,
   b) zachodzą A i B, a C nie zachodzi,
   c) zachodzą wszystkie trzy,
   d) zachodzi co najmniej jedno,
   e) zachodzą co najmniej dwa,
   f) zachodzi tylko jedno,
   g) zachodzą dokładnie dwa,
   h) żadne nie zachodzi,
   i) zachodzą co najwyżej dwa.

4. W wyniku egzaminu student może uzyskać jedną z czterech ocen: 2, 3, 4, 5. Interesuje nas ocena z egzaminu losowo wybranego studenta.
   a) Określ przestrzeń zdarzeń elementarnych Ω.
   b) Wypisz wszystkie zdarzenia dla tego doświadczenia.
   c) Zinterpretuj następujące zdarzenia: $A = \{3, 4, 5\}$, $B = \{2\}$, $C = \{4, 5\}$, $A \cup B$, $A \backslash B$, $B \cap C$, B'.
   d) Zakładając, że zdobycie każdej oceny jest jednakowo prawdopodobne, oblicz prawdopodobieństwo zdania egzaminu.

5. Wśród sześciu układów scalonych dwa są uszkodzone. Wylosowano (bez zwracania) dwa układy do testowania. Jakie jest prawdopodobieństwo, że oba z nich są wadliwe? Zapisz przestrzeń zdarzeń elementarnych dla tego doświadczenia.

6. Doświadczenie polega na trzykrotnym rzuceniu symetryczną (uczciwą) monetą. Znajdź przestrzeń zdarzeń elementarnych Ω. Oblicz prawdopodobieństwo zajścia następujących zdarzeń (a) reszka pojawi się dwa razy, (b) reszka pojawi się co najmniej dwa razy, (c) reszka pojawi się co najwyżej dwa razy.

7. Doświadczenie polega na rzucaniu monetą do momentu wyrzucenia po raz pierwszy orła. Podaj przestrzeń zdarzeń elementarnych Ω. Wyznacz prawdopodobieństwo otrzymania orła nie później niż w czwartym rzucie.

8. Oblicz prawdopodobieństwo, że przypadkowo wybrany punkt kwadratu $|x| \leq 2$, $|y| \leq 2$ jest jednocześnie punktem leżącym wewnątrz okręgu o równaniu $x^2 + y^2 = 4$.

9. Niech C i D oznaczają zdarzenia, takie że $P(C) = 0{,}25$, $P(D) = 0{,}45$, $P(C \cap D) = 0{,}1$. Oblicz $P(C' \cap D)$.

10. Nowy wirus komputerowy może dostać się do systemu pocztą elektroniczną lub przez Internet. Jest 30% szans na dostanie się go przez e-mail. Jest 40% szans na dostanie się go przez Internet. Wirus dostaje się do systemu jednocześnie za pośrednictwem poczty elektronicznej i Internetu z prawdopodobieństwem 0,15. Jakie jest prawdopodobieństwo, że wirus w ogóle nie dostanie się do systemu?