

TP 9 : Introduction à la méthode de Boltzmann sur réseau (*LBM*)

Cours de modélisation numérique

5 mai 2023

Introduction

L'objectif de ce TP est l'entrée en matière d'un premier modèle simplifié de Boltzmann sur réseau (*LBM - Lattice Boltzmann Method*) en deux dimensions, simulant une tornade.

Modèle

On considère ici la LBM pour simuler un cas simplifié d'une tornade vue de l'espace, dont le centre (l'*oeil*) est fixe. Pour cela, on se donne une grille de dimensions n_x, n_y , et un modèle LBM D2Q9, c'est-à-dire à 2 dimensions spatiales, et 9 vitesses possibles. On initialise le système à l'équilibre avec une vitesse nulle partout, et une densité $\rho = 1$. On applique ensuite en tout temps une perturbation au centre du domaine, de la forme :

$$\tilde{\mathbf{u}}(t) = u_{LB} \begin{bmatrix} \cos(\omega_p t) \\ \sin(\omega_p t) \end{bmatrix} \quad (1)$$

où $u_{LB} < 1$ est la vitesse de propagation des populations dans le réseau, et ω_p la fréquence de pulsation de la tornade.

Sur les bords du domaine, on applique les conditions de *sortie* (*outflow*), qui sont équivalentes à des conditions de Von Neumann sur les populations, c'est-à-dire pour le bord droit du domaine :

$$f^{in}(n_x, t+1) = f^{in}(n_x - 1, t). \quad (2)$$

On fait de même pour les 3 autres bords.

Travail demandé

Vous trouverez sur Moodle un début de code simulant la situation ci-dessus. Il vous est demandé de le compléter en vous aidant du cours. Il faut notamment implémenter :

- Le tableau \mathbf{v} contenant les vitesses possibles dans le modèle D2Q9.
- La fonction de perturbation $\tilde{\mathbf{u}}(t)$.
- Les conditions de bord outflow.
- Le calcul des grandeurs macroscopiques u, ρ, P (pression), à partir des populations.

Une fois le code complet, testez-le, et essayez de répondre aux questions suivantes :

- Comment varie le système en fonction des paramètres $Re, u_{LB}, \omega_p, n_{x,y}$?
- Le fait que l'oeil de la tornade soit statique n'est évidemment pas réaliste. Comment feriez-vous se déplacer celui-ci ?