

## Sufit, podłoga, $x \bmod y$

1. Obliczyć wartości wyrażenia  $f(12)$ , gdzie :

a.  $f(n) = \sum_{i=1}^n \left( \left\lceil \frac{n}{i} \right\rceil - \left\lfloor \frac{n}{i} \right\rfloor \right)$

b.  $f(n) = \sum_{i=1}^n (-1)^i \cdot i \bmod n$

## II. Relacje

1. Sprawdzić zwrotność, symetryczność, antysymetryczność i przechodniość relacji określonych następującymi tabelami:

1	1	1		1
	1	1		
1	1	1		
			1	
1				1

1		1		1
	1		1	
1		1		1
	1		1	
1		1		1

1			1	1
	1		1	1
1	1		1	1
1	1		1	1

1		1		1
	1	1	1	
1		1		1
	1	1	1	
1		1		1

2. Uzupełnić tabele minimalną liczbą jedynek tak, aby definiowały relacje równoważności

1				1
	1	1	1	
	1	1		
	1		1	
1				1

1	1			1
1	1		1	
		1		
	1		1	
1				1

1		1		
	1			
1		1	1	
		1	1	
				1

3. Uzupełnić tabele minimalną liczbą jedynek tak, aby definiowały relacje porządku

1	1	1		1
	1	1		
		1		1
	1		1	
				1

1	1	1		1
		1	1	1
		1		
		1		
				1

1			1	
1	1	1	1	
		1		
		1	1	1
				1

4. Obliczyć liczbę wszystkich relacji w zbiorze  $\{1,2,3,4,5\}$  ( w ogólnym przypadku w zbiorze  $\{1,2,\dots,n\}$  ). Ile spośród tych relacji jest zwrotnych?

5. Obliczyć liczbę wszystkich relacji a. symetrycznych b. antysymetrycznych w zbiorze  $\{1,2,3,4,5\}$  ( w ogólnym przypadku w  $\{1,2,\dots,n\}$  ).

6. Obliczyć liczbę wszystkich relacji a. symetrycznych b. antysymetrycznych w zbiorze  $\{1,2,3,4,5\}$ , zawierających relację  $R = \{(1,1), (2,2), (4,4), (1,3), (3,5), (4,2)\}$ .

7. Sprawdzić, czy relacja  $R$  w zbiorze liczb rzeczywistych jest relacją równoważności :

a.  $xRy \Leftrightarrow (x-y) \in \mathbb{Z} \wedge 5 \mid (x-y)$

b.  $xRy \Leftrightarrow (x-y)^2 \leq 1$

8. Sprawdzić, czy dana relacja jest relacją porządku w zbiorze liczb rzeczywistych:

a.  $xRy \Leftrightarrow x^2 \leq y^2$

b.  $xRy \Leftrightarrow (y - x) \in N$  (zbiór liczb naturalnych)

Odpowiedzi do zadań 5 i 6 z relacji ( zadania te nie obowiązują na kolokwium) :

5. Liczba relacji w zbiorze  $\{1..n\}$

a. symetrycznych  $2^{\frac{n(n+1)}{2}}$

b. antysymetrycznych  $2^n \cdot 3^{\frac{n(n-1)}{2}}$

6. a.  $2^9$  b.  $2^2 \cdot 3^7$